

Diskretisierung von
mehrgliedrigen Abelschen
Integralgleichungen und gewöhnlichen
Differentialgleichungen gebrochener
Ordnung

Dissertation
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften - Dr. rer. nat. -
am Fachbereich Mathematik und Informatik
der Freien Universität Berlin



vorgelegt von
Dipl.-Math. Alain Roger Nkamnang
Berlin, im Dezember 1998

An dieser Stelle möchte ich mich beim Betreuer dieser Arbeit, Prof. Dr. R. Gorenflo sehr herzlich für seine Unterstützung bedanken. Insbesondere für die interessante Themenstellung und die allzeitige Diskussionsbereitschaft. Bedanken möchte ich mich auch bei Prof. Dr. H. Brunner (Memorial University of Newfoundland, Canada) für seine Bereitschaft zur Erstellung eines weiteren Gutachtens. Ebenfalls möchte ich mich bei Dr. Yuri Luchko und Dr. Gabriela Witte für die zahlreichen interessanten und hilfreichen Diskussionen bedanken. Besonderer Dank gilt meinen Eltern und Geschwistern für ihre moralische Unterstützung. Schließlich möchte ich noch meiner Frau Susanna für ihr Verständnis und die Unterstützung danken.

Diese Arbeit entstand unter der Betreuung von
Prof. Dr. R. Gorenflo, FU Berlin

Gutachter waren
Prof. Dr. R. Gorenflo, FU Berlin
und
Prof. Dr. H. Brunner, Memorial University of Newfoundland, Canada.

Die Disputation fand am 17. Februar 1999 statt.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
2	Modellbildung	13
2.1	Das Stereologie-Modell für kugelförmige Partikel	14
3	Analytische Grundlagen	23
3.1	Fractional Calculus	23
3.1.1	Spezielle Funktionen	36
3.2	Operatorenrechnung für den Riemann-Liouville-Integraloperator	42
3.2.1	Darstellung einiger Funktionen von M_{-1} in C_{-1}	47
3.3	Analytische Lösung einer Klasse von Abelschen Integralgleichungen	49
3.3.1	Analytische Lösung der Abel-Volterra-Integralgleichung	56
3.4	Analytische Lösung der Riemann-Liouville-Differentialgleichung	63
3.5	Analytische Lösung der Caputo-Differentialgleichung	75
4	Das numerische Verfahren	85
4.1	Gebrochene Faltungsquadraturen	85
4.2	Gebrochene lineare Mehrschrittverfahren für mehrgliedrige Abelsche Integralgleichungen	113
4.3	Gebrochene lineare Mehrschrittverfahren für Caputo-Differentialgleichungen	122
4.4	Gebrochene lineare Mehrschrittverfahren für Riemann-Liouville-Differentialgleichungen	125
4.5	Gebrochene lineare Mehrschrittverfahren für eine Klasse von Abel-Volterra-Integralgleichungen	129
5	Numerische Beispiele	133

Literatur	153
Zusammenfassung	165