

Kapitel 2

Grundlagen der Magnetresonanz

In einem statischen Magnetfeld ermöglicht die Kernmagnetische Resonanz (*Nuclear Magnetic Resonance*, NMR) durch die Wechselwirkung von externen magnetischen Hochfrequenzfeldern mit den magnetischen Momenten der Atomkerne im Körper eine nicht-invasive Diagnostik. Für diese werden vorwiegend die in großer natürlicher Häufigkeit auftretenden Wasserstoffkerne (Protonen) verwendet, die Bilder mit einer guten Ortsauflösung (im Millimeter-Bereich) und sehr guten Gewebekontrasten liefern. Aber auch andere schwerere Kerne, wie z.B. ^{13}C , ^{19}F , ^{23}Na und ^{31}P können trotz ihrer geringen Konzentration mit Hilfe der NMR im biologischen Gewebe nachgewiesen werden, ohne für die NMR Bildgebung und Spektroskopie vergleichbare Bedeutung wie die ^1H NMR erlangt zu haben.

In diesem Kapitel werden die physikalischen Grundlagen der Kernresonanz beschrieben, soweit sie für das Verständnis der eingesetzten Methoden in der Kernspintomographie (im medizinischen Bereich wird diese vorwiegend Magnetresonanztomographie (MRT) genannt) für die medizinischen Diagnostik nötig sind. Dazu wird auf die Verfahren zur Ortsauflösung näher eingegangen, sowie Einflußgrößen wie z.B. das Signal-Rausch-Verhältnis und die Kontrastmechanismen dargestellt. Darüber hinaus werden Verfahren der Magnetresonanzspektroskopie (MRS) beschrieben, sofern sie für die Methoden der Temperaturbestimmung im zweiten Teil dieser Arbeit von Bedeutung sind.

2.1 Kernmagnetisierung

Alle Atomkerne mit ungerader Protonen- oder Neutronenzahl besitzen im Kerngrundzustand einen Eigendrehimpuls $\hbar\vec{I}$, der durch die Kernspinquantenzahl I charakterisiert ist. I kann dabei ganz- bzw. halbzahlige Werte annehmen. Kerne mit gerader Protonen- und gerader Neutronenzahl besitzen dagegen im Kerngrundzustand keinen Drehimpuls ($I = 0$). Mit dem Eigendrehimpuls $\hbar\vec{I}$ ist ein ihm proportionales magnetisches Moment $\vec{\mu}$ verbunden, die Proportionalitätskonstante ist das gyromagnetische Verhältnis γ

$$\vec{\mu} = \gamma\hbar\vec{I}. \quad (2.1)$$

Ist \mathbf{I} der zum Eigendrehimpuls \vec{I} gehörende Operator, so ergibt sich in einem von außen angelegten Magnetfeld der Flußdichte \vec{B}_0 (\vec{B}_0 wird dabei üblicherweise in z-Richtung des Koordinatensystems gewählt) für die zum Magnetfeld parallele Komponente m als Eigenwert des Operators \mathbf{I}_z

$$\langle \mathbf{I}_z \rangle = m \quad -I \leq m \leq I, \quad (2.2)$$

d.h. m kann nur $2I + 1$ Werte annehmen. Damit verbunden sind die diskreten Energiezustände

$$\langle \mathbf{H} \rangle = E_m = -\gamma \hbar B_0 m. \quad (2.3)$$

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf Protonen ($I = 1/2, \gamma/2\pi = 42,577 \text{ MHz/T}$, s. Abbildung 2.1). Die beiden diskreten Energiezustände $E_{1,2}$ in einem äußeren Magnetfeld \vec{B}_0 sind dann

$$E_{1,2} = \pm \frac{1}{2} \gamma \hbar B_0, \quad (2.4)$$

wobei die parallele Einstellung ($m = +1/2$) die energetisch günstigere Lage darstellt ($\gamma > 0$). Für einen magnetischen Dipolübergang benötigt man die Energie

$$\Delta E = \hbar \omega_L = \gamma \hbar B_0. \quad (2.5)$$

Die Frequenz ω_L wird als Larmorfrequenz bezeichnet. Die relative Besetzung (N_+ für $m = +1/2$, N_- für $m = -1/2$, $N = N_+ + N_-$) der beiden Energiezustände ist im thermischen Gleichgewicht durch den Boltzmann-Faktor gegeben

$$\frac{N_-}{N_+} = e^{-\Delta E/kT} = e^{-\gamma \hbar B_0/kT}. \quad (2.6)$$

k = Boltzmann-Konstante ($k = 1.380658 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$)

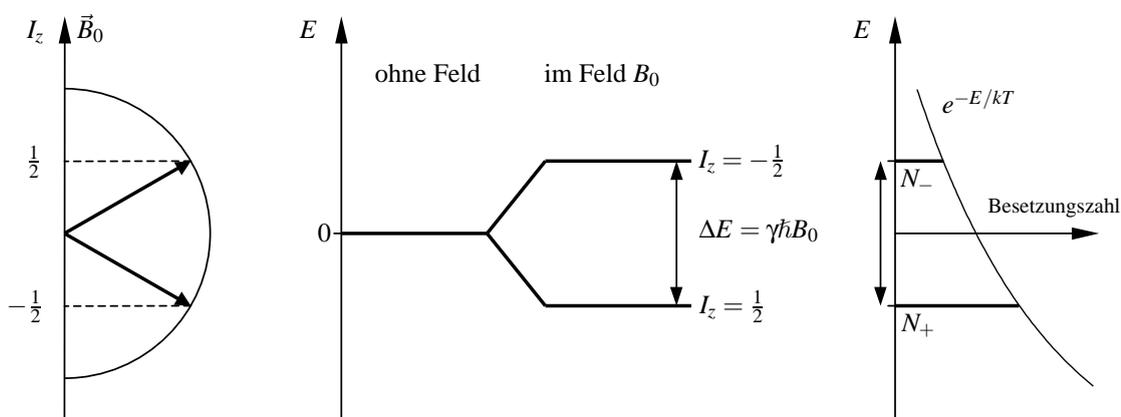


Abbildung 2.1: Einstellmöglichkeiten eines Kernspins mit dem Drehimpuls $I = 1/2$ in einem äußeren Magnetfeld \vec{B}_0 . (links) Die Komponente parallel zum Magnetfeld kann nur zwei Werte annehmen $m = \pm 1/2$. (Mitte) Für einen Übergang ist die Energie $\Delta E = \gamma \hbar B_0$ nötig. (rechts) Die Besetzung der beiden Zustände erfolgt entsprechend der Boltzmann-Verteilung.

Bei Raumtemperatur ist die thermische Energie (kT) wesentlich größer als die Energiedifferenz ΔE der beiden Zustände (bei Raumtemperatur $T = 293\text{ K}$ und einem Magnetfeld der Flußdichte $B_0 = 3\text{ T}$ etwa $5 \cdot 10^4$ mal größer), so daß die Exponentialfunktion in Gleichung 2.6 linearisiert werden kann und sich eine Differenz der Besetzungszahlen

$$N_+ - N_- = (\gamma\hbar B_0/kT)N_+ \approx (\gamma\hbar B_0/2kT)N \quad (2.7)$$

ergibt. Im thermischen Gleichgewicht ist der energetisch günstigere Zustand N_+ nur geringfügig stärker besetzt ist (Faktor $2 \cdot 10^{-5}$ bei $T = 293\text{ K}$, $B_0 = 3\text{ T}$). Die Vektorsumme aller magnetischen Momente $\vec{\mu}$ in einem gewählten Volumenelement V bezeichnet man als die Kernmagnetisierung

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^N \vec{\mu}_i \quad (2.8)$$

für die im thermischen Gleichgewicht gilt:

$$M_0 = \frac{\gamma^2 \hbar^2 B_0 \rho_0}{3kT} I(I+1) = \frac{\gamma^2 \hbar^2 B_0 \rho_0}{4kT} \quad (2.9)$$

wobei $\rho_0 = N/V$ die Anzahl der Wasserstoffkerne pro m^3 und M_0 parallel zum externen Magnetfeld \vec{B}_0 ist. Die Kernmagnetisierung ist eine makroskopische Größe und erlaubt die Erscheinung der kernmagnetischen Resonanz im Rahmen der klassischen Mechanik zu betrachten.

2.2 Blochsche Gleichungen

Wird die Kernmagnetisierung aus dem Gleichgewichtszustand gebracht, so wirkt durch das äußere Magnetfeld \vec{B}_0 ein Drehmoment und die Kernmagnetisierung folgt der Bewegungsgleichung

$$\frac{d\vec{M}(t)}{dt} = \gamma \vec{M}(t) \times \vec{B}_0. \quad (2.10)$$

Daraus resultiert eine Präzession der Kernmagnetisierung um die Richtung des Magnetfeldes mit der Larmorfrequenz

$$\vec{\omega}_L = -\gamma \vec{B}_0, \quad (2.11)$$

die durch eine Messung der induzierten Wechselspannung in einer Spule nachgewiesen werden kann (Kernresonanz). In einem mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ rotierenden Koordinatensystem ist die Bewegungsgleichung der Kernmagnetisierung

$$\frac{d\vec{M}(t)}{dt} = \gamma \vec{M}(t) \times \left(\vec{B}_0 + \frac{\vec{\omega}}{\gamma} \right), \quad (2.12)$$

d.h. für den Fall, daß $\vec{\omega} = \vec{\omega}_L$, ist $\vec{M}(t)$ konstant. Die Gleichungen 2.10 bis 2.12 gelten nur für den Fall nicht-wechselwirkender Spins und wenn das Magnetfeld an jedem Ort gleich ist.

Durch die Wechselwirkung der Spins untereinander (Spin-Spin-Wechselwirkung) und mit ihrer jeweiligen örtlichen Umgebung (Spin-Gitter-Wechselwirkung) strebt die Kernmagnetisierung

ihrem thermischen Gleichgewichtszustand zu. Phänomenologisch wird dieser Vorgang durch die Einführung sogenannter Relaxationsterme beschrieben. Unter der Annahme, daß die Längs- bzw. Quermagnetisierung die jeweiligen Gleichgewichtszustände mit einer Rate anstreben, die proportional der jeweiligen Abweichung vom Gleichgewicht ist, läßt sich die Gleichung 2.10 erweitern:

$$\frac{d\vec{M}(t)}{dt} = \gamma(\vec{M}(t) \times \vec{B}_0) - \frac{M_z(t) - M_0}{T_1} \vec{e}_z - \frac{M_x(t)}{T_2} \vec{e}_x - \frac{M_y(t)}{T_2} \vec{e}_y. \quad (2.13)$$

$\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ = Einheitsvektoren des Labor-Koordinatensystem
 M_0 = Gleichgewichtsmagnetisierung in z-Richtung (s. Gleichung 2.9)

Die Zeitkonstante T_1 wird Spin-Gitter-Relaxationszeit genannt, da die Rückkehr der longitudinalen Magnetisierung M_z , die sie beschreibt, mit einer Energieabgabe an die Umgebung (Gitter) verbunden ist. Die Relaxationszeit T_2 beschreibt das Verschwinden der Quermagnetisierung M_x und M_y , d.h. die Phasenbeziehung der einzelnen Spins zueinander geht verloren, und wird deshalb als Spin-Spin-Relaxationszeit bezeichnet. Damit verbunden ist keine Energieänderung des Systems.

2.3 Relaxation

In Gleichung 2.13 wurde die Relaxation nur phänomenologisch eingeführt. Der Ursprung der sie verursachenden Prozesse liegt in der Wechselwirkung der Spins mit der Umgebung, z.B. umgebende andere Spins oder einem magnetischen Gradientenfeld bei Diffusion. Die einen Kern umgebenden Spins, sei es von umgebenden anderen Kernen oder ungepaarten Elektronen, verursachen ein lokales magnetisches Zusatzfeld $B_{lok}(t)$, das durch die Brownsche Molekularbewegung und die Rotation der Moleküle zeitlich schwankt (s. Abbildung 2.2). Der wichtigste Wechselwirkungsmechanismus ist die magnetische Dipol-Dipol-Wechselwirkung (für den Fall $I = 1/2$). Spektralkomponenten bei der Resonanzfrequenz ermöglichen Übergänge und führen so zur Relaxation des Systems. Die zeitunabhängige Autokorrelationsfunktion

$$G(\tau) = \langle B_{lok}(t) B_{lok}(t + \tau) \rangle \quad (2.14)$$

kann im Falle einer statistischen Bewegung der Moleküle durch einen exponentiellen Abfall angesetzt werden

$$G(\tau) = G_0 e^{-|\tau|/\tau_c}, \quad (2.15)$$

mit der Korrelationszeit τ_c . Die Fourier-Transformierte

$$J(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \frac{2G_0\tau_c}{1 + \omega^2\tau_c^2} \quad (2.16)$$

wird als spektrale Dichtefunktion bezeichnet. Die Dipol-Dipol-Wechselwirkung zweier gleicher Spins in demselben Molekül (Abstand r konstant) liefert für die Relaxationszeiten [Hen93]

$$\frac{1}{T_1} = \frac{3}{10} \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right)^2 \frac{\gamma^4 \hbar^2}{r^6} [J_r(\omega_L) + 4J_r(2\omega_L)] \quad (2.17)$$

$$\frac{1}{T_2} = \frac{3}{20} \left(\frac{\mu_0}{4\pi} \right)^2 \frac{\gamma^4 \hbar^2}{r^6} [3J_r(0) + 5J_r(\omega_L) + 2J_r(2\omega_L)] \quad (2.18)$$

mit der relativen spektralen Komponente $J_r(\omega) = J(\omega)/(2G_0)$.

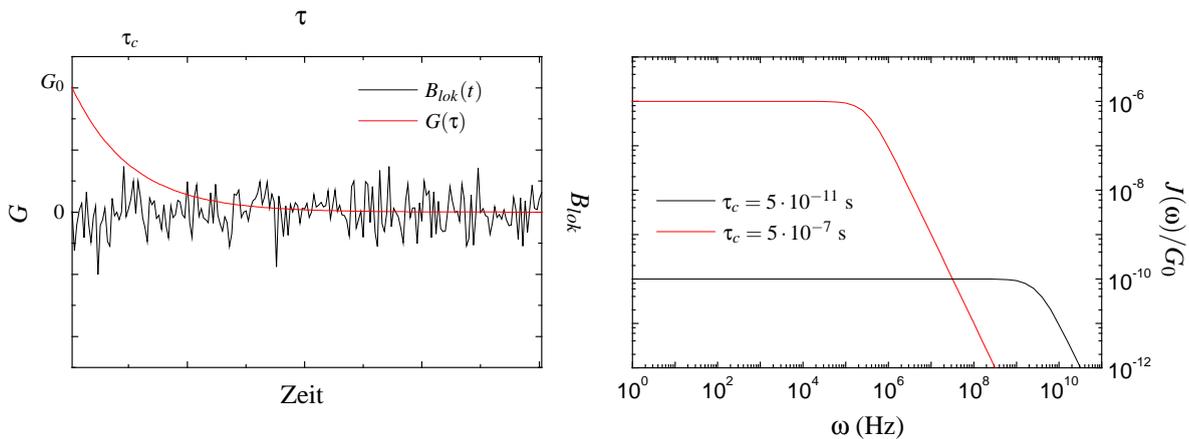


Abbildung 2.2: (links) Spins von umgebenden Kernen oder ungepaarten Elektronen erzeugen am Kernort ein zeitlich schwankendes magnetisches Zusatzfeld B_{lok} . Für die zeitunabhängige Autokorrelationsfunktion $G(\tau)$ dieses Feldes läßt sich ein exponentieller Abfall mit der Korrelationszeit τ_c ansetzen (s. Gleichung 2.15). (rechts) Darstellung der spektralen Dichtefunktion $J(\omega)$ (s. Gleichung 2.16) für zwei verschiedene Korrelationszeiten, entsprechend einer langsamen ($\tau_c = 5 \cdot 10^{-7}$ s für Makromoleküle) und schnellen ($\tau_c = 5 \cdot 10^{-11}$ s für freies Wasser) Bewegung. Wegen des doppelt-logarithmischen Maßstabes ist der lorentzförmige Verlauf der Kurven nicht zu erkennen, deren Flächen identisch sind.

Bei Flüssigkeiten ist die Korrelationszeit τ_c proportional dem Quotienten aus Viskosität η und Temperatur T . Da sich biologisches Gewebe ähnlich einer zähen Flüssigkeit verhält, sind die Relaxationszeiten gewebeabhängig, wodurch bei der MR-Bildgebung große Kontraste erzielt werden können (s. Abschnitt 2.8). Darüber hinaus lassen sich krankhaft veränderte Gebiete aufgrund von veränderten Relaxationszeiten oft lokalisieren.

Neben der Dipol-Dipol-Wechselwirkung zwischen zwei identischen Kernen kann das fluktuierende Magnetfeld auch durch ungepaarte Elektronen verursacht werden. Da das magnetische Moment von Elektronen sehr viel größer ist als das der Protonen, können daraus sehr kurz Relaxationszeiten resultieren, wenn die Entfernung zwischen dem Elektron und dem Kern klein genug ist. Schon kleine Mengen paramagnetischer Ionen können deshalb die Relaxationsraten deutlich erhöhen. Endogene paramagnetische Verbindungen sind z.B. molekularer Sauerstoff und Desoxyhämoglobin. Als exogene paramagnetische Verbindungen werden häufig Chelate der Lanthaniden (z.B. Gadolinium-DTPA) als Kontrastmittel eingesetzt. Da Wasser sehr nahe an solche paramagnetischen Zentren gelangen kann, ist es besonders sensitiv auf die Anwesenheit dieser Verbindungen.

2.4 Kernresonanz

Ein Hochfrequenzfeld der Frequenz $\vec{\omega}$ kann magnetische Dipolübergänge induzieren, wenn die Resonanzbedingung erfüllt ist, d.h. $\vec{\omega} = \vec{\omega}_L = -\gamma\vec{B}_0$. Dazu muß dieses Hochfrequenzfeld senkrecht zum Hauptmagnetfeld \vec{B}_0 sein. Ein linear polarisiertes Hochfrequenzfeld kann als die Summe zweier gegenläufiger zirkular polarisierter Felder angesehen werden. Betrachtet man nur die Komponente, deren Drehrichtung der Lamorpräzession entspricht, so muß die Bewegungsgleichung 2.12 in dem mit der Frequenz $\vec{\omega}$ rotierenden Bezugssystem erweitert werden:

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{M}(t)}{dt} &= \gamma\vec{M}(t) \times \vec{B}_{eff} \\ \vec{B}_{eff} &= \vec{B}_0 + \frac{\vec{\omega}}{\gamma} + \vec{B}_1.\end{aligned}\quad (2.19)$$

In diesem Bezugssystem ist \vec{B}_1 konstant und im Resonanzfall $\vec{\omega} = \vec{\omega}_L$ ist $\vec{B}_{eff} = \vec{B}_1$ und es findet eine Präzession der Kernmagnetisierung um die Richtung des Hochfrequenzfeldes \vec{B}_1 mit der Rabi-Frequenz $\vec{\omega}_1 = -\gamma\vec{B}_1$ statt. Die gegenläufige Komponente des Hochfrequenzfeldes wirkt in dem rotierenden Bezugssystem wie eine Störung mit der doppelten Lamorfrequenz, deren Wirkung sich in erster Näherung ausmittelt, in zweiter Näherung jedoch zu einer Resonanzverschiebung führt (Bloch-Siegert Verschiebung).

Findet die Störung (Resonanzanregung) durch einen Hochfrequenz-Impuls mit der Amplitude B_1 und der Dauer $\tau \ll T_1, T_2$ statt, d.h. Relaxationseffekte können vernachlässigt werden, dann ist der Winkel α zwischen der Kernmagnetisierung \vec{M} und dem statischen Magnetfeld \vec{B}_0 nach der Anregung

$$\alpha = \gamma B_1 \tau. \quad (2.20)$$

Von besonderer Bedeutung ist der 90° -Puls, d.h. $\alpha = 90^\circ$, bei dem die gesamte Magnetisierung in die xy -Ebene gekippt wird. Aus Gleichung 2.13 folgt dann für die präzedierende Quermagnetisierung $M_\perp = M_x + iM_y$ im Laborsystem

$$M_\perp(t) = M_0 e^{-i\omega_L t} e^{-t/T_2} \quad (2.21)$$

und die Längsmagnetisierung

$$M_z(t) = M_0 \left(1 - e^{-t/T_1}\right). \quad (2.22)$$

Der Realteil der komplexen Fourier-Transformierten von $M_\perp(t)$ beschreibt die Frequenzabhängigkeit von M_x (Dispersionslinie)

$$M_x(\omega) = \omega_L M_0 \frac{T_2^2 (\omega_L - \omega)}{1 + (\omega_L - \omega)^2 T_2^2} \quad (2.23)$$

und der Imaginärteil die von M_y (Absorptionslinie)

$$M_y(\omega) = \omega_L M_0 \frac{T_2}{1 + (\omega_L - \omega)^2 T_2^2}. \quad (2.24)$$

In einer Empfangsspule wird durch die präzedierende Quermagnetisierung eine Spannung induziert. Dieses durch die Spin-Spin-Relaxation gedämpfte Signal wird freier Induktionsabfall (*Free Induction Decay*, FID) genannt. Nach der Quadraturdemodulation des Signals mit der Referenzfrequenz ω_R erhält man ein Signal $S(t)$ mit der Differenzfrequenz $\omega_D = \omega_L - \omega_R$ (s. Abbildung 2.3)

$$S(t) \propto M_0 e^{-i\omega_D t} e^{-t/T_2} e^{i\phi}. \quad (2.25)$$

Die Anfangsphase ϕ des Signals wird durch viele Faktoren, u.a. der Position der Spule und der einstellbaren Phase der Referenzfrequenz, bestimmt. Bei geeigneter Wahl von ϕ (bzw. Multiplikation des Signals mit dem Faktor $e^{-i\phi}$) hat der Realteil der komplexen Fourier-Transformierten dieses Signals die Form der Absorptionslinie (s. Gleichung 2.24) und der Imaginärteil die Form der Dispersionslinie (s. Gleichung 2.23, s. Abbildung 2.3).

Dabei wird die volle Halbwertsbreite $\Delta\omega$ der Absorptionslinie durch die Relaxationszeit T_2 bestimmt

$$\Delta\omega = 2/T_2. \quad (2.26)$$

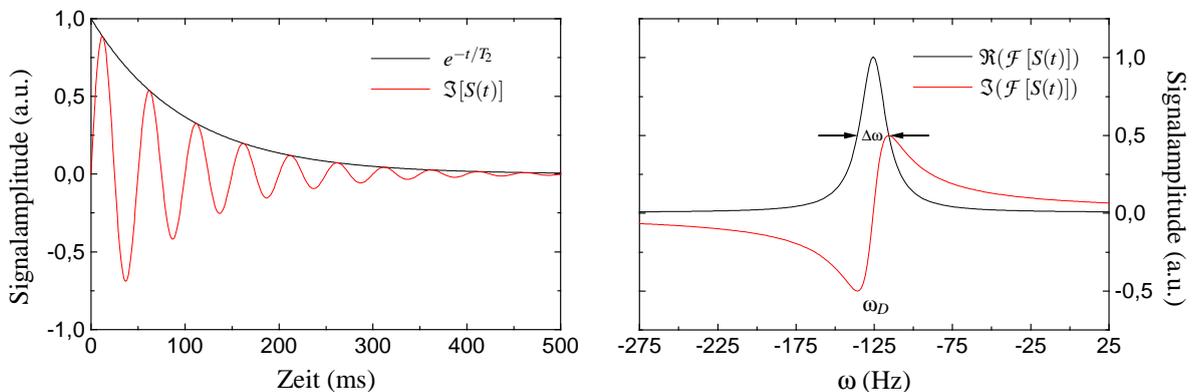


Abbildung 2.3: (links) Darstellung des Imaginärteils eines freien Induktionsabfalls (nach der Quadraturdemodulation). (rechts) Die dazugehörige Absorptions- bzw. Dispersionslinie. ω_D ist die Differenzfrequenz der Larmor- (ω_L) und Referenzfrequenz (ω_R). Aus der Linienbreite lässt sich nach Gleichung 2.26 die Spin-Spin-Relaxationszeit T_2 berechnen.

Der FID enthält Informationen aus dem gesamten angeregten Volumen, so daß für die Gültigkeit der Gleichungen 2.21 – 2.26 ein homogenes Magnetfeld B_0 Voraussetzung ist. Inhomogenitäten führen wegen unterschiedlicher Präzessionsfrequenzen zu einer Dephasierung und somit zu einem schnelleren Abfall des Signals. Die Querrelaxation kann dann näherungsweise beschrieben werden durch

$$1/T_2^* = 1/T_2 + \gamma\Delta B_0. \quad (2.27)$$

2.5 Chemische Verschiebung

Die Larmorfrequenz ist nach Gleichung 2.11 proportional der magnetischen Flußdichte B am Ort des Kerns. Ist der Atomkern Bestandteil eines Moleküls, so wird das äußere Magnetfeld B_0 durch ein Zusatzfeld B' abgeschwächt, das durch die Wechselwirkung der Elektronen in dem Molekül, die die chemische Bindung bewirken, mit dem Magnetfeld B_0 verursacht wird. Das effektive Feld am Kernort ist dann

$$B_{eff} = B_0 - B' = (1 - \sigma)B_0 \quad (2.28)$$

und die Resonanzbedingung lautet:

$$\omega = \gamma(1 - \sigma)B_0. \quad (2.29)$$

Die Abschirmkonstante σ ist von der Größenordnung 10^{-4} bis 10^{-6} . Die Verschiebung der Resonanzfrequenz wird relativ zu einer Standardsubstanz angegeben. Die chemische Verschiebung δ wird folgendermaßen definiert

$$\delta = \frac{\omega - \omega_{ref}}{\omega_0} = \sigma_{ref} - \sigma \quad (2.30)$$

und in ppm (*parts per million*, 10^{-6}) angegeben. Als Referenz für Protonen wird Tetramethylsilan (TMS, $\text{Si}(\text{CH}_3)_4$, $\delta = 0$) verwendet.

Dieser Effekt wird in der Kernresonanzspektroskopie (s. Abbildung 2.4 und Abschnitt 2.7) ausgenutzt. Bei der Bildgebung sind außer den Wasserprotonen nur die in relativ großer Häufigkeit vorkommenden Protonen der Fette von Bedeutung. Die Differenz der chemischen Verschiebungen von Fett- und Wasserprotonen (etwa 3,5 ppm) kann bei der Ortskodierung zu Artefakten führen.

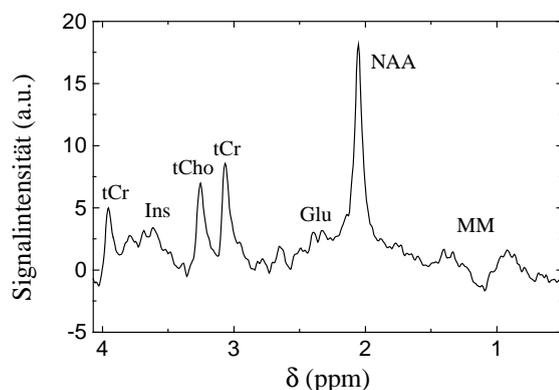


Abbildung 2.4: Protonenspektrum aus einem 8ml großen Voxel im Gehirn eines Probanden, aufgenommen mit einer PRESS Methode (s. Abschnitt 2.7.1). Einige Resonanzen sind bekannten Metaboliten zugeordnet. Wegen der fehlenden Referenz (TMS, $\delta = 0$) wird δ von Wasser auf 4,7 ppm gesetzt.

2.6 Ortskodierung

Die Überlagerung des homogenen Hauptmagnetfeldes \vec{B}_0 (in z-Richtung) mit durch Zusatzspulen erzeugten linearen magnetischen Feldgradienten

$$G_x = \frac{\partial B_z}{\partial x}, G_y = \frac{\partial B_z}{\partial y}, G_z = \frac{\partial B_z}{\partial z}, \quad (2.31)$$

ruft ein ortsabhängiges Magnetfeld

$$B(x, y, z) = B_0 + xG_x + yG_y + zG_z \quad (2.32)$$

und somit eine ortsabhängige Kernresonanzfrequenz $\omega(x, y, z) = \gamma B(x, y, z)$ hervor. Um z.B. bei einem zweidimensionalen Meßobjekt eine eindeutige Ortskodierung zu erreichen, wird während der Signaldetektion in einer Richtung ein Gradientenfeld geschaltet (Auslesegradient), so daß die Signalfrequenz vom Ort in dieser Richtung abhängig ist. Durch einen weiteren Gradientenpuls in der anderen Ortsrichtung zwischen der Anregung und der Signaldetektion ist die Signalphase vom Ort in der zweiten Ortsrichtung abhängig (Phasenkodiergradient). Der 1983 eingeführte k -Raum-Formalismus [Lju83][Twi83], der im Folgenden beschrieben wird, liefert eine ausführliche Beschreibung der Ortskodierung und bildet die Grundlage für das Verständnis der verschiedenen, vor allem schnellen Bildgebungssequenzen in der MR.

2.6.1 k -Raum

Nach der Anregung präzediert die Kernmagnetisierung entsprechend der magnetischen Flußdichte $B(\vec{x}, t) = B_0 + \vec{x}\vec{G}(t)$. Im mit der Frequenz $\vec{\omega}_L = -\gamma\vec{B}_0$ rotierenden Bezugssystem führt dies zu einer Phase ϕ zum Zeitpunkt t

$$\phi(\vec{x}, t) = -\gamma \int_0^t \vec{x}\vec{G}(\tau) d\tau = -2\pi\vec{k}(t)\vec{x} \quad (2.33)$$

mit

$$\vec{k}(t) = \frac{\gamma}{2\pi} \int_0^t \vec{G}(\tau) d\tau. \quad (2.34)$$

Unter der Voraussetzung eines homogenen Magnetfeldes B_0 und der Vernachlässigung der Relaxationseffekte ist das durch die Kernmagnetisierung in dem Volumen V in der Empfangsspule induzierte Signal

$$s(t) \propto \int_V M_{\perp}(t, \vec{x}) d\vec{x} = \int_V M_{\perp}(\vec{x}) e^{-2\pi i \vec{k}(t) \cdot \vec{x}} d\vec{x}. \quad (2.35)$$

Durch eine schichtselektive Anregung (s. Abschnitt 2.6.2) kann die Gleichung 2.35 auf zwei Dimensionen (O. E. d. A. die xy-Ebene, Schichtdicke Δz) reduziert werden:

$$s(t) \propto \Delta z \iint M_{\perp}(x, y) e^{-2\pi i (k_x(t)x + k_y(t)y)} dx dy \quad (2.36)$$

und nach einer Reparametrisierung

$$s(k_x, k_y) \propto \iint M_{\perp}(x, y) e^{-2\pi i(k_x x + k_y y)} dx dy. \quad (2.37)$$

Aus Gleichung 2.9 folgt, daß M_0 und damit auch M_{\perp} proportional der Spindichte ρ ist, so daß

$$s(k_x, k_y) \propto \Delta z \iint \rho(x, y) e^{-2\pi i(k_x x + k_y y)} dx dy \quad (2.38)$$

und damit¹

$$\rho(x, y) \propto \mathcal{F}^{-1}[s(k_x, k_y)]. \quad (2.39)$$

Der k -Raum ist der Ortsfrequenz-Raum der Spindichteverteilung ρ , in dem das MR-Signal aufgenommen wird. Wird dieser ausreichend abgetastet, so erhält man durch eine zweidimensionale Fourier-Transformation die räumliche Verteilung der Spindichte (s. Abbildung 2.5). Durch eine geeignete Wahl der Sequenzparameter können verschiedene Kontraste, z.B. abhängig von der Verteilung der T_1 - bzw. T_2 -Relaxationszeiten, erreicht werden (s. Abschnitt 2.8).

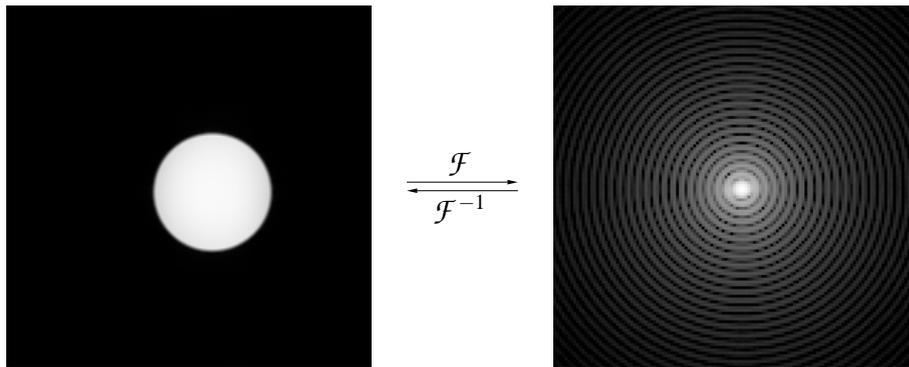


Abbildung 2.5: (links) MR-Bild (Ortsraum) einer Schicht eines mit CuSO_4 -Lösung gefüllten Glaskolbens und (rechts) das dazugehörige k -Raum-Bild (Ortsfrequenz-Raum, logarithmische Darstellung). Durch eine Fourier- bzw. Fourier-Rücktransformation gelangt man von einem Raum zum anderen.

k -Raum-Trajektorie

Der zum k -Raum (Ortsfrequenz-Raum) duale Raum ist der Raum der Spindichteverteilung (Ortsraum), wobei der Übergang durch eine inverse Fourier-Transformation erfolgt:

$$\mathcal{F}^{-1} : \vec{k} \rightarrow \vec{x}. \quad (2.40)$$

¹In dieser Arbeit wird folgende Definition der Fourier-Transformierten

$$s(\vec{k}) = \mathcal{F}[\rho(\vec{x})] = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\vec{x}) e^{-2\pi i \vec{k} \cdot \vec{x}} d\vec{x}$$

und der inversen Fourier-Transformierten

$$\rho(\vec{x}) = \mathcal{F}^{-1}[s(\vec{k})] = \int_{-\infty}^{\infty} s(\vec{k}) e^{2\pi i \vec{k} \cdot \vec{x}} d\vec{k}$$

verwendet.

Der k -Raum wird während des MR-Experiments durch Aufnahme des Signals $s(t)$ und anschließender Analog-Digital-Wandlung diskretisiert (abgetastet). Im eindimensionalen Fall sei das Objekt begrenzt, d.h. die Ausdehnung sei kleiner als FOV (*Field Of View*). Der k -Raum wird im Abstand Δk , gegeben durch die Gradientenstärke G und Abtastfrequenz $f = 1/\Delta t$, abgetastet

$$\Delta k = \frac{\gamma}{2\pi} G \Delta t, \quad (2.41)$$

unter der Voraussetzung eines konstanten Gradientenfeldes G . Das diskretisierte Signal $s_s(k)$ ist dann

$$s_s(k) = \text{comb}\left(\frac{k}{\Delta k}\right) s(k) \quad (2.42)$$

mit

$$\text{comb}(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - n). \quad (2.43)$$

Für die Spindichtevertelung gilt dann:

$$\begin{aligned} \rho_s(x) &= \mathcal{F}^{-1} \left[\text{comb}\left(\frac{k}{\Delta k}\right) \right] \otimes \rho(x) \\ &= \Delta k \text{comb}(\Delta k x) \otimes \rho(x) \\ &= \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(x - \frac{n}{\Delta k}\right) \right) \otimes \rho(x). \end{aligned} \quad (2.44)$$

Um das Objekt $\rho(x)$ eindeutig rekonstruieren zu können, muß

$$\frac{1}{\Delta k} \geq FOV \quad (2.45)$$

sein (Abtasttheorem). Werden n Werte von $-k_{max}$ bis k_{max} mit $\Delta k = FOV^{-1}$ abgetastet, so erhält man durch eine diskrete Fourier-Transformation (DFT) n Werte im Ortsraum, d.h. für die nominelle Auflösung Δx (\equiv Pixelgröße) gilt

$$\Delta x = \frac{FOV}{n} = \frac{1}{2k_{max}}. \quad (2.46)$$

Am Beispiel einer vereinfachten Gradienten-Echo-Sequenz wird die Aufnahme und Rekonstruktion eines zweidimensionalen Bildes (Schnittbild) mit Hilfe des k -Raum-Formalismus verdeutlicht (s. Abbildung 2.6). Um eine Bildmatrix von $N_x \times N_y$ zu erhalten, müssen $N_x \times N_y$ Werte im k -Raum unter Berücksichtigung von Gleichung 2.46 abgetastet werden. Nach dem HF-Puls befindet man sich im Zentrum $(k_x, k_y) = (0, 0)$ des k -Raums und zum Zeitpunkt t nach dem HF-Puls nach Gleichung 2.34 durch den Verlauf der Gradientenfelder gegeben. Durch die zwei Gradientenpulse wird die Position $(-k_{xmax}, k_y)$ erreicht. Anschließend wird G_x (Auslesegradient) umgepolt und das Signal aufgenommen, während der k -Raum von $-k_{xmax}$ bis k_{xmax} abgetastet wird (Aufnahme einer k -Raum-Zeile). Dieser Vorgang muß N_y mal mit unterschiedlich starken Gradientenpulsen G_y (Phasenkodiergradient) wiederholt werden, und zwar für jede k -Raum-Zeile (Phasenkodierschritt). Der Pfad im k -Raum, der durch die Gradientenfelder nach

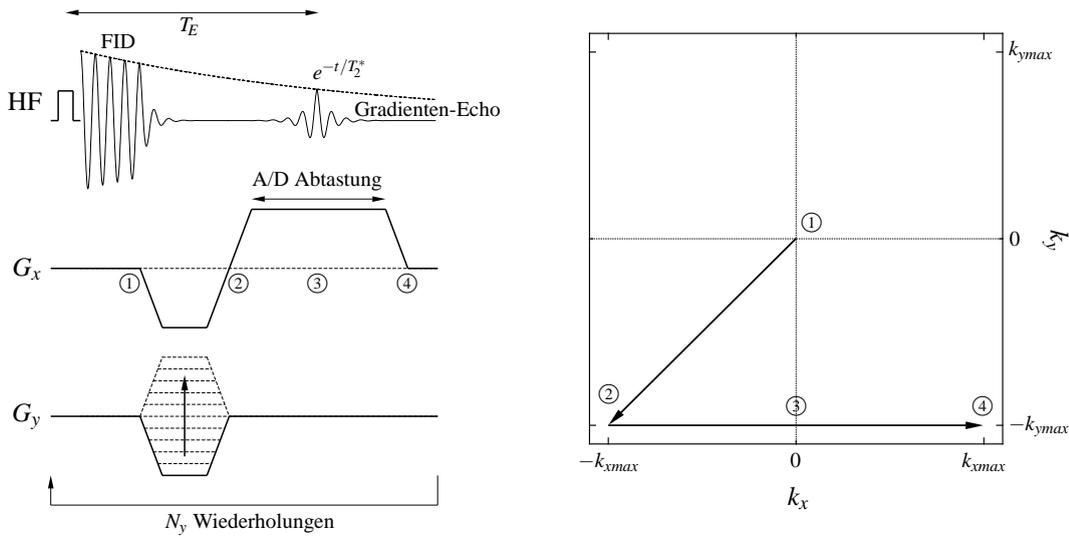


Abbildung 2.6: Vereinfachtes Schema einer Gradienten-Echo-Sequenz. Nach der HF-Anregung ist der Ort des Signals $s(k_x, k_y)$ im Zentrum des k -Raums (①). Durch die beiden Gradientenpulse in x und y -Richtung wird die Magnetisierung dephasiert und der FID verschwindet, wobei die Position $(-k_{xmax}, -k_{ymax})$ erreicht wird (②). Durch ein Umpolen des Auslesegradienten G_x wird eine k -Raum-Zeile abgetastet. In der Mitte bei $k_x = 0$ entsteht das Gradienten-Echo (③), dessen Intensität von der T_2^* -Relaxationszeit abhängt. Für eine Bildmatrix von $N_x \times N_y$ muß dieses Experiment N_y mal mit unterschiedlich starken Gradientenpulsen G_y (Phasenkodierschritte) wiederholt werden, damit der gesamte k -Raum abgetastet wird.

der HF-Anregung bestimmt wird, wird auch k -Raum-Trajektorie genannt. Der negative Gradientenpuls in Ausleserichtung dephasiert die Magnetisierung, wodurch das Signal verschwindet. Die anschließende Umpolung des Gradientenfeldes rephasiert die Magnetisierung, so daß zum Zeitpunkt $t = T_E$ (Echozeit) gilt

$$\int_0^{T_E} G_x dt = 0, \quad (2.47)$$

d.h. $k_x = 0$ und das sogenannte Gradienten-Echo entsteht. Wegen der Abtastung des k -Raums auf einem rechtwinkligen Gitter kann das Bild durch eine zweidimensionale DFT berechnet werden. Im zentralen Teil des k -Raums ist der Kontrast (niedrige Ortsfrequenzen) des Bildes, die Details wie z.B. Kanten (hohe Ortsfrequenzen) dagegen im äußeren Teil des k -Raums kodiert (s. Abbildung 2.7). Eine geeignete Überlagerung der Feldgradienten G_x , G_y und G_z erlaubt die Aufnahme von Schnittbildern mit beliebiger Orientierung.

Bei Spin-Echo-Sequenzen, bei denen durch einen 180° -Puls die Dephasierung der Magnetisierung aufgrund von Feldinhomogenitäten und chemischer Verschiebung zum Echozeitpunkt rephasiert wird, bewirkt im k -Raum eine Spiegelung der Position (k_x, k_y) am Ursprung (s. Abbildung 2.8)

$$180^\circ : \vec{k} \rightarrow -\vec{k}. \quad (2.48)$$

Die k -Raum-Trajektorie entspricht bei einer einfachen Spin-Echo-Sequenz der einer Gradienten-Echo-Sequenz.

Eine Möglichkeit, die Aufnahmezeit zu verkürzen, ist die Aufnahme eines größeren Teils des k -Raums nach einer Anregung. Bei der Echo Planar Bildgebung (*Echo Planar Imaging*, EPI)

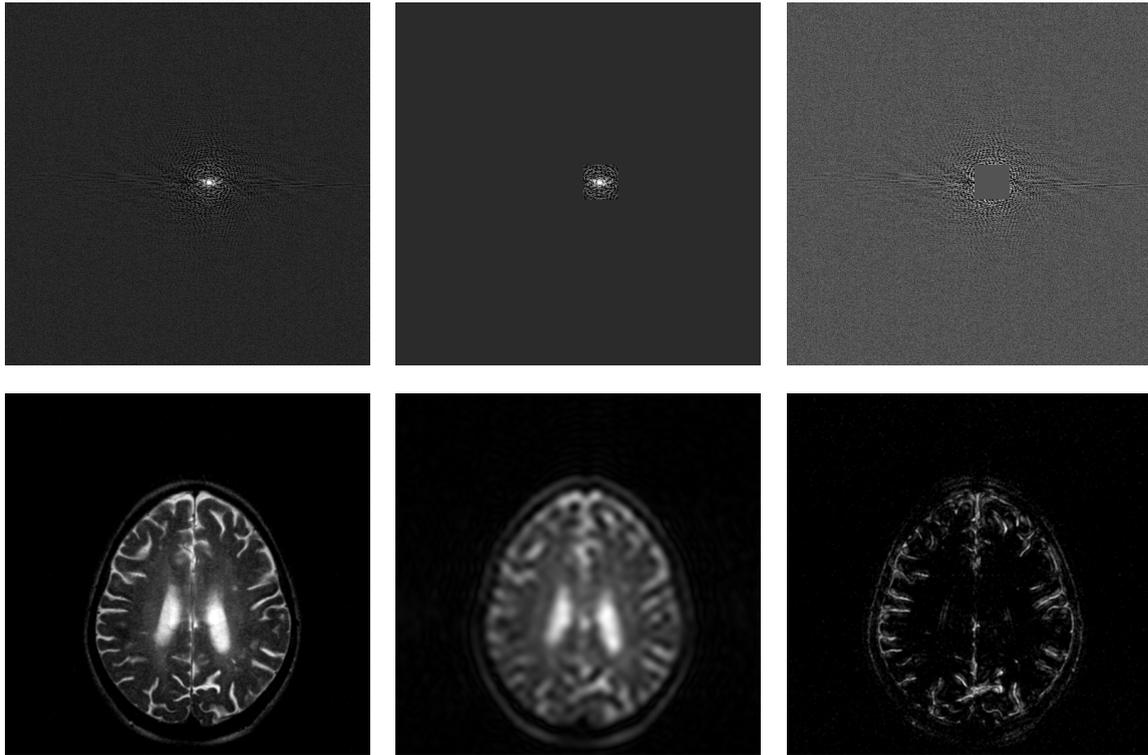


Abbildung 2.7: (links) Kopfaufnahme mit dazugehörigem k -Raum-Bild (logarithmische Darstellung). (Mitte) In dem zentralen Teil des k -Raums (niedrige Ortsfrequenzen) ist die Information über den Kontrast und (rechts) im äußeren Teil (hohe Ortsfrequenzen) über die Details enthalten.

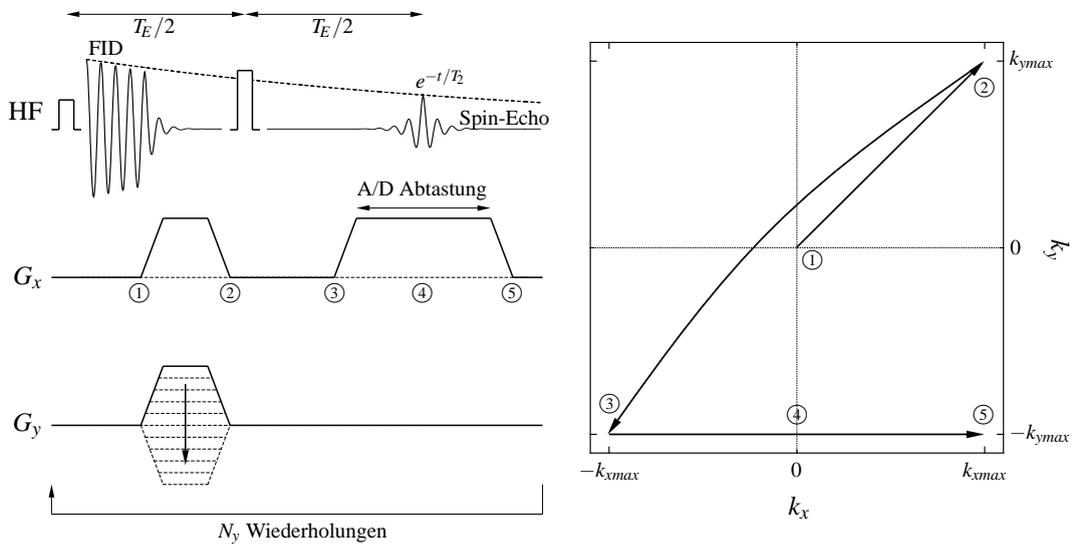


Abbildung 2.8: Vereinfachtes Schema einer Spin-Echo-Sequenz. Ein zweiter HF-Puls (180°) rephasiert die Magnetisierung zum Echozeitpunkt. Im k -Raum bewirkt dieser eine Spiegelung am Ursprung (② \rightarrow ③). Deshalb haben im Gegensatz zur Gradienten-Echo-Sequenz (s. Abbildung 2.6) die Gradientenpulse in Ausleserichtung zur Dephasierung bzw. Rephasierung die gleiche Polarität. Da der 180° -Puls die Dephasierungen aufgrund von Feldinhomogenitäten und der chemischen Verschiebung zum Echozeitpunkt rephasiert, ist die Intensität des Spin-Echos von der T_2 -Relaxationszeit abhängig.

[Man77] wird der gesamte k -Raum nach einer Anregung akquiriert (s. Abbildung 2.9). Dabei sind auch andere k -Raum-Trajektorien, wie z.B. bei der Spiralbildgebung (*spiral scans*) [Ahn86], möglich (s. Abbildung 2.10). Wird der k -Raum jedoch nicht auf einem rechtwink-

ligen Gitter abgetastet, so muß vor der Anwendung der DFT eine Interpolation (Regridding-Methoden) durchgeführt werden [Jac91]. Die eigentliche Ortsauflösung einer Sequenz wird durch die Punktbildfunktion (*Point Spread Function*, PSF) bestimmt, die unter anderem von der k -Raum-Trajektorie abhängt. Bei langen Akquisitionszeiten können die Relaxationseffekte nicht mehr vernachlässigt werden, was zu Signalverlusten oder zur Auflösungsver schlechterung führen kann. Zusätzlich sind solche Sequenzen im Allgemeinen artefaktanfälliger.

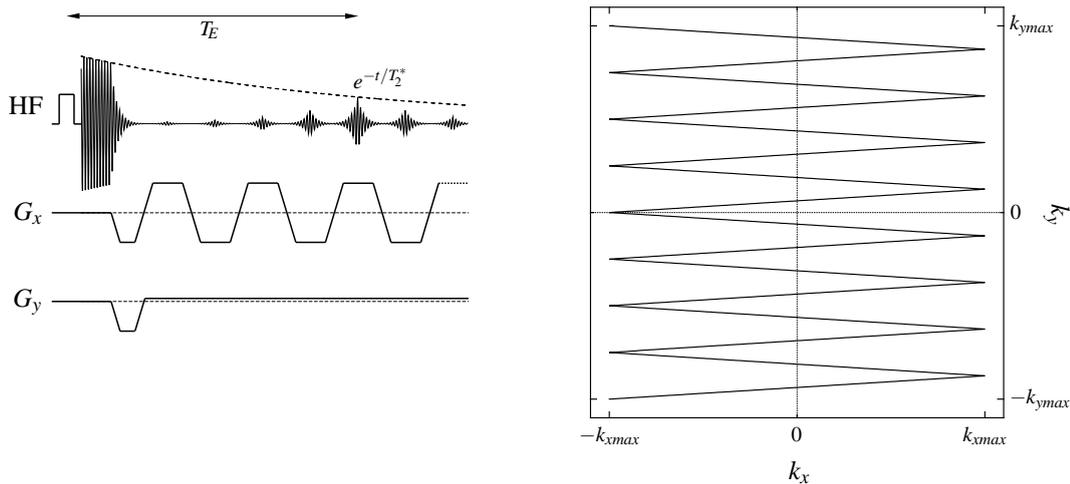


Abbildung 2.9: (links) Schematische Darstellung einer Echo-Planar-Pulssequenz (EPI) und (rechts) der entsprechenden k -Raum-Trajektorie. Um die Meßzeit zu verkürzen, wird hierbei ein großer Teil des k -Raums nach einer HF-Anregung abgetastet. Wegen der langen Zeiten, während der das Signal abgetastet wird, ist diese Methode unter anderem stärker anfällig für Inhomogenitäten des B_0 -Feldes. Der Offset von G_y bestimmt die Steigung der k -Raum-Trajektorie.

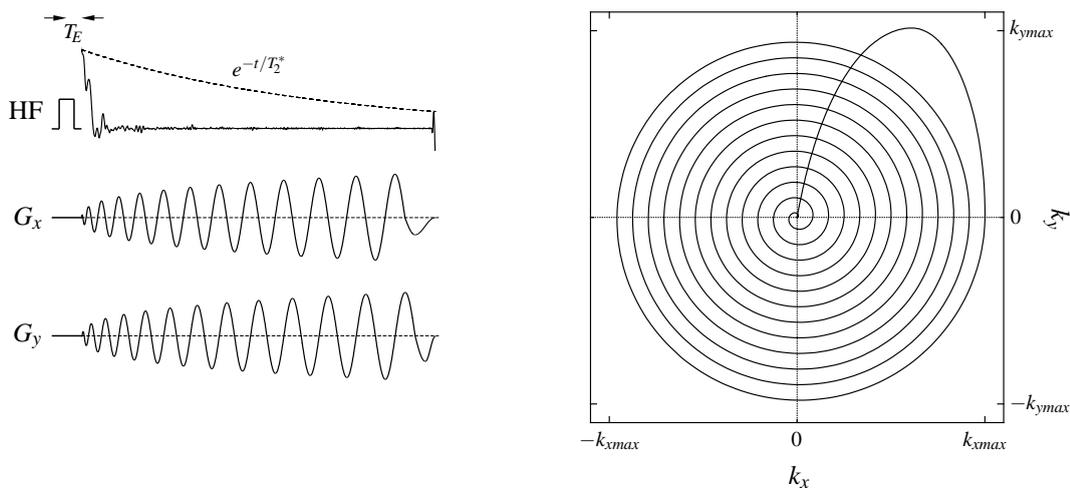


Abbildung 2.10: (links) Schematische Darstellung einer Spiralbildgebungs-Sequenz und (rechts) der entsprechenden k -Raum-Trajektorie. Ein Vorteil dieser Methode ist der Beginn im Zentrum des k -Raums (kurze Echozeit T_E) und die gleichmäßige Abtastung des k -Raums.

2.6.2 Schichtselektive Anregung

Um die in Abschnitt 2.6.1 beschriebene Ortskodierung auf zwei Dimensionen beschränken zu können, wird eine schichtselektive Anregung durchgeführt, bei der nur die Kernmagnetisierung innerhalb einer begrenzten Schicht aus dem Gleichgewichtszustand gebracht wird. Dies wird durch eine Überlagerung des homogenen Hauptmagnetfeldes $\vec{B}_0 = |\vec{B}_0|\vec{e}_z$ mit einem Gradientenfeld \vec{G} erreicht, wodurch die Resonanzfrequenz ortsabhängig wird

$$\vec{\omega}_L = -|\vec{\omega}_L|\vec{e}_z = -\gamma\left(\vec{B}_0 + (\vec{x}\vec{G})\vec{e}_z\right) \quad (2.49)$$

und der HF-Puls mit der Frequenz $\vec{\omega} = -|\vec{\omega}|\vec{e}_z$ nur für eine Schicht die Resonanzbedingung erfüllt. Ist der HF-Puls amplitudenmoduliert, d.h. $\vec{B}_1(t) = B_1(t)(\cos\phi(t)\vec{e}_x + \sin\phi(t)\vec{e}_y)$ mit einer möglichen zusätzlichen Phase $\phi(t)$, dann ist die Bewegungsgleichung in dem mit der Frequenz $\vec{\omega}$ rotierenden Bezugssystem nach Gleichung 2.12

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{M}(t)}{dt} &= \gamma\vec{M}(t) \times \vec{B}_{eff} \\ \vec{B}_{eff} &= \vec{B}_0 + (\vec{x}\vec{G})\vec{e}_z + \frac{\vec{\omega}}{\gamma} + \vec{B}_1(t) \\ &= \frac{\Delta\Omega}{\gamma}\vec{e}_z + \vec{B}_1(t) \end{aligned} \quad (2.50)$$

mit

$$\Delta\Omega = |\vec{\omega}_L| - |\vec{\omega}| + \gamma\vec{x}\vec{G}. \quad (2.51)$$

Mit $M_\perp = M_x + iM_y$ lauten die Blochschen Gleichungen für die Längs- bzw. Querkomponenten

$$\frac{dM_\perp(t)}{dt} = -i\Delta\Omega M_\perp(t) + i\gamma M_z(t) B_1(t) e^{i\phi(t)} \quad (2.52)$$

$$\frac{dM_z(t)}{dt} = \gamma B_1(t) \left(M_x(t) \sin\phi(t) - M_y(t) \cos\phi(t) \right). \quad (2.53)$$

Bei der Näherung für kleine Drehwinkel (Linearisierung der Blochschen Gleichungen) wird angenommen, daß der HF-Puls einen vernachlässigbaren Effekt auf die Längsmagnetisierung hat, so daß diese als konstant und gleich der Gleichgewichtsmagnetisierung angenommen wird, d.h. $M_z(t) = M_0$. Dann muß nur Gleichung 2.52 gelöst werden. Für die Pulsdauer T_p gilt somit zum Zeitpunkt $t \geq T_p$:

$$M_\perp(t) = i\gamma M_0 e^{-i\Delta\Omega t} \int_0^{T_p} B_1(\tau) e^{i\phi(\tau)} e^{i\Delta\Omega\tau} d\tau, \quad (2.54)$$

d.h. für kleine Drehwinkel ist die ortsabhängige Quermagnetisierung zum Zeitpunkt T_p

$$M_\perp(\Delta\Omega) = i\gamma M_0 e^{-i\Delta\Omega T_p} \mathcal{F}^{-1}[B_1(t) e^{i\phi(t)}], \quad (2.55)$$

wobei $\Delta\Omega = \Delta\Omega(\vec{x})$ durch Gleichung 2.51 definiert ist. Der zusätzliche Phasengang $e^{-i\Delta\Omega T_p}$ kann durch einen umgepolten Feldgradienten nach dem HF-Puls ausgeglichen (refokussiert) werden. Die resultierende Quermagnetisierung wird als Schichtprofil bezeichnet. O.E.d.A. sei im folgenden $\vec{G} = G_z \vec{e}_z$. Als Schichtdicke Δz wird die Halbwertsbreite der Quermagnetisierung definiert, die nach Gleichung 2.55 mit der Bandbreite Δf des HF-Pulses zusammenhängt. Aus Gleichung 2.51 folgt dann für die Schichtdicke

$$\Delta z = \frac{\Delta f}{\frac{\gamma}{2\pi} G_z}. \quad (2.56)$$

Um ein rechteckförmiges Schichtprofil zu erhalten, ist eine Amplitudenmodulation des HF-Pulses entsprechend der Funktion $\text{sinc } t/t$ (sinc-Funktion) mit unendlicher Länge nötig. Eine endliche Länge des Pulses führt zu Abweichungen (s. Abbildung 2.11). Durch eine schichtselektive Anregung ist die Kernmagnetisierung an einem Ort (x, y) die Projektion längs der Schicht, d.h.

$$M_{\perp}(x, y) = \int M_{\perp}(x, y, z) dz. \quad (2.57)$$

Ist die Kernmagnetisierung in der Schicht nicht gleichgerichtet, d.h. besteht ein Phasengang, so führt dies zu einer Verringerung der Gesamtmagnetisierung und somit zu Signalverlusten.

Die Schichtposition z_m (Mitte des Schichtprofils) ergibt sich aus Gleichung 2.51

$$z_m = \frac{\omega - \omega_0}{\gamma G_z}, \quad (2.58)$$

und ist wegen Gleichung 2.29 (s. Abschnitt 2.5) auch von der chemischen Verschiebung δ abhängig (*chemical shift artifact*). Die Differenz der Schichtpositionen von Fett- und Wassersignalen z_{diff} beträgt mit $\Delta\delta = \delta_{\text{H}_2\text{O}} - \delta_{\text{Fett}} = 3,5 \text{ ppm}$

$$z_{diff}/\Delta z = \frac{\gamma}{2\pi} B_0 \Delta\delta / \Delta f. \quad (2.59)$$

Die Linearisierung der Blochschen Gleichungen liefert bei Drehwinkeln bis zu 30° gute Ergebnisse. Größere Drehwinkel (90° oder 180°) erfordern numerische Lösungen². Dazu wird der HF-Puls diskretisiert und auf den zu erreichenden Drehwinkel α skaliert

$$\alpha = \gamma \sum_{n=0}^N B_1(n\Delta t) \Delta t \quad (2.60)$$

mit $\Delta t = T_p/N$. Der Frequenzbereich $|\Delta\Omega_i| < \Omega_{max}$ wird in I Intervalle $\Delta\omega$ unterteilt ($0 \leq i \leq I = 2\Omega_{max}/\Delta\omega$). Um die Bewegung der Kernmagnetisierung \vec{M} diskretisieren zu können, müssen $\gamma B_1(n\Delta t)\Delta t$ und $\Omega_{max}\Delta t$ infinitesimale Drehungen sein. Dann wird für jede Frequenz $\Delta\Omega_i$ die Magnetisierung \vec{M}_n^i zum Zeitpunkt $n\Delta t$ aus \vec{M}_{n-1}^i durch zwei Drehungen berechnet, und zwar zuerst um den Winkel $\gamma B_1(n\Delta t)\Delta t$ um die Achse $\cos\phi(n\Delta t)\vec{e}_x + \sin\phi(n\Delta t)\vec{e}_y$ in der xy-Ebene und dann um den Winkel $\Delta\Omega_i\Delta t$ um die z-Achse (s. Abbildung 2.12). Abschließend wird \vec{M}_N^i

²Das Programm zur numerischen Lösung der Schichtprofile von HF-Pulsen wurde von Herrn Dr. F. Seifert entwickelt, der auch die Berechnungen für den *sinc5*-Puls durchgeführt hat.

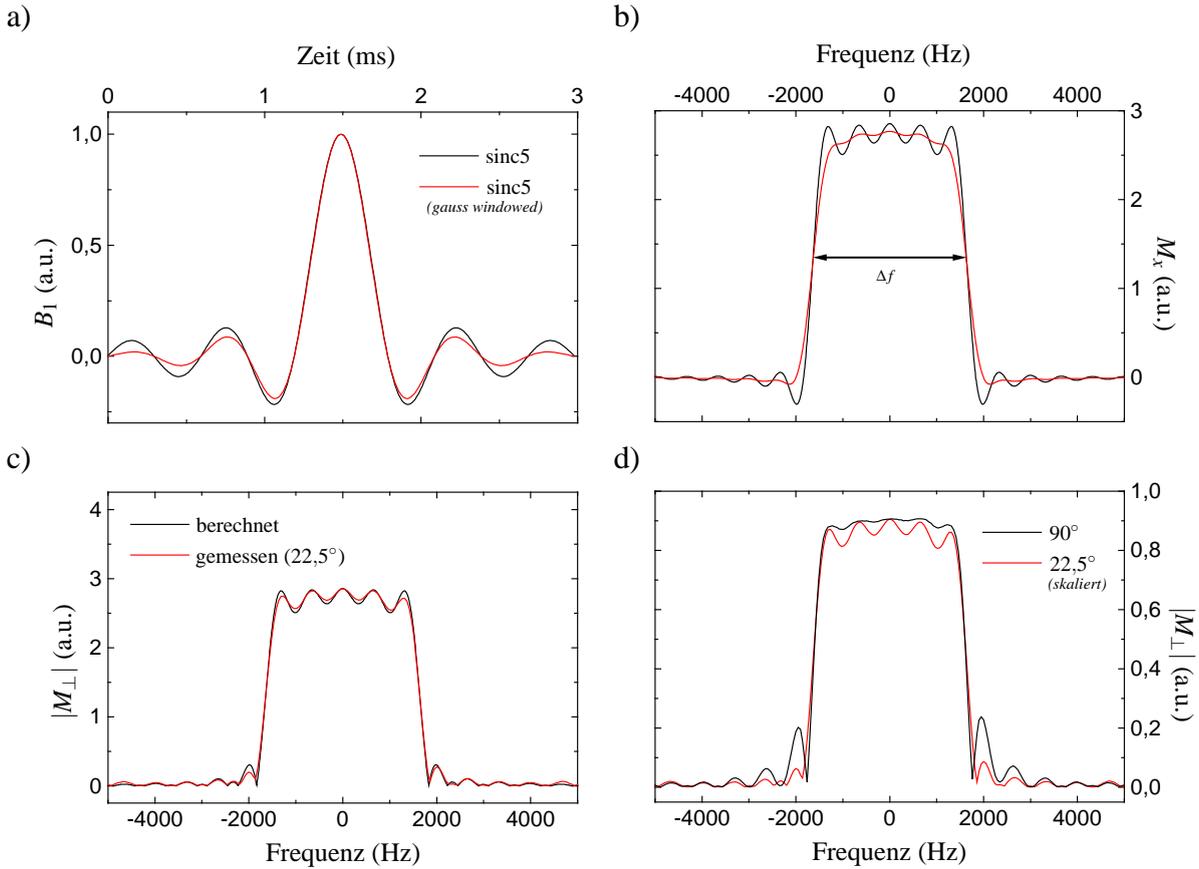


Abbildung 2.11: (a) B_1 -Amplitude eines $\text{sinc}5$ -Anregungspulses mit und ohne Fensterfunktion. (b) Nach Gleichung 2.54 (Näherung für kleine Drehwinkel) berechnete Schichtprofile. Die Fensterfunktion verringert die Überschwinger, jedoch auch die Kantenschärfe. Die Stärke des anliegenden Feldgradienten G bestimmt nach Gleichung 2.56 die erzielte Schichtdicke. (c) Für einen Drehwinkel von $22,5^\circ$ stimmt die Näherung mit der Messung sehr gut überein. (d) Das gemessene Schichtprofil eines 90° -Pulses weicht von dem gemessenen und skalierten Schichtprofil eines Pulses mit dem Drehwinkel von $22,5^\circ$ ab, d.h. die Näherung für kleine Drehwinkel liefert kein gutes Ergebnis. Für große Drehwinkel sind deshalb numerische Methoden notwendig (s. Abbildung 2.12).

noch um den Winkel $-\Delta\Omega_i T_r$ um die z-Achse gedreht (Refokussierung durch einen umgepolten Gradientenpuls der Dauer T_r).

Die selektive Anregung kann auch mit dem k -Raum-Formalismus erklärt werden [Pau89]. Dieser Ansatz erleichtert vor allem die Berechnung von mehrdimensionalen Anregungspulsen. Ist das Gradientenfeld \vec{G} zeitabhängig, so ergibt sich mit der Näherung für kleine Drehwinkel die Lösung für die ortsabhängige Quermagnetisierung aus Gleichung 2.54 zum Zeitpunkt T

$$M_{\perp}(\vec{x}) = i\gamma M_0 \int_0^T B_1(t) e^{-i\vec{k}\vec{x}} J_r^T \vec{G}(\tau) d\tau dt. \quad (2.61)$$

Mit der Definition des Ortsfrequenzvektors

$$\vec{k}(t) = -\frac{\gamma}{2\pi} \int_t^T \vec{G}(\tau) d\tau \quad (2.62)$$

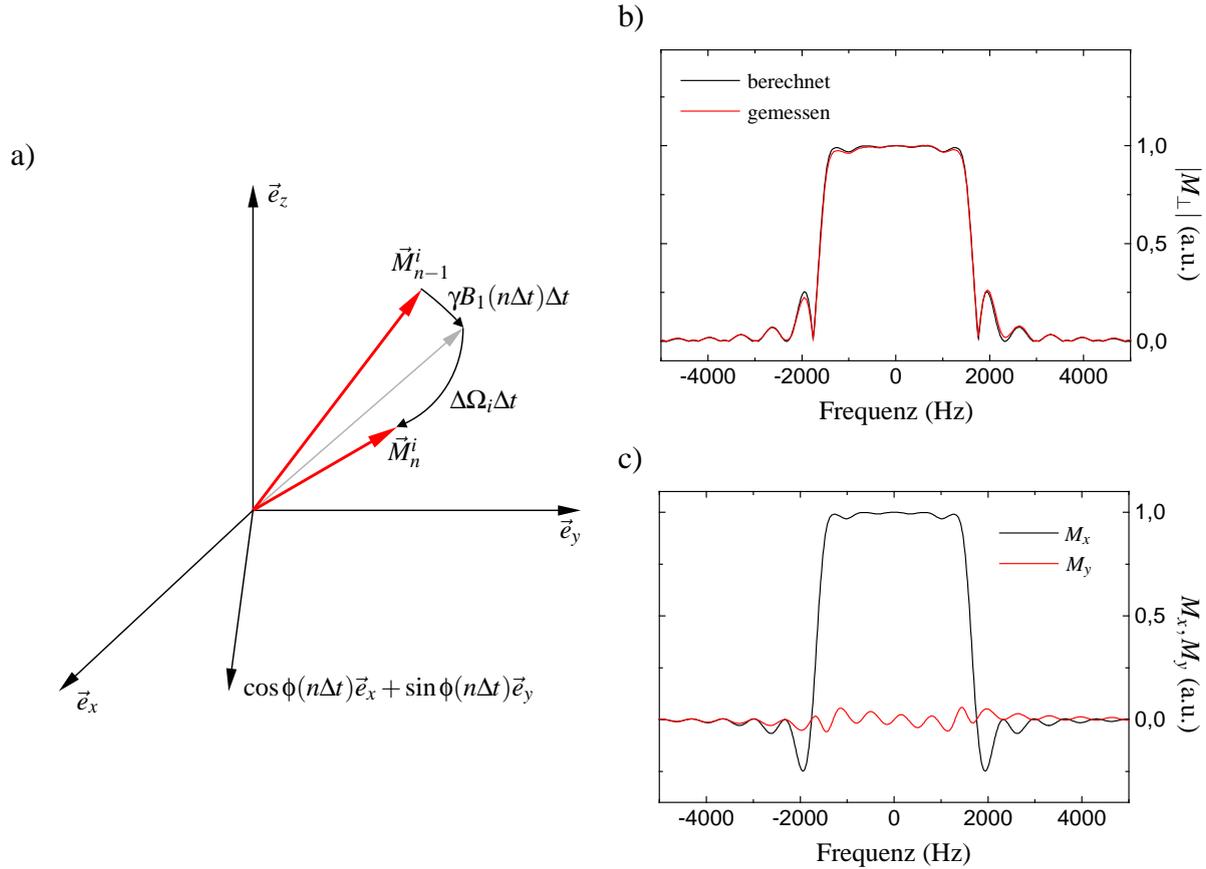


Abbildung 2.12: (a) Schema der implementierten numerischen Methode zur Berechnung von Schichtprofilen. Dabei wird die Bewegung der Kernmagnetisierung \vec{M} diskretisiert und für jede Frequenz $\Delta\Omega_i$ innerhalb eines Zeitintervalls Δt in zwei Drehungen aufgeteilt. Zuerst um den Winkel $\gamma B_1(n\Delta t)\Delta t$ um die Achse $\cos\phi(n\Delta t)\vec{e}_x + \sin\phi(n\Delta t)\vec{e}_y$ und dann um den Winkel $\Delta\Omega_i\Delta t$ um die Achse \vec{e}_z . (b) Das mit dieser Methode berechnete Schichtprofil für einen 90° *sinc5*-Puls (s. Abbildung 2.11a) stimmt sehr gut mit dem gemessenen überein. (c) Die Betrachtung der beiden Komponenten M_x und M_y zeigt, daß der starke Überschwinger wegen des entgegengesetzten Vorzeichens zu einer Signalreduktion führt.

wird aus Gleichung 2.61

$$M_\perp(\vec{x}) = i\gamma M_0 \int_0^T B_1(t) e^{2\pi i \vec{x} \vec{k}(t)} dt. \quad (2.63)$$

Im Gegensatz zur Definition des k -Raum-Vektors im Empfangsfall (s. Gleichung 2.34) wird in Gleichung 2.62 vom Zeitpunkt t bis zum Ende des Anregungspulses integriert. Nach Pauly et al. [Pau89] gilt dann für die Quermagnetisierung

$$M_\perp(\vec{x}) = i\gamma M_0 \int_{\mathcal{K}} W(\vec{k}) S(\vec{k}) e^{2\pi i \vec{x} \vec{k}} d\vec{k}, \quad (2.64)$$

mit

$$S(\vec{k}) = \int_0^T \delta(\vec{k}(t) - \vec{k}) |\dot{\vec{k}}(t)| dt, \quad (2.65)$$

$$W(\vec{k}(t)) = \frac{B_1(t)}{|\dot{\vec{k}}(t)|}, \quad (2.66)$$

wobei $W(\vec{k})$ die Gewichtungsfunktion im mehrdimensionalen k -Raum \mathcal{K} ist und für alle $\vec{k} \notin \vec{k}(t)$ undefiniert bleibt. $S(\vec{k})$ ist die Sampling-Funktion, die durch den Faktor $|\dot{\vec{k}}(t)|$ normiert wird. Damit gilt

$$M_{\perp}(\vec{x}) \propto \mathcal{F}^{-1}[S(\vec{k})] \otimes \mathcal{F}^{-1}[W(\vec{k})]. \quad (2.67)$$

Die Wahl von $S(\vec{k})$ und $W(\vec{k})$ bestimmt den Gradientenverlauf nach Gleichung 2.62 und damit die Amplitudenmodulation des HF-Pulses nach Gleichung 2.66. Dabei beschränkt sich der k -Raum-Formalismus nicht nur auf die Ortsfrequenz-Räume k_x , k_y und k_z , sondern kann auch auf k_{ω} angewendet werden, wodurch auch ein spektral und räumlich selektiver Anregungspuls generiert werden kann, der nur die Anregung der Wasserprotonen in einer Schicht erlaubt und somit eine Fettunterdrückung darstellt (spektral und räumlich selektiver Anregungspuls, s. nächster Abschnitt).

Spektral und räumlich selektiver Anregungspuls

Das Fettsignal kann in der Bildgebung zu vielfältigen Artefakten führen, insbesondere bei der schnellen Bildgebung, die auf Echo Planar bzw. Spiralbildgebungs-Verfahren beruhen. Eine Möglichkeit, das Fettsignal zu unterdrücken, besteht darin, nur die Wasserprotonen anzuregen. Für eine gleichzeitige schichtselektive Anregung ist ein mehrdimensionaler Anregungspuls erforderlich, der am 3-Tesla-Tomographen für eine schnelle Herzbildgebung (s. Kapitel 5) implementiert wurde, im Rahmen dieser Arbeit für diese Anwendung jedoch nicht mehr zum Einsatz kam. Im folgenden wird die Konstruktion eines solchen Anregungspulses, wie sie von Meyer et. al [Mey90] beschrieben wurde, kurz skizziert (für eine ausführliche Herleitung s. Anhang C). Es sei der k -Raum $\mathcal{K} = (k_z, k_{\omega})$ und

$$k_z(t) = -R \int_t^0 G_z(\tau) d\tau \quad (2.68)$$

$$k_{\omega}(t) = \frac{1}{2\pi} t \quad (2.69)$$

mit $-T \leq t \leq 0$ und $R = \frac{\gamma}{2\pi} \text{ m} \cdot \text{s}$, so daß k_z und k_{ω} die gleiche Einheit haben. Man wählt

$$G_z(t) = \hat{G} \cos \Omega t \quad (2.70)$$

und daraus folgt

$$k_z(t) = \frac{R\hat{G}}{\Omega} \sin \Omega t = \frac{R\hat{G}}{\Omega} \sin 2\pi\Omega k_{\omega}. \quad (2.71)$$

Unter der Annahme, daß $S(\vec{k})$ den k -Raum gleichmäßig abtastet und die Quermagnetisierung M_{\perp} sowohl in Orts- als auch in Frequenzrichtung ein Gaußprofil aufweisen soll, ist

$$W(\vec{k}) = a e^{-(2\pi k_z)^2/b^2} e^{-(2\pi k_{\omega} + T/2)^2/c^2} \quad (2.72)$$

und somit nach Gleichung 2.66

$$B_1(t) = B e^{-\alpha \sin^2 \Omega t} e^{-\beta(t+T/2)^2} |\cos \Omega t|. \quad (2.73)$$

Jedoch muß auch die Auswirkung der Samplingfunktion $S(\vec{k})$ berücksichtigt werden, d.h.

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^{-1}[S(\vec{k})] &= \int_{\mathcal{K}_z} \int_{\mathcal{K}_\omega} S(k_z, k_\omega) e^{2\pi i(k_z z + k_\omega \omega)} dk_\omega dk_z \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{\mathcal{K}_z} C_n(k_z) e^{2\pi i k_z z} dk_z \delta(\omega - n\Omega) \end{aligned} \quad (2.74)$$

mit

$$C_n(k_z) = \Omega \int_{-1/2\Omega}^{1/2\Omega} S(k_z, k_\omega) e^{2\pi i n \Omega k_\omega} dk_\omega, \quad (2.75)$$

da $S(k_z, k_\omega)$ bezüglich k_ω die Periode $1/\Omega$ hat. Da $W(\vec{k})$ separabel ist, d.h. $W(\vec{k}) = W(k_z)W(k_\omega)$, gilt für $M_\perp(z, \omega)$

$$\begin{aligned} M_\perp(z, \omega) &\propto M_0 \left(\int_{\mathcal{K}_\omega} W(k_\omega) e^{2\pi i k_\omega \omega} dk_\omega \delta(z) \right) \\ &\otimes \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\int_{\mathcal{K}_z} W(k_z) e^{2\pi i k_z z} dk_z \otimes \frac{J_1(Az')}{2Az'} \otimes J_n(z') \right) \delta(\omega - n\Omega) \end{aligned} \quad (2.76)$$

mit

$$A = \sqrt{1 + \frac{1}{R^2 \hat{G}^2}} \quad (2.77)$$

$$z' = \frac{R \hat{G} z}{\Omega}. \quad (2.78)$$

Ist Ω groß im Vergleich zur Breite von $\mathcal{F}^{-1}[W(k_\omega)]$, so gilt für die Maxima in ω -Richtung

$$M_\perp(z, \omega = n\Omega) = \mathcal{F}^{-1}[W(k_z)] \otimes \frac{J_1(Az')}{2Az'} \otimes J_n(z'). \quad (2.79)$$

Um die Fettprotonen nicht anzuregen, sollte deren Resonanzfrequenz in einem der Minima liegen, also $(n + 1/2)\Omega = 450 \text{ Hz}$ (bei 3 Tesla). Das erste Minimum, d.h. $\Omega = 900 \text{ Hz}$, bietet dabei die geringste Anfälligkeit für Feldinhomogenitäten (s. Abbildung 2.13 und 2.14). Wegen der hohen Frequenz, mit der das Gradientenfeld $G_z(t)$ oszilliert, ist jedoch die minimale Schichtdicke des implementierten Anregungspulses etwa 1,6 cm. Um diese zu reduzieren, müßte die zu unterdrückende Resonanzfrequenz in dem zweiten Minimum liegen, d.h. $\Omega = 300 \text{ Hz}$, wodurch die minimale Schichtdicke bei etwa 5 mm läge, jedoch einerseits die Pulslänge und andererseits die Anfälligkeit für Feldinhomogenitäten vergrößert wären.

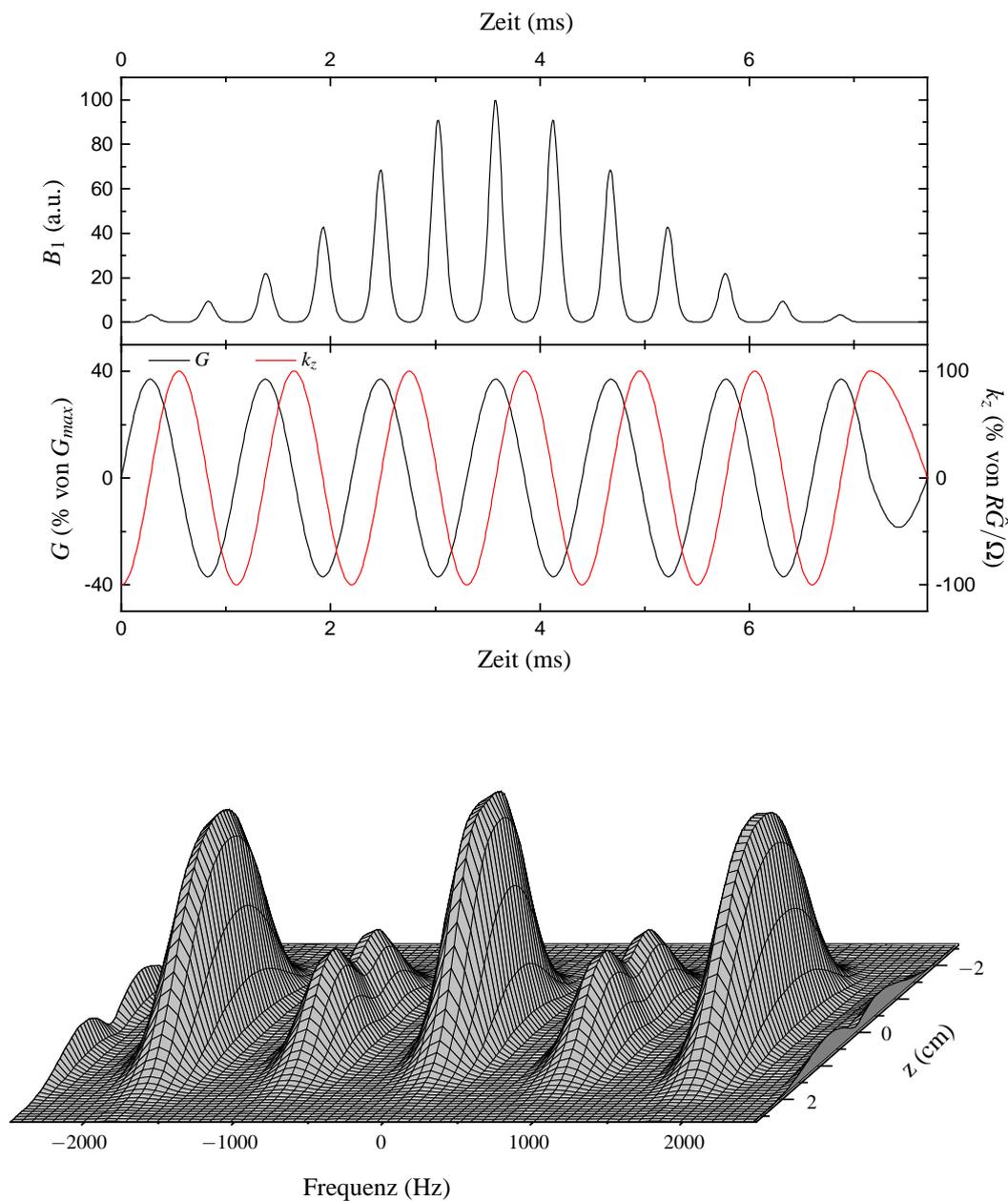


Abbildung 2.13: (oben) B_1 -Amplitude, Gradientenverlauf und daraus resultierende k -Raum-Trajektorie des implementierten spektral und räumlich selektiven Anregungspulses. (unten) Messung des frequenzabhängigen Schichtprofils $M_{\perp}(z, \omega)$ dieses Pulses. Die Oszillationsfrequenz des Gradienten wurde so gewählt, daß das Fettsignal (Frequenzdifferenz zum Wassersignal etwa 450 Hz bei 3 T) im ersten Minimum liegt.

Eine Verschiebung der Schicht um δz wird bei einem solchen Puls nicht durch eine Änderung der Sendefrequenz erreicht (s. Gleichung 2.58), sondern indem die Amplitudenmodulation $B_1(t)$ mit $e^{-2\pi i k_z(t)\delta z}$ multipliziert wird. Dann folgt aus Gleichung 2.64

$$M_{\perp}(z, \omega) = i\gamma M_0 \int_{\mathcal{K}} W(\vec{k}) S(\vec{k}) e^{2\pi i(k_z(z-\delta z) + k_{\omega}\omega)} d\vec{k}. \quad (2.80)$$

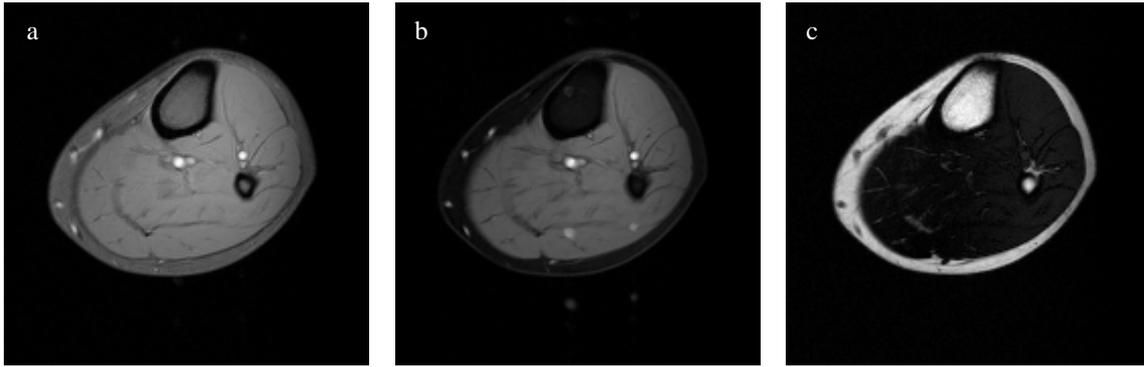


Abbildung 2.14: (a) Transversaler Schnitt einer Wade, aufgenommen mit einer Gradienten-Echo-Sequenz mit einem *sinc3*-Anregungspuls. (b) Wasser- und (c) Fettbild, aufgenommen mit derselben Sequenz unter Verwendung des spektral und räumlich selektiven Anregungspulses. Um das Fettbild zu erhalten, muß zur Anregung die Resonanzfrequenz der Fettprotonen verwendet werden (Wasserunterdrückung). Die Fett- bzw. Wasserunterdrückung des Anregungspulses ist sehr gut.

2.7 Magnetresonanzspektroskopie

Aufgrund der chemischen Verschiebung (s. Abschnitt 2.5) können in einem Kernresonanzspektrum, das z.B. durch Aufnahme eines FID gewonnen wird, verschiedene Resonanzlinien vorkommen. Die Spin-Spin-Kopplung (J-Kopplung) zwischen den Kernen, die über die Elektronen der chemischen Bindung vermittelt wird, führt zu einer Feinaufspaltung der Kernresonanzlinien und somit zu Multipletts. Diese Aufspaltung ist unabhängig vom statischen Magnetfeld B_0 . Anhand ihres Spektrums lassen sich typische Metabolite mit Hilfe der Magnetresonanzspektroskopie *in vivo* nachweisen. Die Lokalisation kann auf verschiedenen Wegen durchgeführt werden.

2.7.1 Einzelvoxel Spektroskopie

Bei der PRESS (*Point RESolved Spectroscopy*) Methode wird die Lokalisation durch drei orthogonale, schichtselektive Anregungspulse ($90^\circ - 180^\circ - 180^\circ$) erreicht (s. Abbildung 2.15). Das zweite Spin-Echo enthält nur Signale von dem Durchschnitt der drei Schichten, dem sogenannten VOI (*Volume Of Interest*). Kerne außerhalb des VOI werden dabei entweder nicht angeregt, oder deren Signal nicht refokussiert.

2.7.2 Spektroskopische Bildgebung

Wie bei der MR-Bildgebung kann die Ortskodierung auch durch zusätzliche Gradientenfelder erzeugt werden. Auch hier ermöglicht der k -Raum-Formalismus eine anschauliche Darstellung. Dabei ist wie im Sendefall (s. Abschnitt 2.6.2) der zur Frequenz gehörende k -Raum k_ω die Zeit t . In Abbildung 2.16 ist eine vierdimensionale CSI (*Chemical Shift Imaging*) Sequenz abgebildet. Durch die drei Gradientenpulse (Phasenkodierung) nach der Anregung wird die Position $(k_x, k_y, k_z, 0)$ erreicht, um dann anschließend einen FID und somit eine k -Raum-Zeile aufzunehmen. Für eine $N_x \times N_y \times N_z \times N_\omega$ Bildmatrix muß dieses Experiment $N_x \times N_y \times N_z$ mal

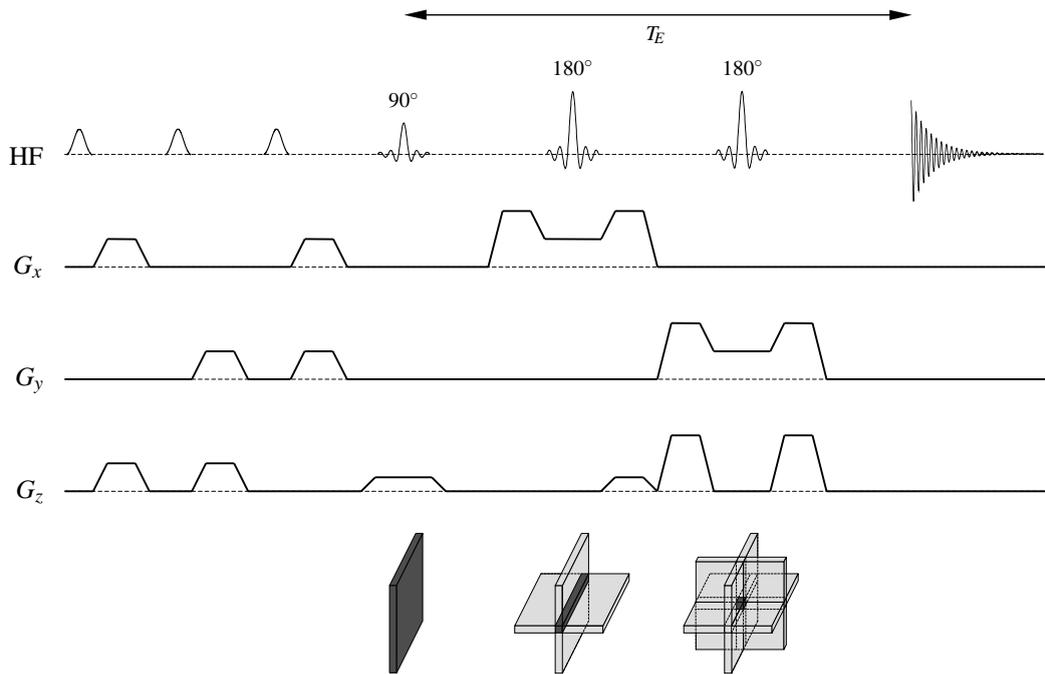


Abbildung 2.15: Pulssequenz der PRESS Methode (Einzelvoxel-Spektroskopie) mit Wasserunterdrückung (drei CHESS (*Chemical Shift Selective*) Sequenzen). Durch die drei orthogonalen, schichtselektiven Anregungspulse stammt das Signal des aufgenommenen FID nur aus dem Durchschnitt, dem sogenannten VOI. Das Spektrum in Abbildung 2.4 wurde mit dieser Methode aufgenommen.

mit unterschiedlichen Gradientenpulsen durchgeführt werden. Da dies schon bei einer kleinen Bildmatrix zu langen Meßzeiten führt, gibt es schnelle spektroskopische Bildgebungsmethoden, bei denen nach der Anregung ein größerer Teil des k -Raums abgetastet wird.

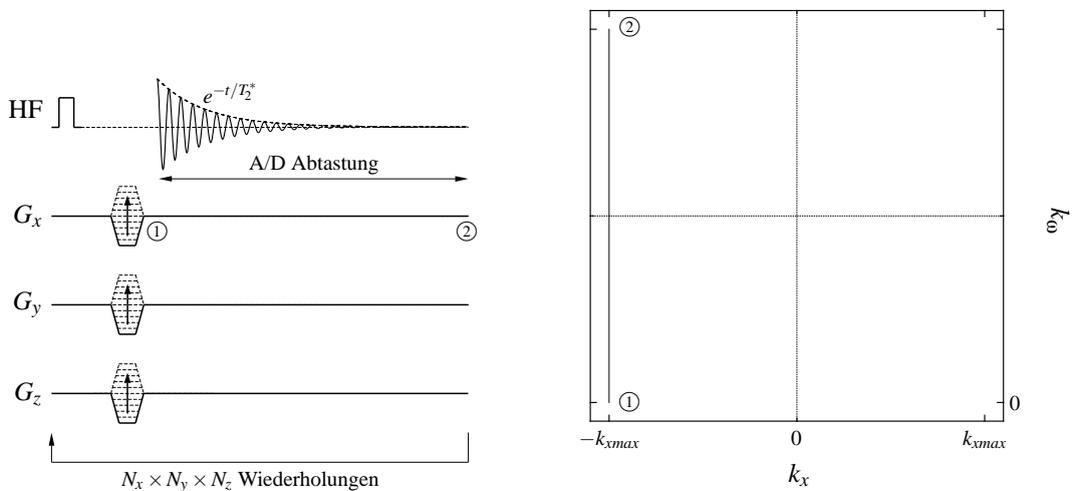


Abbildung 2.16: 4D-CSI Pulssequenz (spektroskopische Bildgebung). Nach jeder Anregung wird durch den aufgenommenen FID eine Zeile im vierdimensionalen k -Raum abgetastet. Selbst für einen Datensatz mit einer kleinen Datenmatrix in den drei Raumrichtungen ist eine lange Meßzeit nötig.

Eine dieser Methoden, die im Rahmen dieser Arbeit zur Temperaturmessung eingesetzt wurde (s. Kapitel 7) ist die EPSI (*Echo Planar Spectroscopic Imaging*) Methode, bei der nach einer Anregung ein zweidimensionaler Teilraum (k_z, k_ω) abgetastet wird (s. Abbildung 2.17). Eine ausführliche Beschreibung dieser Methode findet in Abschnitt 7.3.1 statt. Durch eine schichtselektive Anregung kann auch die Ortskodierung bei der spektroskopische Bildgebung um eine Dimension reduziert werden.

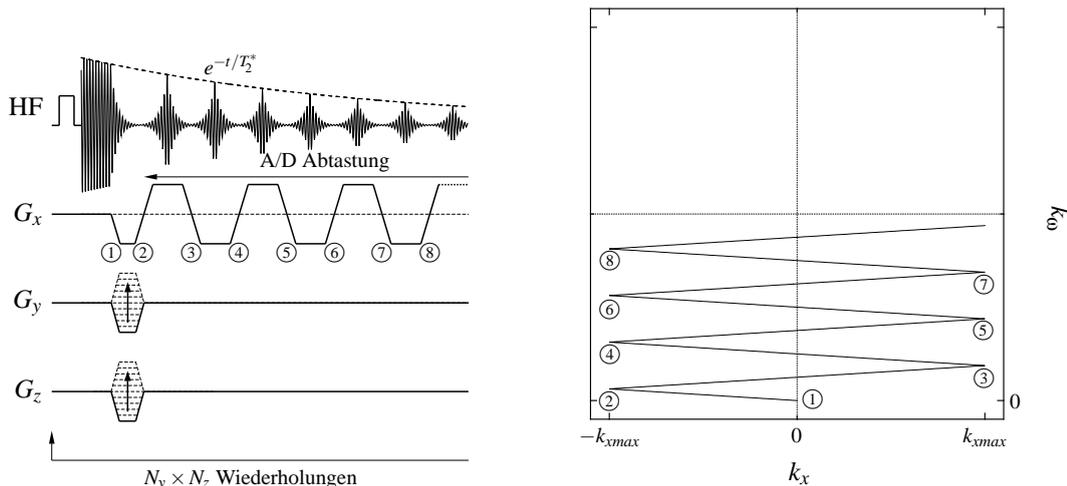


Abbildung 2.17: 4D-EPSI Pulssequenz (schnelle spektroskopische Bildgebung). Durch einen oszillierenden Gradienten wird eine gesamte Ebene des vierdimensionalen k -Raums nach einer Anregung abgetastet. Dadurch wird die Meßzeit reduziert. In der spektralen Richtung ist bei dieser Methode die Bandbreite jedoch durch die Oszillationsfrequenz des Gradienten begrenzt (s. Abschnitt 7.3.1).

2.8 Kontrast

Einer der Vorteile der MR-Bildgebung ist die Möglichkeit, durch die Wahl der Aufnahme­sequenz und deren Parameter den Kontrast in den Bildern wählen zu können. In Abschnitt 2.3 wurde dargestellt, daß die Relaxationszeiten Gewebeabhängig sind, so daß die ortsabhängige Magnetisierung in Gleichung 2.37 nicht ausschließlich von der Spindichte abhängt. Wie in Abschnitt 2.6 in den Abbildungen 2.6 und 2.8 gezeigt wurde, ist die Signalintensität des Gradienten-Echo abhängig von der T_2^* -Relaxationszeit und des Spin-Echos von der T_2 -Relaxationszeit. Ist die Zeit zwischen zwei HF-Anregungen (Repetitionszeit T_R) nicht ausreichend, damit das System durch die Relaxationsmechanismen in den thermischen Gleichgewichtszustand gelangt ($T_R < 5T_1$), stellt sich ein dynamisches Gleichgewicht (*steady state*) ein, das abhängig von der gewählten Sequenz ist, wodurch ebenfalls der Kontrast beeinflußt werden kann. Auch wenn der Kontrast in einem Bild nie vollständig durch eine der Relaxationszeiten bestimmt wird, spricht man dennoch von T_1 , T_2 bzw. T_2^* gewichteten Bildern, je nach dem dominierenden Kontrastmechanismus (s. Abbildung 2.18). Eine geeignete Wahl der Parameter ermöglicht auch sogenannte Protonendichte (PD)-gewichtete Bilder.

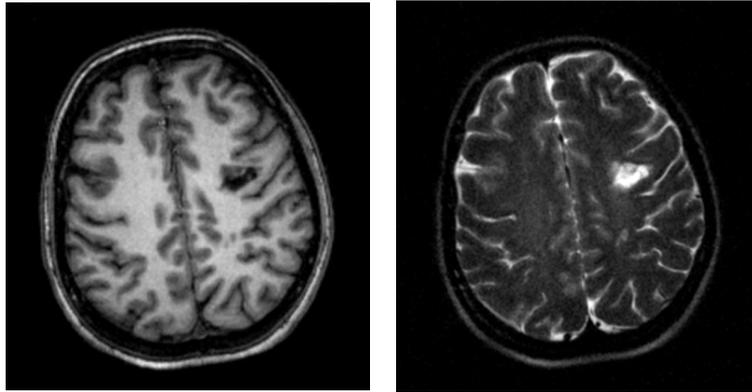


Abbildung 2.18: Kopfaufnahmen mit (links) einer T_1 -Gewichtung (RARE) und (rechts) einer T_2 -Gewichtung (MDEFT).

Eine einfache Methode der T_1 -Gewichtung ist in Abbildung 2.19 dargestellt. Durch einen anfänglichen 180° -Puls wird die Kernmagnetisierung invertiert ($180^\circ : \vec{M}_0 \rightarrow -\vec{M}_0$). Nach der Inversionszeit T_I ist die Längsmagnetisierung abhängig von der T_1 -Relaxationszeit

$$M_z(T_I) = M_0 \left(1 - 2e^{-T_I/T_1} \right). \quad (2.81)$$

Ein anschließendes Spin-Echo bzw. Gradienten-Echo weist dann eine T_1 -Gewichtung auf, wenn die Echozeit T_E nicht so lang gewählt wird, daß auch eine nicht zu vernachlässigende T_2 - bzw. T_2^* -Gewichtung auftritt.

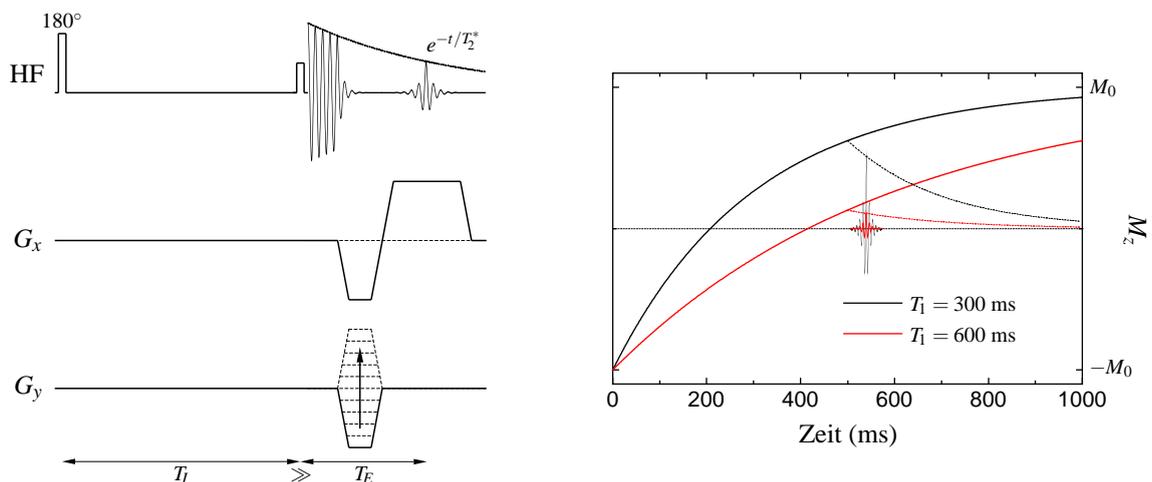


Abbildung 2.19: Schema einer *Inversion Recovery* Sequenz zur Erzeugung eines T_1 -gewichteten Bildes. (links) Vereinfachte Pulssequenz. Die Präparation besteht aus einem 180° -Puls, der die Magnetisierung invertiert. Nach der Inversionszeit T_I ist die Längsmagnetisierung abhängig von der T_1 -Relaxationszeit. Sowohl eine Gradienten- als auch eine Spin-Echo-Sequenz kann daran angeschlossen werden, wobei T_E kurz gewählt werden muß, um eine zusätzliche T_2 - bzw. T_2^* -Gewichtung zu vermeiden. (rechts) Längsmagnetisierung in Abhängigkeit von der Inversionszeit T_I für zwei verschiedene T_1 -Zeiten. Dabei hängt der Kontrast von der geeigneten Wahl von T_I ab.

2.9 Signal-Rausch-Verhältnis

Der von der präzedierenden Kernmagnetisierung \vec{M} in der Nachweisspule induzierten Wechselspannung U_S überlagert ist eine Rauschspannung U_R , die durch die thermische Bewegung der Elektronen in der Spule selbst und die Brownsche Molekularbewegung der Ladungsträger im Meßobjekt erzeugt wird. Diese ist gegeben durch

$$U_R = \sqrt{(2/\pi)kTR\Delta\omega}. \quad (2.82)$$

k = Boltzmann-Konstante

T = Temperatur

R = Widerstand

$\Delta\omega$ = Nachweisbandbreite

Der Widerstand R setzt sich dabei aus mehreren Komponenten zusammen

$$R = R_\Omega + R_s + R_p. \quad (2.83)$$

R_Ω = Ohmscher Widerstand der Nachweisspule

R_s = Strahlungswiderstand

R_p = durch das Meßobjekt eingekoppelter Verlustwiderstand

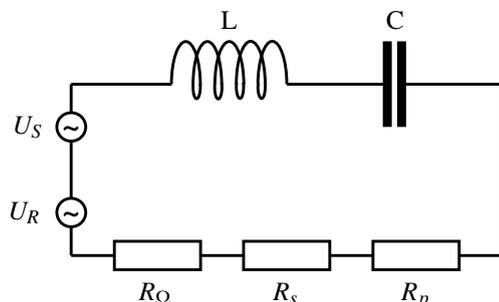


Abbildung 2.20: Erststabschaltbild einer Nachweisspule. Der Widerstand R setzt sich im wesentlichen aus dem ohmschen Widerstand der Spule R_Ω , dem Strahlungswiderstand R_s und dem Verlustwiderstand R_p , der durch das Meßobjekt eingekoppelt wird, zusammen.

Bei den in der medizinischen Diagnostik eingesetzten Feldstärken bzw. den daraus resultierenden Frequenzen und den relativ großen Meßobjekten (hohe Beladung der Spule) überwiegt das durch das Meßobjekt induzierte Rauschen. Dieses wird durch die im Meßobjekt umgesetzte Verlustleistung

$$P = \frac{1}{2} \int_V \sigma E^2 dV \quad (2.84)$$

σ = elektrische Leitfähigkeit

E = elektrische Feldstärke

bestimmt. Das elektrische Feld wird durch das magnetische Wechselfeld $B_1(t) = B_1 e^{i\omega t}$ erzeugt, so daß $E \propto \omega$ ist, und somit $P \propto \omega^2$. Damit gilt für die Rauschspannung

$$U_R \propto \omega. \quad (2.85)$$

Die in der Spule induzierte Spannung U_S ist proportional der Kernmagnetisierung M und der Frequenz ω , so daß mit Gleichung 2.9 gilt

$$U_S \propto \omega^2. \quad (2.86)$$

Aus den Gleichungen 2.85 und 2.86 folgt für das Signal-Rausch-Verhältnis

$$S/R = U_S/U_R \propto \omega. \quad (2.87)$$

Unter den oben gemachten Annahmen ist somit das Signal-Rausch-Verhältnis proportional der Feldstärke des MR-Tomographen.