Anhang C

Spektral und räumlich selektiver Anregungspuls

Die Konstruktion eines spektral und räumlich selektiven Anregungspulses zur Fettunterdrükkung wurde von Meyer et. al [Mey90] beschrieben. Sie basiert auf dem k-Raum-Formalismus [Pau89]. Mit der Näherung für kleine Drehwinkel gilt für die ortsabhängige Quermagnetisierung (s. Gleichung 2.67)

$$M_\perp(\vec{x}) \propto \mathcal{F}^{-1}[S(\vec{k})] \otimes \mathcal{F}^{-1}[W(\vec{k})], \tag{C.1}$$

wobei $S(\vec{k})$ die sogenannte Sampling-Funktion

$$S(\vec{k}) = \int_0^T \delta(\vec{k}(t) - \vec{k}) |\dot{\vec{k}}(t)| \mathrm{d}t \tag{C.2}$$

und $W(\vec{k})$ die Gewichtungsfunktion

$$W\left(\vec{k}(t)\right) = \frac{B_1(t)}{|\dot{\vec{k}}(t)|} \tag{C.3}$$

im mehrdimensionalen k-Raum $\mathcal{K} = (k_x, k_y, k_z, k_\omega)$ sind.

Es sei $\mathcal{K} = (k_z, k_\omega)$ und

$$k_z(t) = -R \int_t^0 G_z(\tau) \mathrm{d}\tau \tag{C.4}$$

$$k_\omega(t) = \frac{1}{2\pi} t \tag{C.5}$$

mit $-T \le t \le 0$ und $R = \frac{\gamma}{2\pi}\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}$, so daß k_z und k_ω die gleiche Einheit haben. Man wählt

$$G_z(t) = \hat{G} \cos \Omega t, \tag{C.6}$$

woraus folgt:

$$k_z(t) = \frac{R\hat{G}}{\Omega}\sin\Omega t = \frac{R\hat{G}}{\Omega}\sin 2\pi\Omega k_\omega \tag{C.7}$$

und

$$|\dot{\vec{k}}(t)| = \sqrt{\dot{k}_z^2 + \dot{k}_\omega^2} = \sqrt{(R\hat{G}\cos\Omega t)^2 + (1/2\pi)^2}. \tag{C.8}$$

Für $R\hat{G} \gg (1/2\pi)^2$ ist dann

$$|\dot{\vec{k}}(t)| = \sqrt{(R\hat{G}\cos\Omega t)^2}. \tag{C.9}$$

$M_\perp$ soll beispielsweise sowohl in Orts– als auch in Frequenzrichtung ein Gaußprofil aufweisen, so daß unter der Annahme, daß $S(\vec{k})$ den k-Raum gleichmäßig abtastet, die Gewichtungsfunktion folgende Form hat

$$W(\vec{k}) = ae^{-(2\pi k_z)^2/b^2}e^{-(2\pi k_\omega + T/2)^2/c^2} \tag{C.10}$$

und somit nach Gleichung C.3

$$B_1(t) = Be^{-\alpha\sin^2\Omega t}e^{-\beta(t+T/2)^2}|\cos\Omega t|. \tag{C.11}$$

Um das tatsächliche Schichtprofil $M_\perp(z,\omega)$ zu berechnen, muß noch

$$\mathcal{F}^{-1}[S(\vec{k})] = \int\limits_{\mathcal{K}} S(k_z,k_\omega)e^{2\pi i\vec{k}\vec{x}}d\vec{k} \tag{C.12}$$

bestimmt werden. Wegen der Periodizität von $S(\vec{k})$ bezüglich k_ω (Periodendauer $1/\Omega$) ist die Fourierreihe von $S(\vec{k})$

$$S(k_z,k_\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n(k_z)e^{-2\pi in\Omega k_\omega} \tag{C.13}$$

mit

$$C_n(k_z) = \Omega\int\limits_{-1/2\Omega}^{1/2\Omega} S(k_z,k_\omega)e^{2\pi in\Omega k_\omega}\mathrm{d}k_\omega. \tag{C.14}$$

Damit folgt

$$\int\limits_{\mathcal{K}} S(k_z,k_\omega)e^{2\pi i\vec{k}\vec{x}}d\vec{k} = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\int\limits_{\mathcal{K}_z} C_n(k_z)e^{2\pi ik_z z}\mathrm{d}k_z\delta(\omega - n\Omega). \tag{C.15}$$

Ist $W(\vec{k})$ separabel, d.h. $W(\vec{k}) = W(k_z)W(k_\omega)$, dann folgt aus den Gleichungen C.1 und C.15

$$M_\perp(z,\omega) \propto \left(\int\limits_{\mathcal{K}_\omega} W(k_\omega)e^{2\pi ik_\omega\omega}dk_\omega\cdot\delta(z)\right) \tag{C.16}$$

$$\otimes \sum_{n=-\infty}^{\infty}\int\limits_{\mathcal{K}_z} W(k_z)C_n(k_z)e^{2\pi ik_z z}dk_z\cdot\delta(\omega - n\Omega) \tag{C.17}$$

Für den speziellen, hier betrachteten Fall ist

$$S(k_z,k_\omega)=\sqrt{(R\hat{G}\cos\Omega t)^2+1}\cdot\delta(k_z-\frac{R\hat{G}}{\Omega}\sin 2\pi\Omega k_\omega) \tag{C.18}$$

und damit sind die Fourierkoeffizienten $C_n(k_z)$:

$$C_n(k_z)=\begin{cases} 2\beta(k_z)\mathrm{rect}\left(\frac{\Omega k_z}{2R\hat{G}}\right)\cdot\cos\left(n\sin^{-1}\frac{\Omega k_z}{R\hat{G}}\right) & n \text{ gerade} \\ 2i\beta(k_z)\mathrm{rect}\left(\frac{\Omega k_z}{2R\hat{G}}\right)\cdot\sin\left(n\sin^{-1}\frac{\Omega k_z}{R\hat{G}}\right) & n \text{ ungerade}\end{cases}$$

mit

$$\begin{aligned}\beta(k_z) &= A\frac{\Omega}{2\pi}\frac{\sqrt{1-\left(\frac{\Omega k_z}{AR\hat{G}}\right)^2}}{\sqrt{1-\left(\frac{\Omega k_z}{R\hat{G}}\right)^2}} \\ A &= \sqrt{1+\frac{1}{R^2\hat{G}^2}} \\ \mathrm{rect}(x) &= 1 \qquad \text{für}|x|<\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Daraus folgt dann

$$\begin{aligned}\int_{\mathcal{K}_z} C_n(k_z)e^{2\pi i k_z z}dk_z &= c\cdot\frac{J_1(Az')}{2Az'}\otimes J_n(z') \\ z' &= \frac{R\hat{G}z}{\Omega}\end{aligned}$$

wobei c eine Konstante und J_n die Besselfunktion n-ter Ordnung ist.

Aus Gleichung C.16 folgt damit:

$$\begin{aligned}M_\perp(z,\omega) &\propto \left(\int_{\mathcal{K}_\omega} W(k_\omega)e^{2\pi i k_\omega \omega}\mathrm{d}k_\omega\cdot\delta(z)\right) \\ &\otimes \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\int_{\mathcal{K}_z} W(k_z)e^{2\pi i k_z z}\mathrm{d}k_z\otimes\frac{J_1(Az')}{2Az'}\otimes J_n(z')\right)\cdot\delta(\omega-n\Omega)\end{aligned} \tag{C.19}$$