

Numerische und experimentelle Untersuchung der ein- und zweiphasigen Strömung in einem technisch belüfteten Abwasserteich

von Diplom-Ingenieur
Alexander STEINMANN
aus Hofheim am Taunus

Von der Fakultät V
Verkehrs- und Maschinensysteme
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grads

Doktor der Ingenieurwissenschaften
- Dr.-Ing. -

genehmigte Dissertation

Berlin 2002
D 83

Numerische und experimentelle Untersuchung der ein- und zweiphasigen Strömung in einem technisch belüfteten Abwasserteich

von Diplom-Ingenieur
Alexander STEINMANN
aus Hofheim am Taunus

Von der Fakultät V
Verkehrs- und Maschinensysteme
der Technischen Universität Berlin
zur Erlangung des akademischen Grads

Doktor der Ingenieurwissenschaften
- Dr.-Ing. -
genehmigte Dissertation

Promotionsausschuß:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. H. PUCHER

Berichter: Prof. Dr.-Ing. H.E. SIEKMANN

Berichter: Prof. Dr.-Ing. F. THIELE

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 27. August 2002

Berlin 2002

D 83

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner fünfjährigen Tätigkeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter mit Lehraufgaben und als Oberingenieur am Fachgebiet Hydraulische Strömungsmaschinen und Strömungstechnik der Technischen Universität Berlin. Das Fachgebiet gehörte bis März 2001 zum Institut für Maschinenkonstruktion, danach folgte die Eingliederung in das Hermann-FÖTTINGER-Institut für Strömungsmechanik.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. H.E. SIEKMANN, dem Leiter des Fachgebiets, der mich in unserer jahrelangen harmonischen und netten Zusammenarbeit mit seinen vielen konstruktiven Ideen und seinem großen Vertrauen wohlwollend unterstützt hat.

Herrn Prof. Dr.-Ing. F. THIELE danke ich für das Interesse an meiner Arbeit und die interessanten Diskussionen. Ebenso danke ich ihm für die kritische Durchsicht des Manuskripts und die Übernahme des Koreferats.

Herrn Prof. Dr.-Ing. H. PUCHER gebührt mein Dank für die Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses und für die souveräne Leitung der wissenschaftlichen Aussprache.

Bei meinen Kollegen des Fachgebiets möchte ich mich für die freundschaftliche Zusammenarbeit, die für mich stets eine große Freude war, und für die Unterstützung bedanken. Hervorheben möchte ich Herrn S. STRELOW, der mir bei der Konstruktion und dem Aufbau der Versuchsstände ständig zur Seite stand.

Nicht zuletzt danke ich meinen studentischen Hilfskräften und Studenten sowie den Studienarbeitern und Diplomanden, die im Rahmen ihrer Arbeiten zu den hier dargestellten Forschungsergebnissen beigetragen haben. Dies gilt insbesondere für die Herren Dipl.-Ing. A. KANTELBERG, Dipl.-Ing. T. STRASSEMAYER, Dipl.-Ing. M. WITT, Dipl.-Ing. R. HALBLEIB und Dipl.-Ing. D. HERRMANN, deren engagierte Mitarbeit wesentliche Voraussetzung für das Gelingen dieser Arbeit war.

Die Durchführung der Forschungsarbeiten wurde durch die finanzielle Förderung der Technischen Universität Berlin ermöglicht, der ich ebenfalls zu Dank verpflichtet bin.

Berlin, im November 2002

Alexander STEINMANN

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	5
1.1	Einführung.....	5
1.2	Problemstellung	6
1.3	Ziel der Arbeit.....	8
2	Stand der Technik bei technisch belüfteten Abwasserteichen	10
2.1	Abwasserteiche	10
2.2	Numerische Strömungsuntersuchungen.....	13
2.3	Experimentelle Strömungsuntersuchungen	15
3	Analytische und empirische Untersuchungen der ein- und zweiphasigen Strömung im Abwasserteich	19
3.1	Einphasige Strömung	19
3.1.1	Geschwindigkeitsfeld	19
3.1.2	Stofftransport	22
3.2	Zweiphasige Strömung	25
3.2.1	Luftblasenaufstieg.....	25
3.2.2	Stoffübertragung.....	31
4	Numerische Simulation der Strömung im Abwasserteich	36
4.1	Einphasige Strömung	36
4.1.1	Grundgleichungen.....	36
4.1.1.1	Kontinuitätsgleichung	36
4.1.1.2	NAVIER-STOKES-Bewegungsgleichung	37
4.1.1.3	REYNOLDS-Bewegungsgleichung	38
4.1.1.4	Turbulenzmodellierung	39
4.1.1.5	Stofftransportgleichung	41
4.1.2	Diskretisierung	43
4.1.2.1	Allgemeine Transportgleichung	43
4.1.2.2	Finite-Volumen-Methode	43

4.1.2.3	Berechnungsablauf.....	48
4.2	Zweiphasige Strömung	49
4.2.1	EULER-LAGRANGE-Modell	49
4.2.1.1	Grundlagen.....	49
4.2.1.2	Transportgleichungen für die EULER-Phase.....	50
4.2.1.3	Erhaltungsgleichungen für die LAGRANGE-Phase	52
4.2.1.4	Phasenwechselwirkungs-Gleichung	57
4.2.1.5	Turbulenzmodellierung	58
4.2.2	EULER-EULER-Modell	65
4.2.2.1	Grundlagen.....	65
4.2.2.2	Transportgleichungen für die Phasen.....	66
4.2.2.3	Erhaltungs- und Phasenwechselwirkungs-Gleichungen.....	68
4.2.2.4	Turbulenzmodellierung	70
5	Experimentelle Methoden für die Untersuchung der Belüftungseinrichtung und Strömung im Abwasserteich	73
5.1	Belüftungseinrichtung	73
5.1.1	Belüftungskennfeld-Messung	73
5.1.1.1	Meßverfahren.....	73
5.1.1.2	Meßtechnik	75
5.1.2	Sauerstoffzufuhr-Messung	75
5.1.2.1	Meßverfahren.....	75
5.1.2.2	Meßtechnik	78
5.2	Laser-DOPPLER Velocimetry.....	78
5.2.1	Systembeschreibung	78
5.2.1.1	Meßprinzip	78
5.2.1.2	Aufbau	81
5.2.2	Strömungs-Geschwindigkeitsmessung	84
5.2.2.1	Einphasige Strömung	84
5.2.2.2	Zweiphasige Strömung	84
5.3	Particle-Image Velocimetry	85
5.3.1	Systembeschreibung	85
5.3.1.1	Meßprinzip	85

5.3.1.2	Aufbau	86
5.3.2	Strömungs-Geschwindigkeitsmessung	87
5.3.2.1	Einphasige Strömung	87
5.3.2.2	Zweiphasige Strömung	88
6	Durchführung der numerischen Untersuchungen	89
6.1	Einphasige Strömung im Abwasserteich	89
6.2	Zweiphasige Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter	90
6.2.1	EULER-LAGRANGE-Modell	90
6.2.2	EULER-EULER-Modell	94
6.3	Gesamtströmung im technisch belüfteten Abwasserteich	96
7	Durchführung der experimentellen Untersuchungen.....	100
7.1	Belüftungskennfeld-Messung.....	100
7.2	Sauerstoffzufuhr-Messung	100
7.3	Geschwindigkeitsmessung bei zweiphasiger Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter	101
7.3.1	Laser-DOPPLER Velocimetry.....	101
7.3.2	Particle-Image Velocimetry.....	103
8	Ergebnisse der numerischen Untersuchungen.....	105
8.1	Einphasige Strömung im Abwasserteich	105
8.2	Zweiphasige Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter	105
8.2.1	EULER-LAGRANGE-Modell	105
8.2.2	EULER-EULER-Modell	108
8.3	Gesamtströmung im technisch belüfteten Abwasserteich	110
9	Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen.....	112
9.1	Belüftungskennfeld-Messung.....	112
9.2	Sauerstoffzufuhr-Messung	112
9.3	Geschwindigkeitsmessung bei zweiphasiger Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter	113
9.3.1	Laser-DOPPLER Velocimetry.....	113
9.3.2	Particle-Image Velocimetry.....	114

10 Kritischer Vergleich der Ergebnisse und Schlußfolgerungen.....	115
11 Ausblick.....	122
12 Zusammenfassung.....	124
13 Nomenklatur.....	126
14 Literaturverzeichnis	137
15 Bildteil	148

1 Einleitung

1.1 Einführung

Die aerobe biologische Reinigung von Abwässern wird seit mehr als 100 Jahren eingesetzt [1], [2]. Unter einer Vielzahl von Verfahren hat das **Belebtschlammverfahren** in kommunalen Klärwerken die größte Verbreitung gefunden [1]...[4]. Ähnlich wie in einem natürlichen Gewässer werden die im Abwasser enthaltenen Schadstoffe durch Mikroorganismen abgebaut. Die im Belebtschlammbecken ablaufenden Vorgänge werden auf engstem Raum konzentriert, so daß der biologische Abbau der Schadstoffe erheblich schneller erfolgt als in natürlichen Gewässern [4]. Das Belebtschlammverfahren ist in der Regel in drei **Verfahrensschritte** aufzuteilen [1]...[4]:

- Mechanische Vorklärung: Abtrennung der ungelösten Stoffe durch Rechen, Sand-/Fettfang und Vorsedimentation,
- Belebung: Umsetzung der gelösten Schadstoffe im Belüftungsbecken durch die Mikroorganismen und
- Nachsedimentation: Abtrennung der Mikroorganismen von dem gereinigten Wasser.

Das Belebtschlammverfahren ist vom Aufbau her relativ einfach zu realisieren. Die innerhalb des Systems ablaufenden Prozesse gestalten sich jedoch sehr komplex: schon durch geringfügige Änderungen der Betriebsbedingungen kann eine abweichende Zusammensetzung der Bakterienkultur beobachtet werden [5]. Eine genaue Modellbildung ist daher für die Auslegung solcher Anlagen schwierig [4]. Die Berechnungsansätze beruhen vorwiegend auf empirisch gewonnenen Erkenntnissen aus einer Vielzahl von Belebtschlammmanlagen.

Die drei o.g. Verfahrensschritte des Belebtschlammverfahrens werden auch in **Abwasserteichen** [1], [2], [6]...[15], im allgemeinen Sprachgebrauch auch „Klärteich“ genannt, realisiert. Die Anwendung von Abwasserteichen hat in den letzten Jahren relativ stark zugenommen [10]. Besonders in kleinen Gemeinden werden immer häufiger dezentral gelegene Abwasserteiche eingesetzt. Die relativ hohen Investitions- und Betriebskosten langer Kanalstrecken zu zentralen Klärwerken begünstigen diese Entwicklung [2].

Abwasserteiche können als natürlich belüftete (auch als unbelüftet bezeichnete) oder als technisch belüftete (auch als belüftet bezeichnete) Teiche ausgeführt werden [2]. Bei natürlich belüfteten Abwasserteichen erfolgt die Zufuhr von Sauerstoff ausschließlich über die vom Wind bewegte Oberfläche des Teichs. Bei technisch belüfteten Abwasserteichen wird die Phasengrenzfläche zwischen Luft und Wasser mittels eines **Belüftungssystems** vergrößert und ständig erneuert [11]. Dies

geschieht entweder durch starkes Bewegen der Teichoberfläche durch den Einsatz von Oberflächenbelüftungssystemen oder durch das Einbringen von Luft in das Abwasser durch die Verwendung von Druck- oder Volumenbelüftungssystemen [16]...[18]. Technisch belüftete Abwasserteiche haben bei gleichen geometrischen Abmessungen eine höhere Abbauleistung von Schadstoffen als natürlich belüftete Abwasserteiche [1], [10], [11].

Im Rahmen des von der Technischen Universität Berlin geförderten Interdisziplinären Forschungsprojekts IFP 6/21 „**Mit Wind- und Solarenergie belüftete Abwasserteiche**“ [19] wird das Verhalten des vormals mit Schadstoffen überlasteten, natürlich belüfteten Abwasserteichs für 80 Einwohner in Groß-Flotow (Landkreis Waren an der Müritz) nach dem Einsatz einer technischen Druckbelüftung untersucht (**Bild 1**). Die Belüftung ist dabei diskontinuierlich: die Belüftungsphasen sind aufgrund der autarken, autonomen und regenerativen Energieversorgung von den Wind- und Sonnenverhältnissen abhängig.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Druckbelüftungssystem erstellt, bei dem Luft durch schlitz-perforierte Gummimembranen [20], den sogenannten Membranrohrbelüftern (**Bild 2**), in das Abwasser eingeblasen wird. **Bild 3** zeigt die entwickelte und gebaute Konstruktion des Druckbelüftungssystems. Die Druckluftzufuhr wird mit einem **Seitenkanalverdichter (SKV)** realisiert [21]. Die Installation des teilgetauchten Druckbelüftungssystems mit 38 Membranrohrbelüftern im Abwasserteich ist in **Bild 4** dargestellt. Durch die aufsteigenden Luftblasen aus den Membranrohrbelüftern bildet sich im Nahfeld der Membranrohre eine zweiphasige Strömung (**Bild 5**) aus. Diese **zweiphasige Strömung** verursacht eine Wasserströmung in der Art einer Mammutpumpe [22]. Durch das aus der Wasserumwälzung entstehende Geschwindigkeitsfeld (Zirkulationsströmung) im Abwasserteich wird der aus den Luftblasen stammende im Wasser gelöste (absorbierte) Sauerstoff im gesamten Abwasserteich hauptsächlich durch Konvektion verteilt. Die Diffusion spielt dabei eine untergeordnete Rolle.

1.2 Problemstellung

Die Ausbildung des Geschwindigkeitsfeldes und die hauptsächlich von diesem verursachte Verteilung des Sauerstoffs im Abwasserteich ist im wesentlichen von der Geometrie und der Anordnung des eingesetzten Druckbelüftungssystems sowie vom Teich selbst abhängig. Um neue **Auslegungsrichtlinien** für die diskontinuierliche technische Belüftung von Abwasserteichen zu entwickeln, sind Kenntnisse über die Geschwindigkeits- und Sauerstoffverteilung durch ein vorhandenes Belüftungssystem notwendig. Hierzu wird folgende Strategie für die Untersuchung der in Groß-Flotow eingesetzten diskontinuierlichen Druckbelüftung verfolgt.

Zum einen muß das dezentrale **Druckbelüftungssystem** behandelt werden. Dazu ist insbesondere das Systemverhalten bezüglich der **Kennlinien** der drei folgenden **Komponenten** des Druckbelüftungssystems zu untersuchen:

- Regenerative Energieversorgung (Windkraft- und Solaranlage),
- Seitenkanalverdichter und
- Membranrohrbelüfter.

Hierbei hat die Diskontinuität des Energieangebots, daraus folgend die Spannung $u(t)$ und der Strom $i(t)$ (**Bild 6**), einen ursächlichen Einfluß auf das Zusammenspiel der Komponenten. Desweiteren ist in diesem Zusammenhang die **Sauerstoffzufuhr** durch das Druckbelüftungssystem in Abhängigkeit von dem Energieangebot zu untersuchen.

Zum anderen muß die durch die Druckbelüftung entstehende **zweiphasige Strömung im Abwasserteich** untersucht werden. Der Aufstieg von Luftblasen in Wasser im Erdschwerefeld ist eine vergleichsweise komplexe zweiphasige Strömung. Die Form der Luftblasen ändert sich während ihres Aufstiegs [23]. Durch die erheblichen Dichteunterschiede treten relativ große resultierende Auftriebskräfte an den Luftblasen auf. Daher können Effekte, wie Impulsübertragung von den Luftblasen in das Wasser und durch die Luftblasen in das Wasser induzierte Turbulenz, nicht vernachlässigt werden [24]. Weiterhin muß der Zusammenhang zwischen dem Geschwindigkeitsfeld und dem Sauerstoffkonzentrationsfeld hergestellt werden.

Allgemein stehen die drei folgenden voneinander abhängigen **Methoden** für die **Strömungsuntersuchung** zur Verfügung [25]:

- Analytische,
- Numerische und
- Experimentelle.

Die rein **analytische** Methode ist für die hier vorliegende komplexe zweiphasige Strömung erfahrungsgemäß kaum anwendbar. Allerdings sind durch analytische Betrachtungsweisen eine Vielzahl von Modellen entstanden, welche die Strömungsphänomene [26]...[31] und die Stoffübertragung [32]...[35] in einphasigen Strömungen und in zweiphasigen Strömungen (zweiphasigen Systemen) [36]...[66] beschreiben.

Bei der **numerischen** Methode wird ausgehend von den analytischen Grundgleichungen der Strömungsmechanik eine räumliche und zeitliche Diskretisierung des Strömungsgebietes und eine anschließende separate analytische Behandlung der einzelnen Teilvolumen durchgeführt. Die Teilvolumen sind über Randbedingungen zu verknüpfen, wodurch ein algebraisches Gleichungssystem

entsteht. Dieser Ansatz der rechnerischen bzw. numerischen Behandlung von Strömungen wird im allgemeinen als CFD (**C**omputational **F**luid **D**ynamics) bezeichnet [67]...[72]. Die numerische Behandlung mehrphasiger Strömungen [73]...[91] gestaltet sich ungleich schwieriger als die einphasiger. Zum einen ist der numerische Aufwand wegen der notwendigen getrennten Betrachtung der einzelnen Phasen sowie ihrer Wechselwirkung erheblich höher, zum anderen ist bei vielen mehrphasigen Strömungen nur wenig Wissen über ihre mikroskopischen Eigenschaften vorhanden; dies erschwert eine genaue Modellierung, speziell der Wechselwirkungen zwischen den Phasen. Die gebräuchlichsten kommerziellen CFD-Programme [92]...[95] sind meist um Modelle für die numerische Berechnung mehrphasiger Strömungen erweitert.

Für die **experimentelle** Methode sind einige herkömmliche Strömungsmeßverfahren [96]...[98] wie z.B. die Drucksondenmeßtechnik bei der vorliegenden zweiphasigen Strömung nicht geeignet. Vielmehr müssen hier die laseroptischen Strömungs-Geschwindigkeitsmeßverfahren **Laser-DOPPLER Velocimetry (LDV)** und **Particle-Image Velocimetry (PIV)** angewendet werden. Beide Verfahren haben sich bei ihrer Anwendung auf einphasige Strömungen etabliert [99]...[104]. Bei der Anwendung auf den Luftblasenaufstieg in Wasser müssen noch Anstrengungen unternommen werden, die Signale von Luftblasen und Wasser-Tracerpartikeln getrennt auszuwerten, um die Relativgeschwindigkeit zwischen Luftblasen und Wasser zu ermitteln. Neben diesen Anstrengungen für die getrennte Betrachtung der Phasen werden vielfältige Bemühungen unternommen, neue, insbesondere laseroptische Strömungs-Geschwindigkeitsmeßverfahren, zu entwickeln [105]...[132].

1.3 Ziel der Arbeit

Das **Hauptziel** der vorliegenden Arbeit besteht darin, den diskontinuierlich technisch belüfteten Abwasserteich strömungstechnisch zu untersuchen, um an der Erstellung neuer **Auslegungsrichtlinien** im Rahmen des IFP „Mit Wind- und Solarenergie belüftete Abwasserteiche“ [19] mitzuwirken.

Dabei sind vier **Teilziele** zu verfolgen:

Untersuchung des Druckbelüftungssystems

Es ist durch Berechnungen und Messungen sicherzustellen, daß das Druckbelüftungssystem einen ausreichend weiten Betriebsbereich mit relativ hohen Wirkungsgraden besitzt. In diesem Zusammenhang sind Sauerstoffzufuhrversuche in Reinwasser durchzuführen, um den Sauerstofftrag des Belüftungssystems festzustellen. Ebenfalls zu betrachten ist die Zuverlässigkeit des Belüftungssystems; vor allem die Verstopfungsfreiheit der Membranrohrbelüfter und die Schwimmstabilität des teilgetauchten Druckbelüftungssystems müssen gewährleistet sein.

Analytische Strömungsuntersuchung

Hierzu müssen insbesondere drei strömungstechnische Transportphänomene betrachtet werden, und zwar:

- Luftblasenaufstieg in Wasser,
- Stoffübertragung von Luftsauerstoff aus den Luftblasen in das Wasser und
- Stofftransport von Sauerstoff in das Wasser.

Hier bilden vor allem bereits bekannte Zusammenhänge und Modelle aus der Literatur die Grundlage.

Numerische Strömungsuntersuchung

Die Simulationen sind für drei Strömungen durchzuführen, und zwar für:

- Einphasige Strömung im Abwasserteich,
- Zweiphasige Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter und
- Gesamtströmung im technisch belüfteten Abwasserteich.

Hierzu werden die kommerziellen CFD-Programmpakete STAR-CD [92] und CFX 4.4 [93] eingesetzt. Die vorhandenen Schnittstellen der Programme ermöglichen einerseits die Adaption der Software an die Modellierung der technischen Druckbelüftung (z.B. Anlaufverhalten des Seitenkanalverdichters, Modellierung des Luftblasenaustritts aus den Membranrohrbelüftern) und andererseits die Modifikation der standardmäßig implementierten Modelle zur Behandlung von zweiphasiger Strömung und Turbulenz.

Experimentelle Strömungsuntersuchung

Das zweiphasige Strömungsgeschwindigkeitsfeld im Nahfeld der Membranrohrbelüfter wird mit den beiden laseroptischen Verfahren LDV und PIV erfaßt, um die aus den numerischen Strömungsuntersuchungen gewonnenen Ergebnisse zu validieren. Hierzu ist ein Versuchsstand aufgebaut worden, bei dem ein Versuchsbecken mit den Membranrohrbelüftern den zentralen Baustein darstellt. Für die Nutzung der LDV und PIV ist das Versuchsbecken mit den notwendigen optischen Zugängen ausgestattet. Die Abmessungen des Versuchsbeckens entsprechen in guter Näherung den Abmessungen der numerischen Gitter bei der numerischen Strömungsuntersuchung.

2 Stand der Technik bei technisch belüfteten Abwasserteichen

2.1 Abwasserteiche

Die Abwasserreinigung in Abwasserteichen zählt zu den ältesten Verfahren der Abwasserreinigung und wurde schon zur Römerzeit im Mittelmeerraum eingesetzt [1]. In Deutschland wird diese Art der Abwasserreinigung seit ca. 1920 eingesetzt. Heutzutage sind Abwasserteiche weltweit anzutreffen [1]. Sie gehören zu den **großflächigen und großvolumigen Abwasserbehandlungsverfahren** [4] und werden vorwiegend zur Reinigung kommunaler Abwässer (Elimination des biologischen **Sauerstoffbedarfs**, BSB) gebaut. Heutzutage liegt vielfältiges Wissen über die Dimensionierung und den Betrieb von Abwasserteichen vor [6]...[15].

Ein wesentlicher Vorteil von Abwasserteichen besteht in der Behandlung des Abwassers vor Ort. Es reduziert sich der Aufwand an Abwasserpumpwerken und zugehörigen Kanalisationen. Daher werden Abwasserteiche, häufig naturnah gestaltet, heute besonders in Gemeinden **dünnbesiedelter Regionen** eingesetzt. Diese Gemeinden verfügen meist über ein Mischabwassersystem (gemeinsam abgeleitetes Schmutz-, Regen- und eventuell Fremdwasser). Wegen des im Vergleich zu anderen Kläranlagen großen Teichvolumens ist die Behandlung des Mischabwassers bei großen Regenwasserabflüssen in Abwasserteichen einfacher möglich. Der technische Aufwand zur Erstellung und zum Betrieb einer Abwasserteichanlage ist geringer als bei kleinen technischen Kläranlagen. Aus diesen Gründen sind Abwasserteichanlagen ökonomischer als kleine technische Kläranlagen [1].

Die meisten Abwasserteiche werden heutzutage mit einem vorgeschalteten Absetzteich sowie in mehreren Stufen betrieben [6]. Bei der **Belüftung** der Abwasserteiche wird unterschieden in natürlicher und technischer Belüftung (vgl. Kapitel 1.1). Natürlich belüftete Abwasserteiche benötigen ein relativ großes Verhältnis von Teichoberfläche zu Teichvolumen, da die Sauerstoffzufuhr ausschließlich über die Teichoberfläche stattfindet und damit von vorhandenen Wind und Wellen abhängig ist. Natürlich belüftete Abwasserteiche werden häufig auch als **fakultativ aerobe Abwasserteiche** bezeichnet, da in den oberen Wasserschichten aerobe und in den unteren Wasserschichten anaerobe Abbauprozesse ablaufen [1]. Bei technisch belüfteten Abwasserteichen überwiegen die aeroben Abbauprozesse [11]. Der Teichoberflächenbedarf ist bei gegebener Abwasserbelastung geringer als bei natürlich belüfteten Abwasserteichen. Aus diesem Grund werden gelegentlich zu stark belastete und natürlich belüftete Abwasserteiche nachträglich mit einem technischen Belüftungssystem ausgestattet, um eine bessere Abbauleistung der Schadstoffe zu erreichen.

Da der im Rahmen dieser Arbeit behandelte Abwasserteich ursprünglich natürlich belüftet war und jetzt diskontinuierlich technisch belüftet wird, ist der Teich zumindest in den natürlich belüfteten Phasen als **fakultativ aerober Abwasserteich** zu betrachten. Aber auch während der technisch belüfteten Phasen laufen in der Sohle anaerobe Abbauprozesse ab [11]. In **Bild 7** ist die aerobe und anaerobe Zone in dem diskontinuierlich je nach Wind- und Solarenergieangebot technisch belüfteten Abwasserteich dargestellt.

Durch technische Belüftungen entstehen komplexe zweiphasige Strömungen, bestehend aus Luft und Abwasser. Zur **Messung der Sauerstoffzufuhr** in das Wasser hat die **Abwassertechnische Vereinigung e.V. (ATV)** das Merkblatt M209 vorgelegt [133]. Ziel dieses Merkblatts ist es, die Sauerstoffzufuhrmessungen unter Standardbedingungen auf einer einheitlichen Basis und vornehmlich in **Reinwasser** durchzuführen, um so eine Vergleichsmöglichkeit für die Vielzahl von Belüftungssystemen zu erhalten. Die beiden wichtigsten Vergleichswerte sind dabei die Sauerstoffzufuhr **OC (Oxygenation Capacity)** in $\text{kg}_{\text{O}_2}/\text{h}$ in Reinwasser und der Sauerstofftrag **OP (Oxygenation Power)** in $\text{kg}_{\text{O}_2}/\text{kWh}$ in Reinwasser.

Die **Bemessung** von natürlich belüfteten und technisch kontinuierlich belüfteten Abwasserteichen beschreibt die ATV in dem Arbeitsblatt A 201 [6]. Mit dieser Bemessung können die geforderten Ablaufgrenzwerte **chemischer Sauerstoffbedarf** $\text{CSB} < 150 \text{ mg/l}$ und **biologischer Sauerstoffbedarf** $\text{BSB}_5 < 40 \text{ mg/l}$, der nach fünf Tagen abgebaut ist, für die Größenklasse 1 (bis 1000 Einwohner) eingehalten werden [6].

Natürlich belüftete Abwasserteiche

Kriterium für die Bemessung eines **natürlich belüfteten Abwasserteichs** ist die einwohnerbezogene Oberfläche und somit bei bekannter Abwassermenge und -zusammensetzung die **Flächenbelastung**. Die Sauerstoffzufuhr über die Oberfläche ist der limitierende Faktor für die Umsetzung der Kohlenstoffverbindungen. Pro **Einwohner (EW)** wird eine bestimmte Teichoberfläche empfohlen [6]. Für Anlagen

- ohne vorgeschaltetem Absetzteich sind über $10 \text{ m}^2/\text{EW}$ und
- mit vorgeschaltetem Absetzteich (Volumen $0,5 \text{ m}^3/\text{EW}$) über $8 \text{ m}^2/\text{EW}$

zur Reinigung des in einem Trennsystem geführten Abwassers vorzusehen. Zur Mitbehandlung von Regenwasser muß ein Teichoberflächenzuschlag von bis zu $5 \text{ m}^2/\text{EW}$ berücksichtigt werden. Für einen teilweise nitrifizierten Ablauf sind nochmals bis zu $5 \text{ m}^2/\text{EW}$ Teichoberflächenzuschlag zu realisieren. Die Verweilzeit des Abwassers im Abwasserteich sollte 20 d (**d**ay, Tag) nicht unterschreiten. Um einen ausreichenden Transport des Sauerstoffs in das Abwasser zu gewährleisten, werden natürlich belüftete Abwasserteiche relativ flach (ca. 1,0 m) angelegt.

Natürlich belüftete Abwasserteiche werden meist mit Anschlußwerten bis 1000 EW ausgeführt.

Technisch belüftete Abwasserteiche

Die Bemessung von **Abwasserteichen mit technischer Belüftung** erfolgt nach der **Raumbelastung** durch die zu erwartende Abwassermenge und -zusammensetzung. Es ist eine BSB₅-Raumbelastung von bis zu 25 g BSB₅/(m³ d) zulässig. Geht man für kommunale Abwässer von spezifischen BSB₅-Zulauffrachten im Bereich von 40...60 g BSB₅/(EW d) aus [1]...[4], erhält man Teichdimensionen von 1,6...2,4 m³/EW. Mit einer Tiefe von 1,5...3,5 m ergeben sich für technisch belüftete Abwasserteiche freie Oberflächen von ca. 1 m²/EW. Dies entspricht nur noch ca. einem Zehntel der Oberflächen von natürlich belüfteten Abwasserteichen. Häufig werden die technisch belüfteten Anlagen zweistufig betrieben, d.h. zwei technisch belüftete Abwasserteiche werden hintereinandergeschaltet, wobei der erste Teich einen BSB₅-Abbau von 60% und der zweite von 40% bewerkstelligen sollte [11]. Zusammenfassend sind folgende Bemessungsrichtlinien maßgeblich [6]:

- Vorgeschalteter Absetzteich (anaerober Teich): Volumen 0,5 m³/EW, Tiefe 1,5 m,
- BSB₅-Zulauffracht nach Vorklärung in einem Absetzteich: 40 g BSB₅/(EW d),
- Zulässige BSB₅-Raumbelastung in den technisch belüfteten Abwasserteichen: 25 g BSB₅/(m³ d),
- Tiefe der technisch belüfteten Abwasserteiche: 1,5...3,5 m,
- Spezifischer Sauerstoffbedarf in den technisch belüfteten Abwasserteichen: 1,5 kg_{O2}/(kg BSB₅),
- Erforderliche Leistungsdichte in den technisch belüfteten Abwasserteichen für die Bemessung des Belüftungssystems: 1,0...3,0 W/m³,
- Sauerstoffertrag (auch als Gütegrad bezeichnet) des Belüftungssystems: 2,0 kg_{O2}/kWh und
- Nachgeschalteter Schönungsteich: Durchflußzeit 1...5 d, Tiefe 1,0...2,0 m.

Technisch belüftete Abwasserteiche werden meist mit Anschlußwerten bis 5000 EW ausgeführt.

Bemessungsbeispiele für einen natürlich belüfteten und einen technisch belüfteten Abwasserteich für jeweils 600 EW zeigt **Bild 8**.

2.2 Numerische Strömungsuntersuchungen

Die numerische Untersuchung von Strömungen [67]...[72] hat sich in den letzten Jahren vom reinen Forschungsgebiet zu einem etablierten **Ingenieurwerkzeug** entwickelt [67]. Die Möglichkeiten der mathematischen Modellierung der Strömung inkompressibler einphasiger Fluide sind in **Bild 9** dargestellt. Heute werden aus Gründen der Realitätsnähe vorwiegend Strömungen reibungsbehafteter Fluide simuliert. Die hierfür nötige Lösung der NAVIER-STOKES-Bewegungsgleichung bzw. der REYNOLDS-Bewegungsgleichung bei turbulenter Strömung, ein nichtlineares Differentialgleichungssystem zweiter Ordnung, ist analytisch selten möglich. Aus diesem Grund muß das Berechnungsgebiet räumlich (örtlich) und zeitlich diskretisiert sowie die jeweilige Bewegungsgleichung in diesem Berechnungsgebiet approximiert werden [67]...[70]. Ein wichtiger Schritt bei der numerischen Strömungsuntersuchung von turbulenten Strömungen stellt die Turbulenzmodellierung dar. Die gängigen Turbulenzmodelle sind in **Bild 10** dargestellt.

Die derzeit **rasante Computerentwicklung** ermöglicht die Simulation auch komplexer bzw. umfangreicher Strömungen zu relativ niedrigem Aufwand. Aufgrund getroffener physikalischer Vereinfachungen ist es jedoch nach wie vor notwendig, verschiedene numerische Modellparameter von Fall zu Fall an die Problemstellung anzupassen [45], [69]. Die Festlegung der Modellparameter geschieht in der Regel mit Hilfe der experimentellen Strömungstechnik in Form von Vergleichsmessungen (Validierung). Trotz dieser Einschränkung ist die Strömungssimulation für die Untersuchung der Strömungsverhältnisse in Strömungsmaschinen und deren Anlagen ein unverzichtbares Werkzeug.

Parallel zur Computerentwicklung findet zur Zeit eine **rasante Weiterentwicklung kommerzieller Software** für die numerische Berechnung von Strömungen statt. Zu den gängigen Software-Programmen zählen u.a. STAR-CD [92], CFX [93], FLUENT [94] und CFD-ACE [95], mit denen auch mehrphasige Strömungen behandelt werden können.

Numerische Strömungsuntersuchungen werden in der **Industrie** mit dem Ziel eingesetzt, die Entwicklungszeiten zu verkürzen. In der Industrie gibt es heute zahlreiche Anwendungsgebiete der numerischen Strömungsuntersuchung. Bei diesen Anwendungsgebieten handelt es sich u.a. um:

- Strömungsmaschinentechnik,
- Energie- und Verfahrenstechnik,
- Automobiltechnik und
- Luft- und Raumfahrttechnik.

Die numerische Berechnung von **zweiphasigen Strömungen** [73]...[91] ist gegenüber der Berechnung einphasiger mit einem erheblich höheren numerischen

Aufwand verbunden. Wegen der Anforderungen an die Rechenleistung werden numerische Untersuchungen von zweiphasigen Strömungen in größerem Umfang erst seit wenigen Jahren durchgeführt. Für die meisten zweiphasigen Strömungen ist nur relativ wenig Wissen über ihre mikroskopischen Eigenschaften verfügbar [23], [45], [73]. Die großen Fortschritte der Meßtechnik in den letzten Jahren ermöglichen in zunehmendem Maß die Untersuchung der lokalen Eigenschaften von zweiphasigen Strömungen [125]. Wegen der oft großen **Komplexität dieser Strömungen** muß bei der Modellierung ihrer Eigenschaften eine große Anzahl von Parametern berücksichtigt werden [73], [74]. Meist sind Vereinfachungen gegenüber der Realität notwendig. Aus diesen Gründen sind die Modellierungsunsicherheiten bei der Simulation zweiphasiger Strömungen derzeit oft größer als bei der Simulation einphasiger Strömungen. In den meisten Fällen ist eine Anpassung der numerischen Parameter an die meßtechnisch gewonnenen Ergebnisse notwendig [73], [75]. Zur Zeit ist eine ständige Weiterentwicklung der numerischen Modelle für die Simulation zweiphasiger Strömungen [75]...[81] und eine zunehmende Implementierung dieser Modelle in kommerzielle CFD-Programme zu beobachten.

Die **Modelle** für die numerische Berechnung von **zweiphasigen Strömungen** lassen sich im wesentlichen einteilen in [67]:

- Interface-Tracking-Modelle, hier wird die Phasengrenzfläche örtlich und zeitlich verfolgt und das numerische Gitter an die Phasengrenzfläche angepaßt, und
- Interface-Capturing-Modelle, hier wird ein feststehendes numerisches Gitter verwendet, und es existiert keine scharfe Phasengrenzfläche zwischen den Phasen.

Interface-Tracking-Modelle werden relativ selten und dann fast ausschließlich für die Berechnung freier Oberflächen verwendet. Sie zeichnen sich durch relativ hohe Genauigkeit bei allerdings relativ hohem Rechenaufwand aus. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit werden nur die **Interface-Capturing-Modelle** beschrieben und verwendet.

Für die numerische Berechnung von zweiphasigen Strömungen, bei denen eine **dispers verteilte Phase in einem kontinuierlichen Fluid** vorliegt, d.h. von Strömungen mit festen Partikeln oder Gasblasen in einer kontinuierlichen Flüssigkeit oder mit festen Partikeln oder Flüssigkeitstropfen in einem kontinuierlichen Gas, stehen zwei etablierte Modelle zur Verfügung: das **EULER-LAGRANGE-Modell** und das **EULER-EULER-Modell** [45], [73]...[79]. Beide haben heute eine gewisse Praxisreife erlangt. Das EULER-EULER-Modell bietet bei einer großen Anzahl gleicher Elemente der dispers verteilten Phase den Vorteil geringerer Rechenzeiten gegenüber dem EULER-LAGRANGE-Modell, dafür läßt sich das Verhalten der Elemente der dispers verteilten Phase beim EULER-LAGRANGE-Modell genauer modellieren. Der im Rahmen dieser Arbeit betrachtete **Aufstieg von Gasblasen in Flüssigkeit** ist eine zweiphasige Strömung, die häufig in Blasensäulen in der Prozeßtechnik eingesetzt wird. Für Blasensäulen existieren meßtechnische Unter-

suchungen und analytische Ansätze zur Beschreibung der makroskopischen (zeitlich und räumlich gemittelten) Eigenschaften der Blasenströmung [23], [36]...[38], [43]...[45]. Allerdings existieren nur wenige neuere experimentelle Untersuchungen über die mikroskopischen (zeitlich und räumlich aufgelösten) Eigenschaften dieser zweiphasigen Strömung [107], [109]. Für die Impulsübertragung von den Luftblasen auf das Wasser liegen Untersuchungen für Einzelblasen vor, die über die Angabe des Widerstandsbeiwerts, der Form sowie der Pendelfrequenz bei ellipsoidförmigen Luftblasen [125] die makroskopischen Eigenschaften einzelner Luftblasen beschreiben. Die genannten experimentellen Untersuchungen bilden die Grundlage für die Weiterentwicklung innerhalb der beiden o.g. numerischen Modelle [80]...[91]. Insbesondere die Induktion von Turbulenz durch aufsteigende Gasblasen, unter Berücksichtigung des Schwarmverhaltens mit dem Ziel der Entwicklung eines numerischen Modells für das Schwarmverhalten, wird derzeit in [80] untersucht.

Eine andere Art der zweiphasigen Strömung sind **Strömungen mit freier Oberfläche**, also einer großflächigen Grenzfläche zwischen zwei kontinuierlichen Phasen, z.B. Wasser und Luft bei Gewässern. Diese Strömungen können mit dem **Volume-of-Fluid-Modell** numerisch behandelt werden [83].

Die sich beim Auftreten von **Kavitation** ausbildende Strömung aus Flüssigkeit und Dampfblasen derselben Flüssigkeit ist eine weitere zweiphasige Strömung, die numerisch behandelt werden kann. Dafür wird meist das **Volume-of-Fluid-Modell** zugrundegelegt und in der Transportgleichung für den Volumenanteil ein **Quellterm für Kavitation und Kondensation** eingefügt [94], [95]. Da der Phasenübergang (Bildung und Implosion der Dampfblasen) von den lokalen Druck- und Strömungsbedingungen abhängt, ist die Modellierung dieses Phänomens noch komplexer als die bisher beschriebenen zweiphasigen Strömungen.

2.3 Experimentelle Strömungsuntersuchungen

Gegenüber den herkömmlichen experimentellen Methoden zur Untersuchung von Strömungen setzen sich insbesondere die **laseroptischen Strömungsmeßverfahren** fortschreitend durch [99]...[104]. **Vorteile** der laseroptischen Strömungsmeßverfahren sind:

- berührungs- und rückwirkungsfreie Messung der Momentangeschwindigkeit und
- hohe räumliche und zeitliche Auflösung.

Dagegen sind **nachteilig** die folgenden Voraussetzungen zu vermerken:

- transparentes Fluid,

- optische Zugänglichkeit zum Meßort und
- ausreichende Anzahl von Partikeln bestimmter Größe im Fluid (dies macht eventuell die Zugabe von Tracer-Partikeln erforderlich).

Zudem sind die laseroptischen Systeme relativ teuer und erfordern einen relativ hohen Einarbeitungsaufwand.

Die beiden derzeit am häufigsten angewendeten und hier verwendeten laseroptischen Strömungs-Geschwindigkeitsmeßverfahren sind die **Laser-DOPPLER Velocimetry (LDV)** und die **Particle-Image Velocimetry (PIV)**, s. Kapitel 1.2.

LDV ist ein **punktuelleres Verfahren**, mit dem **eine Komponente** der Strömungsgeschwindigkeit gemessen wird [99]...[102]. Hauptbestandteile eines jeden Laser-DOPPLER-Velozimeters sind die kohärente Lichtquelle, die Sende- und Empfangsoptik, der Photodetektor, der die optischen Signale in elektrische umwandelt und die elektronische Signal- und Informationsverarbeitungseinheit. Das Prinzip der LDV ist in **Bild 11** am Beispiel des Kreuzstrahlverfahrens in Vorwärtsstreuung dargestellt. Zwei sich schneidende monochromatische und kohärente Laserteilstrahlen gleicher Polarisierung spannen ein **Rotationsellipsoid aus Interferenzstreifen** (mit dem Interferenzstreifenabstand Δx) auf. Dieses Rotationsellipsoid stellt das Meßvolumen dar. Ein in der Strömung mitgeführtes Partikel (mit der Partikelgeschwindigkeit v , entspricht der Strömungsgeschwindigkeit bei schlupffreier Mitführung) sendet Streulicht aus, wenn es einen hellen Interferenzstreifen passiert. Dieses Streulicht wird von dem Photodetektor aufgenommen. Die **Frequenz des Streulichts** ist zur Partikelgeschwindigkeit proportional.

Im Gegensatz zur LDV ist die **PIV** ein **flächiges Verfahren (2D)**, mit dem **zwei Komponenten** (2 Components, 2C) der Strömungsgeschwindigkeit gemessen werden [103], [104]. Das Prinzip der PIV ist in **Bild 12** dargestellt. Hauptbestandteile sind ein gepulster Laser, eine Lichtschnittoptik, eine CCD-Kamera und eine Auswertungseinrichtung. Es wird ein gepulster Laserlichtschnitt in die Meßstrecke mit der zu untersuchenden Strömung eingebracht. Orthogonal zu dem Laserlichtschnitt nimmt eine CCD-Kamera das Streulicht der in der Strömung mitgeführten Tracerpartikel auf. Bei Doppelbelichtung auf einem Bild (Single Frame – Double Exposure) kann durch eine Autokorrelation das Geschwindigkeitsfeld nach Betrag und Richtung der Vektoren, allerdings nicht die Orientierung, berechnet werden. Durch das Einzelbelichten von zwei Bildern (Double Frame – Single Exposure) kann mit Hilfe einer Kreuzkorrelation das Geschwindigkeitsfeld nach Betrag, Richtung und Orientierung der Vektoren, ermittelt werden.

Sowohl LDV als auch PIV haben sich für die Untersuchung von **einphasigen Strömungen** bereits etabliert. Für die Untersuchung von **zweiphasigen Strömungen**, wie der hier behandelte Luftblasenaufstieg in Wasser, müssen beide Verfahren noch erweitert werden, um die Signale der Luftblasen von den Signalen

der im Wasser mitgeführten Partikel getrennt auszuwerten [105]...[107], [109]...[113], [117]...[123].

Bei der **LDV** wird unter anderem ein **zweiter Photodetektor** als Erweiterung des Kreuzstrahlverfahrens in Vorwärtsstreuung benutzt. Mit dieser Erweiterung spricht man von der **Phase-DOPPLER Velocimetry (PDV)** [109], [114], [115]. Der zweite Photodetektor wird dabei in einem relativ kleinen Abstand von 2 mm neben dem ersten Photodetektor installiert (es können auch mehr als zwei Photodetektoren nebeneinander plazierte werden). Die beiden empfangenen DOPPLER-Signale haben die Eigenschaft, gegeneinander phasenverschoben zu sein. Diese **Phasendifferenz** ist partikelgrößenabhängig. Neben der Partikeldurchmesserbestimmung kann durch eine PDV-Erweiterung auch der Brechungsindex von Gasblasen und Flüssigkeitstropfen gemessen werden [114].

Eine weitere Abwandlung der **LDV** ist die **Laser-2-Fokus Velocimetry (L2F)** [96], [116]. Streulicht wird beim Durchgang durch zwei **parallel angeordnete Laserstrahlen** von Partikeln emittiert, die in der Strömung schlupffrei mitgeführt werden. Die beiden Laserstrahlen werden durch ein Prisma erzeugt und dann im Meßpunkt parallel zueinander fokussiert. Die Laserstrahlen haben einen Abstand von etwa 200 µm und einen Durchmesser von ca. 10 µm. Die Geschwindigkeitsmessung erfolgt über den **Zeitversatz der zwei Streulichtimpulse**, die von den Partikeln ausgesendet und vom Photodetektor aufgezeichnet werden. Dieses Verfahren wird vorzugsweise für Messungen in Turbomaschinen und Kompressoren benutzt, wo Geschwindigkeiten in engen Kanälen gemessen werden müssen [116]. Dieses Verfahren kann auch für die Untersuchung von Blasensäulen angewendet werden.

Für die Phasentrennung wird bei der **PIV** z.B. eine **Maskentechnik** [120]...[123] verwendet, die eine Trennung der von Wasser und Luftblasen ausgehenden Bildsignale der zweiphasigen Strömung vornimmt. Diese Trennung wird durch den Größenunterschied zwischen den Partikeln im Wasser und den Luftblasen als Partikel vollzogen [121].

Eine weitere Möglichkeit der **PIV**-Erweiterung für die experimentelle Untersuchung von zweiphasigen Strömungen besteht darin, **fluoreszierende Partikel** anstelle der herkömmlichen Partikel beizumengen, um die flüssige und gasförmige Phase durch optische Filter separat zu betrachten. Dieses Verfahren wird **Laser-Induced Fluorescence (LIF)** genannt [124].

Um die Luftblasenform selbst zu untersuchen, kann durch eine **zweite PIV-CCD-Kamera**, die gegenüber der ersten positioniert ist, der Schatten der Luftblasen aufgenommen werden. Dies gelingt mit Hilfe der **Infrared-Shadow Technique (IST)** [125]. Leuchtdioden emittieren **infrarotes Licht**, das nach dem Strahlengang durch die Luftblasen von der zweiten Kamera aufgenommen wird, während die erste Kamera nach der konventionellen **PIV**-Methode das Partikelstreulicht aufnimmt. Die aufsteigenden Luftblasen werfen **Schatten** in die zweite CCD-Kamera, die mit einem allein Infrarotlicht durchlassenden Filter ausgerüstet ist. Die beiden Kameras sind so

ausgerichtet und synchronisiert, daß die zweidimensionale Form und das Strömungsfeld um die Luftblasen erfaßt werden.

Zunehmend werden auch tomographische Meßverfahren mit **bewegten Lichtschnitten** als **PIV**-Erweiterung, insbesondere für die Untersuchung zweiphasiger Strömungen, entwickelt. Ein Beispiel hierfür ist die **Laser-Lichtschnitt-Tomographie (LLT)** [127]...[130]. Im Mittelpunkt stehen Lichtschnitte, die nicht mehr statisch in den Raum projiziert werden, sondern den **Strömungsraum** relativ schnell durchqueren. Mit einem Bilderfassungssystem läßt sich das Strömungsfeld auf diese Weise in Scheiben (Ebenen kleiner Dicke) aufschneiden.

Auch mit Hilfe von **RÖNTGEN-Strahlen** ist nach [131] die zeitliche und räumliche Auflösung hoch genug, um dreidimensionale Geschwindigkeitsmessungen in zweiphasigen Strömungen durchzuführen. Die RÖNTGEN-Strahlen haben den Vorteil, daß sie nicht an Phasengrenzflächen gebrochen werden und somit zweiphasige Strömungen geradlinig durchdringen. Das Verfahren beruht auf dem Prinzip der biplanaren RÖNTGEN-Aufnahme, d.h. **zwei versetzte RÖNTGEN-Quellen** senden RÖNTGEN-Strahlen aus, die von **zwei Aufnahmeebenen** empfangen werden. Die Partikel bestehen aus porösen Kunststoffwürfeln, die zusätzlich ein RÖNTGEN-dichtes Material enthalten, so daß die Partikel die Dichte von Wasser erreichen, mit dem Ziel der schlupffreien Mitführung. Diese Partikel werden auf den beiden Bildverstärkern abgebildet. Aus diesen beiden Abbildungen läßt sich ein dreidimensionales Bild rekonstruieren. Die Geschwindigkeit kann durch die Verfolgung des Partikels über mehrere Bilder bestimmt werden.

3 Analytische und empirische Untersuchungen der ein- und zweiphasigen Strömung im Abwasserteich

3.1 Einphasige Strömung

3.1.1 Geschwindigkeitsfeld

Die Strömung im Abwasserteich (**Bild 1** und **Bild 4**) setzt sich aus einer durch Zu- und Ablauf beeinflussten Durchströmung und einer durch das Druckbelüftungssystem induzierten Zirkulationsströmung zusammen. Das **Geschwindigkeitsfeld der einphasigen Strömung** im Abwasserteich ist entweder für den Fall zu betrachten, daß die Wind- oder Solarenergie nicht ausreicht, den Förderbeginn des Seitenkanalverdichters einzuleiten (Fall der natürlichen Abwasserteichbelüftung), oder für den Fall, daß das Nahfeld der Membranrohrbelüfter unberücksichtigt bleibt.

Durch den Zulauf (**Bild 4**) wird dem Abwasserteich ein Abwasservolumenstrom, im wesentlichen je nach Tageszeit von bis zu $0,6 \text{ m}^3/\text{h}$, zugeführt, womit sich für den vorliegenden Abwasserteich als volumetrisch gemittelte maximale Zulaufgeschwindigkeit $5,0 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ ergibt [19]. Der über 24 h zeitlich gemittelte Abwasservolumenstrom liegt bei $0,3 \text{ m}^3/\text{h}$. Die durch die Druckbelüftung entstehende zweiphasige Strömung induziert außerhalb des Nahfeldes der Membranrohrbelüfter die maximale Geschwindigkeit von ca. $0,3 \text{ m/s}$ [19]. Die genannten Geschwindigkeiten sind relativ gering. Durch die relativ großen Abmessungen des Teichs sind die Geschwindigkeitsquergradienten, die für die Schubspannungen und damit Reibungseffekte verantwortlich sind, relativ gering. Daher kann die **einphasige Strömung im Abwasserteich** näherungsweise als **reibungsfrei** (kinematische Viskosität $\nu = 0 \text{ m}^2/\text{s}$) betrachtet werden.

Insgesamt werden die folgenden sieben **Voraussetzungen** getroffen:

- **Fluid** wird, wie bereits erläutert, als **reibungsfrei** angesehen,
- **Turbulenzeffekte** treten nicht auf, es handelt sich bei der einphasigen Strömung im Abwasserteich also um eine **laminare Schichtenströmung**,
- **Abwasservolumenstrom** ist **instationär**; allerdings kann hier aufgrund des relativ geringen zeitlichen Gradienten (und damit der geringen lokalen Beschleunigungen $\partial \underline{v} / \partial t$) im Mittel von einer **stationären Strömung im Abwasserteich** ausgegangen werden,
- Abwasser wird als **inkompressibel** angesehen, als Dichte wird die **Dichte von Reinwasser** $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ angesetzt,
- **Freie Wasseroberfläche** übt **keinen Einfluß** auf das Strömungsgeschehen aus; zum einen sind die Strömungsgeschwindigkeiten zu gering, um Wellen zu

erzeugen, zum anderen ist die Böschungskante (**Bild 4**) ausreichend hoch, um den Wind über den Teich zu führen, ohne daß dieser die Wasseroberfläche maßgeblich bewegt,

- **Strömungsgeschwindigkeitsfeld** $\underline{v} = \underline{v}(x,y,z)$ in m/s im Abwasserteich ist **dreidimensional** und
- **Druckfeld** $p = p(x,y,z)$ in N/m² ist in erster Linie durch die **hydrostatische Druckverteilung** aufgrund der Fallbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m/s}^2 = -f_z$ (einzige auftretende Feldkraftkomponente) gekennzeichnet.

Für die getroffenen Voraussetzungen stellt die analytische Methode der Strömungsuntersuchung die Kontinuitätsgleichung in differentieller Form [26]:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \text{div } \underline{v} = \underline{\nabla} \cdot \underline{v} = 0 \quad (1)$$

und die EULER-Bewegungsgleichung für die x-, y- und z-Koordinate [26]:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = f_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = f_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad \text{und} \quad (3)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = f_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (4)$$

bzw. in Vektorform:

$$\underbrace{\frac{d\underline{v}}{dt}}_{\substack{\text{Trägheitskraft/Masse} \\ \text{aufgrund substantieller} \\ \text{Beschleunigung}}} = \underbrace{\frac{\partial \underline{v}}{\partial t}}_{\substack{\text{Trägheitskraft/Masse} \\ \text{aufgrund lokaler} \\ \text{Beschleunigung}}} + \underbrace{(\underline{v} \cdot \underline{\nabla}) \underline{v}}_{\substack{\text{Trägheitskraft/Masse} \\ \text{aufgrund konvektive} \\ \text{Beschleunigung}}} = \underbrace{\underline{f}}_{\substack{\text{Feldkraft/Masse}}} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \underline{\nabla} p}_{\substack{\text{Druckkraft/Masse}}} \quad (5)$$

zur Verfügung.

Mit den getroffenen sieben Voraussetzungen kann die EULER-Bewegungsgleichung noch weiter vereinfacht werden zu:

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (6)$$

$$v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad \text{und} \quad (7)$$

$$v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (8)$$

Für die vier Unbekannten v_x , v_y , v_z und p sind zwar die vier partiellen Differentialgleichungen (1), (6), (7) und (8) vorhanden, jedoch ist das Differentialgleichungssystem analytisch nicht lösbar.

Da für das **reibungsfrei angenommene Fluid** auch $\text{rot } \underline{v} = \underline{\Omega} = \underline{0} \text{ s}^{-1}$ (drehungsfreie Strömung) gilt, kann die **einphasige Strömung** auch als **Potentialströmung** aufgefaßt werden. Mit den oben getroffenen Voraussetzungen läßt sich aus der EULER-Bewegungsgleichung mittels Integration die **BERNOULLI-Konstante** [26]:

$$\underbrace{\frac{\rho}{2} v^2}_{\substack{\text{Dynamischer Druck} \\ \text{in N/m}^2}} + \underbrace{p}_{\substack{\text{Statischer Druck} \\ \text{in N/m}^2}} + \underbrace{\rho g z}_{\substack{\text{Druck aufgrund der geodätischen Höhe } z \\ \text{in N/m}^2}} = \text{const.} \quad (9)$$

herleiten. Die BERNOULLI-Konstante gilt über den gesamten Abwasserteich, auch quer zu den Stromfäden (Potentialtheorie).

Mit Einführung der **Potentialfunktion** $\Phi = \Phi(x,y,z)$ in m^2/s des Geschwindigkeitsfeldes, für die gilt [26]:

$$\underline{v} = \underline{\nabla} \Phi, \quad (10)$$

folgt unter Zuhilfenahme der Kontinuitätsgleichung (1) in differentieller Form die **LAPLACE-Gleichung** [26]:

$$\Delta \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0. \quad (11)$$

Auch mit den Gleichungen (9), (10) und (11) ist die einphasige Strömung im Abwasserteich vollständig beschreibbar, allerdings muß hierfür die Potentialfunktion Φ gefunden werden, wofür numerisch arbeitende Panelmethoden einzusetzen sind [27]...[29].

Wenn man davon ausgeht, daß das **Geschwindigkeitsfeld der einphasigen Strömung** im Abwasserteich eine **Schleichströmung** [30] ist, die sich dadurch auszeichnet, daß für die REYNOLDS-Zahl (Verhältnis der Trägheitskraft zur Reibungskraft) gilt:

- $Re \rightarrow 0$,

muß die **Voraussetzung der Reibungsfreiheit** in den o.g. sieben Voraussetzungen **fallengelassen** werden. Stattdessen stellt sich die Trägheitskraft (Beschleunigung) als vernachlässigbar dar. Unter Berücksichtigung dieses Sachverhalts (sechs verbleibende o.g. Voraussetzungen und Vernachlässigung der Trägheitskraft)

ergeben sich mit der NAVIER-STOKES-Bewegungsgleichung, Kapitel 4.1.1.2, Gln. (61)...(63), die folgenden Bewegungsgleichungen für die x-, y- und z-Koordinate:

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right), \quad (12)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) \text{ und} \quad (13)$$

$$0 = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right). \quad (14)$$

Dieser Zusammenhang stellt sich umgeformt und in Vektorform folgendermaßen dar:

$$\underbrace{\frac{1}{\rho} \nabla p}_{\text{Druckkraft/Masse}} = \underbrace{\underline{f}}_{\text{Feldkraft/ Masse}} + \underbrace{\nu \Delta \underline{v}}_{\text{Reibungskraft/ Masse}}. \quad (15)$$

Diese Gl. (15) stellt die um die Feldkraft erweiterte STOKES-Bewegungsgleichung [28] dar, die in Kombination mit der Kontinuitätsgleichung (1) wieder ein analytisch nicht lösbares Gleichungssystem aus vier partiellen Differentialgleichungen ergibt.

Im Rahmen dieser Arbeit wird von den drei beschriebenen Verfahren (EULER-, Potentialtheorie- und STOKES-Verfahren) innerhalb der analytischen Methode kein Gebrauch gemacht, sondern der numerischen und der experimentellen Methode der Vorzug gegeben.

3.1.2 Stofftransport

In der **einphasigen Strömung des Abwasserteichs**, ohne Berücksichtigung des Nahfelds der Membranrohrbelüfter, treten die **drei** folgenden **Stofftransportmechanismen** für den vom hier betrachteten Reinwasser absorbierten Luftsauerstoff (Zweikomponentenfluid) auf:

- Molekulare Diffusion (Ausgleichsvorgang von Molekülen aufgrund von Konzentrationsgradienten),
- Erzwungene Konvektion (Transportvorgang von Molekülgruppen aufgrund von äußeren Kräften z.B. von der Druckbelüftung) und
- Turbulente Diffusion (Transportvorgang von Molekülgruppen bzw. Turbulenzballen aufgrund von stochastisch verteilten Schwankungsbewegungen).

Diffusionsströme aufgrund von Druckgradienten (Druckdiffusion), von äußeren Kräftegradienten und von Temperaturgradienten (Thermodiffusion, SORLET-Diffusion) sind hier von marginaler Größe und können daher vernachlässigt werden.

Der im **Nahfeld der Membranrohrbelüfter** auftretende **Stoffübergang** von Luftsauerstoff aus den Phasengrenzflächen der Luftblasen in das Reinwasser ist zwar auch einphasig, wird aber erst im Kapitel 3.2.2 behandelt, da der Stoffübergang im unmittelbaren Zusammenhang mit dem **Stoffdurchgang** durch die Phasengrenzflächen Luftblasen-Wasser aufgrund der **zweiphasigen Strömung** steht.

Für die Berechnung der **molekularen Diffusion** stehen die beiden **Diffusionsgesetze** nach FICK zur Verfügung [24], [32]...[37]. Für die äquimolare Gegendiffusion (Verdrängungsstrom nach STEFAN d.h. der nichtäquimolare Anteil der Diffusion wird vernachlässigt) des inkompressiblen Zweikomponentenfluids (binäres Zweistoffgemisch), bestehend aus gelöstem Sauerstoff O_2 in Reinwasser H_2O , lautet das **erste Diffusionsgesetz** in Vektorschreibweise [32]:

$$\dot{\underline{M}}_{O_2} = -D_m \cdot \rho_{H_2O} \cdot \text{grad } c_{O_2} = -D_m \cdot \rho_{H_2O} \cdot \underline{\nabla} c_{O_2} \quad (16)$$

Hierbei ist $\dot{\underline{M}}_{O_2}$ in $kg/(m^2 \cdot s)$ der Massenstromdichte-Vektor des Sauerstoffs, D_m in m^2/s der molekulare Diffusionskoeffizient von Sauerstoff in Reinwasser und von Reinwasser in Sauerstoff (hier $D_m = 2,09 \times 10^{-9} m^2/s$), ρ_{H_2O} in kg/m^3 die Dichte des Wassers (hier $\rho_{H_2O} = 1000 kg/m^3$) und c_{O_2} in kg_{O_2}/kg_{H_2O} die Massenkonzentration (Massenanteil, Massenbruch) des Sauerstoffs bezogen auf Wasser. Aufgrund der relativ geringen Massenkonzentration c_{O_2} des Sauerstoffs wird nur die Dichte ρ_{H_2O} des Wassers berücksichtigt und nicht auch die Dichte ρ_{O_2} des Sauerstoffs. Weiterhin wird der molekulare Diffusionskoeffizient als konstant angenommen. Das Minuszeichen in Gl. (16) zeigt an, daß die Richtung der Diffusion entlang des negativen Konzentrationsgradienten verläuft.

In x-, y- und z-Richtung ergibt sich das erste Diffusionsgesetz zu [34]:

$$\dot{M}_{O_2,x} = -D_m \cdot \rho_{H_2O} \cdot \frac{\partial c_{O_2}}{\partial x}, \quad (17)$$

$$\dot{M}_{O_2,y} = -D_m \cdot \rho_{H_2O} \cdot \frac{\partial c_{O_2}}{\partial y} \quad \text{und} \quad (18)$$

$$\dot{M}_{O_2,z} = -D_m \cdot \rho_{H_2O} \cdot \frac{\partial c_{O_2}}{\partial z}. \quad (19)$$

Das **zweite Diffusionsgesetz** [24], [32]...[37] wird aus der Massenbilanz (Kontinuitätsgleichung) des inkompressiblen und einphasigen Zweikomponentenfluids hergeleitet. Hierbei wird vorausgesetzt, daß die Komponenten Sauerstoff und

Reinwasser durch chemische oder biologische Reaktionen weder gebildet noch verbraucht werden (kein Reaktionsterm). Das zweite Diffusionsgesetz lautet [37]:

$$\frac{\partial c_{O_2}}{\partial t} = D_m \cdot \left(\frac{\partial^2 c_{O_2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_{O_2}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_{O_2}}{\partial z^2} \right) = D_m \cdot \nabla^2 c_{O_2} = D_m \cdot \Delta c_{O_2}. \quad (20)$$

Es handelt sich dabei also um den **lokalen Term** $\partial c_{O_2}/\partial t$ der Sauerstoff-Massenkonzentration c_{O_2} .

Der Stofftransport der **erzwungenen Konvektion**, welcher dem **konvektiven Term** $(\underline{v} \cdot \nabla) c_{O_2}$ der Sauerstoff-Massenkonzentration c_{O_2} entspricht, kann in dem zweiten Diffusionsgesetz Gl. (20) durch Addition mit dem lokalen Term $\partial c_{O_2}/\partial t$ berücksichtigt werden. Dann folgt für den **substantiellen Term** dc_{O_2}/dt der Sauerstoff-Massenkonzentration c_{O_2} für den Fall einer laminaren Strömung [24]:

$$\begin{aligned} \frac{dc_{O_2}}{dt} &= \frac{\partial c_{O_2}}{\partial t} + (\underline{v} \cdot \nabla) c_{O_2} = D_m \cdot \Delta c_{O_2} = \\ \frac{dc_{O_2}}{dt} &= \frac{\partial c_{O_2}}{\partial t} + v_x \frac{\partial c_{O_2}}{\partial x} + v_y \frac{\partial c_{O_2}}{\partial y} + v_z \frac{\partial c_{O_2}}{\partial z} = D_m \left(\frac{\partial^2 c_{O_2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_{O_2}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_{O_2}}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

Die Gl. (21) stellt die **Stofftransportgleichung** (Stoffhaltungsgleichung, Massenbilanzgleichung) für **laminare, einphasige** Strömungen eines Zweikomponentenfluids dar. Sie beschreibt das Konzentrationsfeld des im Wasser gelösten Sauerstoffs im Abwasserteich.

Für den Fall der **turbulenten Strömung** und der dadurch hinzukommenden **turbulenten Diffusion** wird zum molekularen Diffusionskoeffizient D_m in m^2/s (Stoffwert) noch ein **turbulenter Diffusionskoeffizient** D_t in m^2/s (kinematischer Wert) addiert. Außerdem werden die **zeitlichen Mittelwerte** des Geschwindigkeitsvektors $\bar{\underline{v}}$ und der Sauerstoff-Massenkonzentration \bar{c}_{O_2} in der instationären Strömung betrachtet (REYNOLDS-Mittelung). Aus Gl. (21) folgt dann [34]:

$$\frac{d\bar{c}_{O_2}}{dt} = \frac{\partial \bar{c}_{O_2}}{\partial t} + (\bar{\underline{v}} \cdot \nabla) \bar{c}_{O_2} = (D_m + D_t) \cdot \Delta \bar{c}_{O_2}. \quad (22)$$

Der turbulente Diffusionskoeffizient wird unter Zuhilfenahme der aus der REYNOLDS-Mittelung resultierenden, stochastisch verteilten **Schwankungswerte** des Produkts $\overline{v'c'_{O_2}}$ von Geschwindigkeitsvektor und Sauerstoff-Massenkonzentration gewonnen. Dies wird auf numerischem Weg vollzogen und daher erst in Kapitel 4.1.1.5 dargestellt.

3.2 Zweiphasige Strömung

3.2.1 Luftblasenaufstieg

Der quasi-stationäre Luftblasenaufstieg [23], [36]...[49] im Wasser, der in diesem Kapitel nur durch skalare Gleichungen beschrieben wird, da hier nur die vertikale Komponente von Interesse ist, stellt das Gleichgewicht der hydrostatischen **Auftriebskraft** F_A in N mit der hydrodynamischen **Widerstandskraft** F_W in N dar:

$$F_A = -F_W. \quad (23)$$

Die Schwerkraft der Luftblasen ist hierbei vernachlässigt.

Bei kugelförmigen Luftblasen gilt für die hydrostatische Auftriebskraft [23]:

$$F_A = \rho_W \cdot g \cdot V_B = \rho_W \cdot g \cdot \frac{\pi \cdot d_B^3}{6} \quad (24)$$

und für die gegen die positive vertikale Koordinatenrichtung wirkende Widerstandskraft [38]:

$$F_W = -\zeta_{W,B} \cdot A_B \cdot \frac{\rho_W \cdot v_{B,rel}^2}{2} = -\zeta_{W,B} \cdot \pi \cdot \frac{d_B^2}{4} \cdot \frac{\rho_W \cdot v_{B,rel}^2}{2}. \quad (25)$$

Hierbei ist ρ_W in kg/m^3 die Dichte von Wasser (hier $\rho_W = 1000 \text{ kg/m}^3$), g in m/s^2 die Fallbeschleunigung (hier $g = 9,81 \text{ m/s}^2$), V_B in m^3 das Luftblasenvolumen ($V_B = \pi d_B^3/6$), d_B in m der Luftblasendurchmesser, $\zeta_{W,B}$ der Widerstandsbeiwert der Luftblasen, A_B in m^2 die wirksame Spantfläche der Luftblase ($A_B = \pi d_B^2/4$) und $v_{B,rel}$ in m/s die Relativgeschwindigkeit der Luftblasen zur Wassergeschwindigkeit bzw. Aufstiegs geschwindigkeit der Luftblasen in ruhendem Wasser. Für die Relativgeschwindigkeit der Luftblasen zur Wassergeschwindigkeit gilt:

$$v_{B,rel} = v_B - v. \quad (26)$$

Hierbei ist v_B in m/s die Luftblasen-Geschwindigkeit und v in m/s die Wasser-Geschwindigkeit.

Die Widerstandskraft ist die Kraft, die aufgrund der relativen Geschwindigkeit der Luftblase zum Wasser auf die Luftblase wirkt. Sie setzt sich aus der Reibungswiderstandskraft $\underline{F}_{W,R}$ und der Druckwiderstandskraft $\underline{F}_{W,D}$ zusammen [39]. Die Reibungswiderstandskraft ermittelt sich aus der Integration der auf die Luftblase wirkenden Tangentialkräfte, die Druckwiderstandskraft aus der Integration der auf die Luftblase wirkenden Normalkräfte. Diese Kräfte können nur bei laminarer Umströmung ohne Ablösung analytisch ermittelt werden [38], [39]. Für die turbulente Umströmung von Körpern kann die Widerstandskraft nur mit empirisch gewonnenen Gleichungen ermittelt und i.d.R. nicht mehr in Reibungs- und Druckwiderstandskraft aufgeteilt werden. Die empirisch gewonnene Größe ist der Widerstandsbeiwert $\zeta_{W,B}$.

Einsetzen der Gln. (24) und (25) in Gl. (23) führt auf die Relativgeschwindigkeit der kugelförmigen und formstabilen Luftblasen:

$$v_{B,rel}^2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{d_B \cdot g}{\zeta_{W,B}}. \quad (27)$$

Der Luftblasenaufstieg im Wasser hängt wesentlich von der Form der Luftblasen ab. Es wird zwischen den folgenden **vier Blasenformen** unterschieden [24]:

- Kugelförmige Luftblasen ohne innere Zirkulation,
- Kugelförmige Luftblasen mit innerer Zirkulation,
- Ellipsoidförmige Luftblasen mit innerer Zirkulation und
- Regellos geformte Luftblasen (z.B. Kappen-, Pilz- und Schirmblasen) mit innerer Zirkulation.

Der Übergang zwischen den Luftblasenformen erfolgt in Abhängigkeit vom Luftblasendurchmesser [23]. Bei relativ kleiner Ausblasöffnung und relativ geringem Volumenstrom bilden sich kugelförmige Luftblasen aus. In Abhängigkeit vom Luftblasendurchmesser und vom Vorhandensein grenzflächenaktiver Stoffe im Wasser treten Luftblasen ohne oder mit innerer Zirkulation auf. Mit zunehmendem Durchmesser werden die Luftblasen deformiert. Es kommt zur Ausbildung ellipsoidförmiger Luftblasen mit innerer Zirkulation, die sich durch einen spiralförmig pendelnden Aufstieg auszeichnen. Bei weiterer Erhöhung des Durchmessers werden die Luftblasen immer formunbeständiger [38].

In **Bild 13** sind die unterschiedlichen Luftblasenformen in Abhängigkeit von Ähnlichkeitskennzahlen dargestellt [38]. Bei den Ähnlichkeitskennzahlen handelt es sich um die EÖTVÖS-Zahl E_o , die Luftblasen-REYNOLDS-Zahl Re_B und die MORTON-Zahl Mo .

Die **EÖTVÖS-Zahl** ist das Verhältnis von Gewichtskraft zur Grenzflächenspannungskraft [34], und wird auch als **BOND-Zahl** Bo oder als Verhältnis der **WEBER-Zahl** We zur **erweiterten FROUDE-Zahl** Fr^* bezeichnet [38]:

$$E_o = Bo = \frac{We}{Fr^*} = \frac{g \cdot \Delta\rho \cdot d_B^2}{\sigma}. \quad (28)$$

Hierbei ist $\Delta\rho$ in kg/m^3 die Differenz der Dichten von Wasser ($\rho_W = 1000,00 kg/m^3$) und Luft ($\rho_L = 1,25 kg/m^3$) und σ in N/m die Grenzflächenspannung zwischen Luft und Wasser (hier $\sigma = 0,073 N/m$).

Die **WEBER-Zahl** stellt das Verhältnis aus Trägheitskraft zur Grenzflächenspannungskraft dar [137]:

$$We = \frac{\rho_W \cdot v_{B,rel}^2 \cdot d_B}{\sigma} \quad (29)$$

und die **erweiterte FROUDE-Zahl** das Verhältnis aus Trägheitskraft zur Gewichtskraft [34]:

$$Fr^* = \frac{v_{B,rel}^2 \cdot \rho_W}{d_B \cdot g \cdot \Delta\rho} \quad (30)$$

Hierbei ist $v_{B,rel}$ in m/s die Relativgeschwindigkeit der Luftblasen zur Wassergeschwindigkeit. Anzumerken ist, daß sich die Standard-**FROUDE-Zahl** berechnet zu [137]:

$$Fr = \frac{v_{B,rel}^2}{g \cdot d_B} \quad (31)$$

Es handelt sich also bei Gl. (30) um die Division der FROUDE-Zahl mit der Relativedichte $\Delta\rho/\rho_W = (\rho_W - \rho_L)/\rho_W$.

Die **REYNOLDS-Zahl** ist das Verhältnis der Trägheitskraft zur Reibungskraft. Sie berechnet sich für den Luftblasenaufstieg als **Luftblasen-REYNOLDS-Zahl** zu [38]:

$$Re_B = \frac{\rho_W \cdot d_B \cdot v_{B,rel}}{\eta_W} = \frac{d_B \cdot v_{B,rel}}{\nu_W} \quad (32)$$

Hierbei ist η_W in Ns/m^2 die dynamische Viskosität des Wassers (hier $\eta_W = 1,0 \times 10^{-3} Ns/m^2$) und ν_W in m^2/s die kinematische Viskosität des Wassers (hier $\nu_W = 1,0 \times 10^{-6} m^2/s$). Dynamische und kinematische Viskosität sind bekanntlich über die Dichte miteinander verknüpft:

$$\eta_W = \rho_W \cdot \nu_W \quad (33)$$

Die **MORTON-Zahl** (reziprok zur **erweiterten Fluidkennzahl** Fl^*) ist definiert als [38]:

$$Mo = \frac{1}{Fl^*} = \frac{We^3}{Re_B^4 \cdot Fr^*} = \frac{g \cdot \eta_W^4 \cdot \Delta\rho}{\rho_W^2 \cdot \sigma^3} \quad (34)$$

Voruntersuchungen [138] haben gezeigt, daß es sich im Rahmen der vorliegenden Arbeit um **ellipsoid verformte** und **spiralförmig pendelnd aufsteigende Luftblasen** (**Bild 5**) mit **innerer Zirkulation** handelt, die einen zu **kugelförmigen Luftblasen äquivalenten durchschnittlichen Durchmesser** von:

- $d_B = 2,2 \text{ mm}$

aufweisen. Der Luftblasendurchmesser ist abhängig vom Umgebungsdruck und damit von der Aufstiegshöhe. Das Ansteigen des Luftblasendurchmessers mit der Aufstiegshöhe ist relativ gering und wird daher in dieser Arbeit vernachlässigt.

Mit den bereits genannten **Stoffwerten** bei der Wasser- und Lufttemperatur von $T = 20^\circ\text{C}$: $\rho_W = 1000,00 \text{ kg/m}^3$, $\rho_L = 1,25 \text{ kg/m}^3$, $\Delta\rho = 998,75 \text{ kg/m}^3$, $\sigma = 0,073 \text{ N/m}$, $\eta_W = 1,0 \times 10^{-3} \text{ N s/m}^2$ und $v_W = 1,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ergeben sich mit $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ für die bereits eingeführten **Ähnlichkeitskennzahlen** nach Gln. (28) und (34):

- EÖTVÖS-Zahl $Eo = 0,65$ und
- MORTON-Zahl $Mo = 2,52 \times 10^{-11}$ bzw. $\log Mo = -10,60$.

Mit diesen Werten läßt sich aus **Bild 13** die Luftblasen-REYNOLDS-Zahl ablesen:

- $Re_B = 800$.

Mit Gl. (32) folgt dann die Luftblasen-Relativgeschwindigkeit zu:

- $v_{B,rel} = 0,36 \text{ m/s}$.

Für die weiteren Betrachtungen wird die **ARCHIMEDES-Zahl** (auch als **GALILEI-Zahl** Ga bezeichnet) als das Verhältnis aus Gewichtskraft zur Reibungskraft [38]:

$$Ar = Ga = \frac{g \cdot d_B^3}{v_W^2} \quad (35)$$

und die sog. Standard **Fluidkennzahl** als das Verhältnis aus Grenzflächenspannungskraft zur Reibungskraft [38]:

$$Fl = \frac{Re_B^4 \cdot Fr}{We^3} = \frac{\rho_W \cdot \sigma^3}{g \cdot \eta_W^4} = \frac{\sigma^3}{g \cdot \rho_W^3 \cdot v_W^4} \quad (36)$$

benötigt.

Mit den o.a. Werten folgt:

- $Ar = 104\,457$ und
- $Fl = 39,655 \times 10^9$.

Für die hier vorliegenden ellipsoidförmigen Luftblasen mit innerer Zirkulation gelten nach [44] in dem ARCHIMEDES-Zahl-Bereich:

- $120 Fl^{0,0253} = 223,0 < Ar \leq 22,5 Fl^{0,5000} = 4,5 \times 10^6$

folgende Zahlenwert-Gleichungen (Einsetzen in SI-Einheiten, um die Luftblasen-Relativgeschwindigkeit $v_{B,rel}$ in m/s zu erhalten) als Näherungsformeln [44]:

$$v_{B,rel} = 1,72 \cdot \frac{g^{0,1}}{d_B^{0,3}} \left(\frac{\sigma}{\rho_w} \right)^{0,4} \quad \text{und} \quad (37)$$

$$\zeta_{W,B} = 0,0062 \cdot We^4. \quad (38)$$

Mit den Gl. (37), (29) und (38) folgt:

- $v_{B,rel} = 0,30 \text{ m/s}$,
- $We = 2,71$ und
- $\zeta_{W,B} = 0,337$.

Die Luftblasen-Relativgeschwindigkeit ist experimentell ermittelt [38] und in **Bild 14** dargestellt worden. Für die oben gegebenen Werte ($d_B = 2,2 \text{ mm}$, Reinwasser) lässt sich ablesen:

- $v_{B,rel} = 0,28 \text{ m/s}$.

Da sich die Luftblasen-Relativgeschwindigkeit als Bereich von $v_{B,rel} = 0,28 \dots 0,36 \text{ m/s}$ darstellt, wird die Luftblasen-REYNOLDS-Zahl nach Gl. (32) berechnet und als folgender Bereich dargestellt:

- $Re_B = 616 \dots 800$.

Für ellipsoidförmige Luftblasen mit innerer Zirkulation kann der Luftblasenaufstieg in vier Bereiche eingeteilt werden (**Bild 15**).

Das Pendeln der ellipsoid verformten Luftblasen ist einerseits über wechselseitige Ablösungen der Strömung an den Luftblasen, ähnlich der KARMAN-Wirbelstraße, zu erklären und andererseits über den Einfluß von turbulenten Schwankungsbewegungen sowohl im Wasser als auch zwischen den Luftblasen selbst. Weitere Ausführungen hierzu liefern Kapitel 4.2.1.5 und 4.2.2.4. Mit Hilfe der Argumentation über die KARMAN-Wirbelstraße kann die **Pendelfrequenz der Luftblasen** mit Hilfe der **STROUHAL-Zahl** abgeschätzt werden. Die STROUHAL-Zahl ist hier wie folgt zu definieren [27]:

$$Sr = \frac{f_{B,P} \cdot d_B}{v_{B,rel}}. \quad (39)$$

Hierbei ist $f_{B,P}$ in Hz die Pendelfrequenz der Luftblasen bzw. die Frequenz des instationären Vorgangs. Die STROUHAL-Zahl kann als das Verhältnis von der Zeit $d_B/v_{B,rel}$ für das Zurücklegen einer Strecke d_B und der Periodendauer $1/f$ (Zeit) des instationären Vorgangs angesehen werden.

Die STROUHAL-Zahl kann unter Verwendung der Luftblasen-REYNOLDS-Zahl (hier als Mittelwert $Re_B = 700$) in [29] aus einem Meßwert-Diagramm abgelesen werden. Es ergibt sich:

- $Sr = 0,14$.

Einsetzen dieses Wertes in Gl. (39) ergibt für die Pendelfrequenz der Luftblasen:

- $f_{B,P} = 19 \text{ Hz}$.

Dieser Wert liegt erheblich über dem Wert, der sich in Vorversuchen visuell feststellen läßt. Daher wird die Pendelfrequenz der Luftblasen nach Beobachtungen abgeschätzt zu:

- $f_{B,P} = 4 \text{ Hz}$.

Alle bis jetzt dargestellten Zusammenhänge beziehen sich auf **Einzelblasen**. In der vorliegenden Arbeit handelt es sich jedoch um einen **Blasenschwarm**.

Infolge beweglicher Phasengrenzflächen zwischen den Luftblasen und dem umgebenden Wasser kommt es zu einer fortlaufenden Veränderung der Bewegung und der Form der Luftblasen. Durch Koaleszenz und Zerfall entsteht ein Blasenschwarm mit unterschiedlichen Luftblasendurchmessern. Diese führen zu unterschiedlichen Luftblasen-Relativgeschwindigkeiten [36], [44], [52]...[57]. Große Luftblasen schleppen kleine Luftblasen mit sich oder verdrängen sie. Die zusätzlich auftretenden Phänomene Deformierung, Koaleszenz und Zerteilung der Luftblasen erschweren eine Beschreibung der **Luftblasen-Relativgeschwindigkeit** $v_{B,Sch,rel}$ in m/s **einer Luftblase im Blasenschwarm** (Relativgeschwindigkeit einer Luftblase im Blasenschwarm zur Wassergeschwindigkeit bzw. Aufstiegsgeschwindigkeit einer Luftblase im Blasenschwarm in ruhendem Wasser).

Für die nachfolgenden Betrachtungen wird folgender Volumenanteil α der Luft, bezogen auf das Gesamtvolumen (Luftblasen und Wasser), benötigt:

$$\alpha = \frac{V_B}{V_B + V_W} \quad (40)$$

Hierbei ist V_B in m^3 das Volumen der Luftblasen und V_W in m^3 das Volumen des Wassers.

In [44] wird anhand experimenteller Untersuchungen für Blasenschwärme mit einem mittleren Luftblasendurchmesser von 0,5...4,0 mm folgende Näherungsgleichung angegeben:

$$\frac{v_{B,Sch,rel}}{v_{B,rel}} = 0,27 + 0,73 \cdot (1 - \alpha)^{2,8} \quad (41)$$

Der Widerstandsbeiwert $\zeta_{W.B.Sch}$ einer Luftblase im Blasenschwarm berechnet sich dann zu:

$$\zeta_{W.B.Sch} = \frac{\zeta_{W.B.}}{\left(\frac{v_{B.Sch.rel}}{v_{B.rel}}\right)^2} = \frac{\zeta_{W.B.}}{\left(0,27 + 0,73 \cdot (1 - \alpha)^{2,8}\right)^2}. \quad (42)$$

Die in Blasenschwärmen häufig auftretenden Effekte Luftblasenzerfall und Luftblasenkoaleszenz treten nach Beobachtungen im Rahmen von Voruntersuchungen nur in geringem Maß auf und werden daher hier nicht betrachtet.

Hiermit sind die benötigten Größen für den Luftblasenaufstieg gegeben.

3.2.2 Stoffübertragung

Die **Stoffübertragung** zwischen einer Luftblase und dem umgebenden Wasser [24], [37], [41]...[43], [50], [51] ist durch die drei **Einflüsse** Instationarität, Beweglichkeit der Phasengrenzfläche und Grenzflächenturbulenz gekennzeichnet.

Der Mechanismus der **Stoffübertragung**, bestehend aus **Stoffdurchgang** und **Stoffübergang**, des Luftsauerstoffs aus der Luftblase in das Reinwasser läßt sich in drei Teilen darstellen [24]:

- Stoffübergang des Luftsauerstoffs in der Luftblase: Diffusion der Sauerstoffmoleküle aus dem Inneren der Luftblase an die luftseitige Phasengrenzfläche zum Wasser,
- Stoffdurchgang des Luftsauerstoffs durch die Phasengrenzfläche Luftblase-Wasser: Diffusion der Sauerstoffmoleküle durch die luftseitige Phasengrenzfläche auf die wasserseitige Phasengrenzfläche und
- Stoffübergang des Luftsauerstoffs im Wasser: Diffusion der Sauerstoffmoleküle von der wasserseitigen Phasengrenzfläche in das Innere des Wasserkörpers.

Die beiden auftretenden **Stoffübergänge** sind zwar **einphasig**, werden aber erst hier behandelt anstatt in Kapitel 3.1.2, da der Stoffübergang im unmittelbaren Zusammenhang mit dem **Stoffdurchgang** der **zweiphasigen Strömung** steht.

Die Stoffübertragung in die umgekehrte Richtung, nämlich die des Wassers in die Luftblase (Verdunstung des Wassers), wird hier nicht behandelt; nur die sog. **flüssigkeitsseitige Stoffübertragung** ist hier von Interesse.

Die drei Teile des **Stoffübertragungsmechanismus** stellen drei Widerstände dar, wobei der **Stoffdurchgangswiderstand durch die Phasengrenze vernachlässigt** werden kann, da der Stoffdurchgang schnell stattfindet (keine chemischen

Reaktionen in der Phasengrenze) und sich so ein Gleichgewicht bezüglich der beiden Stoffübergänge einstellt [24].

Für die beiden verbleibenden **Stoffübergangswiderstände** (reziprok zu den Stoffübergangskoeffizienten) ergibt sich für die schwache Löslichkeit des Luftsauerstoffs in Reinwasser als flüssigkeitsseitiger (wasserseitiger) **Stoffübertragungskoeffizient** k_L in m/s [34]:

$$k_L = \frac{1}{\frac{1}{\beta_L} + \frac{T \cdot R}{H \cdot \beta_G}} \quad (43)$$

Hierbei ist β_L in m/s der Stoffübergangskoeffizient der Flüssigphase (Wasser), β_G in m/s der Stoffübergangskoeffizient der Gasphase (Luft), T in K die Temperatur, $R = 8,314 \text{ Nm}/(\text{mol K})$ die universelle Gaskonstante und H in N m/mol die HENRY-Konstante.

Die HENRY-Konstante H kann unter der hier sinnvollen Annahme, daß sich an der Phasengrenzfläche das Gleichgewicht spontan einstellt, mit dem HENRY-Gesetz oder graphisch bestimmt werden [24]. Für Sauerstoff in Reinwasser ergeben sich derart große Werte für H (das bedeutet, daß Sauerstoff nur schwach in Wasser löslich ist), daß sich für Gl. (43) folgendes ergibt:

- $T R / (H \beta_G) \ll 1 / \beta_L$.

Dies bedeutet, daß der **Stoffübergang des Luftsauerstoffs in der Luftblase** aus dem Inneren der Luftblase **an die Phasengrenze zum Wasser vernachlässigt** werden kann.

Damit ergibt sich, daß der flüssigkeitsseitige Stoffübertragungskoeffizient k_L in m/s gleich dem Stoffübergangskoeffizient β_L der Flüssigphase ist:

$$k_L = \beta_L \quad (44)$$

Für die Bestimmung von Stoffübergangskoeffizienten stehen die vier folgenden **Stoffübergangsmodelle** zur Verfügung [24], [41]...[43]:

- Filmmodell,
- Grenzschichtmodell
- Penetrationsmodell und
- Oberflächenerneuerungsmodell.

Für ellipsoidförmige, spiralförmig pendelnd aufsteigende Luftblasen mit innerer Zirkulation hat sich das **Penetrationsmodell** durchgesetzt [34]. Dieses Modell berücksichtigt den Queraustausch von Fluidelementen. Zu einem Zeitpunkt $t = 0 \text{ s}$

tritt aufgrund der Turbulenz ein Wasserelement aus dem Phaseninneren an die Phasengrenzfläche Luftblase-Wasser. Nach einer Verweilzeit t_v an der Phasengrenzfläche kehrt das Wasserelement wieder in das Phaseninnere des Wassers zurück. Während dieser Verweilzeit, welche für alle Wasserelemente identisch ist, findet eine instationäre Diffusion statt. Es ergibt sich nach [24] für den **Stoffübergangskoeffizienten** die Beziehung:

$$\beta_L = 2 \cdot \sqrt{\frac{D_m}{\pi \cdot t_v}} \quad (45)$$

Hierbei ist β_L in m/s der Stoffübergangskoeffizient der Flüssigphase (Wasser), D_m in m^2/s der molekulare Diffusionskoeffizient von Sauerstoff in Reinwasser bzw. von Wasser in Sauerstoff (hier $D_m = 2,09 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$) und t_v in s die Verweilzeit.

Die Verweilzeit bestimmt sich nach [34] wie folgt:

$$t_v = \frac{d_B}{v_{B,rel}} \quad (46)$$

Hierbei ist d_B in m der Luftblasendurchmesser und $v_{B,rel}$ in m/s die Relativgeschwindigkeit der Luftblasen zur Wassergeschwindigkeit bzw. Aufstiegs- geschwindigkeit der Luftblasen in ruhendem Wasser.

Durch Einsetzen der Gl. (46) in Gl. (45) und Gleichsetzen mit Gl. (44) folgt für den flüssigkeitsseitigen **Stoffübertragungskoeffizienten** k_L nach dem **Penetrationsmodell**:

$$k_L = \beta_L = 2 \cdot \sqrt{\frac{D_m \cdot v_{B,rel}}{\pi \cdot d_B}} \quad (47)$$

Für die hier vorliegenden ellipsoidförmigen Luftblasen mit innerer Zirkulation gilt nach [44] in dem ARCHIMEDES-Zahl-Bereich:

$$\bullet \quad 125 \text{ Fl}^{0,25} = 5,6 \times 10^4 < \text{Ar} = 1,0 \times 10^5 \leq 22,6 \text{ Fl}^{0,50} = 4,5 \times 10^6$$

folgende Zahlenwert-Gleichung aus **Experimenten** für den **Stoffübertragungskoeffizienten** (Einsetzen in SI-Einheiten, um den Stoffübertragungskoeffizienten k_L in m/s zu erhalten) als Näherungsformel:

$$k_L = \frac{1,47 \cdot g^{0,05} \sqrt{D_m} \left(\frac{\sigma}{\rho_w} \right)^{0,2}}{d_B^{0,65}} \quad (48)$$

Voruntersuchungen [138] haben gezeigt, daß bei den in dieser Arbeit vorliegenden ellipsoid verformten Luftblasen mit innerer Zirkulation der Stoffübertragungskoeffizient sowohl mit Gl. (47) als auch mit Gl. (48) berechnet werden kann. Die

Unterschiede im Ergebnis von k_L betragen etwa 3%. Im weiteren Verlauf wird das **Penetrationsmodell** Gl. (47) verwendet.

Alle bis hier dargestellten Zusammenhänge beziehen sich auf **Einzelblasen**. In der vorliegenden Arbeit handelt es sich jedoch um einen **Blasenschwarm**. Für den Blasenschwarm gibt es wiederum zwei Möglichkeiten, den Stoffübertragungskoeffizienten $k_{L,Sch}$ bzw. den Stoffübergangskoeffizienten $\beta_{L,Sch}$ einer Luftblase im Blasenschwarm zu ermitteln [44], [63]...[65] mit Hilfe des **Penetrationsmodells** Gl. (47), indem die Luftblasen-Relativgeschwindigkeit $v_{B,rel}$ durch die Relativgeschwindigkeit $v_{B,Sch,rel}$ einer Luftblase im Blasenschwarm zur Wassergeschwindigkeit ersetzt wird:

$$k_{L,Sch} = \beta_{L,Sch} = 2 \cdot \sqrt{\frac{D_m \cdot v_{B,Sch,rel}}{\pi \cdot d_B}} \quad (49)$$

oder durch die folgende **experimentell** gefundene Beziehung [44]:

$$k_{L,Sch} = \beta_{L,Sch} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{D_m \cdot d_B \cdot g}{v_W}} \cdot \sqrt{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (50)$$

Auch für den Blasenschwarm wird dem Penetrationsmodell Gl. (49) der Vorzug gegeben.

Der durch die flüssigkeitsseitige Stoffübertragung resultierende **Massenstrom** \dot{m}_{B,O_2} in kg_{O_2}/s des Luftsauerstoffs aus einer Luftblase in das Reinwasser läßt sich somit bestimmen zu [34]:

$$\dot{m}_{B,O_2} = k_L \cdot A_{B,O} \cdot \rho_{H_2O} (c_{O_2,B,O} - c_{O_2}) \quad (51)$$

Hierbei ist k_L in m/s der flüssigkeitsseitige Stoffübertragungskoeffizient, $A_{B,O}$ in m^2 die Oberfläche der Luftblase (hier Annahme einer kugelförmigen Luftblase mit $A_{B,O} = \pi d_B^2$), ρ_{H_2O} in kg/m^3 die Dichte des Reinwassers (hier $\rho_{H_2O} = 1000 \text{ kg/m}^3$), $c_{O_2,B,O}$ in kg_{O_2}/kg_{H_2O} die Massenkonzentration (Massenanteil) des Sauerstoffs bezogen auf Wasser auf der Oberfläche der Luftblase und c_{O_2} in kg_{O_2}/kg_{H_2O} die Massenkonzentration (Massenanteil) des Sauerstoffs bezogen auf Wasser. Aufgrund der relativ geringen Massenkonzentration c_{O_2} des Sauerstoffs wird nur die Dichte ρ_{H_2O} des Wassers berücksichtigt und nicht auch die Dichte ρ_{O_2} des Sauerstoffs.

Soll der Massenstrom \dot{m}_{B,Sch,O_2} in kg_{O_2}/s des Luftsauerstoffs aus einer Luftblase im Blasenschwarm berechnet werden, so muß in Gl. (51) k_L durch $k_{L,Sch}$ aus Gl. (49) ersetzt werden:

$$\dot{m}_{B,Sch,O_2} = k_{L,Sch} \cdot A_{B,O} \cdot \rho_{H_2O} (c_{O_2,B,O} - c_{O_2}) \quad (52)$$

Abschließend werden noch **drei Ähnlichkeitskennzahlen** genannt, die im Zusammenhang mit der **Stoffübertragung** in der Literatur [24] vielfältigen Niederschlag gefunden haben und im weiteren Verlauf dieser Arbeit noch benötigt werden.

Die **SHERWOOD-Zahl** bezieht den Stoffübergang in der Flüssigphase (Wasser) auf die molekulare Diffusion in der Flüssigphase:

$$\text{Sh} = \frac{\beta_L \cdot d_B}{D_m}. \quad (53)$$

Die **SCHMIDT-Zahl** ist das Verhältnis der molekularen Viskosität zur molekularen Diffusion (hier für Wasser):

$$\text{Sc} = \frac{\nu_w}{D_m}. \quad (54)$$

Die **PECLET-Zahl** ist als Produkt der REYNOLDS-Zahl und der SCHMIDT-Zahl das Verhältnis der Trägheitskraft zur molekularen Diffusionskraft:

$$\text{Pe} = \text{Re} \cdot \text{Sc} = \frac{v_{B,\text{rel}} \cdot d_B}{D_m}. \quad (55)$$

Hiermit sind die wesentlichen Größen für die Stoffübertragung (Stoffübergang und Stoffdurchgang) für den Luftsauerstoff aus den Luftblasen in das Reinwasser zusammengestellt.

4 Numerische Simulation der Strömung im Abwasserteich

4.1 Einphasige Strömung

4.1.1 Grundgleichungen

4.1.1.1 Kontinuitätsgleichung

Die Kontinuitätsgleichung (Massenbilanz, Massenerhaltungsgleichung) in differentieller Form lautet (vgl. Kapitel 3.1.1) für ein **inkompressibles Fluid** bei **instationärer Strömung** [26]:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = \operatorname{div} \underline{v} = \nabla \cdot \underline{v} = 0. \quad (56)$$

Die Strömungsgeschwindigkeit \underline{v} in m/s ist eine Funktion vom Ort x , y und z und von der Zeit t :

$$\underline{v} = \underline{v}(x, y, z, t). \quad (57)$$

Wird nach einem Vorschlag von EINSTEIN die Summationskonvention eingeführt (Tensornotation), ergibt sich für Gl. (56) [28]:

$$\frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0. \quad (58)$$

Werden die Geschwindigkeitskomponenten aus Gl. (58) in einen **zeitlichen Mittelwert** und einen **Schwankungswert** aufgeteilt [67]:

- Geschwindigkeitskomponenten: $v_i = \bar{v}_i + v_i'$ (59)

und berücksichtigt, daß für die zeitlichen Mittelwerte der Schwankungswerte für die Geschwindigkeitskomponenten folgendes gilt: $\bar{v}_i' = 0$, dann folgt für die zeitlich gemittelte Kontinuitätsgleichung [28]:

$$\frac{\partial \bar{v}_i}{\partial x_i} = 0. \quad (60)$$

Diese Gl. (60) gilt als Kontinuitätsgleichung für turbulente Strömungen.

4.1.1.2 NAVIER-STOKES-Bewegungsgleichung

Mit der NAVIER-STOKES-Bewegungsgleichung können Strömungen **reibungsbehafteter NEWTON-Fluide** in Kombination mit der Kontinuitätsgleichung vollständig beschrieben werden. Die NAVIER-STOKES-Bewegungsgleichung ist für ein NEWTON-Fluid aus der **Impulsbilanz** (Impulserhaltung, Kräftegleichgewicht) eines Massenelements mit konstanter Dichte ρ in kg/m^3 (inkompressibles Fluid) und konstanter kinematischer Viskosität ν in m^2/s (isothermes Fluid) herzuleiten. Es ergibt sich für die x-, y- und z-Koordinate [26]:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} = f_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right), \quad (61)$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = f_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right) \text{ und} \quad (62)$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = f_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right). \quad (63)$$

In Vektorform lautet die NAVIER-STOKES-Bewegungsgleichung [26]:

$$\underbrace{\frac{\partial \underline{v}}{\partial t}}_{\text{Trägheitskraft / Masse aufgrund lokaler Beschleunigung}} + \underbrace{(\underline{v} \cdot \nabla) \underline{v}}_{\text{Trägheitskraft / Masse aufgrund konvektive Beschleunigung}} = \underbrace{\underline{f}}_{\text{Feldkraft / Masse}} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \nabla p}_{\text{Druckkraft / Masse}} + \underbrace{\nu \Delta \underline{v}}_{\text{Reibungskraft / Masse}} \quad (64)$$

und mit der konstanten Dichte ρ multipliziert:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (\rho \underline{v})}_{\text{Trägheitskraft / Volumen aufgrund lokaler Beschleunigung}} + \underbrace{(\underline{v} \cdot \nabla) (\rho \underline{v})}_{\text{Trägheitskraft / Volumen aufgrund konvektive Beschleunigung}} = \underbrace{\rho \underline{f}}_{\text{Feldkraft / Volumen}} - \underbrace{\nabla p}_{\text{Druckkraft / Volumen}} + \underbrace{\nu \Delta (\rho \underline{v})}_{\text{Reibungskraft / Volumen}} \quad (65)$$

Werden i und j aus der Summationskonvention [28] eingeführt, folgt daraus:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) + v_j \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i) = \rho f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (\rho v_i). \quad (66)$$

Für die **vier zu ermittelnden Strömungsgrößen** v_i bzw. v (v_x, v_y, v_z) und p stellen die Kontinuitätsgleichung (56) und die NAVIER-STOKES-Bewegungsgleichung in den drei Koordinaten x, y und z , Gl. (61)...(63) ein System aus **vier nichtlinearen partiellen, gekoppelten Differentialgleichungen** dar, das analytisch nur in wenigen Fällen lösbar ist und meist durch numerische Verfahren approximiert wird. Dabei werden das Strömungsgebiet räumlich und zeitlich diskretisiert und die nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen z.B. durch Finite-Elemente, Finite-Differenzen oder

Finite-Volumen approximiert und im weiteren Verlauf in ein algebraisches Gleichungssystem überführt.

4.1.1.3 REYNOLDS-Bewegungsgleichung

Die NAVIER-STOKES-Bewegungsgleichung, Gln. (61)...(66), beschreibt sowohl die **laminare** als auch die **turbulente Strömung**. Eine turbulente Strömung kann durch **Direkte Numerische Simulation (DNS)** z.B. der Gl. (66) erfaßt werden. Hierbei wird ein Berechnungsgitter vorausgesetzt, das **räumlich** und **zeitlich fein genug aufgelöst** ist, um die kleinstskaligen Turbulenzballen noch zu erfassen [72].

Bei **turbulenten Strömungen** ist es in vielen praxisrelevanten Fällen ausreichend, nur die zeitlichen Mittelwerte der Grundströmung zu ermitteln. Die zu behandelnden Strömungsgrößen werden in einen **zeitlichen Mittelwert** und einen **Schwankungswert** aufgeteilt (vgl. Kapitel 4.1.1.1). Die Geschwindigkeitskomponenten und der Druck setzen sich für einen Punkt im Strömungsraum wie folgt zusammen [72]:

- Geschwindigkeitskomponenten: $v_i = \bar{v}_i + v'_i$ bzw. $v_j = \bar{v}_j + v'_j$ und (67)

- Druck: $p = \bar{p} + p'$. (68)

Für die **zeitlichen Mittelwerte** der Schwankungswerte für Geschwindigkeitskomponenten und Druck gilt hierbei: $\bar{v}'_i = 0$, $\bar{v}'_j = 0$ und $\bar{p}' = 0$.

Setzt man die drei Koordinaten der Geschwindigkeitskomponenten und den Druck in die drei Koordinaten der NAVIER-STOKES-Bewegungsgleichung, Gln. (61)...(63), ein und mittelt diese anschließend zeitlich, so erhält man die REYNOLDS-Bewegungsgleichung für die x-, y- und z-Koordinate [26]:

$$\frac{\partial \bar{v}_x}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial y} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_x}{\partial z} = f_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{v}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}_x}{\partial z^2} \right) + Z_x, \quad (69)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_y}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial y} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_y}{\partial z} = f_y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{v}_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}_y}{\partial z^2} \right) + Z_y \quad \text{und} \quad (70)$$

$$\frac{\partial \bar{v}_z}{\partial t} + \bar{v}_x \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial x} + \bar{v}_y \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial y} + \bar{v}_z \frac{\partial \bar{v}_z}{\partial z} = f_z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{v}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}_z}{\partial z^2} \right) + Z_z. \quad (71)$$

Hierbei sind die Zusatzglieder Z_x , Z_y und Z_z [26]:

$$Z_x = -\frac{\partial}{\partial x} (\overline{v'^2}) - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'_x v'_y}) - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{v'_x v'_z}), \quad (72)$$

$$Z_y = -\frac{\partial}{\partial x}(\overline{v'_x v'_y}) - \frac{\partial}{\partial y}(\overline{v'^2_y}) - \frac{\partial}{\partial z}(\overline{v'_y v'_z}) \text{ und} \quad (73)$$

$$Z_z = -\frac{\partial}{\partial x}(\overline{v'_x v'_z}) - \frac{\partial}{\partial y}(\overline{v'_y v'_z}) - \frac{\partial}{\partial z}(\overline{v'^2_z}). \quad (74)$$

Nach Einführung der Summationskonvention und Multiplikation mit der konstanten Dichte ρ folgt [28]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \overline{v_i}) + \overline{v_j} \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \overline{v_i}) = \rho f_i - \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j^2}(\rho \overline{v_i}) - \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \overline{v'_j v'_i}). \quad (75)$$

Hierbei stellt der Term $\rho \overline{v'_j v'_i}$ die sog. **Turbulente Zusatzschubspannung** dar.

4.1.1.4 Turbulenzmodellierung

Wie bereits erwähnt, tritt in der REYNOLDS-Bewegungsgleichung (75) als Folge der Berücksichtigung der Turbulenz und zeitlichen Mittelung die Turbulente Zusatzschubspannung, auch REYNOLDS-Spannung genannt, auf, die als durch Turbulenz hervorgerufene Spannung interpretiert wird [72]. Durch die Turbulente Zusatzschubspannung ist das Gleichungssystem aus der Kontinuitätsgleichung und der REYNOLDS-Bewegungsgleichung nicht mehr geschlossen lösbar. Um dieses Schließungsproblem zu lösen, wird die **Turbulente Zusatzschubspannung** mit Hilfe von **Turbulenzmodellen** beschrieben. Bei den Turbulenzmodellen handelt es sich um zusätzliche Bestimmungsgleichungen, mit denen aus der REYNOLDS-Bewegungsgleichung (75) und der zeitlich gemittelten Kontinuitätsgleichung (60) ein geschlossenes System von Differentialgleichungen erzeugt wird.

Das derzeit am häufigsten und auch in dieser Arbeit verwendete Turbulenzmodell ist das **k-e-Turbulenzmodell**. Es handelt sich hierbei um ein **Wirbelviskositäts-Zweigliedungsmodell**, vgl. Kapitel 2.2 und **Bild 10**.

Bei den Wirbelviskositätsmodellen wird eine **turbulente Viskosität** ν_t in m^2/s (kinematischer Wert) eingeführt, die zu der **kinematischen** (molekularen) **Viskosität** ν in m^2/s (Stoffwert) des Fluids addiert wird. Daraus ergibt sich die gesamte Viskosität ν_{ges} [72]:

$$\nu_{\text{ges}} = \nu_t + \nu. \quad (76)$$

Desweiteren wird sowohl für die **spezifische turbulente kinetische Energie** k in m^2/s^2 als auch für die **turbulente Dissipationsrate** ε in m^2/s^3 der spezifischen turbulenten kinetischen Energie k jeweils eine Transportgleichung aufgestellt [72]:

$$\underbrace{\frac{\partial k}{\partial t}}_{\text{Zeitliche Änderung}} + \underbrace{\overline{v}_i \frac{\partial k}{\partial x_i}}_{\text{Konvektion}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right]}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{v_t \left(\frac{\partial \overline{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{v}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{v}_i}{\partial x_j}}_{\text{Produktion}} - \underbrace{\varepsilon}_{\text{Dissipation}} \quad \text{und} \quad (77)$$

$$\underbrace{\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}}_{\text{Zeitliche Änderung}} + \underbrace{\overline{v}_i \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}}_{\text{Konvektion}} = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(v + \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right]}_{\text{Diffusion}} + \underbrace{c_{\varepsilon,1} \frac{\varepsilon}{k} v_t \left(\frac{\partial \overline{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{v}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{v}_i}{\partial x_j} - c_{\varepsilon,2} \frac{\varepsilon^2}{k}}_{\text{Produktion und Dissipation}}. \quad (78)$$

Hierbei sind σ_k , σ_ε , $c_{\varepsilon,1}$ und $c_{\varepsilon,2}$ Modellkonstanten.

Die Verknüpfung der turbulenten Viskosität v_t mit der spezifischen turbulenten kinetischen Energie k wird über den BOUSSINESQ-Ansatz vorgenommen [72]:

$$-\overline{v'_i v'_j} = v_t \left(\frac{\partial \overline{v}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{v}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}. \quad (79)$$

Hierbei ist δ_{ij} das KRONECKER-Symbol (Einheitstensor), das den Wert 1 annimmt, wenn $i = j$ und 0, wenn $i \neq j$ ist.

Die spezifische turbulente kinetische Energie k lässt sich wiederum aus den turbulenten Geschwindigkeits-Schwankungswerten berechnen [72]:

$$k = \frac{1}{2} \overline{v'_i v'_i} = \frac{1}{2} \left(\overline{v_x'^2} + \overline{v_y'^2} + \overline{v_z'^2} \right). \quad (80)$$

Die gegenseitige Verknüpfung der turbulenten Viskosität v_t , der spezifischen turbulenten kinetischen Energie k und der turbulenten Dissipationsrate ε liefert die KOLMOGOROV-PRANDTL-Gleichung bzw. den Wirbelviskositätsansatz [72]:

$$v_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}. \quad (81)$$

Bei dem Standard-k- ε -Turbulenzmodell wird die kinematische Viskosität ν (auch molekulare Diffusion genannt) vernachlässigt, und es ergeben sich folgende Modellkonstanten des Standard-k- ε -Turbulenzmodells [72] für die Gln. (77), (78) und (81):

- $\sigma_k = 1,00$,
- $\sigma_\varepsilon = 1,30$,
- $c_{\varepsilon,1} = 1,44$,
- $c_{\varepsilon,2} = 1,92$ und

- $c_\mu = 0,09$.

Die Vernachlässigung der kinematischen Viskosität ν gegenüber der turbulenten Viskosität ν_t ist, nach der Theorie des Dreibereichsmodells nach BOUSSINESQ [29], in Wandnähe nicht gerechtfertigt. Daher wird das Standard-k- ϵ -Turbulenzmodell noch um eine Wandbehandlung, meist mit Hilfe eines logarithmischen Wandgesetzes, erweitert. Im Rahmen dieser Arbeit wird die **Wandhaftbedingung vernachlässigt**, da die auftretenden Geschwindigkeitsniveaus relativ niedrig sind (vgl. Kapitel 3). Somit wird das Standard-k- ϵ -Turbulenzmodell **ohne Wandbehandlung** verwendet, das mit nachfolgenden Modifikationen in den Kapiteln 4.2 und 6.2 für die Belange zweiphasiger Strömung erweitert wird.

4.1.1.5 Stofftransportgleichung

Wie in den Kapiteln 3.1.2 und 3.2.2 beschrieben ist der im **Nahfeld der Membranrohrbelüfter** auftretende **Stoffübergang** von Luftsauerstoff aus den Phasengrenzflächen der Luftblasen in das Wasser zwar auch einphasig, wird aber von der numerischen Seite erst in Kapitel 4.2 behandelt, da der Stoffübergang im unmittelbaren Zusammenhang mit dem **Stoffdurchgang** durch die Phasengrenzflächen Luftblasen-Wasser aufgrund der **zweiphasigen Strömung** steht.

Die **Stofftransportgleichung** bzw. Gleichung für das Konzentrationsfeld oder **Stoffhaltungsgleichung** (vgl. Kapitel 3.1.2) ist aus der **Massenbilanz** (zweites Diffusionsgesetz) und dem **konvektiven Transport** herzuleiten. Es ergibt sich für die Verteilung der vom Wasser H_2O absorbierten Stoffkomponente Sauerstoff O_2 mit der **Massenkonzentration** c_{O_2} in kg_{O_2}/kg_{H_2O} in einer **laminaren** Strömung (strömendes einphasiges Zweikomponentenfluid, binäres Gemisch) nach [69] und Kapitel 3.1.2:

$$\frac{\partial c_{O_2}}{\partial t} + v_x \frac{\partial c_{O_2}}{\partial x} + v_y \frac{\partial c_{O_2}}{\partial y} + v_z \frac{\partial c_{O_2}}{\partial z} = D_m \left(\frac{\partial^2 c_{O_2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_{O_2}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_{O_2}}{\partial z^2} \right). \quad (82)$$

Hierbei ist D_m in m^2/s der molekulare Diffusionskoeffizient (hier $D_m = 2,09 \times 10^{-9} m^2/s$).

Nach Einführung der Summationskonvention folgt die Stofftransportgleichung für laminare Strömung [69]:

$$\frac{\partial c_{O_2}}{\partial t} + v_j \frac{\partial c_{O_2}}{\partial x_j} = D_m \frac{\partial^2 c_{O_2}}{\partial x_j^2}. \quad (83)$$

Für **turbulente Strömungen** werden, wie schon in Kapitel 4.1.1.1 und 4.1.1.3 ausgeführt, die Geschwindigkeitskomponenten in einen zeitlichen Mittelwert und in einen Schwankungswert aufgeteilt. Desweiteren wird hier auch die Sauerstoff-

Massenkonzentration c_{O_2} in einen **zeitlichen Mittelwert** und einen **Schwankungswert** zerlegt:

- Sauerstoff-Massenkonzentration: $c_{O_2} = \overline{c_{O_2}} + c'_{O_2}$. (84)

Für den **zeitlichen Mittelwert** des Schwankungswertes für die Sauerstoff-Massenkonzentration folgt: $\overline{c'_{O_2}} = 0$.

Damit folgt für den Stofftransport in turbulenter Strömung:

$$\frac{\partial \overline{c_{O_2}}}{\partial t} + \overline{v_x} \frac{\partial \overline{c_{O_2}}}{\partial x} + \overline{v_y} \frac{\partial \overline{c_{O_2}}}{\partial y} + \overline{v_z} \frac{\partial \overline{c_{O_2}}}{\partial z} = D_m \left(\frac{\partial^2 \overline{c_{O_2}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{c_{O_2}}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \overline{c_{O_2}}}{\partial z^2} \right) + Z_c. \quad (85)$$

Hierbei ist Z_c das Zusatzglied:

$$Z_c = -\frac{\partial}{\partial x} (\overline{v'_x c'_{O_2}}) - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v'_y c'_{O_2}}) - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{v'_z c'_{O_2}}). \quad (86)$$

In verkürzter Schreibweise folgt mit Hilfe der Summationskonvention für die **Stofftransportgleichung** (Gleichung für das Konzentrationsfeld oder Stoff-erhaltungsgleichung) bei **turbulenter Strömung**:

$$\frac{\partial \overline{c_{O_2}}}{\partial t} + \overline{v_j} \frac{\partial \overline{c_{O_2}}}{\partial x_j} = D_m \frac{\partial^2 \overline{c_{O_2}}}{\partial x_j^2} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{v'_j c'_{O_2}}). \quad (87)$$

Hierbei stellt der Term $\overline{v'_j c'_{O_2}}$ den Anteil der **Durchmischung durch Turbulenz** dar.

Er lässt sich bestimmen zu [92]:

$$-\overline{v'_j c'_{O_2}} = \frac{v_t}{Sc_t} \frac{\partial \overline{c_{O_2}}}{\partial x_j}. \quad (88)$$

Hierbei ist Sc_t die SCHMIDT-Zahl (vgl. Kapitel 3.2.2) für turbulente Strömungen. In dieser Arbeit wird sie wie üblich [92] auf:

- $Sc_t = 0,9$

gesetzt.

4.1.2 Diskretisierung

4.1.2.1 Allgemeine Transportgleichung

Die Berechnung eines Strömungsfeldes erfolgt über Transportgleichungen für den Erhalt von Masse (Kontinuitätsgleichung), Impuls (NAVIER-STOKES- bzw. REYNOLDS-Bewegungsgleichung) und Energie (Energieerhaltungsgleichung). Die allgemeine Transportgleichung kann für jede **beliebige massenbezogene Transportgröße** Φ (z.B. Geschwindigkeit v , kinetische Energie k , Dissipationsrate ε , Sauerstoff-Massenkonzentration c_{O_2}) durch folgende allgemeingültige Formulierung dargestellt werden [67]...[72]:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi)}_{\text{Zeitl. Änderungsrate}} + \underbrace{\text{div}(\rho\underline{v}\Phi)}_{\text{Konvektiver Transport}} = \underbrace{\text{div}(\Gamma_\Phi \text{grad}\Phi)}_{\text{Diffusiver Transport}} + \underbrace{S_\Phi}_{\text{Produktion}} \quad (89)$$

Zeitterm
Konvektionsterm
Diffusionsterm
Quellterm

Γ_Φ bezeichnet den Diffusionskoeffizienten der betrachteten Größe, so daß sinnfälligerweise $\Gamma_c = D_m$ ist. Diese **allgemeine Transportgleichung** (89) ist gültig für die Kontinuitätsgleichung (58) bzw. (60), die NAVIER-STOKES-Bewegungsgleichung (66), die REYNOLDS-Bewegungsgleichung (75), die Turbulenzmodellgleichungen (77) und (78) sowie die Stofftransportgleichung (83) bzw. (87), s. z.B. [67]. Mit Anwendung der Summationskonvention lautet die allgemeine Transportgleichung:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi)}_{\text{Zeitl. Änderungsrate}} + \underbrace{v_j \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\Phi)}_{\text{Konvektiver Transport}} = \underbrace{\Gamma_\Phi \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_j^2}}_{\text{Diffusiver Transport}} + \underbrace{S_\Phi}_{\text{Produktion}} \quad (90)$$

Zeitterm
Konvektionsterm
Diffusionsterm
Quellterm

Die allgemeine Transportgleichung stellt eine nichtlineare partielle Differentialgleichung dar.

4.1.2.2 Finite-Volumen-Methode

Durch die Diskretisierungsmethoden lassen sich die nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen, Transportgleichungen nach Gl. (89), in ein System von **algebraischen Gleichungen** überführen. Hierzu wird ein **numerisches Gitter** über die Geometrie der zu berechnenden Strömung gelegt. Folgende Diskretisierungsmethoden bei der CFD finden sich in der Literatur [68]: **Finite-Elemente-Methode** (FEM), **Finite-Differenzen-Methode** (FDM) und **Finite-Volumen-Methode** (FVM) [67]...[72].

Die in dieser Arbeit eingesetzten kommerziellen CFD-Programme STAR-CD [92] und CFX [93] verwenden zur Diskretisierung der nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen die FVM. Das zu berechnende Fluidvolumen (Strömungsraum) wird in einzelne Finite-Volumenelemente diskretisiert. Anschließend werden die Differentialgleichungen über diese Volumenelemente integriert und die dabei auftretenden Volumenintegrale in den Volumenelementen durch Oberflächenintegrale ersetzt [67]. Im Rahmen dieser Arbeit werden ausschließlich blockstrukturierte Gitter angewendet. Diese Gitter bestehen aus hexagonalen Volumenelementen und weisen gegenüber unstrukturierten Gittern einen geringeren Lösungsaufwand auf.

Ein einzelnes **Volumenelement** (V-Element, auch Berechnungszelle genannt) des sich ergebenden numerischen Gitters ist in **Bild 16** dargestellt. Der Mittelpunkt des Volumenelements trägt die Bezeichnung P. Die Mittelpunkte der benachbarten Volumenelemente werden entsprechend ihrer relativen Lage mit den englischen Bezeichnungen **East E**, **West W**, **North N** und **South S** sowie **High H** und **Low L** gekennzeichnet (Kompaßnotation). Die Mittelpunkte der Grenzflächen zwischen den Volumenelementen heißen analog e, w, n, s, h und l [139].

Die Diskretisierung mit Hilfe der FVM erfolgt durch Approximation der Flüsse durch die Kontrollvolumenwände. Dazu wird die allgemeine Transportgleichung (89) zunächst über die Volumenelemente integriert [67]:

$$\underbrace{\int_{(V)} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\Phi) dV}_{\text{Zeitterm}} + \underbrace{\int_{(V)} \text{div}(\rho\underline{v}\Phi) dV}_{\text{Konvektionsterm}} = \underbrace{\int_{(V)} \text{div}(\Gamma_{\Phi} \text{grad}\Phi) dV}_{\text{Diffusionsterm}} + \underbrace{\int_{(V)} S_{\Phi} dV}_{\text{Quellterm}}. \quad (91)$$

Die durch die Integration entstehenden Bilanzgleichungen gewährleisten eine konservative Diskretisierung, d.h. es ist sichergestellt, daß die in ein Kontrollvolumen einströmende Transportgröße Φ auch ausströmt. Die Bilanzerhaltung ist ein wesentlicher Vorteil der FVM gegenüber anderen Diskretisierungsmethoden, welche die Transportgröße direkt approximieren.

Mit Anwendung des GAUSS-Integralsatzes auf Gl. (91) werden Konvektionsterm und Diffusionsterm von Volumenintegralen in Oberflächenintegrale überführt [72]:

$$\int_{(V)} \text{div}(\rho\underline{v}\Phi) dV = \int_{(A)} (\rho\underline{v}\Phi) d\underline{A} \quad (92)$$

und

$$\int_{(V)} \text{div}(\Gamma_{\Phi} \text{grad}\Phi) dV = \int_{(A)} (\Gamma_{\Phi} \text{grad}\Phi) d\underline{A}. \quad (93)$$

Man erhält die Gleichung [72]:

$$\underbrace{\int_{(V)} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \Phi) dV}_{\text{Zeitterm}} + \underbrace{\int_{(A)} (\rho \underline{v} \Phi) d\underline{A}}_{\text{Konvektionsterm}} = \underbrace{\int_{(A)} (\Gamma_{\Phi} \text{grad} \Phi) d\underline{A}}_{\text{Diffusionsterm}} + \underbrace{\int_{(V)} S_{\Phi} dV}_{\text{Quellterm}}. \quad (94)$$

In Gl. (94) bezeichnet V das Volumen und A die gesamte Oberfläche des Volumenelements. Die Größen ρ , Φ , \underline{v} , Γ_{Φ} und S_{Φ} werden innerhalb des Volumenelements bzw. auf dessen Oberfläche als konstant angenommen und bei der numerischen Simulation in den Mittelpunkten der entsprechenden Volumenelemente berechnet [92], [93]. Die Größen an den Grenzflächen der Volumenelemente lassen sich aus den Größen an den Mittelpunkten interpolieren. Die Diskretisierung der vier Terme in Gl. (94) wird im folgenden getrennt behandelt.

Zeitterm

Bei der Simulation von **instationären Strömungsvorgängen** wird die gesamte Zeitdauer in einzelne Zeitschrittweiten Δt unterteilt (zeitliche Diskretisierung, äußere Iterationen), wobei innerhalb dieser relativ kurzen Zeitintervalle alle o.g. Größen als konstant angenommen werden. Innerhalb dieser Zeitschritte müssen die Größen zu einer konvergenten Lösung geführt werden (innere Iterationen).

Da die Volumenelemente relativ klein sind, kann näherungsweise folgendes angenommen werden [69], [139]:

$$\int_{(V)} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \Phi) dV = \frac{\partial (\rho \Phi)}{\partial t} V. \quad (95)$$

Im Rahmen dieser Arbeit wird wegen günstiger Stabilitätseigenschaften bei der relativ komplexen zweiphasigen Strömung mit **impliziter Zeitdiskretisierung** (EULER-Rückwärtsverfahren) und einem Abbruchfehler **erster Ordnung** gearbeitet. Der Zeitterm wird wie folgt linear approximiert [92], [93], [69]:

$$\left[\frac{\partial (\rho \Phi)}{\partial t} V \right]_P = \frac{(\rho \Phi)_P - (\rho \Phi)_P^{(o)}}{\Delta t} V. \quad (96)$$

Hierbei stellt die mit einem hochgestellten o (**old**) gekennzeichnete Variable die Größe zu Beginn eines Zeitschritts dar, die im vorherigen Zeitschritt bereits berechnet wurde und somit bekannt ist. Die Variable ohne Kennzeichnung stellt die Größe zum Ende des aktuellen Zeitschritts dar.

Obwohl bei der impliziten Zeitdiskretisierung keine gesonderte Anpassung des Gitters an die fortschreitende Transportgröße Φ und die Zeitschrittweite Δt erforderlich ist, wird die bei expliziter Zeitdiskretisierung zu erfüllende **COURANT-Zahl** Co (auch CFL-Bedingung genannt, nach **COURANT-FRIEDRICHS-LEVI**, um ein stabiles Berechnungsverfahren mit physikalisch sinnvollen Ergebnissen zu erhalten) auch

hier als Anhaltsgröße für die Festlegung der Zeitschrittweite verwendet. Die COURANT-Zahl berechnet sich wie folgt [67], [68]:

$$Co = \frac{v \cdot \Delta t}{\Delta x}. \quad (97)$$

Hierbei ist Δx die Kantenlänge des Volumenelements. Die COURANT-Zahl sollte die Bedingung $Co < 1$ erfüllen [67]. Dazu ist die Zeitschrittweite Δt auf die Kantenlänge Δx abzustimmen.

Konvektionsterm

Die Diskretisierung des Konvektionsterms kann wie folgt dargestellt werden [69], [92], [93]:

$$\int_{(A)} (\rho \underline{v} \Phi) d\underline{A} = \{\rho v_x A\}_e \Phi_e - \{\rho v_x A\}_w \Phi_w + \{\rho v_y A\}_n \Phi_n - \{\rho v_y A\}_s \Phi_s + \{\rho v_z A\}_h \Phi_h - \{\rho v_z A\}_l \Phi_l. \quad (98)$$

Die Werte von Φ auf den jeweiligen Grenzflächen können mit verschiedenen unten genannten Diskretisierungsschemen (Diskretisierungsansätzen) aus den Werten der jeweiligen Mittelpunkte der betrachteten Volumenelemente und der benachbarten Volumenelemente interpoliert werden.

Diffusionsterm

Die Diskretisierung des Diffusionsterms wird in ähnlicher Weise wie die des Konvektionsterms durchgeführt [92], [93]:

$$\int_{(A)} (\Gamma_\Phi \text{grad} \Phi) d\underline{A} = \left\{ \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} A \right\}_e - \left\{ \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} A \right\}_w + \left\{ \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial y} A \right\}_n - \left\{ \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial y} A \right\}_s + \left\{ \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial z} A \right\}_h - \left\{ \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial z} A \right\}_l. \quad (99)$$

Die Werte von $\partial \Phi / \partial x_i$ bzw. Γ_Φ auf den jeweiligen Grenzflächen sind aus den jeweiligen Mittelpunkten der betrachteten Volumenelemente und ihrer Nachbar-Volumenelemente zu interpolieren. Hierzu dienen wieder die unten genannten Diskretisierungsschemen, die auch für den Konvektionsterm benötigt werden.

Quellterm

Bei der Diskretisierung des Quellterms wird angenommen, daß die Quellstärke innerhalb des Volumenelements homogen verteilt ist. Unter dieser Annahme kann näherungsweise festgestellt werden [92], [93]:

$$\int_{(V)} S_\Phi dV = S_\Phi V. \quad (100)$$

Hierzu muß der linear approximierte Quellterm (Quelltermlinearisierung) abgeleitet und wie folgt dargestellt werden [92]:

$$\{S_{\Phi} V\}_P = s_{\Phi,1} - s_{\Phi,2} \Phi_P. \quad (101)$$

Hier sind $s_{\Phi,1}$ und $s_{\Phi,2}$ Koeffizienten, die in Abhängigkeit von den für Φ eingesetzten Größen für das jeweilige strömungstechnische Problem spezielle Werte von $s_{\Phi,1} \geq 0$ bzw. $s_{\Phi,2} \geq 0$ annehmen [93]. $s_{\Phi,1}$ stellt den konstanten Teil des Quellterms dar. $s_{\Phi,2}$ verstärkt die Diagonaldominanz der Koeffizientenmatrix und hat damit entscheidenden Einfluß auf das Konvergenzverhalten des Gleichungssystems.

Diskretisierungsschemen für den Konvektions- und Diffusionsterm

Da Konvektions- und Diffusionsterm in Gl. (94) als Oberflächenintegrale vorliegen, spricht man bei deren Diskretisierung auch von räumlicher Diskretisierung. Die Werte Φ aus Gl. (98) und $\partial\Phi/\partial x_j$ bzw. Γ_{Φ} aus Gl. (99) auf den Grenzflächen eines Volumenelements können mit verschiedenen Diskretisierungsschemen aus den Werten der jeweiligen Mittelpunkte der betrachteten Volumenelemente und der benachbarten Volumenelemente interpoliert werden. Bei den beiden gängigsten Schemen handelt es sich nach [67] um:

- **Upwind-Differenzen-Schema (UDS)** und
- **Central-Differenzen-Schema (CDS)**.

Ausschlaggebend für die Wahl des Diskretisierungsschemas sind die Wiedergabegenauigkeit der physikalischen Phänomene sowie die Stabilität des Lösungsverhaltens. Im Rahmen dieser Arbeit wird das relativ ungenaue aber numerisch robuste **UDS** verwendet. Bei der Verwendung des CDS im Rahmen von Voruntersuchungen für die numerische Untersuchung der zweiphasigen Strömung ist numerische Instabilität aufgetreten.

Beim **UDS** werden über die Grenzflächen der Volumenelemente **konstante Profile für die Transportgröße Φ** angenommen. Der Wert von Φ an der stromauf gerichteten Wand ist gleich dem Wert des stromauf gelegenen Nachbar-Volumenmittelpunkts. Es ergibt sich also ein treppenförmiger Verlauf der Transportgröße Φ , die jeweils nur von dem stromaufwärts gelegenen Nachbarvolumen abhängig ist.

Beispielsweise berechnet sich die Transportgröße Φ_e (Grenzfläche in östlicher Richtung) eines Volumenelements nach dem UDS wie folgt [72]:

$$\Phi_e = \begin{cases} \Phi_P, & \text{wenn der Volumenstrom } (v \cdot A) \geq 0 \\ \Phi_E, & \text{wenn der Volumenstrom } (v \cdot A) < 0 \end{cases}. \quad (102)$$

Die verbleibenden fünf Grenzflächen des Volumenelements berechnen sich analog.

Das UDS ist eine **Approximation erster Ordnung**. Der führende Fehlerterm ist in der Größe zweiter Ordnung und hat damit die Form eines Diffusionsterms (partielle Ableitung zweiter Ordnung). Daher wird der durch die UDS-Approximation hervorgerufene Fehler auch **numerische Diffusion** genannt. Trotz des relativ hohen Fehlers bei der Anwendung des UDS wird es häufig bei der numerischen Simulation von komplexen Strömungen verwendet, bei denen andere Diskretisierungsschemen keine konvergierenden Lösungen liefern (Robustheit des UDS).

4.1.2.3 Berechnungsablauf

Die Grundgleichungen der numerischen Strömungssimulation für inkompressible Fluide in ein- und zweiphasigen Strömungen in den Kapiteln 4.1 und 4.2 führen zu keiner Formulierung für den Druck im Strömungsfeld. Der Druck liegt lediglich als Gradient im Quellterm der REYNOLDS-Bewegungsgleichung (75) vor. Die in dieser Arbeit angewendeten Programme [92] und [93] besitzen keine sog. gekoppelten Löser, sondern verwenden Druckkorrekturverfahren (zusätzliche linearisierte Gleichung, Druckkorrekturgleichung) für die **Kopplung des Druckfeldes mit dem Geschwindigkeitsfeld** an allen Gitterpunkten. Damit wird die REYNOLDS-Bewegungsgleichung (75) mit der Kontinuitätsgleichung (60) gekoppelt, so daß die berechneten Geschwindigkeiten beide Gleichungen erfüllen. Es wird der heutzutage am weitesten verbreitete Simple-Algorithmus (**Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations**) [69] angewendet; nur für die numerische Untersuchung der instationären Strömung mit der Software STAR-CD [92] wird der Piso-Algorithmus [67] verwendet.

Zur Beschreibung der Lösungsalgorithmen des algebraischen Gleichungssystems wird auf die Literatur [67]...[72] und die Software-Dokumentationen [92], [93] verwiesen. Erwähnt werden soll hier nur noch, daß als Konvergenzkriterium für sämtliche im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Simulationen die normierte Residuensumme R_Φ für die Transportgröße Φ verwendet wird. Eine Simulation gilt als konvergiert, wenn:

- $R_\Phi < 10^{-4}$

erreicht ist.

4.2 Zweiphasige Strömung

4.2.1 EULER-LAGRANGE-Modell

4.2.1.1 Grundlagen

Beim EULER-LAGRANGE-Modell [45], [73]...[75] wird von einer **kontinuierlich vorliegenden** gasförmigen oder flüssigen **Phase** (Trägerfluid, homogenes Fluid, EULER-Phase) sowie einer oder mehrerer **dispers verteilter Phasen** (LAGRANGE-Phasen) in Form von festen Partikeln, Flüssigkeitstropfen oder Gasblasen ausgegangen. Im vorliegenden Kapitel werden, wie allgemein üblich, die Teile der dispers verteilten Phase unabhängig von ihrem Aggregatzustand als Partikel bezeichnet, d.h. die Luftblasen stellen Partikel dar.

Der **Volumenanteil** α der **LAGRANGE-Phase** wird aus dem Quotienten der Summe der Partikel-Volumen (hier Volumen V_B einer Luftblase) der dispers verteilten Phase mit dem Volumen V der Berechnungszelle gebildet:

$$\alpha = \frac{\sum V_B}{V}. \quad (103)$$

Der **Volumenanteil** β der **EULER-Phase** wird bei zweiphasigen Strömungen aus der Summe der Volumenanteile beider Phasen gebildet, die Eins ergeben muß:

$$\beta = (1 - \alpha). \quad (104)$$

Nur die **kontinuierliche Phase** wird wie bei einphasigen CFD-Rechnungen in **EULER-Darstellung** [26] betrachtet, also in Form eines raumfesten Strömungsfeldes. Für diese Phase gelten die Grundgleichungen der Strömungsmechanik (Kapitel 4.1). Dagegen wird jede **dispers verteilte Phase** in **LAGRANGE-Darstellung** [26] betrachtet, das heißt, als eine Menge von Einzelpartikeln aufgefaßt, die in der kontinuierlichen Phase verteilt sind. Jedes Partikel hat eine Identität und wird auf seiner zeitabhängigen Bahn durch den Raum verfolgt. Für jedes Partikel der dispers verteilten Phasen werden die Erhaltungsgleichungen für Impuls, Masse und Energie angewendet [92].

Zwischen den beiden Phasen kommt es zu **Impuls-, Massen- und Energieaustausch** [92]. Diese Austauschmechanismen stellen die **Phasenwechselwirkungen** dar. Das heißt unter anderem, daß die Bewegung der kontinuierlichen Phase die der Partikel beeinflusst; ebenso beeinflusst die Bewegung der Partikel die der kontinuierlichen Phase. Die Wirkungen der dispers verteilten Phase auf die **kontinuierliche Phase** wird in Form des Quellterms der jeweiligen Transportgröße in der allgemeinen **Transportgleichung** (89) der kontinuierlichen Phase beschrieben. Diese Methode der Berücksichtigung der Wirkung der Partikel auf die kontinuierliche Phase wird auch als PSI-Cell-Ansatz (**P**artikel-**S**ource-in-**C**ell)

bezeichnet [73]. Wird die Wirkung der Partikel auf die kontinuierliche Phase vernachlässigt, spricht man von der Einwegkopplung des EULER-LAGRANGE-Verfahrens. Die Wirkung der kontinuierlichen Phase auf die Partikel sowie ihre Wirkung untereinander wird in den **Erhaltungsgleichungen der dispers verteilten Phase** beschrieben.

Ist die Strömung der kontinuierlichen Phase laminar, so ist die Bahn der Partikel eindeutig bestimmbar. Bei turbulenter Strömung der kontinuierlichen Phase werden die Partikel zusätzlich durch die zufälligen Turbulenzbewegungen der kontinuierlichen Phase beeinflusst [92]. Bei Anwendung der REYNOLDS-Bewegungsgleichung (75) für die kontinuierliche Phase existieren Ansätze, welche die zufällige Wirkung der Turbulenz auf die Partikel modellieren [81], [87], [92]...[94].

Beim EULER-LAGRANGE-Verfahren können die **Eigenschaften der Partikel** direkt modelliert und damit physikalische Vorgänge relativ genau beschrieben werden. Da jedes Partikel individuell betrachtet wird, können sie jeweils verschiedene Eigenschaften aufweisen. Nachteilig ist der mit steigender Partikelanzahl stark ansteigende **Rechenaufwand**. Ein weiterer Nachteil des EULER-LAGRANGE-Verfahrens ist der beschränkte Volumenanteil der dispers verteilten Phase in der kontinuierlichen Phase. Wird der **Volumenanteil** α der dispers verteilten Phase in der kontinuierlichen Phase in den Transportgleichungen der kontinuierlichen Phase berücksichtigt, so sind nach [92] Volumenanteile von bis zu 40% möglich; andernfalls sollte der Volumenanteil je nach Anwendung nicht über ca. 10% liegen [73]. Der Massenanteil unterliegt keinen Beschränkungen. Gasströmungen mit Feststoffpartikelbeladungen, bei denen der Massenanteil der Partikel den der kontinuierlichen Gasphase übersteigt, können problemlos behandelt werden [92].

Für die Berechnung der zweiphasigen Strömung mit dem EULER-LAGRANGE-Modell wird das kommerzielle CFD-Programmpaket STAR-CD [92] verwendet, welches allerdings in einigen Punkten an die Gegebenheiten der hier vorliegenden Luftblasenschwarm-Aufstiegsströmung angepaßt werden muß. Hierbei ist noch anzumerken, daß in dieser Arbeit die Effekte Luftblasenzerfall und Luftblasenkoaleszenz nur in geringem Maß auftreten und daher vernachlässigt werden (vgl. Kapitel 3.2.1).

4.2.1.2 Transportgleichungen für die EULER-Phase

Für die **EULER-Phase** (kontinuierliche Phase, hier Wasser, in Anlehnung an Kapitel 4.1 ohne Indizierung) gelten, jeweils für laminare bzw. turbulente Strömung, die Kontinuitätsgleichung (Massenerhaltung) Gl. (58) bzw. (60), NAVIER-STOKES- bzw. REYNOLDS-Bewegungsgleichung (Impulserhaltung) Gl. (66) bzw. (75) und Stofftransportgleichung Gl. (83) bzw. (87) für **einphasige Strömungen** (Kapitel

4.1.1). Diese Gleichungen müssen in zwei Punkten an die Gegebenheiten der zweiphasigen Strömung angepaßt werden [92]:

- Die **Verdrängung der EULER-Phase** durch die LAGRANGE-Phase (Luftblasen) wird in Form des Volumenanteils der LAGRANGE-Phase berücksichtigt. Dazu werden die o.g. Gleichungen mit dem Volumenanteil $\beta = (1 - \alpha)$ der EULER-Phase multipliziert und
- **Impuls-, Massen- und Energiezufuhr** durch die Luftblasen in die EULER-Phase werden entsprechend des PSI-Cell-Ansatzes durch den **Phasenwechselwirkungs-Vektor** \underline{f}_P in m/s^2 in der NAVIER-STOKES- bzw. REYNOLDS-Bewegungsgleichung berücksichtigt. Damit stellt \underline{f}_P einen Quellterm S_ϕ in der allgemeinen Transportgleichung (89) dar.

Für den Fall der **turbulenten Strömung** eines inkompressiblen NEWTON-Fluids als EULER-Phase in einer zweiphasigen Strömung ergeben sich damit die folgenden Transportgleichungen [73].

Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\beta \bar{v}_i) = 0, \quad (105)$$

REYNOLDS-Bewegungsgleichung:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\beta \rho \bar{v}_i) + \bar{v}_j \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \rho \bar{v}_i) = \beta \rho f_i - \frac{\partial}{\partial x_i} (\beta \bar{p}) + \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (\beta \rho \bar{v}_i) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \rho \overline{v'_j v'_i}) - \rho f_{i,P} \quad (106)$$

und Stofftransportgleichung:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\beta \overline{c_{O_2}}) + \bar{v}_j \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \overline{c_{O_2}}) = D_m \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (\beta \overline{c_{O_2}}) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \overline{v'_j c'_{O_2}}). \quad (107)$$

Für den Fall der **laminaren Strömung** werden die Mittelwerte der Geschwindigkeitskomponenten \bar{v}_i bzw. \bar{v}_j , des Drucks \bar{p} und der Sauerstoff-Massenkonzentration $\overline{c_{O_2}}$ wieder in die Momentanwerte rücktransformiert und die Zusatzterme $\rho \overline{v'_j v'_i}$ und $\overline{v'_j c'_{O_2}}$ gestrichen.

Die Diskretisierung der **Transportgleichungen für die EULER-Phase**, Gln. (105) bis (107), geschieht wie in Kapitel 4.1.2 für die allgemeine Transportgleichung beschrieben.

4.2.1.3 Erhaltungsgleichungen für die LAGRANGE-Phase

Für die LAGRANGE-Phase (dispers verteilte Phase, hier Luft bzw. Luftblasen) gelten folgende Erhaltungsgleichungen [45], [73]:

- Impulserhaltung,
- Massenerhaltung und
- Energieerhaltung.

Die Erhaltungsgleichungen werden im folgenden beschrieben.

Impulserhaltung

Ziel der Betrachtung der Impulserhaltung der Luftblasen ist die Ermittlung ihrer **Geschwindigkeiten** und **Bahnlagen**. Zu diesem Zweck wird für jede Luftblase die NEWTON-Bewegungsgleichung (Kräftegleichgewicht) aufgestellt. Die Bewegung einer Luftblase hängt von ihrer Trägheit und den auf die Luftblase wirkenden Kräften ab. Diese Kräfte ergeben sich aus dem Strömungsfeld der EULER-Phase (in Anlehnung an Kapitel 4.1 ohne Indizierung), in der sich die Luftblase befindet, sowie aufgrund äußerer Einflüsse, wie z.B. der Gravitation. Die **Impulserhaltungsgleichung** (Kräftegleichgewicht) für die Bewegung einer Luftblase der dispers verteilten Phase lautet [92]:

$$m_B \frac{d\underline{v}_B}{dt} = \underline{F}_W + \underline{F}_p + \underline{F}_{vm} + \underline{F}_f + \underline{F}_{Zus} \quad (108)$$

Hierbei ist m_B in kg die Masse der Luftblase, \underline{v}_B in m/s die Geschwindigkeit der Luftblase, \underline{F}_W die Widerstandskraft, \underline{F}_p die Druckkraft, \underline{F}_{vm} die virtuelle Massenkraft, \underline{F}_f die Feldkraft und \underline{F}_{Zus} die Zusatzkräfte (alle Kräfte in N).

Die **Widerstandskraft** \underline{F}_W in Gl. (108) berechnet sich in Anlehnung an Kapitel 3.2.1 und Gl. (25) zu:

$$\underline{F}_W = \frac{1}{2} \rho \cdot \zeta_{W,B} \cdot A_B |\underline{v} - \underline{v}_B| (\underline{v} - \underline{v}_B) \quad (109)$$

Hierbei ist ρ in kg/m^3 die Dichte der kontinuierlichen Phase (hier Wasser mit $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$), $\zeta_{W,B}$ der Widerstandsbeiwert der Luftblase, A_B in m^2 die wirksame Spantfläche der Luftblase ($A_B = \pi d_B^2/4$), d_B in m der Durchmesser der Luftblase (hier $d_B = 2,2 \text{ mm} = \text{const.}$, die Zunahme von d_B mit der Aufstiegshöhe ist relativ gering und wird daher wie in Kapitel 3.2.1 vernachlässigt) und \underline{v} in m/s die Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase. Hierbei entspricht der Differenzvektor $(\underline{v} - \underline{v}_B)$ dem Relativgeschwindigkeitsvektor $\underline{v}_{B,\text{Sch.rel}}$ einer Luftblase im Blasenschwarm zur Wassergeschwindigkeit:

$$\underline{v}_{B,\text{Sch.rel}} = \underline{v} - \underline{v}_{B,\text{Sch}} \quad (110)$$

Für den Widerstandsbeiwert $\zeta_{W.B}$ der Luftblase wird hier nicht die Standardmodellierung von STAR-CD verwendet, sondern der **Widerstandsbeiwert** $\zeta_{W.B.Sch}$ einer **ellipsoid verformten Luftblase im Blasenschwarm** (vgl. Kapitel 3.2.1) nach Gl. (42) implementiert, wozu noch die Gln. (29) und (38) benötigt werden. Desweiteren wird, um den Blasenschwarmcharakter abzubilden, in den Gln. (108) und (109) die Luftblasengeschwindigkeit \underline{v}_B durch die Luftblasengeschwindigkeit $\underline{v}_{B.Sch}$ einer Luftblase im Blasenschwarm ersetzt.

Die **Druckkraft** \underline{F}_p in Gl. (108) berechnet sich zu [92]:

$$\underline{F}_p = V_B \cdot \underline{\nabla} p. \quad (111)$$

Hierbei ist $\underline{\nabla} p$ in N/m^3 der Druckgradient der kontinuierlichen Phase und V_B in m^3 das Volumen der Luftblase ($V_B = \pi d_B^3/6$).

In einer ruhenden kontinuierlichen Phase (stehendes Wasser) unter Berücksichtigung der Fallbeschleunigung \underline{g} entspricht die Druckkraft der **hydrostatischen Auftriebskraft** \underline{F}_A der Luftblase (vgl. Kapitel 3.2.1) [26]:

$$\underline{F}_p = \underline{F}_A = -\rho \cdot \underline{g} \cdot V_B. \quad (112)$$

Die **virtuelle Massenkraft** \underline{F}_{vm} in Gl. (108) ermittelt sich zu [92]:

$$\underline{F}_{vm} = -\zeta_{vm} \cdot \rho \cdot V_B \frac{d(\underline{v}_B - \underline{v})}{dt}. \quad (113)$$

Hierbei ist ζ_{vm} der virtuelle Massenkoeffizient und die Luftblasengeschwindigkeit \underline{v}_B wieder durch die Luftblasengeschwindigkeit $\underline{v}_{B.Sch}$ einer Luftblase im Blasenschwarm zu ersetzen.

Die virtuelle Massenkraft entspricht der Kraft, die benötigt wird, um das von einer Luftblase verdrängte Volumen des Wassers zu beschleunigen. Sie wirkt der Beschleunigung der Luftblase gegenüber dem Wasser entgegen. Die virtuelle Massenkraft ist dann von Bedeutung, wenn die Dichte der kontinuierlichen Phase erheblich höher ist als die der dispers verteilten Phase. Allerdings ist die virtuelle Massenkraft von der relativen Beschleunigung der Luftblasen gegenüber dem Wasser abhängig. Wegen des großen Verhältnisses von Widerstandskraft zu Masse der Luftblase und der großen Abhängigkeit der Widerstandskraft von der relativen Luftblasengeschwindigkeit treten nur geringe relative Beschleunigungen der Luftblasen gegenüber dem Wasser in Aufstiegsrichtung auf. Dies spricht für einen geringen Einfluß der virtuellen Massenkraft auf die Luftblasen-Aufstiegs-geschwindigkeit. In dieser Arbeit wird wie üblich [92], [93] der virtuelle Massenkoeffizient gesetzt auf:

- $\zeta_{vm} = 0,5$.

Feldkräfte in Gl. (108) sind Kräfte, die durch ein Potentialfeld beschrieben werden können. In üblichen Anwendungen besteht die Feldkraft \underline{F}_f aus der Gravitationskraft (Schwerkraft der Luftblase) und in rotierenden Systemen zusätzlich aus der Zentrifugal- und CORIOLIS-Kraft [92]:

$$\underline{F}_f = m_B (\underline{g} + \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}) + 2(\underline{\omega} \times \underline{v}_B)). \quad (114)$$

Hierbei ist $\underline{\omega}$ in s^{-1} die Winkelgeschwindigkeit und \underline{r} in m der Rotationsradius.

Zusätzlich können andere Feldkräfte wie elektrostatische, elektrodynamische oder magnetische Kräfte auftreten. Im Rahmen dieser Arbeit ist nur die relative geringe Schwerkraft der Luftblasen zu berücksichtigen.

In den **Zusatzkräften** in Gl. (108) sind alle weiteren Kräfte zusammengefasst, die abhängig von den jeweiligen Verhältnissen auf das Partikel der dispers verteilten Phase wirken. Zu diesen Kräften zählen z.B. solche, die durch gegenseitige Interaktion der Partikel auftreten (z.B. Stoßkräfte). Weiterhin können Auftriebskräfte infolge Partikelrotation, hoher Geschwindigkeitsquergradienten der EULER-Phase und Wandreibung auftreten. Im Rahmen dieser Arbeit wird eine Zusatzkraft, die den spiralförmig pendelnden Luftblasenaufstieg modelliert, in das EULER-LAGRANGE-Modell implementiert. Da diese Kraft im Zusammenhang mit der Turbulenzmodellierung steht, wird die Modellbildung erst in Kapitel 4.2.1.5 behandelt.

Massenerhaltung

Ziel der Betrachtung der Massenerhaltung der Luftblasen ist die Ermittlung der Änderung der Masse, Dichte und Zusammensetzung der Luftblasen sowie die Änderung der Sauerstoffkonzentration des Wassers aufgrund der **Stoffübertragung** von den Luftblasen in das Wasser. Für die numerische Betrachtung der Übertragung von Masse (hier Luftsauerstoff) zwischen einer Luftblase und dem Wasser wird in Anlehnung an Kapitel 3.2.2 und Gl. (52) folgende **Massenerhaltungsgleichung** aufgestellt und in STAR-CD implementiert:

$$\frac{dm_{B.Sch.O_2}}{dt} = -\dot{m}_{B.Sch.O_2} = -k_{L.Sch} \cdot A_{B.O} \cdot \rho (c_{O_2.B.O} - c_{O_2}). \quad (115)$$

Hierbei ist $\dot{m}_{B.Sch.O_2}$ in kg_{O_2}/s der Massenstrom des Luftsauerstoffs aus einer Luftblase im Blasenschwarm in das Wasser (hier Reinwasser), $k_{L.Sch}$ in m/s der flüssigkeitsseitige Stoffübertragungskoeffizient einer Luftblase im Blasenschwarm, $A_{B.O}$ in m^2 die Oberfläche der Luftblase (hier Annahme einer kugelförmigen Luftblase mit $A_{B.O} = \pi d_B^2$), ρ in kg/m^3 die Dichte der kontinuierlichen Phase (hier Wasser mit $\rho = 1000 kg/m^3$), $c_{O_2.B.O}$ in kg_{O_2}/kg_{H_2O} die Massenkonzentration (Massenanteil) des Sauerstoffs bezogen auf Wasser auf der Oberfläche der Luftblase und c_{O_2} in kg_{O_2}/kg_{H_2O} die Massenkonzentration (Massenanteil) des Sauerstoffs bezogen auf Wasser. Aufgrund der relativ geringen Massenkonzentration c_{O_2} des Sauerstoffs wird

nur die Dichte $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = \rho$ des Wassers berücksichtigt und nicht auch die Dichte ρ_{O_2} des Sauerstoffs.

Für den flüssigkeitsseitigen Stoffübertragungskoeffizienten $k_{\text{L,Sch}}$ einer Luftblase im Blasenschwarm (vgl. Kapitel 3.2.2) wird Gl. (49) verwendet. Die hierfür benötigte Relativgeschwindigkeit $v_{\text{B,Sch,rel}}$ einer Luftblase im Blasenschwarm zur Wassergeschwindigkeit berechnet sich mit Hilfe der zuvor gelösten Gln. (108) und (109) aus Gl. (110).

Die Implementierung des Stoffübertragungskoeffizienten $k_{\text{L,Sch}}$ einer Luftblase im Blasenschwarm in STAR-CD stellt die Implementierung des Penetrationsmodells in die Software dar.

Energieerhaltung

Änderungen des thermodynamischen Energiegehalts einer Luftblase erfolgen hier durch **Wärmeübertragung** zwischen Luftblase und Wasser aufgrund von Temperaturdifferenzen und durch **Stoffübertragung**. Somit lautet die **Energieerhaltungsgleichung** [92]:

$$m_{\text{B}} \frac{d(c_{\text{p,B}} \cdot T_{\text{B}})}{dt} = -\alpha \cdot A_{\text{B,O}} (T_{\text{B,O}} - T) + h_{\text{B}} \frac{dm_{\text{B}}}{dt}. \quad (116)$$

Hierbei ist m_{B} in kg die Masse der Luftblase, $c_{\text{p,B}}$ in N m/(kg K) die spezifische Wärmekapazität der Luftblase bei konstantem Druck, T_{B} in K die Temperatur der Luftblase, α in N K/(s m) der Wärmeübertragungskoeffizient, $A_{\text{B,O}}$ in m^2 die Oberfläche der Luftblase, $T_{\text{B,O}}$ in K die Oberflächentemperatur der Luftblase, T in K die Temperatur der kontinuierlichen Phase und h_{B} in (N m)/kg die spezifische Latenzwärme (Enthalpie) der Luftblase.

Da im Rahmen dieser Arbeit die Luftblasen- und Wassertemperatur identisch angenommen werden, und die Massenabnahme der Luftblase aufgrund des abgegebenen Luftsauerstoffs relativ gering ist, wird die Energieerhaltung im weiteren nicht berücksichtigt.

Die **Erhaltungsgleichungen** für Impuls, Gl. (108), Masse, Gl. (115), und Energie, Gl. (116), für die **LAGRANGE-Phase**, sind gewöhnliche Differentialgleichungen erster Ordnung. Es wird mit **impliziter Zeitdiskretisierung** (EULER-Rückwärtsverfahren) und einem Abbruchfehler **erster Ordnung** gearbeitet (vgl. Kapitel 4.1.2.2). Der Zeitterm für die Impulserhaltung ergibt sich aus Gl. (108) und wird wie folgt approximiert [92]:

$$m_{\text{B}} \frac{v_{\text{B}} - v_{\text{B}}^{(o)}}{\Delta t_{\text{B}}} = \underline{F}_{\text{W}} + \underline{F}_{\text{p}} + \underline{F}_{\text{vm}} + \underline{F}_{\text{f}} + \underline{F}_{\text{Zus}}. \quad (117)$$

Hierbei ist Δt_{B} in s die Zeitschrittweite.

Hierbei stellt die mit einem hochgestellten o (**old**) gekennzeichnete Variable die Größe zu Beginn eines Zeitschritts, die Variable ohne diese Kennzeichnung die Größe zum Ende des Zeitschritts dar. Die Diskretisierung der beiden weiteren Erhaltungsgleichungen erfolgt analog.

Die Integrationszeitschrittweite Δt_B ergibt sich wie folgt [92]:

$$\Delta t_B = \min(\Delta t, \Delta t_c, t_I, t_M, t_E, t_t). \quad (118)$$

Hierbei ist Δt in s die Zeitschrittweite der Diskretisierung der kontinuierlichen Phase (Kapitel 4.1.2) und Δt_c in s die Zeitschrittweite für die Luftblase in der jeweiligen Berechnungszelle. Obwohl eine implizite Zeitdiskretisierung angewendet wird, dient als Abschätzung für die Zeitschrittweite Δt_c die COURANT-Zahl Co_B der Luftblase [92]:

$$\Delta t_c = Co_B \frac{\Delta x_c}{v_B}. \quad (119)$$

Hierbei ist Δx_c in m das Längenmaß der Berechnungszelle, in der sich die Luftblase befindet. In dieser Arbeit wird die Luftblasen-COURANT-Zahl wie üblich [92], [93] gesetzt auf:

- $Co_B = 0,35$.

t_I , t_M und t_E sind die Relaxationszeiten der Impuls-, Massen- und Energieerhaltung der Luftblase, t_t ist die Verweilzeit der Luftblase im Einflußgebiet eines Turbulenzballens, nach Gl. (132) des turbulenten Dispersionsmodells (Kapitel 4.2.1.5).

Die Impulsrelaxationszeit t_I in s kann mit Gl. (109) zu [92]:

$$t_I = \frac{m_B |v - v_B|}{F_W} = \frac{2 m_B}{\zeta_W \rho A_B |v - v_B|} \quad (120)$$

ermittelt werden [92]. Die Impulsrelaxationszeit beschreibt die Zeit, in welcher der Impuls einer Luftblase unter Annahme eines konstanten Widerstandsbeiwerts und einer konstanten Geschwindigkeit durch die Widerstandskraft vollständig abgebaut wird.

Die Massenrelaxationszeit t_M wird mit Gl. (115) wie folgt bestimmt [92]:

$$t_M = \left| \frac{m_{B.SchO2}}{k_{L.Sch} \cdot A_{B.O} \cdot \rho_{H2O} (c_{O2.B.O} - c_{O2})} \right|. \quad (121)$$

Die der Vollständigkeit halber angegebene Energierelaxationszeit t_E folgt aus Gl. (116) [92]:

$$t_E = \left| \frac{c_{p,B} \cdot T_B \cdot m_B}{\alpha \cdot A_{B,O} (T_{B,O} - T)} \right|. \quad (122)$$

Die Integrationszeitschrittweite Δt_B der Erhaltungsgleichungen für die LAGRANGE-Phase ist i.d.R. wesentlich kleiner als die Zeitschrittweite Δt der Diskretisierung der kontinuierlichen Phase. Während der Integration der diskretisierten Erhaltungsgleichungen der Luftblasen werden die hierfür benötigten Größen der kontinuierlichen Phase (z.B. lokale Strömungsgeschwindigkeit der kontinuierlichen Phase für die Impulserhaltung, Sauerstoff-Massenkonzentration für die Massenerhaltung, Temperatur für die Energieerhaltung) zwischen den einzelnen Gitterpunkten des Berechnungsgebiets interpoliert. Zur detaillierten Beschreibung der Diskretisierung der Erhaltungsgleichungen für die LAGRANGE-Phase wird auf [92] verwiesen.

4.2.1.4 Phasenwechselwirkungs-Gleichung

Die Phasenwechselwirkungs-Gleichung wird benötigt, um den **Phasenwechselwirkungs-Vektor** \underline{f}_P in m/s^2 für Gl. (106) zu bestimmen. Dieser stellt sich durch die **Impulserhaltungsgleichung** (108) für die Bewegung einer Luftblase (Index i) der dispers verteilten Phase anschaulich als Partikelbeschleunigung dar. Es muß über alle Luftblasen ($i = 1 \dots N$), die sich in einer Berechnungszelle befinden, aufsummiert werden:

$$\underline{f}_P = \sum_{i=1}^{i=N} \frac{d\underline{v}_{B,i}}{dt} = \sum_{i=1}^{i=N} \frac{\underline{F}_{W,i} + \underline{F}_{p,i} + \underline{F}_{vm,i} + \underline{F}_{f,i} + \underline{F}_{Zus,i}}{m_{B,i}}. \quad (123)$$

Hierbei ist N die Anzahl der Luftblasen, die sich in einer Berechnungszelle befinden.

Gl. (123) stellt die **Phasenwechselwirkungs-Gleichung** dar.

Ist die **Geschwindigkeit der Luftblase** bekannt, so kann ihre **Position** per Integration ermittelt werden (Bahnlinienbestimmung der Luftblase) [92]:

$$\underline{x}_{B,i} = \int_{(t)} \underline{v}_{B,i} dt. \quad (124)$$

Hierbei ist $\underline{x}_{B,i}$ in m der Richtungsvektor der Luftblase.

4.2.1.5 Turbulenzmodellierung

Bei der Turbulenzmodellierung für das EULER-LAGRANGE-Zweiphasenmodell [80], [87]...[91] ist keinerlei Turbulenzmodellierung innerhalb der LAGRANGE-Phase (Festkörper) notwendig und möglich. Es müssen daher nur die folgenden **drei voneinander abhängigen Teilaspekte** behandelt werden:

- Turbulenzmodellierung innerhalb der EULER-Phase,
- Luftblaseninduzierte (LAGRANGE-Phase) Turbulenz in der EULER-Phase und
- Beeinflussung der LAGRANGE-Phase durch die Turbulenz der EULER-Phase.

Diese drei Teilaspekte werden im folgenden beschrieben.

Turbulenzmodellierung innerhalb der EULER-Phase

Für die Turbulenzmodellierung in der kontinuierlichen Phase werden üblicherweise die **Turbulenzmodelle für einphasige Strömungen** (Kapitel 4.1.1.4) verwendet [45], [73]. Die meisten Vorschläge zur Modifikation von Turbulenzmodellen für die EULER-Phase existieren für das weit verbreitete k - ε -Turbulenzmodell [80]. Auch im Rahmen dieser Arbeit wird das k - ε -Turbulenzmodell verwendet und modifiziert, um den Einfluß der zweiphasigen Strömung zu modellieren. Bei diesem Einfluß handelt es sich im wesentlichen um die Turbulenz, die durch die Luftblasen in das Wasser eingetragen wird. Dies stellt den nachfolgend beschriebenen Teilaspekt der Turbulenzmodellierung dar und wird dort beschrieben.

Luftblaseninduzierte (LAGRANGE-Phase) Turbulenz in der EULER-Phase

Der Einfluß der dispers verteilten Phase auf die Turbulenz der kontinuierlichen Phase in partikelbeladenen mehrphasigen Strömungen ist bisher relativ selten untersucht worden; vorhandene Untersuchungsergebnisse zu diesem Thema sind meist nur für bestimmte Randbedingungen gültig und haben einen geringen Allgemeingültigkeitswert [88], [89], [90].

Die Wirkung von Partikeln auf die Turbulenz der kontinuierlichen Phase besteht aus **zwei Teileffekten**. Haben die Partikel eine Relativgeschwindigkeit gegenüber der kontinuierlichen Phase und liegt die REYNOLDS-Zahl dieser Relativbewegung oberhalb des Gültigkeitsbereiches des STOKES-Gesetzes für die Kugelumströmung ($Re = 0...1$), so befindet sich in Richtung der Relativgeschwindigkeit hinter den Partikeln ein Ablösegebiet in Form einer **Wirbelschleppe**, wodurch sich einerseits die spezifische **turbulente kinetische Energie** k (im folgenden Turbulenzenergie genannt) **in das kontinuierliche Fluid überträgt**. Andererseits werden durch diese Relativbewegung vorhandene **Wirbelstrukturen im kontinuierlichen Fluid aufgelöst**, und die **Turbulenzenergie wird geschwächt**.

Nach [45] ist bei kleinen festen Partikeln die Dissipation der Turbulenzenergie durch die Partikel meist höher als die Produktion von Turbulenzenergie durch die

Wirbelschleppen der Partikel, da die Wirbelschleppen bei niedrigen Re-Zahlen nur gering ausgebildet sind. Nach [91] und [93] wird durch **große Partikel die Turbulenzenergie erhöht** und durch **kleine Partikel verringert**. In [89] wird für Luftblasen im Wasser in Blasensäulen festgestellt, daß die Turbulenzenergie in einer Blasensäule für einen geringen Volumenanteil zunächst mit steigendem Volumenanteil sinkt, jedoch für höhere Luftvolumenanteile (über etwa 2%) mit dem Volumenanteil ansteigt.

Die **Produktion von Turbulenzenergie durch Partikel** hat dann nennenswerten Einfluß auf den Turbulenzgrad, wenn der örtliche (räumliche) Geschwindigkeitsgradient der kontinuierlichen Phase gering ist und die Partikel, die sich durch das kontinuierliche Fluid bewegen aufgrund dieser Bewegung viel Energie verlieren [88]. In diesem Fall ist die Produktion von Turbulenzenergie durch die Partikel gegenüber der **Produktion von Turbulenzenergie durch die Bewegung der kontinuierlichen Phase** relativ hoch.

Zur Berücksichtigung der **beiden Anteile der Turbulenzenergieproduktion** schlägt [45] eine **Modifikation des k- ϵ -Turbulenzmodells** dergestalt vor, daß in den Gleichungen für die turbulente kinetische Energie k , Gl. (77), und die Dissipationsrate ϵ , Gl. (78), auf der rechten Seite der Gleichungen zusätzliche Quellterme eingefügt werden, welche die Produktion und Dissipation von Turbulenzenergie durch die Partikel darstellen. Durch dieses Modell kann einerseits für die Berechnung der Bewegung der kontinuierlichen Phase das etablierte k- ϵ -Turbulenzmodell verwendet und andererseits die Wirkung der Partikel auf die Turbulenz in der kontinuierlichen Phase berücksichtigt werden. Die Schwierigkeit bei der Verwendung dieses Modells liegt in der Bestimmung der zusätzlichen Quellterme. [45] gibt hierfür eine Gleichung an, die allerdings nur für feste Partikel und geringe Volumenanteile der dispers verteilten Phase gültig ist.

In der Untersuchung [88] wird für die Bestimmung der durch die Partikel eingetragenen Turbulenzenergie davon ausgegangen, daß der gesamte **Strömungsverlust der Partikel** nicht in Wärme, sondern in **Turbulenzenergie der kontinuierlichen Phase umgesetzt** wird. Dabei wird der Reibungswiderstand des Partikels gegenüber seinem Druckwiderstand (vgl. Kapitel 3.2.1) vernachlässigt. In Anwendungen, bei denen die kontinuierliche Phase durch die Bewegung der Partikel auch eine makroskopische Bewegung erfährt, ist dieser Ansatz nicht verwendbar. Hierbei ergibt der mechanische Energieverlust der Partikel **zwei Anteile**. Der erste Anteil der durch die Partikel ins Wasser eingetragenen Energie wird in **mittlere Strömungsenergie der kontinuierlichen Phase** umgesetzt; der zweite Anteil wird in **Turbulenzenergie der kontinuierlichen Phase** umgewandelt. Dieser zweite Energieanteil kann über die zeitliche Integration der Leistung, die das Partikel durch seine Relativbewegung (Schlupf) an die kontinuierliche Phase abgibt, nach oben abgeschätzt werden. Die **Bewegungsleistung** P_B in $N\ m/s = W$ einer Luftblase durch ihre Relativbewegung gegenüber der kontinuierlichen Phase, also die durch eine Luftblase in das Wasser **eingetragene Leistung**, berechnet sich zu:

$$P_B = v_{B,rel} \cdot F_W \cdot \rho \quad (125)$$

Hierbei ist $v_{B,rel}$ in m/s die Relativgeschwindigkeit der Luftblasen zur Wassergeschwindigkeit. Es gilt:

$$v_{B,rel} = |\underline{v} - \underline{v}_B| \quad (126)$$

Daraus ergibt sich die durch eine Luftblase in das Wasser eingetragene nach oben abgeschätzte **Turbulenzenergie** $E_{B,tur}$ in N m = W s zu:

$$E_{B,tur} = \int_{t=t_{B,0}}^{t_{B,end}} P_B dt = \int_{t=t_{B,0}}^{t_{B,end}} v_{B,rel} \cdot F_W \cdot \rho dt \quad (127)$$

Hierbei ist $t_{B,0}$ der Zeitpunkt des Eintritts der Luftblase in die Berechnungszelle und $t_{B,end}$ der Zeitpunkt des Austritts der Luftblase aus der Berechnungszelle.

Bei den vorliegenden Untersuchungen sind zum einen die aus dem Luftblasenaufstieg resultierenden Strömungsgeschwindigkeiten des Wassers ein wesentliches Ergebnis, zum anderen ist, bedingt durch den verhältnismäßig hohen Volumenanteil der Luft und die hohe Impulsübertragung der Luftblasen auf das Wasser, ein großer Einfluß der Luftblasen auf die Turbulenz des Wassers zu erwarten. Die Relativbewegung der Luftblasen im Wasser wird im wesentlichen durch den Widerstandsbeiwert $\zeta_{W,B,Sch}$ der Luftblasen im Blasenschwarm bestimmt. Die aus dem Aufstieg der Luftblasen resultierende Wasserbewegung ist hingegen durch eine Änderung der Turbulenzenergie im Aufstiegsgebiet der Luftblasen modellierbar.

Es wird daher im Rahmen dieser Arbeit ein Modell für die **partikelinduzierte Turbulenz in STAR-CD implementiert**, das sich an der in [45] vorgeschlagenen **Modifikation des k-e-Turbulenzmodells** orientiert. Dabei müssen für die numerische Realisierung für jede Berechnungszelle zusätzliche Quellterme für Produktion und Dissipation von Turbulenzenergie durch die Luftblasen quantifiziert werden.

Die von jeder Luftblase in das Wasser eingebrachte Bewegungsleistung wird nach Gl. (125) in jedem Zeitschritt berechnet. Hierzu werden die Gln. (109) und (126) benötigt.

Neben dem **Eintrag von Turbulenzenergie** werden wie bereits erläutert durch die Luftblasen auch Turbulenzstrukturen zerstört. Es tritt also zusätzliche **Dissipation von Turbulenzenergie** auf. Für die Bestimmung dieser Größe der Dissipation durch die Luftblasen können in der Literatur keine geeigneten Ansätze gefunden werden. Es ist anzunehmen, daß die durch die Luftblasen hervorgerufene Dissipation im Vergleich zu der durch sie induzierten Turbulenz klein ist. Die Luftblasen sind als Partikel verhältnismäßig groß, demnach überwiegt die Produktion von Turbulenzenergie durch die Luftblasen gegenüber der Dissipation von Turbulenz-

energie durch die Luftblasen. Zudem ist die Relativgeschwindigkeit der Luftblasen verhältnismäßig groß gegenüber der Strömungsgeschwindigkeit des Wassers. Dies hat einen relativ hohen Eintrag an Turbulenzenergie durch die Luftblasen zur Folge. Dennoch kann über den Einfluß der Luftblasen auf die Dissipation von Turbulenzenergie keine genaue Aussage getroffen werden. Produktion und Dissipation von Turbulenzenergie durch die Luftblasen werden vereinfacht dadurch berücksichtigt, daß nur ein Teil der durch die Luftblasen abgegebenen Bewegungsleistung P_B aus Gl. (125) in das Wasser als turbulente Leistung eingetragen wird. Die in das Wasser **einzutragende Turbulenzleistung** $P_{B,tur}$ in N m/s ermittelt sich dabei wie folgt:

$$P_{B,tur} = c_{tur} \cdot P_B \quad (128)$$

Hierbei ist c_{tur} der Anteil der Bewegungsleistung der Luftblasen, der in Turbulenzleistung und im weiteren Verlauf in Turbulenzenergie des Wassers umgesetzt wird.

Der Anteil c_{tur} der Bewegungsleistung ist durch die Ergebnisse von Voruntersuchungen [140] wie folgt bestimmt:

- $c_{tur} = 0,3$.

Damit ist die Produktion von Turbulenzenergie durch Luftblasen bestimmt. Es werden keine Quellterme für die Dissipation von Turbulenzenergie durch die Luftblasen eingeführt.

Beeinflussung der LAGRANGE-Phase durch die Turbulenz der EULER-Phase

Wie in Kapitel 4.2.1.1 erwähnt, ist die Bahn eines Partikels (Luftblase) in einer kontinuierlichen Phase nur dann reproduzierbar zu bestimmen, wenn die Strömung der kontinuierlichen Phase laminar ist [92]. Ist die **Strömung turbulent**, ist die Bahn eines Partikels zusätzlichen zufälligen Schwankungen durch die Wirkung der Turbulenzballen auf das Partikel unterworfen. Dies heißt unter anderem, daß die Bahnlinien von Partikeln, die an einer Stelle nacheinander in die turbulente, aber im zeitlichen Mittel stationäre Strömung einer kontinuierlichen Phase eingebracht werden, nicht gleich sind, sondern sich nach der GAUSS-Normalverteilung verteilen [81]. Je größer die Verweildauer der Partikel in der Strömung ist, desto größer wird der räumliche Bereich, auf dem sich ihre Bahnlinien verteilen. Dieses Phänomen wird als **turbulente Dispersion** der Partikel bezeichnet. Für diesen Effekt existieren mehrere Modelle. In [81] wird ein Modell vorgestellt, das auf einer nach GAUSS normalverteilten räumlichen Aufenthalts-Wahrscheinlichkeitsfunktion beruht, die abhängig von Zeit und Ort für eine Partikelbahn berechnet wird. Die meisten etablierten Modelle knüpfen jedoch direkt an der Impulserhaltung (Kräftegleichgewicht) Gl. (108) jedes Einzelpartikels an. Diese Modelle beruhen auf dem sogenannten **Monte-Carlo-Ansatz**, bei dem die statistische Wirkung der Turbulenz auf einzelne Partikel berücksichtigt wird. Ein Teil dieser Modelle

verwendet das **Wirbellebensdauer-Modell** (Eddy-Lifetime-Modell) zur Bestimmung der Wirkzeit der Turbulenzballen auf ein Partikel [92].

Das in STAR-CD [92] implementierte **Random-Walk-Modell** beruht auf dem Monte-Carlo-Ansatz und verwendet das Wirbellebensdauer-Modell. Es ist ein häufig verwendetes Modell zur Berücksichtigung des Einflusses der Turbulenz der kontinuierlichen Phase auf die Bewegung der Partikel. Das Modell erfordert einen vergleichsweise geringen numerischen Aufwand, da die Wirkungen der Turbulenzbewegungen mit einem stochastischen Ansatz modelliert werden [92]. Es wird davon ausgegangen, daß ein Partikel auf seiner Bahn von den umgebenden Turbulenzballen beeinflusst wird. Das Partikel ist während seiner Verweilzeit im Einflußgebiet eines Turbulenzballens entsprechend der REYNOLDS-Bewegungsgleichung (75) neben der mittleren Fluidgeschwindigkeit \underline{v} einer Schwankungsgeschwindigkeit \underline{v}' ausgesetzt. Diese Schwankungsgeschwindigkeit entspricht der durch den Turbulenzballen auf das Partikel wirkenden Geschwindigkeit. Ihre Komponenten werden mit einem stochastischen Ansatz ermittelt [92]:

$$v'_i = RN_{\text{GAUSS},i} \cdot \sqrt{2k/3}. \quad (129)$$

Hierbei ist k in m^2/s^2 die turbulente kinetische Energie. RN_{GAUSS} (GAUSS-verteilte **R**andom **N**umber) ist eine normiert und zentriert normalverteilte Zufallszahl, das heißt, ihre relative Häufigkeit $h_{RN,GAUSS}$ unterliegt folgender Gesetzmäßigkeit [92]:

$$h_{RN,GAUSS}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}. \quad (130)$$

Der Faktor $\sqrt{2k/3}$ in Gl. (129) ergibt sich aus der Definition der spezifischen turbulenten kinetischen Energie k , Gl. (80). Die Verweilzeit t_t des Partikels im Einflußbereich eines Turbulenzballens ist verhältnismäßig kurz, so daß die Schwankungsgeschwindigkeit \underline{v}' während der Verweilzeit t_t des Partikels im Einflußbereich eines Turbulenzballens als konstant betrachtet werden kann. Die Interaktionszeit \dagger (Wirkzeit der Schwankungsgeschwindigkeit auf das Partikel) ergibt sich entweder aus der Verweilzeit t_t des Partikels im Einflußbereich des Turbulenzballens oder aus der Lebensdauer t_e des Turbulenzballens [92]:

$$t_i = \min(t_t, t_e). \quad (131)$$

Die Verweilzeit t_t eines Partikels (Luftblase) im Turbulenzballen berechnet sich zu [92]:

$$t_t = \frac{l}{|\underline{v} - \underline{v}_B|}. \quad (132)$$

Hierbei ist l in m das turbulente Längenmaß, siehe Kapitel 4.1.1.4.

Die Verweilzeit wird entsprechend den Relaxationszeiten der Impuls-, Massen- und Energieerhaltung des Partikels als Zeitmaßstab des turbulenten Dispersionsmodells betrachtet.

Die Lebensdauer (Endzeit) des Turbulenzballens wird berechnet zu [92]:

$$t_e = \frac{l}{|V'|}. \quad (133)$$

Die Wirkung der Turbulenz auf die Partikel ergibt sich durch die Änderung der auf das Partikel wirkenden Gesamtgeschwindigkeit der kontinuierlichen Phase aufgrund der berechneten Schwankungsgeschwindigkeit aus Gl. (75). Die Kraftwirkung erfolgt über die Widerstandskraft \underline{F}_W in der Impulserhaltungsgleichung (108) und muß nicht als Zusatzkraft modelliert werden.

Im Zusammenhang mit der hier beschriebenen Beeinflussung der LAGRANGE-Phase durch die Turbulenz der EULER-Phase muß auch der **spiralförmig pendelnde Aufstieg der Luftblasen (Partikel)** aufgrund der **Ablöseerscheinungen an der Luftblase selbst** gesehen werden, da dadurch die turbulente Dispersion verstärkt wird. Es muß also zusätzlich zum bereits in STAR-CD [92] implementierten Random-Walk-Modell ein **weiteres Modell für die turbulente Dispersion** erstellt und in die Software implementiert werden. Im Rahmen von Voruntersuchungen [140] zeigt sich, daß durch das Random-Walk-Modell allein der komplexe Vorgang der turbulenten Dispersion nicht wiedergegeben werden kann.

Die Realisierung des Modells erfolgt durch das Aufbringen zusätzlicher, quer zur Aufstiegsrichtung wirkender Kräfte (Querkräfte) auf die Luftblasen. In der Impulserhaltungsgleichung (108) der Partikel bzw. Luftblasen treten diese Kräfte als Zusatzkräfte \underline{F}_{Zus} auf. Die Schwierigkeiten bei diesem Modell liegen in der Festlegung der horizontalen **Richtung**, des **Betrags** und der **Dauer** der auf die **Luftblasen aufzubringenden Querkräfte**. Um den numerischen Aufwand in einem vertretbaren Rahmen zu halten, werden diese Größen wie bei den üblichen Turbulenzdispersionsmodellen mit einem **stochastischen Ansatz** bestimmt. Damit verschieben sich die o.g. Schwierigkeiten auf die Festlegung der statistischen Verteilung der zu bestimmenden Größen. Aus Gründen der einfachen Realisierbarkeit sollen die Größen in einem Intervall gleichverteilt bestimmt werden. In diesem Fall sind die Grenzen der jeweiligen Intervalle festzulegen.

Die Grundgleichungen des Modells für die turbulente Dispersion stellen die **Querkräfte** in den beiden horizontalen Richtungen dar. Die zusätzliche Querkraft für die x-Koordinate bestimmt sich zu:

$$F_{q,x} = RN_{q,x} \cdot F_{q,max} \cdot (c_{q,1} \cdot k + c_{q,2} \cdot Y_{B,tur} + c_{q,3}). \quad (134)$$

Für die y-Koordinate folgt:

$$F_{q,y} = RN_{q,y} \cdot F_{q,max} \cdot (c_{q,1} \cdot k + c_{q,2} \cdot Y_{B,tur} + c_{q,3}). \quad (135)$$

Hierbei ist $F_{q,x}$ bzw. $F_{q,y}$ jeweils in N die zusätzliche Querkraft auf eine Luftblase jeweils für die x- bzw. y-Koordinate, $RN_{q,x}$ bzw. $RN_{q,y}$ eine normiert gleichverteilte Zufallszahl im Bereich von -1...+1 jeweils für die x bzw. y-Koordinate, $F_{q,max}$ in N die maximal aufzubringende Querkraft, $c_{q,1}$ in s^2/m^2 der Wichtungsbeiwert der turbulenten kinetischen Energie k , $c_{q,2}$ in $kg\ m^2/s^3$ der Wichtungsbeiwert des Turbulenzenergieeintrags durch Luftblasen in die Berechnungszelle, $Y_{B,tur} = P_{B,tur}/m_B$ in W/kg durch die in einer Berechnungszelle befindlichen Luftblasen eingetragene massenspezifische Turbulenzleistung und $c_{q,3}$ der Wichtungsbeiwert der Pendelbewegung aufgrund der Ellipsoidform der Luftblase.

Die in den Gln. (134) und (135) enthaltene maximal aufzubringende Querkraft $F_{q,max}$ stellt sich mit der Masse m_B einer Luftblase als maximale Blasenquerbeschleunigung $a_{B,q,max}$ dar:

$$a_{B,q,max} = \frac{F_{q,max}}{m_B}. \quad (136)$$

Die **Wirkdauer** der zusätzlichen Querkraft für die x-Koordinate ermittelt sich zu

$$t_{q,x} = RN_{q,t,x} (t_{q,max} - t_{q,min}) + t_{q,min}. \quad (137)$$

Für die y-Koordinate folgt:

$$t_{q,y} = RN_{q,t,y} (t_{q,max} - t_{q,min}) + t_{q,min}. \quad (138)$$

Hierbei ist $t_{q,x}$ bzw. $t_{q,y}$ jeweils in s die Wirkdauer der zusätzlichen Querkraft jeweils für die x- bzw. y-Koordinate, $RN_{q,t,x}$ bzw. $RN_{q,t,y}$ eine normiert gleichverteilte Zufallszahl im Bereich von 0...1 jeweils für die x- bzw. y-Koordinate und $t_{q,max}$ bzw. $t_{q,min}$ jeweils in s die maximale bzw. minimale Wirkdauer der zusätzlichen Querkraft.

Die mit den Gln. (134) und (135) ermittelten Zusatzquerkräfte setzen sich aus drei Teilbeträgen zusammen. Die durch $c_{q,1}$ und $c_{q,2}$ gewichteten Anteile simulieren Querbewegungen der Luftblasen aufgrund von turbulenten Schwankungsbewegungen im Wasser, die, wie bereits erläutert, auch von Ablöseerscheinungen an den Luftblasen herrühren. Der durch $c_{q,2}$ gewichtete Summand ist dabei direkt von der turbulenten kinetischen Energie k abhängig. Der durch $c_{q,3}$ repräsentierte Kraftanteil simuliert unabhängig vom Wasser die Pendelbewegung der Luftblasen durch die Ellipsoidform.

Die absolute Größe der **Wichtungsbeiwerte** wurde im Rahmen einer numerischen Studie ermittelt zu [140]:

- $c_{q,1} = 8,0\ s^2/m^2$,

- $c_{q,2} = 3,3 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2/\text{s}^3$ und
- $c_{q,3} = 0,3$.

Ebenfalls in der o.g. numerischen Studie wurde die maximal aufzubringende **Blasenquerbeschleunigung** und die **minimale bzw. maximale Wirkdauer** ermittelt zu:

- $a_{B,q,max} = 3000,0 \text{ m/s}^2$,
- $t_{q,min} = 0,03 \text{ s}$ und
- $t_{q,max} = 0,50 \text{ s}$.

Mit Hilfe der sechs genannten Werte wird unter anderem die Pendelfrequenz $f_{B,P} = 4 \text{ Hz}$ der Luftblasen wiedergegeben (vgl. Kapitel 3.2.1).

4.2.2 EULER-EULER-Modell

4.2.2.1 Grundlagen

Auch das EULER-EULER-Modell [45], [73], [76]...[78] ist, wie das EULER-LAGRANGE-Modell, ein Modell für **dispers verteilte zwei- oder mehrphasige Strömungen**. Allerdings wird im Gegensatz zum EULER-LAGRANGE-Modell die dispers verteilte Phase nicht in Form von Einzelpartikeln betrachtet, sondern es wird eine Mittelung ihrer Eigenschaften über die Volumenelemente (Berechnungszellen) im Ein- und Austritt vorgenommen [76]. Es existieren somit keine scharfen Phasengrenzflächen und keine eindeutige Identität jedes Partikels. Die **dispers verteilte Phase** wird wie das Trägerfluid als **kontinuierliche Phase** betrachtet, also in Form eines **raumfesten Strömungsfeldes**, und mit Hilfe der Grundgleichungen der Strömungsmechanik (s. Kapitel 4.1) beschrieben [73]. Für jede Phase wird also ein vollständiger Satz von Transportgleichungen für Impuls, Masse und Energie gelöst. Die **Wechselwirkungen** zwischen den Phasen treten als Quellterme in den jeweiligen Transportgleichungen auf und werden anhand theoretischer oder experimenteller Untersuchungen quantifiziert.

Ähnlich wie beim EULER-LAGRANGE-Modell wird hier der **Volumenanteil** α der **dispers verteilten EULER-Phase** aus dem Quotienten des Volumens V_d der dispers verteilten Phase mit dem Gesamtvolumen V beider Phasen in der Berechnungszelle gebildet:

$$\alpha = \frac{V_d}{V}. \quad (139)$$

Der **Volumenanteil** β der **kontinuierlichen EULER-Phase** wird bei zweiphasigen Strömungen aus der Summe der Volumenanteile beider Phasen gebildet, die Eins ergeben muß (vgl. Kapitel 4.2.1.1):

$$\beta = (1 - \alpha). \quad (140)$$

Das EULER-EULER-Modell eignet sich im Gegensatz zum EULER-LAGRANGE-Modell für **relativ große Volumenanteile** α sowie für große Partikelmengen [85]. Nachteilig ist allerdings, daß durch jede modellierte dispers verteilte Phase nur Partikel einer bestimmten Größe, Form und Masse repräsentiert werden können. Dies ist Folge der für die gesamte Phase konstanten Dichte und identischer Bestimmung des Widerstandsbeiwerts. Sollen Partikel mit verschiedenen Eigenschaften simuliert werden, muß jede Art in Form einer eigenen dispers verteilten Phase modelliert werden. Dies geschieht in [78] und [93] mit dem sog. MUSIG-Modell (**M**ultiple-**S**ize **G**roup). Allerdings steigt damit der numerische Aufwand [78].

Prinzipiell ist mit dem EULER-EULER-Modell auch eine kontinuierliche zweiphasige Strömung berechenbar, z. B. freie Oberflächen. Allerdings ist die bereits erwähnte unscharfe Phasengrenzfläche, die aus dem Konvektionsterm herrührt, nachteilig zu vermerken. Durch Diskretisierungsschemen höherer Ordnung (Kapitel 4.1.2) und spezielle Schärfungsalgorithmen [93] läßt sich dieser Nachteil verringern.

Für die Berechnung der zweiphasigen Strömung mit dem EULER-EULER-Modell wird das kommerziellen CFD-Programmpaket CFX 4.4 [93] verwendet. Die Effekte Luftblasenzerfall und Luftblasenkoaleszenz, die nur in geringem Maße auftreten, werden auch hier vernachlässigt (vgl. Kapitel 3.2.1 und 4.2.1.1).

4.2.2.2 Transportgleichungen für die Phasen

Für beide **EULER-Phasen** (kontinuierliche und dispers verteilte Phase) gelten, jeweils für laminare bzw. turbulente Strömung, die Kontinuitätsgleichung (Massenerhaltung) Gl. (58) bzw. (60) und NAVIER-STOKES- bzw.- REYNOLDS-Bewegungsgleichung (Impulserhaltung) Gl. (66) bzw. (75) für **einphasige Strömungen** (s. Kapitel 4.1.1). Die Stofftransportgleichung Gl. (83) bzw. (87) gilt nur in der kontinuierlichen EULER-Phase. Die genannten Gleichungen müssen in zwei Punkten an die Gegebenheiten der zweiphasigen Strömung angepaßt werden (vgl. Kapitel 4.2.1.2):

- Die gegenseitige **Verdrängung der EULER-Phasen** wird in Form des Volumenanteils der jeweiligen EULER-Phase berücksichtigt. Dazu werden die o.g. Gleichungen mit dem jeweiligen Volumenanteil $\beta = (1 - \alpha)$ bzw. α der jeweiligen EULER-Phase multipliziert, und

- **Impuls-, Massen- und Energieübertragung** zwischen den EULER-Phasen werden durch den **Phasenwechselwirkungs-Vektor** \underline{f}_P in m/s^2 in der NAVIER-STOKES- bzw.- REYNOLDS-Bewegungsgleichung berücksichtigt. Damit stellt \underline{f}_P einen Quellterm S_Φ in der allgemeinen Transportgleichung (89) dar.

Für den Fall der **turbulenten Strömung** eines inkompressiblen NEWTON-Fluids als **kontinuierliche EULER-Phase** (in Anlehnung an Kapitel 4.1 ohne Indizierung) in einer zweiphasigen Strömung ergeben sich damit die folgenden Transportgleichungen.

Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\beta \bar{v}_i) = 0, \quad (141)$$

REYNOLDS-Bewegungsgleichung:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\beta \rho \bar{v}_i) + \bar{v}_j \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \rho \bar{v}_i) = \beta \rho f_i - \frac{\partial}{\partial x_i} (\beta \bar{p}) + \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (\beta \rho \bar{v}_i) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \rho \overline{v'_j v'_i}) - \rho f_{i,P} \quad (142)$$

und Stofftransportgleichung:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\beta \bar{c}_{O_2}) + \bar{v}_j \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \bar{c}_{O_2}) = D_m \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (\beta \bar{c}_{O_2}) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\beta \overline{v'_j c'_{O_2}}). \quad (143)$$

Für die **dispers verteilte EULER-Phase** (Indizierung d, Luftblasen als dispers verteilte Phase) ergeben sich die Gleichungen.

Kontinuitätsgleichung:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha \bar{v}_{i,d}) = 0 \quad (144)$$

und REYNOLDS-Bewegungsgleichung:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\alpha \rho_d \bar{v}_{i,d}) + \bar{v}_{j,d} \frac{\partial}{\partial x_j} (\alpha \rho_d \bar{v}_{i,d}) = \\ \alpha \rho_d f_{i,d} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\alpha \bar{p}_d) + \nu_d \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} (\alpha \rho_d \bar{v}_{i,d}) - \frac{\partial}{\partial x_j} (\alpha \rho_d \overline{v'_{j,d} v'_{i,d}}) + \rho_d f_{i,P} \end{aligned} \quad (145)$$

Für den Fall der **laminaren Strömung** werden in den Gln. (141)...(145) für beide Phasen die Mittelwerte der Geschwindigkeitskomponenten \bar{v}_i bzw. \bar{v}_j , des Drucks \bar{p} und der Sauerstoff-Massenkonzentration \bar{c}_{O_2} wieder in die Momentanwerte rücktransformiert und die Zusatzterme $\overline{v'_j v'_i}$ und $\overline{v'_j c'_{O_2}}$ gestrichen.

Diese o.g. **fünf Transportgleichungen** (141)...(145) werden, wie in Kapitel 4.1.2 beschrieben, örtlich und zeitlich diskretisiert.

4.2.2.3 Erhaltungs- und Phasenwechselwirkungs-Gleichungen

Die **Impulserhaltungsgleichung** ist die Grundlage der **Phasenwechselwirkungs-Gleichung**, die für den **Phasenwechselwirkungs-Vektor** \underline{f}_P in m/s^2 in den Gln. (142) und (145) benötigt wird. Der Phasenwechselwirkungs-Vektor wird wie beim EULER-LAGRANGE-Modell aus der Impulserhaltungsgleichung (108) für die LAGRANGE-Phase und aus der Bewegung der Luftblasen Gl. (123) hergeleitet. Es ergibt sich (vgl. Kapitel 4.2.1.3 und 4.2.1.4):

$$\underline{f}_P = \frac{d\underline{v}_d}{dt} = \frac{\underline{F}_W + \underline{F}_p + \underline{F}_{vm} + \underline{F}_f + \underline{F}_{Zus}}{m_d} . \quad (146)$$

Hierbei ist \underline{v}_d in m/s die Geschwindigkeit der Luftblasen, m_d in kg/m^3 die Masse der Luftblasen in der Berechnungszelle, \underline{F}_W die Widerstandskraft, \underline{F}_p die Druckkraft, \underline{F}_{vm} die virtuelle Massenkraft, \underline{F}_f die Feldkraft und \underline{F}_{Zus} die Zusatzkräfte (alle Kräfte in N).

Die **fünf Kräfte** im Zähler der **Phasenwechselwirkungs-Gleichung** (146) werden, ähnlich wie in Kapitel 4.2.1.3 für die LAGRANGE-Phase des EULER-LAGRANGE-Modells beschrieben, bestimmt. Inhaltlich gelten die in Kapitel 4.2.1.3 getroffenen Aussagen. Das heißt, es gelten auch hier die Gln. (109)...(114), nur daß die Geschwindigkeit \underline{v}_B der Luftblasen jetzt zur Geschwindigkeit \underline{v}_d der Luftblasen als disperse Phase indiziert wird. Weiterhin sind die genannten Kräfte hier nicht mehr die Kräfte einer einzelnen Luftblase, sondern die Summe aller Kräfte der Luftblasen in der jeweiligen Berechnungszelle. Daher müssen die Gln. (109)...(114) für die Bestimmung der Kräfte mit der Anzahl der Luftblasen, die sich in der Berechnungszelle befinden, multipliziert werden. Die Anzahl n_B der Luftblasen in der Berechnungszelle bestimmt sich zu:

$$n_B = \frac{V_d}{V_B} = \frac{6 \cdot V_d}{\pi \cdot d_B^3} = \frac{6 \cdot \alpha \cdot V}{\pi \cdot d_B^3} . \quad (147)$$

Hierbei ist V_d in m^3 das Volumen aller Luftblasen (disperse Phase, Index d) in der Berechnungszelle, V_B in m^3 das Volumen einer Luftblase ($V_B = \pi d_B^3/6$) und V in m^3 das Volumen der Berechnungszelle.

Damit folgt für die **Widerstandskraft** \underline{F}_W in Gl. (146) aus Gl. (109):

$$\underline{F}_W = \frac{1}{2} \left(\frac{6 \cdot \alpha \cdot V}{\pi \cdot d_B^3} \right) \rho \cdot \zeta_{W,B} \cdot A_B |\underline{v} - \underline{v}_d| (\underline{v} - \underline{v}_d) = \frac{3}{4} \alpha \cdot V \cdot \rho \frac{\zeta_{W,B}}{d_B} |\underline{v} - \underline{v}_d| (\underline{v} - \underline{v}_d) . \quad (148)$$

Hierbei ist ρ in kg/m^3 die Dichte der kontinuierlichen Phase (hier Wasser mit $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$), $\zeta_{W,B}$ der Widerstandsbeiwert der Luftblase, A_B in m^2 die wirksame Spantfläche der Luftblase ($A_B = \pi d_B^2/4$), d_B in m der Durchmesser der Luftblase (hier $d_B = 2,2 \text{ mm}$) und \underline{v} in m/s die Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase.

Für den Widerstandsbeiwert $\zeta_{W,B}$ der Luftblase wird hier der **Widerstandsbeiwert $\zeta_{W,B,Sch}$ einer Luftblase im Blasenschwarm** nach dem in CFX 4.4 [93] implementierten Modell von ISHII-ZUBER verwendet. Danach bestimmt sich $\zeta_{W,B,Sch}$ zu [93]:

$$\zeta_{W,B,Sch} = \frac{2}{3} \sqrt{Eo} \left(\frac{1 + 17,67 \left(\frac{\eta}{\eta_m} \sqrt{(1-\alpha)} \right)^{\frac{6}{7}}}{18,67 \left(\frac{\eta}{\eta_m} \sqrt{(1-\alpha)} \right)} \right)^2. \quad (149)$$

Hierbei ist Eo die EÖTVÖS-Zahl nach Gl. (28), η in N s/m^2 die dynamische Viskosität der kontinuierlichen Phase (hier Wasser mit $\eta = 1,0 \times 10^{-3} \text{ N s/m}^2$) und η_m in N s/m^2 die sog. dynamische Mischviskosität. Sie bestimmt sich bei Luftblasen zu [93]:

$$\eta_m = \eta \left(1 - \alpha \right)^{\left(-2,5 \frac{\eta_d + 0,4 \cdot \eta}{\eta_d + \eta} \right)}. \quad (150)$$

Hierbei ist η_d in Ns/m^2 die dynamische Viskosität der dispers verteilten Phase (hier Luftblasen mit $\eta_d = 18,0 \times 10^{-6} \text{ N s/m}^2$).

Desweiteren wird, um den Blasenschwarmcharakter abzubilden, in den Gln. (146) und (148) die Luftblasengeschwindigkeit \underline{v}_d durch die Luftblasengeschwindigkeit $\underline{v}_{d,Sch}$ im Blasenschwarm ersetzt.

Als **Druckkraft** \underline{F}_p in Gl. (146) tritt hier wieder nur die **hydrostatische Auftriebskraft** \underline{F}_A der Luftblase auf. Gl. (112) wird zu:

$$\underline{F}_p = \underline{F}_A = - \frac{6 \cdot \alpha \cdot V}{\pi \cdot d_B^3} \rho \cdot \underline{g} \cdot V_B = -\alpha \cdot V \cdot \rho \cdot \underline{g}. \quad (151)$$

Die **virtuelle Massenkraft** \underline{F}_{vm} in Gl. (146) ermittelt sich aus Gl. (113):

$$\underline{F}_{vm} = -\zeta_{vm} \frac{6 \cdot \alpha \cdot V}{\pi \cdot d_B^3} \rho \cdot V_B \frac{d(\underline{v}_d - \underline{v})}{dt} = -\zeta_{vm} \cdot \alpha \cdot V \cdot \rho \frac{d(\underline{v}_d - \underline{v})}{dt}. \quad (152)$$

Hierbei wird der virtuelle Massenkoeffizient wieder auf

- $\zeta_{vm} = 0,5$

gesetzt und die Luftblasengeschwindigkeit \underline{v}_d durch die Luftblasengeschwindigkeit $\underline{v}_{d, Sch}$ im Blasenschwarm ersetzt.

Feldkräfte in Gl. (146) treten hier nur als die relativ geringe Schwerkraft der Luftblasen auf. Es folgt aus Gl. (114):

$$\underline{F}_f = \alpha \cdot V \cdot \rho_d \cdot \underline{g}. \quad (153)$$

In den **Zusatzkräften** in Gl. (146) wird wie beim EULER-LAGRANGE-Modell (Kapitel 4.2.1.3) nur eine Kraft, namentlich die turbulente Dispersionskraft, eingefügt. Da diese Kraft im Zusammenhang mit der Turbulenzmodellierung steht, wird die Modellbildung erst in Kapitel 4.2.2.4 behandelt.

Neben der beschriebenen **Impulserhaltungsgleichung** (108) gelten auch die beiden verbleibenden **Erhaltungsgleichungen** nach Kapitel 4.2.1.3 für:

- Massenerhaltung und
- Energieerhaltung.

Diese Gln. (115) und (116) dienen auch hier insbesondere zur **Berechnung von Stoffübertragung** zwischen den beiden Phasen, wobei wieder die Indizierung B (Luftblase) durch d (Luftblasen als dispers verteilte Phase) ersetzt werden muß.

Die **Phasenwechselwirkungs-Gleichung** (146) und die **Massen- und Energieerhaltungsgleichungen** (115) und (116) werden, wie in Kapitel 4.2.1.3 beschrieben, örtlich und zeitlich diskretisiert.

4.2.2.4 Turbulenzmodellierung

Bei der Turbulenzmodellierung für das EULER-EULER-Zweiphasenmodell [80], [87]...[91] gelten neben dem jetzt neuen **Teilaspekt**:

- Turbulenzmodellierung innerhalb der dispers verteilten EULER-Phase

auch noch die **drei Teilaspekte** der Turbulenzmodellierung für das EULER-LAGRANGE-Modell aus Kapitel 4.2.1.5, die jetzt folgendermaßen umzusetzen sind:

- Turbulenzmodellierung innerhalb der kontinuierlichen EULER-Phase,
- Luftblaseninduzierte (dispers verteilte EULER-Phase) Turbulenz in der kontinuierlichen EULER-Phase und
- Beeinflussung der dispers verteilten EULER-Phase durch die Turbulenz der kontinuierlichen EULER-Phase.

Inhaltlich gelten für die letztgenannten drei Teilaspekte die in Kapitel 4.2.1.5 getroffenen Aussagen für die auftretenden strömungsphysikalischen Phänomene. Allerdings werden jetzt z.T. andere Turbulenzmodelle verwendet, so daß alle vier voneinander abhängigen Teilaspekte wie folgt neu zu behandeln sind.

Turbulenzmodellierung innerhalb der dispers verteilten EULER-Phase

Besteht die dispers verteilte EULER-Phase aus relativ kleinen Blasen oder Tropfen, so wird die Innenströmung meist vernachlässigt und keinerlei Turbulenzmodellierung vorgenommen. Kann die Innenströmung nicht vernachlässigt werden oder wird mit Hilfe des EULER-EULER-Modells versucht, freie Oberflächen zu simulieren, so wird meist das Standard-k-ε-Turbulenzmodell angewendet.

Im Rahmen dieser Arbeit wird die Innenströmung der Luftblasen als laminare Strömung angesehen und die Turbulenzmodellierung für diesen Teilaspekt entfällt.

Turbulenzmodellierung innerhalb der kontinuierlichen EULER-Phase

Es wird wie in Kapitel 4.2.1.5 das kε-Turbulenzmodell (Kapitel 4.1.1.4) verwendet. Es wird, um den Einfluß der zweiphasigen Strömung zu behandeln, mit dem nachfolgend beschriebenen Teilaspekt der Turbulenzmodellierung erweitert, da die Luftblasen Turbulenz in das Wasser (kontinuierliche EULER-Phase) eintragen.

Luftblaseninduzierte (dispers verteilte EULER-Phase) Turbulenz in der kontinuierlichen EULER-Phase

Hier wird als Erweiterung das in CFX 4.4 [93] implementierte Modell nach SATO verwendet. Dabei wird für die kontinuierliche Phase (Wasser) die Gl. (76) folgendermaßen erweitert:

$$v_{ges} = v_t + v + v_{t,B} \quad (154)$$

Hierbei ist $v_{t,B}$ in m^2/s die zusätzliche kinematische Viskosität, die durch die Luftblaseninduzierte Turbulenz im Wasser auftritt. Es wird angegeben [93]:

$$v_{t,B} = \alpha \cdot c_\mu \cdot d_B |\underline{v}_d - \underline{v}| \quad (155)$$

Die Konstante c_μ wird hierbei auf [93]:

- $c_\mu = 0,6$

gesetzt.

Beeinflussung der dispers verteilten EULER-Phase durch die Turbulenz der kontinuierlichen EULER-Phase

Hier wird als **Modell für die turbulente Dispersion** das in CFX 4.4 [93] implementierte **Volumenanteil-Gradienten-Modell** verwendet. Es modelliert die

Wirkung turbulenter Strömungsbewegungen der kontinuierlichen Phase auf die dispers verteilte Phase und die Wechselwirkung der dispers verteilten Blasen oder Tropfen aufgrund dieser Turbulenz untereinander durch eine zusätzliche turbulente Dispersionskraft $\underline{F}_{\text{dis}}$, die in Abhängigkeit vom Gradienten des Volumenanteils $\underline{\nabla}\alpha$ der dispers verteilten Phase und der Turbulenz in der kontinuierlichen Phase auf die Blasen oder Tropfen wirken [93]:

$$\underline{F}_{\text{dis}} = -\zeta_{\text{dis}} \cdot \rho \cdot k \cdot \underline{\nabla}\alpha . \quad (156)$$

Hierbei ist ζ_{dis} der Dispersionskoeffizient, ρ in kg/m^3 die Dichte der kontinuierlichen Phase (hier Wasser mit $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$), k in m^2/s^2 die turbulente kinetische Energie und α der Volumenanteil der dispers verteilten Phase.

Die **turbulente Dispersionskraft** ist so gerichtet, daß sie die Blasen oder Tropfen in Abhängigkeit von der Stärke der Turbulenzenergie in Richtung geringerer Blasen- oder Tropfenkonzentration (negatives Vorzeichen) beschleunigen und damit für eine Vergleichmäßigung der Blasen- oder Tropfenkonzentration sorgen. Die Dispersionskraft $\underline{F}_{\text{dis}}$ wird in Gl. (146) als Zusatzkraft $\underline{F}_{\text{Zus}}$ auf die Blasen oder Tropfen aufgebracht und beeinflusst über den Phasenwechselwirkungs-Vektor \underline{f}_P auch wieder die kontinuierliche Phase.

In dieser Arbeit wird wie üblich [93] der Dispersionskoeffizient auf:

- $\zeta_{\text{dis}} = 0,5$

gesetzt.

Hiermit sind die Grundlagen für die numerische Simulation der Strömung im Abwasserteich gegeben.

5 Experimentelle Methoden für die Untersuchung der Belüftungseinrichtung und Strömung im Abwasserteich

5.1 Belüftungseinrichtung

5.1.1 Belüftungskennfeld-Messung

5.1.1.1 Meßverfahren

Um das Kennfeld des **Druckbelüftungssystems** zu bestimmen, müssen für den **Seitenkanalverdichter** (Kapitel 1.2) der Luftvolumenstrom Q in m^3/s , der Druck p_2 in N/m^2 (entspricht dem statischen Druck im Druckstutzen des Seitenkanalverdichters), die aufgenommene elektrische Leistung P_{el} in kW des Verdichtermotors (mit P_{el} und dem Motorkennfeld [21] folgt der Wellenleistungsbedarf P in kW des Verdichters) und der Verdichterwirkungsgrad η in Abhängigkeit von der Motordrehzahl n in min^{-1} ermittelt werden. Es kommen infolge des relativ niedrigen Druckniveaus die Normen und Richtlinien für **Leistungsmessungen an Ventilatoren**: DIN 24163 [141], VDI 2041 [142] und VDI 2044 [143] zur Anwendung. Danach ist die Messung folgender Größen erforderlich:

- Elektrische Leistungsaufnahme P_{el} des Verdichtermotors,
- Druckerhöhung Δp und Temperaturerhöhung ΔT der Luft und
- Geförderter Luftvolumenstrom Q .

Der Luftvolumenstrom wird durch Differenzdruckmessung an einer Einlaufmeßdüse des Seitenkanalverdichters mit genormten Wirkdruckgebern nach DIN 1952 [144] bestimmt. Dabei findet die **BERNOULLI-Gleichung** Anwendung, wonach unter Annahme geeigneter Voraussetzungen (inkompressibles und reibungsfreies Fluid, stationäre Strömung) die Energiebilanz längs eines Stromfadens zwischen der Umgebung a (ambient) und dem engsten Querschnitt d der Einlaufmeßdüse des Seitenkanalverdichters aufgestellt wird [26]:

$$p_a + \frac{\rho_a \cdot v_a^2}{2} + \rho_a \cdot g \cdot z_a = p_d + \frac{\rho_a \cdot v_d^2}{2} + \rho_a \cdot g \cdot z_d. \quad (157)$$

Die Luftdichte ρ_a ist hier allerdings nicht konstant, so daß die Kompressibilität der Luft mit Hilfe der thermischen Zustandsgleichung und der unten eingeführten Expansionszahl ε berücksichtigt wird. Die **thermische Zustandsgleichung** mit der speziellen Gaskonstante R ($R_{Luft} = 287 \text{ m}^2/\text{s}^2 \text{ K}^{-1}$) lautet [26]:

$$\rho_a = \frac{p_a}{R_{Luft} \cdot T_a}. \quad (158)$$

Für die Bestimmung des Luftvolumenstroms muß die **Kontinuitätsgleichung** für stationäre Strömung mit starrer Rohrwandung längs eines Stromfadens angewendet werden [26]:

$$\rho_a \cdot v_d \cdot A_d = \text{const.} \quad (159)$$

Für den Luftvolumenstrom Q ergibt sich damit:

$$Q = v_d \cdot A_d. \quad (160)$$

Aus den Gl. (157) und (160) läßt sich für den Luftvolumenstrom mit dem Differenzdruck $\Delta p = p_d - p_a$ an der Einlaufmeßdüse (Querschnittsfläche A_d , Durchmesser D_d) unter Vernachlässigung der geodätischen Anteile von Gl. (157) folgende Gleichung angeben:

$$Q = A_d \cdot v_d = \frac{\pi \cdot D_d^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho_a}}. \quad (161)$$

Um die Verluste an der Einlaufmeßdüse und die bereits erwähnten **Realgaseigenschaften der Luft** zu erfassen, werden noch die Durchflußzahl α und die Expansionszahl ε eingeführt [31]. Es ergibt sich danach:

$$Q = \alpha \cdot \varepsilon \cdot \frac{\pi \cdot D_d^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p}{\rho_a}}. \quad (162)$$

Zur Bestimmung des Seitenkanalverdichter-Wirkungsgrades η ist die Strömungsleistung P_u erforderlich [31]:

$$P_u = (p_{2,\text{tot}} - p_a) \cdot Q = \left(p_2 + \frac{\rho_2 \cdot v_2^2}{2} - p_a\right) \cdot Q = \left(p_2 + \frac{8 \cdot \rho_2 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot D_2^4} - p_a\right) \cdot Q. \quad (163)$$

Hierbei kennzeichnet 2 die Größen am Druckstutzen des Seitenkanalverdichters.

Der Seitenkanalverdichter-Wirkungsgrad η bestimmt sich zu:

$$\eta = \frac{P_u}{P} = \frac{\left(p_2 + \frac{8 \cdot \rho_2 \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot D_2^4} - p_a\right) \cdot Q}{P}. \quad (164)$$

Das Antriebs-Wellendrehmoment M läßt sich dann berechnen zu:

$$M = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot n}. \quad (165)$$

Damit sind alle Größen für die experimentelle Bestimmung des Belüftungskennfelds gegeben.

5.1.1.2 Meßtechnik

Bild 17 zeigt den Versuchsaufbau für die Belüftungskennfeld-Messung.

Die **Lufttemperatur** T_a in °C in unmittelbarer Versuchsumgebung wird mit einem handelsüblichen Quecksilberthermometer gemessen. Der **Luftdruck** p_a in mbar ist den Internet-Veröffentlichungen des Instituts für Meteorologie der FU Berlin für den Standort Berlin-Charlottenburg zu entnehmen.

Die **Drehzahl des Seitenkanalverdichters** n in min^{-1} wird mit einem Gleichstromtachogenerator gemessen. Die Messung der aufgenommenen elektrischen **Wirkleistung** P_{el} des Verdichtermotors erfolgt mittels des im Frequenzumformer integrierten digitalen Meßgerätes. Über das firmenseitig dokumentierte Motorkennfeld [21] und die Drehzahl wird die **Wellenleistung** P bestimmt. Die Messung des **Luftvolumenstroms** Q in m^3/s erfolgt mittelbar durch die Messung der Druckdifferenz an der Einlaufmeßdüse, die in ihrer Art einer Viertelkreis-Einlaufmeßdüse nach DIN 1952 und VDI 2041 entspricht. Sie hat einen Nenndurchmesser von 46,635 mm [145] und liefert bei einem Luftvolumenstrom von $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ (bei $T_a = 25^\circ\text{C}$ und $p_a = 1013 \text{ mbar}$) eine Druckdifferenz von 20 mbar. Die **Druckdifferenz** Δp in mbar an der Einlaufmeßdüse des Ansaugrohrs und der **Druck** p_2 in mbar im Druckstutzen des Verdichters werden mit Differenzdruckmeßgeräten gemessen. Der Meßbereich des Manometers an der Einlaufmeßdüse beträgt 0...20 mbar und am Druckstutzen 0...400 mbar. Die Aufnahme der Druckdifferenz entlang der Einlaufmeßdüse erfolgt an den vorgegebenen Druckanschlüssen der Einlaufmeßdüse. Druckseitig erfolgt die Aufnahme der Messung durch vier Bohrungen am Beruhigungsrohr des Druckstutzens. Die Abmessungen der Bohrungen entsprechen DIN 24163, und die angeschlossenen Druckschläuche sind in einer T-Verschaltung zusammengeführt. Die Messung der **Temperatur** T_2 in °C im Druckstutzen erfolgt mit einem handelsüblichem Heißleiter. Der Widerstand des Heißleiters wird mit einem Digitalmeßgerät gemessen.

5.1.2 Sauerstoffzufuhr-Messung

5.1.2.1 Meßverfahren

Die Sauerstoffzufuhr-Untersuchungen (vgl. Kapitel 1.2) erfolgen nach dem ATV-Merkblatt M 209 [133]. Demnach ist die **Sauerstoffzufuhr OC** (Oxygenation Capacity) in $\text{kg}_{\text{O}_2}/\text{h}$, in **Reinwasser** die Masse an Sauerstoff in kg, die von einer Belüftungseinrichtung bei der anfänglichen Sauerstoffkonzentration (Sauerstoffgehalt) von 0 mg/l, einer Wassertemperatur von 20°C und atmosphärischem Normluftdruck (1013 mbar) in einer Stunde in einem mit Reinwasser gefülltem Becken mit dem Volumen V in m^3 gelöst wird:

$$OC = \frac{V \cdot k_L a_{20} \cdot c_{S,20}}{1000} \quad (166)$$

Der Kennwert $k_L a_{20}$ in h^{-1} ist der auf eine Wassertemperatur von $20^\circ C$ bezogene Belüftungskoeffizient für Reinwasser. Zwischen dem Belüftungskoeffizienten bei $20^\circ C$ und der Wassertemperatur T_W in $^\circ C$, während der Versuchsdurchführung, wird nach [133] folgender Zusammenhang angegeben:

$$k_L a_{20} = k_L a_T \cdot 1,024^{(20-T_W)} \quad (167)$$

Die in Gl. (166) auftretende Sauerstoffsättigungs-Konzentration $c_{S,20}$ in mg/l bei einer Wassertemperatur von $20^\circ C$ ergibt sich aus der bei der Temperatur T_W gemessenen Sauerstoffsättigungs-Konzentration $c_{S,T}$ in mg/l unter Berücksichtigung der tabellierten Standard-Sauerstoffsättigungs-Konzentration $c_{SS,20}$ in mg/l bei $20^\circ C$ und dem Umgebungsdruck p_a in mbar. Es gilt nach [133]:

$$c_{S,20} = c_{S,T} \cdot \frac{c_{SS,20}}{c_{SS,T}} \cdot \frac{1013}{p_a} \quad (168)$$

Bei Druckbelüftungssystemen kann die Sauerstoffsättigungs-Konzentration $c_{S,T}$ in mg/l aus der Standard-Sauerstoffsättigungs-Konzentration $c_{SS,T}$ der jeweiligen Wassertemperatur T_W und der Installationstiefe h in m der Membranrohrbelüfter ermittelt werden [133]:

$$c_{S,T} = c_{SS,T} \cdot \left(1 + \frac{h}{20,7} \right) \quad (169)$$

Der Gehalt TDS in mg/l an gelösten Salzen im Versuchsbecken verringert die Sauerstoffsättigungs-Konzentration $c_{S,T}$ [133]:

$$c_{S,T-TDS} = c_{S,T} \cdot \left(1,00 - 0,01 \frac{TDS}{1000} \right) \quad (170)$$

Der **Sauerstofftrag OP (Oxygenation Power)** in kg_{O_2}/kWh in Reinwasser ergibt sich aus der Sauerstoffzufuhr dividiert durch die Leistungsaufnahme P_{el} der Belüftungseinrichtung:

$$OP = \frac{OC}{P_{el}} \quad (171)$$

Zur Bestimmung der Kennwerte OC und OP ist die Erstellung einer **Sauerstoffzufuhrkurve** erforderlich. Sie stellt den Verlauf der gemessenen Sauerstoffkonzentrationen c_t in mg/l in Abhängigkeit von der Versuchszeit t dar (siehe exemplarisch **Bild 18 oben**).

Bei der Aufnahme der Sauerstoffzufuhrkurven wird im Rahmen dieser Arbeit die Methodik der **Absorptionsmessungen** angewendet. Dabei wird die Sauerstoffzufuhr aus dem Anstieg der zuvor künstlich abgesenkten Sauerstoffkonzentration bestimmt. Durch Zugabe einer bestimmten Menge Natriumsulfit Na_2SO_3 wird der im Wasser gelöste Sauerstoff gebunden. Dieses Verfahren wird meist bei Reinwasserversuchen eingesetzt.

Zur Auswertung von Sauerstoffzufuhrkurven ist es notwendig, den Belüftungskoeffizienten $k_L a_T$ in h^{-1} für Reinwasser aus Gl. (167) zu bestimmen. Es gilt nach [133]:

$$(c_s - c_t) - (c_s - c_0) = e^{-k_L a_T \cdot t}. \quad (172)$$

Hierbei ist c_s in mg/l die Sauerstoffsättigungs-Konzentration, die bei der Auswertung eines Reinwasserversuchs berechnet wird, c_t in mg/l die gemessene Konzentration von gelöstem Sauerstoff im Wasser zur Versuchszeit t und c_0 in mg/l die Konzentration an gelöstem Sauerstoff zur Versuchszeit $t = 0$ s. Die Ausdrücke in den Klammern von Gl. (172) lassen sich auch als Sauerstoffdefizitkonzentrationen zur Zeit t : $(c_s - c_t) = c_{d,t}$ und zur Zeit $t = 0$ s: $(c_s - c_0) = c_{d,0}$ deuten. Es ergibt sich nach Logarithmierung:

$$\ln c_{d,t} - \ln c_{d,0} = -k_L a_T \cdot t. \quad (173)$$

Durch Umwandlung des natürlichen in den dekadischen Logarithmus folgt schließlich:

$$\log c_{d,t} - \log c_{d,0} = -\frac{k_L a_T}{2,303} \cdot t. \quad (174)$$

Damit ergibt sich die **Bestimmung des Belüftungskoeffizienten** $k_L a_T$ mittels einer graphischen Auswertung der Sauerstoffdefizitkurve (**Bild 18 unten**) im halb-logarithmischen Maßstab. Die Meßwerte werden in das Diagramm eingetragen und durch eine geeignete Gerade angenähert.

Bei Betrachtung eines geeigneten Zeitintervalls Δt_{Dezi} , in dem die Sauerstoffdefizitkonzentration nach Gl. (174) um eine Dekade (Dezi, eine Zehnerpotenz) abnimmt, läßt sich aus der Steigung $\tan \alpha$ der Konzentrationsgeraden (**Bild 18 unten**) der Belüftungskoeffizient $k_L a_T$ bestimmen. Mit

$$\tan \alpha = \frac{\log c_{d,0} - \log c_{d,t}}{\Delta t_{\text{Dezi}}} = \frac{1}{\Delta t_{\text{Dezi}}} \quad (175)$$

ergibt sich nach Einsetzen in Gl. (174):

$$k_L a_T = \frac{2,303}{\Delta t_{\text{Dezi}}} \text{ in } \text{min}^{-1} \text{ bzw. } k_L a_T = \frac{138,18}{\Delta t_{\text{Dezi}}} \text{ in } \text{h}^{-1}. \quad (176)$$

Hiermit können die beiden wichtigen integralen Werte Sauerstoffzufuhr OC, Gl. (166), und Sauerstoffertrag OP, Gl. (171), bestimmt werden.

5.1.2.2 Meßtechnik

Die Bestimmung der **Sauerstoffkonzentration** c_t in mg/l im **Reinwasser-Versuchsbecken** erfolgt mittels fünf **Sauerstoffmeßsonden**, die nach dem Leitfähigkeitsprinzip arbeiten und einen integrierten Thermofühler besitzen [146], [147]. Die Sauerstoffmeßsonden können an verschiedenen Positionen im Reinwasser-Versuchsbecken positioniert werden, so daß in den verschiedenen Versuchsreihen Aussagen über die unterschiedliche Entwicklung der Sauerstoffkonzentrationen an verschiedenen Stellen des Versuchsbeckens möglich sind. Als Positionen für die Sauerstoffmeßsonden kommen ausschließlich die Gebiete außerhalb des unmittelbaren Luftblasenfeldes in Frage, da die aufsteigenden Luftblasen die Ergebnisse der Messungen an den Sonden beeinflussen. Es werden **membranbedeckte Sauerstoffmeßsonden** nach CLARK [147] verwendet.

Die **Wassertemperatur** T_w in °C wird mit den Thermofühlern der Sauerstoffmeßsonden ermittelt. Der **Luftdruck** p_a in mbar ist nach Kapitel 5.1.1.2 bekannt.

5.2 Laser-DOPPLER Velocimetry

5.2.1 Systembeschreibung

5.2.1.1 Meßprinzip

Das **Prinzip der LDV** ist in Kapitel 2.3 und in **Bild 11** am Beispiel des Kreuzstrahlverfahrens in Vorwärtsstreuung vorgestellt.

Die **Geschwindigkeitskomponente** v_{\perp} in m/s der mitgeführten lichtstreuenden Partikel senkrecht zu den Interferenzstreifen ist mit der DOPPLER-Frequenz f_D in Hz wie folgt verknüpft [100]...[102]:

$$v_{\perp} = \Delta x \cdot f_D. \quad (177)$$

Hierbei ist Δx in m der Interferenzstreifenabstand im Schnittvolumen der Laserstrahlen. Der **Interferenzstreifenabstand** berechnet sich zu [100]:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2 \cdot \sin \frac{\theta}{2}}. \quad (178)$$

Hierbei ist λ in m die Wellenlänge des Laserlichts und $\theta/2$ in Grad der halbe Schnittwinkel der Laserteilstrahlen. Da der Interferenzstreifenabstand mit Gl. (178) berechnet werden kann, handelt es sich bei der LDV um ein kalibrierungsfreies Verfahren.

Der **DOPPLER-Effekt** (Frequenzverschiebung) tritt sowohl zwischen der unbewegten Lichtquelle (Laser) und den in der Strömung mitgeführten Partikeln, als auch zwischen den mitgeführten Partikeln und dem feststehenden Empfänger (Photodetektor) auf, s. **Bild 19a**. Die **DOPPLER-Frequenz** f_D wird aus der Differenz der beiden Frequenzen ermittelt:

$$f_D = f_E - f_S. \quad (179)$$

Hierbei ist f_E in Hz die vom Empfänger (Photodetektor) wahrgenommene Frequenz des Laserlichts und f_S in Hz die Frequenz des Senders (Laserlicht). Der DOPPLER-Effekt zwischen der unbewegten Lichtquelle und den in der Strömung mitgeführten Partikeln ergibt für die Frequenz f_P des von den Partikeln reflektierten (gestreuten) Laserlichts [100]:

$$f_P = f_S \cdot \left(1 - \frac{\underline{v} \cdot \underline{e}_S}{c} \right). \quad (180)$$

Der DOPPLER-Effekt zwischen den mitgeführten Partikeln und dem feststehenden Photodetektor ergibt für die Frequenz f_E des vom Empfänger wahrgenommenen Laserlichts [100]:

$$f_E = f_P \frac{c}{c - \underline{v} \cdot \underline{e}_E}. \quad (181)$$

Hierbei ist c in m/s die Lichtgeschwindigkeit, \underline{e}_S der Richtungsvektor des Sendelichts und \underline{e}_E der Richtungsvektor des Empfangslichts.

Einsetzen von Gl. (180) in Gl. (181) und anschließend in (179) führt auf:

$$f_D = f_S \cdot \left(\frac{1 - \frac{\underline{v} \cdot \underline{e}_S}{c}}{1 - \frac{\underline{v} \cdot \underline{e}_E}{c}} - 1 \right). \quad (182)$$

Mit $c \gg v$ und nach [102] folgt hierfür:

$$f_D = f_S \cdot \left(1 + \frac{v}{c} (\underline{e}_E - \underline{e}_S) - 1 \right) = f_S \cdot \frac{v}{c} (\underline{e}_E - \underline{e}_S). \quad (183)$$

Mit der Einführung der Lichtgeschwindigkeit:

$$c = \lambda \cdot f_S \quad (184)$$

folgt für die Bestimmungsgleichung der DOPPLER-Frequenz [99]:

$$f_D = \frac{v}{\lambda} (\underline{e}_E - \underline{e}_S). \quad (185)$$

Das im Schnittbereich der Laserstrahlen entstehende **Meßvolumen** weist die Form eines **Rotationsellipsoids** auf (s. **Bild 11**). Die Ausdehnungen des Meßvolumens in x-, y- und z-Richtung ergeben sich in Abhängigkeit vom näherungsweise bestimmten Durchmesser d_{MV} des Meßvolumens [101]:

$$d_{MV} \approx \frac{4 \cdot f \cdot \lambda}{\pi \cdot d_S}, \quad (186)$$

und mit dem halben Schnittwinkel $\theta/2$ der Laserteilstrahlen zu:

$$a = \frac{d_{MV}}{2 \cos \frac{\theta}{2}}, \quad (187)$$

$$b = \frac{d_{MV}}{2} \text{ und} \quad (188)$$

$$c = \frac{d_{MV}}{2 \sin \frac{\theta}{2}}. \quad (189)$$

Hierbei ist f in m die Brennweite der Sendelinse, d_S in m der Strahldurchmesser der Laserteilstrahlen an der Sendelinse und a , b und c jeweils in m die Halbachsenlängen des Rotationsellipsoids in x-, y- und z-Richtung.

Die Anzahl N der sich im Meßvolumen ausbildenden Interferenzstreifen ergibt sich mit den Gln. (178) und (187):

$$N = \frac{2a}{\Delta x} = \frac{2d_{MV}}{\lambda} \cdot \tan \frac{\theta}{2}. \quad (190)$$

Die prinzipielle **Signalerfassung und -verarbeitung bei der LDV** wird in **Bild 19b** gezeigt. Nach der Erfassung des Signals durch das Empfangsbaulement (Photodetektor) wird das Signal durch Verstärkung, Hochpaßfilterung (entfernt Gleichspannungsanteil) und Tiefpaßfilterung (entfernt Rauschen) aufbereitet. Die

Signalauswertung kann dann im Frequenz- oder Zeitbereich erfolgen. Schlußendlich folgt die Ausgabe der Information. Das Signal stellt eine zweifach DOPPLER-verschobene Frequenz dar, d.h. es handelt sich hierbei um eine Frequenzschwebung, die **DOPPLER-Burst** genannt wird. Einen solchen Burst, wie er nach der Signalaufbereitung moduliert ist, zeigt **Bild 19c**.

In dieser Arbeit erfolgt die Signalauswertung im Frequenzbereich mit Hilfe der numerischen **FOURIER-Transformation** (FFT für engl. **Fast-FOURIER-Transform**). Die FFT erfolgt in zwei Schritten [149]: Transformation des zeitlichen Intensitätsverlaufs eines DOPPLER-Bursts in eine Intensitäts-Frequenz-Darstellung (Amplitudenspektrum) und Ermittlung der Frequenz mit der größten Intensität (DOPPLER-Frequenz).

5.2.1.2 Aufbau

Das in der vorliegenden Arbeit **verwendete Laser-DOPPLER-Velozimeter** ist in **Bild 20** dargestellt. Der **Argon-Ionen-Laser** [151] emittiert in Luft Laserlicht der Wellenlänge $\lambda_L = 514,0 \text{ nm}$ mit einer maximalen Lichtleistung von 3 W. Über das Einkoppelungsmodul wird das Licht in die Mono-Mode-Lichtleitfaser geführt, die mit dem Auskoppelungsmodul die Verbindung zur Optik herstellt. Da die Mono-Mode-Lichtleitfaser relativ empfindlich gegen hohe Lichtleistung ist, wird nur mit einer maximalen Lichtleistung von 80 mW gearbeitet.

Die **Optik** realisiert das Kreuzstrahlverfahren in Rückwärtsstreuung. In der Optik wird über einen Strahlteiler der ankommende Laserstrahl in zwei monochromatische, kohärente Laserteilstrahlen gleicher Polarisation zerlegt. Durch eine BRAGG-Zelle wird einem Strahl eine Frequenz von 40 MHz überlagert, die nach der Auswertung wieder abgezogen wird. Die Richtung der Geschwindigkeit kann somit bestimmt werden, indem eine Geschwindigkeitsinformation in Form der BRAGG-Zellenfrequenz aufgeprägt wird [101]. Durch die Strahlschnittwinkel-Verstellung und die Strahlaufweitung werden die Laserteilstrahlen wieder parallelisiert und durch die Sendelinse im Abstand der Brennweite f zum Schnitt gebracht, der das Meßvolumen darstellt.

Das von den in der Strömung mitgeführten Partikeln emittierte Streulicht wird mit Hilfe zweier Linsen, einer Blende und einem Umlenkspiegel in das Empfangsbaulement, den **Photomultiplier**, geführt. Dessen Ausgangssignale werden in das Auswertesystem geleitet. Es besteht u.a. aus einer **Verstärker- und Filterbank**, die in demselben Gehäuse wie die Steuerungselektronik der BRAGG-Zelle und des Photomultipliers installiert ist. Die so aufbereiteten Signale werden in einem PC mit einer 50 MHz-A/D-Wandlernkarte verarbeitet. Als Signalauswertung steht eine **Software** [152] zur Verfügung, die eine FFT durchführt.

Das verwendete Laser-DOPPLER-Velozimeter zeichnet sich durch folgende **Größen** aus:

- Wellenlänge des Laserlichts $\lambda = 514,0 \text{ nm}$,
- Laserteilstrahlen-Abstand auf der Oberfläche der Sendelinse $a_S = 54,0 \text{ mm}$,
- Meßvolumen-Abstand von der Oberfläche der Sendelinse $f_S = 139,0 \text{ mm}$,
- Brennweite der Sendelinse $f = 160,0 \text{ mm}$ und
- Strahldurchmesser der Laserteilstrahlen an der Sendelinse $d_S = 1,4 \text{ mm}$.

Der halbe Strahlschnittwinkel $\theta/2$ der Laserteilstrahlen wird bestimmt mit:

$$\frac{\theta}{2} = \arctan \frac{a_S}{2 \cdot f_S} . \quad (191)$$

Somit ergeben sich unter Zuhilfenahme der Gln. (178) und (186)...(191) folgende **Geometrie-Parameter**:

- Strahlschnittwinkel der beiden Laserteilstrahlen $\theta = 22,11^\circ$,
- Interferenzstreifenabstand $\Delta x = 1,34 \text{ }\mu\text{m}$,
- Durchmesser der Sendestrahlen im Meßvolumen $d_{MV} = 74,79 \text{ }\mu\text{m}$,
- Halbachsenlänge des Rotationsellipsoids in x-Richtung $a = 37,80 \text{ }\mu\text{m}$,
- Halbachsenlänge des Rotationsellipsoids in y-Richtung $b = 37,39 \text{ }\mu\text{m}$,
- Halbachsenlänge des Rotationsellipsoids in z-Richtung $c = 250,00 \text{ }\mu\text{m}$ und
- Anzahl der sich im Meßvolumen ausbildenden Interferenzstreifen $N = 43$.

Die genannten Werte für die Wellenlänge λ , den Strahlschnittwinkel θ und den Interferenzstreifenabstand Δx gelten für **Messungen in Luft**. Im Rahmen dieser Arbeit werden die beiden Laserteilstrahlen, ausgehend von der Sendelinse in Luft, durch eine planparallele Acrylglas-Scheibe in das Wasser des Versuchsbeckens geführt. Die beiden Laserteilstrahlen werden also zweimal gebrochen. Dafür muß eine **Strahlengangrechnung** durchgeführt werden. Das Brechungsgesetz nach SNELLIUS beschreibt die Lichtbrechung beim Durchtritt durch die verschiedenen Medien [153]:

$$n_L \sin\left(\frac{\theta_L}{2}\right) = n_A \sin\left(\frac{\theta_A}{2}\right) = n_W \sin\left(\frac{\theta_W}{2}\right) . \quad (192)$$

Hierbei sind n_L , n_A und n_W die Brechungsindizes von Luft, Acrylglas und Wasser (hier bei $T = 20^\circ\text{C}$ und der Wellenlänge des Argon-Ionen-Laser in Luft von $514,0 \text{ nm}$):

$n_L = 1,000$, $n_A = 1,491$ und $n_W = 1,331$) und θ_L , θ_A und θ_W in Grad die Strahlschnittwinkel in Luft, Acrylglas und Wasser. Hiermit können die Strahlschnittwinkel im Acrylglas θ_A und im Wasser θ_W beschrieben werden:

$$\theta_A = 2 \arcsin \left(\frac{n_L \sin \left(\frac{\theta_L}{2} \right)}{n_A} \right) \text{ und} \quad (193)$$

$$\theta_W = 2 \arcsin \left(\frac{n_L \sin \left(\frac{\theta_L}{2} \right)}{n_W} \right). \quad (194)$$

Nach Gl. (178) ist der Interferenzstreifenabstand Δx abhängig vom Strahlschnittwinkel θ . Da sich die Strahlschnittwinkel θ_L und θ_W unterscheiden, müßte auch der Interferenzstreifenabstand Δx_W in Wasser von dem in Luft Δx_L abweichen. Dies ist jedoch nicht der Fall, da sich die Wellenlänge des Laserlichts im Wasser im gleichen Maß ändert wie der Winkel. Es gilt [153]:

$$n_L \lambda_L = n_W \lambda_W. \quad (195)$$

Im Rahmen dieser Arbeit wird in Wasser gemessen. Daher wird der Interferenzstreifenabstand in Wasser benötigt:

$$\Delta x_W = \frac{\lambda_W}{2 \sin \left(\frac{\theta_W}{2} \right)}. \quad (196)$$

Die Wellenlänge λ_W aus Gl. (195) wird in Gl. (196) eingesetzt. Anschließend wird Gl. (194) eingesetzt, um θ_W zu eliminieren. Für den Interferenzstreifenabstand Δx_W in Wasser ergibt sich dann:

$$\Delta x_W = \frac{\lambda_L}{2 \sin \left(\frac{\theta_L}{2} \right)}. \quad (197)$$

Damit ist gezeigt, daß der oben bestimmte **Interferenzstreifenabstand** $\Delta x = 1,34 \mu\text{m}$ **in Luft und in Wasser** gültig ist. Es muß nur beachtet werden, daß der oben genannte Meßvolumen-Abstand $f_S = 139,0 \text{ mm}$ von der Oberfläche der Sendelinse durch die zweifache Brechung der Laserteilstrahlen zunimmt.

Hiermit sind die für Strömungs-Geschwindigkeitsmessungen benötigten Größen des verwendeten Laser-DOPPLER-Velozimeters genannt. **Bild 21** zeigt die fotografische Ansicht des verwendeten Laser-DOPPLER-Velozimeters. Hierbei ist die Optik auf einer Drei-Achsen-Traversiervorrichtung befestigt, so daß verschiedene Meßpunkte

angefahren werden können. Desweiteren kann die Optik um die Längsachse gedreht werden, um zwei Strömungs-Geschwindigkeitskomponenten messen zu können.

5.2.2 Strömungs-Geschwindigkeitsmessung

5.2.2.1 Einphasige Strömung

Für die Strömungs-Geschwindigkeitsmessungen steht eine **Software** [152] zur Verfügung, die sowohl die A/D-Wandlerkarte anspricht als auch die FFT durchführt. **Bild 22** zeigt beispielhaft für die Signalauswertung einen DOPPLER-Burst (Zeitsignal) und die dazugehörige DOPPLER-Frequenz (Frequenzsignal).

Während der **Messung** müssen die folgenden **Parameter** optimal eingestellt werden, um eine möglichst hohe Datenrate zu erreichen: Laser-Lichtleistung, Versorgungsspannung des Photomultipliers, Verstärkung, Schranken des analogen Filters, Triggerschwelle der A/D-Karte, Abtastrate (unter Berücksichtigung des SHANNON-Abtasttheorems, woraus sich die obere DOPPLER-Grenzfrequenz als NYQUIST-Frequenz ergibt), Kriterien des digitalen Filters, Anzahl der FFT-Stützstellen und DOPPLER-Burst-Validierungskriterien (im wesentlichen Amplitudenverhältnis). Die Datenrate ist auch durch Zugabe von Partikeln (hier Titandioxid mit einem mittleren Durchmesser von $8\mu\text{m}$) zu erhöhen, wobei aber auf das richtige Maß geachtet werden muß, da sonst das Rauschen zunimmt. Es werden pro Meßpunkt 400 DOPPLER-Bursts aufgenommen.

5.2.2.2 Zweiphasige Strömung

Für die Geschwindigkeitsmessung der zweiphasigen Strömung **innerhalb der Luftblasenaufstiegszone** wird so wie bei der Strömungs-Geschwindigkeitsmessung der einphasigen Strömung verfahren (s. Kapitel 5.2.2.1). Der einzige Unterschied besteht darin, daß **zwei unterschiedliche Signale** empfangen werden: zum einen die **ursprünglichen DOPPLER-Bursts**, die von den Tracer-Partikeln im Wasser herrühren, zum anderen die relativ **stark deformierten Signale**, die von den Luftblasen herrühren. Vorteilhaft ist hier also, daß die Signale eindeutig der Phase (Wasser oder Luftblasen) zugeordnet werden können.

Für die **Bestimmung der Wasser-Geschwindigkeit** wird die standardmäßige FFT mit Hilfe der Software durchgeführt.

Für die **Bestimmung der Luftblasen-Geschwindigkeit** zeigt **Bild 23a** beispielhaft im Rahmen dieser Arbeit (Kreuzstrahlverfahren in Rückwärtsstreuung) ermittelte LDV-Signale, die von Luftblasen herrühren und **nicht auswertbar** sind. Dagegen

zeigt **Bild 23b** Luftblasen-LDV-Signale, die ebenfalls mit einem Kreuzstrahlverfahren aber in Vorwärtsstreuung aufgenommen wurden [110]. Diese Signale konnten in [110] ausgewertet werden. Allerdings sind die in der vorliegenden Arbeit auftretenden Luftblasen um den Faktor Vier größer. Damit sind deren LDV-Signale auch in einer Vorwärtsstreuanordnung nicht ohne weiteres auswertbar.

Weiterhin ist zu vermerken, daß die **Datenrate** für die Strömungsgeschwindigkeitsmessung der Wasserströmung erheblich sinkt und daß die Signale von den Tracer-Partikeln im Wassers relativ schwach sind. Die nicht auswertbaren Signale der Luftblasen dagegen sind hoch, so daß die Gefahr des Übersteuerns des Photomultipliers besteht.

5.3 Particle-Image Velocimetry

5.3.1 Systembeschreibung

5.3.1.1 Meßprinzip

Das **Prinzip der PIV** ist in Kapitel 2.3 und in **Bild 12** vorgestellt.

Der **Geschwindigkeitsvektor** \underline{v} in m/s der mitgeführten lichtstreuenden Partikel in der Meßfläche der PIV bestimmt sich zu [103], [104]:

$$\underline{v} = \frac{1}{M} \cdot \frac{\underline{s}_D}{\Delta t}. \quad (198)$$

Hierbei ist \underline{s}_D in m der Partikelversatzvektor (Partikelverschiebevektor, Displacement), M der Abbildungsmaßstab (im Gegensatz zur LDV ist die PIV nicht kalibrierungsfrei) und Δt in s die Zeit zwischen den zwei Belichtungen (Pulsabstand des Lasers).

Im Rahmen dieser Arbeit wird das in **Bild 12** erläuterte PIV-Verfahren angewendet, bei dem zwei Bilder einzeln belichtet werden (Double Frame – Single Exposure). Somit können Betrag und Richtungssinn durch Bestimmung und Auswertung der **Kreuzkorrelationsfunktion** (KKF) der zwei Bilder erfaßt werden. So wird mit Hilfe der KKF der **Partikelversatzvektor** \underline{s}_D für Gl. (198) bestimmt.

Bei der KKF ist jedes Bild (Frame) in einzelne Auswertefenster aufzuteilen. Anschließend werden die beiden sich entsprechenden Auswertefenster von zwei Bildern einer sog. real-to-complex FFT unterzogen [103]. Die beiden entstehenden Funktionen werden konjugiert-komplex erweitert und miteinander multipliziert, wodurch eine Funktion entsteht. Anschließend wird eine sog. complex-to-real FFT durchgeführt [103], [149]. Das Ergebnis stellen die sog. Kreuzkorrelationsdaten dar.

Diese Daten sind in **Bild 24** beispielhaft gezeigt. Durch eine Peak-Ermittlung der Kreuzkorrelationsdaten kann der Partikelversatzvektor \underline{s}_D für Gl. (198) gefunden werden. Der Partikelversatzvektor stellt den Vektor vom Mittelpunkt R zum Peak R_D der Kreuzkorrelationsdaten dar.

5.3.1.2 Aufbau

Das in der vorliegenden Arbeit **verwendete Particle-Image-Velozimeter** besteht im wesentlichen aus: Dual Nd:YAG-Laser, Lichtschnittoptik, Synchronizer, CCD-Kamera und einer Auswertungseinrichtung. Das Lasermaterial des **Nd:YAG-Lasers** besteht aus **Yttrium-Aluminium-Granat (YAG)**, das mit dem Metall **Neodym (Nd)** dotiert ist [151]. Die maximale Pulsfrequenz des Resonators beträgt beim verwendeten Laser etwa 15 Hz.

Der Strahldurchmesser beträgt am Austritt aus dem Lasergehäuse ca. 4mm. Zur Transformation des runden Laserstrahlquerschnitts in einen ebenen Laserlichtschnitt wird eine **Lichtschnittoptik (Bild 25)** benötigt, die nach den Regeln der GAUSS-Optik [153], [151] ausgelegt ist und diese Transformation vornimmt.

Die **CCD-Kamera** dient dazu, das Laserlicht aufzunehmen, das von den Partikeln im Wasser reflektiert wird. Der CCD-Chip der Kamera hat die Größe 1280 x 1024 Pixel. Die einzelnen Pixel haben eine Größe von 6,7 μm x 6,7 μm . Die Auslesefrequenz des CCD-Chips beträgt 4Hz, die kürzeste Bildwechselzeit 100 ns (Frameabstand). Aufgrund der kurzen Bildwechselzeit kann die Kamera für die Aufnahme von Double Frame – Single Exposure-PIV-Bildern genutzt werden, die mit Hilfe der KKF ausgewertet werden. Die CCD-Kamera ist auf derselben Drei-Achsen-Traversiervorrichtung befestigt, die auch die Optik des Laser-DOPPLER-Velozimeters trägt (vgl. Kapitel 5.2.1.2).

Für die Bilderfassung bei der PIV ist eine **Synchronisierung (Bild 26, untergebracht im sog. Synchronizer)** erforderlich, welche die beiden Blitzlampen und beiden Q-Switch im Laser mit der CCD-Kamera und der Auswertungseinrichtung steuert, sodaß Bilderpaare zu einem bestimmten Zeitpunkt mit einem definierten zeitlichen Abstand (Pulsabstand) zueinander aufgenommen werden.

Die **Berechnung und Analyse der KKF** wird mit einer Software nach [154] durchgeführt.

Bild 27 zeigt die fotografische Ansicht des verwendeten Particle-Image-Velozimeters.

5.3.2 Strömungs-Geschwindigkeitsmessung

5.3.2.1 Einphasige Strömung

Für die Strömungs-Geschwindigkeitsmessung steht eine **Software** nach [154] zur Verfügung, die sowohl die CCD-Kamera anspricht als auch die Berechnung und Analyse der KKF durchführt. Der Ablauf der Messung und der sich anschließenden Auswertung soll im folgenden anhand der für die hier vorliegende Luftblasenschwarm-Aufstiegsströmung entwickelten Auswertepfade (**Bild 28a**) in der Software erläutert werden:

- „PCO Sensi-Cam Acquisition“ repräsentiert die CCD-Kamera. Es werden in Abhängigkeit von der Konstellation 50 oder 100 Doppelaufnahmen pro Meßfenster aufgenommen.
- „Linear Mapping“ stellt die Ermittlung des Abbildungsmaßstabes M in Gl. (198) dar. Der Abbildungsmaßstab wird bestimmt, indem ein Kalibriergitter in die Ebene des Laserlichtschnitts installiert wird und ein sog. „Mapping“ im Sinne einer Kalibrierung durchgeführt wird. Letztgenanntes ist in **Bild 29** dargestellt.
- „Regular Timing“ (**Bild 28a**) legt den Pulsabstand und damit die Zeit Δt zwischen den beiden Belichtungen in Gl. (198) fest. Im Rahmen dieser Arbeit wird in Abhängigkeit von der Strömungsgeschwindigkeit und von dem Meßfenster mit Pulsabständen zwischen 2,0...4,0 ms gearbeitet.
- „Cross Correlation“ stellt die Kreuzkorrelation dar, wobei „Grid Description“ die Auswertefenster der KKF beschreibt. Hier werden Auswertefenster der Größe 64 x 64 Pixel mit 32 x 32 Pixel Überlappung angewendet.

Für die **einphasige Strömung** außerhalb der Luftblasenaufstiegszone wird nur **Pfad A** verwendet (s. **Bild 28a**).

- „Window Velocity Filter“ stellt eine Meßbereichsbegrenzung dar.
- „Velocity Filter (Local Median)“ ist ein Filter, der in einer 3 x 3-Nachbarschaft die Standardabweichung zuzüglich eines Versatzes von 0,25 Pixel zuläßt.
- „Adaptive Cross Correlation“ stellt eine weitere Kreuzkorrelation dar. Hier werden Auswertefenster („Grid Description“) der Größe 32 x 32 Pixel mit 16 x 16 Pixel Überlappung kreuzkorreliert.
- „Window Velocity Filter“ und „Velocity Filter (Local Median)“ stellen wieder eine zweifache Filterung dar.
- „Interpolate Outliers“ interpoliert die ausgefilterten Vektoren aus einer 5 x 5-Nachbarschaft.

- „Average“ mittelt die Ergebnisse der aufgenommenen Bilder arithmetisch.
- „Vector Magnitude“ stellt schließlich die Strömungs-Geschwindigkeitsvektoren nach Betrag und Richtung dar.

Während der **Messung** müssen die folgenden **Parameter** so eingestellt werden, daß eindeutig auswertbare Bilder zu erhalten sind: Laser-Lichtleistung, Pulsabstand, Kamera-Blendenstellung und Kamera-Fokussierung. Die Qualität der beiden Bilder bzgl. der Auswertung ist auch hier wie bei der LDV durch Zugabe von Partikeln (wie bei der LDV: Titandioxid mit einem mittleren Durchmesser von $8\mu\text{m}$) zu erhöhen, wobei wieder beachtet werden muß, daß bei Überdosierung das Rauschen zunimmt.

5.3.2.2 Zweiphasige Strömung

Für die Strömungs-Geschwindigkeitsmessung der zweiphasigen Strömung **innerhalb der Luftblasenaufstiegszone** wird ebenso verfahren wie bei der Strömungs-Geschwindigkeitsmessung der einphasigen Strömung (s. Kapitel 5.3.2.1). Der einzige Unterschied besteht hier darin, daß sich bei der Filterung nach der ersten Kreuzkorrelation zwei Häufungspunkte im Geschwindigkeits-Histogramm (**Bild 28b**) des „Window Velocity Filter“ zeigen. Die **zwei Häufungspunkte** stellen die beiden Phasen (Wasser und Luftblasen) dar und sind mit der Relativgeschwindigkeit zwischen den beiden Phasen erklärbar. Der obere Häufungspunkt stellt die höhere Geschwindigkeit dar, also die Luftblasenaufstiegs-Geschwindigkeit. Der untere Häufungspunkt stellt die geringere Geschwindigkeit des Wassers dar.

Für die **Bestimmung der Wasser-Geschwindigkeit** wird das Filterfenster verkleinert und so verschoben, daß die Luftblasen-Geschwindigkeit ausgefiltert wird. Im Anschluß wird der **Pfad A** der Auswertung beschriftet (Kapitel 5.3.2.1). Somit erhält man die Geschwindigkeitsvektoren des Wassers (**Bild 30**).

Für die **Bestimmung der Luftblasen-Geschwindigkeit** wird das Filterfenster verkleinert und so verschoben, daß die Wasser-Geschwindigkeit ausgefiltert wird. Hieran anschließend wird nach dem **Pfad B (Bild 28a)** der Auswertung vorgegangen. Dies geschieht in gleicher Weise wie bei der Auswertung von Pfad A. Man erhält schließlich die Geschwindigkeitsvektoren der Luftblasen (**Bild 31**).

6 Durchführung der numerischen Untersuchungen

6.1 Einphasige Strömung im Abwasserteich

Das Geschwindigkeitsfeld der einphasigen Strömung im Abwasserteich (**Bild 4**) wird hier für den Fall betrachtet, daß die Wind- oder Solarenergie nicht ausreicht, den Förderbeginn des Seitenkanalverdichters einzuleiten (vgl. Kapitel 3.1.1), d.h. bei Windstille und ohne Solareinstrahlung (es handelt sich in diesem Fall also um einen natürlich belüfteten Abwasserteich).

Für die **Gittergenerierung** werden die Abmessungen des Abwasserteichs und die Lage von Zu- und Ablauf benötigt. **Bild 32** zeigt die Abmessungen des für die CFD-Berechnung aufbereiteten Abwasserteichs. Hierbei ist zu beachten, daß die Teichbereiche mit starkem Schilfbewuchs als für die Strömung undurchdringlich angenommen werden und die scharfen Kanten im Ablaufbereich in der Praxis für die Strömung irrelevant sind (tote Ecken) und so die Verwendung eines reinen H-Gitters möglich wird. Das mit Hilfe der kommerziellen Software STAR-CD [92] erstellte blockstrukturierte numerische Gitter mit ca. 120.000 Zellen für den Abwasserteich bei einphasiger Strömung zeigt **Bild 33**. Voruntersuchungen stellen sicher, daß mit dem Gitter die gitterunabhängige Lösung erzielt wird.

In Anlehnung an Kapitel 3.1.1 werden die folgenden **Voraussetzungen** getroffen:

- Laminare und stationäre Strömung eines inkompressiblen homogenen NEWTON-Fluids (Reinwasser),
- Freie Wasseroberfläche übt keinen Einfluß auf die Strömung aus,
- Wandhaftbedingung an Teichrand und Teichboden ist wegen der relativ geringen Maximalgeschwindigkeit von $0,5 \times 10^{-4}$ m/s vernachlässigbar und
- Strömungsgeschwindigkeitsfeld ist dreidimensional.

Es wird von folgenden physikalischen **Werten** ausgegangen:

- Wassertemperatur $T_W = 20^\circ\text{C}$,
- Dichte des Wassers $\rho_W = 1000,0 \text{ kg/m}^3$,
- Kinematische Viskosität des Wassers $\nu_W = 1,0 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$,
- Fallbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ und
- Umgebungsdruck $p_a = 1013 \text{ mbar}$.

Folgende **Randbedingungen** werden definiert:

- Zulauf stellt eine Einlaßrandbedingung dar; es wird eine Strömungsgeschwindigkeit (hier die volumetrisch gemittelte Zulaufgeschwindigkeit v_{vol}) vorgegeben,
- Ablauf stellt eine Auslaßrandbedingung dar; es wird ein Druck (hier der Umgebungsdruck p_a) vorgegeben und
- Techoberfläche, Teichboden und Teichrand stellen Wände dar; die Wandhaftbedingung wird wie bereits erwähnt vernachlässigt.

Es werden die folgenden **zwei Betriebszustände** untersucht (vgl. Kapitel 3.1.1), die durch die volumetrisch gemittelte Zulaufgeschwindigkeit v_{vol} ($2,5 \times 10^{-4}$ und $5,0 \times 10^{-4}$ m/s, entspricht zugeführten Abwasservolumenströmen von 0,3 und 0,6 m³/h) gekennzeichnet sind:

- $v_{vol} = 2,5 \times 10^{-4}$ m/s (Abwasservolumenstrom 0,3 m³/h) und
- $5,0 \times 10^{-4}$ m/s (0,6 m³/h).

Für die Diskretisierung der Grundgleichungen der einphasigen Strömung (Kapitel 4.1) wird die Diskretisierung nach der FVM (Kapitel 4.1.2) verwendet. Dazu und für die Lösung des Gleichungssystems wird die **Software STAR-CD** [92] in der nicht parallelisierten Version eingesetzt.

Die numerische Untersuchung wird mit einer **Workstation** vom Typ **Silicone Graphics (SGI) Octane 2** durchgeführt. Sie zeichnet sich durch zwei Prozessoren vom Typ R10000 mit einer Taktfrequenz von 225 MHz und einem Arbeitsspeicher von 1,1 GB aus. Als Betriebssystem ist IRIX64, Release 6.5 installiert.

Die **Rechenzeit** für die numerische Untersuchung beträgt für jede der beiden volumetrisch gemittelten Zulaufgeschwindigkeiten ca. 20 h (jeweils ca. 450 Iterationen). Der **Festplatten-Speicherbedarf** beläuft sich auf jeweils ca. 0,4 GB.

6.2 Zweiphasige Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter

6.2.1 EULER-LAGRANGE-Modell

Für die numerische Untersuchung der zweiphasigen Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter mit dem EULER-LAGRANGE-Modell werden **zwei numerische Gitter** (blockstrukturiert mit integraler Paarbildung) mit Hilfe der Software STAR-CD [92] erstellt. Das erste Gitter ist ein zweidimensionales Gitter (2D-Gitter, **Bild 34**, x- und z-Koordinate) mit ca. 2.000 Zellen als Querschnitt durch einen Membranrohrbelüfter und das zweite Gitter ein dreidimensionales Gitter (3D-Gitter, **Bild 35**, x-,

y- und z-Koordinate) mit ca. 100.000 Zellen, in dem die Endstücke ($l = 120$ mm) dreier Membranrohrbelüfter repräsentiert sind. Beide Gitter stellen Ausschnitte der Membranrohrbelüfter dar, da die Rechenzeit für die Untersuchung der gesamten Membranrohrbelüfter im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht handhabbar ist. Voruntersuchungen stellen sicher, daß mit den beiden relativ groben Gittern (2D- und 3D-Gitter) die jeweils gitterunabhängige Lösung erzielt wird.

Für die **Strömung der Phase Wasser** werden in Anlehnung an die Kapitel 3.1 und 4.1 die folgenden **Voraussetzungen** getroffen:

- Turbulente und instationäre Strömung eines inkompressiblen homogenen Zweikomponenten-NEWTON-Fluids (Reinwasser mit gelöstem Luftsauerstoff),
- Freie Wasseroberfläche übt keinen Einfluß auf die Strömung aus und
- Wandhaftbedingung an den Gitterrändern ist wegen der relativ geringen Maximalgeschwindigkeit von weniger als 0,3 m/s vernachlässigbar.

Für die **Strömung der Phase Luft** (Luftblasen) werden die in den Kapiteln 3.2 und 4.2.1 genannten **Voraussetzungen** übernommen.

Neben den bereits in Kapitel 6.1 angegebenen physikalischen Werten für Wasser und dem Erdschwerefeld wird zusätzlich von folgenden physikalischen **Werten** für Wasser und Luft ausgegangen:

- Sauerstoffmassen-Sättigungskonzentration $c_{s,O_2} = 9,06 \times 10^{-6} \text{ kg}_{O_2}/\text{kg}_{H_2O}$,
- Lufttemperatur $T_L = 20^\circ\text{C}$,
- Dichte der Luft $\rho_L = 1,25 \text{ kg}/\text{m}^3$ und
- Kinematische Viskosität der Luft $\nu_L = 15,15 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.

Folgende **Randbedingungen** werden für die beiden Gitter (**Bild 34** und **Bild 35**) definiert:

- Membranrohrbelüfter-Elemente stellen zum einen Wände für das Wasser dar; die Wandhaftbedingung wird vernachlässigt und zum anderen Einlaßrandbedingungen für die Luftblasen; es werden Ort, Anzahl und Geschwindigkeit der einströmenden Luftblasen vorgegeben,
- Wasseroberflächen stellen Wände dar; für Wasser wird die Wandhaftbedingung vernachlässigt und Luftblasen werden bei Berührung gelöscht, desweiteren wird an der Wasseroberfläche ein Druck (hier der Umgebungsdruck p_a) vorgegeben und
- Sonstige Konturränder stellen Wände dar; die Wandhaftbedingung wird sowohl für Wasser als auch für Luftblasen vernachlässigt.

Für die Modellierung der turbulenten Strömung in der Phase Wasser wird als Grundlage das **Standard-k-e-Turbulenzmodell** nach Kapitel 4.1.1.4 verwendet. Es wird wie unten beschrieben **erweitert und modifiziert**, um es an die zweiphasige Strömung anzupassen.

Die **Zeitschrittweite** Δt für die Diskretisierung des Zeitterms (instationäre Strömung), Kapitel 4.1.2, Gl. (96), beträgt: $\Delta t = 0,0125$ s. Die numerische Untersuchung wird für die **Belüftungsdauer 0...20 s** durchgeführt. Voruntersuchungen zeigen, daß sich nach dieser Belüftungsdauer, mit Ausnahme der Sauerstoff-Massenkonzentration c_{O_2} , die bis zur o.a. Sauerstoffmassen-Sättigungskonzentration c_{s,O_2} ansteigt, quasi-stationäre Strömungsverhältnisse im Nahfeld der Membranrohrbelüfter einstellen. Mit der Zeitschrittweite und der Belüftungsdauer ergeben sich 1.600 Zeitschritte, wobei in jedem Zeitschritt etwa 15 Iterationen durchgeführt werden. Desweiteren wird die Zeitschrittweite Δt_B für die Zeitdiskretisierung der LAGRANGE-Phase nach Kapitel 4.2.1.3 festgelegt.

Für die numerische Untersuchung der zweiphasigen Strömung mit dem EULER-LAGRANGE-Modell (vgl. Kapitel 4.2.1) wird die **Software STAR-CD** [92] verwendet. Es werden durch sog. Subroutinen-Programmierung **Modifikationen und Erweiterungen durch Schnittstellen zum Quellcode** durchgeführt. Folgende sechs Fortran-Subroutinen (ufiles) werden eingesetzt:

- „dromom.f“: Implementierung der **Widerstandsbeiwerte** der Luftblasen zur Berücksichtigung der **Luftblasenform** und des **Schwarmverhaltens** (s. Kapitel 3.2.1 und 4.2.1.3) nach Gl. (42) wofür noch die Gln. (29), (38) und (40) verwendet werden und Implementierung des **Modells für die turbulente Dispersion** (s. Kapitel 4.2.1.5) mit Hilfe der Gln. (134)...(138),
- „sorkep.f“: Implementierung der durch die **Luftblasen induzierten spezifischen turbulenten kinetischen Energie** k mit den Gln. (125)...(128) als Erweiterung und Modifikation des k - ϵ -Turbulenzmodells (vgl. Kapitel 4.2.1.5),
- „drmast.f“: Implementierung des **Penetrationsmodells** (vgl. Kapitel 3.2.2 und 4.2.1.3) mit Hilfe der Gln. (49), (52), (110) und (115) für die **Luftsauerstoffübertragung** aus einer Luftblase im Blasenschwarm in das Wasser,
- „droico.f“: Modellierung des **Luftblasenaustritts** und der Luftblasenaustritts-Bedingungen aus den **Membranrohrbelüftern mit statistischer Luftblasenverteilung** (mit Hilfe zweier Zufallszahl-Generatoren) auf den Membranrohrbelüftern und Berücksichtigung des **Anlaufverhaltens vom Seitenkanalverdichter** während einer Anlaufzeit von 2,0 s,
- „drowbc.f“: Modellierung der **Wandbehandlung der Luftblasen** (Reflexion bei Berührung der Membranrohrbelüfter und Wände, Auslöschung bei Berührung der Wasseroberfläche) und

- „postdat.f“: **Übergabe und Austausch von Berechnungsdaten** an jedem Zeitschrittanfang und -ende zwischen den eingesetzten Subroutinen und dem Quellcode von STAR-CD.

Desweiteren wird für die Bestimmung des Sauerstoffkonzentrationsfeldes folgendes vorgenommen:

- Modellierung der Sauerstoffdiffusion und -konvektion durch die **numerische Lösung der Stofftransportgleichung** (88).

Für **beide Gitter (Bild 34 und Bild 35)** werden jeweils **zwei Betriebszustände** untersucht. Betriebszustände (Luftvolumenströme, dadurch ergeben sich Anzahl und Geschwindigkeit der einströmenden Luftblasen) werden hier der **Seitenkanalverdichter-Spannungsfrequenz** $f_{SKV.U}$ (vgl. Kapitel 1.2 und 5.1.1) zugeordnet, die vom Frequenzumformer der Wind- und Solaranlage bereitgestellt wird. Für beide Gitter werden jeweils 40 und 60 Hz SKV-Spannungsfrequenz (dies entspricht 145 und 261 m³/h Luftvolumenstrom für den gesamten Abwasserteich bzw. für alle 38 Membranrohrbelüfter im Abwasserteich, vgl. **Bild 3** und **Bild 4**) behandelt. So ergeben sich **vier Konstellationen**. Aus der Geometrie der Schlitz-Perforation (s. **Bild 2**) der Membranrohrbelüfter und aus Beobachtungen ergibt sich **sowohl für 40 als auch für 60 Hz SKV-Spannungsfrequenz** ein zu **kugelförmigen Luftblasen äquivalenter durchschnittlicher Durchmesser** von $d_B = 2,2$ mm (vgl. Kapitel 3.2.1). Es ergibt sich eine konstante radiale Luftblasen-Einströmgeschwindigkeit von 0,005 m/s aus den Membranrohrbelüftern in das Berechnungsgebiet und damit die Anzahl der pro Sekunde ausgestoßenen Luftblasen in 1/s (Luftblasenausstoß) und die Anzahl der gleichzeitig im Wasser vorhandenen Luftblasen (Luftblasenaufstiegszeit beträgt ca. 2,5 s) für die folgenden vier Konstellationen:

- 2D-Gitter (**Bild 34**), $f_{SKV.U} = 40$ Hz: Luftblasenausstoß 2.240 1/s, gleichzeitig vorhandene Luftblasen im Wasser ca. 4.900,
- 2D , 60 Hz: 4.000 1/s, ca. 8.800,
- 3D (**Bild 35**), 40 Hz: 68.160 1/s, ca. 150.000 und
- 3D , 60 Hz: 120.000 1/s, ca. 260.000.

Auch die Diskretisierung der Grundgleichungen und die Lösung des Gleichungssystems wird wie in Kapitel 6.1 mit der Software STAR-CD [92] durchgeführt. Die numerische Untersuchung der vier Konstellationen wird mit der in Kapitel 6.1 beschriebenen **Workstation** durchgeführt.

Die **Rechenzeit** für die numerische Untersuchung beträgt für die beiden Betriebszustände mit dem **2D-Gitter** in Abhängigkeit von der SKV-

Spannungsfrequenz ca. 180 bzw. ca. 230 h. Für den **Festplatten-Speicherbedarf** ergeben sich ca. 0,8 bzw. ca. 1,2 GB. Für die beiden Betriebszustände mit dem **3D-Gitter** beträgt die Rechenzeit in Abhängigkeit von der SKV-Spannungsfrequenz ca. 3800 bzw. ca. 5000 h. Für den Festplatten-Speicherbedarf ergeben sich hier ca. 3,6 bzw. ca. 4,9 GB. Zu den Rechenzeiten ist anzumerken, daß in absehbarer Zeit wesentlich kürzere Rechenzeiten anzunehmen sind.

Um insbesondere die **Rechenzeiten zu verringern**, werden zusätzlich Berechnungen durchgeführt, bei denen die Luftblasen zu sog. Luftblasengruppen zusammengefaßt werden. Das bedeutet: eine **Luftblasengruppe besteht aus mehreren Luftblasen** mit den gleichen Eigenschaften, die jetzt denselben Austrittsort aus dem Membranrohrbelüfter haben, den gleichen Widerstandsbeiwert haben, den gleichen Schwankungen aufgrund des turbulenten Dispersionsmodells unterworfen sind, die gleiche spezifische turbulente kinetische Energie im Wasser induzieren und dieselbe Bahnlinie beschreiben. Diese Vorgehensweise hat den Nachteil, daß der spezifische Schwarmcharakter gewissermaßen durch Mittelung verlorenght. Der Vorteil ist der geringere Rechenaufwand, insbesondere die rechenzeitintensive Bahnlinienbestimmung nach Gl. (124) muß jetzt nicht mehr für jede Luftblase vollzogen werden, sondern nur noch für jede Luftblasengruppe.

Es werden bei den o.g. vier Konstellationen **Luftblasengruppen aus zehn Luftblasen** gebildet. Es ergeben sich folgende Rechenzeiten und Festplatten-Speicheransprüche:

- 2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 40$ Hz: Rechenzeit ca. 70 h, Speicherbedarf ca. 0,6 GB,
- 2D , 60 Hz: 90 h, 0,9 GB,
- 3D , 40 Hz: 680 h, 1,9 GB und
- 3D , 60 Hz: 910 h, 2,5 GB.

Insgesamt ergeben sich also **acht numerische Berechnungen** der zweiphasigen Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter mit Hilfe des EULER-LAGRANGE-Modells.

6.2.2 EULER-EULER-Modell

Für die numerische Untersuchung der zweiphasigen Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter mit dem EULER-EULER-Modell werden **zwei numerische Gitter** (blockstrukturiert) mit Hilfe der kommerziellen Software CFX 4.4 [93] erstellt, die in den Abmessungen den beiden Gittern für das EULER-LAGRANGE-Modell (2D- und 3D-Gitter, **Bild 34** und **Bild 35**) aus Kapitel 6.2.1 entsprechen, d.h. das erste Gitter ist wieder ein zweidimensionales Gitter (**Bild 36**) mit jetzt ca. 28.000

Zellen als Querschnitt durch einen Membranrohrbelüfter und das zweite Gitter wieder ein dreidimensionales Gitter (**Bild 37**) mit jetzt ca. 420.000 Zellen, in dem die Endstücke ($l = 120 \text{ mm}$) dreier Membranrohrbelüfter repräsentiert sind. Voruntersuchungen stellen sicher, daß mit den beiden Gittern (2D- und 3D-Gitter) die jeweils gitterunabhängige Lösung erzielt wird.

Die **Voraussetzungen** für die **Strömung der Phase Wasser** werden aus Kapitel 6.2.1 und für die **Strömung der Phase Luft** (Luftblasen) aus den Kapiteln 3.2 und 4.2.2 übernommen.

Die physikalischen **Werte** folgen aus den Kapiteln 6.1 und 6.2.1.

Die Definitionen der **Randbedingungen** für die beiden Gitter (**Bild 36** und **Bild 37**) werden aus Kapitel 6.2.1 übertragen. Hierbei ist zu beachten, daß die Wasseroberfläche jetzt eine sog. entgasende Randbedingung darstellt, bei der nur die Luft aus dem Berechnungsgebiet ausströmen kann und die für Wasser eine reibungsfreie Wand darstellt.

Für die Modellierung der turbulenten Strömung der Phase Wasser wird als Grundlage das **Standard-k- ϵ -Turbulenzmodell** nach Kapitel 4.1.1.4 verwendet. Für die Modellierung der **luftblaseninduzierten Turbulenz** wird die Erweiterung nach SATO verwendet. Die Strömung in der Phase Luft (Luftblasen) wird laminar betrachtet (vgl. Kapitel 4.2.2.4). Als Modell für die turbulente Dispersion wird das **Volumenanteil-Gradienten-Modell** verwendet.

Die **Zeitschrittweite** Δt für die Diskretisierung des Zeitterms (instationäre Strömung), Kapitel 4.1.2, Gl. (96), beträgt: $\Delta t = 0,01 \text{ s}$. Die numerische Untersuchung wird wie in Kapitel 6.2.1 für die **Belüftungsdauer 0...20 s** durchgeführt. Mit der Zeitschrittweite und der Belüftungsdauer ergeben sich 2.000 Zeitschritte, wobei in jedem Zeitschritt etwa 20 Iterationen durchgeführt werden.

Für die numerische Untersuchung der zweiphasigen Strömung mit dem EULER-EULER-Modell (vgl. Kapitel 4.2.2) wird die **Software CFX 4.4** [93] verwendet. Es wird folgende Fortran-Subroutine (user-defined routine) eingesetzt:

- „usrbcs.f“: Modellierung des **Luftblasenaustritts** und der Luftblasenaustritts-Bedingungen (u.a. die unten genannten Luftblasen-Einströmgeschwindigkeiten) aus den **Membranrohrbelüftern** (äquivalent zu der statistischen Luftblasenverteilung auf den Membranrohrbelüftern in Kapitel 6.2.1, Subroutine „droico.f“) und Berücksichtigung des **Anlaufverhaltens vom Seitenkanalverdichter** während einer Anlaufzeit von 2,0 s.

Für **beide Gitter** (**Bild 36** und **Bild 37**) werden jeweils die **zwei Betriebszustände, 40 und 60 Hz SKV-Spannungsfrequenz**, aus Kapitel 6.2.1 untersucht. Hierbei ist zu beachten, daß die Betriebszustände nicht mehr über die Anzahl der aus den Membranrohrbelüftern in das Berechnungsgebiet einströmenden Luftblasen (zu kugelförmigen Luftblasen äquivalenter durchschnittlicher Durchmesser $d_B = 2,2 \text{ mm}$,

vgl. Kapitel 3.2.1) darzustellen sind, sondern über die Einströmgeschwindigkeit der Luft in das Berechnungsgebiet. Da beim EULER-LAGRANGE-Modell die Luftblasenaustrittsorte aus den Membranrohrbelüftern statistisch verteilt modelliert werden, wobei der nichtperforierte Bereich der Membranrohrbelüfter berücksichtigt wird, müssen hier die Membranrohrbelüfter in mehrere Einströmbereiche für die Luft mit unterschiedlichen **Luftblasen-Einströmgeschwindigkeiten** v_{in} aufgeteilt werden. Es ergeben sich für die vier Konstellationen:

- 2D-Gitter (**Bild 36**), $f_{SKV.U} = 40$ Hz: $v_{in} = 0 \dots 0,007$ m/s,
- 2D , 60 Hz: $0 \dots 0,012$ m/s,
- 3D (**Bild 37**), 40 Hz: $0 \dots 0,007$ m/s und
- 3D , 60 Hz: $0 \dots 0,012$ m/s.

Auch für die Diskretisierung der Grundgleichungen nach der FVM und für die Lösung des Gleichungssystems wird die **Software CFX 4.4** [93] eingesetzt.

Die numerische Untersuchung wird mit einem **PC** durchgeführt. Er ist mit einem Prozessor vom Typ Intel Pentium III mit 850 MHz Taktfrequenz und einem Arbeitsspeicher von 640 MB ausgerüstet. Als Betriebssystem ist Windows NT 4.0 SP 6 installiert.

Die **Rechenzeit** für die numerische Untersuchung beträgt für die beiden Betriebszustände mit dem **2D-Gitter** unabhängig von der SKV-Spannungsfrequenz jeweils ca. 170 h. Für den **Festplatten-Speicherbedarf** ergeben sich dann jeweils ca. 0,4 GB. Für die beiden Betriebszustände mit dem **3D-Gitter** beträgt die Rechenzeit jeweils ca. 490 h. Für den Festplatten-Speicherbedarf ergeben sich hier jeweils ca. 1,7 GB.

6.3 Gesamtströmung im technisch belüfteten Abwasserteich

Die Gesamtströmung im technisch belüfteten Abwasserteich setzt sich aus einer durch Zu- und Ablauf beeinflussten Durchströmung und einer durch das Druckbelüftungssystem induzierten Zirkulationsströmung zusammen.

Es wird das **numerische Gitter** für den Abwasserteich bei einphasiger Strömung (s. Kapitel 6.1 und **Bild 33**) für die kommerzielle Software STAR-CD [92] zugrunde gelegt.

Die **Voraussetzungen** werden aus Kapitel 6.1 übernommen, nur daß hier nicht von einer laminaren und stationären Strömung, sondern aufgrund der technischen Belüftung von einer **turbulenten und instationären Strömung** ausgegangen wird.

Die physikalischen **Werte** und **Randbedingungen** werden vollständig aus Kapitel 6.1 übernommen.

Um die **Gesamtströmung** im technisch belüfteten Abwasserteich aus Rechenzeitgründen **einphasig** behandeln zu können und um die numerisch gewonnenen Ergebnisse der zweiphasigen Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter auf die Gesamtströmung im technisch belüfteten Abwasserteich zu übertragen, wird eine **Black-Box-Modellierung** vorgenommen. Aus dem numerischen Gitter der einphasigen Strömung im Abwasserteich (s. **Bild 32** und **Bild 33**) wird der **belüftete Bereich** als Black-Box **ausgeschnitten**. Für die Wandungen des ausgeschnittenen Volumens werden die Randbedingungen aus den vorangegangenen dreidimensionalen Berechnungen der zweiphasigen Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter mit dem EULER-LAGRANGE-Modell (Kapitel 6.2.1 und **Bild 35**) entsprechend eingesetzt, kopiert und gespiegelt. **Bild 38** zeigt die ausgeschnittenen Bereiche, in denen sich die beiden Tragrohre 1 und 2 mit jeweils 19 Membranrohrbelüftern befinden (vgl. **Bild 3** und **Bild 4**). Die Randbedingungsflächen in **Bild 38** sind mit der Kompaßnotation und Tragrohrnummer bezeichnet. **Bild 39** und **Bild 40** verdeutlichen die Verfahrensweise der Black-Box-Modellierung. Es wird also der einphasigen Abwasserteichdurchströmung die durch die technische Belüftung induzierte Zirkulationsströmung überlagert.

Durch die Gitterverfeinerung im Bereich um die Black-Box ergeben sich für das blockstrukturierte numerische Gitter nunmehr ca. 190.000 Zellen für den Abwasserteich. Voruntersuchungen stellen sicher, daß mit dem Gitter die gitterunabhängige Lösung erzielt wird.

Die bei jedem Zeitschritt (instationäre Strömung) an den Randbedingungsflächen bzw. an der **Randbedingungszellenschicht übergebenen Größen** von der Black-Box an den Abwasserteich sind:

- Geschwindigkeitsvektor \underline{v} in m/s,
- Druck p in N/m^2 ,
- Spezifische turbulente kinetische Energie k in m^2/s^2 ,
- Turbulente Dissipationsrate ε in m^2/s^3 und
- Sauerstoff-Massenkonzentration c_{O_2} in $\text{kg}_{\text{O}_2}/\text{kg}_{\text{H}_2\text{O}}$.

Die Größen werden mit dem STAR-CD-Postprocessing aus Kapitel 6.2.1 und einer in [140] entwickelten Software gewonnen. Weiterhin wird durch **Subroutinen-Programmierung** die **Black-Box-Modellierung** für den Abwasserteich vervollständigt. Folgende beiden Fortran-Subroutinen (ufiles) werden eingesetzt:

- „postdat.f“: Auslesen der Dateien, welche die o.g. Randbedingungs-Übergabegrößen beinhalten und

- „bcdefi.f“: Aufbereitung der o.g. Randbedingungs-Übergabegrößen entsprechend **Bild 39** und **Bild 40**, Übergabe der aufbereiteten Randbedingungs-Übergabegrößen in das numerische Gitter des Abwasserteichs und Implementierung des unten genannten Zeit-Exponentialgesetzes mit den Gln. (199) und (200) für das Sauerstoffkonzentrations-Höhenprofil.

Die beschriebene Black-Box-Modellierung ist zulässig, da hier die Wirkung der Abwasserteichdurchströmung keinen Einfluß auf die Strömung in der Black-Box hat (ungleiche Größenverhältnisse der Strömungsgeschwindigkeiten von Durchströmung und Zirkulationsströmung).

Da die numerische Untersuchung der **zweiphasigen Strömung** im Nahfeld der Membranrohrbelüfter nur für die **Belüftungsdauer 0...20 s** durchgeführt wird (vgl. Kapitel 6.2), aber die **Gesamtströmung** im technisch belüfteten Abwasserteich für die **Belüftungsdauer 0...10.800 s** (entspricht 180 min bzw. 3 h) durchgeführt werden soll, um die Sauerstoffmassen-Sättigungskonzentration c_{s,O_2} im gesamten Abwasserteich zu erreichen, muß das Sauerstoffkonzentrations-Höhenprofil ausgehend von 20 auf 10.800 s extrapoliert werden. Dies geschieht mit Hilfe des folgenden Zeit-Exponentialgesetzes:

$$c_{O_2}(t, z) = c_{s,O_2} \left(1 - e^{-\lambda(t,z)t}\right). \quad (199)$$

Hierbei ist $c_{O_2}(t,z)$ in kg_{O_2}/kg_{H_2O} die Sauerstoff-Massenkonzentration in Abhängigkeit von der Zeit t in s (hier $t = 20 \dots 10.800$ s) und der Wasserhöhe z in m (hier $z = 0,0 \dots 0,8$ m), c_{s,O_2} in kg_{O_2}/kg_{H_2O} die Sauerstoffmassen-Sättigungskonzentration (hier $c_{s,O_2} = 9,06 \times 10^{-6} \text{ kg}_{O_2}/\text{kg}_{H_2O}$, vgl. Kapitel 6.2.1) und $\lambda(t,z)$ in $1/s$ der zu findende Koeffizient in Abhängigkeit von t und z . Umstellen von Gl. (199) führt auf:

$$\lambda(t, z) = - \frac{\ln \left(1 - \frac{c_{O_2}(t, z)}{c_{s,O_2}} \right)}{t}. \quad (200)$$

Der Koeffizient $\lambda(t,z)$ wird für die Belüftungsdauer bis 20 s in Abhängigkeit von der Wasserhöhe z mit Hilfe des LAGRANGE-Interpolationspolynoms aus den Ergebnissen von Kapitel 6.2.1 bestimmt. Anschließend wird mit Gl. (199) die Sauerstoff-Massenkonzentration c_{O_2} bis zur Zeit $t = 10.800$ s extrapoliert. Als Ergebnis zeigt **Bild 41** die Sauerstoff-Massenkonzentration c_{O_2} in Abhängigkeit von der Zeit t und der Wasserhöhe z bei der SKV-Spannungsfrequenz von 60 Hz.

Für die Modellierung der turbulenten Strömung wird das **Standard-k-e-Turbulenzmodell** nach Kapitel 4.1.1.4 verwendet.

Die **Zeitschrittweite** Δt für die Diskretisierung des Zeitterms (instationäre Strömung), Kapitel 4.1.2, Gl. (96), beträgt: $\Delta t = 1,0$ s. Mit der Zeitschrittweite und der

Belüftungsdauer ergeben sich 10.800 Zeitschritte, wobei in jedem Zeitschritt etwa 10 Iterationen durchgeführt werden.

Es werden in Anlehnung an die Kapitel 6.1 und 6.2 die folgenden **vier Konstellationen** untersucht, die durch die volumetrisch gemittelte Zulaufgeschwindigkeit v_{vol} ($2,5 \times 10^{-4}$ und $5,0 \times 10^{-4}$ m/s, entspricht zugeführten Abwasservolumenströmen von 0,3 und 0,6 m³/h) und die SKV-Spannungsfrequenz (40 und 60 Hz) gekennzeichnet sind:

- $v_{vol} = 2,5 \times 10^{-4}$ m/s (Abwasservolumenstrom 0,3 m³/h), $f_{SKV.U} = 40$ Hz,
- $2,5 \times 10^{-4}$ m/s , 60 Hz,
- $5,0 \times 10^{-4}$ m/s (0,6 m³/h), 40 Hz und
- $5,0 \times 10^{-4}$ m/s , 60 Hz.

Die Diskretisierung der Grundgleichungen und die Lösung des Gleichungssystems wird wie in Kapitel 6.1 mit der **Software STAR-CD** [92] durchgeführt. Auch die **Workstation** aus Kapitel 6.1 wird verwendet.

Die **Rechenzeit** für die numerische Untersuchung beträgt für jede der vier Konstellationen ca. 380 h. Der **Festplatten-Speicherbedarf** beläuft sich auf jeweils ca. 3,6 GB.

7 Durchführung der experimentellen Untersuchungen

7.1 Belüftungskennfeld-Messung

Für die Durchführung der experimentellen Untersuchungen zum Belüftungskennfeld vom **Seitenkanalverdichter** (SKV) und Membranrohrbelüfter werden das Meßverfahren und die Meßtechnik entsprechend der Kapitel 5.1.1.1 und 5.1.1.2 angewendet. Der **Versuchsaufbau** wird in **Bild 17** verdeutlicht.

Während des Versuchs sind zu messen: Spannung des Tachogenerators, Leistungsaufnahme des SKV, Ströme der beiden Druckmeßsonden und Widerstand der Temperatursonde. Der Luftdruck ist dabei nach Kapitel 5.1.1.2 bekannt.

Die **Versuche** werden bei **SKV-Spannungsfrequenzen** von **25...60 Hz** mit einer **Schrittweite von 5 Hz** durchgeführt. Hierbei entspricht 25 Hz der SKV-Drehzahl bei Förderbeginn und 60 Hz der maximalen SKV-Drehzahl.

7.2 Sauerstoffzufuhr-Messung

Die Durchführung der experimentellen Untersuchungen zur Sauerstoffzufuhr im Reinwasser (vgl. Kapitel 2.1) findet nach dem in Kapitel 5.1.2.1 beschriebenen Verfahren und mit der in Kapitel 5.1.2.2 beschriebenen Meßtechnik statt. Für die Versuche ist das Druckbelüftungssystem (**Bild 3**) in einem mit Reinwasser gefüllten **Versuchsbecken** (Grundfläche: 15,50 x 3,65 m, **Bild 42**) installiert. Die Füllhöhe des Beckens während der Versuchsreihen beträgt 1,08 m. Als Wasservolumen ergibt sich zu 61,1 m³ bzw. 61.100 l. Das Versuchsbecken besteht aus Epoxidharz und ist mit Stahlträgern verstärkt. Um in verschiedenen Versuchsreihen Aussagen über den Einfluß der Durchmischung im Versuchsbecken auf die Sauerstoffzufuhr machen zu können bzw. um den repräsentativen Wert der Sauerstoffzufuhr zu finden, erfolgt die Anordnung der beiden Tragrohre im Versuchsbecken (**Bild 42**) sowohl hintereinander (serielle Anordnung) als auch nebeneinander (parallele Anordnung), während in situ (**Bild 4**) die Tragrohre nur nebeneinander und in größerem Abstand installiert worden sind. Auch die Anordnung der fünf verwendeten Sauerstoffmeßsonden wird, wie in Kapitel 5.1.2.2 bereits erwähnt, variiert, um den repräsentativen Wert der Sauerstoffzufuhr vom Druckbelüftungssystem, bestehend aus Seitenkanalverdichter und Membranrohrbelüftern, zu finden.

Vor **Beginn jeden Versuchs** sind folgende Vorbereitungen durchzuführen: Wassertemperatur messen, Luftdruck bestimmen (vgl. Kapitel 5.1.1.2) und Sauerstoffkonzentration im Versuchsbecken durch Zugabe von Natriumsulfit Na₂SO₃ auf 0 mg O₂/l absenken. Um 1 kg Sauerstoff in Reinwasser zu binden, sind ca. 8 kg Natriumsulfit notwendig. Für die maximale **Masse des gelösten Sauerstoffs** im

Becken (Wasservolumen 61.100 l) ergibt sich dann (hierbei ist vorausgesetzt, daß maximal 11,18 mg O₂/l bei der stets größeren Wassertemperatur als 10°C in der Sättigung enthalten ist):

- $m_{O_2} = 61.100 \text{ l} \times 11,18 \text{ mg O}_2/\text{l} = 0,68 \text{ kg O}_2$.

Die **benötigte Natriumsulfitmenge** ergibt sich aus:

- $m_{Na_2SO_3} = 0,68 \text{ kg O}_2 \times 8 \text{ kg Na}_2\text{SO}_3/\text{kg O}_2 = 5,44 \text{ kg Na}_2\text{SO}_3$.

Demnach müssen pro Versuch 5,44 kg Natriumsulfit im Versuchsbecken aufgelöst werden. Dies entspricht einer Salzkonzentrationszunahme von ca. 100 mg/l im Wasser je Versuch.

Zur **Reaktionsbeschleunigung der Sulfitoxidation** werden pro Beckenfüllung ca. 50 g Kobaltchlorid CoCl₂ zugegeben; der Mindestwert der Kobaltkonzentration gemäß [133] von 0,5 g/m³ wird dadurch erreicht.

Nach dem völligen **Abbinden des Sauerstoffs** im Versuchswasser, die Anzeigergeräte der Sauerstoffmeßsonden zeigen 0 mg O₂/l Sauerstoffkonzentration an, wird der **Versuch** durch Anschalten des SKV **gestartet**. Die Aufnahme der Sauerstoffkonzentrations-Meßwerte erfolgt automatisiert mittels eines PC. In Abständen von 15 s wird ein Meßwert je Sauerstoffmeßsonde in eine entsprechende Meßdatei geschrieben. Die **Versuche werden beendet**, wenn die fünf verwendeten Sauerstoffmeßsonden die Sauerstoffkonzentration von 90% der Sättigung erreicht haben oder innerhalb von 15 Minuten keine Steigerung der Sauerstoffkonzentration mehr zu beobachten ist.

Die **Versuche** werden wie die Belüftungskennfeld-Messungen bei **SKV-Spannungsfrequenzen** von **25...60 Hz** mit einer **Schrittweite von 5 Hz** durchgeführt. Jeder Versuch dauert etwa 90 min, die **Auswertezeit** jedes Versuchs etwa 20 min. Zur Auswertung (im wesentlichen die graphische Auswertung der Sauerstoffdefizitkurve im halblogarithmischen Maßstab) dient ein Tabellenkalkulationsprogramm.

7.3 Geschwindigkeitsmessung bei zweiphasiger Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter

7.3.1 Laser-DOPPLER Velocimetry

Für die Durchführung der experimentellen Strömungsuntersuchungen der zweiphasigen Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter mit Hilfe der **LDV** wird das in Kapitel 5.2.1.2 vorgestellte Laser-DOPPLER-Velozimeter eingesetzt, und zwar angewendet auf ein aquarienähnliches **Versuchsbecken** (drei Wände aus PVC und

zwei aus Acrylglas, Wandstärken jeweils 25 mm, Grundfläche: 2,00 x 0,55 m). Um die **numerisch gewonnenen Ergebnisse der zweiphasigen Strömung zu validieren**, werden in dem aquarienähnlichen Versuchsbecken die beiden **numerischen Gitter** (zweidimensionales und dreidimensionales Gitter, Kapitel 6.2) der zweiphasigen Strömungsuntersuchung mit guter Näherung realisiert.

Die **Konfiguration des Versuchsbeckens**, die das **zweidimensionale numerische Gitter** repräsentiert (2D-Konfiguration), ist in **Bild 43** gezeigt. Ein Membranrohrbelüfter-Endstück mit der Länge $l = 500$ mm ist in dem abgetrennten rechten Teil des Versuchsbeckens installiert. Im Nahbereich der Meßebeine kann von einer quasi-zweidimensionalen Strömung ausgegangen werden. Die Breite (320 mm), Wassertiefe (720 mm) und Installationstiefe (660 mm) des Membranrohrbelüfter-Endstücks entsprechen den Maßen des zweidimensionalen numerischen Gitters (vgl. **Bild 43** mit **Bild 34** und **Bild 36**).

Bild 44 zeigt die **Konfiguration des Versuchsbeckens**, die das **dreidimensionale numerische Gitter** repräsentiert (3D-Konfiguration). Hier sind die Endstücke ($l = 120$ mm) dreier Membranrohrbelüfter installiert. Der Abstand der Membranrohrbelüfter-Endstücke (320 mm), die Wassertiefe (800 mm) und die Installationstiefe (660 mm) der Membranrohrbelüfter-Endstücke entsprechen den Maßen des dreidimensionalen numerischen Gitters (vgl. **Bild 44** mit **Bild 35** und **Bild 37**). Die Versuchsbeckenlänge (2000 mm) und Versuchsbeckenbreite (550 mm) entsprechen nicht den Grundabmessungen des dreidimensionalen numerischen Gitters (Länge 3360 mm und Breite 1080 mm). Der Einfluß dieser Einschränkung ist als gering einzuschätzen. Die Meßebeine in **Bild 44** entspricht dem Schnitt A in **Bild 35** und in **Bild 37**.

Ein Kolbenkompressor mit Druckspeicher stellt anstelle eines Seitenkanalverdichters (aufgrund des geringeren erforderlichen Luftvolumenstroms) die Luft für die Membranrohrbelüfter im Versuchsbecken zur Verfügung. Ein Druckregelventil dient zur Einstellung der Betriebszustände. Zur Kontrolle sind ein Betriebsmanometer und ein Schwebekörper-Durchflußmeßgerät in der luftzuführenden Anlage installiert. Es werden die **beiden Betriebszustände** (Luftvolumenströme bei 40 und 60 Hz SKV-Spannungsfrequenz), bei denen auch die numerischen Untersuchungen der zweiphasigen Strömung durchgeführt werden, eingestellt.

Aus den **beiden Konfigurationen** und **zwei Betriebszuständen** ergeben sich die folgenden **vier Konstellationen**:

- 2D-Konfiguration (**Bild 43**), $f_{\text{SKV.U}} = 40$ Hz,
- 2D , 60 Hz,
- 3D (**Bild 44**), 40 Hz und
- 3D , 60 Hz.

Die exemplarische Installation des Laser-DOPPLER-Velozimeters (vgl. **Bild 21**) für die dreidimensionale Versuchsbecken-Konfiguration zeigt **Bild 45** als Draufsicht.

Da die LDV ein punktuellmesendes Meßverfahren ist, müssen **Meßpunkte als Meßgitter** in dem Untersuchungsgebiet positioniert werden, die mit Hilfe der Drei-Achsen-Traversiervorrichtung anzufahren sind. Für die zweidimensionale Versuchsbecken-Konfiguration zeigt **Bild 46** das verwendete Meßgitter, das die Symmetrie ausnutzt (Vorversuche haben gezeigt, daß sich die Blasensäule nicht an eine der beiden Beckenwände in der Art eines COANDA-Effekts anlegt). Es ergeben sich 230 Meßpunkte. Da an jedem Meßpunkt die beiden Komponenten v_x und v_z der Strömungsgeschwindigkeit gemessen werden (durch Drehen der LDV-Optik um die Längsachse an jedem Meßpunkt um 90°), entstehen 460 Meßwerte für jeden der beiden Betriebszustände. Der vergrößerte Wandabstand der Meßpunkte ist mit dem Strahlabstand der Laserteilstrahlen begründet. **Bild 47** gibt für die dreidimensionale Versuchsbecken-Konfiguration das LDV-Meßgitter wieder. Es ergeben sich 430 Meßpunkte bzw. 860 Meßwerte für jeden der beiden Betriebszustände. Zu jedem Meßwert werden 400 DOPPLER-Bursts aufgenommen.

Die Strömungs-Geschwindigkeitsmessungen werden gemäß Kapitel 5.2.2 durchgeführt. Die **Messungen** der vier Konstellationen beanspruchen ca. 180 h, die **Auswertezeit** ca. 15 h. Die Meßdaten haben einen **Festplatten-Speicherbedarf** von ca. 30 MB und werden in einem mit Matlab geschriebenen Programm verarbeitet.

Die relativ hohe Meßzeit ist auf die geringe LDV-Datenrate insbesondere im Bereich der Luftblasenaufstiegszone zurückzuführen.

7.3.2 Particle-Image Velocimetry

Auch die experimentellen Strömungsuntersuchungen der zweiphasigen Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter mit Hilfe der **PIV** dienen zur **Validierung der numerisch gewonnenen Ergebnisse der zweiphasigen Strömung**. Es wird das in Kapitel 5.3.1.2 vorgestellte Particle-Image-Velozimeter auf das in Kapitel 7.3.1 beschriebene aquarienähnliche **Versuchsbecken (Bild 43 und Bild 44)**, welches die beiden **numerischen Gitter** (zweidimensionales Gitter, **Bild 34** und **Bild 36**, und dreidimensionales Gitter, **Bild 35** und **Bild 37**) der zweiphasigen Strömungsuntersuchung in guter Näherung realisiert, angewendet. Wie bei der LDV gilt auch bei der PIV, daß die Meßebeene in **Bild 44** dem Schnitt A in **Bild 35** und in **Bild 37** entspricht.

Die **beiden Betriebszustände** (Luftvolumenströme bei 40 und 60 Hz SKV-Spannungsfrequenz) werden aus den Kapiteln 6.2 und 7.3.1 übernommen, so daß sich auch hier, wie bei den Untersuchungen mit der LDV, mit den **beiden Konfigurationen vier Konstellationen** ergeben:

- 2D-Konfiguration (**Bild 43**), $f_{\text{SKV.U}} = 40$ Hz,
- 2D , 60 Hz,
- 3D (**Bild 44**), 40 Hz und
- 3D , 60 Hz.

In **Bild 48** ist die exemplarische Installation des Particle-Image-Velozimeters (vgl. **Bild 27**) für die dreidimensionale Versuchsbecken-Konfiguration als Draufsicht gezeigt.

Im Gegensatz zur LDV stellt die PIV ein flächiges Meßverfahren dar. Da die CCD-Kamera aber eine begrenzte Auflösung besitzt, müssen **Meßfenster** definiert werden, die mit Hilfe der Drei-Achsen-Traversiervorrichtung anzufahren sind. **Bild 49** zeigt die 24 Meßfenster (entspricht 24 Kamerapositionen) für die zweidimensionale Versuchsbecken-Konfiguration und **Bild 50** die 90 Meßfenster (entspricht 90 Kamerapositionen) für die dreidimensionale Versuchsbecken-Konfiguration. Für die Kamerapositionen, in denen keine Luftblasen im Meßfenster vorhanden sind, werden 50 Doppelaufnahmen pro Meßfenster aufgenommen. Für die Kamerapositionen, in denen Luftblasen vorhanden sind, werden 100 Doppelaufnahmen aufgenommen.

Die Strömungs-Geschwindigkeitsmessungen werden gemäß Kapitel 5.3.2 durchgeführt. Die **Messungen** der vier Konstellationen beanspruchen ca. 140 h, die **Auswertezeit** ca. 420 h. Die Meßdaten haben einen **Festplatten-Speicherbedarf** von ca. 70 GB und werden in einem mit Matlab geschriebenen Programm, das im wesentlichen die einzelnen Meßfenster wieder zusammensetzt und die Daten auf ein Gitter interpoliert, verarbeitet.

Die hohe Auswertezeit ist mit der Durchführung der rechenzeitintensiven Kreuzkorrelationsfunktionen zu begründen. Der relativ hohe Festplatten-Speicherbedarf ist darauf zurückzuführen, daß die von der CCD-Kamera aufgenommen Bilder im speicherintensiven Bitmap-Format abgelegt werden.

8 Ergebnisse der numerischen Untersuchungen

8.1 Einphasige Strömung im Abwasserteich

Die CFD-Ergebnisse für das Geschwindigkeitsfeld der einphasigen Strömung im Abwasserteich (d.h. ohne technische Belüftung bzw. mit natürlicher Belüftung, stationäres Strömungsfeld) auf der Abwasserteichoberfläche werden für die **zwei Betriebszustände** (vgl. Kapitel 6.1) in den folgenden beiden Bildern gezeigt:

- $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4}$ m/s (Abwasservolumenstrom $0,3 \text{ m}^3/\text{h}$) in **Bild 51** und
- $5,0 \times 10^{-4}$ m/s ($0,6 \text{ m}^3/\text{h}$) in **Bild 52**.

Es zeigt sich, insbesondere bei dem höheren zugeführten Abwasservolumenstrom von $0,6 \text{ m}^3/\text{h}$ (**Bild 52**), eine Kurzschlußströmung vom Zulauf zum rechten Ablauf und damit eine relativ geringe Durchmischung des Abwasserteichs.

8.2 Zweiphasige Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter

8.2.1 EULER-LAGRANGE-Modell

Die numerischen Untersuchungen der zweiphasigen Strömung mit Hilfe des EULER-LAGRANGE-Modells (E-L-Modell) im Nahfeld der Membranrohrbelüfter werden für die **vier Konstellationen** (2D-Gitter, **Bild 34**, und 3D-Gitter, **Bild 35**, mit jeweils 40 und 60 Hz SKV-Spannungsfrequenz) nach Kapitel 6.2.1 durchgeführt. Die CFD-Ergebnisse werden in den folgenden Bildern dargestellt:

- 2D-Gitter, $f_{\text{SKV,U}} = 40$ Hz in **Bild 53...Bild 56**,
- 2D , 60 Hz **Bild 57...Bild 62**,
- 3D , 40 Hz **Bild 63...Bild 67** und
- 3D , 60 Hz **Bild 68...Bild 71**.

Außerdem werden die Ergebnisse für die Berechnungen zu den vier Konstellationen, bei denen aus Rechenzeitgründen die Luftblasen zu Luftblasengruppen aus zehn Luftblasen zusammengefaßt sind, in **Bild 72...Bild 75** gezeigt.

Alle Ergebnisse bei dem 3D-Gitter werden für den Schnitt A in **Bild 35** gezeigt. Dieser Schnitt entspricht der LDV- und PIV-Meßebeine in **Bild 44**. Im folgenden werden die E-L-CFD-Ergebnisse diskutiert.

2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 40$ Hz, Bild 53...Bild 56

Die Geschwindigkeitsvektoren der Luftblasen für $t = 1,5 \dots 5,5$ s in **Bild 53** stellen die Anfangsphase der Belüftung dar. **Bild 54** zeigt die Geschwindigkeitsvektoren des Wassers zu denselben Zeitpunkten. Beide Vektorfelder entwickeln sich, bis sich etwa beim Zeitpunkt $t = 20,0$ s eine quasi-stationäre Strömung ausgebildet hat. Diese ist in **Bild 55** dargestellt. Dort zeigt sich die Lage der maximalen Strömungsgeschwindigkeit bei etwa $1/3$ der Luftblasenaufstiegsstrecke. Die Luftblasen-Relativgeschwindigkeit, die sich als Differenz der Strömungsgeschwindigkeiten der Luftblasen und des Wassers darstellt, liegt mit ca. $0,3$ m/s im Bereich der in Kapitel 3.2.1 angegebenen Werte für den Aufstieg von Luftblasen im Blasenschwarm in Wasser. Werden **Bild 53** und **Bild 54** (jeweils Anfangsphase der Belüftung) mit **Bild 55** (quasi-stationäre Strömung) verglichen, so wird deutlich, daß die jeweils maximalen Strömungsgeschwindigkeiten für Luftblasen und Wasser nach einer anfänglichen Überhöhung wieder abnehmen. Die ist zum einen auf eine anfänglich erhöhte Kraftübertragung Luftblasen-Wasser und zum anderen auf eine gewisse zeitliche Verzögerung des k - ϵ -Turbulenzmodells bei der Berechnung der turbulenten Viskosität zurückzuführen.

Die Entwicklung der Sauerstoffmassenkonzentration c_{O_2} für $t = 10,0$, $15,0$ und $20,0$ s zeigt **Bild 56**. Deutlich wird, daß der beim Luftblasenaufstieg übertragene Luftsauerstoff aus den Luftblasen durch die Abwärts-Sekundärströmung des Wassers (s. **Bild 55b**) an den Begrenzungswänden nach unten transportiert wird.

2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 60$ Hz, Bild 57...Bild 62

Die Luftblasen-Geschwindigkeitsvektoren für $t = 1,5 \dots 10,5$ s in **Bild 57** und **Bild 58** zeigen, daß einzelne Luftblasen an den Begrenzungswänden durch die Abwärts-Sekundärströmung des Wassers an den Begrenzungswänden nach unten transportiert werden und erst bei fortschreitender Entwicklung des Geschwindigkeitsfeldes wieder aufsteigen können. Die Abwärts-Sekundärströmung des Wassers an den Begrenzungswänden wird durch die Geschwindigkeitsvektoren des Wassers für $t = 1,5 \dots 5,5$ s in **Bild 59** dargestellt. Desweiteren zeigt sich in **Bild 57...Bild 59** die bereits erwähnte Überhöhung der Strömungsgeschwindigkeit bei $t \approx 4,5$ s. **Bild 60** zeigt die ausgebildeten Geschwindigkeitsfelder für Luftblasen und Wasser zum Zeitpunkt $t = 20,0$ s. Der Luftblasenschwarm ist hier bei $f_{SKV,U} = 60$ Hz erwartungsgemäß breiter als in **Bild 55** für $f_{SKV,U} = 40$ Hz. Um einzelne Luftblasen mit deren Geschwindigkeitsvektoren zu erkennen, zeigt **Bild 61** vergrößerte Bereiche des Luftblasenschwarms. Für einen qualitativen Vergleich der Luftblasenverteilung im Luftblasenschwarm kann **Bild 5** herangezogen werden.

Die Sauerstoffmassenkonzentration c_{O_2} für $t = 10,0$, $15,0$ und $20,0$ s ist für diese Konstellation in **Bild 62** gezeigt.

3D-Gitter, $f_{SKV,U} = 40$ Hz, Bild 63...Bild 67

Die zeitliche Entwicklung der Geschwindigkeitsvektoren für $t = 1,5...4,5$ s geht für Luftblasen aus **Bild 63** und für Wasser aus **Bild 64** hervor. Werden diese beiden Bilder mit den quasi-stationären Geschwindigkeitsvektoren für den Zeitpunkt $t = 20,0$ s in **Bild 65** für Luftblasen und **Bild 66** für Wasser verglichen, so zeigt sich hier bei dem 3D-Gitter eine geringere Geschwindigkeitsüberhöhung bei der Entwicklung des Strömungsfeldes als beim 2D-Gitter (spricht für die Zeitverzögerung des $k-\varepsilon$ -Turbulenzmodells). Die beim 2D-Gitter stark ausgeprägte Abwärts-Sekundärströmung des Wassers tritt hier beim 3D-Gitter nur abgeschwächt zwischen den drei Luftblasenschwärmen auf. Desweiteren wird aus **Bild 65** und **Bild 66** deutlich, wie sich der rechte Luftblasenschwarm zu dem mittleren neigt und die Lage der maximalen Geschwindigkeiten bei etwa $2/3$ der Luftblasenaufstiegsstrecke liegt, wohingegen bei den 2D-Konstellationen bei etwa $1/3$ der Luftblasenaufstiegsstrecke die maximalen Geschwindigkeiten herrschen.

Die Sauerstoffmassenkonzentration c_{O_2} für $t = 10,0$ und $20,0$ s ist in **Bild 67** dargestellt. Zwischen den Luftblasenschwärmen wird das mit Luftsauerstoff angereicherte Wasser teilweise durch die Abwärts-Sekundärströmung des Wassers nach unten transportiert, wohingegen an dem äußeren Luftblasenschwarm der Sauerstoff an der Wasseroberfläche entlang transportiert wird.

3D-Gitter, $f_{SKV,U} = 60$ Hz, Bild 68...Bild 71

Bild 68 und **Bild 69** zeigen die Geschwindigkeitsvektoren der Luftblasen und des Wassers für $t = 1,5...4,5$ s. **Bild 70** und **Bild 71** geben die quasi-stationären Geschwindigkeitsvektor-Felder dazu wieder. Es zeigen sich hier bei $f_{SKV,U} = 60$ Hz erwartungsgemäß höhere Strömungsgeschwindigkeiten als bei $f_{SKV,U} = 40$ Hz. Dies ist auf den höheren Volumenanteil der Luft im Wasser zurückzuführen, da in dieser Arbeit der zweite entscheidende Einflußparameter für den Luftblasenaufstieg, nämlich der Luftblasendurchmesser, konstant ist ($d_B = 2,2$ mm).

Luftblasengruppen aus zehn Luftblasen, Bild 72...Bild 75

Bild 72 zeigt für das 2D-Gitter bei $f_{SKV,U} = 40$ Hz die Geschwindigkeitsvektoren der Luftblasen und des Wassers zum Zeitpunkt $t = 20,0$ s. Es ist eine relativ gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Einzelblasenberechnung in **Bild 55** zu erkennen. Für die erhöhte SKV-Spannungsfrequenz $f_{SKV,U} = 60$ Hz gibt **Bild 73** die Ergebnisse wieder. **Bild 73** ist mit **Bild 60** für die Einzelblasenberechnung zu vergleichen. Dabei zeigt sich insbesondere bei den Luftblasen, daß durch die Luftblasengruppenberechnung der Blasenschwarmcharakter nur unvollständig wiedergegeben werden kann. Der Luftblasenschwarm ist bei der Einzelblasenberechnung deutlich breiter. Die Strömungsgeschwindigkeits-Vektorfelder des Wassers werden dagegen relativ gut wiedergegeben. Für das 3D-Gitter bei $f_{SKV,U} = 40$ Hz stellt **Bild 74** die Geschwindigkeitsvektoren der Luftblasen und des Wassers zum Zeitpunkt $t = 20,0$ s dar. Die Ergebnisse der Einzelblasenberechnung

dazu zeigen **Bild 65** und **Bild 66**. Aus **Bild 75** gehen die Geschwindigkeitsvektoren der Luftblasen und des Wassers zum Zeitpunkt $t=20,0$ s für die erhöhte SKV-Spannungsfrequenz $f_{SKV,U}=60$ Hz hervor, aus **Bild 70** und **Bild 71** dagegen die Ergebnisse der Einzelblasenberechnung.

8.2.2 EULER-EULER-Modell

Die numerischen Untersuchungen der zweiphasigen Strömung mit Hilfe des EULER-EULER-Modells (E-E-Modell) im Nahfeld der Membranrohrbelüfter werden für die vier Konstellationen (2D-Gitter, **Bild 36**, und 3D-Gitter, **Bild 37**, mit jeweils 40 und 60 Hz SKV-Spannungsfrequenz) nach Kapitel 6.2.2 durchgeführt. Die CFD-Ergebnisse werden in den folgenden Bildern dargestellt:

- 2D-Gitter, $f_{SKV,U}=40$ Hz in **Bild 76...Bild 79**,
- 2D , 60 Hz **Bild 80...Bild 85**,
- 3D , 40 Hz **Bild 86...Bild 90** und
- 3D , 60 Hz **Bild 91...Bild 95**.

Alle Ergebnisse bei dem 3D-Gitter werden für den Schnitt A in **Bild 37** gezeigt. Dieser Schnitt entspricht der LDV- und PIV-Meßebene in **Bild 44**. Im folgenden werden die E-E-CFD-Ergebnisse für die vier Konstellationen diskutiert.

2D-Gitter, $f_{SKV,U}=40$ Hz, **Bild 76...Bild 79**

Der Volumenanteil α der Luft und die dazugehörigen Geschwindigkeitsvektoren der Luftblasen für $t=1,5...5,5$ s sind in **Bild 76** und **Bild 77** dargestellt. **Bild 78** zeigt die Geschwindigkeitsvektoren des Wassers zu denselben Zeitpunkten. Diese letztgenannten drei Bilder zeigen eine relativ gute Übereinstimmung mit den CFD-Ergebnissen mit Hilfe des E-L-Modells in **Bild 53** und **Bild 54**. Für die quasi-stationäre Strömung zum Zeitpunkt $t=20,0$ s zeigt **Bild 79** die Geschwindigkeitsvektoren der Luftblasen und des Wassers. Die E-L-CFD-Ergebnisse hierzu sind in **Bild 55** dargestellt und geben eine relativ gute Übereinstimmung mit **Bild 79** wieder.

2D-Gitter, $f_{SKV,U}=60$ Hz, **Bild 80...Bild 85**

Bild 80 und **Bild 81** zeigen den Volumenanteil α der Luft für $t=1,5...10,5$ s. Die dazugehörigen Geschwindigkeitsvektoren der Luftblasen sind in **Bild 82** und **Bild 83** dargestellt. Diese vier Bildern zeigen die gleichen zwei Effekte:

- Geschwindigkeitsüberhöhung bei $t \approx 4,5$ s und

- Transport einzelner Luftblasen an den Begrenzungswänden nach unten aufgrund der Abwärts-Sekundärströmung des Wassers mit dem anschließenden Wiederaufstieg, der bei $t \approx 10,5$ s abgeschlossen ist

wie die dazugehörigen Bilder (**Bild 57** und **Bild 58**) der CFD-Ergebnisse mit Hilfe des E-L-Modells.

Bild 84 gibt die Geschwindigkeitsvektoren des Wassers für $t = 1,5 \dots 5,5$ s wieder. Auch hier zeigt sich eine relativ gute Übereinstimmung mit den E-L-CFD-Ergebnissen (**Bild 59**). Für den Zeitpunkt $t = 20,0$ s (quasi-stationäre Strömung) verdeutlicht **Bild 85** die Geschwindigkeitsvektoren der Luftblasen und des Wassers. Hier zeigen sich:

- die gleiche Lage des Geschwindigkeitsmaximums bei etwa $1/3$ der Luftblasenaufstiegsstrecke und
- das gleiche Strömungsgeschwindigkeits-Niveau

wie die E-L-CFD-Ergebnisse in **Bild 60**.

3D-Gitter, $f_{SKV,U} = 40$ Hz, Bild 86...Bild 90

Der Volumenanteil α der Luft für $t = 1,5 \dots 4,5$ s in **Bild 86** und die dazugehörigen Geschwindigkeitsvektoren der Luftblasen in **Bild 87** und des Wassers in **Bild 88** zeigen im Vergleich mit den E-L-CFD-Ergebnissen in **Bild 63** und **Bild 64** ebenfalls eine relativ gute Übereinstimmung. **Bild 89** und **Bild 90** verdeutlichen die quasi-stationäre Strömung in Form der Geschwindigkeitsvektoren der Luftblasen und des Wassers zum Zeitpunkt $t = 20,0$ s, wie dies **Bild 65** und **Bild 66** für das E-L-Modell zeigen.

3D-Gitter, $f_{SKV,U} = 60$ Hz, Bild 91...Bild 95

Der Volumenanteil α der Luft für $t = 1,5 \dots 4,5$ s in **Bild 91**, die dazugehörigen Geschwindigkeitsvektoren der Luftblasen in **Bild 92** und die Geschwindigkeitsvektoren des Wassers in **Bild 93** werden den E-L-CFD-Ergebnissen in **Bild 68** und **Bild 69** gegenübergestellt. **Bild 94** und **Bild 95** zeigen die quasi-stationäre Strömung in Form der Geschwindigkeitsvektoren der Luftblasen und des Wassers zum Zeitpunkt $t = 20,0$ s. Hierzu werden zum Vergleich mit den E-L-CFD-Ergebnissen **Bild 70** und **Bild 71** herangezogen. Ähnlich wie bei den Ergebnissen zum E-L-Modell in Kapitel 8.2.1 zeigen sich für die 3D-Konstellationen die maximalen Strömungsgeschwindigkeiten bei etwa $2/3$ der Luftblasenaufstiegsstrecke, dagegen für die 2D-Konstellationen bei etwa $1/3$. Weiterhin wird bei den 3D-E-E-Konstellationen die Neigung der äußeren Luftblasenschwärme zu den mittleren wiedergegeben.

8.3 Gesamtströmung im technisch belüfteten Abwasserteich

Die Gesamtströmung im technisch belüfteten Abwasserteich, die sich aus einer durch Zu- und Ablauf beeinflussten Durchströmung und einer durch das Druckbelüftungssystem induzierten Zirkulationsströmung zusammensetzt, wird für die **vier Konstellationen** (vgl. Kapitel 6.3) berechnet, die durch die volumetrisch gemittelte Zulaufgeschwindigkeit v_{vol} ($2,5 \times 10^{-4}$ und $5,0 \times 10^{-4}$ m/s, entspricht 0,3 und 0,6 m³/h zugeführtem Abwasservolumenstrom) und die SKV-Spannungsfrequenz $f_{SKV.U}$ (40 und 60 Hz) gekennzeichnet sind. Die CFD-Ergebnisse sind in den folgenden Bildern dargestellt:

- $v_{vol} = 2,5 \times 10^{-4}$ m/s, $f_{SKV.U} = 40$ Hz in **Bild 96...Bild 101**,
- $2,5 \times 10^{-4}$ m/s, 60 Hz **Bild 102...Bild 107**,
- $5,0 \times 10^{-4}$ m/s, 40 Hz **Bild 108** und **Bild 109** und
- $5,0 \times 10^{-4}$ m/s, 60 Hz **Bild 110** und **Bild 111**.

Im folgenden werden die CFD-Ergebnisse für die vier Konstellationen diskutiert.

$v_{vol} = 2,5 \times 10^{-4}$ m/s, $f_{SKV.U} = 40$ Hz, Bild 96...Bild 101

Die Entwicklung der Strömungsgeschwindigkeit im Abwasserteich für $t = 5 \dots 120$ min zeigen **Bild 96** und **Bild 97**. Es zeigt sich eine relativ langsame Entwicklung des Geschwindigkeitsfeldes. Da sich zwischen 60 und 120 min das Geschwindigkeitsfeld nur noch marginal verändert, kann näherungsweise angenommen werden, daß die Entwicklung des Geschwindigkeitsfeldes bei dieser Konstellation näherungsweise mit der 60. Minute abgeschlossen ist. Dies zeigt auch der Vergleich von **Bild 97d** ($t = 120$ min) mit **Bild 98a** für den Zeitpunkt $t = 180$ min. In **Bild 98b** ist das Geschwindigkeits-Vektorfeld dargestellt. Es zeigen sich relativ komplexe Strömungsverhältnisse der luftblasenaufstiegs-induzierten Zirkulationsströmung im Abwasserteich. Dies wird insbesondere in **Bild 99** für den Bereich um die Membranrohrbelüfter (Black-Box) deutlich.

Bild 100 und **Bild 101** stellen die zeitliche Entwicklung der Sauerstoffmassenkonzentration c_{O_2} im Abwasserteich für $t = 5 \dots 180$ min dar. Hier wird sichtbar, daß die Sauerstoffmassenkonzentration erwartungsgemäß hauptsächlich durch Konvektion im Abwasserteich verteilt wird. Für den Zeitpunkt $t = 180$ min (**Bild 101d**) ist der Abwasserteich fast vollständig mit Luftsauerstoff gesättigt ($c_{O_2} = 9,06$ mg_{O₂}/kg_{O₂} entspricht 100% Sättigung, vgl. Kapitel 6.3). Im Bereich des Zulaufs zeigt sich ein Bereich, in dem nur eine geringe Sauerstoffmassenkonzentration vorhanden ist, da der zugeführte Abwasservolumenstrom keinerlei Sauerstoffmassenkonzentration aufweist.

$v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$, $f_{\text{SKV.U}} = 60 \text{ Hz}$, Bild 102...Bild 107

Hier stellen **Bild 102** und **Bild 103** für die erhöhte SKV-Spannungsfrequenz $f_{\text{SKV.U}} = 60 \text{ Hz}$ die Entwicklung der Strömungsgeschwindigkeit im Abwasserteich für $t = 5 \dots 120 \text{ min}$ dar. **Bild 104** und **Bild 105** zeigen die Strömung für den Zeitpunkt $t = 180 \text{ min}$. Es wird das höhere Strömungsgeschwindigkeits-Niveau als bei $f_{\text{SKV.U}} = 40 \text{ Hz}$ (**Bild 96...Bild 99**) sichtbar.

Die zeitliche Entwicklung der Sauerstoffmassenkonzentration c_{O_2} im Abwasserteich für $t = 5 \dots 180 \text{ min}$ ist in **Bild 106** und **Bild 107** dargestellt. Es zeigt sich hier bei $f_{\text{SKV.U}} = 60 \text{ Hz}$ aufgrund des höheren Strömungsgeschwindigkeits-Niveaus eine schnellere Ausbildung der Sauerstoffmassenkonzentration als bei $f_{\text{SKV.U}} = 40 \text{ Hz}$ in **Bild 100** und **Bild 101**.

$v_{\text{vol}} = 5,0 \times 10^{-4} \text{ m/s}$, $f_{\text{SKV.U}} = 40 \text{ Hz}$, Bild 108 und Bild 109

Bild 108 verdeutlicht die Strömungsverhältnisse zum Zeitpunkt $t = 180 \text{ min}$. Es bilden sich hier bei $v_{\text{vol}} = 5,0 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ und $f_{\text{SKV.U}} = 40 \text{ Hz}$ die gleichen Strömungsverhältnisse ab wie in **Bild 98** für $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ und $f_{\text{SKV.U}} = 40 \text{ Hz}$. Dies ist darin begründet, daß die durch die zweiphasige Strömung induzierte Strömungsgeschwindigkeit (abhängig von $f_{\text{SKV.U}}$) im Abwasserteich drei Zehnerpotenzen höher ist als die eigentliche Durchströmungsgeschwindigkeit (abhängig von v_{vol}) im Abwasserteich.

Bild 109 stellt für $v_{\text{vol}} = 5,0 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ und $f_{\text{SKV.U}} = 40 \text{ Hz}$ die zeitliche Entwicklung der Sauerstoffmassenkonzentration c_{O_2} im Abwasserteich für $t = 90 \dots 180 \text{ min}$ dar. Es zeigen sich aus den genannten Gründen die gleichen Verhältnisse wie **Bild 101** für $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ und $f_{\text{SKV.U}} = 40 \text{ Hz}$.

$v_{\text{vol}} = 5,0 \times 10^{-4} \text{ m/s}$, $f_{\text{SKV.U}} = 60 \text{ Hz}$, Bild 110 und Bild 111

Für die erhöhte SKV-Spannungsfrequenz $f_{\text{SKV.U}} = 60 \text{ Hz}$ und $v_{\text{vol}} = 5,0 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ verdeutlicht **Bild 110** die Strömungsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt $t = 180 \text{ min}$. **Bild 111** stellt dazu die zeitliche Entwicklung der Sauerstoffmassenkonzentration c_{O_2} im Abwasserteich für $t = 90 \dots 180 \text{ min}$ dar. Diese beiden Bilder zeigen wie erwartet dieselben Verhältnisse wie **Bild 104** und **Bild 107** für $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$ und $f_{\text{SKV.U}} = 60 \text{ Hz}$.

9 Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen

9.1 Belüftungskennfeld-Messung

In **Bild 112** ist das experimentell bestimmte Kennfeld $p_2(Q, n)$ des Seitenkanalverdichters (SKV) mit der Anlagenkennlinie $p_{II}(Q)$ der Membranrohrbelüfter bei einer Membranrohrbelüfter-Installationstiefe von 0,66 m (vgl. Kapitel 6.2 und 7.3) gezeigt. Es ergibt sich, daß für SKV-Drehzahlen von ca. 2030 (entspricht ca. 35 Hz SKV-Spannungsfrequenz) bis zur Maximaldrehzahl von 3480 min^{-1} (entspricht 60 Hz SKV-Spannungsfrequenz) der SKV-Wirkungsgrad η zwischen 40...45% liegt. Dies stellt einen relativ **weiten Betriebsbereich** mit für Seitenkanalverdichtern relativ **hohem Wirkungsgrad** dar. Die Anlagenkennlinie der Membranrohrbelüfter weicht von der sonst üblichen Druckverlustparabel ab. Dies ist auf die Öffnungskräfte der schlitz-perforierten Membranrohrbelüfter zurückzuführen.

Für andere Membranrohrbelüfter-Installationstiefen muß die Anlagenkennlinie $p_{II}(Q)$ der Membranrohrbelüfter mit dem EULER-Gesetz der Hydrostatik umgerechnet und parallel verschoben werden. Es gilt:

$$\Delta p_{II} = \rho \cdot g \cdot \Delta h. \quad (201)$$

Hierbei ist Δp_{II} in N/m^2 die Druckdifferenz aus der Parallelverschiebung und Δh in m die Wassertiefendifferenz zur hier angewendeten Membranrohrbelüfter-Installationstiefe von 0,66 m.

Die Ergebnisse des SKV entsprechen in guter Näherung den Ähnlichkeitsgesetzen der hydraulischen Strömungsmaschinen [156]:

$$Q \sim D_2^3 \cdot n, \quad (202)$$

$$p_{\text{tot}} \sim D_2^2 \cdot n^2 \text{ und} \quad (203)$$

$$P \sim \rho \cdot D_2^5 \cdot n^3. \quad (204)$$

Hierbei ist D_2 der konstante Laufradaußendurchmesser des SKV.

Aufgrund der Gültigkeit der Ähnlichkeitsgesetze erscheint eine Direktkopplung des SKV mit einer Windkraftanlage sinnvoll. Dies wird auch am Drehmomentenverlauf $M(Q)$ des Seitenkanalverdichters deutlich.

9.2 Sauerstoffzufuhr-Messung

Bild 113 zeigt die experimentell ermittelte Sauerstoffzufuhr OC (Oxygenation Capacity) vom Druckbelüftungssystem in Abhängigkeit von der SKV-Drehzahl n . Die

Sauerstoffzufuhr steigt erwartungsgemäß mit der SKV-Drehzahl an, was bei wechselnden Zulauf-Schmutzfrachten vorteilhaft ist.

In **Bild 114** ist der experimentell ermittelte Sauerstoffertrag OP (Oxygenation Power) vom Druckbelüftungssystem über der SKV-Drehzahl n dargestellt. Der Sauerstoffertrag ist über dem Drehzahlbereich $2000 \dots 3000 \text{ min}^{-1}$ nahezu konstant auf **relativ hohem Niveau**. Da der Sauerstoffertrag den Gütegrad eines Belüftungssystems darstellt, wird durch den Verlauf in **Bild 114** deutlich, daß der **Betriebsbereich relativ weit** ist. Dies stellt bei der hier vorliegenden diskontinuierlichen Energiezufuhr die energetisch günstige Auslegung des konzipierten Druckbelüftungssystems dar.

Desweiteren haben sich auch während des zweijährigen Einsatzes im Abwasserteich in Mecklenburg-Vorpommern keinerlei Betriebsbeeinträchtigungen gezeigt. Das Druckbelüftungssystem ist weder verstopft, noch undicht gewesen. Die Schwimmlage ist trotz der Windbelastung auf die Bojen immer stabil geblieben.

9.3 Geschwindigkeitsmessung bei zweiphasiger Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter

9.3.1 Laser-DOPPLER Velocimetry

Mit Hilfe der LDV werden die Strömungsgeschwindigkeiten des Wassers der zweiphasigen Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter gemessen (vgl. Kapitel 5.2). Die Ergebnisse (Wasserströmung) werden für die in Kapitel 7.3.1 beschriebenen **beiden Konfigurationen** (2D-Konfiguration, **Bild 43**, und 3D-Konfiguration, **Bild 44**) mit jeweils **zwei Betriebszuständen** (40 und 60 Hz SKV-Spannungsfrequenz), woraus sich **vier Konstellationen** ergeben, in den folgenden vier Bildern gezeigt:

- 2D-Konfiguration, $f_{\text{SKV.U}} = 40 \text{ Hz}$ in **Bild 115**,
- 2D , 60 Hz **Bild 116**,
- 3D , 40 Hz **Bild 117** und
- 3D , 60 Hz **Bild 118**.

Aus den beiden Ergebnisbildern (**Bild 115** und **Bild 116**) für die 2D-Konfiguration wird die an den Begrenzungswänden herabströmende Abwärts-Sekundärströmung erkenntlich (vgl. Kapitel 8.2). Bei $f_{\text{SKV.U}} = 60 \text{ Hz}$ in **Bild 116**, also bei höherem Luftvolumenstrom aber konstantem Luftblasendurchmesser, ist die Wasseraufstiegszone (Luftblasenschwarm) breiter und die Strömungsgeschwindigkeit erwartungsgemäß größer als bei $f_{\text{SKV.U}} = 40 \text{ Hz}$ in **Bild 115**. In

beiden Bildern zeigt sich die Lage der maximalen Strömungsgeschwindigkeit bei etwa 2/3 der Luftblasenaufstiegsstrecke.

Die beiden Ergebnisbilder (**Bild 117** und **Bild 118**) für die 3D-Konfiguration zeigen eine Neigung der rechten Wasseraufstiegszone an die mittlere. Dies wird auch schon aus Kapitel 8.2 deutlich. Die maximale Wassergeschwindigkeit ist bei 40 Hz SKV-Spannungsfrequenz in **Bild 117** wie erwartet geringer als bei 60 Hz in **Bild 118** und liegt jeweils bei etwa 2/3 der Luftblasenaufstiegsstrecke.

9.3.2 Particle-Image Velocimetry

Mit Hilfe der PIV werden die Strömungsgeschwindigkeiten der Luftblasen und des Wassers der zweiphasigen Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter gemessen (vgl. Kapitel 5.3). Die Ergebnisse (Luftblasen und Wasser) werden für die in Kapitel 7.3.2 beschriebenen **vier Konstellationen** (2D-Konfiguration, **Bild 43**, und 3D-Konfiguration, **Bild 44**, mit jeweils 40 und 60 Hz SKV-Spannungsfrequenz) in den folgenden acht Bildern gezeigt:

- 2D-Konfiguration, $f_{\text{SKV.U}} = 40$ Hz in **Bild 119** (Luftbl.) und in **Bild 120** (Wasser),
- 2D , 60 Hz **Bild 121** , **Bild 122** ,
- 3D , 40 Hz **Bild 123** **Bild 124** und
- 3D , 60 Hz **Bild 125** **Bild 126** .

Für die Ergebnisbilder (**Bild 119...Bild 122**) bei der 2D-Konfiguration zeigen die beiden Bilder (**Bild 119** und **Bild 121**) für die Luftblasen die charakteristische Form des Luftblasenschwarms. Bei $f_{\text{SKV.U}} = 60$ Hz in **Bild 121** ist der Luftblasenschwarm breiter als bei $f_{\text{SKV.U}} = 40$ Hz in **Bild 119**. Für die Wasserströmung (**Bild 120** und **Bild 122**) zeigt sich eine Sekundärströmung in Form einer Abwärtsströmung entlang der Begrenzungswände, die auch mit Hilfe der LDV (**Bild 115** und **Bild 116**) detektiert wird.

Die Ergebnisbilder (**Bild 123...Bild 126**) für die 3D-Konfiguration zeigen sowohl für die Luftblasen (**Bild 123** und **Bild 125**) als auch für das Wasser (**Bild 124** und **Bild 126**) die Neigung des rechten Luftblasenschwarms an den mittleren. Desweiteren geben die PIV-Ergebnisse für Wasser (**Bild 124** und **Bild 126**, zwischen den Membranrohrbelüftern zeigt sich aufgrund von Laserlichtschnitt-Abschattung ein Bereich ohne Ergebnisse) eine relativ gute Übereinstimmung mit den LDV-Ergebnissen für Wasser (**Bild 117** und **Bild 118**) wieder. Dies wird insbesondere an der Lage der maximalen Geschwindigkeiten, die bei etwa 2/3 der Luftblasenaufstiegsstrecke liegt, deutlich.

10 Kritischer Vergleich der Ergebnisse und Schlußfolgerungen

Um die numerisch (E-L- und E-E-CFD) und experimentell (LDV und PIV) gewonnenen Ergebnisse der **zweiphasigen Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter** quantitativ und kritisch miteinander vergleichen zu können, werden Luftblasen- und Wasserströmungs-Geschwindigkeitsprofile für den Zeitpunkt $t = 20,0$ s bzw. quasi-stationärer Strömung für die **vier Konstellationen** (2D-Gitter bzw. 2D-Konfiguration und 3D-Gitter bzw. 3D-Konfiguration mit jeweils 40 und 60 Hz SKV-Spannungsfrequenz) in den folgenden acht Bildern dargestellt:

- 2D, $f_{\text{SKV.U}} = 40$ Hz in **Bild 127** (Luftblasen) und in **Bild 128** (Wasser),
- 2D, 60 Hz **Bild 129** **Bild 130** ,
- 3D, 40 Hz **Bild 131** **Bild 132** und
- 3D, 60 Hz **Bild 133** **Bild 134** .

Die Auswerteebenen in den Bildern liegen bei $z = 150, 350$ und 550 mm über der Membranrohrbelüfter-Mittellinie. Die CFD-Ergebnisse bei den 3D-Gittern werden für den Schnitt A in **Bild 35** und in **Bild 37**, der gleichzeitig die LDV- und PIV-Meßebeine in **Bild 44** darstellt, gezeigt. Bei den E-L-CFD-Ergebnissen handelt es sich um die Ergebnisse aus der Luftblaseneinzel-Betrachtung und nicht aus der Luftblasengruppen-Betrachtung. Weiterhin ist zu beachten, daß für die Luftblasengeschwindigkeiten keine LDV-Meßergebnisse vorhanden sind (s. Kapitel 5.2.2.2). Im folgenden werden die Ergebnisse für die vier Konstellationen diskutiert.

2D, $f_{\text{SKV.U}} = 40$ Hz, **Bild 127 (Luftblasen) und Bild 128 (Wasser)**

Für die Luftblasengeschwindigkeiten (**Bild 127**) zeigt sich eine relativ gute Übereinstimmung bei den numerisch gewonnenen Ergebnissen (E-L- und E-E-CFD), die mit Hilfe der PIV gewonnenen Ergebnisse weichen davon ab. Die Auswertekurven sind in den höheren x-Bereichen nicht mehr existent, da dort keine Luftblasen mehr vorhanden sind. Bei den Wassergeschwindigkeiten (**Bild 128**) wird eine relativ große Abweichung zwischen LDV und PIV insbesondere für die Auswerteebene $z = 150$ mm sichtbar. Weiterhin fällt auf, daß die PIV die Wassergeschwindigkeit in weiten Bereichen höher als die übrigen drei Verfahren ermittelt. Hier werden aus Gründen der teilweisen unscharfen Phasentrennung schnellaufsteigende Luftblasen versehentlich miterfaßt.

2D, $f_{\text{SKV.U}} = 60$ Hz, **Bild 129 (Luftblasen) und Bild 130 (Wasser)**

Hier zeigen die Luftblasengeschwindigkeiten (**Bild 129**) für die E-L- und E-E-CFD-Ergebnisse wieder ähnliche Verläufe, während die PIV-Ergebnisse davon abweichen. Die Wassergeschwindigkeiten (**Bild 130**) zeigen eine relativ gute Übereinstimmung der Ergebnisse von E-L- und E-E-Modell. Dagegen weichen die

LDV-Ergebnisse leicht davon ab und die PV-Ergebnisse liegen wieder aus Gründen der unscharfen Phasentrennung deutlich darüber. Es läßt sich feststellen, daß für die beiden 2D-Konstellationen mit 40 und 60 Hz SKV-Spannungsfrequenz die Luftblasengeschwindigkeiten (**Bild 127** und **Bild 129**) und die Wassergeschwindigkeiten (**Bild 128** und **Bild 130**) jeweils ähnliche Verläufe aufweisen.

3D, $f_{SKV.U} = 40$ Hz, Bild 131 (Luftblasen) und Bild 132 (Wasser)

Die Luftblasengeschwindigkeiten (**Bild 131**) zeigen wieder ähnliche Ergebnisse der E-L- und E-E-CFD mit Abweichungen gegenüber der PIV. Die PIV ermittelt hier geringere Luftblasengeschwindigkeiten als die CFD. Im Bereich zwischen ca. $60 < x < ca. 250$ mm ist kein Ergebnis vorhanden, da hier zwischen den beiden Membranrohrbelüftern keine Luftblasen vorhanden sind. Für die Wassergeschwindigkeiten (**Bild 132**) zeigt sich im Vergleich zu den 2D-Konstellationen eine bessere Übereinstimmung von LDV und PIV.

3D, $f_{SKV.U} = 60$ Hz, Bild 133 (Luftblasen) und Bild 134 (Wasser)

Hier gilt für die Luftblasengeschwindigkeiten (**Bild 133**) und für die Wassergeschwindigkeiten (**Bild 134**) das für die vorhergehende Konstellation gesagte. Es kann also wieder festgestellt werden, daß sich für die beiden 3D-Konstellationen mit 40 und 60 Hz SKV-Spannungsfrequenz die Luftblasengeschwindigkeiten (**Bild 131** und **Bild 133**) und die Wassergeschwindigkeiten (**Bild 132** und **Bild 134**) ähnliche Verhältnisse bei höherem Geschwindigkeitsniveau ergeben.

Als Grundlage zum Fazit **zur zweiphasigen Strömung** (ellipsoid verformte, spiralförmig pendelnd aufsteigende Luftblasen mit innerer Zirkulation im Luftblasenschwarm, zu kugelförmigen Luftblasen äquivalenter durchschnittlicher Durchmesser $d_B = 2,2$ mm, $Re_B \approx 700$, $Eo \approx 0,65$, $\alpha = 0,00...0,15$ und luftblasenaufstiegs-induzierte Wasserströmung) **im Nahfeld der Membranrohrbelüfter** kann die Bildserie **Bild 53...Bild 95** und **Bild 115...Bild 134** wie folgt gegliedert werden:

- E-L-CFD- Ergebnisse (Kapitel 8.2.1): **Bild 53...Bild 75**,
- E-E- (8.2.2): **Bild 76...Bild 95**,
- LDV-Meß- (9.3.1): **Bild 115...Bild 118**,
- PIV- (9.3.2): **Bild 119...Bild 126** und
- Vergleichende : **Bild 127...Bild 134**.

Es zeigt sich, daß die vorgestellten numerischen (E-L- und E-E-Modell) und experimentellen (LDV und PIV) Verfahren prinzipiell geeignet sind, die **Strömungsgeschwindigkeiten** der zweiphasigen Strömung zu bestimmen. Neben der Strömungsgeschwindigkeit können auch die **Verteilung der Luftblasen im**

Blasenschwarm und einige zugehörige **physikalische Phänomene** wiedergegeben werden; zu den letztgenannten Phänomenen gehören u.a. die Neigung der äußeren Blasenschwärme und Transport einzelner Luftblasen an den Begrenzungswänden nach unten aufgrund der Abwärts-Sekundärströmung des Wassers mit dem anschließenden Wiederaufstieg. Allerdings zeigen sich bei der quantitativen vergleichenden Betrachtung Abweichungen zwischen den gewonnenen Ergebnissen, die auf CFD-Unsicherheiten und Meßunsicherheiten zurückzuführen sind. Insbesondere die z.T. relativ großen Abweichungen zwischen den beiden experimentellen Verfahren (LDV und PIV) lassen sich nur aufgrund erhöhter Meßunsicherheiten bei der Untersuchung der zweiphasigen Strömung erklären, wobei anzumerken ist, daß laseroptische Messungen von geringen Strömungsgeschwindigkeiten erfahrungsgemäß schwierig sind [157].

CFD-Unsicherheiten

Die **allgemeinen CFD-Unsicherheiten** resultieren in erster Linie aus räumlicher und zeitlicher Diskretisierung. Die hier angewendete räumliche Diskretisierung mit Hilfe des **Upwind-Differenzen-Schema** (UDS) ist ein Verfahren nur erster Ordnung (vgl. Kapitel 4.1.2). Ebenso wird die zeitliche Diskretisierung nur erster Ordnung durchgeführt.

Für die **CFD-Turbulenzmodellierung** der **kontinuierlichen Phase** (Wasser) ist festzustellen, daß die 2D-CFD-Ergebnisse die Lage der maximalen Geschwindigkeiten bei etwa 1/3 der Luftblasenaufstiegsstrecke ermitteln. Dies wird weder durch die 3D-CFD- noch durch die experimentellen Ergebnisse bestätigt. Es muß gefolgert werden, daß die Turbulenzmodellierung nach Kapitel 4.1.1.4 nur für den 3D-Fall gültig ist. Im 2D-Fall fehlt die dritte Geschwindigkeits-Schwankungskomponente. Daher sollten numerische Untersuchungen mit o.a. Turbulenzmodellierung in 3D durchgeführt werden. Diese Schlußfolgerung wird auch durch die relativ große Geschwindigkeitsüberhöhung der 2D-CFD-Ergebnisse bei $t \approx 4,5$ s unterstützt, s. **Bild 57** und **Bild 58**, sowie **Bild 82** und **Bild 83**. Dieser Effekt ist bei den 3D-CFD-Ergebnissen und bei Versuchsbeobachtungen nur in abgeschwächter Form festzustellen und dann auf eine anfänglich erhöhte Schleppkraft der Luftblasen im noch stagnierenden Wasser zurückzuführen. Für den 2D-Fall ist die relativ große Geschwindigkeitsüberhöhung auf eine gewisse zeitliche Verzögerung des k - ϵ -Turbulenzmodells bei der Berechnung der turbulenten Viskosität zurückzuführen.

Bei der **CFD-Turbulenzmodellierung** der **dispers verteilten Phase** (Luftblasen) sind vor allem die verwendeten Beiwerte mit Unsicherheiten behaftet. Für das E-L-Modell sind dies in erster Linie der Anteil α_{tur} der Bewegungsleistung der Luftblasen, der in Turbulenzleistung des Wassers umgesetzt wird, s. Gl. (128), und es sind auch die Beiwerte zur Modellierung der turbulenten Dispersion, s. Gl. (134)...(138). Für das E-E-Modell ist hier vor allem der Dispersionskoeffizient ζ_{dis} für die Modellierung der turbulenten Dispersionskraft, s. Gl. (156), als Unsicherheitsfaktor zu nennen.

Zu den **physikalischen Unsicherheiten innerhalb der E-L- und E-E-CFD-Zweiphasenmodellierung** läßt die relativ gute Übereinstimmung der E-L- mit den E-E-CFD-Ergebnissen den Schluß zu, daß die relativ umfangreichen Modifikationen und Erweiterungen (s. Kapitel 4.2.1.4 und 4.2.1.5) des E-L-Modells ingenieurwissenschaftlichen Ansprüchen genügen und dessen Anwendung bei dem relativ hohen Volumenanteil gerechtfertigt ist. Allerdings basieren bei beiden Verfahren der Widerstandsbeiwert $\zeta_{W.B.Sch}$ einer Luftblase im Blasenschwarm und damit zusammenhängende Größen, wie z.B. der Einfluß des Volumenanteils α auf $\zeta_{W.B.Sch}$, auf Experimenten und empirisch gefundenen Korrelationen (s. Kapitel 3.2.1). Das bedeutet, daß hier die Unsicherheiten auf die zugrundeliegenden Untersuchungen zurückgeführt werden müssen. In diesem Zusammenhang sei darauf hingewiesen, daß die zentrale Größe beim Luftblasenaufstieg im Wasser der Luftblasendurchmesser d_B und damit die Luftblasenform ist. Der Luftblasendurchmesser muß im Vorfeld der numerischen Untersuchungen experimentell ermittelt werden. Unsicherheiten bei der Bestimmung von d_B wirken sich unmittelbar auf die CFD-Ergebnisse aus.

Meßunsicherheiten

Bei den **LDV-Meßunsicherheiten** handelt es sich vor allem um kaum beherrschbare **Brechungseffekte** der Laserteilstrahlen bei der Passage durch die Luftblasen. Beim Durchtritt der Laserteilstrahlen durch die Luftblasen werden die Laserteilstrahlen an gekrümmten Flächen sowohl beim Eintritt als auch beim Austritt aus der Luftblase gebrochen, wobei sich der Schnittwinkel nicht in dem Maße ändert wie die Wellenlänge des Laserlichts im Wasser (anders als beim Durchtritt durch die planen Acrylglaswände in Kapitel 5.2.1.2). Das bedeutet, daß der Interferenzstreifenabstand, s. Gl. (177), nicht reproduzierbar variiert und damit die Strömungsgeschwindigkeit falsch bestimmt wird. Dieser Effekt muß sich statistisch gesehen ausmitteln. Allerdings müßten dafür weit mehr als 400 DOPPLER-Bursts (vgl. Kapitel 7.3.1) aufgenommen werden. Dies ist jedoch bei der geringen Datenrate bei der Messung in der zweiphasigen Strömung im Rahmen der vorliegenden Arbeit zeitlich nicht möglich.

Die **PIV-Meßunsicherheiten** beruhen vor allem auf der vorgenommenen **Phasentrennung** (s. Kapitel 5.2.2.2). Es läßt sich nicht vollständig ausschließen, daß bei der Kreuzkorrelation für die Wasserströmung nicht auch schneller aufsteigende Luftblasen ausgewertet werden oder daß bei den Luftblasen nicht auch langsamer strömendes Wasser erfaßt wird. Weiterhin muß berücksichtigt werden, daß von Luftblasen und Wasser reflektiertes Streulicht des Lasers durch ein relativ langes Volumen nicht beleuchteter Luftblasen geführt wird. Dadurch werden die Aufnahmen relativ hell belichtet; dies hat eine starke Zunahme des **Bildrauschens** und damit eine große Anzahl von Fehlvektoren zur Folge. Um diese Unsicherheit zu verringern, müßten mehr als 100 Doppelaufnahmen (vgl. Kapitel 7.3.2) pro Meßfenster aufgenommen werden. Das würde in der vorliegenden Arbeit an der hohen Datenmenge und der hohen Kreuzkorrelations-Auswertzeit scheitern. Eine

weitere Unsicherheitsquelle stellt das **Pendeln der Luftblasen** dar. Das Pendeln quer zur Laserlichtschnitt-Ebene hat zur Folge, daß von den Luftblasen ausgesendetes Streulicht nicht in die Kamera-Normalenrichtung reflektiert wird, sondern in einem gewissen Winkel dazu; das hat wiederum zur Folge, daß der Partikelversatzvektor \underline{s}_D , s. Gl. (198), nicht korrekt bestimmt wird.

In Anbetracht der Komplexität der zweiphasigen Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter und der Komplexität der angewendeten Untersuchungsverfahren und in Anbetracht der beschriebenen CFD- und Meß-Unsicherheiten sind die **Übereinstimmungen von Numerik und Experiment im ingenieurwissenschaftlichen Rahmen zufriedenstellend**.

Weiterführend müssen in diesem Zusammenhang auch die **Aufwand- und Ergebnismerkmale der vier angewendeten Untersuchungsverfahren** (E-L-CFD, E-E-CFD, LDV und PIV) betrachtet werden. Diese Merkmale für die Untersuchung der zweiphasigen Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter stellt die Tabelle in **Bild 135** dar (vgl. Kapitel 6.2.1, 6.2.2, 7.3.1 und 7.3.2). Dabei sind die Summen der Aufwandmerkmale für alle vier untersuchten Konstellationen (2D und 3D mit jeweils 40 und 60 Hz SKV-Spannungsfrequenz) dargestellt. Für die E-L-CFD-Merkmale sind nur die vier Einzelblasenberechnungen in die Tabelle eingegangen. Es läßt sich feststellen, daß sich für die **Erstellung der numerischen Gitter und Modelle** innerhalb der CFD nahezu der **gleiche Zeitaufwand** ergibt wie der **Aufbau von Versuchsstand und Meßtechnik** bei den experimentellen Verfahren. Die z.T. hohe **Rechenzeit der CFD** relativiert sich in Anbetracht der Tatsache, daß die Rechnungen keinerlei Betreuung benötigen, wohingegen die **Messungen** (Meßzeit) vollständig betreut werden müssen. Bei der PIV kommt noch die **Auswertzeit** der Kreuzkorrelationsfunktion hinzu, die hier nur teilautomatisierbar ist. Somit läßt sich bei dem Zeitaufwand durchaus ein Vorteil für die CFD erkennen, wobei die Zeit, bis zu der die CFD-Ergebnisse vorliegen, aufgrund der Rechenzeit größer ist. Bezüglich der **Rechenzeiten** zwischen den beiden CFD-Verfahren zeigen sich **deutliche Vorteile für die E-E-CFD**. Der **Festplatten-Speicherbedarf** ist insbesondere für die PIV aufgrund der umfangreichen Bilddaten hoch. Trotz stetig sinkender Hardware-Preise sind diese Datenmengen u.U. schwierig handhabbar. Die **Investitionskosten für Computer** sind nicht direkt zu vergleichen, da für die E-L-CFD eine relativ kostenintensive Workstation beschafft worden ist, wobei heutzutage die Rechnungen durchaus mit einem PC durchgeführt werden können. Bei Betrachtung der **Investitionskosten für die Meßtechnik** zeigt sich das kostenaufwendige Merkmal der laseroptischen Meßverfahren. Die Feststellung der **Softwarekosten** ist im Rahmen dieser Arbeit nicht möglich, da die CFD-Softwarekosten innerhalb der TU Berlin gepoolt werden und diese Kosten damit im Vergleich zu sonstigen Lizenznehmern relativ gering sind. Bei den Kosten für die Lizenzen der LDV- und PIV-Software verhält es sich ähnlich; hier werden Entwicklungslizenzen verwendet. Im industriellen Umfeld wird sich hier ein Vorteil für LDV und PIV ergeben, da CFD-Lizenzen relativ kostenintensiv sind. Die **Ergebnismerkmale** ergeben bzgl. der **zeitlichen Auflösung** einen Vorteil der CFD, da die instationäre Strömung berechnet

wird. Dagegen wird mit den experimentellen Verfahren nur das quasi-stationäre Strömungsfeld untersucht. Die **räumliche Auflösung** ist insbesondere mit der LDV relativ gering, da aufgrund des sonst stark steigenden Meßaufwands nur ein grob auflösendes Meßgitter verwendet werden kann.

Aus den experimentell gewonnenen **Ergebnissen zum Belüftungskennfeld** (Kapitel 9.1, **Bild 112**) und zur **Sauerstoffzufuhr bzw. zum Sauerstofftrag** (Kapitel 9.2, **Bild 113** und **Bild 114**) zum entwickelten und realisierten Druckbelüftungssystem läßt sich folgern, daß das Zusammenspiel der Komponenten Seitenkanalverdichter, Membranrohrbelüfter und Abwasserteich bei dem diskontinuierlichen Energieangebot der Wind- und Solarenergieanlage **energetisch günstig** ist. Dies wird durch die folgenden beiden Kennwerte des teilgetauchten Druckbelüftungssystems dokumentiert:

- SKV-Wirkungsgrad η (**Bild 112**) liegt für den relativ weiten SKV-Drehzahlbereich von ca. 2030 (entspricht ca. 35 Hz SKV-Spannungsfrequenz) bis zur Maximaldrehzahl von 3480 min^{-1} (entspricht 60 Hz SKV-Spannungsfrequenz) zwischen den für SKV relativ hohen Werten von 40...45% und
- Sauerstofftrag OP (**Bild 114**, stellt den Gütegrad des Druckbelüftungssystems dar) liegt über dem SKV-Drehzahlbereich von ca. $2000...3000 \text{ min}^{-1}$ nahezu konstant auf relativ hohem Niveau von ca. $2 \text{ kg}_{\text{O}_2}/\text{kWh}$.

In diesem Zusammenhang ist zu beachten, daß der Abwasserteich vor allem durch die Wassertiefe charakterisiert ist, da sich dadurch die Membranrohrbelüfter-Installationstiefe ergibt. Für steigende Membranrohrbelüfter-Installationstiefen muß ein leistungsstärkerer Seitenkanalverdichter zum Einsatz kommen, da sonst die Anlagenkennlinie $p_{\text{II}}(Q)$ der Membranrohrbelüfter in **Bild 112** zu höherem Druck verschoben wird (Parallelverschiebung, s. Kapitel 9.1), und sich so der SKV-Wirkungsgrad η verringert.

Die **Betriebssicherheit des teilgetauchten Druckbelüftungssystems** hat sich während des zweijährigen Einsatzes im Abwasserteich durch Verstopfungsfreiheit, Dichtheit und Schwimmstabilität ausgezeichnet. (vgl. Kapitel 9.1). Weiterhin erweist sich die **hohe Mobilität** des Belüftungssystems als vorteilhaft. Im Gegensatz zu kommerziellen Belüftungssystemen sind bei dem in dieser Arbeit entwickelten und realisierten System weder Einbauten im Teich (z.B. Fundament) noch Anbauten am Teich (z.B. Traggerüst) notwendig. Das bedeutet, daß jeder beliebige Abwasserteich mit diesem Druckbelüftungssystem ausgerüstet werden kann; der Aufwand hierzu ist relativ gering.

Als Schlußfolgerung aus den numerisch gewonnenen **Ergebnissen zur einphasigen Strömung im Abwasserteich** (Fall der natürlichen Belüftung, Kapitel 8.1, **Bild 51** und **Bild 52**) zeigt sich eine Kurzschlußströmung vom Zulauf zum rechten Ablauf. Sie ist weniger wegen der geringen Durchmischung des

Abwasserteichs kritisch, sondern eher wegen der stark unterschiedlichen und zum Teil stark **verkürzten Verweilzeit des Abwassers im natürlich belüfteten Abwasserteich**. Anhand der Ergebnisse in **Bild 51** und **Bild 52** für die **zwei Betriebszustände** (vgl. Kapitel 6.1) läßt sich die kürzeste Verweilzeit im Abwasserteich berechnen zu:

- ca. 3,2 d bei $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4}$ m/s (Abwasservolumenstr. $0,3 \text{ m}^3/\text{h}$) und
- ca. 1,4 d $5,0 \times 10^{-4}$ m/s ($0,6 \text{ m}^3/\text{h}$).

Diese Ergebnisse liegen unter der mindest erforderlichen Verweilzeit von 20 d (s. Kapitel 2.1) des Abwassers in natürlich belüfteten Abwasserteichen. Diese numerisch ermittelten Verweilzeit-Ergebnisse werden auch durch hier nicht dokumentierte Lithium-Tracer-Versuche bestätigt.

Die Verweilzeit des Abwassers im Abwasserteich wird durch die technische Belüftung aufgrund der Durchmischungseffekte der druckbelüftungsinduzierten Zirkulationsströmung zugunsten der Ablaufqualität erheblich erhöht. Dies wird durch die numerisch gewonnenen **Ergebnisse zur Gesamtströmung im technisch belüfteten Abwasserteich** (Kapitel 8.3, **Bild 96...Bild 111**) belegt. In dieser Bildserie wird weiterhin deutlich, daß es durch das im Verhältnis zum Belüftungsvolumen große Abwasserteichvolumen relativ lange dauert (ca. 60 min), bis sich im Abwasserteich ein stationäres Geschwindigkeitsfeld einstellt.

Da die durch die zweiphasige Strömung induzierte Strömungsgeschwindigkeit im Abwasserteich drei Zehnerpotenzen höher ist als die eigentliche Durchströmungsgeschwindigkeit, ergibt sich, daß der **zugeführte Abwasservolumenstrom** nur einen **geringen Einfluß auf das Geschwindigkeits- und Sauerstoffmassenkonzentrations-Feld** hat. Dagegen hat der **Betriebszustand** (40 oder 60 Hz SKV-Spannungsfrequenz) **entscheidenden Einfluß**. Dies geht aus dem Vergleich von **Bild 100** und **Bild 101** mit **Bild 106** und **Bild 107** hervor (bei $f_{\text{SKV.U}} = 40$ Hz wird das Wasser im Abwasserteich langsamer mit Sauerstoff anreichert als bei $f_{\text{SKV.U}} = 60$ Hz).

Sowohl die numerischen als auch die experimentellen Untersuchungen belegen, daß die **Strömungsgeschwindigkeiten unter den Membranrohrbelüftern relativ gering** sind. Dies wird bestätigt durch die Erfahrung, daß durch die Belüftung **kein Schlamm von der Teichsohle aufgewirbelt** wird. Eine Schlammaufwirbelung mit anschließendem Austragen von Schlamm durch den Ablauf würde die Ablaufwerte erheblich verschlechtern. Weiterhin kann durch eine geringe Sauerstoffkonzentration im Bereich der Teichsohle die dort vorherrschende anaerobe Zone (s. **Bild 7**) aufrechterhalten werden. Dies stabilisiert den Schlamm und fördert den weitergehenden Abbau von organischen Stoffen.

11 Ausblick

Weiterführende Arbeiten im Rahmen der **numerischen Untersuchung der zweiphasigen Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter** sind vor allem in der Anwendung des **Volume-of-Fluid-Modells** (s. Kapitel 2.2) zu empfehlen. Ein Ergebnis solcher Untersuchungen wäre die Beschreibung der **Luftblasenform** einschließlich ihrer Entstehung. Problematisch würde sich dabei die Diskretisierung darstellen. Es sollte mit fein auflösenden Gittern und Diskretisierungsschemen zweiter Ordnung gearbeitet werden, da sonst durch numerische Diffusion der Volumenanteil der Luft schwinden würde. Weiterhin sollten sog. Schärfungsalgorithmen für den Volumenanteil verwendet werden. Weiterzuentwickeln sind Grenzflächenspannungs-Modelle, da der Grenzflächenspannung eine entscheidende Rolle bei der Luftblasenform zukommt. Es sind mit der Software FLUENT [94] bereits Testrechnungen durchgeführt worden. Das 2D-Gitter (Geometrie nach **Bild 34**) hat dabei ca. 900.000 Zellen. Die Zeitschrittweite hat 10^{-6} s betragen. Der Aufstieg der Luftblasen im Luftblasenschwarm kann durch das Volume-of-Fluid-Modell nur begrenzt wiedergegeben werden, da die Relativgeschwindigkeit der Luftblasen zur Wassergeschwindigkeit an der Phasengrenzfläche mit nur einem Satz Transportgleichungen und ohne Phasenwechselwirkungsterm nur unvollständig aufgelöst wird.

Die **Berücksichtigung der freien Wasseroberfläche** bei weiterführenden **numerischen Untersuchungen der zweiphasigen Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter** stellt ebenfalls einen forschungswürdigen Aspekt dar. Dafür müßte das EULER-LAGRANGE- mit dem Volume-of-Fluid-Modell oder das EULER-EULER- mit dem Volume-of-Fluid-Modell kombiniert werden. Für die **Kombination EULER-LAGRANGE- mit dem Volume-of-Fluid-Modell** sind bereits Testrechnungen mit der Software STAR-CD [92] durchgeführt worden. Problematisch ist dabei die geringe Zeitschrittweite, welche die Rechenzeit im Vergleich zu den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen nochmals etwa verdoppelt. Eine weitere Möglichkeit für die Berücksichtigung der freien Wasseroberfläche wäre die ausschließliche Verwendung des EULER-EULER-Modells in der Anwendung: kontinuierliche Phasen Wasser und Luft und dispers verteilte Phase Luftblasen. Hierzu muß ein Phasenwechselwirkungsterm bzw. ein Widerstandsbeiwert für die Wasseroberfläche gefunden werden. Weiterhin müssen Wege für die Verringerung der numerischen Diffusion gefunden werden. Daran scheiterten bisher durchgeführte Testrechnungen mit der Software CFX 4.4 [93].

Um den **Einfluß von Wind auf die einphasige Strömung im Abwasserteich** (natürlich belüfteter Abwasserteich) festzustellen, wären **numerische Untersuchungen** unter **Berücksichtigung der freien Wasseroberfläche** sinnvoll. Hierzu würde das **Volume-of-Fluid-Modell** zur Anwendung kommen. Die Ergebnisse könnten allerdings nur qualitativen Charakter besitzen, da bei dem

Volume-of-Fluid-Modell die Abwasserteichoberfläche die gleiche Strömungsgeschwindigkeit wie der Wind an der Wasseroberfläche hätte; in Realität tritt an der Phasengrenzfläche aber eine Relativgeschwindigkeit auf. Es tritt also dieselbe bereits oben angesprochene Problematik, nur ein Satz Transportgleichungen und kein Phasenwechselwirkungsterm, auf.

Für weiterführende Arbeiten zu den **punktuellen** Strömungs-Geschwindigkeitsmeßverfahren bei den **experimentellen Untersuchungen der zweiphasigen Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter** stellt die Erarbeitung von **Erkennungs- und Auswertungsalgorithmen für DOPPLER-Bursts**, die von **Luftblasen** herrühren, einen lohnenden Forschungsaspekt dar. Hierzu wäre ein LDV in Vorwärtsstreuanordnung zu verwenden. Weiterhin stellt die Anwendung der **Phase-DOPPLER Velocimetry** (s. Kapitel 2.3) eine Möglichkeit dar, neben der Strömungsgeschwindigkeit der Luftblasen noch den Luftblasendurchmesser zu erfassen. Hierbei ist allerdings einschränkend festzustellen, daß die in dieser Arbeit auftretenden Luftblasen für die Anwendung dieser Meßtechnik relativ groß sind.

Weiterführende Arbeiten zu den **flächigen** Strömungs-Geschwindigkeitsmeßverfahren bei den **experimentellen Untersuchungen der zweiphasigen Strömung im Nahfeld der Membranrohrbelüfter** stellt die Realisierung von **Luftblasenerkennungs-Algorithmen** ähnlich der Maskentechnik (s. Kapitel 2.3) innerhalb der **PIV** dar. Hierbei wäre die Luftblasengeschwindigkeit mit der Anwendung der Autokorrelation zu detektieren. Zur Orientierungserkennung der Geschwindigkeitsvektoren würde ein Image-Shifting-System zum Einsatz kommen. Weiterhin könnte bei Anwendung der **Laser-Induced Fluorescence** (s. Kapitel 2.3) in weiterführenden Arbeiten die Phasendetektion durch die fluoreszierenden Tracerpartikel bewerkstelligt werden. Hier könnte als Erweiterung die Sauerstoffverteilung im Wasser detektiert werden.

Für den **natürlich belüfteten Abwasserteich** könnte durch Einbringung von mehreren **Folien-Trennwänden die Strömung labyrinthförmig zum Ablauf** geführt werden. Dadurch wäre die Kurzschlußströmung unterbunden und eine größere Verweilzeit des Abwassers im Abwasserteich gewährleistet. Durch diese Modifikation würde ein einzelner Abwasserteich näherungsweise zur einer **mehrstufigen Teichanlage**.

Für den **technisch belüfteten Abwasserteich** könnte eine einzelne **Folien-Trennwand einen Bereich ohne technische Belüftung** sicherstellen, durch die dann eine relativ große anaerobe Zone geschaffen würde. Dadurch könnte eine teilweise **Denitrifizierung** des Abwassers realisiert werden.

Schlußendlich soll noch erwähnt werden, daß aufgrund der vorliegenden Ergebnisse **ingenieurmäßige Richtlinien** zu erarbeiten sind, nach denen ein natürlich belüfteter Abwasserteich wirtschaftlich in einen technisch belüfteten umgerüstet werden kann.

12 Zusammenfassung

In dieser Arbeit handelt es sich um die numerische und experimentelle Untersuchung der ein- und zweiphasigen Strömung in einem technisch belüfteten Abwasserteich. Die Untersuchungen sind im Rahmen des von der Technischen Universität Berlin geförderten Interdisziplinären Forschungsprojekts IFP 6/21 „**Mit Wind- und Solarenergie belüftete Abwasserteiche**“ durchgeführt worden. Dabei wird ein teilgetauchtes Druckbelüftungssystem in einem vormals mit Schadstoffen überlasteten, natürlich belüfteten Abwasserteich für 80 Einwohner in Groß-Flotow (Landkreis Waren an der Müritz) während einer 18-monatigen Testphase eingesetzt.

Das mit diskontinuierlichem Energieangebot aus Wind und Sonne betriebene **Druckbelüftungssystem** besteht aus kommerziellen Komponenten, im wesentlichen aus einem Seitenkanalverdichter und Membranrohrbelüftern, die an Bojen befestigt sind. Das Kennfeld und die Sauerstoffzufuhr bzw. der Sauerstofftrag des Druckbelüftungssystems werden experimentell untersucht. Es zeigt sich ein relativ **weiter Betriebsbereich** mit relativ hohem Wirkungsgrad des Seitenkanalverdichters und relativ hohem Gütegrad des Belüftungssystems. Weiterhin zeichnet sich das teilgetauchte Belüftungssystem durch hohe Betriebssicherheit und Mobilität aus.

Durch die Druckbelüftung entsteht eine zweiphasige Strömung im Abwasserteich. Die zweiphasige Strömung ist gekennzeichnet durch den **Luftblasenaufstieg** von ellipsoid verformten, spiralförmig pendelnd aufsteigenden Luftblasen ($d_B = 2,2$ mm, äquivalent zu kugelförmigen Luftblasen) im **Luftblasenschwarm**. Der Luftblasenaufstieg induziert eine **Wasserströmung**. Die strömungsrelevanten Kennzahlen betragen $Re_B \approx 700$, $E_o \approx 0,65$ und $\alpha = 0,00 \dots 0,15$.

Die **zweiphasige Strömung** wird **numerisch** mit Hilfe des **EULER-LAGRANGE-** und des **EULER-EULER-Zweiphasenmodells** untersucht. Dabei kommen die kommerziellen Software-Programme (Finite-Volumen-Methoden) STAR-CD und CFX 4.4 zur Anwendung. Das EULER-LAGRANGE-Modell wird um Aspekte der Luftblasenschwarm- und Turbulenzmodellierung modifiziert und erweitert. Für die Modellierung der Stoffübertragung von Sauerstoff aus den Luftblasen in das Wasser ist das Penetrationsmodell für Luftblasenschwärme in die Software implementiert worden. Die numerischen Untersuchungen werden mit zwei Gittern, welche die Teilbereiche der Druckbelüftung im Abwasserteich darstellen, und jeweils zwei Betriebszuständen (gekennzeichnet durch zwei Luftvolmenströme) durchgeführt. Die vor allem bei Anwendung des EULER-LAGRANGE-Modells auftretenden relativ hohen Rechenzeiten sind durch die Bildung von sog. Luftblasengruppen bei nur relativ geringfügig abweichenden Ergebnissen erheblich reduziert worden.

Um die **numerisch** gewonnenen **Ergebnisse** zu **validieren**, werden die beiden laseroptischen Strömungs-Geschwindigkeitsmeßverfahren **Laser-DOPPLER Velocimetry** und **Particle-Image Velocimetry** angewendet. Hierzu dient ein aquarienähnliches Versuchsbecken, das in guter Näherung den numerischen Gittern

entspricht und in dem die beiden Luftvolumenströme realisiert werden, bei denen die numerischen Untersuchungen durchgeführt werden. Mit der Laser-DOPPLER Velocimetry sind die Geschwindigkeiten der Phase Wasser gemessen worden. Bei der Anwendung der Particle-Image Velocimetry ist durch Geschwindigkeits-Filterung nach der Durchführung einer ersten Kreuzkorrelation der Doppelaufnahmen eine Phasentrennung von Wasser und Luft (Luftblasen) erreicht worden, so daß beide Geschwindigkeitsfelder bestimmt sind.

In Anbetracht der Komplexität der untersuchten zweiphasigen Strömung ist die **Übereinstimmung** von **numerisch** und **experimentell** gewonnenen Ergebnissen, sowohl hinsichtlich der Wiedergabe einiger physikalischer Phänomene als auch hinsichtlich der Geschwindigkeitsbeträge, im ingenieurwissenschaftlichen Rahmen **zufriedenstellend**.

Der **Abwasserteich** wird zum einen für den Fall der **natürlichen Belüftung** und zum anderen für den Fall der **technischen Belüftung** numerisch untersucht. Bei der Strömung im technisch belüfteten Abwasserteich handelt es sich um die durch Zu- und Ablauf beeinflusste Durchströmung und die belüftungsinduzierte Zirkulationsströmung. Für die Berücksichtigung der Zirkulationsströmung ist eine Black-Box-Modellierung, die im wesentlichen aus der Übertragung von den EULER-LAGRANGE-Ergebnissen auf den Abwasserteich besteht, vorgenommen worden.

Bei dem **natürlich belüfteten Abwasserteich** kommt es aufgrund der Kurzschlußströmung zu unerwünscht **geringen Verweilzeiten** im Abwasserteich. Für den **technisch belüfteten Abwasserteich** zeigt sich, daß es durch das im Verhältnis zum Belüftungsvolumen große Abwasserteichvolumen relativ lange dauert, bis sich im Abwasserteich ein stationäres Geschwindigkeitsfeld einstellt. Weiterhin ist die durch die zweiphasige Strömung induzierte Strömungsgeschwindigkeit im Abwasserteich drei Zehnerpotenzen höher als die eigentliche Durchströmungsgeschwindigkeit. Daraus folgt, daß der zugeführte **Abwasservolumenstrom** nur einen **geringen** und der **Luftvolumenstrom** der Belüftung einen **hohen Einfluß** auf das Geschwindigkeits- und Sauerstoffmassenkonzentrations-Feld im Abwasserteich besitzt. Es wird gezeigt, daß die Strömungsgeschwindigkeiten unter den Membranrohrbelüftern relativ gering sind, sodaß keine Gefahr von unerwünschter Schlamm aufwirbelung von der Teichsohle besteht. Das Ziel, bei gleicher Ablaufgüte wesentlich kürzere Verweilzeiten bei technischer Belüftung gegenüber natürlicher zu erreichen, ist vollständig erfüllt worden.

Die Arbeit endet mit einem **Ausblick**, der sich im wesentlichen auf die Untersuchung der zweiphasigen Strömung bezieht. Sowohl weiterführende numerische Methoden für die Luftblasenentstehung und die Berücksichtigung der freien Wasseroberfläche als auch weiterführende experimentelle Methoden für eine sicherere Detektion der Phasengrenzfläche Luftblasen-Wasser, um die Meßunsicherheiten der laser-optischen Meßverfahren zu reduzieren, werden vorgeschlagen.

13 Nomenklatur

Symbol	Einheit	Bedeutung
A	m ²	Fläche, Gl. (92)
Ar	1	ARCHIMEDES-Zahl, Gl. (35)
A _B	m ²	Spantfläche einer Luftblase ($A_B = \pi d_B^2/4$), Gl. (25)
A _d	m ²	Querschnittsfläche der Einlaufmeßdüse, Gl. (159)
A _{B,0}	m ²	Oberfläche einer Luftblase (im Rahmen dieser Arbeit Annahme von kugelförmigen Luftblasen mit $A_{B,0} = \pi d_B^2$), Gln. (51), (115)
a	m	Halbachsenlänge des Rotationsellipsoids in x-Richtung, Gl. (187)
a _s	m	Laserteilstrahlen-Abstand auf der Oberfläche der Sendelinse, Gl. (191)
a _{B,q,max}	m/s ²	Maximale Blasenquerbeschleunigung einer Luftblase, Gl. (136)
Bo	1	BOND-Zahl, Gl. (28)
BSB ₅	mg/l	Biologischer Sauerstoffbedarf, der nach fünf Tagen abgebaut ist, Kapitel 2.1
b	m	Halbachsenlänge des Rotationsellipsoids in y-Richtung, Gl. (188)
Co	1	COURANT-Zahl, Gl. (97)
Co _B	1	COURANT-Zahl einer Luftblase, Gl. (119)
CSB	mg/l	Chemischer Sauerstoffbedarf, Kapitel 2.1
c	m	Halbachsenlänge des Rotationsellipsoids in z-Richtung, Gl. (189)
c	m/s	Lichtgeschwindigkeit, Gl. (180)
c ₀	mg/l	Konzentration an gelöstem Sauerstoff zur Versuchszeit $t = 0$ s, Gl. (172)
c _t	mg/l	Gemessene Sauerstoffkonzentration in Abhängigkeit von der Versuchszeit t , Gl. (172)
c _s	mg/l	Sauerstoffsättigungs-Konzentration, die bei der Auswertung eines Reinwasserversuchs berechnet wird, Gl. (172)
CO ₂	kg _{O₂} /kg _{H₂O}	Massenkonzentration (Massenanteil, Massenbruch) des Sauerstoffs O ₂ bezogen auf Wasser, Gl. (16)

C_{tur}	1	Anteil der Bewegungsleistung der Luftblasen, der in Turbulenzleistung und im weiteren Verlauf in Turbulenzenergie des Wassers umgesetzt wird, Gl. (128)
C_{μ}	1	Modellkonstante der KOLMOGOROV-PRANDTL-Gleichung bzw. des Wirbelviskositätsansatzes, Gl. (81)
$C_{d,0}$	mg/l	Sauerstoffdefizitkonzentration zur Zeit $t = 0$ s: $(c_s - c_0) = C_{d,0}$, Gl. (173)
$C_{d,t}$	mg/l	Sauerstoffdefizitkonzentration zur Zeit t : $(c_s - c_t) = C_{d,t}$, Gl. (173)
$C_{p,B}$	N m/(kg K)	Spezifische Wärmekapazität einer Luftblase bei konstantem Druck, Gl. (116)
$C_{q,1}$	s ² /m ²	Wichtungsbeiwert der turbulenten kinetischen Energie k , Gl. (134)
$C_{q,2}$	kg m ² /s ³	Wichtungsbeiwert des Turbulenzenergieeintrags durch Luftblasen in die Berechnungszelle, Gl. (134)
$C_{q,3}$	1	Wichtungsbeiwert der Pendelbewegung aufgrund der Ellipsoidform der Luftblasen, Gl. (134)
C_{S,O_2}	kg _{O₂} /kg _{H₂O}	Sauerstoffmassen-Sättigungskonzentration ($c_{S,O_2} = 9,06 \times 10^{-6}$ kg _{O₂} /kg _{H₂O}), Kapitel 6.2.1
$C_{S,20}$	mg/l	Sauerstoffsättigungs-Konzentration bei einer Wassertemperatur von 20°C , Gl. (166)
$C_{SS,20}$	mg/l	Tabellierte Standard-Sauerstoffsättigungs-Konzentration bei 20°C und dem Umgebungsdruck p_a in mbar, Gl. (168)
$C_{S,T}$	mg/l	Gemessene Sauerstoffsättigungs-Konzentration bei der jeweiligen Wassertemperatur T , Gl. (168)
$C_{SS,T}$	mg/l	Standard-Sauerstoffsättigungs-Konzentration bei der jeweiligen Wassertemperatur T , Gl. (168)
$C_{\epsilon,1}, C_{\epsilon,2}$	1	Modellkonstanten des k-e-Turbulenzmodells, Gl. (78)
$C_{O_2,B,O}$	kg _{O₂} /kg _{H₂O}	Massenkonzentration (Massenanteil, Massenbruch) des Sauerstoffs bezogen auf Wasser auf der Oberfläche einer Luftblase, Gl. (51)
$C_{S,T-TDS}$	mg/l	Verringerte Sauerstoffsättigungs-Konzentration (um den Gehalt TDS an gelösten Salzen im Versuchsbecken) bei der jeweiligen Wassertemperatur T , Gl. (170)
D_2	m	Druckstutzen-Durchmesser des Seitenkanalverdichters, Gl. (163)
D_2	m	Laufradaußendurchmesser des Seitenkanalverdichters,

		Gl. (202)
D_d	m	Durchmesser der Einlaufmeßdüse, Gl. (160)
D_m	m^2/s	Molekularer Diffusionskoeffizient von Sauerstoff in Reinwasser und von Reinwasser in Sauerstoff (hier $D_m = 2,09 \times 10^{-9} m^2/s$), Gl. (16)
D_t	m^2/s	Turbulenter Diffusionskoeffizient, Gl. (22)
d_B	m	Luftblasendurchmesser (im Rahmen dieser Arbeit äquivalent zu kugelförmigen Luftblasen), Gl. (24)
d_S	m	Strahldurchmesser der Laserteilstrahlen, Gl. (186)
d_{MV}	m	Durchmesser des Meßvolumens, Gl. (186)
E_o	1	EÖTVÖS-Zahl, Gl. (28)
$E_{B.tur}$	W s	Obere Abschätzung der durch Luftblasen in das Wasser eingetragene Turbulenzenergie, Gl. (127)
e_E	1	Richtungsvektor des Empfangslichts, Gl. (181)
e_S	1	Richtungsvektor des Sendelichts, Gl. (180)
Fl	1	Fluidkennzahl, Gl. (36)
Fl^*	1	Erweiterte Fluidkennzahl, Gl. (34)
Fr	1	FROUDE-Zahl, Gl. (31)
Fr^*	1	Erweiterte FROUDE-Zahl, Gl. (28)
F_A	N	Auftriebskraft, Gl. (23)
F_f	N	Feldkraft, Gl. (108)
F_p	N	Druckkraft, Gl. (108)
F_W	N	Widerstandskraft, Gln. (23), (108)
F_{vm}	N	Virtuelle Massenkraft, Gl. (108)
F_{Zus}	N	Zusatzkräfte, Gl. (108)
$F_{q,max}$	N	Maximal aufzubringende Querkraft, Gl. (134)
$F_{q,x}, F_{q,y}$	N	Zusätzliche Querkraft auf eine Luftblase für die x-Koordinate bzw. y-Koordinate, Gl. (134)
f_P	m/s^2	Phasenwechselwirkung, Gl. (106)
$f_{SKV.U}$	Hz	Seitenkanalverdichter-Spannungsfrequenz
f	m	Brennweite der Sendelinse, Gl. (186)
f	m/s^2	Feldkraft
f_D	Hz	DOPPLER-Frequenz, Gl. (177)
f_E	Hz	Empfänger-Frequenz (Photodetektor) des Laserlichts,

		Gl. (179)
f_P	Hz	Frequenz des von den P artikeln reflektierten (gestreuten) Laserlichts, Gl. (180)
f_S	Hz	Frequenz des S enders (Laserlicht), Gl. (179)
f_S	m	Korrigierte Brennweite (Meßvolumen-Abstand von der Oberfläche der S endelinse), Gl. (191)
$f_{B,P}$	Hz	P endelfrequenz der Luft b lasen, Gl. (39)
G_a	1	GALILEI-Zahl, Gl. (35)
g	m/s^2	Fallbeschleunigung ($g = 9,81 m/s^2$)
H	N m/mol	HENRY-Konstante, Gl. (43)
h	m	Installationstiefe der Membranrohrbelüfter, Gl. (169)
h_B	(N m)/kg	Spezifische Latenzwärme der Luftblase, Gl. (116)
$h_{RN,GAUSS}$	1	Relative Häufigkeit der normiert und zentriert GAUSS-verteiltern Zufallszahl (RN R andom N umber), Gl. (130)
Δh	m	Wassertiefendifferenz zur hier angewendeten Membranrohrbelüfter-Installationstiefe, Gl. (201)
i	A	Stromstärke
k	m^2/s^2	Spezifische turbulente kinetische Energie, Gl. (77)
k_L	m/s	Flüssigkeitsseitiger (wasserseitiger) Stoffübertragungskoeffizient, Gl. (43)
k_{La20}	h^{-1}	Belüftungskoeffizient für Reinwasser bei einer Wassertemperatur von 20°C , Gl. (166)
k_{LaT}	h^{-1}	Belüftungskoeffizient für Reinwasser bei der Wassertemperatur T , Gl. (167)
$k_{L,Sch}$	m/s	Flüssigkeitsseitiger Stoffübertragungskoeffizient einer Luftblase im Blasens sch warm, Gln. (49), (115)
l	m	Länge
M	1	Abbildungsmaßstab, Gl. (198)
M	N m	Wellendrehmoment des Seitenkanalverdichters, Gl. (165)
Mo	1	MORTON-Zahl, Gl. (34)
\dot{M}_{O_2}	$kg/(m^2s)$	Massenstromdichte des Sauerstoffs, Gl. (16)
m_B	kg	Masse einer Luftblase, Gl. (108)
m_d	kg	Masse der d ispers verteilten Luftblasen in der Berechnungszelle, Gl. (146)

\dot{m}_{B,O_2}	kg _{O₂} /s	Massenstrom des Luftsauerstoffs aus einer Luftblase in das Reinwasser, Gl. (51)
$\dot{m}_{B,Sch.O_2}$	kg _{O₂} /s	Massenstrom des Luftsauerstoffs aus einer Luftblase im Blasenschwarm in das Reinwasser, Gln. (52), (115)
N	1	Anzahl der Interferenzstreifen im Meßvolumen, Gl. (190)
N	1	Anzahl der Luftblasen in einer Berechnungszelle, Gl. (124)
n	min ⁻¹	Wellendrehzahl des Seitenkanalverdichters, Gl. (202)
n _A	1	Brechungsindex von A crylglas, Gl. (192)
n _B	1	Anzahl der Luftblasen in der Berechnungszelle, Gl. (147)
n _L	1	Brechungsindex von L uft, Gl. (192)
n _W	1	Brechungsindex von W asser, Gl. (192)
OC	kg _{O₂} /h	Sauerstoffzufuhr (O xxygenation C apacity) in Reinwasser, Kapitel 2.1
OP	kg _{O₂} /kWh	Sauerstoffertrag (O xxygenation P ower) in Reinwasser, Kapitel 2.1
P	W	Wellenleistungsbedarf des Seitenkanalverdichters, Gl. (204)
Pe	1	PECLET-Zahl, Gl. (55)
P _B	W	Eingetragene Leistung einer Luftblase in das Wasser, Gl. (125)
P _u	W	Strömungsleistung (u usefull), Gl. (163)
P _{el}	W	Aufgenommene e lektrische Leistung des Seitenkanalverdichter-Motors
P _{B,turb}	N m/s	Turbulenzleistung (Bewegungsleistungsanteil), von den Luftblasen in das Wasser aufgrund von turbulenter Bewegung eingetragen, Gl. (128)
p	N/m ²	Druck
p ₂	N/m ²	Statischer Druck im Druckstutzen des Seitenkanalverdichters, Gl. (163)
p _a	N/m ²	Luftdruck, Umgebungsdruck (a ambient), Gl. (157)
p _d	N/m ²	Druck in der Einlaufmeßdüse, Gl. (157)
Δp _{II}	N/m ²	Druck-Parallelverschiebung der Membranrohrbelüfter-Kennlinie, Gl. (201)
p _{tot}	N/m ²	T otaldruckerhöhung des Seitenkanalverdichters, Gl. (203)
Δp	kW	Druckerhöhung der Luft bei Förderung durch den Seitenkanalverdichter, Kapitel 5.1.1.1

Q	m ³ /s	Luftvolumenstrom des Seitenkanalverdichters, Gl. (160)
R	1	Mittelpunkt
R	N m / (mol K)	Universelle Gaskonstante ($R = 8,314 \text{ N m/mol K}^{-1}$), Gl. (43)
Re	1	REYNOLDS-Zahl
Re _B	1	Luftblasen-REYNOLDS-Zahl, Gl. (32)
R _{Luft}	m ² /(s ² K)	Spezielle Gaskonstante von Luft ($R_{\text{Luft}} = 287 \text{ m}^2/\text{s}^2 \text{ K}^{-1}$), Gl. (158)
R _Φ		Normierte Residuensumme für die Variable (Transportgröße) F , Kapitel 4.1.2
RN _{q,x} , RN _{q,y}	1	Normiert gleichverteilte Zufallszahl für die x -Koordinate bzw. y -Koordinate, Gln. (134), (135)
RN _{q,t,x} , RN _{q,t,y}	1	Normiert gleichverteilte Zufallszahl für die x -Koordinate bzw. y -Koordinate, Gln. (137), (138)
RN _{GAUSS}	1	GAUSS-verteilte Random Number , normiert und zentriert normalverteilte Zufallszahl, Gl. (129)
r	m	Rotationsradius, Gl. (114)
Sh	1	SHERWOOD-Zahl, Gl. (53)
Sr	1	STROUHAL-Zahl, Gl. (39)
Sc	1	SCHMIDT-Zahl, Gl. (54)
Sc _t	1	Turbulente SCHMIDT-Zahl, Gl. (88)
S _Φ		Quellterm der Transportgröße F , Gl. (89)
s _D	m	Partikelversatzvektor (Partikelverschiebevektor, Displacement), Gl. (198)
S _{Φ,1} , S _{Φ,2}		Koeffizienten des Quellterms, Gl. (101)
T	K	Temperatur
T	K	Temperatur der kontinuierlichen Phase, Gl. (116)
T _a	K	Lufttemperatur der Umgebung, Gl. (158)
T _B	K	Temperatur der Luftblase, Gl. (116)
T _L	°C	Lufttemperatur ($T_L = 20^\circ\text{C}$), Kapitel 6.2.1
T _W	°C	Wassertemperatur ($T_W = 20^\circ\text{C}$), Kapitel 6.1
T _{B,O}	K	Oberflächentemperatur der Luftblase, Gl. (116)
TDS	mg/l	Gehalt an gelösten Salzen im Versuchsbecken, Gl. (170)
t	s	Zeit

t_E	s	Relaxationszeiten der Energieerhaltung der Luftblase, Gl. (118)
t_e	s	Lebensdauer des Turbulenzballens, Gl. (131)
t_i	s	Interaktionszeit , Wirkzeit der Schwankungsgeschwindigkeit auf die Luftblase, Gl. (131)
t_I	s	Relaxationszeiten der Impulserhaltung der Luftblase, Gl. (118)
t_M	s	Relaxationszeiten der Massenerhaltung der Luftblase, Gl. (118)
t_t	s	Verweilzeit der Luftblase im Einflußgebiet eines Turbulenzballens für das turbulente Dispersionsmodell, Gl. (131)
t_v	s	Verweilzeit für das Penetrationsmodell, Gl. (45)
$t_{B,0}$	s	Zeitpunkt des Eintritts der Luftblase in die Berechnungszelle, Gl. (127)
$t_{q,x}, t_{q,y}$	s	Wirkdauer der zusätzlichen Querkräft für die x -Koordinate bzw. y -Koordinate, Gln. (137), (138)
$t_{B,end}$	s	Zeitpunkt des Austritts der Luftblase aus der Berechnungszelle, Gl. (127)
$t_{q,max},$ $t_{q,min}$	s	Maximale bzw. minimale Wirkdauer der zusätzlichen Querkräft , Gl. (137)
Δt	s	Zeitschrittweite der Diskretisierung der kontinuierlichen Phase, Kapitel 4.1.2
Δt	s	Zeitschrittweite, Gl. (97)
Δt	s	Zeit zwischen den zwei Belichtungen (Pulsabstand des Lasers), Gl. (198)
Δt_B	s	Zeitschrittweite der Integration der Luftblasen-Erhaltungsgleichungen , Gl. (117)
Δt_c	s	Zeit der Luftblase in der Berechnungszelle, Gl. (118)
Δt_{Dezi}	s	Zeitintervall, während dessen die Sauerstoffdefizitkonzentration um eine Dekade (Dezi , eine Zehnerpotenz) abnimmt, Gl. (175)
u	V	Spannung
V	m^3	Volumen
V_B	m^3	Volumen einer Luftblase ($V_B = \pi d_B^3/6$), Gl. (24)
V_d	m^3	Volumen der dispers verteilten Luftblasen in der

		Berechnungszelle, Gl. (139)
V_W	m^3	Volumen des W assers, Gl. (40)
v	m/s	Geschwindigkeit
v_2	m/s	Strömungsgeschwindigkeit im Druckstutzen des Seitenkanalverdichters, Gl. (163)
v_B	m/s	Luft b lasen-Geschwindigkeit, Gln. (26), (108)
v_d	m/s	Strömungsgeschwindigkeit in der Einlaufmeß d üse, Gl. (157)
v_d	m/s	Geschwindigkeit der d ispers verteilten Luftblasen, Gl. (144)
v_{\perp}	m/s	Geschwindigkeitskomponente der mitgeführten lichtstreuenden Partikel senkrecht zu den Interferenzstreifen, Gl. (177)
v_{vol}	m/s	V olumetrisch gemittelte Geschwindigkeit
$v_{B,rel}$	m/s	R elativgeschwindigkeit der Luftblasen zur Wassergeschwindigkeit bzw. Aufstiegs geschwindigkeit der Luftblasen in ruhendem Wasser, Gl. (25)
$v_{B,Sch,rel}$	m/s	R elativgeschwindigkeit einer Luftblase im Blasens sch warm zur Wassergeschwindigkeit bzw. Aufstiegs geschwindigkeit einer Luftblase im Blasenschwarm in ruhendem Wasser, Gl. (41)
We	1	WEBER-Zahl, Gl. (28)
$x_{B,i}$	m	Richtungsvektor der Luftblase, Gl. (124)
Δx	m	Kantenlänge des Volumenelementes, Gl. (97)
Δx	m	Interferenzstreifenabstand im Schnittvolumen der Laser teilstrahlen, Gl. (177)
$Y_{B,tur}$	W/kg	Massenspezifische Turbulenzleistung, von den Luft b lasen in das Wasser aufgrund von t urbulenter Bewegung eingetragen, Gl. (134)
z	m	Geodätische Höhe, Gl. (9)
z_a	m	Geodätische Höhe der Umgebung, Gl. (157)
z_d	m	Geodätische Höhe der Einlaufmeß d üse, Gl. (157)
α	1	Durchflußzahl der Einlaufmeßdüse, Gl. (162)
α	1	Volumenanteil der Luft, Gln. (40), (103)
α	Grad	Winkel der Konzentrationsgeraden, Bild 18
α	N K/(s m)	Wärmeübertragungskoeffizient, Gl. (116)
β	1	Volumenanteil des Wassers, Gl. (104)

β_G	m/s	Stoffübergangskoeffizient der G asphase (Luft), Gl. (43)
β_L	m/s	Stoffübergangskoeffizient der Flüssigphase (Wasser), Gl. (43)
$\beta_{L.Sch}$	m/s	Stoffübergangskoeffizient einer Luftblase im Blasens sch warm, Gl. (49)
ε	1	Expansionszahl der Luft, Gl. (162)
ε	m^2/s^3	Turbulente Dissipationsrate der spezifischen turbulenten kinetischen Energie k , Gl. (77)
Φ		Massenbezogene Transportgröße, Gl. (89)
Γ_Φ		Diffusionskoeffizient der Transportgröße Φ , Gl. (89)
η	1	Seitenkanalverdichter-Wirkungsgrad, Gl. (164)
η_d	$N\ s/m^2$	Dynamische Viskosität der dispers verteilten Luftblasen, Gl. (149)
η_m	$N\ s/m^2$	Dynamische M ischviskosität, Gl. (150)
η_W	$N\ s/m^2$	Dynamische Viskosität des W assers ($\eta_W = 1,0 \times 10^{-3}\ N\ s/m^2$), Gl. (32)
λ	1	Koeffizient, Gl. (199)
λ	m	Wellenlänge des Laserlichts, Gl. (178)
λ_L	m	Wellenlänge des Laserlichts in L uft, Gl. (195)
λ_W	m	Wellenlänge des Laserlichts in W asser, Gl. (195)
λ_Φ	1	Toleranz für die Variable (Transportgröße) F , Kapitel 4.1.2
ν	m^2/s	Kinematische Viskosität, Gl. (12)
ν_L	m^2/s	Kinematische Viskosität der L uft ($\nu_L = 15,15 \times 10^{-6}\ m^2/s$), Kapitel 6.2.1
ν_W	m^2/s	Kinematische Viskosität des W assers ($\nu_W = 1,0 \times 10^{-6}\ m^2/s$), Gl. (32)
ν_t	m^2/s	T urbulente kinematische Viskosität, Gl. (76)
ν_{ges}	m^2/s	G esamte Viskosität, Gl. (76)
$\nu_{t.B}$	m^2/s	Zusätzliche kinematische Viskosität, die durch die L uft bl aseninduzierte T urbulenz im Wasser auftritt, Gl. (154)
θ	Grad	Schnittwinkel der Laserteilstrahlen, Gl. (178)
θ_A	Grad	Strahlschnittwinkel in A crylglas, Gl. (192)
θ_L	Grad	Strahlschnittwinkel in L uft, Gl. (192)
θ_W	Grad	Strahlschnittwinkel in W asser, Gl. (192)

ρ	kg/m^3	Dichte
ρ_2	kg/m^3	Luftdichte im Druckstutzen des Seitenkanalverdichters, Gl. (163)
ρ_a	kg/m^3	Luftdichte in der Umgebung, Gl. (157)
ρ_d	kg/m^3	Dichte der dispers verteilten Luftblasen, Gl. (145)
ρ_L	kg/m^3	Dichte von Luft ($\rho_L = 1,25 \text{ kg/m}^3$), Kapitel 6.2.1
ρ_W	kg/m^3	Dichte von Wasser ($\rho_W = 1000 \text{ kg/m}^3$), Gl. (24)
$\rho_{\text{H}_2\text{O}}$	kg/m^3	Dichte von Reinwasser ($\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 1000 \text{ kg/m}^3$), Gln. (16), (51)
$\Delta\rho$	kg/m^3	Differenz der Dichten von Wasser ($\rho_W = 1000,00 \text{ kg/m}^3$) und Luft ($\rho_L = 1,25 \text{ kg/m}^3$), Gl. (28)
σ	N/m	Grenzflächenspannung zwischen Luft und Wasser ($\sigma = 0,073 \text{ N/m}$), Gl. (28)
σ_ε	1	Modellkonstante des k-ε -Turbulenzmodells, Gl. (78)
σ_k	1	Modellkonstante des k-ε -Turbulenzmodells, Gl. (77)
Ω	m^2/s	Potentialfunktion, Gl. (10)
ω	s^{-1}	Winkelgeschwindigkeit, Gl. (114)
ζ_{vm}	1	Virtueller Massenkoeffizient , Gl. (113)
ζ_{dis}	1	Dispersionskoeffizient , Gl. (156)
$\zeta_{\text{W.B}}$	1	Widerstandsbeiwert der Luftblasen , Gl. (25)
$\zeta_{\text{W.B.Sch}}$	1	Widerstandsbeiwert einer Luftblase im Blasenschwarm , Gl. (42)

Indizes

Bedeutung

a	Ambient , Umgebung
d	Dispers verteilte Phase
E, H, L, N, S, W	Mittelpunkt des benachbarten Volumenelements in Richtung East , High , Low , North , South , West
e, h, l, n, s, w	Mittelpunkt der benachbarten Grenzfläche in Richtung East , High , Low , North , South , West
i	Luftblasen-Laufvariable
i	Koordinate bzw. Komponente
j	Koordinate bzw. Komponente

L	Luft
P	Mittelpunkt
W	Wasser, Reinwasser
x	Koordinate bzw. Komponente
y	Koordinate bzw. Komponente
z	Koordinate bzw. Komponente
`	Schwankungswerte
-	Zeitliche Mittelwerte
O ₂	Luftsauerstoff
H ₂ O	Reinwasser
(o)	Old (vorausgehender Zeitschritt)

Abkürzung	Bedeutung
AKF	Autokorrelationsfunktion
ATV	Abwassertechnische Vereinigung
CFD	Computational Fluid Dynamics
CDS	Central-Differenzen-Schema
d	Tag, d ay, Kapitel 2.1
EW	Einwohner, Kapitel 2.1
E-E	EULER-EULER-Zweiphasenmodell
E-L	EULER-LAGRANGE-Zweiphasenmodell
FFT	Fast-FOURIER Transform
IFP	Interdisziplinäres Forschungsprojekt
KKF	Kreuzkorrelationsfunktion
LDV	Laser-DOPPLER Velocimetry
PIV	Particle-Image Velocimetry
SKV	Seitenkanalverdichter
UDS	Upwind-Differenzen-Schema

14 Literaturverzeichnis

- [1] BISCHOF, W.: Abwassertechnik. Verlag: B.G.Teubner, Stuttgart, 1993.
- [2] ATV-Handbuch: Biologische und weitergehende Abwasserreinigung. Verlag: Ernst & Sohn, 4. Auflage, Berlin, 1997.
- [3] IMHOFF, K.: Taschenbuch der Stadtentwässerung. Verlag: Oldenbourg, 25. Auflage., München/Wien, 1979.
- [4] MUDRACK, K.; KUNST, S.: Biologie der Abwasserreinigung. Verlag: G. Fischer, 4. Auflage, 1994.
- [5] v. d. EMDE, W.: Beitrag zu Versuchen zur Abwasserreinigung mit belebtem Schlamm. Veröffentlichungen des Instituts für Stadtbauwesen, TH Hannover, S. 1...25, 1957.
- [6] Abwassertechnische Vereinigung e. V.: Arbeitsblatt A 201, Grundsätze für Bemessung, Bau und Betrieb von Abwasserteichen für kommunales Abwasser. Gesellschaft zur Förderung der Abwassertechnik e.V., 2. Auflage, St. Augustin, 1989.
- [7] Abwassertechnische Vereinigung e. V., Arbeitsgruppe 2.6.3: Abwasserteiche für kommunales Abwasser. Korrespondenz Abwasser, 26. Jahrgang, Heft 8, S. 399...404, 1979.
- [8] Abwassertechnische Vereinigung e. V.: Arbeitsblatt A 200, Grundsätze für die Abwasserentsorgung in ländlich strukturierten Gebieten. Gesellschaft zur Förderung der Abwassertechnik e. V., Hennef, 1997.
- [9] Abwassertechnische Vereinigung e. V.: Arbeitsblatt A 257, Grundsätze für die Bemessung von Abwasserteichen und zwischengeschalteten Tropf- oder Tauchkörpern. Gesellschaft zur Förderung der Abwassertechnik e. V., St. Augustin, 1989.
- [10] SCHLEYPEN, P; WOLF, P.: Reinigungsleistung von unbelüfteten Abwasserteichen in Bayern. Gwf-wasser/abwasser, Heft 3, S. 108...114, 1983.
- [11] SCHLEYPEN, P: Betriebsergebnisse von belüfteten Abwasserteichen in Bayern. Korrespondenz Abwasser, 33. Jahrgang, Heft 9, S. 810...816, 1986.
- [12] DIN 4261: Kleinkläranlagen, Anlagen ohne Abwasserbelüftung, 1984.
- [13] SCHULZE, D.: Ratgeber für die kommunale Abwasserentsorgung. Verlag für Bauwesen, Berlin, 1994.
- [14] BÖHNKE, B.: Belüftete Abwasserteiche. Gewässerschutz-Wasser-Abwasser Nr. 59, 15. Essener Tagung, Aachen, S. 421...451, 1983.

- [15] SCHLEYPEN, P.: Stickstoffumsatz in Abwasserteichen. 11. Wassertechnisches Seminar, Schriftenreihe WAR 31, Institut für Wasserversorgung, Abwasserbeseitigung und Raumplanung, TH Darmstadt, 1987.
- [16] PÖPEL, H.J.; WAGNER, M.: Sauerstoffeintrag und Sauerstofftransport moderner Belüftungssysteme Teil 1: Druckbelüftung. Korrespondenz Abwasser, 5/89, 36. Jahrgang, S.194...457, 1989.
- [17] PÖPEL, H.J.; WAGNER, M.: Sauerstoffeintrag und Sauerstofftransport moderner Belüftungssysteme Teil 2: Oberflächenbelüftung. Korrespondenz Abwasser, 5/89, 36. Jahrgang, S.582...590, 1989.
- [18] ZLOKARNIK, M.: Eignung und Leistungsfähigkeit von Volumenbelüftern für biologische Abwasserreinigungsanlagen. Korrespondenz Abwasser, 3/80, 27. Jahrgang, S.194...209, 1980.
- [19] Interdisziplinäres Forschungsprojekt IFP 6/21 der TU Berlin: Mit Wind- und Solarenergie belüftete Abwasserteiche, 2001.
- [20] Fa. OTT Systeme GmbH & Co: Firmenunterlagen „O₂-Ökonom-Magnum“. Langenhagen, 1998.
- [21] Fa. Gebr. BECKER GmbH & Co: Firmenunterlagen „SKV 7.330-60“. Wuppertal, 1998.
- [22] SCHULZ, H.: Die Pumpen. Springer-Verlag, 13. Auflage, 1977.
- [23] BRAUER, H.: Grundlagen der Einphasen- und Mehrphasenströmung. Verlag: Sauerländer, Aarau und Frankfurt a. M., 1971.
- [24] BRAUER, H.: Stoffaustausch einschließlich chemischer Reaktionen. Verlag: Sauerländer, Aarau und Frankfurt a. M., 1971.
- [25] SIEKMANN, H.: Experiment und Computersimulation in der Strömungstechnik. Experimental Essays – Versuche zum Experiment, Nomos Verlagsgesellschaft, 1. Auflage, S. 209...226, Baden-Baden, 1998.
- [26] SIEKMANN, H.E.: Strömungslehre – Grundlagen. Springer-Verlag, Berlin, 2000.
- [27] SIEKMANN, H.E.: Strömungslehre für den Maschinenbau – Technik und Beispiele. Springer-Verlag, Berlin, 2001.
- [28] SCHADE, H.; KUNZ, E.: Strömungslehre. Verlag: De Gruyter, Berlin, 1989.
- [29] TRUCKENBRODT, E.: Fluidmechanik. Band 1 & 2, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- [30] PRANDTL, L.; OSWATITSCH, K.; WIEGHARDT, K.: Führer durch die Strömungslehre. Verlag: Vieweg, Braunschweig, 1984.
- [31] BOHL, W.: Technische Strömungslehre. Verlag: Vogel Fachbuch, Würzburg, 2002.

- [32] KAFAROW, W.W.: Grundlagen der Stoffübertragung. Akademie-Verlag, Berlin, 1977.
- [33] BAEHR, H.D.; STEPHAN, K.: Wärme- und Stoffübertragung. Springer-Verlag, Berlin, 1998.
- [34] MERSMANN, A.: Stoffübertragung: Wärme- und Stoffübertragung. Springer-Verlag, Berlin, 1986.
- [35] GRASSMANN, P.: Physikalische Grundlagen der Verfahrenstechnik. Verlag: Sauerländer, Aarau und Frankfurt a. M., 1983.
- [36] DECKWER, W.D.: Grundlagen der chemischen Technik. Reaktionstechnik in Blasensäulen. Verlag: Otto Salle, Frankfurt am Main, 1985.
- [37] MERSMANN, A.: Reaktionstechnik und Stoffaustauschtechnik in dispersen Zweiphasensystemen. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1989.
- [38] CLIFT, R.: Bubbles, Drops and Particles. Academic Press, New York, 1978.
- [39] BIRD, R.B.; STEWART, W.E.; LIGHTFOOT, E.N.: Transport Phenomena. John Wilney & Sons, Inc., New York, 1960.
- [40] DANKWERTS, P.V.: Gas Liquid Reactions. New York: McGraw-Hill, 1970.
- [41] HIGBIE, R.: The Rate of Absorption of a Pure Gas into a Still Liquid during Short Periods of Exposure. American Institute Of Chemical Engineers 31, S.365...369, 1935.
- [42] LEWIS, W.K.; WHITMANN, W.G.: Principles of Gas Absorption. Industrial and Engineering Chemistry 16, S. 1215...1220, Washington, 1924.
- [43] GIDASPOW, D.: Multiphase Flow and Fluidization, Continuum and Kinetic Theory Descriptions. Academic Press Inc., San Diego, 1994.
- [44] LIEPE, F.: Verfahrenstechnische Berechnungsmethoden. Teil 4: Stoffver- einigung in fluiden Phasen, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1988.
- [45] LIEPE, F.; SPERLING, R.; JEMBERE, S.: Rührwerke, Theoretische Grundlagen, Auslegung und Bewertung. Eigenverlag Fachhochschule Köthen, Anhalt, 1998.
- [46] SIEMES, W.: Gasblasen in Flüssigkeiten. Teil 1: Entstehung von Gasblasen an nach oben gerichteten kreisförmigen Düsen. Chemie-Ing.- Techn., Heft 8/9, S. 479...496, 1954.
- [47] SIEMES, W.: Gasblasen in Flüssigkeiten. Teil 2: Der Aufstieg von Gas- blasen in Flüssigkeiten. Chemie-Ing.-Techn., Heft 11, S. 614...629, 1954.
- [48] LIEPE, F.; MANTEL, R.; MOHR, K.H.: Untersuchungen zur Aufstiegs- geschwindigkeit von Gasblasen in Flüssigkeiten. Wissen- schaftliche Beiträge, Ingenieurhochschule Köthen, S. 98...101, 1975.

- [49] KATAOKA, I.; SERIZAWA, A.: Basic equations of turbulence in gas-liquid two-phase flow, International Journal of Multiphase Flow, Band 15, Heft 5, S. 843...855, Pergamon, 1989.
- [50] OELLRICH, L.; SCHMITT-TRAUB, H.; BRAUER, H.: Theoretische Berechnung des Stofftransports in der Umgebung einer Einzelblase. Chemical Engineering Science, Band 28, S. 711...721, 1973.
- [51] GLAESER, H.: Berechnung des Impuls- und Stofftransportes durch die Grenzfläche einer formveränderlichen Blase. Dissertation, TU Berlin, 1976.
- [52] BRAUER, H.; THIELE, H.: Bewegung von Partikelschwärmen. Chemie-Ing.-Techn., Heft 13, S. 909...912, 1973.
- [53] MARRUCCI, G.: Rising velocity of a swarm of spherical bubbles. IEC Fundamentals, Band 4, S. 224...225, 1965.
- [54] ISHII, M.; ZUBER, N.: Drag Coefficient and Relative Velocity in Bubbly, Droplet or Particle Flows. American Institute Of Chemical Engineers Journal, Vol. 25, Nr. 5, S. 843...855, 1979.
- [55] SATO, Y.; SEKOGUCHI, K.: Liquid Velocity Distribution in Two-Phase Bubble Flow. International Journal of Multiphase flow, Vol. 2, S. 79...95, Pergamon Press, 1975.
- [56] SATO, Y.; SADATOMI, M.: Momentum and heat transfer in two-phase bubble flow - I International Journal of Multiphase Flow, Band 7, S. 167...177, Pergamon, 1981.
- [57] STEWART, C.W.; CROWE, C.T.: Bubble dispersion in free shear flow. International Journal of Multiphase Flow, Band 19, Heft 3, S. 501...507, Pergamon, 1993.
- [58] KATZ, J.; MENEVEAU, C.: Wake-induced relative motion of bubbles rising in Line. International Journal of Multiphase Flow, Band 22, Heft 2, S. 239...258, Pergamon, 1996.
- [59] TSUCHIYA, K.; OHSAKI, K.; TAGUCHI, K.: Large and small bubbles interaction patterns in a bubble column. International Journal of Multiphase Flow, Band 22, Heft 1, S. 121...132, Pergamon, 1996.
- [60] BACON, R.P.; SCOTT, D.M.; THORPE, R.B.: Large bubbles attached to spargers in downwards two-phase flow (brief communication). International Journal of Multiphase Flow, Band 21, Heft 5, S. 949...959, Pergamon, 1995.
- [61] BARNEA, D.: Transition from annular flow and from dispersed bubble flow – unified models for the whole range of pipe inclinations. International Journal of Multiphase Flow, Band 12, Heft 5, S. 733...744, Pergamon, 1986.

- [62] LUO, H.; SVENDSEN, F.: Theoretical Model for Drop and Bubble Breakup in Turbulent Dispersions. American Institute Of Chemical Engineers Journal, Vol. 42, Nr. 5, S. 1225...1233, 1996.
- [63] HONG, W.H.; BRAUER, H.: Stoffaustausch zwischen Gas und Flüssigkeit in Blasensäulen. VDI-Verlag, VDI Forschungsheft, Düsseldorf, 1984.
- [64] CALDERBANK, P.H.; MOO-YOUNG, M.B.: The continuous phase heat and mass-transfer properties of dispersions. Chemical Engineering Science, Band 16, S. 39...54, 1961.
- [65] REUSS, M.: Stoffübergang in Blasensäulen. Dissertation TU Berlin, 1970.
- [66] ISHII, T.; JOHNSON, A.I.: Mass transfer without and with chemical reaction in dispersed gas/liquid twophase flows. Cam. J. Chem. Eng., Band 48, S. 56...63, 1970.
- [67] FERZIGER, J.H.; PERIC, M.: Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer-Verlag, Berlin, 1996.
- [68] SCHÖNUNG, B.E.: Numerische Strömungsmechanik. Springer-Verlag, Berlin, 1990.
- [69] NOLL, B.: Numerische Strömungsmechanik. Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- [70] OERTEL, H.; LAURIEN, E.: Numerische Strömungsmechanik. Springer-Verlag, Berlin, 1995.
- [71] JOHNSON, R.W.: The Handbook of Fluid Dynamics. CRC Press LLC, Boca Raton, Boston, London, 1998.
- [72] MAJIDI, K.: Numerische Strömungsberechnung zu Fluidenergiemaschinen. Vorlesungsskript, TU Berlin, 1999.
- [73] DURST, F.; MILOJEVIC, D; SCHÖNUNG, B; Eulerian and Lagrangian predictions of particulate two-phase flows: A numerical study. Applied Mathematical Modeling, Vol. 8, Nr.2 S. 101...115, Butterworth & Co. Ltd., USA, 1984.
- [74] SPALDING, D.B.: Numerical Computation of Multi-Phase Fluid Flow and Heat Transfer. Lecture Series 1981-2, Karman Institute for Fluid Mechanics, Rhode Saint-Genese, 1981.
- [75] BREUER, M.; ENGER, S.; WÄCHTER, P.; WECHSLER, K.; DURST, F.: Experimentelle und numerische Untersuchungen von mehrphasigen Strömungen. 1. 2. und 3. Fortschrittsbericht zum Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft: Analyse, Modellierung und Berechnung mehrphasiger Strömungen, Universität Erlangen, 1998/1999.
- [76] EIGENBERGER, G.; SOKOLICHIN, A.: Modellierung und effiziente numerische Simulation von Gas-Flüssigkeits-Reaktoren mit Blasenströmungen nach dem Euler-Euler-Konzept. Universität Stuttgart, 1997.

- [77] PFLEGER, D.; GOMES, S.; GILBERT, N.; WAGNER, H.G.: Hydrodynamic Simulations of Laboratory Scale Bubble Columns-Fundamental Studies of the Eulerian-Eulerian Modelling Approach. 4th International Conference on Gas-Liquid-Solid Reactor Engineering, Delft, 1999.
- [78] LO, S.: Application of population balance to CFD modelling of bubbly flows via the Musig model. 4th International Conference on Gas-Liquid-Solid Reactor Engineering, Delft, 1999.
- [79] LO, S.; YIN, D.W.; BURNS, A.; SPLAWSKI, B.A.; Modeling of Complex Multiphase Flows: A Coupled Solver Approach. Fourth International Conference on Multiphase Flow, New Orleans, USA, 2001.
- [80] SOMMERFELD, M.; GÖZ, M.; BÖDER, D.: Untersuchung und Modellierung von Turbulenzerscheinungen in Blasensäulen. Forschungsschwerpunkt der Deutschen Forschungsgemeinschaft an der Universität Halle, 1998.
- [81] SHIROLKAR, J.S.; MCQUAY, M.Q.: Probability Density Function Propagation Model for Turbulent Particle Dispersion. International Journal of Multiphase Flow, Vol. 24, S. 663...678, Pergamon Press Ltd, UK, 1998.
- [82] CROWE, C.T.: Review – Numerical Models for Dilute Gas-Particle Flows. Journal of Fluids Engineering, Vol. 104, Nr. 3, S. 297...303, American Society of Mechanical Engineers, New York, 1982.
- [83] HIRTH, C.W.; NICHOLS, B.D.: Volume of fluid (VOF) method for dynamics of free boundaries. Journal of Computational Physics, 39, S. 201...225, 1981.
- [84] FRANK, T.; WASSEN, E.; YU, Q.: Lagrangian Prediction of Disperse Gas-Particle Flow in Cyclone Separators. Third International Conference on Multiphase Flow - ICMF'98, Lyon, France, Paper Nr. 217, S. 1...8, 1998.
- [85] KREUZFELD, G.: Berechnung der Zweiphasenströmung in Kreiselpumpenbauteilen. Dissertation TU Dresden, 1999.
- [86] ESMAEELI, A.; TRYGGVASON, G.: Direct numerical simulations of bubbly flows. Journal of Fluid Mechanics, Band 377, S. 313...345, Cambridge, 1998.
- [87] POZORSKI, J.; MINIER, J.P.: On the Lagrangian Turbulent Dispersion Models based on the Langevin Equation. International Journal of Multiphase Flow, Vol. 24, Nr. 6, S. 913...945, Pergamon Press Ltd, UK, 1998.
- [88] MIZUKAMI, M.; PARTHASARATHY, R.N.; FAETH, G.M.: Particle-Generated Turbulence in Homogeneous Dilute Dispersed Flows. International Journal of Multiphase Flow, Vol. 18, Nr. 3, S. 397...412, Pergamon Press Ltd, UK, 1992.
- [89] SERIZAWA, A.; KATAOKA, I.; MICHİYOSHI, I.: Turbulence Structure of Air-Water Bubbly Flow, Part I, II and III. International Journal of Multiphase Flow, Vol. 2, Nr. 3, S. 221...259, Pergamon Press Ltd, UK, 1975/76.

- [90] KENNING, V.M.; CROWE, C.T.: On the Effect of Particles on Carrier Phase Turbulence in Gas-Particle Flows. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 23, Nr. 2, S. 403...408, Pergamon Press Ltd, UK, 1997.
- [91] GORE, R.A.; CROWE, C.T.: Effect of Particle Size on Modulating Turbulent Intensity. *International Journal of Multiphase Flow*, Vol. 15, Nr. 2, S. 279...285, Pergamon Press Ltd, UK, 1989.
- [92] STAR-CD Version 3.1 Manual User Guide. Computational Dynamics Limited, London, 1999.
- [93] CFX Version 4.4 Solver Manual. AEA Technology, Harwell, GB, 2001.
- [94] FLUENT Version 5 Manual. Fluent Inc., Centerra Resource Park, USA, 1998.
- [95] CFD-ACE+ Version 6.2 Manual. CFD Research Corporation, Huntsville, Al, USA, 2000.
- [96] NITSCHKE, W.: *Strömungsmeßtechnik*. Springer-Verlag, Berlin, 1994.
- [97] ECKELMANN, H.: *Einführung in die Strömungsmeßtechnik*. Verlag: Teubner, Stuttgart, 1997.
- [98] PROFOS, P. (Hrsg.): *Handbuch der industriellen Meßtechnik*. Vulkan-Verlag, Essen, 1987.
- [99] RUCK, B. (Hrsg.): *Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik*. AT-Fachverlag, Stuttgart, 1990.
- [100] RUCK, B.: *Laser-Doppler-Anemometrie – Eine berührungslose optische Strömungsgeschwindigkeitsmeßtechnik*. AT-Fachverlag, Stuttgart, 1987.
- [101] DURST, F.; MELLING, A.; WHITELAW, J.: *Theorie und Praxis der Laser-Doppler-Anemometrie*. Verlag: G. Braun, Karlsruhe, 1987.
- [102] ALBRECHT, H.E.: *Laser-Doppler-Strömungsmessung*. Akademie-Verlag, Berlin, 1986.
- [103] RAFFEL, M.; WILLERT, C.; KOMPENHANS, J.: *Particle Image Velocimetry*, Springer-Verlag, Berlin, 1998.
- [104] ADRIAN, R.: Particle-imaging techniques for experimental fluid mechanics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 23, S. 261...304, New York, 1991.
- [105] LIU, X.: *Optische Meßverfahren und deren Erweiterung für Messungen in Zwei- und Dreiphasigen Strömungen*. Dissertation, Universität Erlangen, 1992.
- [106] FOGT, H.; KNEER, A.: *Meßtechnik für stationäre und transiente Mehrphasenströmung*, Workshop, Forschungszentrum Rossendorf, FZR-204, S.116...124, 1997.

- [107] MEWES, D.: Zweiphasige Strömung in Packung und Blasensäulen. 2. Workshop: Meßtechnik für stationäre und transiente Mehrphasenströmungen, 24.-25. September 1998, Rossendorf, 1998.
- [108] MEWES, D.: Tomographische Messungen in der Verfahrenstechnik. Universität Hannover, 1998.
- [109] BRAESKE, H.; DOMNICK, J.; BRENN, G.: Experimentelle Grundlagenuntersuchung zur Strömungsmechanik in Blasensäulen, Berichte LSTM 513/E/96 und LSTM 552/E/97, Lehrstuhl für Strömungsmechanik, Universität Erlangen-Nürnberg, 1996/1997.
- [110] DURST, F.; ZARE, M.: Laser Doppler Measurements in Two-Phase Flows. S. 403...429, Proceedings of the LDA-Symposium Kopenhagen 1975.
- [111] DURST, F.: Studies of Particle Motion by Laser Doppler Techniques. Proceedings of the Dynamic Flow Conference, Marseille, Baltimore, 1978.
- [112] MARTIN, W.W.; ADBLERMESSIH, A.H.: Characteristics of Laser-Doppler Signals from Bubbles. International Journal of Multiphase Flow, Band 7, S. 439...460, Pergamon, 1981.
- [113] SHENG, Y.; IRONS, G. A.: A combined laser Doppler anemometry and electrical probe diagnostic for bubbly two-phase flow. International Journal of Multiphase Flow, Band 17, Heft 5, S. 585...598, Pergamon, 1991.
- [114] WILLE, M.; WINDMANN, J.; LANGER, G.; WERNER, U: Messung der Tropfengrößenverteilung beim Emulgierprozeß in Rührbehältern mittels Phasen-Doppler-Anemometrie. Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik, 6. Fachtagung, Gala e.V., Aachen, 1998.
- [115] MITSCHKE, M.; ZORN, M.; SCHULTE, G.; WRIEDT, T.: PDA-Messungen an Tropfen inhomogener Fluide: Rekonstruktion der PDA-Geschwindigkeits-Größen-Korrelation von Bias-behafteten Größenverteilungen. Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik, 7. Fachtagung, Gala e.V., Aachen, 1999.
- [116] KARPINSKI, G.; SCHODL, R.; RÖHLE, I.: 3-Komponenten-Doppler-Laser-2-Fokus-Velozimeter. Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik, 7. Fachtagung, Gala e.V., Aachen, 1999.
- [117] ROTTENKOLBER, G.; RICHTER, B.; DULLENKOPF, K.; WITTIG, S.: PIV-Untersuchungen der Zweiphasenströmung im Saugrohr eines Ottomotors. Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik, 6. Fachtagung, Gala e.V., Aachen, 1998.
- [118] ROTTENKOLBER, G.; VORBACH, M.; MANDANAYAKE, A.; DULLENKOPF, K.; WITTIG, S.: Zweiphasen-PIV zur Charakterisierung von Sprühstrahlen. Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik, 7. Fachtagung, Gala e.V., Aachen, 1999.

- [119] TILLENKAMP, F.: Untersuchungen zum transienten Strömungsprofilverhalten von Wasser / Luft – Zweiphasenströmungen in einem vertikalen Rohr. Dissertation, TU Darmstadt, 2000.
- [120] GUI, L.; MERZKIRCH, W.: Phase-separation of PIV measurements in two-phase flow by applying a digital mask technique. European Research Community on Flow Turbulence and Combustion (ERCOFTAC) Bulletin, S. 45...48, 1996.
- [121] LINDKEN, R.; GUI, L.; MERZKIRCH, W.: Phase-separated PIV measurements of the flow around systems of bubbles rising in water, Proceedings of the 1997 ASME (American Society of Mechanical Engineers) Fluid Engineering Division summer meeting, FEDSM97-3103, S. 1...6, New York, 1997.
- [122] GUI, L.; MERZKIRCH, W.; HILGERS, S.: PIV in multiphase flow. Proceedings of The Second International Workshop on PIV, Fukui, Japan, 1997.
- [123] GUI, L.; MERZKIRCH, W.: A method of tracking ensembles of particle images, Experiments in Fluids, Band 21, S. 229...231, 1996.
- [124] GUI, L.; HILGERS, S.; KARTHAUS, A.; MERZKIRCH W.: Ermittlung der Geschwindigkeitsverteilung von Feststoffpartikeln in einer Mehrphasenströmung mit Hilfe der Particle Image Velocimetry. Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik, 5. Fachtagung, Gala e.V., Aachen, 1996.
- [125] TOKUHIRO, A.; MAEKAWA, M.; IIZUKA, K.; HISHIDA, K.; MAEDA, M.: Turbulent flow past a bubble and an ellipsoid using shadow-image and PIV techniques. International Journal of Multiphase Flow, Band 24, S. 1383...1406, Pergamon Press Ltd, UK, 1998.
- [126] HECKMANN, W.; HILGERS, S.; MERZKIRCH, W.; WAGNER, T.: PIV-Messungen in einer Zweiphasenströmung unter Verwendung von zwei CCD-Kameras. Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik, 3. Fachtagung, Gala e.V., Aachen, 1994.
- [127] BRÜCKER, C.: Analyse der Nachlauf-induzierten Wechselwirkungen in einem Blasenschwarm mittels Scanning PIV und Stereo-Abbildung. Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik, 6. Fachtagung, Gala e.V., Aachen, 1998.
- [128] RUCK, B.: LLT Laser-Lichtschnitt-Tomographie, Deutsche Gesellschaft für Laser-Anemometrie, Gala e.V., Aachen, 1994.
- [129] ROTTEVEEL, S.: Optische Tomographie zur Untersuchung von Zylinderinnenströmungen. Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik, 3. Fachtagung, Gala e.V., Aachen, 1994.

- [130] MERKEL, G.J.: Strömungstomographie in einem turbulenten Freistrahle. Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik, 3. Fachtagung, Gala e.V., Aachen, 1994.
- [131] KLAUS, A.; ECKART, F.: Entwicklung einer neuartigen Meßmethode für Zweiphasenströmungen auf der Basis von Röntgenstrahlen. Arbeitsbericht zum DFG Forschungsantrag AF 3/14-1, Humboldt Universität Berlin, 1999.
- [132] SZYMCZYK, J.A.: Untersuchung der Deformation der Oberfläche und der Trajektorie von aufsteigenden Luftblasen in einer isothermen Flüssigkeit mit einer Hochgeschwindigkeitskamera. Forschungsprojekte, Fachhochschule Stralsund, Fachbereich Maschinenbau, 2000.
- [133] ATV-M 209: Messung der Sauerstoffzufuhr von Belüftungseinrichtungen in Belebungsanlagen in Reinwasser und belebtem Schlamm. 1996.
- [134] MAJIDI, K.: Numerische Berechnung der Sekundärströmung in radialen Kreiselpumpen zur Feststoffförderung. Dissertation, TU Berlin, 1997.
- [135] KAPS, A.: Numerische Untersuchung der Strömung in einer radialen Kreiselpumpe mit dem Ziel einer wirkungsgrad- und lagerkraftoptimierten Gehäusegestaltung. Dissertation, TU Berlin, 1997.
- [136] SCHEFFLER, T.: Particle-Image-Velocimetry zur Untersuchung hydraulischer Strömungsmaschinen. Dissertation, TU Berlin, 1998.
- [137] ZIEREP, J.: Ähnlichkeitsgesetze und Modellregeln der Strömungslehre. Verlag: G. Braun, Karlsruhe, 1972.
- [138] WITT, M.: Analytische Untersuchung der Zweiphasenströmung in einer Klärteichsimulationsanlage. Diplomarbeit, Fachgebiet Hydraulische Strömungsmaschinen und Strömungstechnik, TU Berlin, 1999.
- [139] LIANG, Z.: Numerische Untersuchung der durch ein Axiallaufrad erzwungenen Makromischvorgänge zur Abwasserreinigung. Dissertation, TU Berlin, 1997.
- [140] KANTELBERG, A.: Numerische Untersuchung der Zweiphasenströmung in einem Klärteichmodell. Studienarbeit, Fachgebiet Hydraulische Strömungsmaschinen und Strömungstechnik, TU Berlin, 2000.
- [141] DIN 24163: Ventilatoren, Leistungsmessung und Normkennlinien, 1985.
- [142] VDI 2041: Blenden und Düsen für besondere Anwendungen, 1991.
- [143] VDI 2044: Abnahme und Leistungsversuche an Ventilatoren, 1993.
- [144] DIN 1952: Durchflußmessung von Fluiden mit Drosselgeräten, 1995.
- [145] HALBLEIB, R.: Konstruktive und experimentelle Untersuchungen an einem mit Wind- und Solarenergie betriebenen Druckbelüftungssystem für den Einsatz in Klärteichen. Studienarbeit, Fachgebiet Hydraulische Strömungsmaschinen und Strömungstechnik, TU Berlin, 1999.

- [146] Fa. WTW, Wissenschaftlich-Technische-Werkstätten GmbH: Firmenunterlagen. Weilheim, 1995.
- [147] Fa. WTW, Wissenschaftlich-Technische-Werkstätten GmbH: Oxi-Fibel, Einführung in die Gelöstsauerstoff-Meßtechnik. Weilheim, 1995.
- [148] HERRMANN, D: Experimentelle Untersuchung der zweiphasigen Strömung in einem Abwasserteich-Versuchsbecken. Diplomarbeit, Fachgebiet Hydraulische Strömungsmaschinen und Strömungstechnik, TU Berlin, 2001.
- [149] BRIGHAM, E.B.: FFT Schnelle Fourier-Transformation. Verlag: R. Oldenbourg, München, 1995.
- [150] RADKE, M.: Strömungstechnische Untersuchung des Einflusses von Vorleiträdern variabler Geometrie auf das Betriebsverhalten axialer Kreiselpumpen. Dissertation, TU Berlin, 1992.
- [151] EICHLER J.; EICHLER H.J.: Laser: Bauformen, Strahlführung, Anwendungen. Springer-Verlag, Berlin, 1998.
- [152] Fa. Intelligent Laser Applications GmbH: flowPOINT2.0, Laseroptisches Geschwindigkeitsmeßsystem, Jülich, 1999.
- [153] NAUMANN, H.; SCHRÖDER, G.: Bauelemente der Optik. Verlag: Carl Hanser, München, 1992.
- [154] Fa. Intelligent Laser Applications GmbH: vidPIV3.0, Introduction, Node Library. Jülich, 2000.
- [155] STRASSEMAYER, T.: Numerische Untersuchung der Strömungsverhältnisse in einem Abwasserteich. Diplomarbeit, Fachgebiet Hydraulische Strömungsmaschinen und Strömungstechnik, TU Berlin, 2000.
- [156] SIEKMANN, H.E.: Grundlagen hydraulischer Strömungsmaschinen. Vorlesungsskript, TU Berlin, 1996.
- [157] STEINMANN, A.: Experimentelle Untersuchung der durch Drallrohre induzierten Drallströmung. Diplomarbeit, Fachgebiet Hydraulische Strömungsmaschinen und Strömungstechnik, TU Berlin, 1997.

15 Bildteil



Bild 1. Technisch belüfteter Abwasserteich in Groß-Flotow (Landkreis Waren an der Müritz)

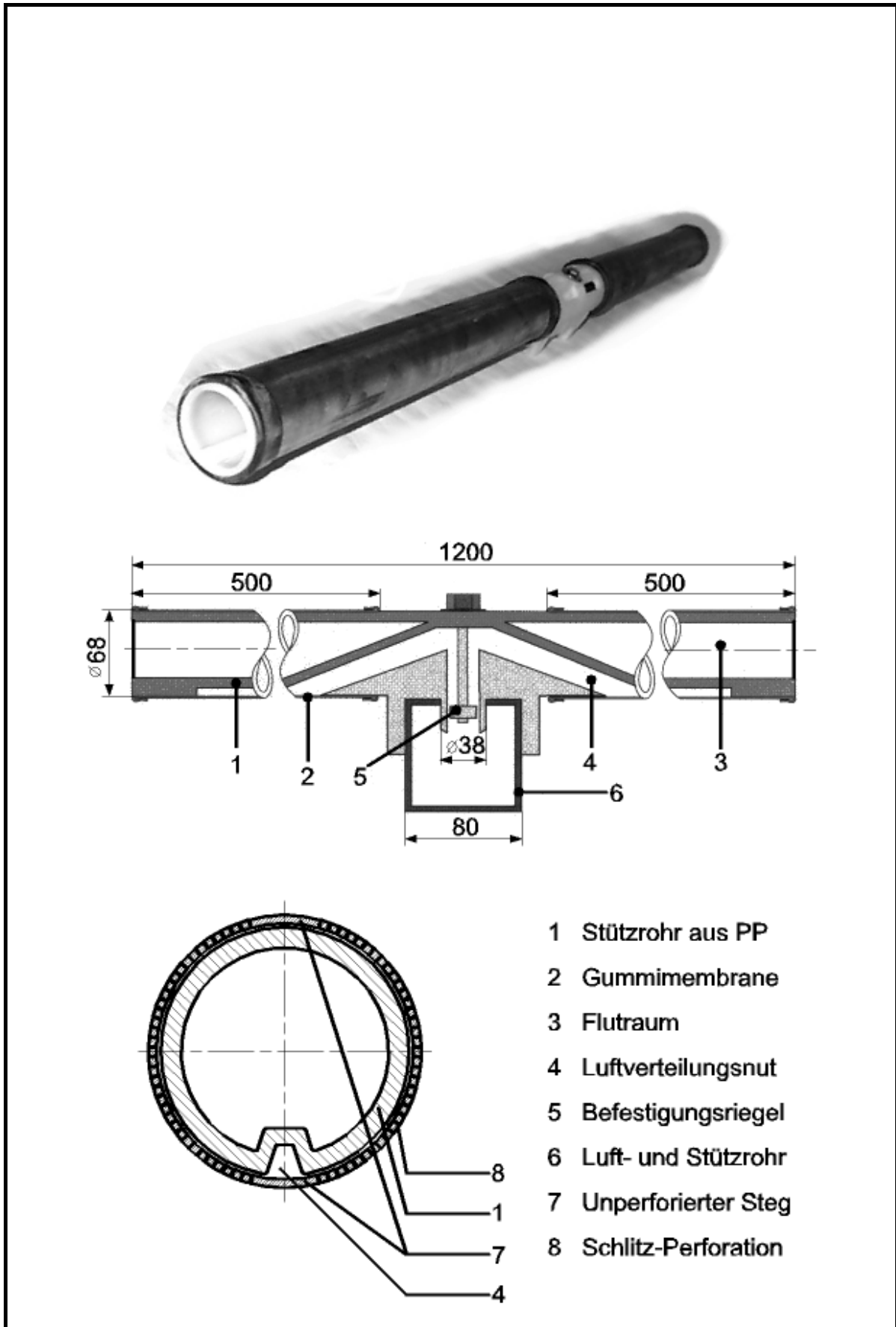


Bild 2. Membranrohrbelüfter (schlitz-perforiert), nach [20]

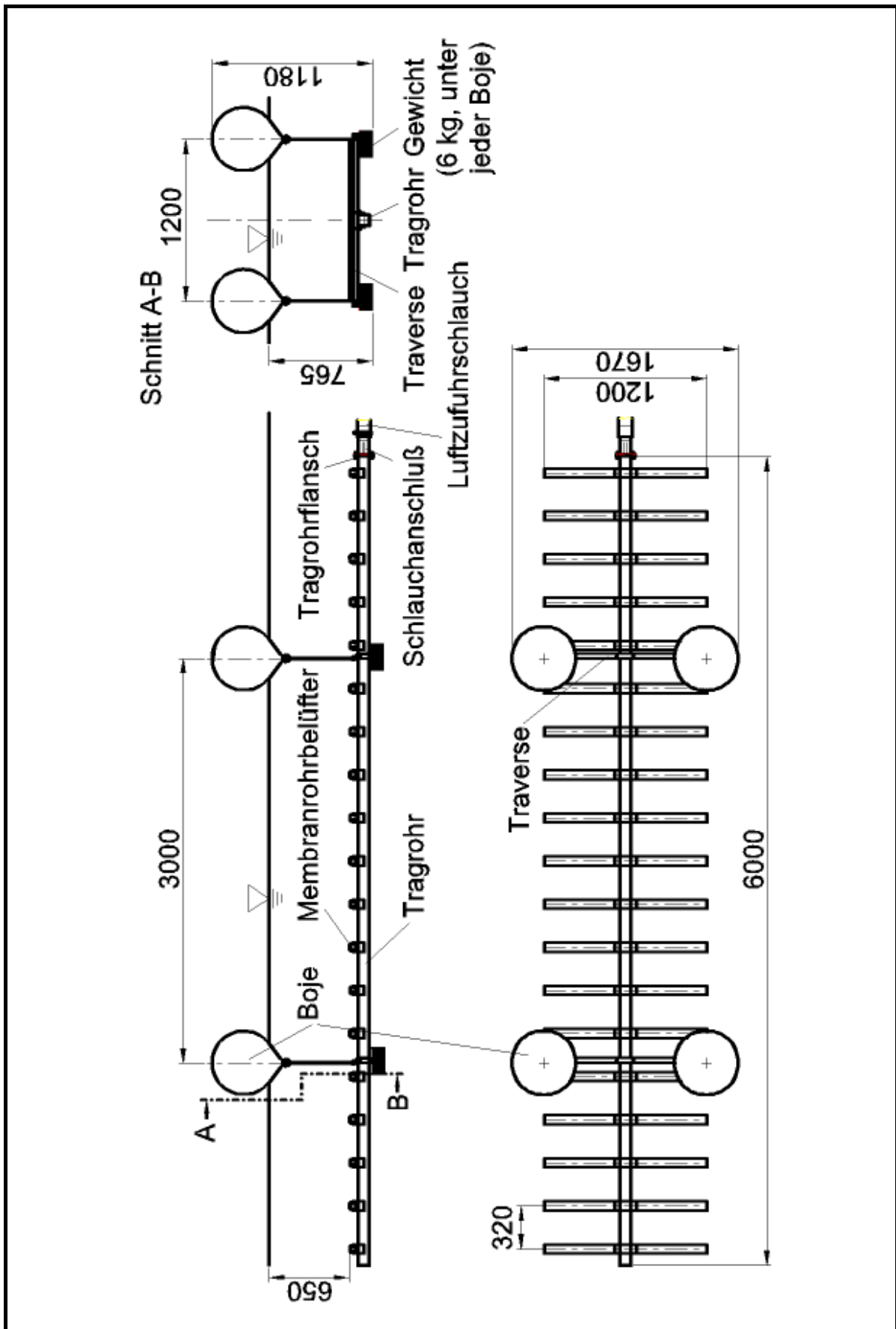


Bild 3. Konstruktion des Druckbelüftungssystems

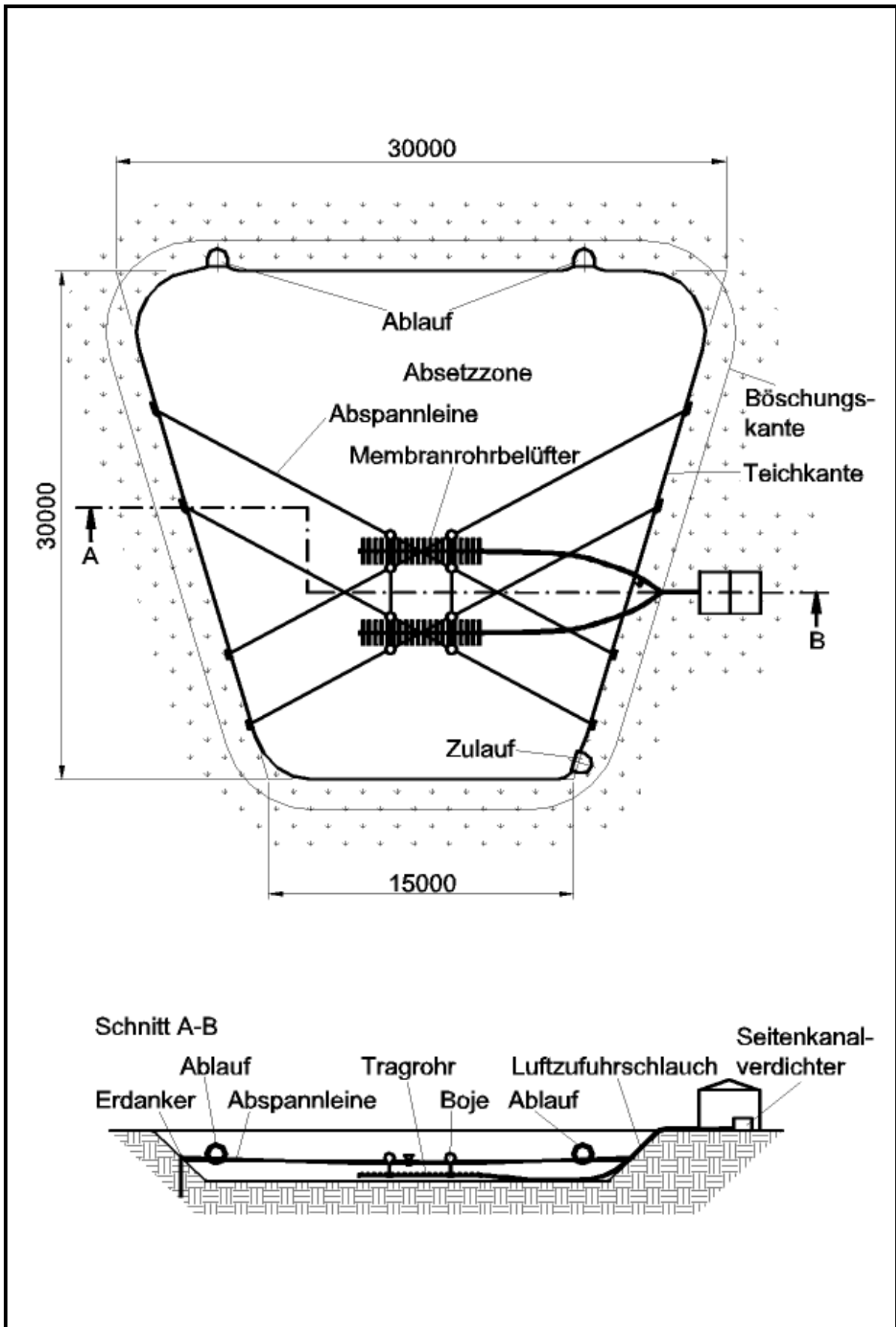


Bild 4. Installation des Druckbelüftungssystems mit 38 Membranrohrbelüftern im Abwasserteich

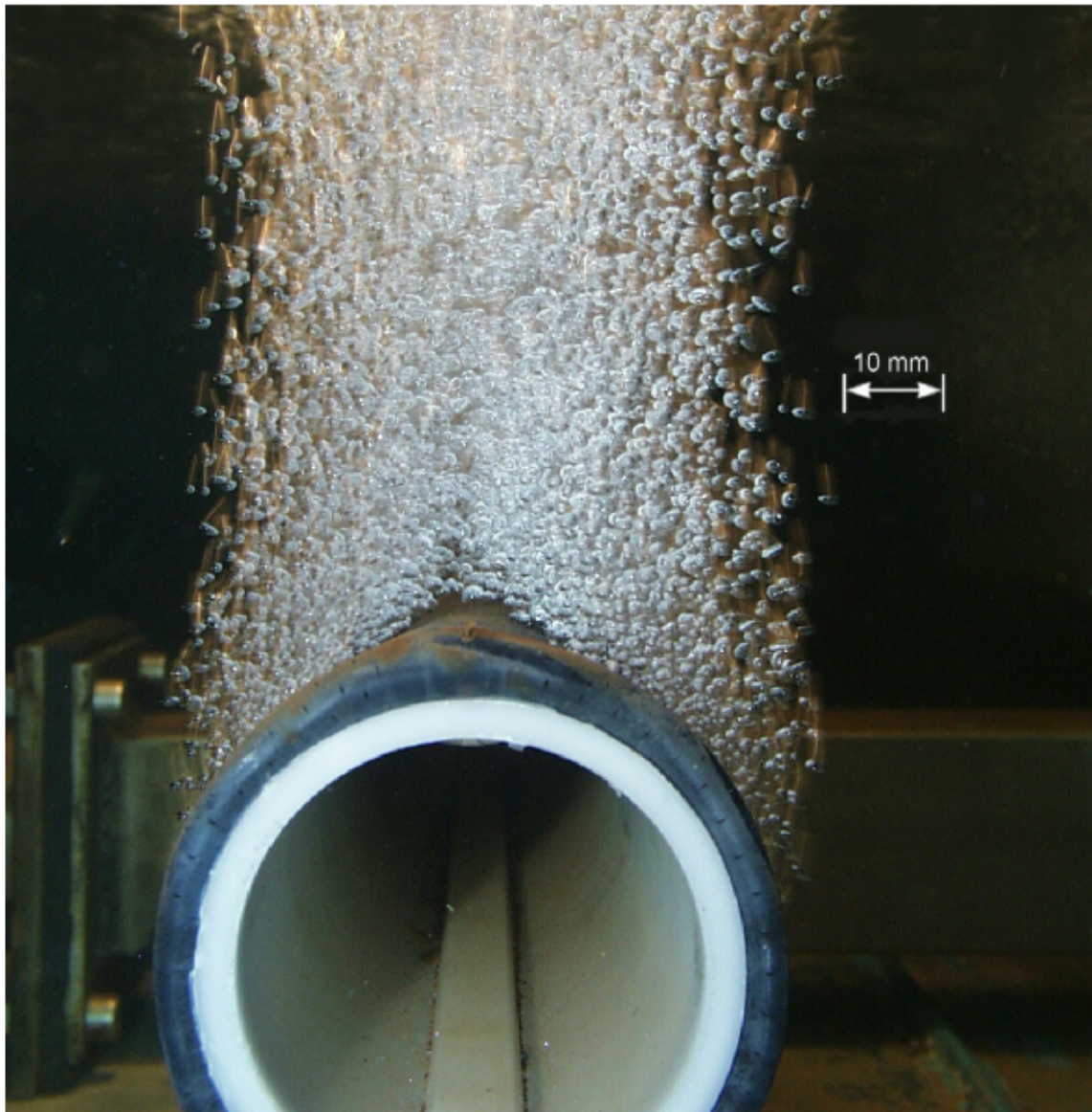


Bild 5. Luftblasenaufstieg aus einem Membranrohrbelüfter

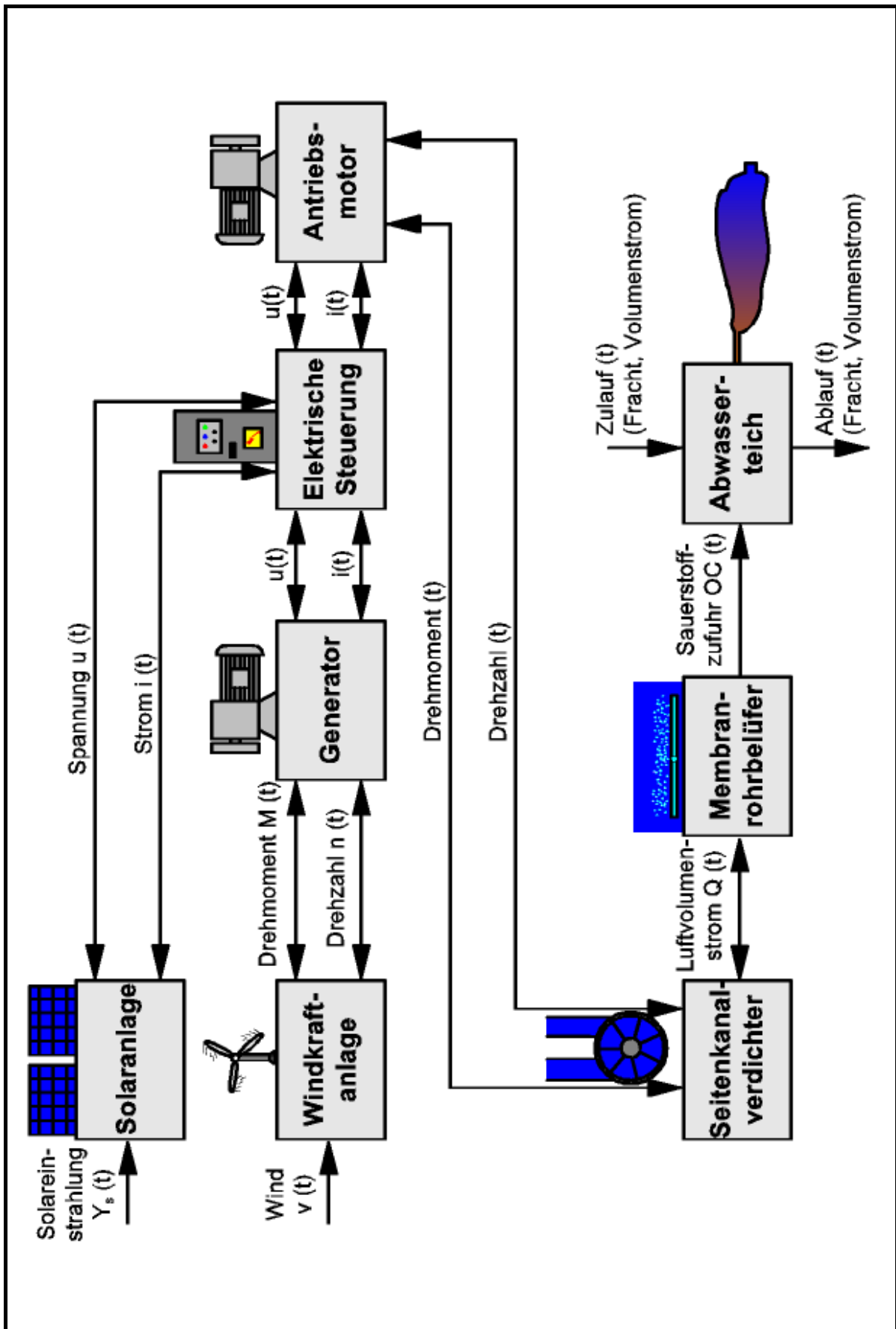


Bild 6. Instationarität des Energieangebots und Einfluß auf das Zusammenspiel der Komponenten

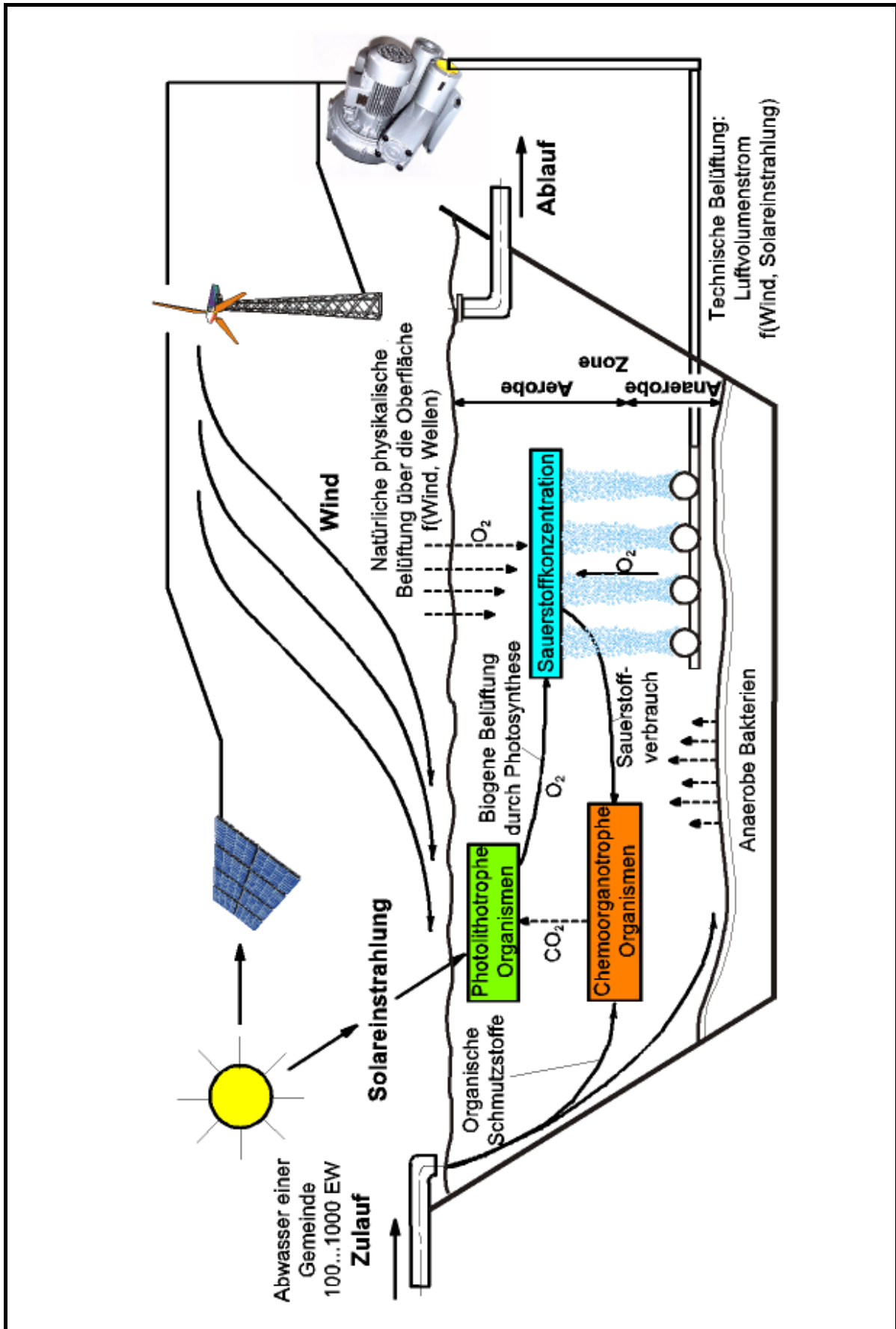


Bild 7. Aerobe und anaerobe Zone in dem diskontinuierlich technisch belüfteten Abwasserteich

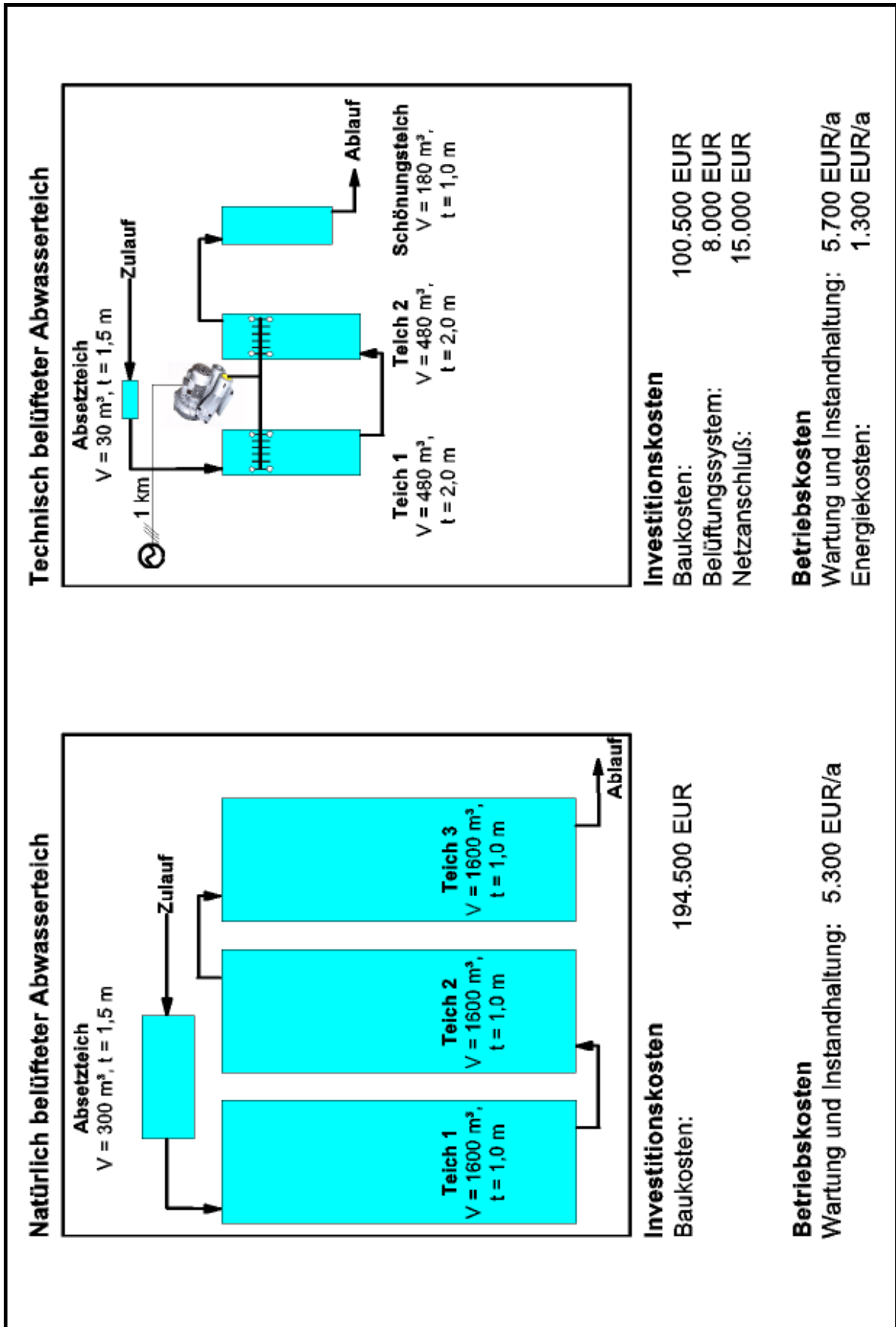


Bild 8. Bemessungsbeispiele nach ATV A 201 für jeweils 600 EW

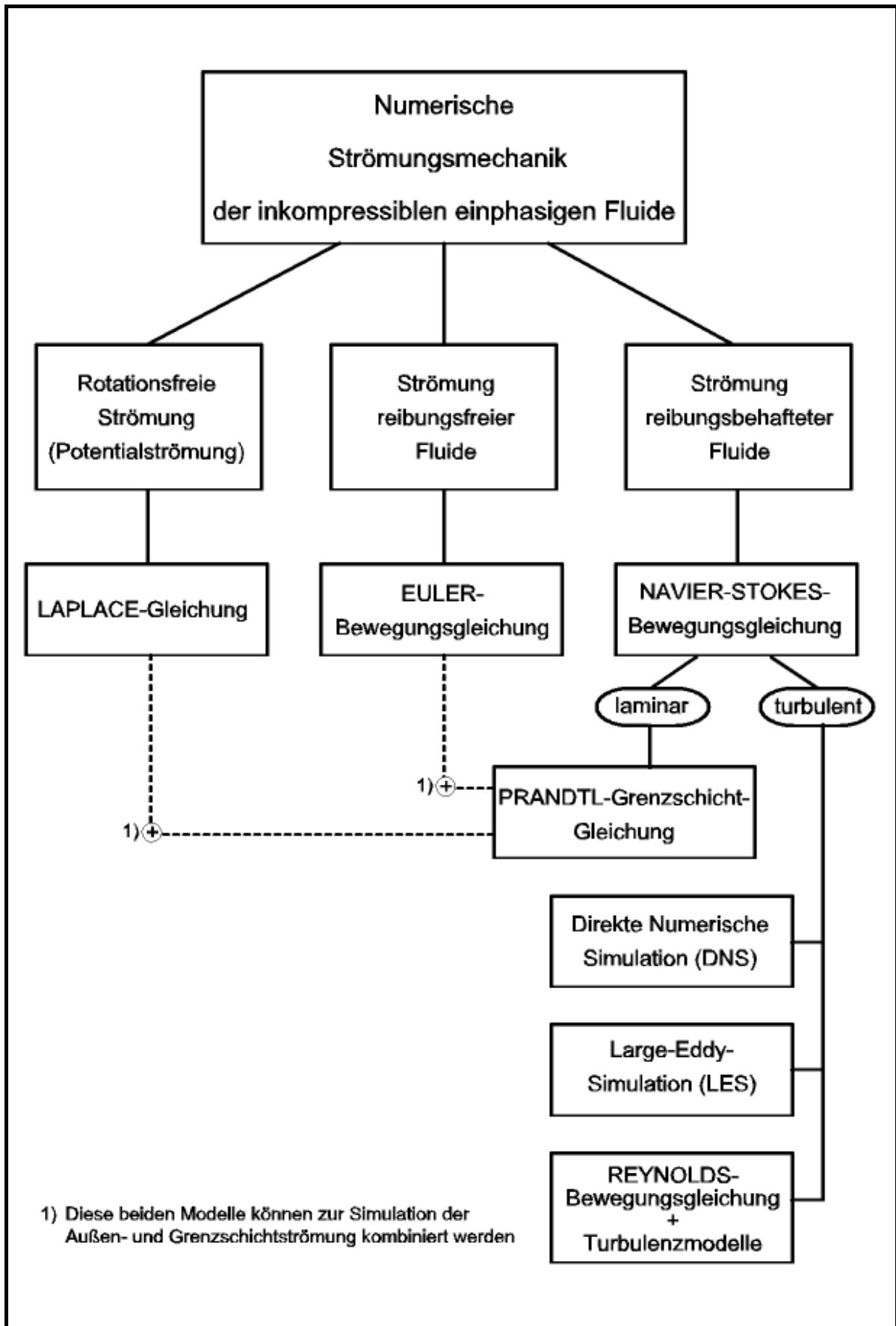


Bild 9. Möglichkeiten der mathematischen Modellierung der Strömung inkompressibler einphasiger Fluide [134]

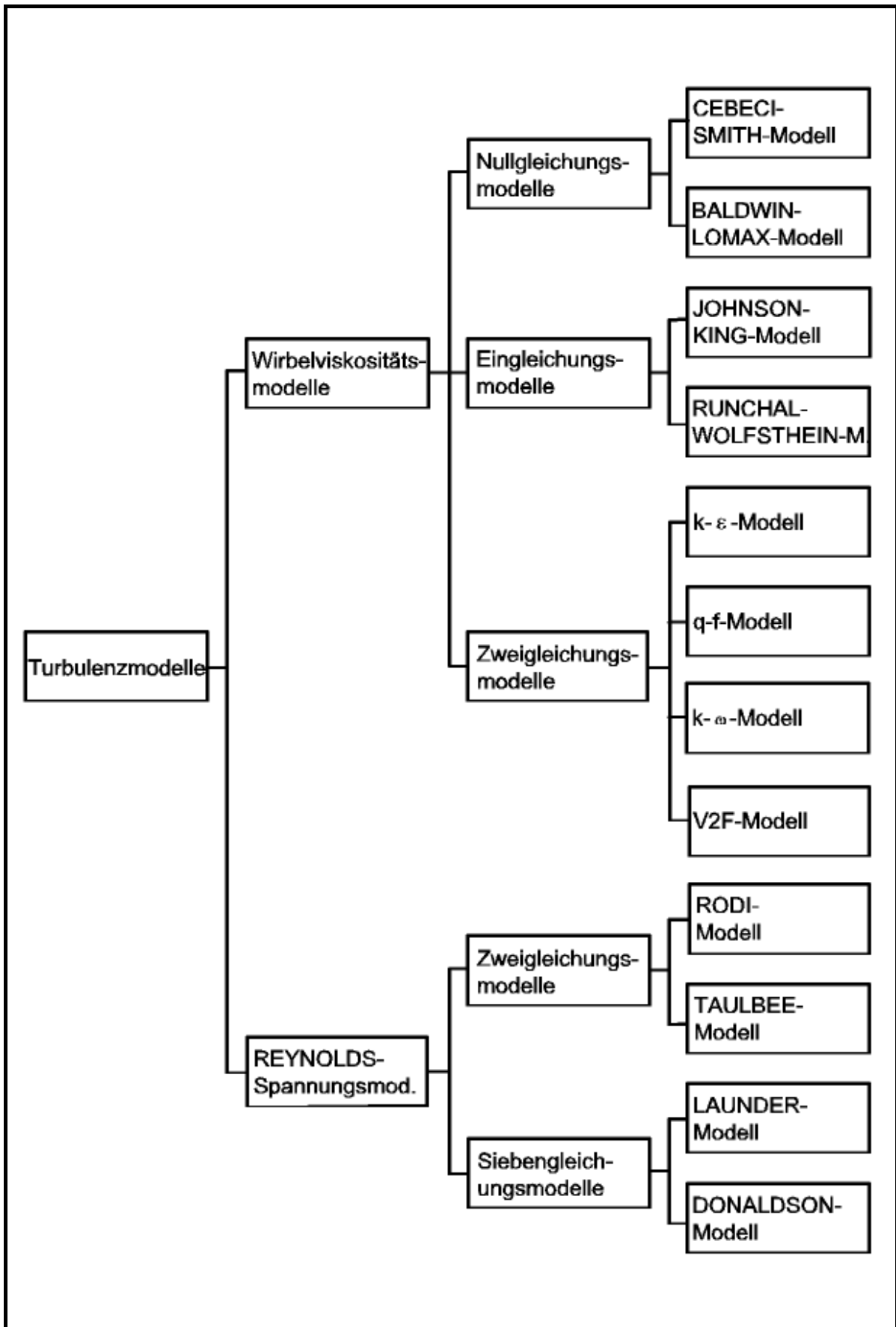


Bild 10. Überblick über die gängigen Turbulenzmodelle, nach [135]

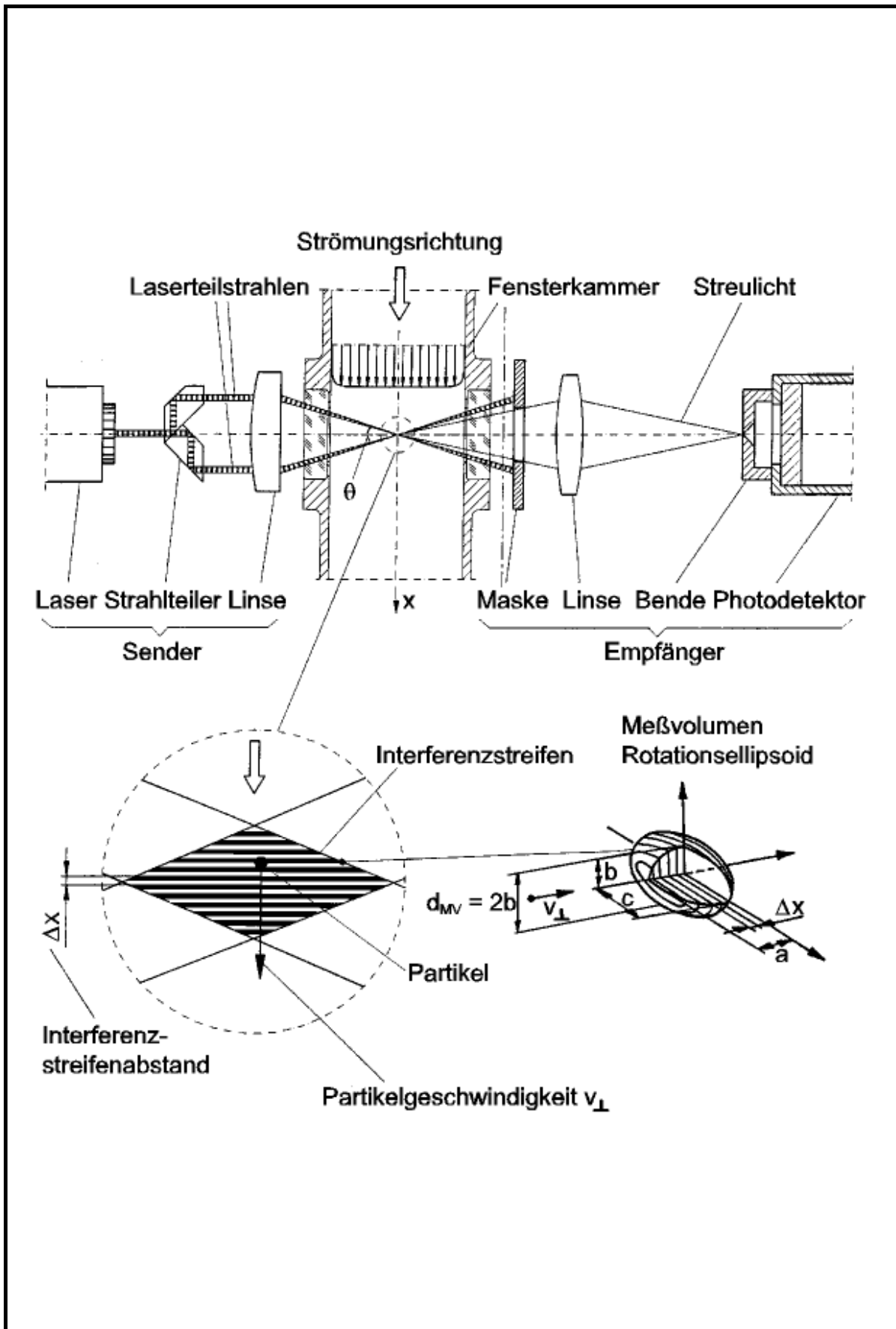


Bild 11. Prinzipieller Aufbau eines Laser-DOPPLER-Velozimeters in Vorwärtsstreuung, nach [100]

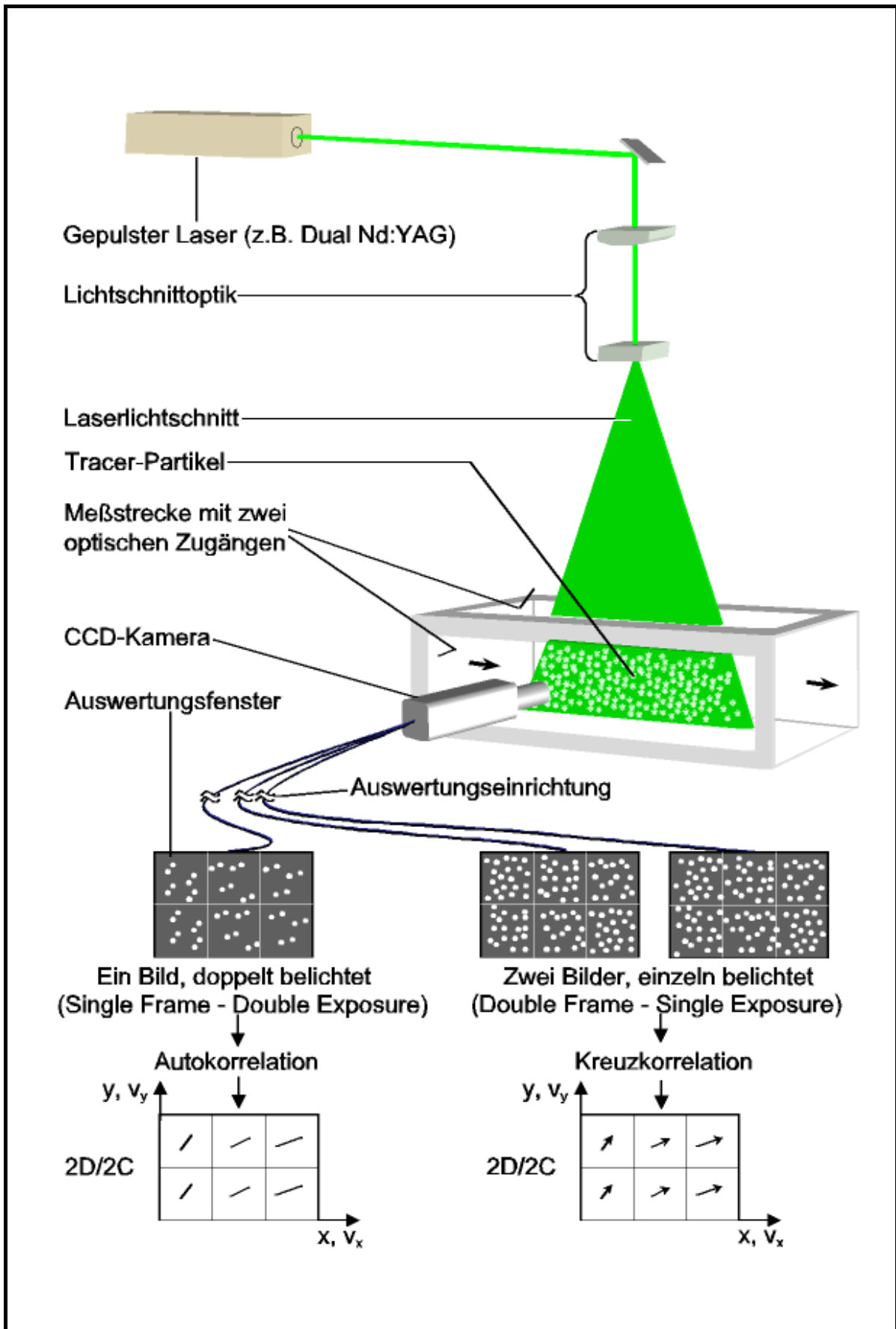


Bild 12. Prinzipieller Aufbau eines Particle-Image-Velozimeters, nach [136]

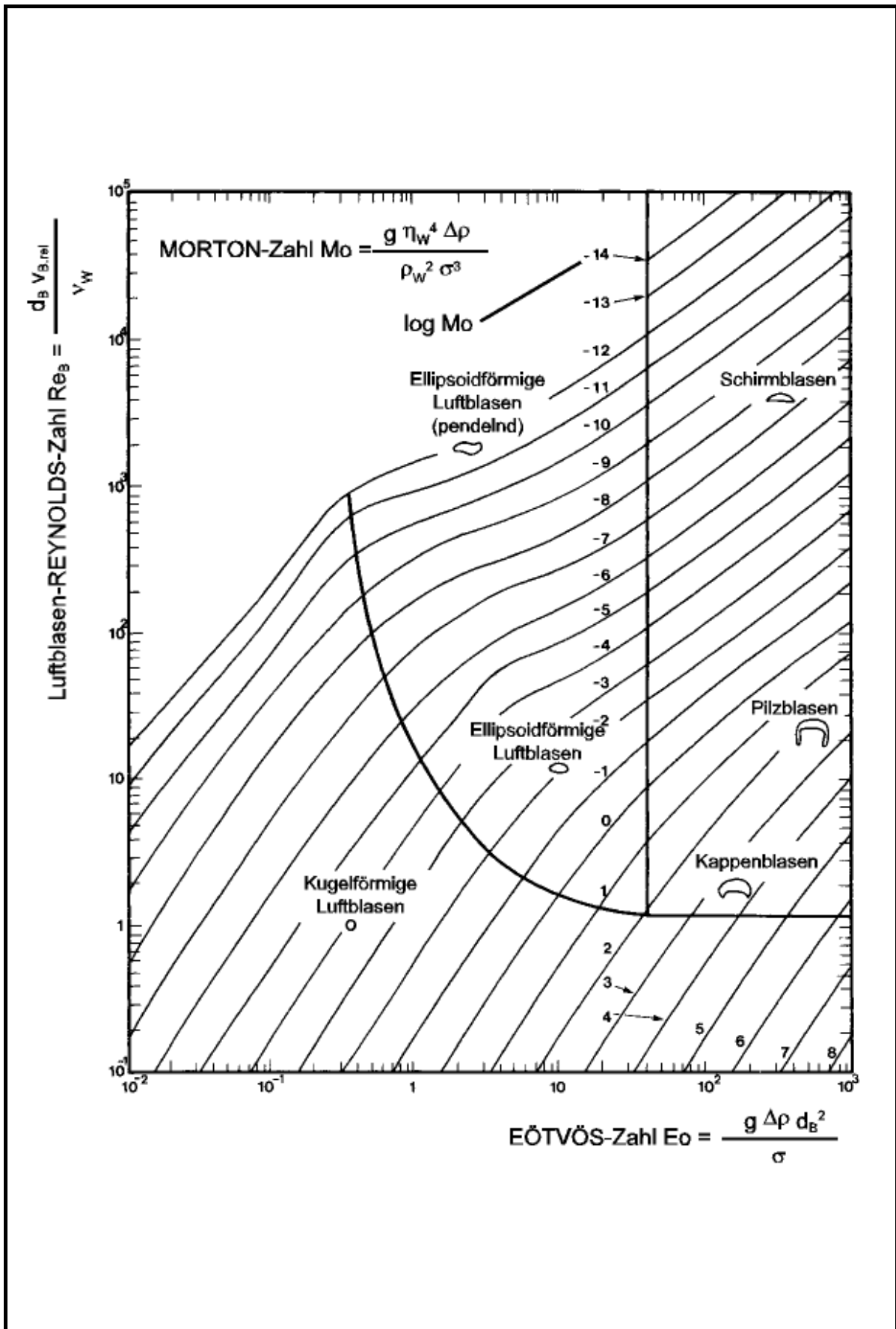


Bild 13. Luftblasenformen in Abhängigkeit von der Eo-, Re_B - und Mo-Zahl [38]

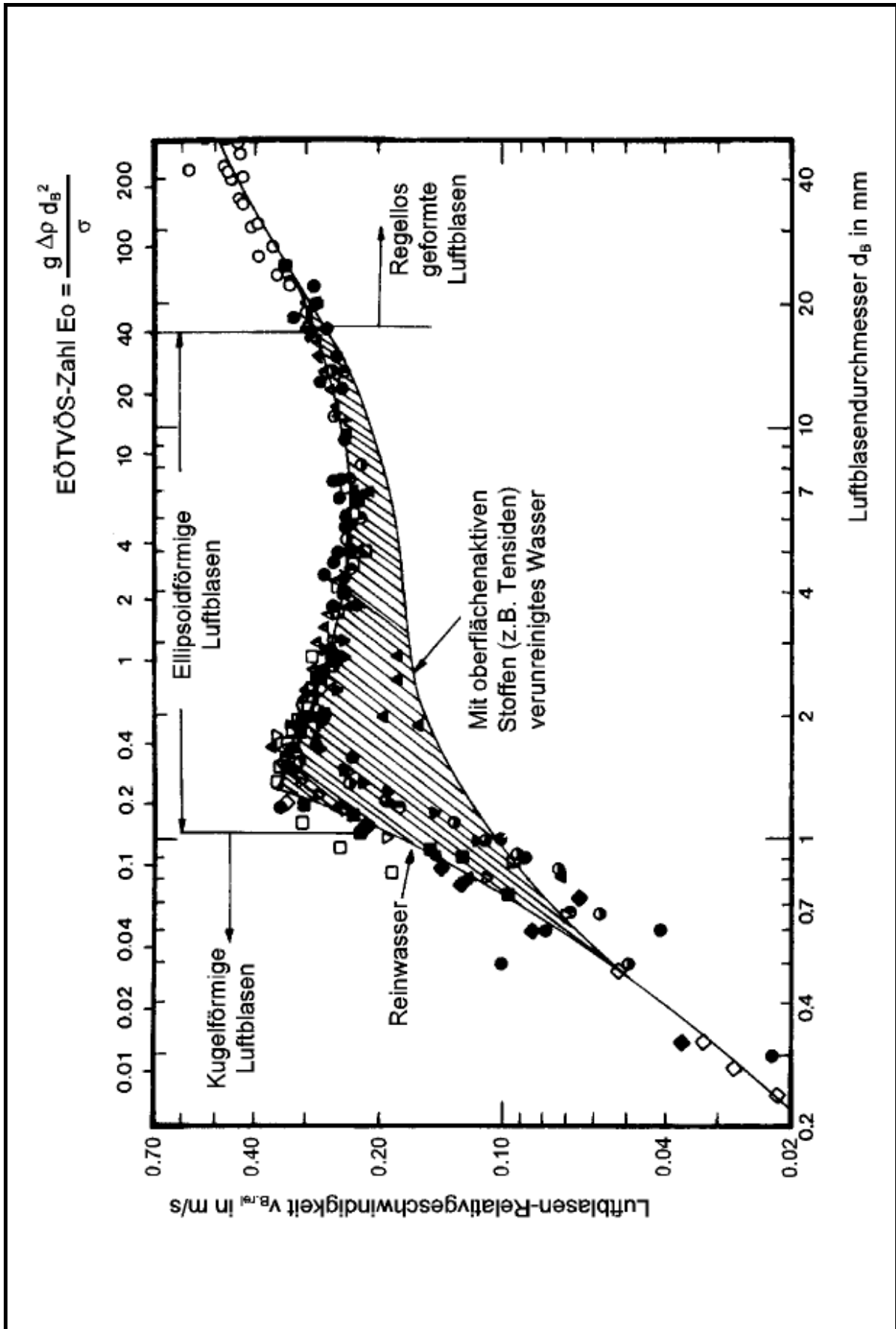


Bild 14. Luftblasen-Relativgeschwindigkeit in Abhängigkeit von dem Luftblasendurchmesser und der EÖTVÖS-Zahl [38]

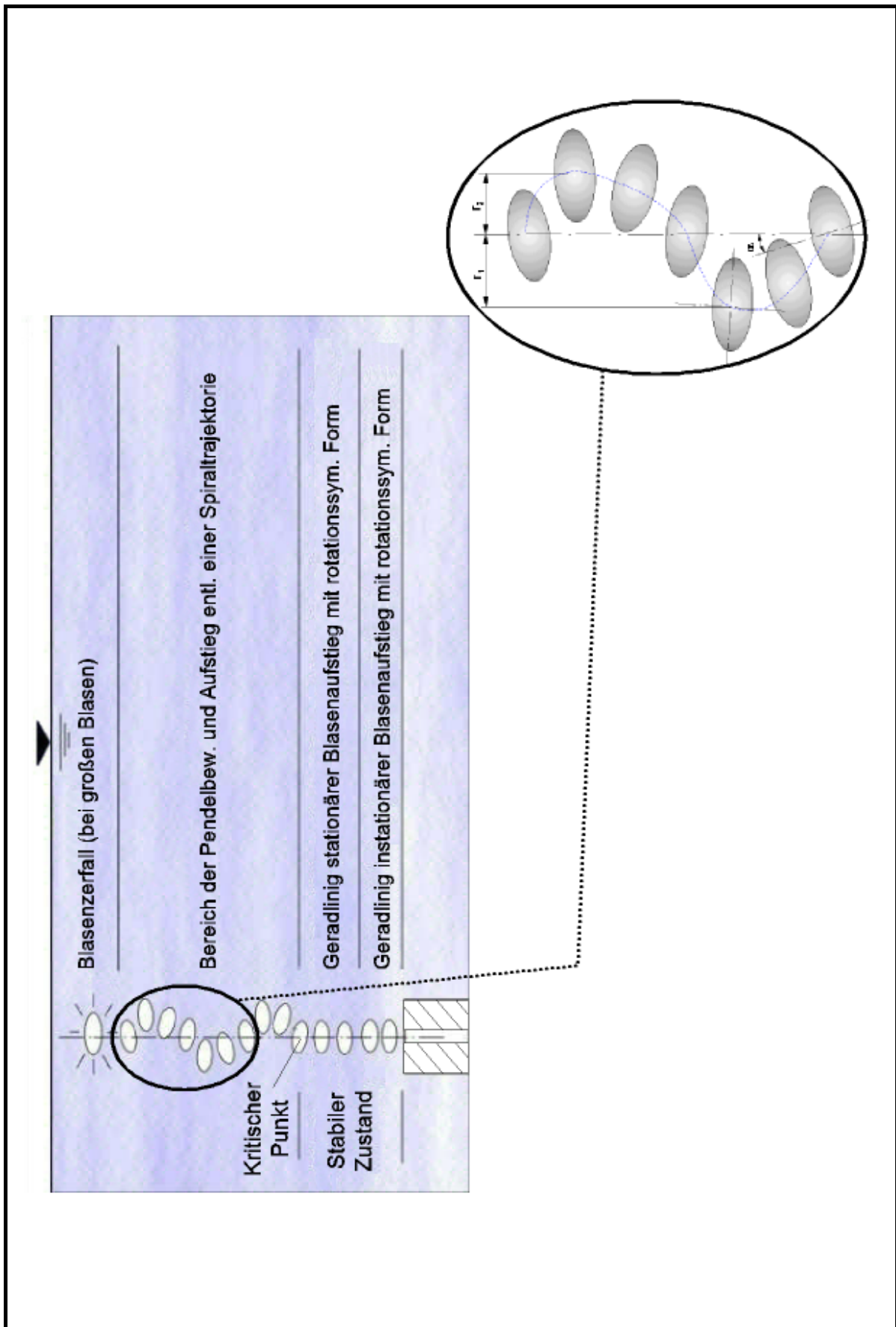


Bild 15. Vier Bereiche des Luftblasenaufstiegs von ellipsoidförmigen Luftblasen mit innerer Zirkulation, nach [132]

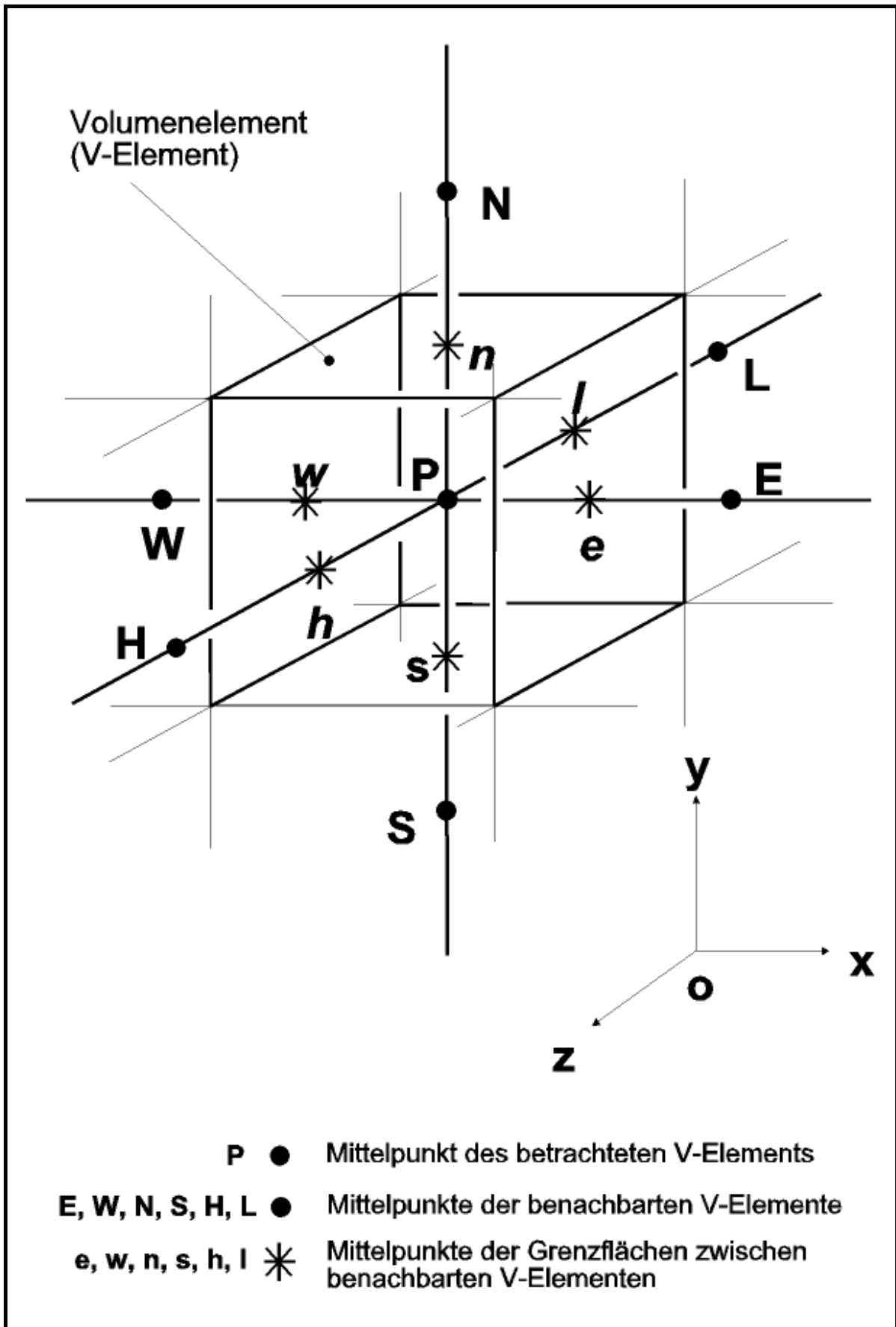


Bild 16. Bezeichnungen des Volumenelements im numerischen Gitter [139]

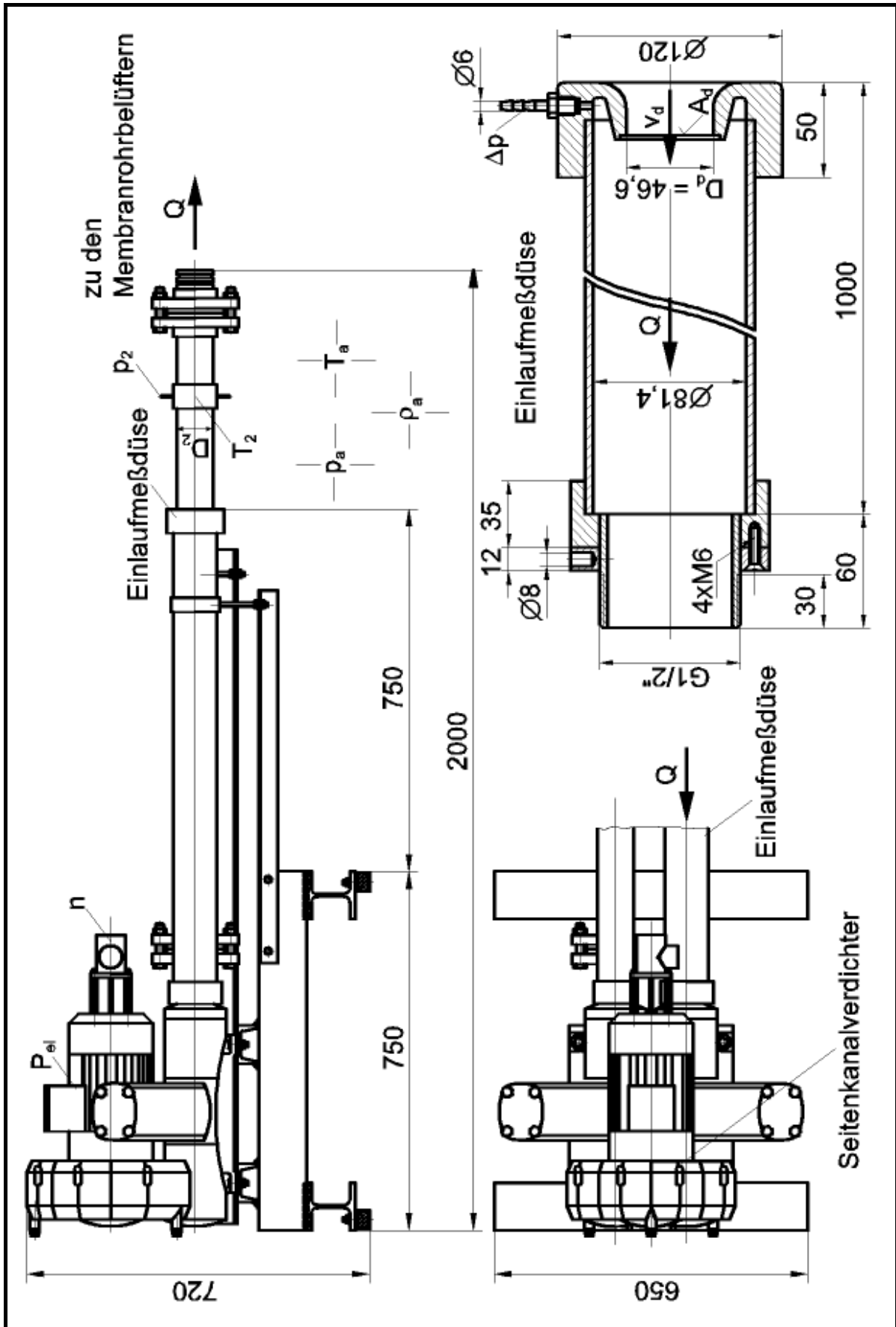


Bild 17. Versuchsaufbau für die Belüftungskennfeld-Messung

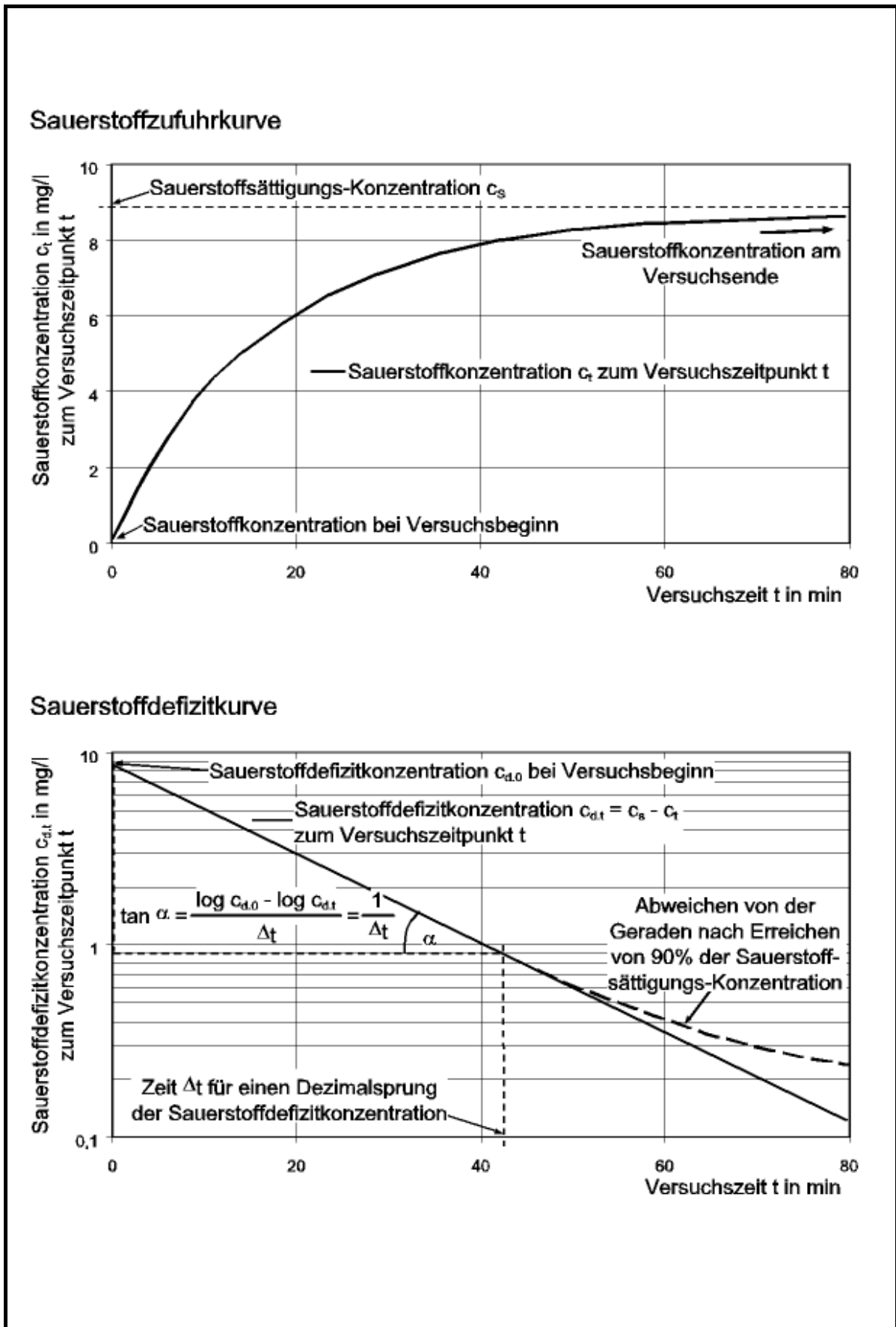


Bild 18. Sauerstoffzufuhr- und Sauerstoffdefizitkurve

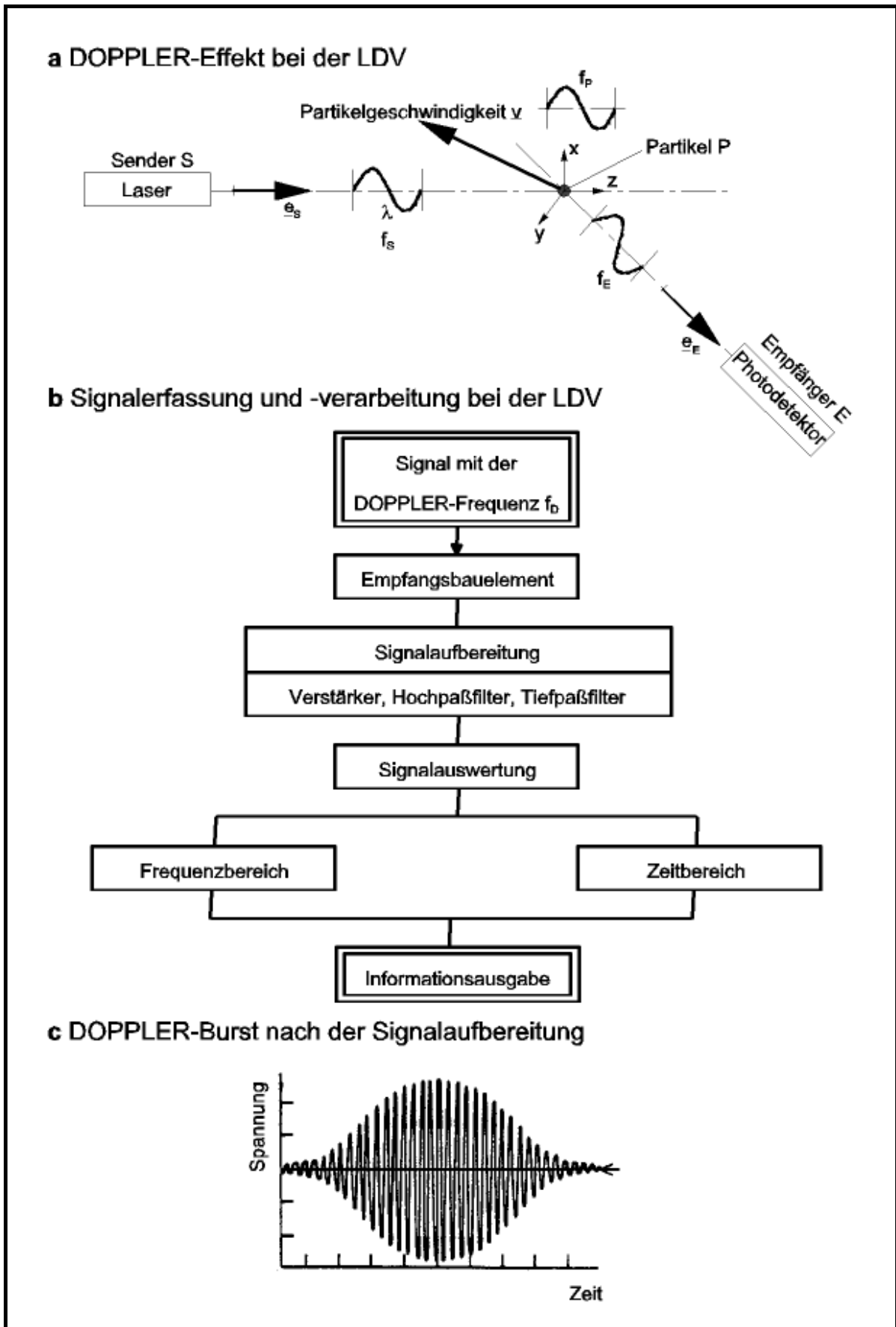


Bild 19. Laser-DOPPLER Velocimetry. **a** DOPPLER-Effekt, nach [102];
b Signalerfassung und -verarbeitung; **c** DOPPLER-Burst [100]

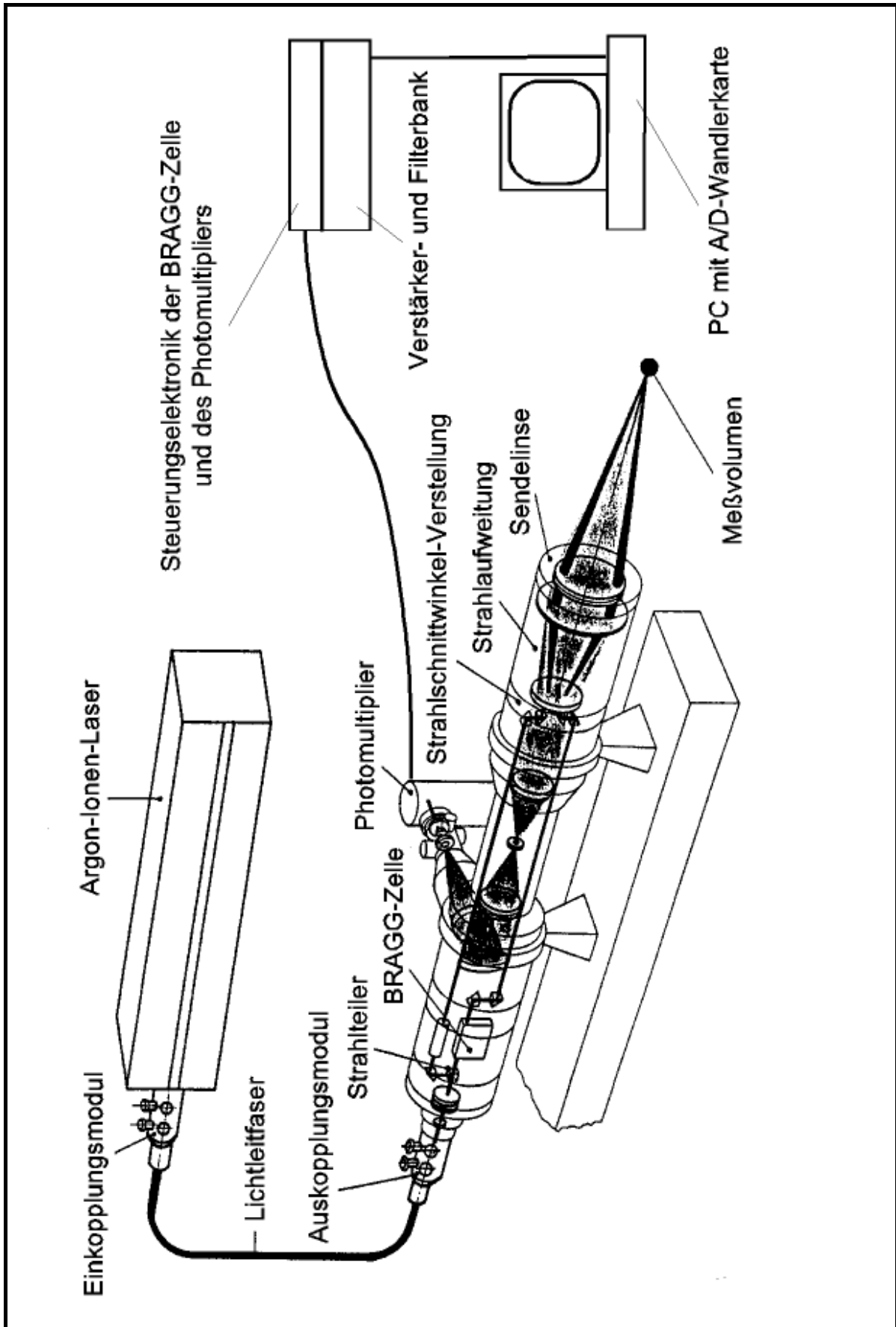


Bild 20. Aufbau des verwendeten Laser-DOPPLER-Velozimeters, nach [150]

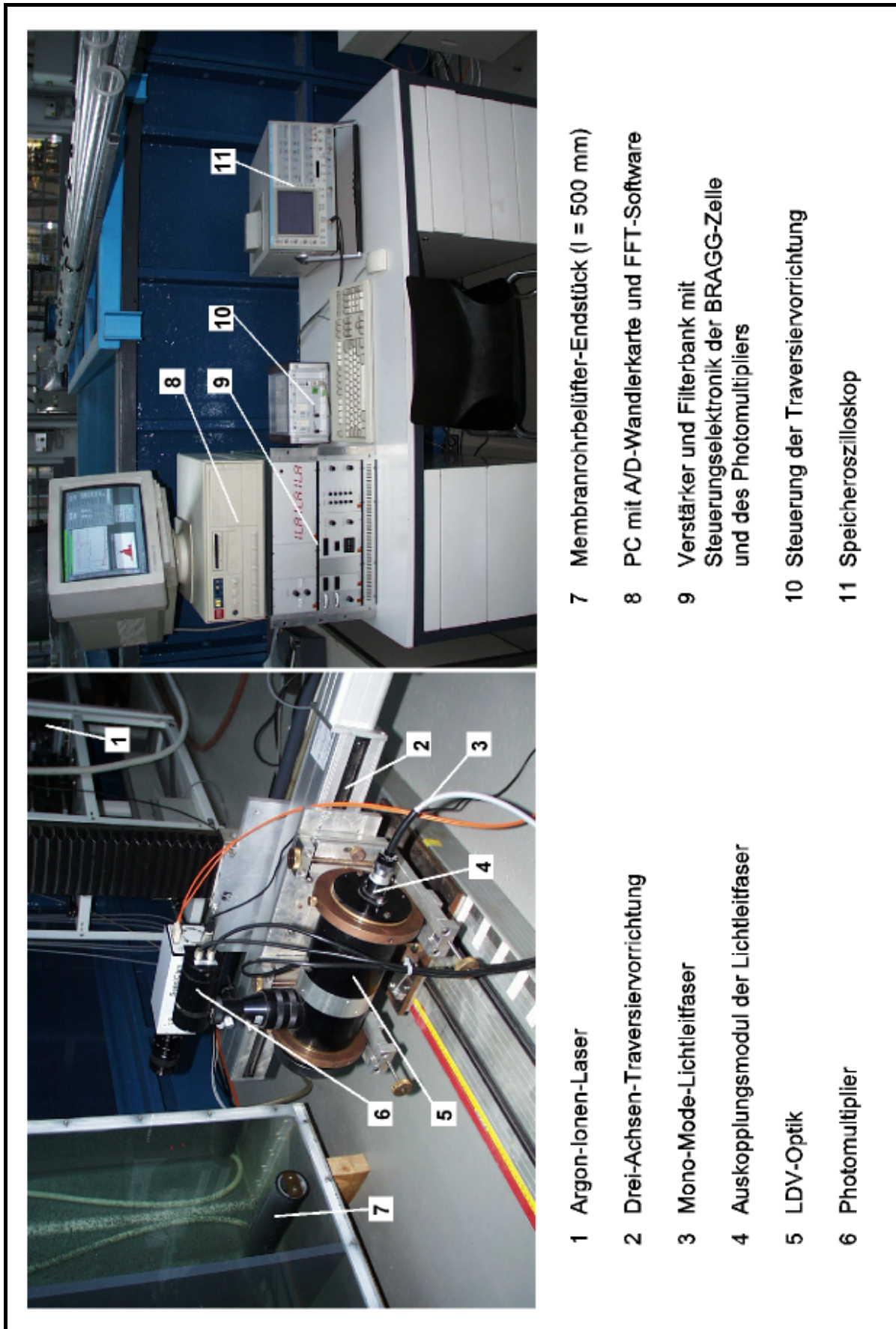


Bild 21. Fotografische Ansicht des verwendeten Laser-DOPPLER-Velozimeters

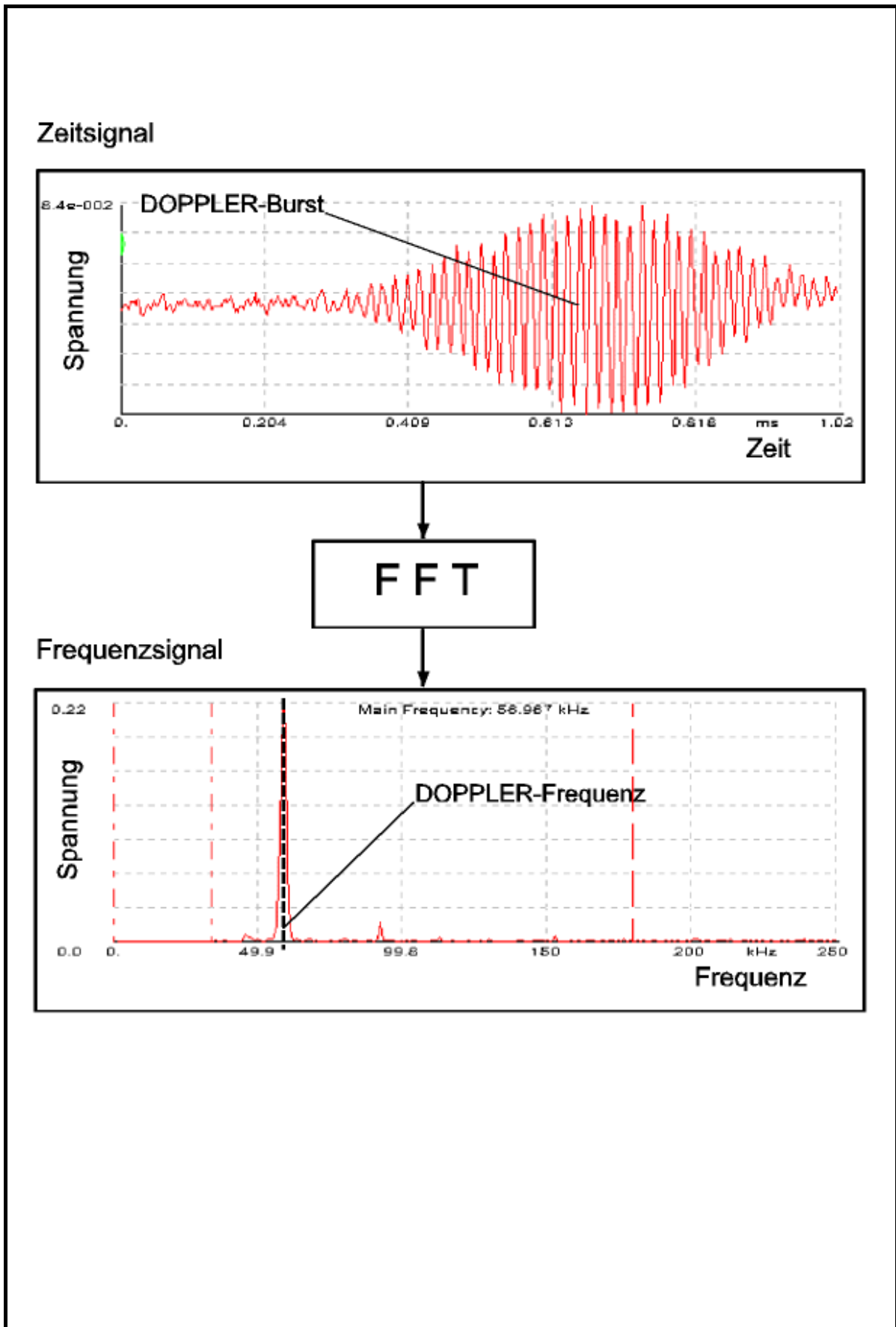


Bild 22. Zeit- und Frequenzsignal bei der LDV-Signalauswertung

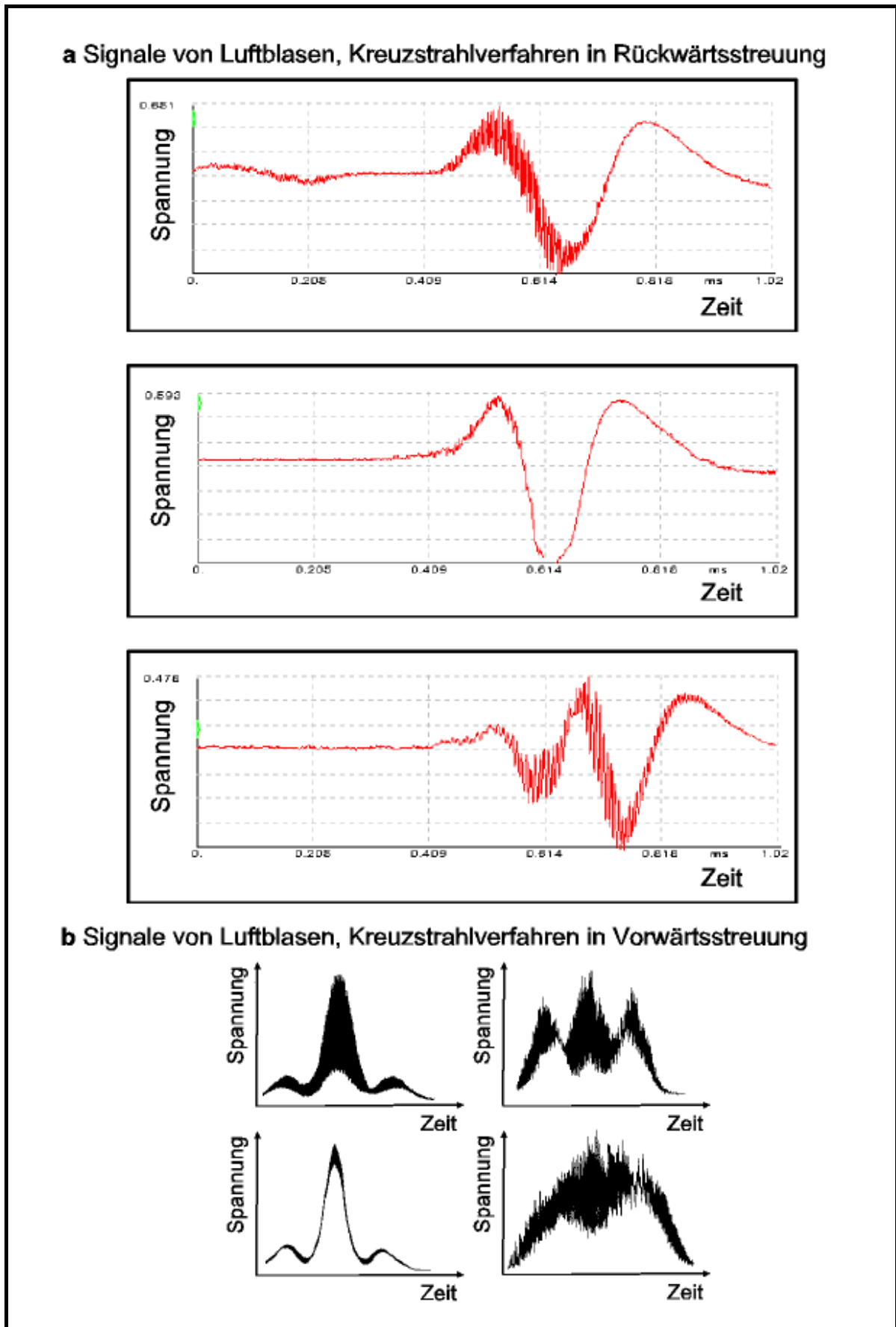


Bild 23. Von Luftblasen herrührende LDV-Signale. **a** $d_B = 2,20$ mm, Rückwärtsstreuung; **b** $d_B = 0,57$ mm, Vorwärtsstreuung [110]

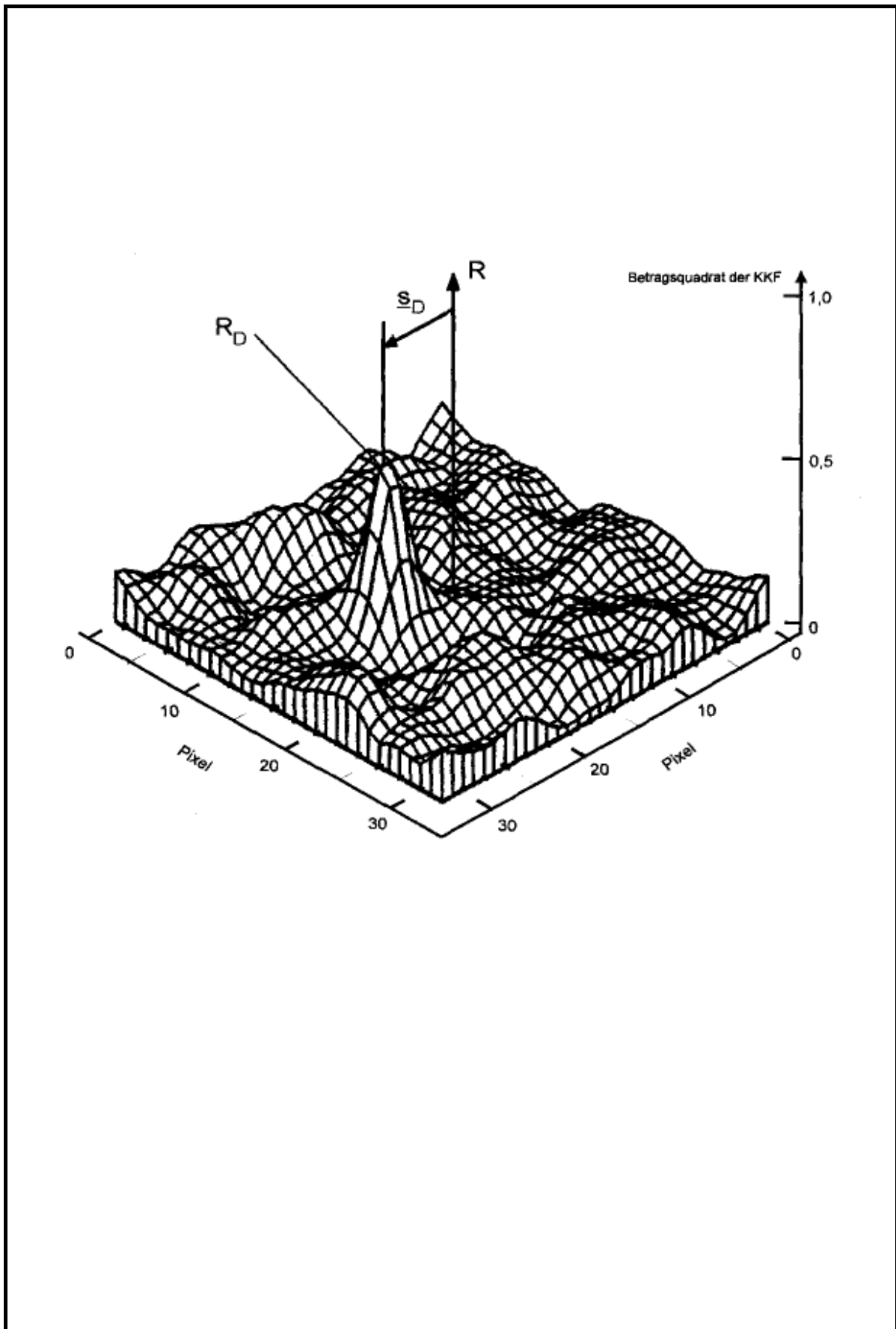


Bild 24. Darstellung von Kreuzkorrelationsdaten [103]

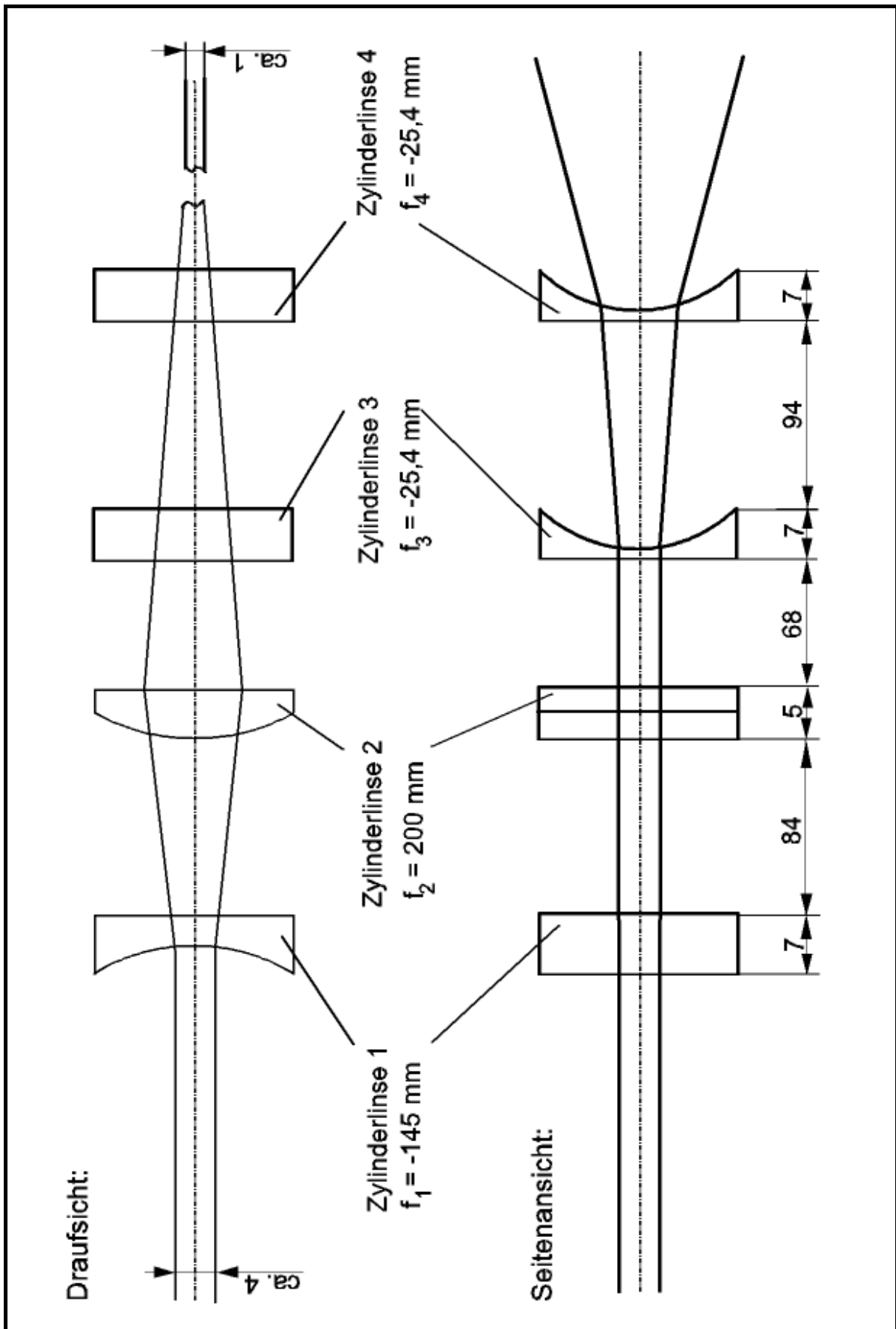


Bild 25. Lichtschnittoptik

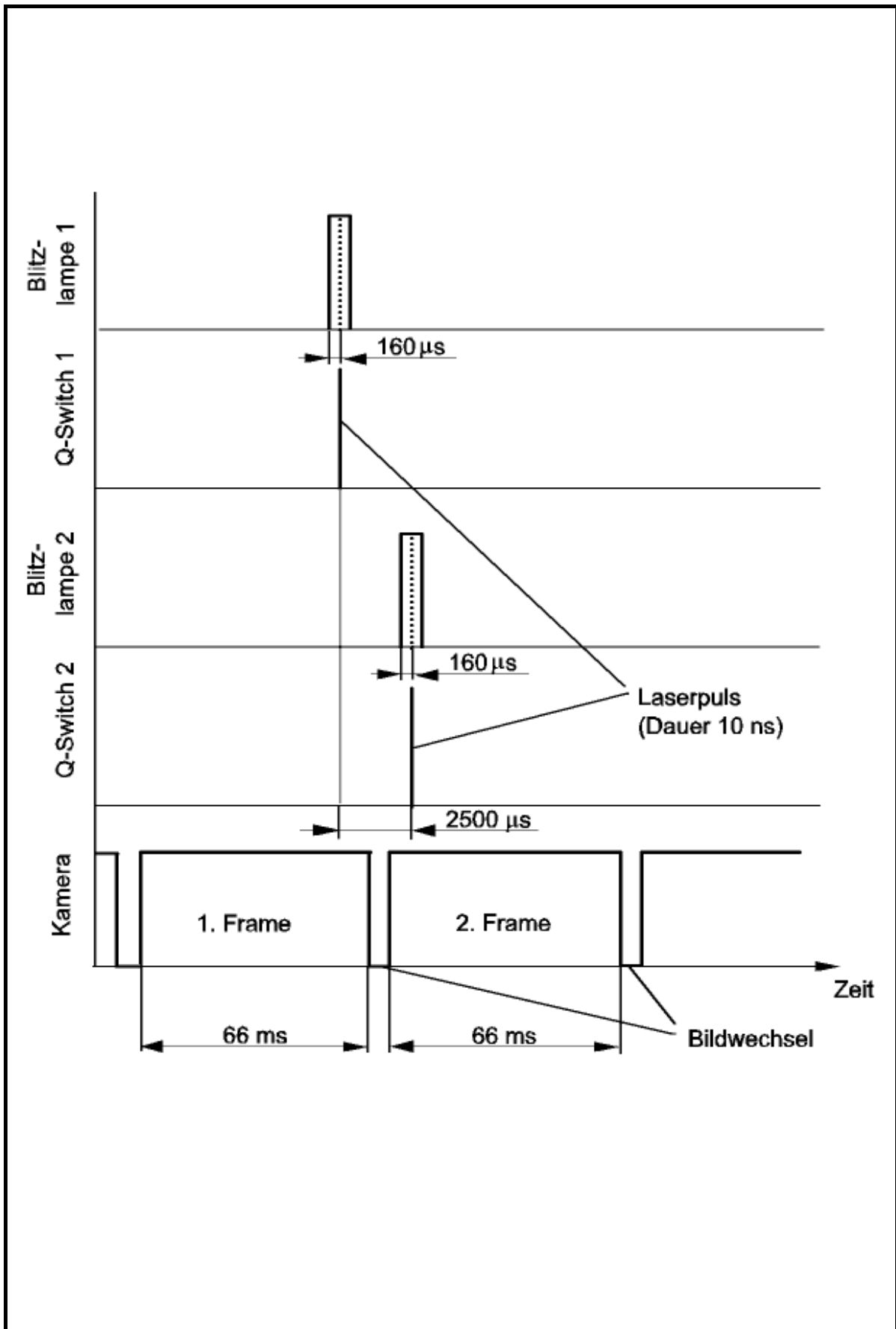


Bild 26. Synchronisierung

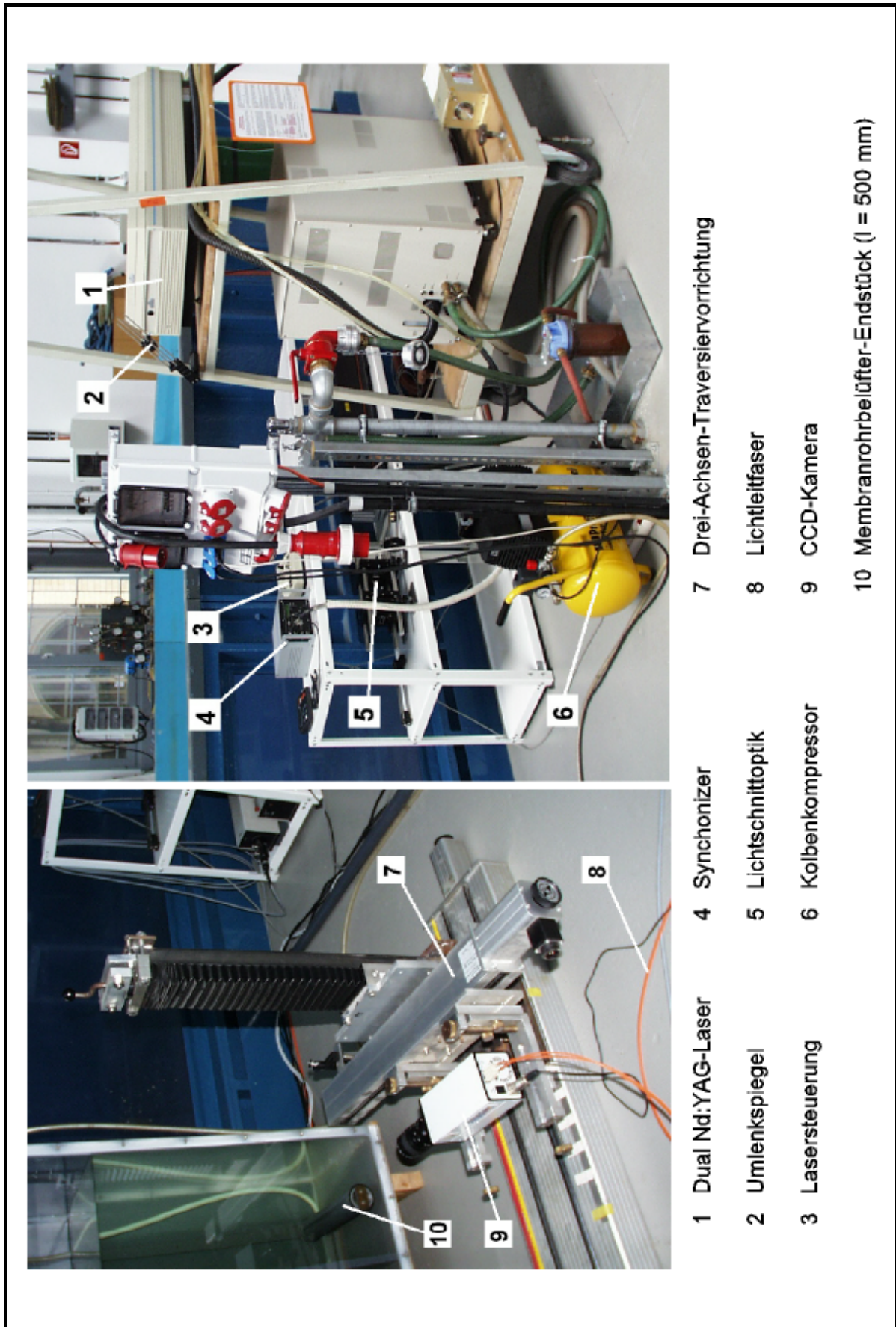


Bild 27. Fotografische Ansicht des verwendeten Particle-Image-Velozimeters

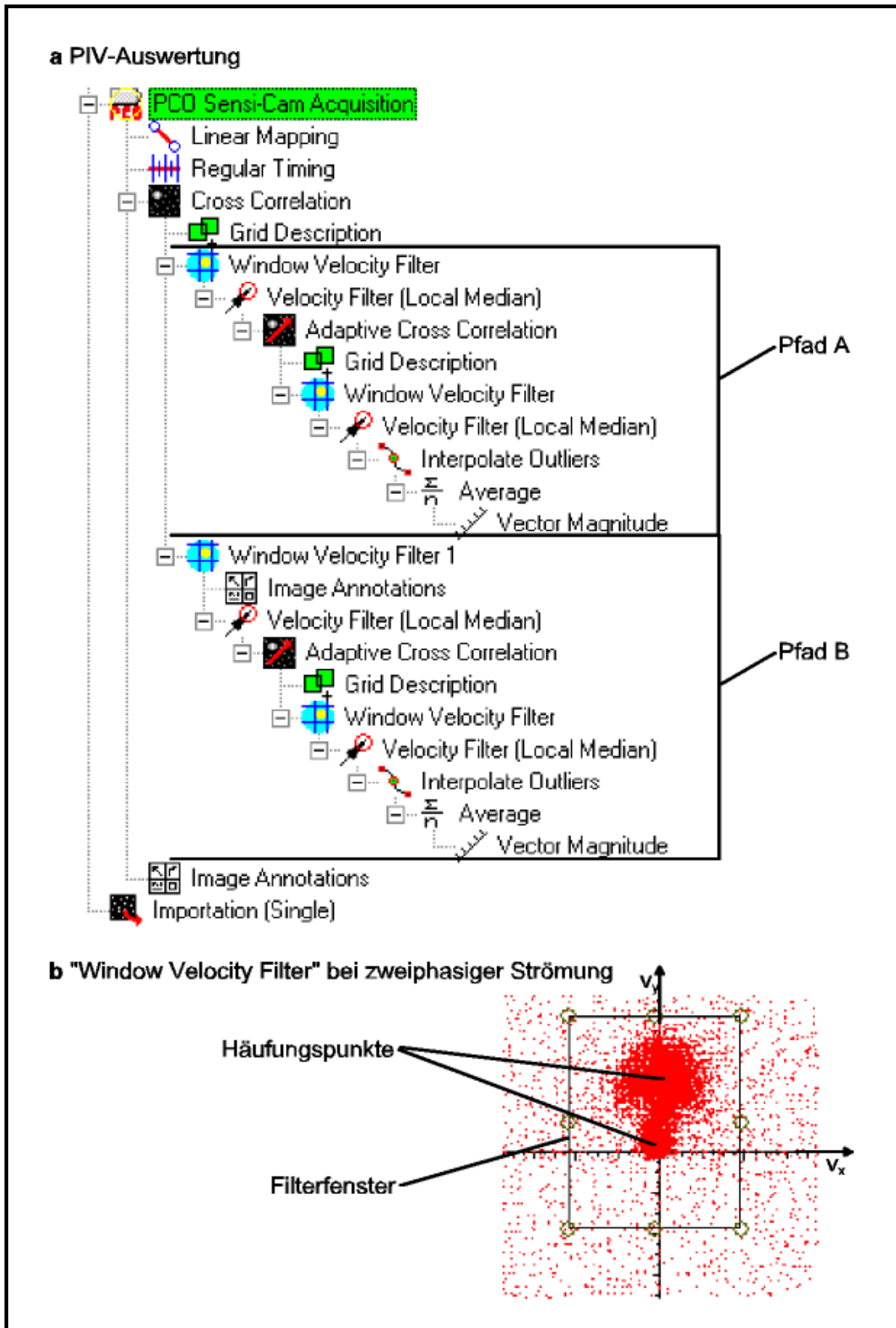


Bild 28. PIV-Strömungs-Geschwindigkeitsmessung. **a** Auswertepfade; **b** „Window Velocity Filter“ bei zweiphasiger Strömung

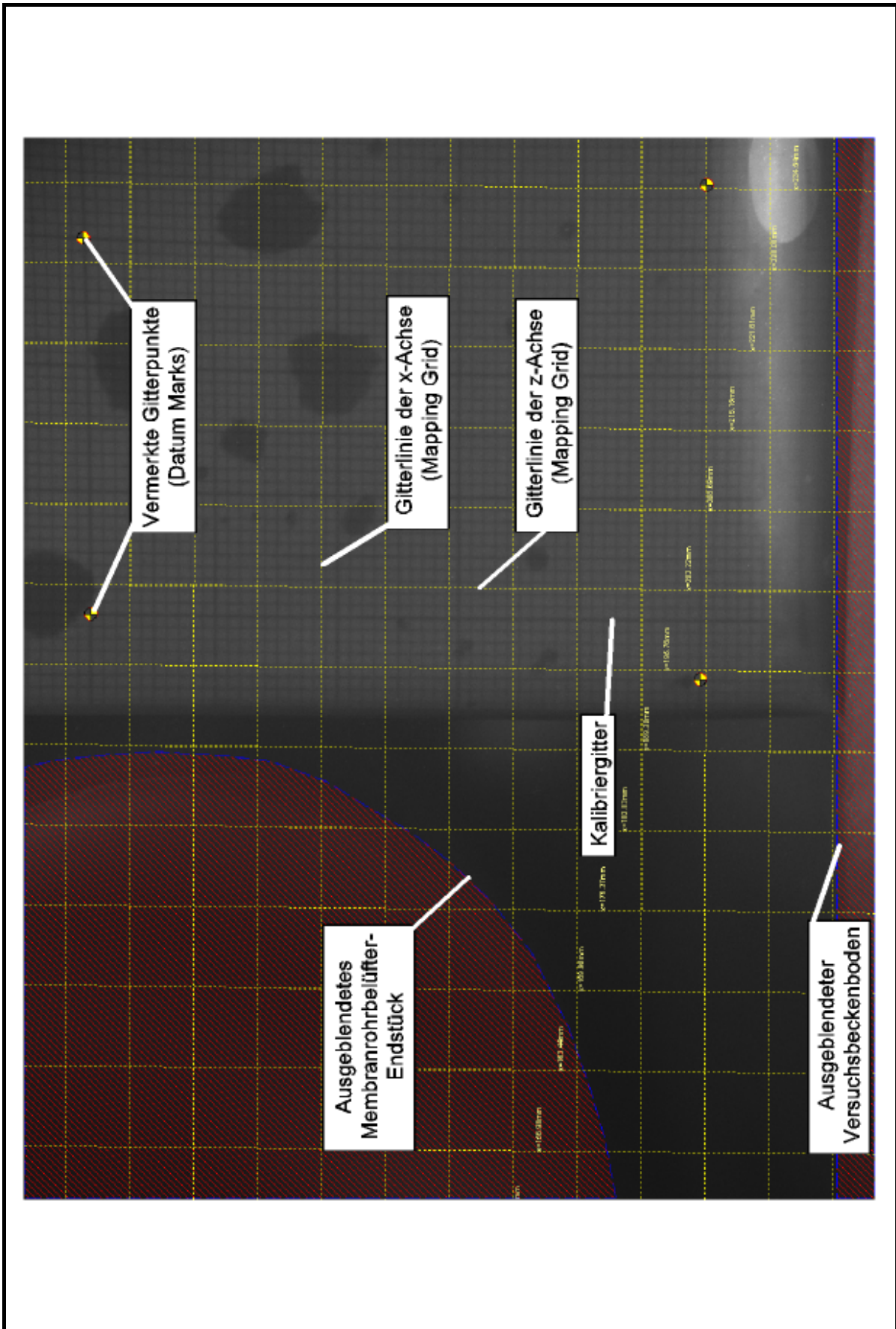


Bild 29. PIV-Kalibrierung („Mapping“)

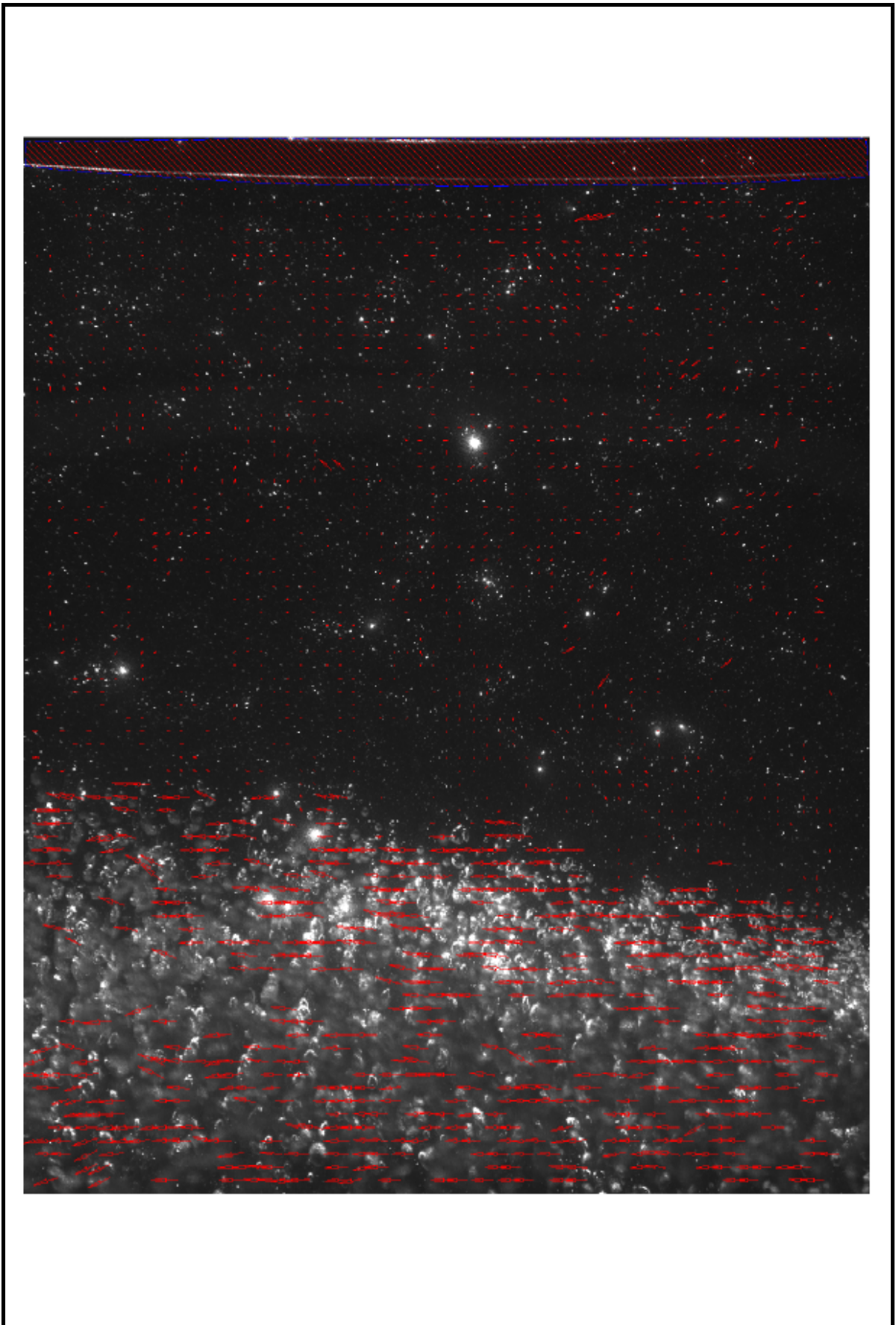


Bild 30. Strömungs-Geschwindigkeitsvektoren des Wassers

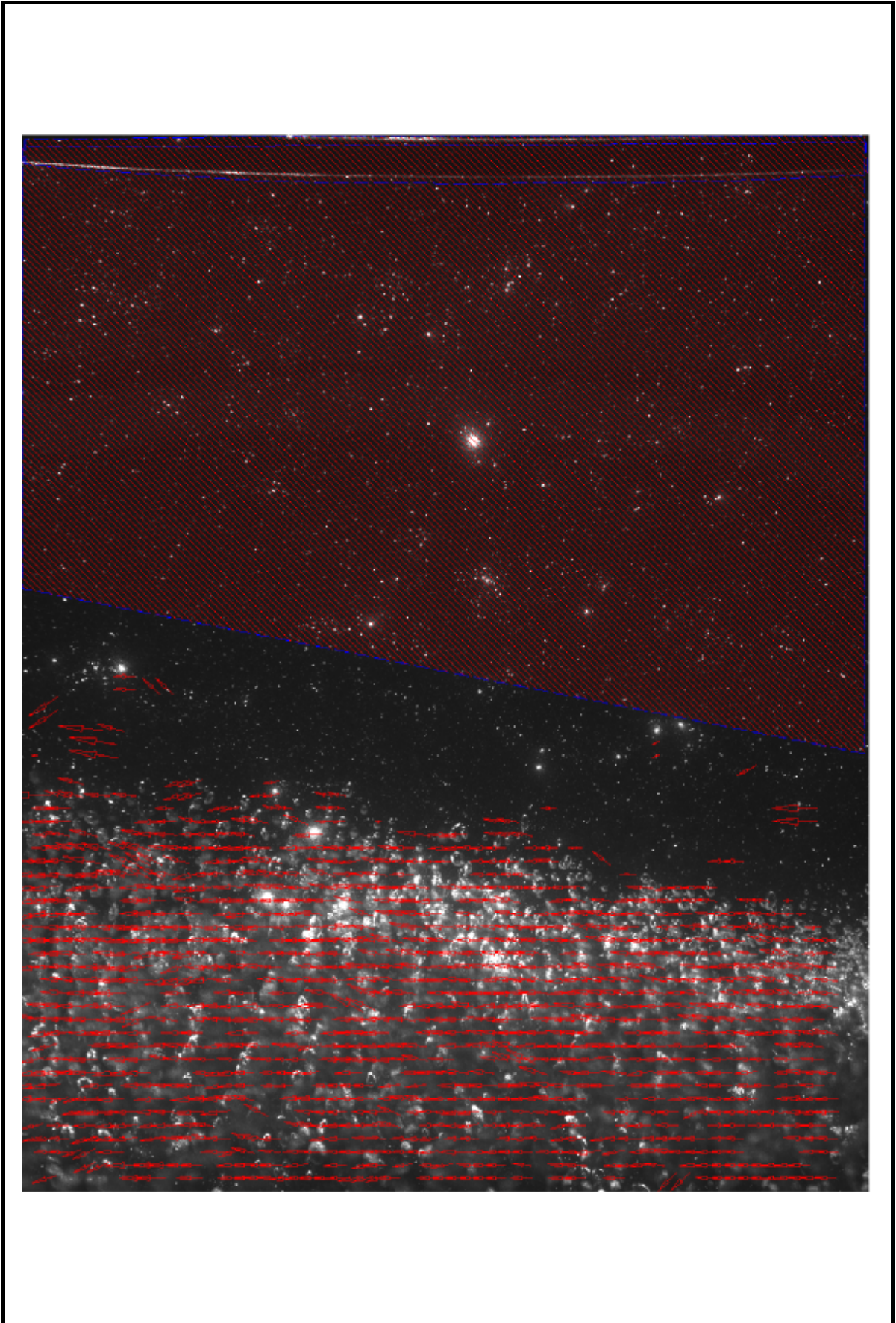


Bild 31. Strömungs-Geschwindigkeitsvektoren der Luftblasen

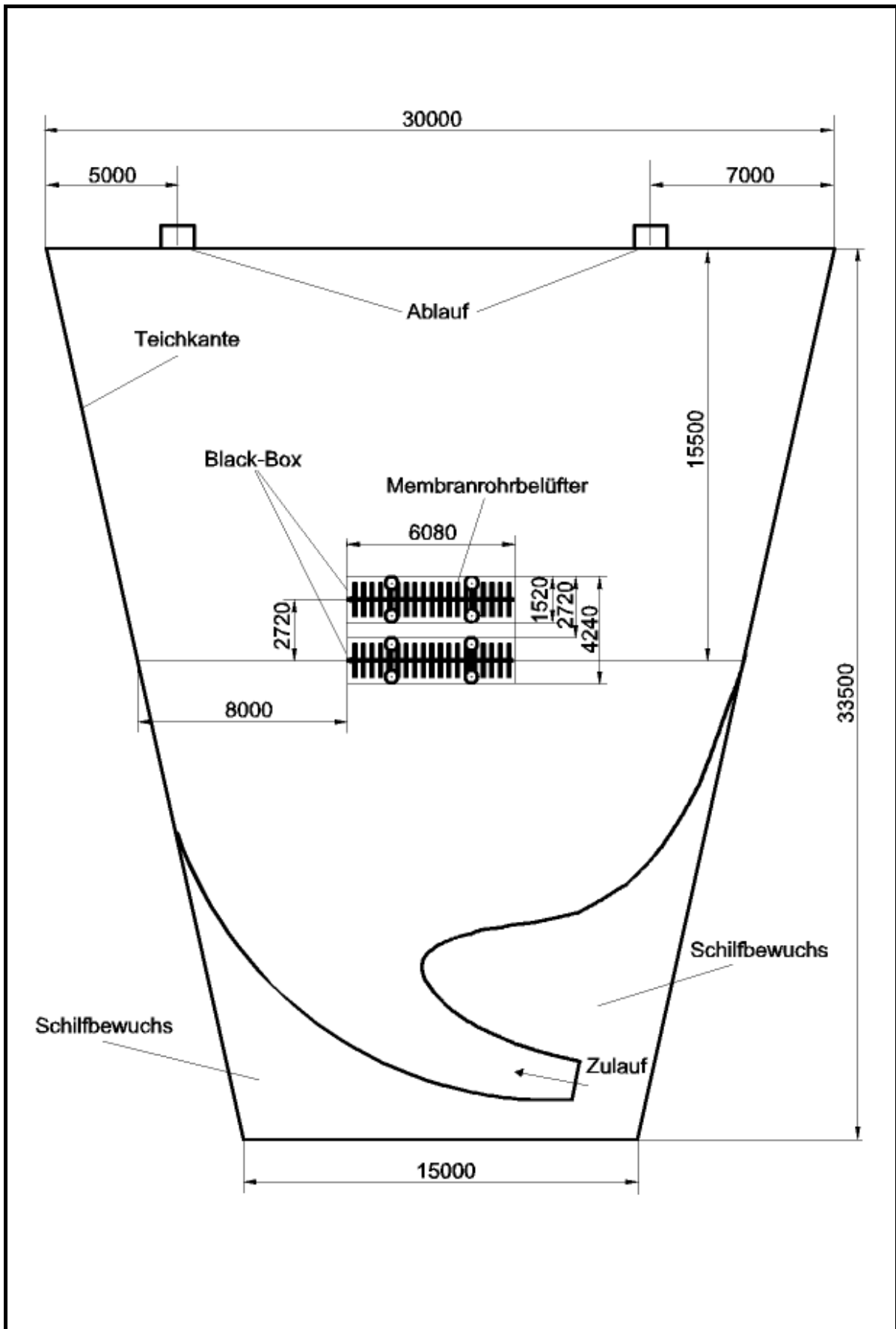


Bild 32. Abmessungen des Abwasserteichs und Lage von Zu- und Ablauf

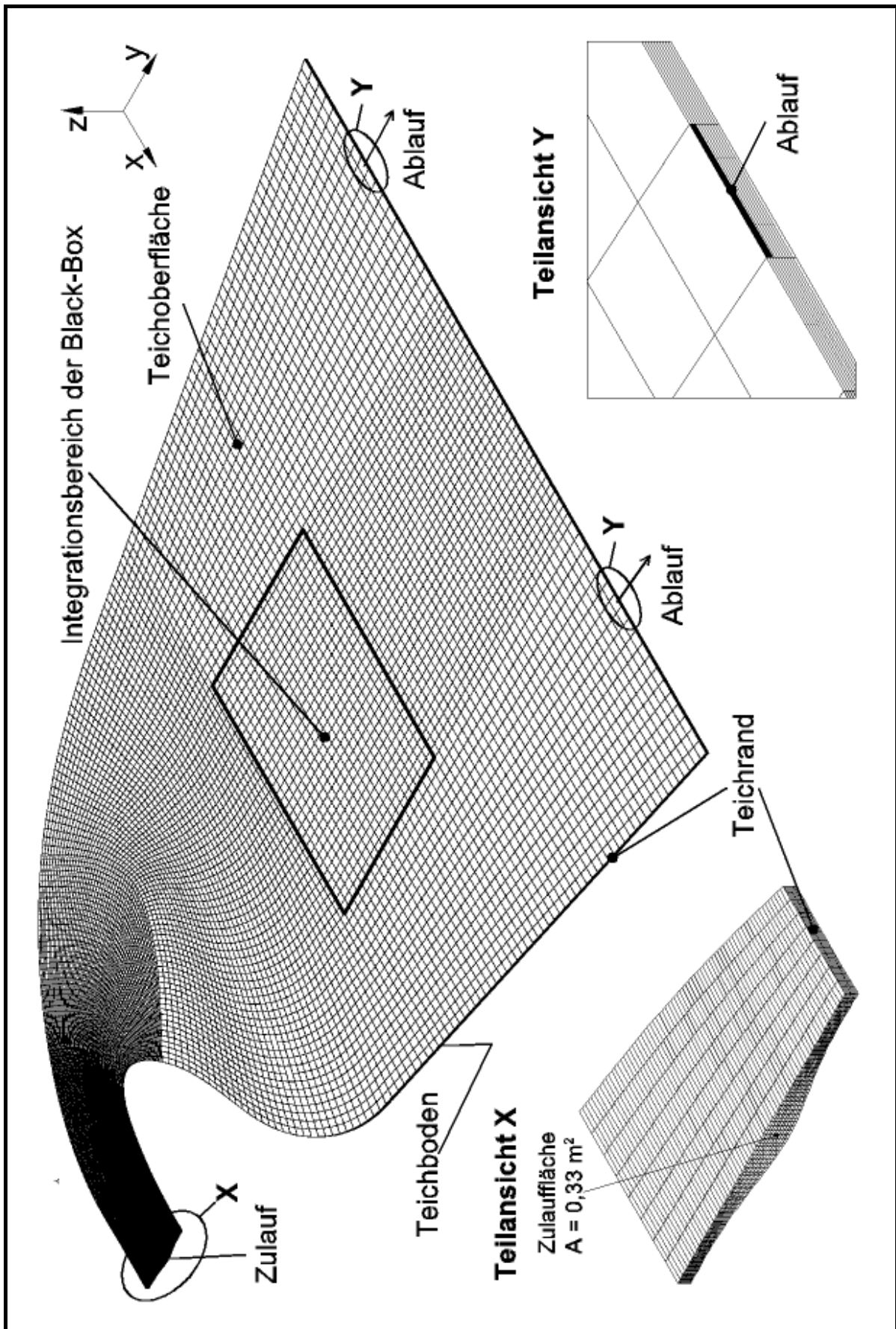


Bild 33. Blockstrukturiertes numerisches Gitter (ca. 120.000 Zellen) für den Abwasserteich bei einphasiger Strömung

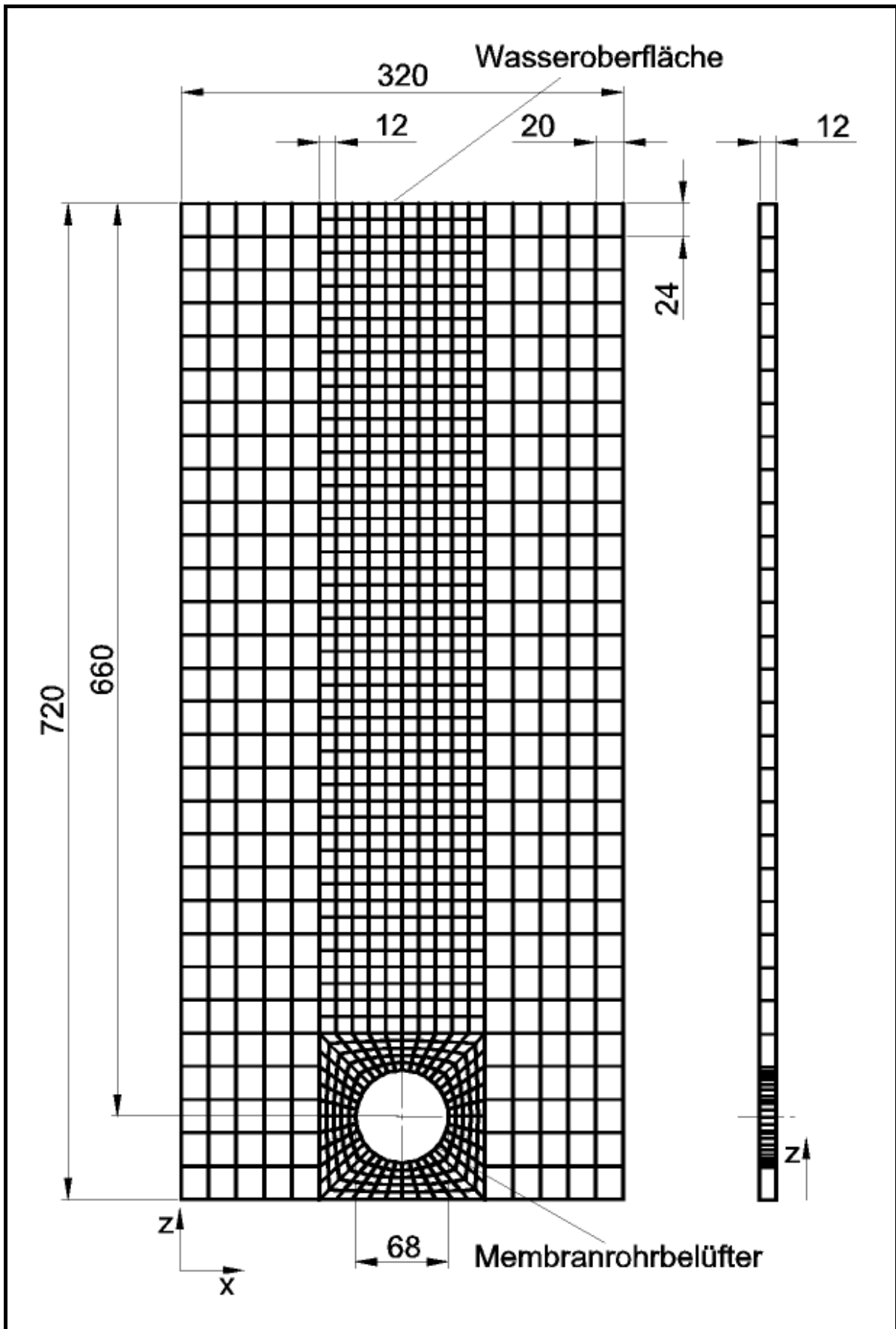


Bild 34. Zweidimensionales numerisches Gitter (ca. 2.000 Zellen) für das EULER-LAGRANGE-Modell als Querschnitt durch einen Membranrohrbelüfter

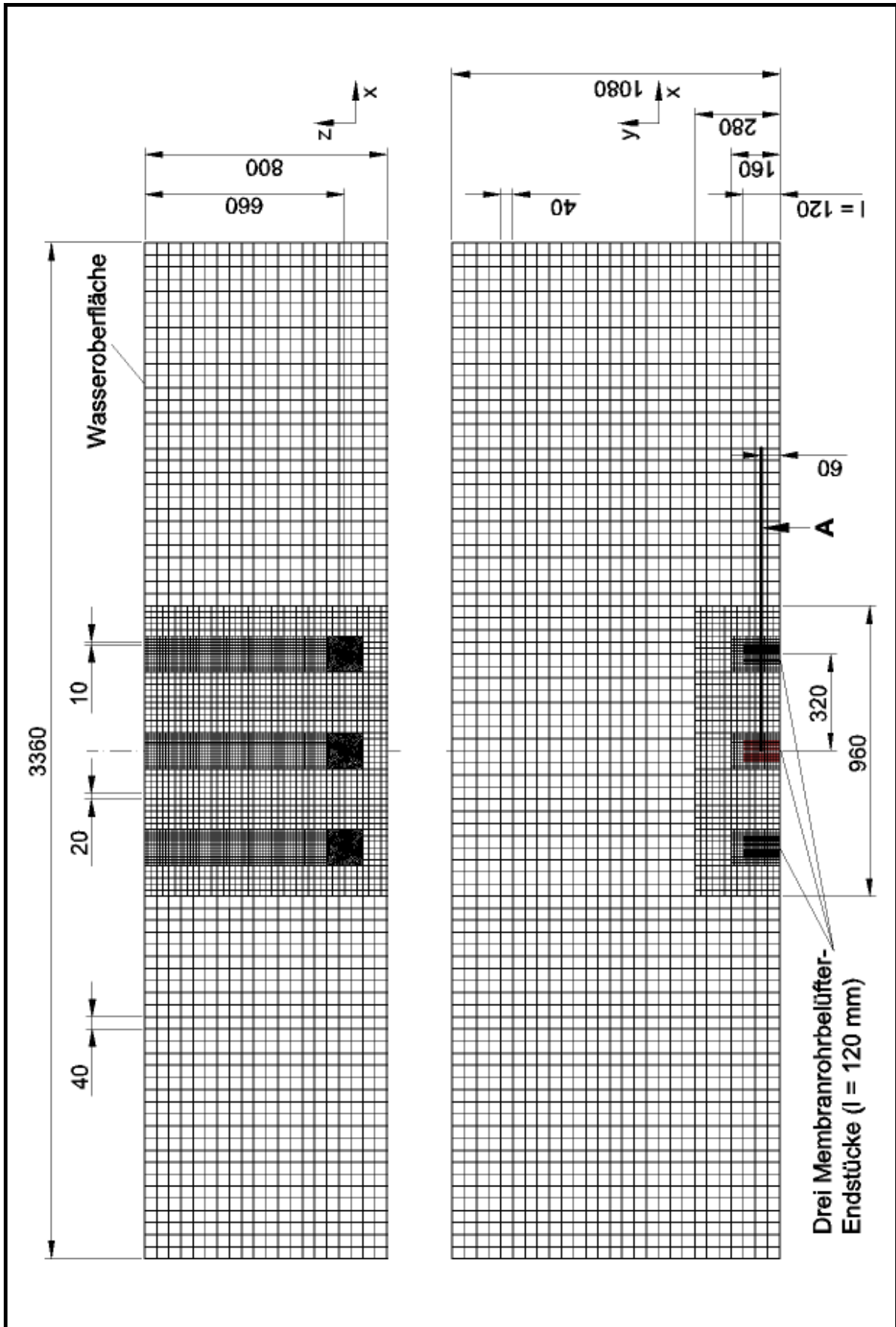


Bild 35. Dreidimensionales numerisches Gitter (ca. 100.000 Zellen) für das EULER-LAGRANGE-Modell mit den Endstücken dreier Membranrohrbelüfter

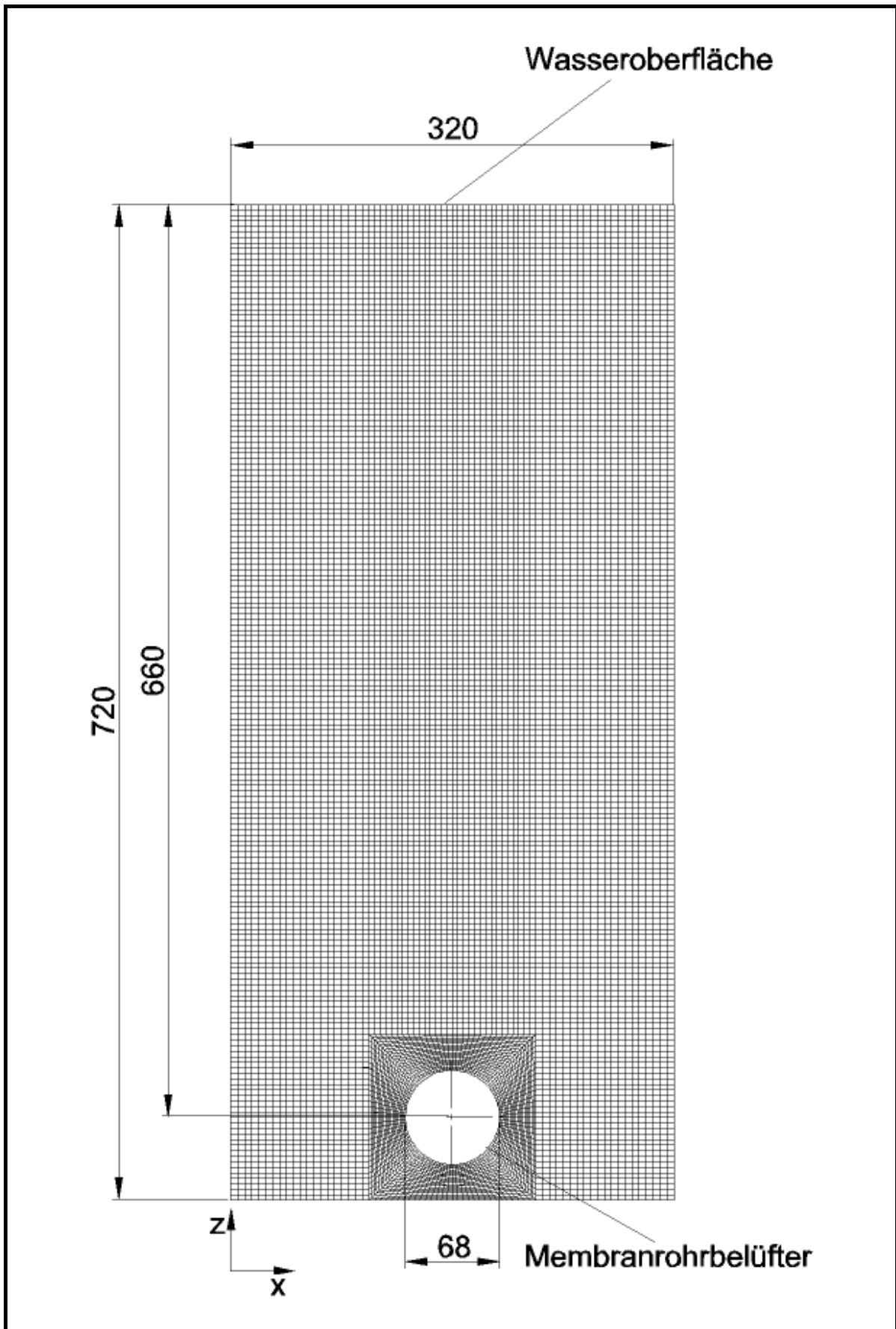


Bild 36. Zweidimensionales numerisches Gitter (ca. 28.000 Zellen) für das EULER-EULER-Modell als Querschnitt durch einen Membranrohrbelüfter

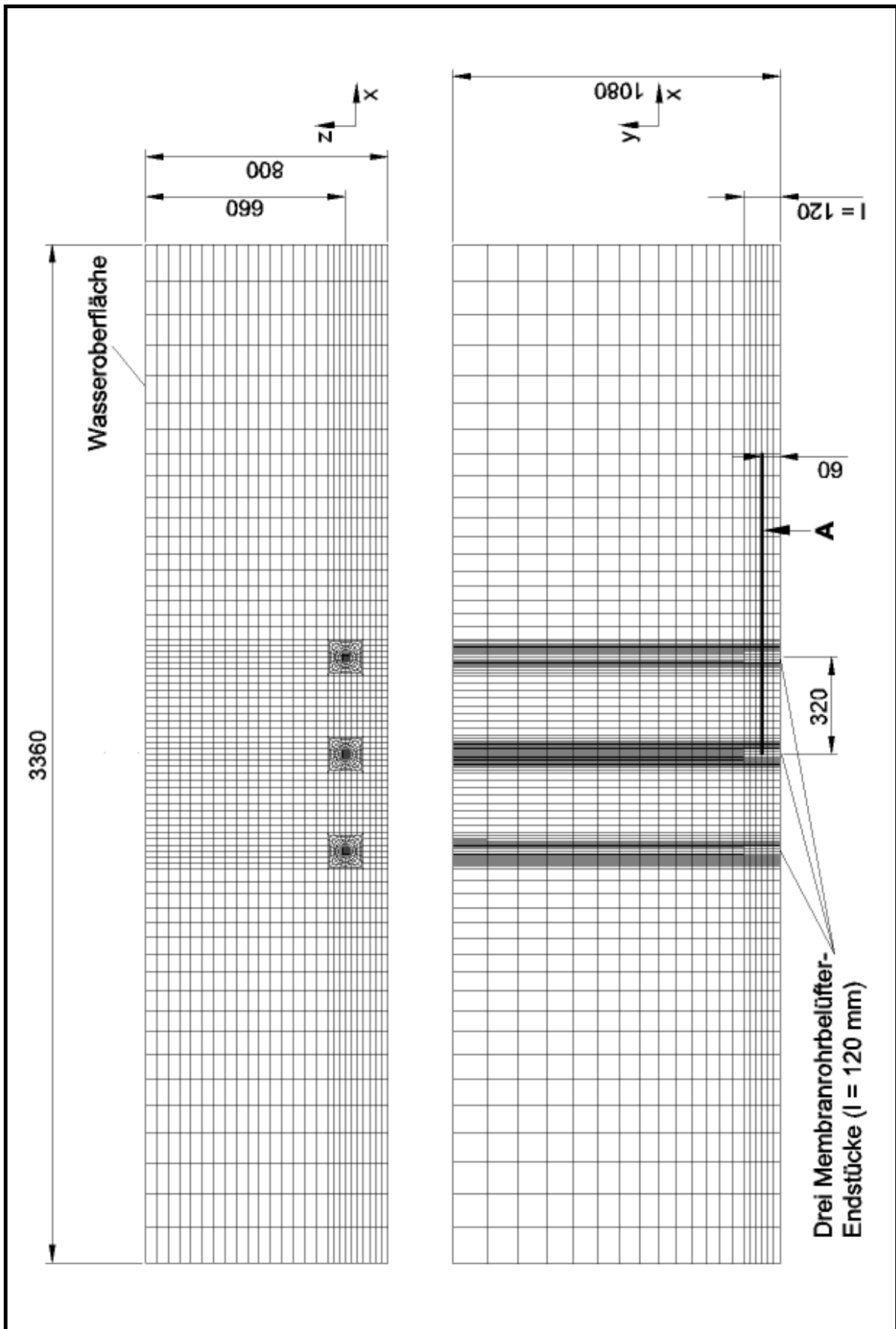


Bild 37. Dreidimensionales numerisches Gitter (ca. 420.000 Zellen, nur jede zweite Gitterlinie dargestellt) für das EULER-EULER-Modell

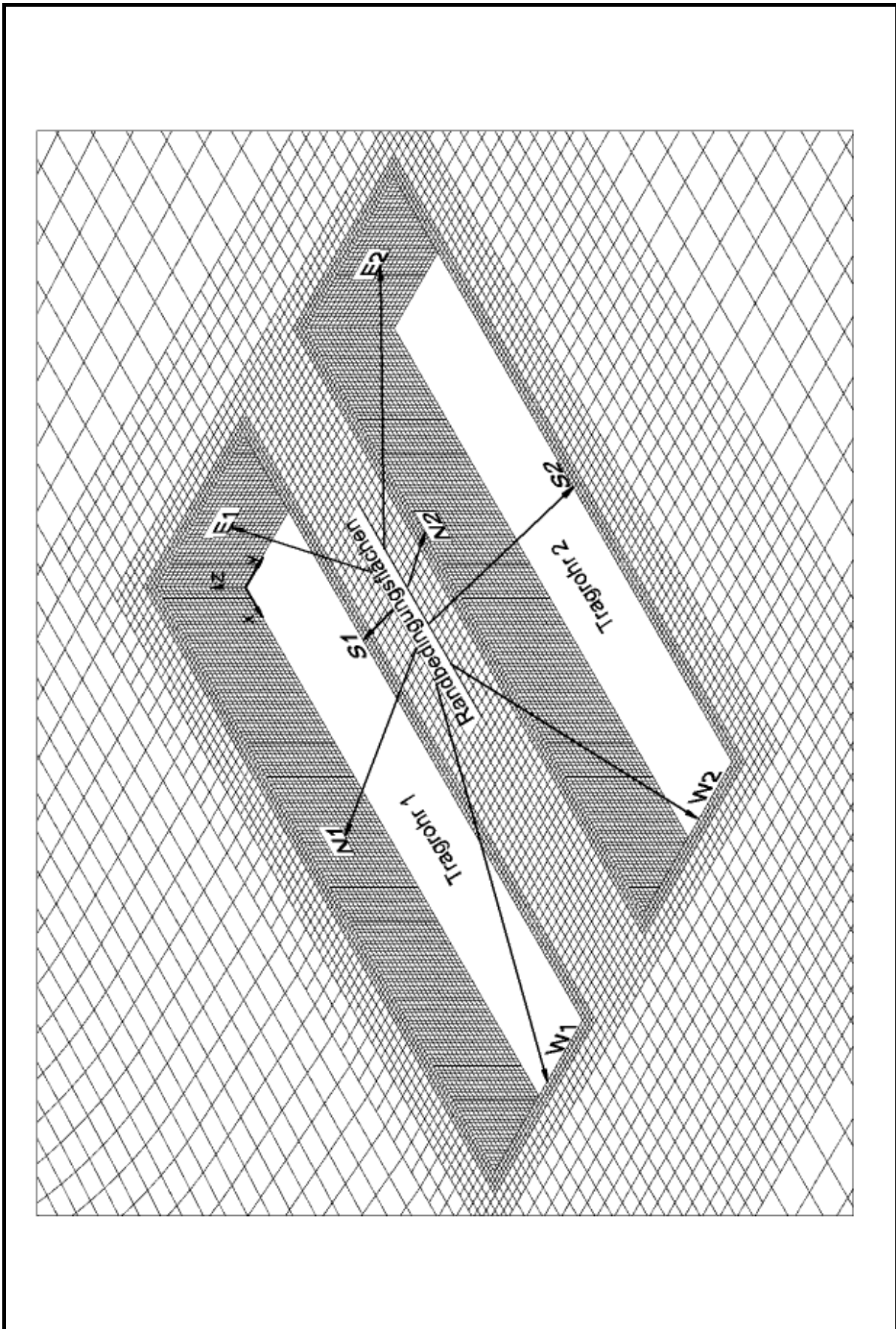


Bild 38. Ausgeschnittene Bereiche der beiden Tragrohre

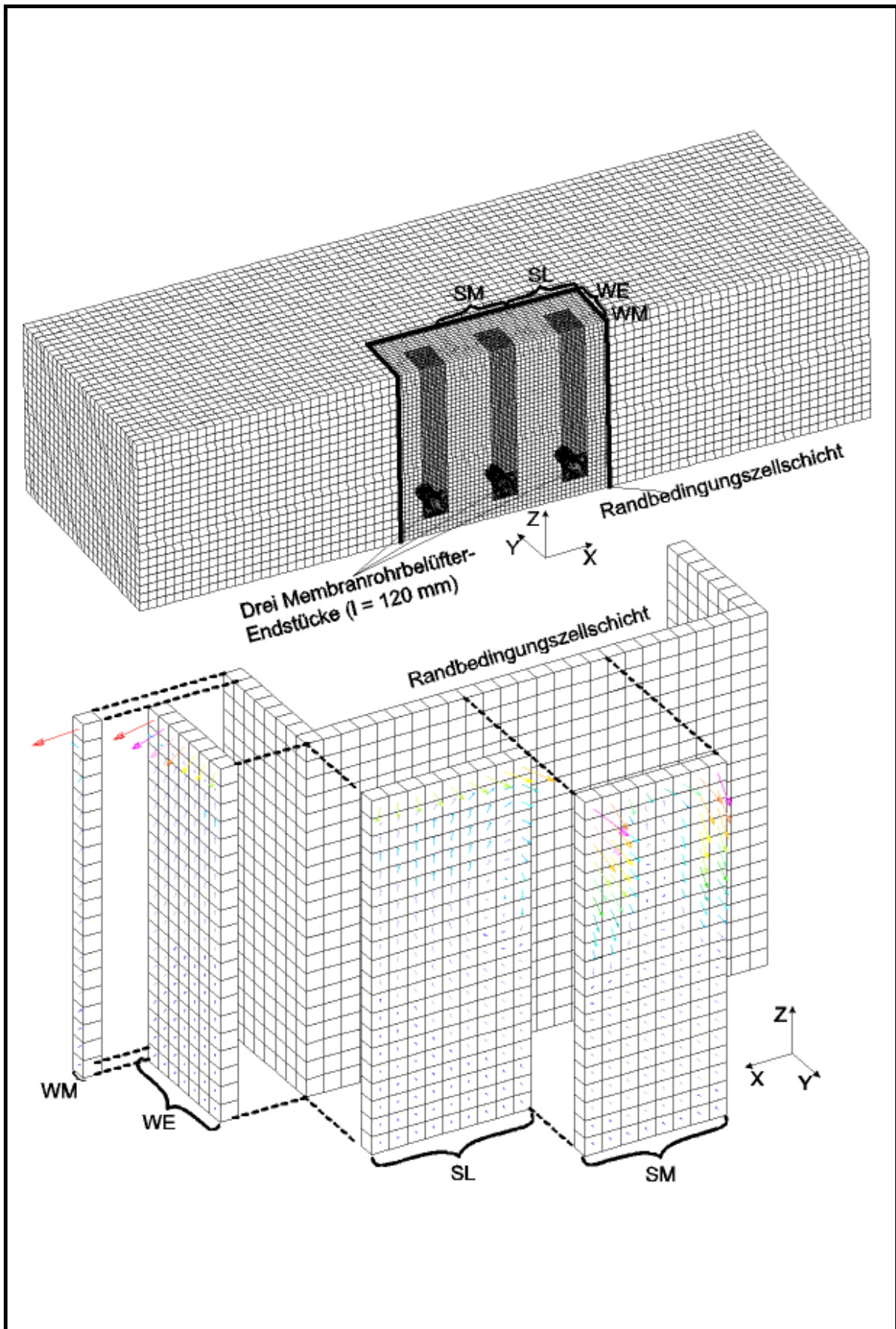


Bild 39. Verfahrensweise der Black-Box-Modellierung

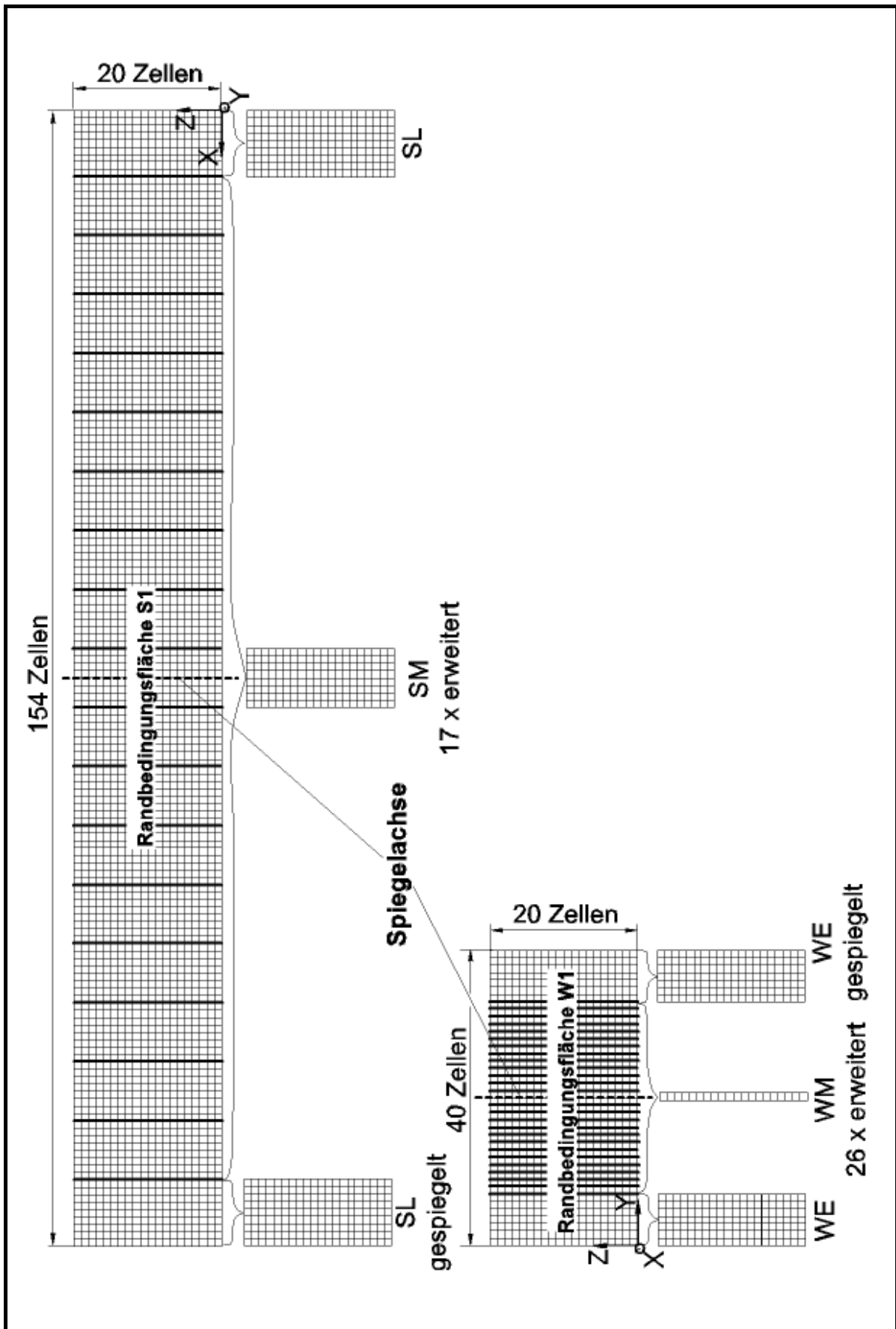


Bild 40. Verfahrensweise der Black-Box-Modellierung

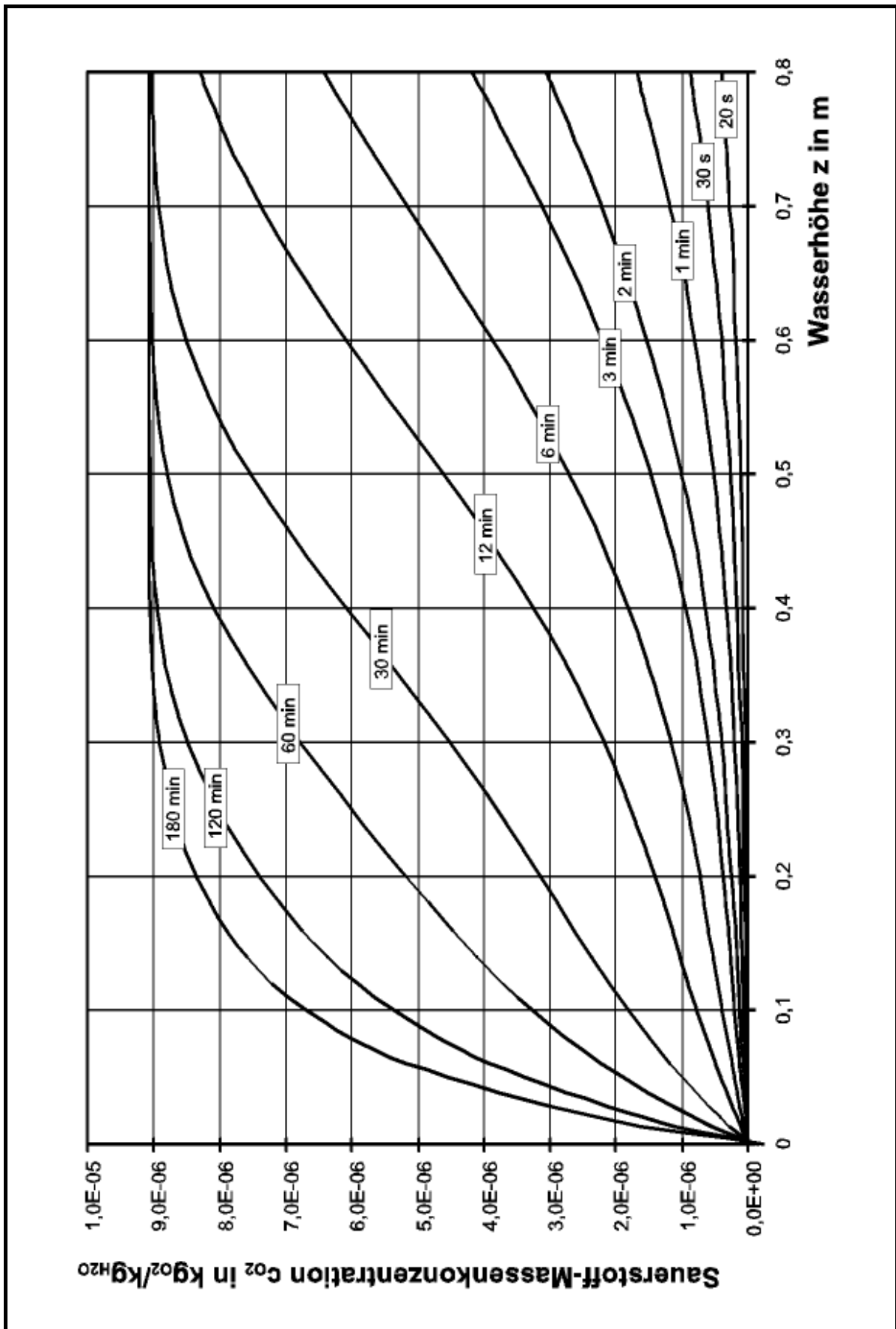


Bild 41. Sauerstoff-Massenkonzentration in Abhängigkeit von der Zeit und der Wasserhöhe bei einer SKV-Spannungsfrequenz von 60 Hz

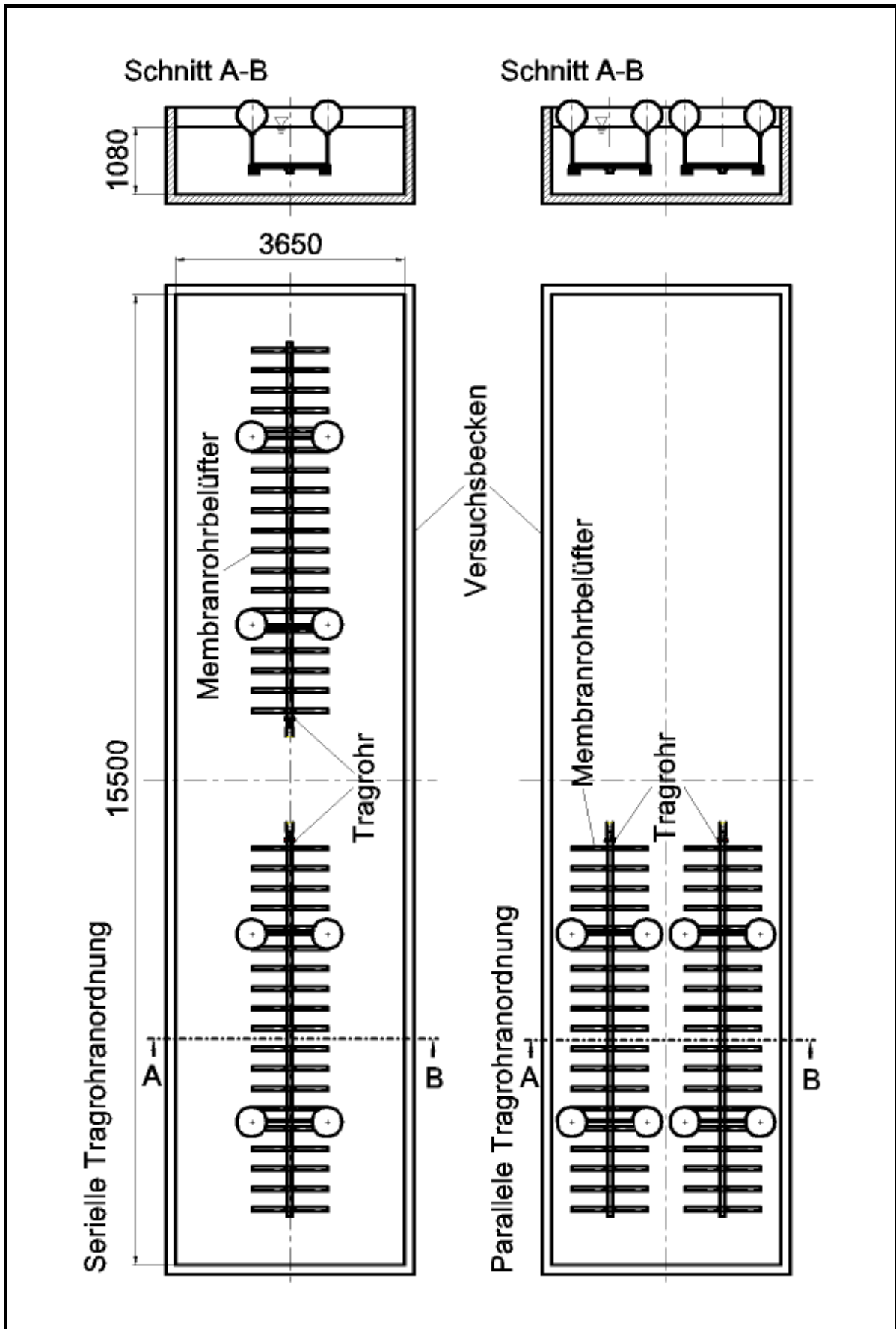


Bild 42. Serielle und parallele Anordnung der beiden Tragrohre im Versuchsbecken

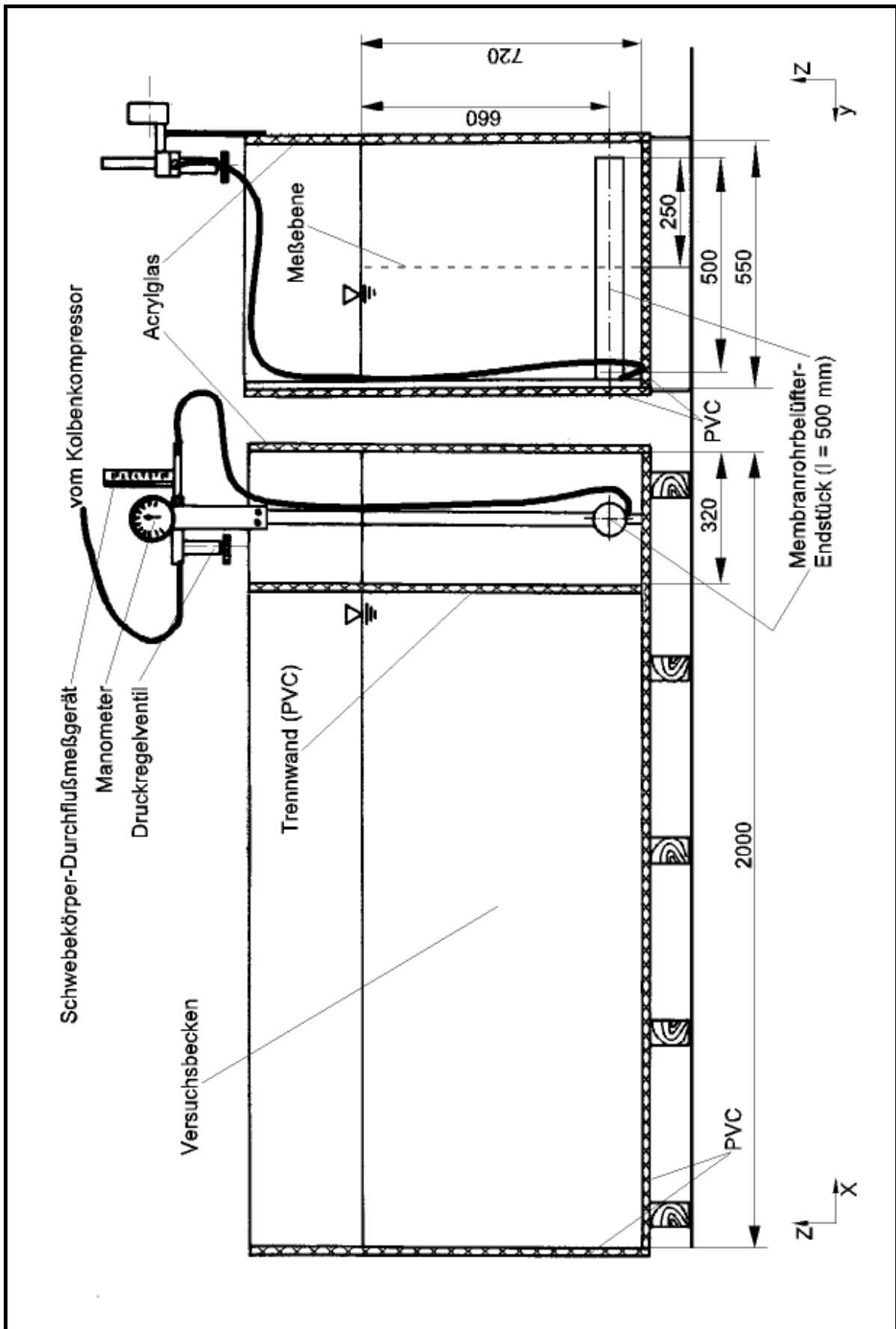


Bild 43. Konfiguration des Versuchsbeckens, die das zweidimensionale numerische Gitter repräsentiert

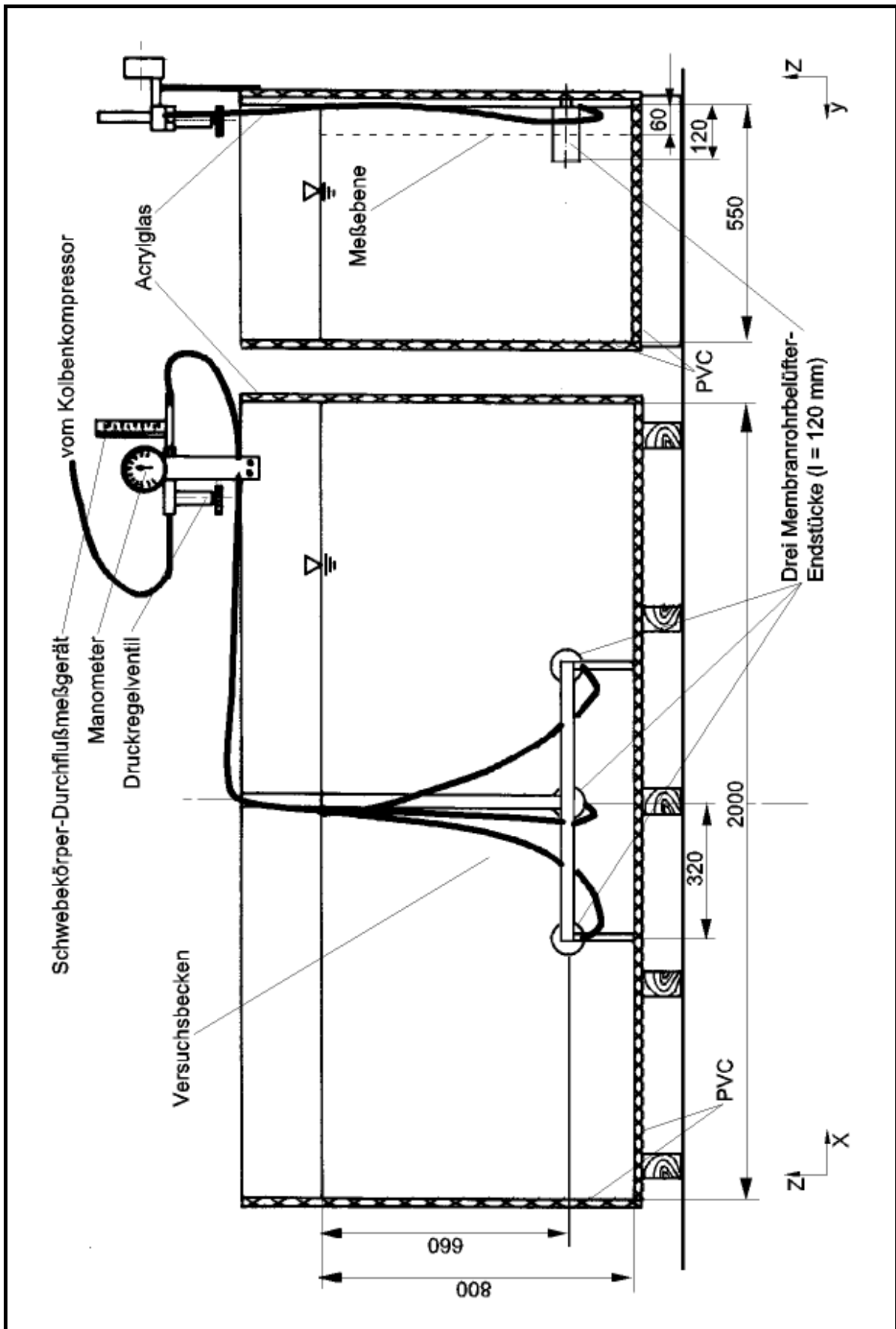


Bild 44. Konfiguration des Versuchsbeckens, die das dreidimensionale numerische Gitter repräsentiert

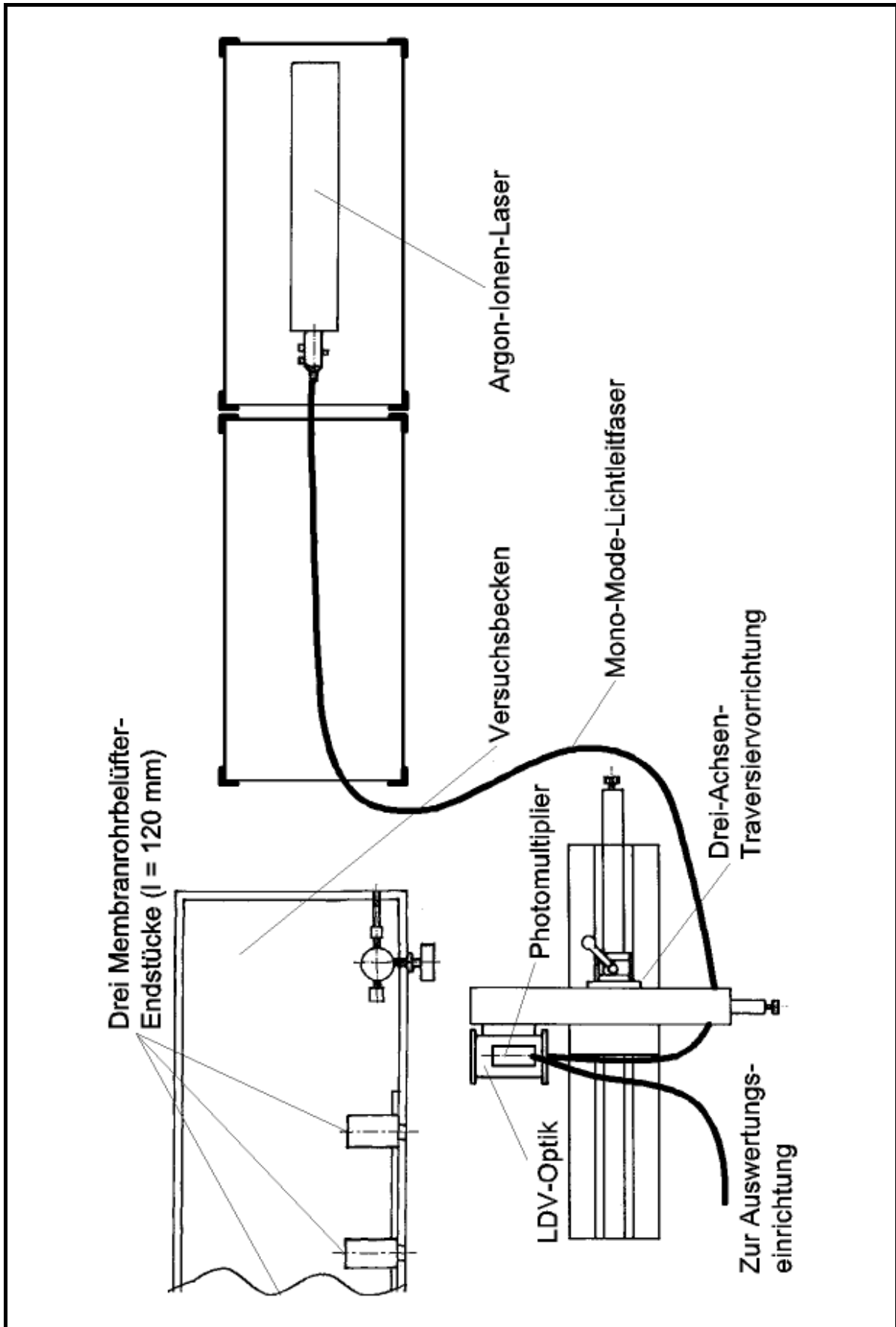


Bild 45. Exemplarische Installation des Laser-DOPPLER-Velozimeters für die dreidimensionale Versuchsbecken-Konfiguration als Draufsicht

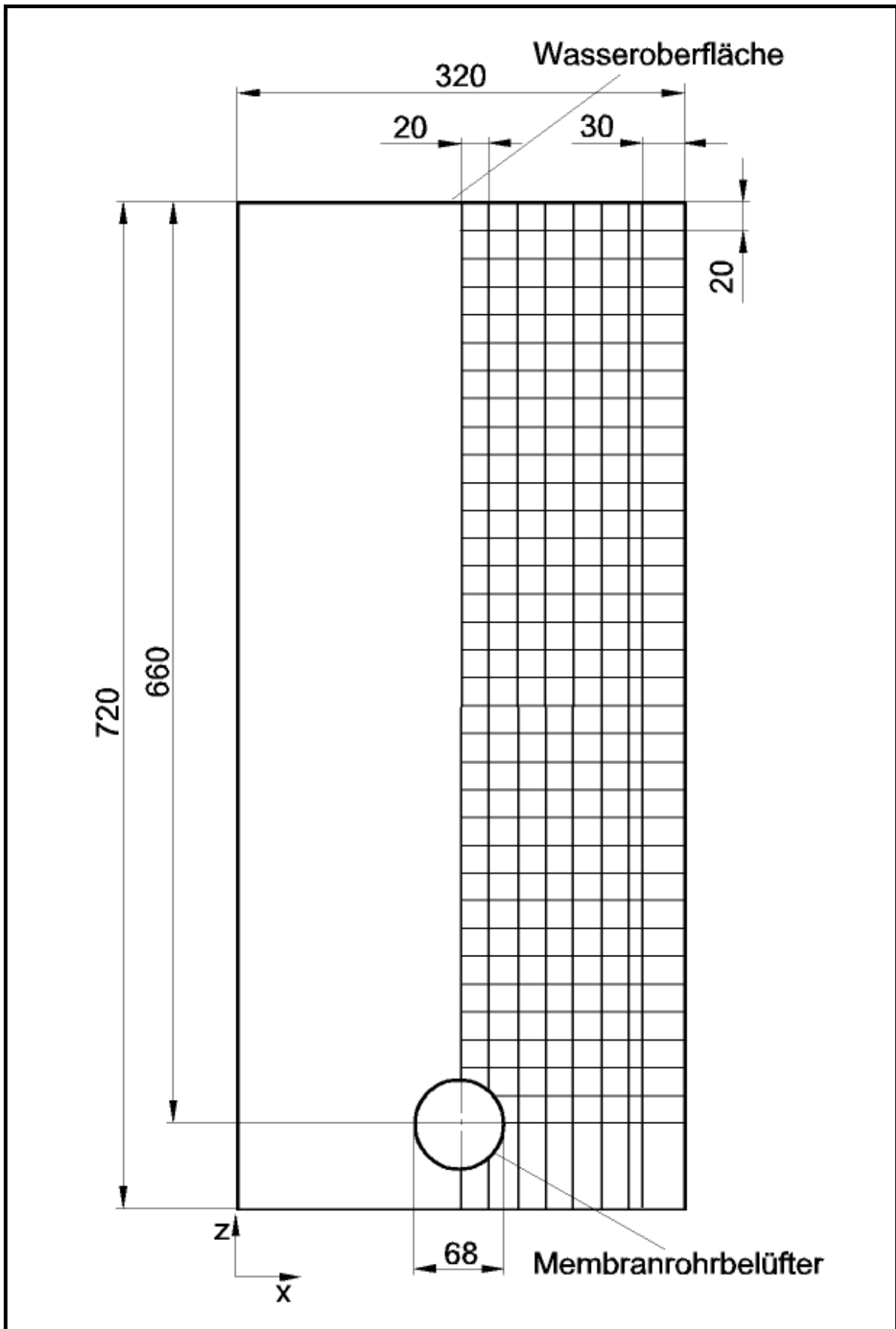


Bild 46. LDV-Meßgitter für die zweidimensionale Versuchsbecken-Konfiguration

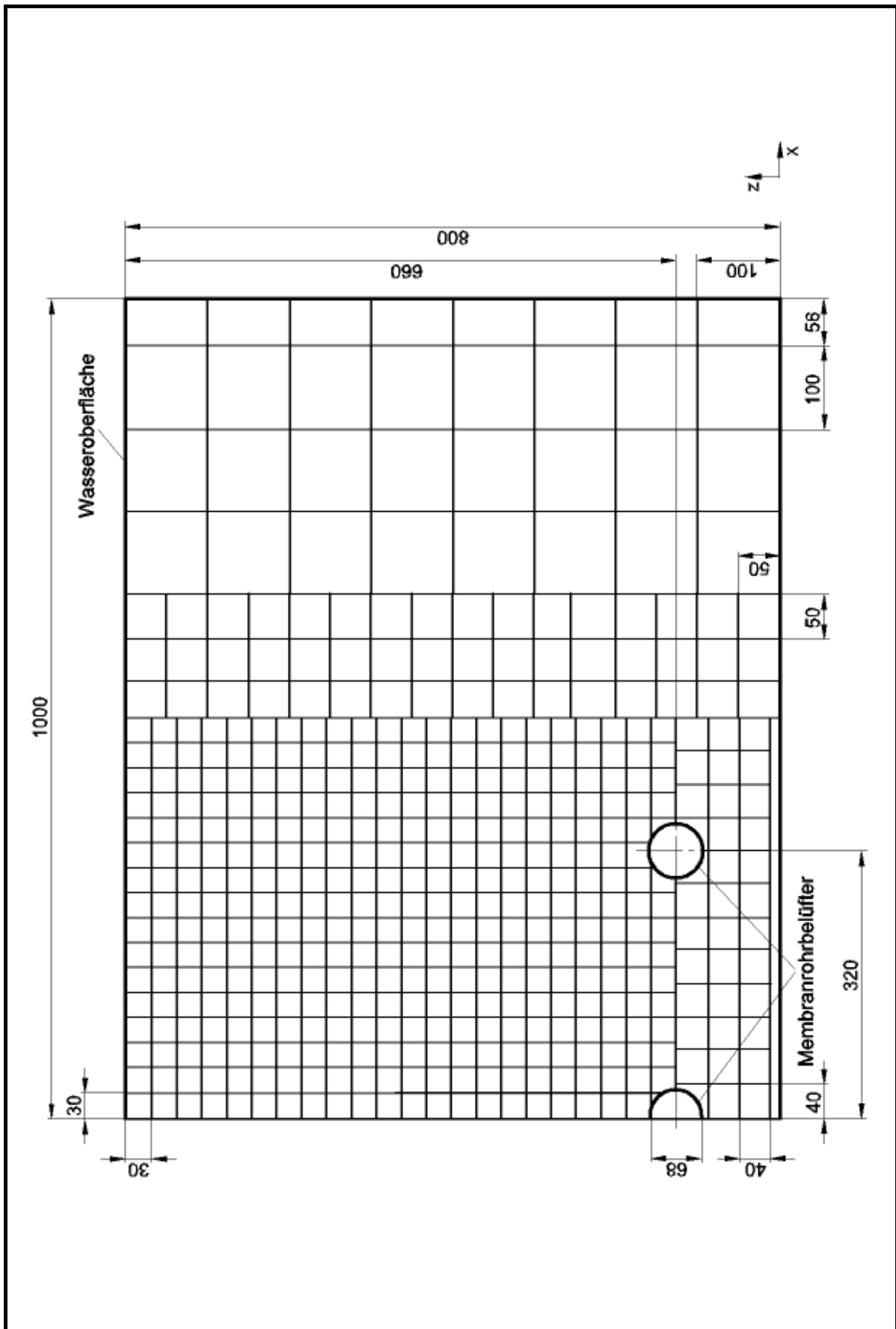


Bild 47. LDV-Meßgitter für die dreidimensionale Versuchsbecken-Konfiguration

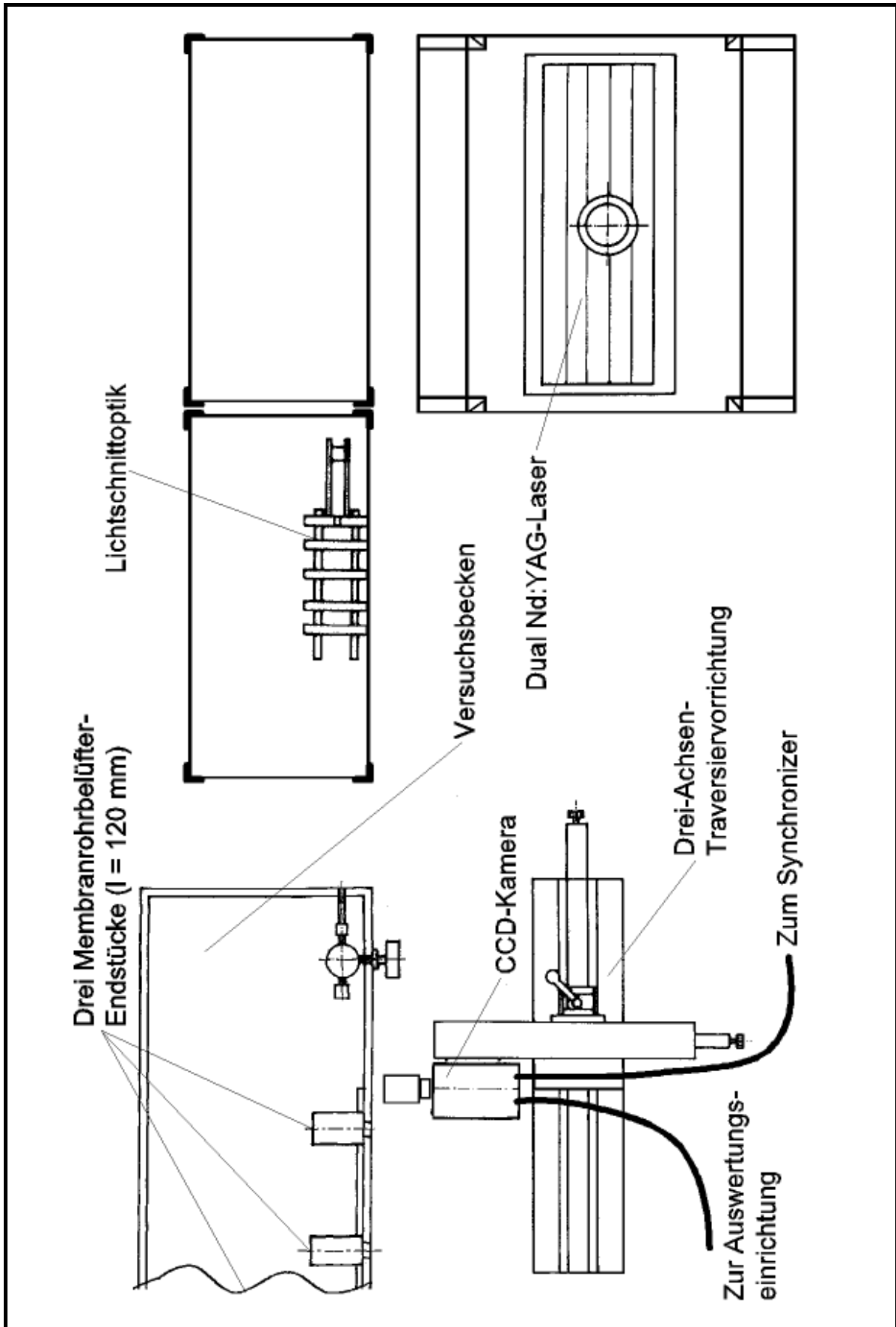


Bild 48. Exemplarische Installation des Particle-Image-Velozimeters für die dreidimensionale Versuchsbecken-Konfiguration als Draufsicht

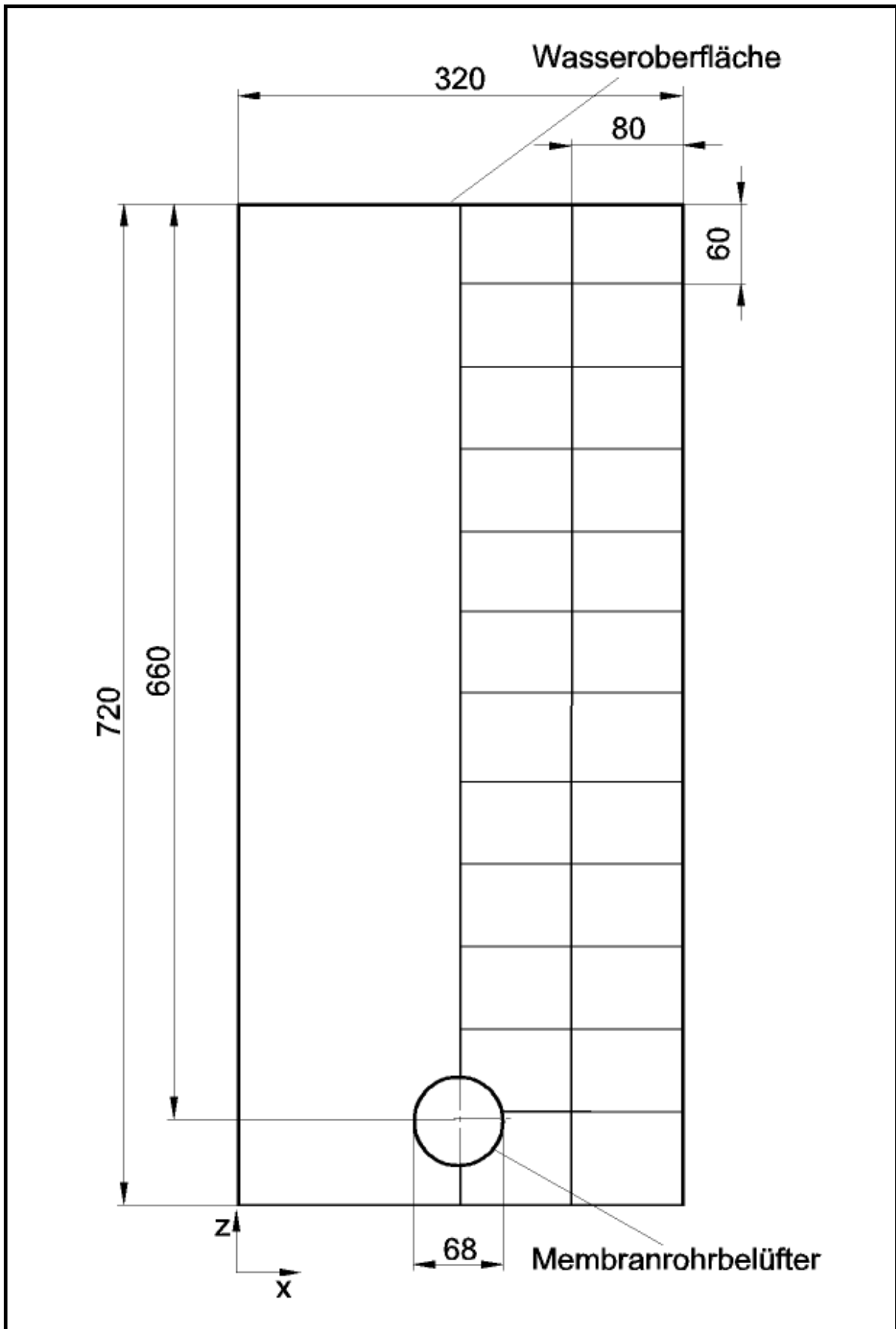


Bild 49. 24 PIV-Meßfenster für die zweidimensionale Versuchsbecken-Konfiguration

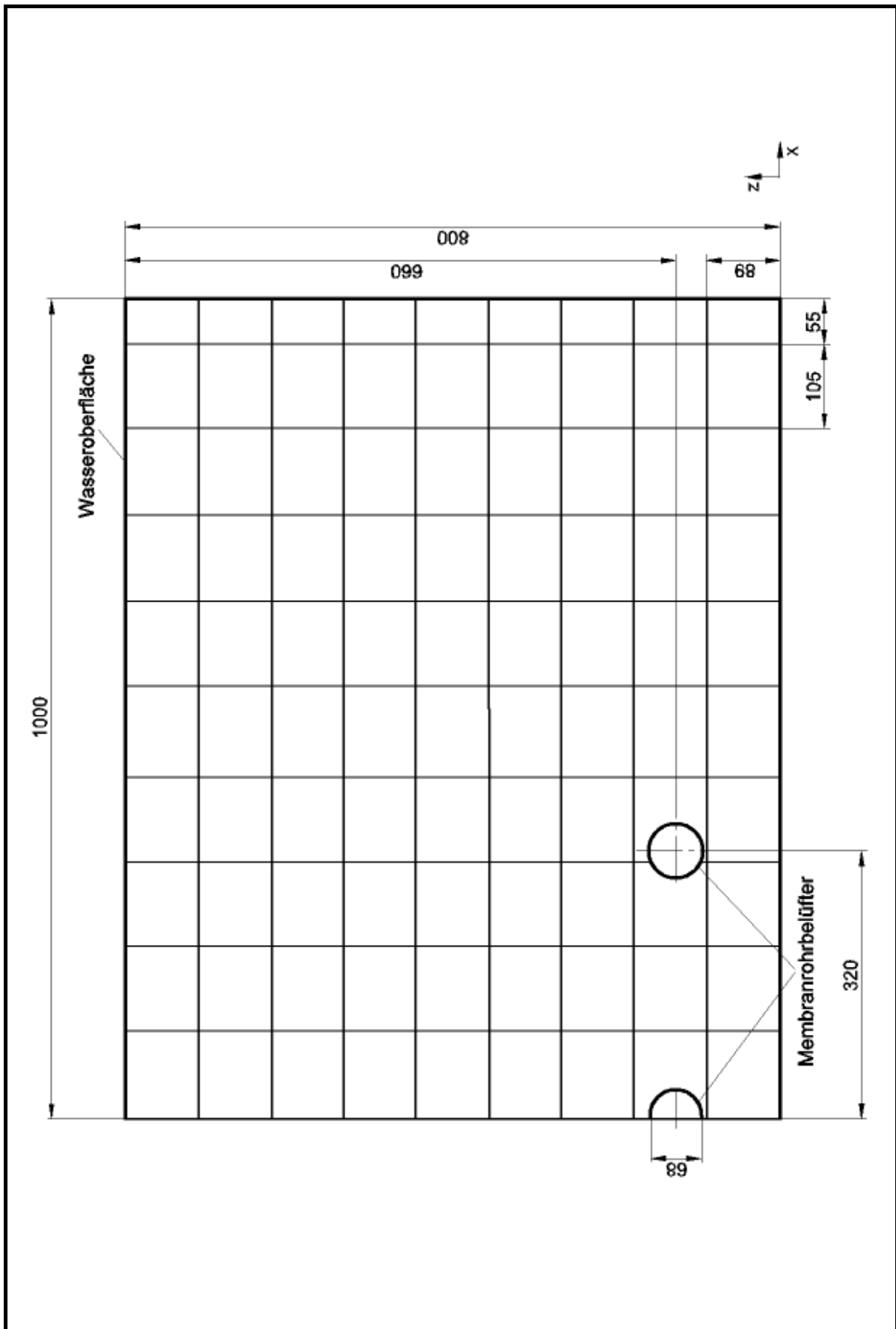


Bild 50. 90 PIV-Meßfenster für die dreidimensionale Versuchsbecken-Konfiguration

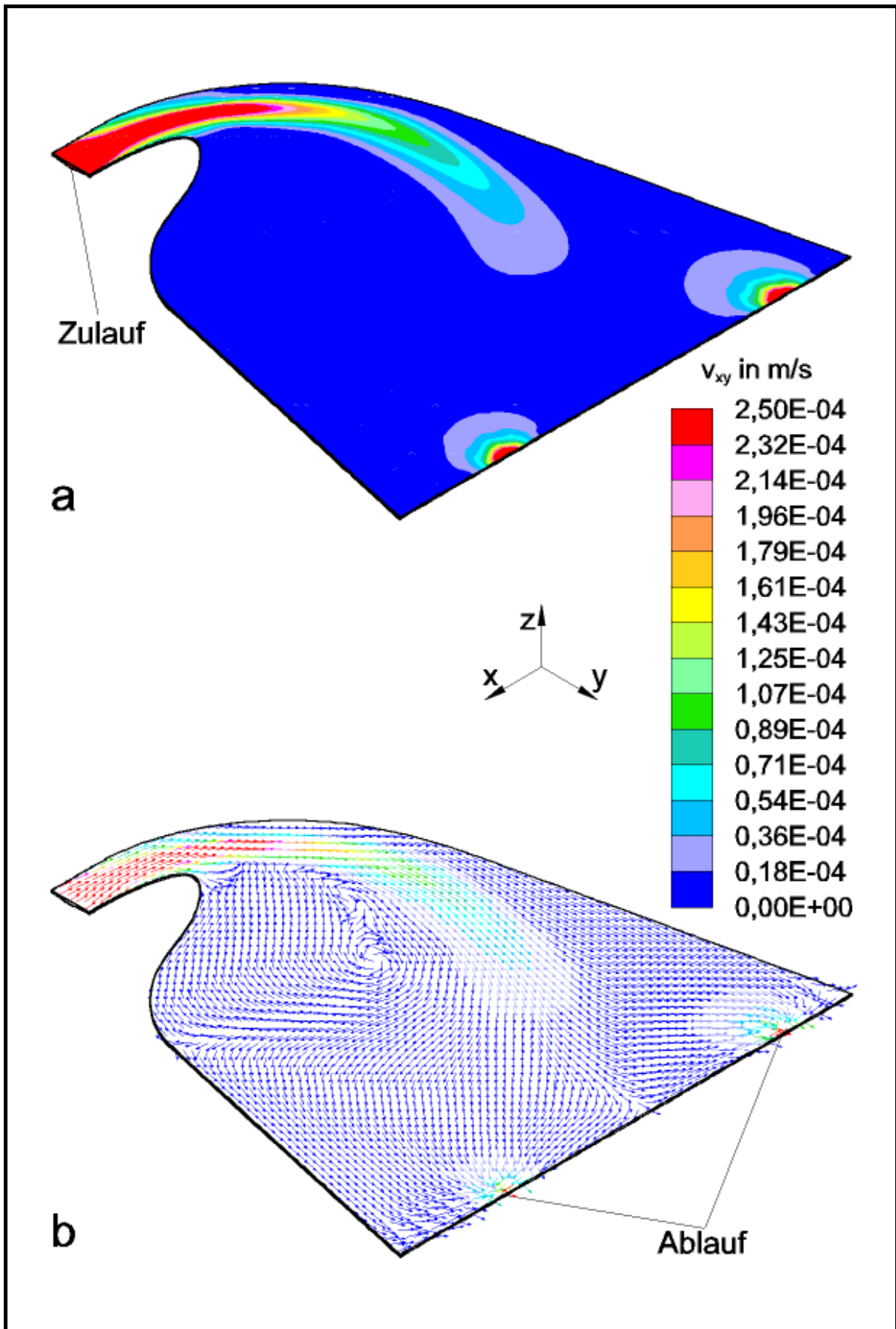


Bild 51. CFD-Ergebnisse: einphasige Strömung, $v_{vol} = 2,5 \times 10^{-4}$ m/s

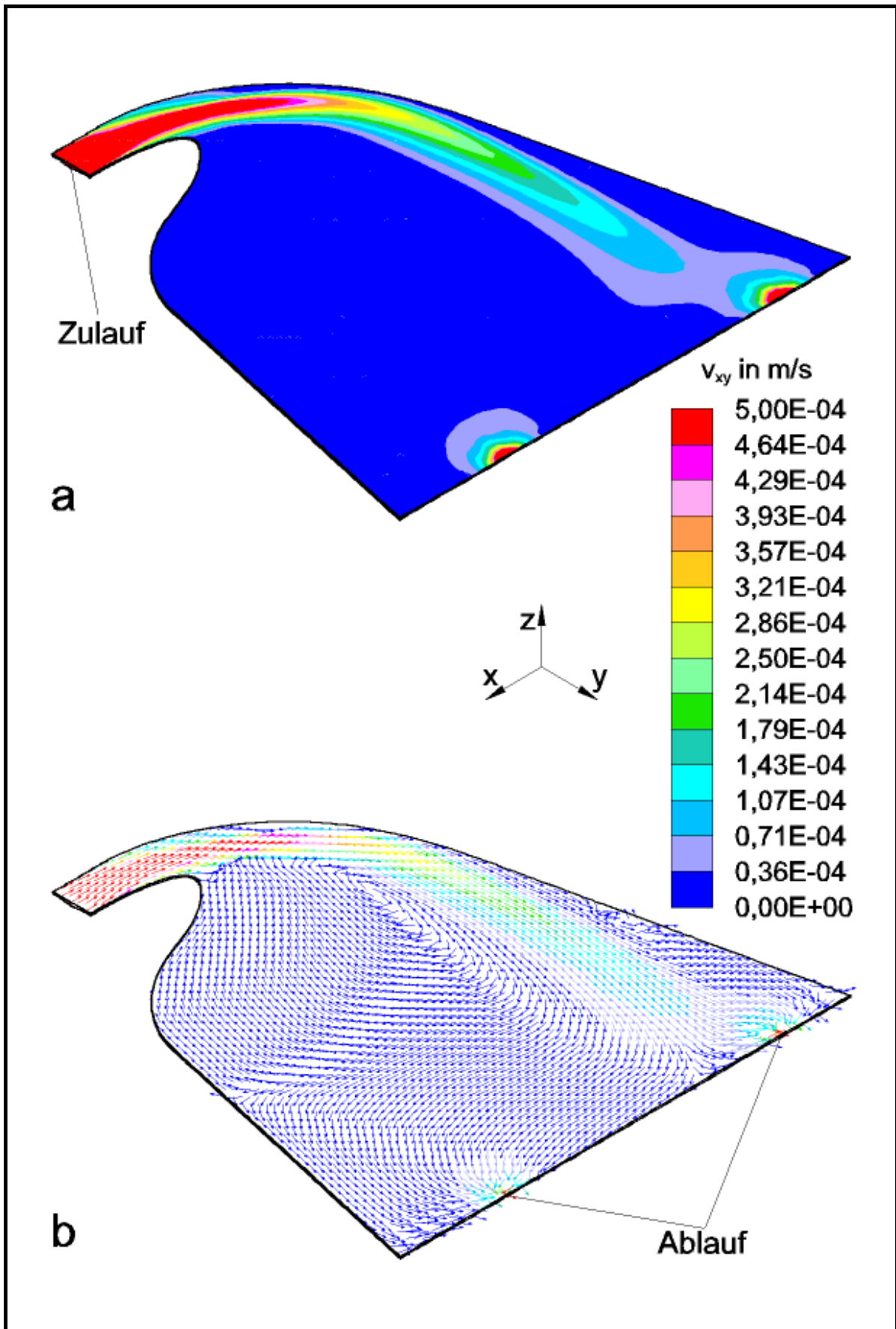


Bild 52. CFD-Ergebnisse: einphasige Strömung, $v_{vol} = 5,0 \times 10^{-4}$ m/s

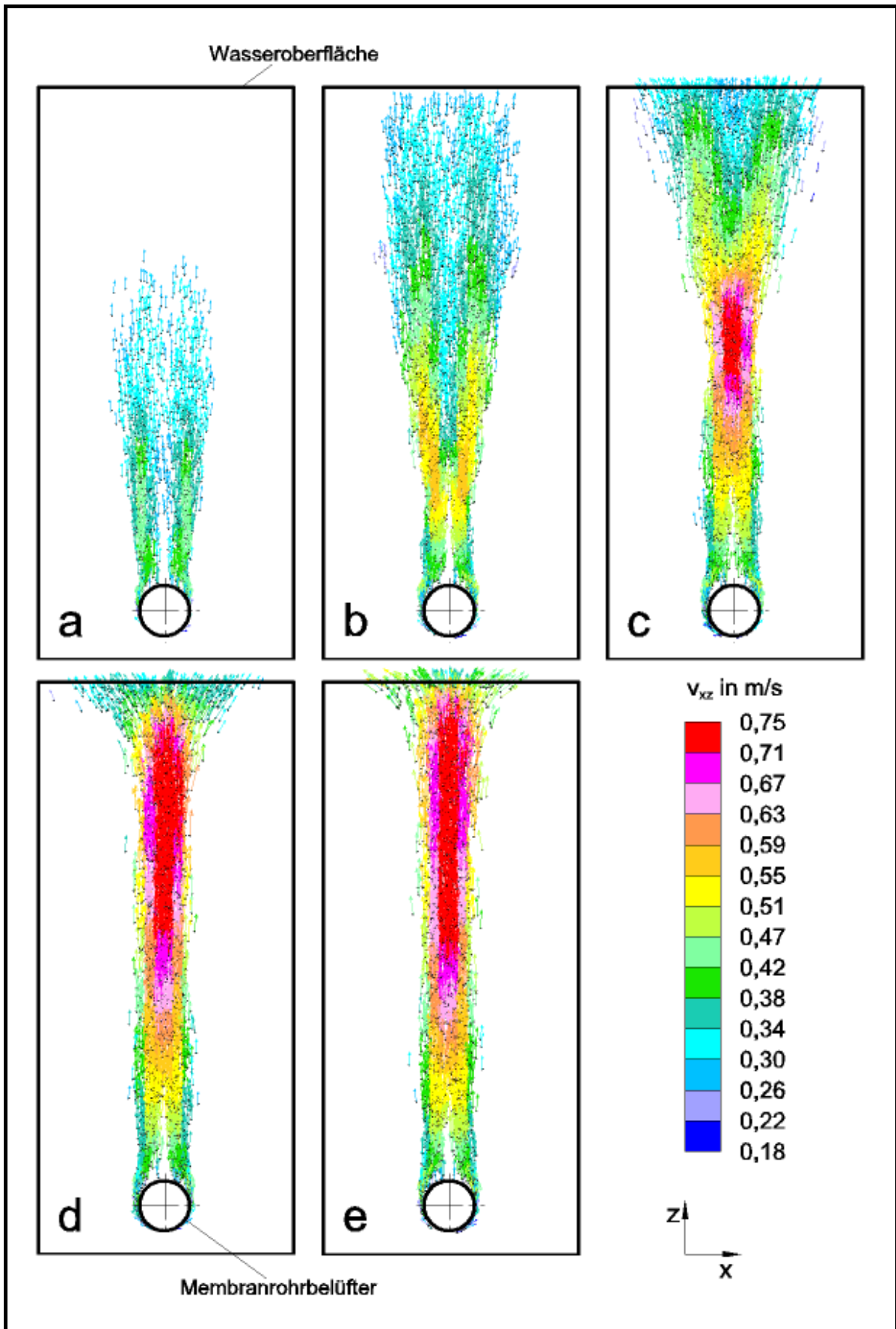


Bild 53. E-L-CFD-Ergebnisse: Luftblasengeschw., 2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s; **e** 5,5 s

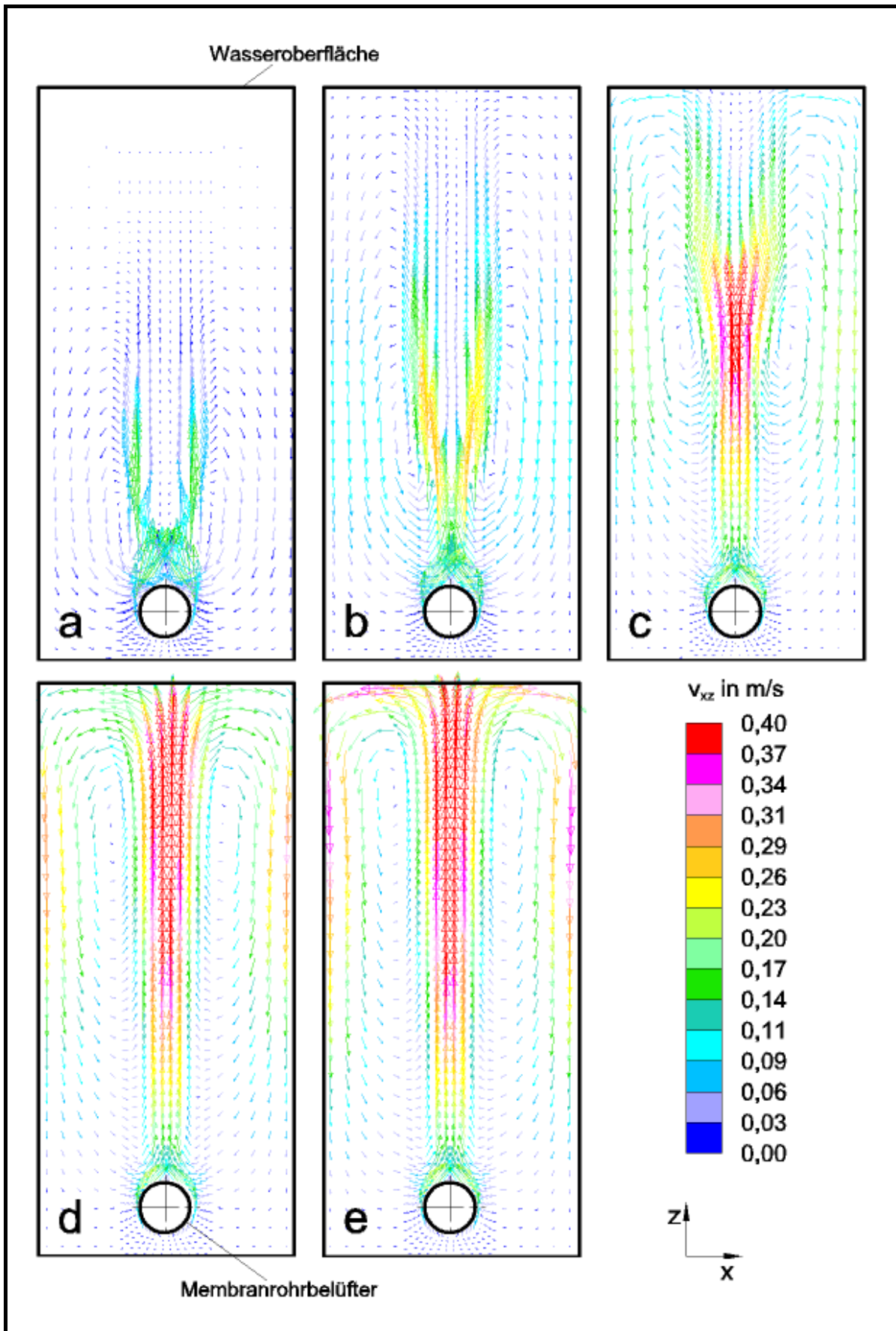


Bild 54. E-L-CFD-Ergebnisse: Wassergeschw., 2D-Gitter, $f_{s_{KV,U}} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s; **e** 5,5 s

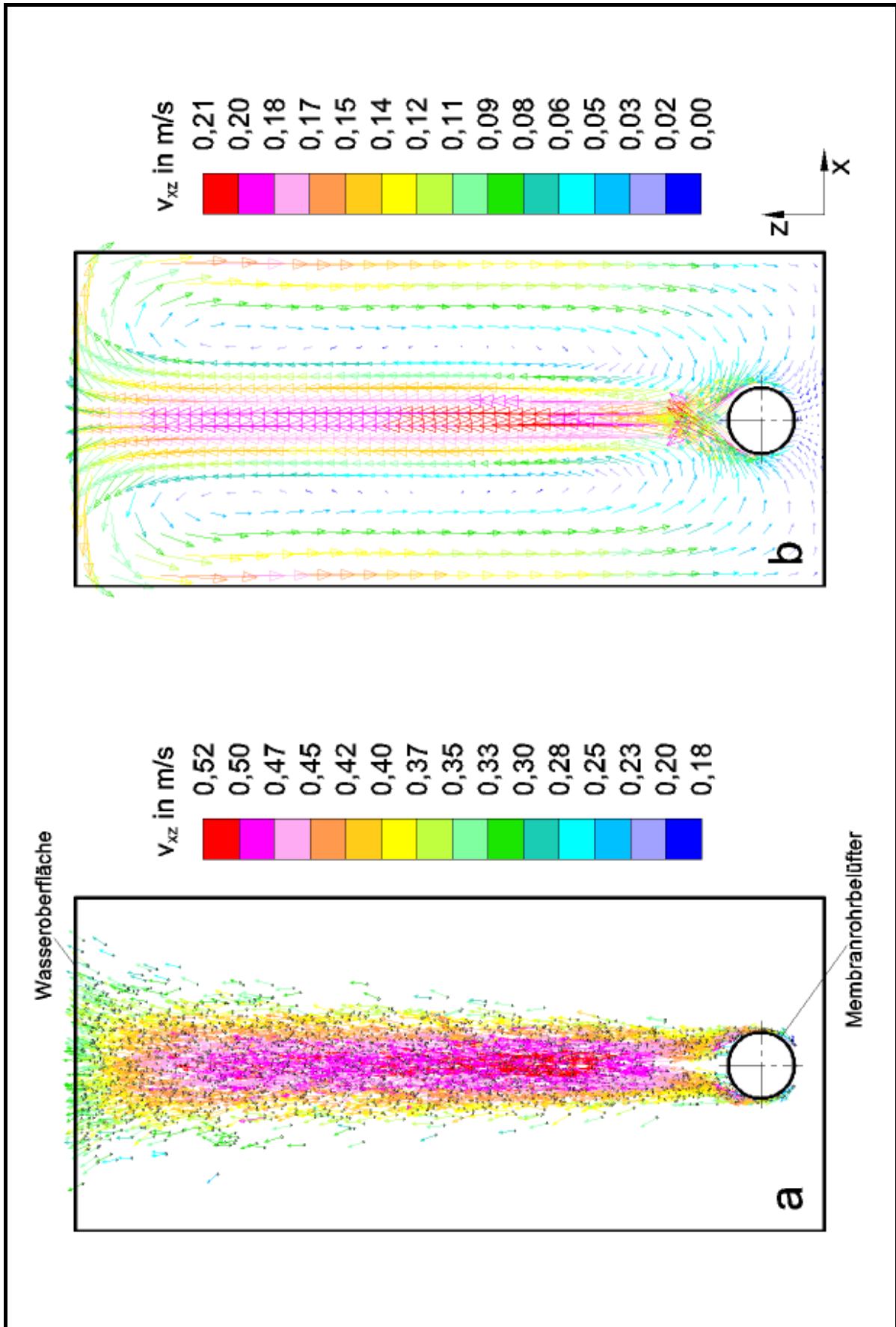


Bild 55. E-L-CFD-Ergebnisse: Zeitpunkt $t = 20,0$ s, 2D-Gitter, $f_{SKV.U} = 40$ Hz.
a Luftblasengeschw.; **b** Wassergeschw.

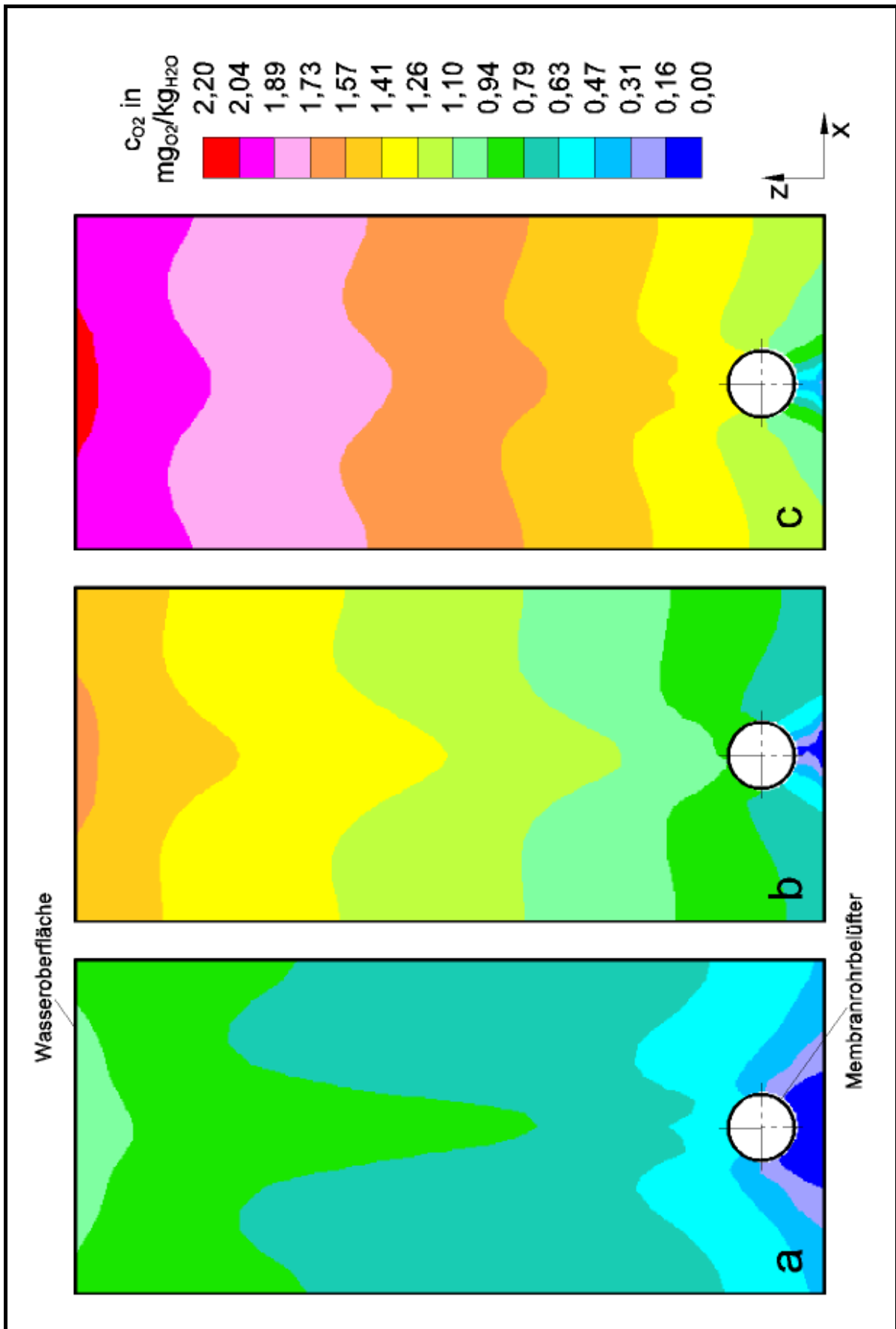


Bild 56. E-L-CFD-Ergebnisse: Sauerstoffmassenkonzentration, 2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t . **a** 10,0 s; **b** 15,0 s; **c** 20,0 s

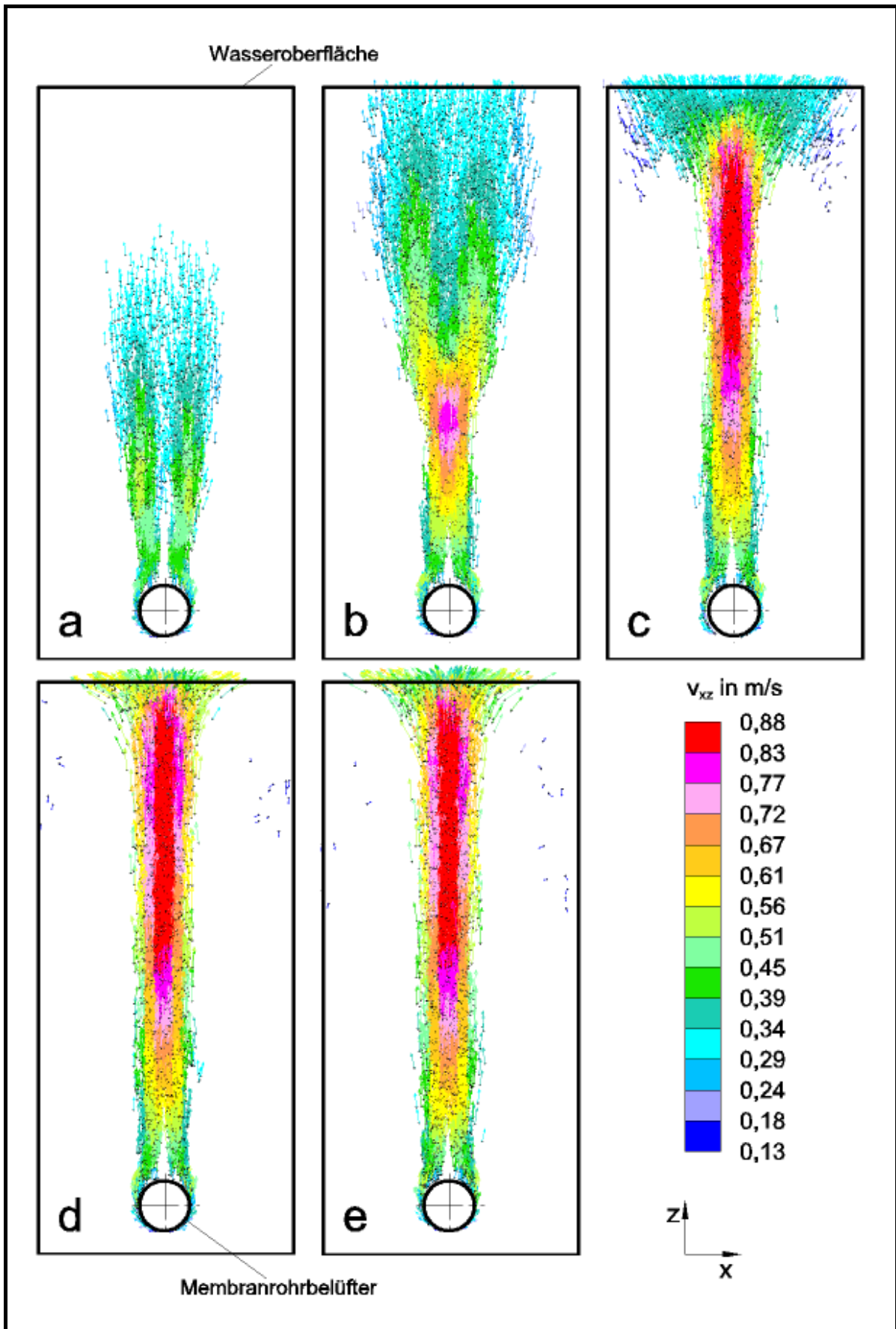


Bild 57. E-L-CFD-Ergebnisse: Luftblasengeschw., 2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s; **e** 5,5 s

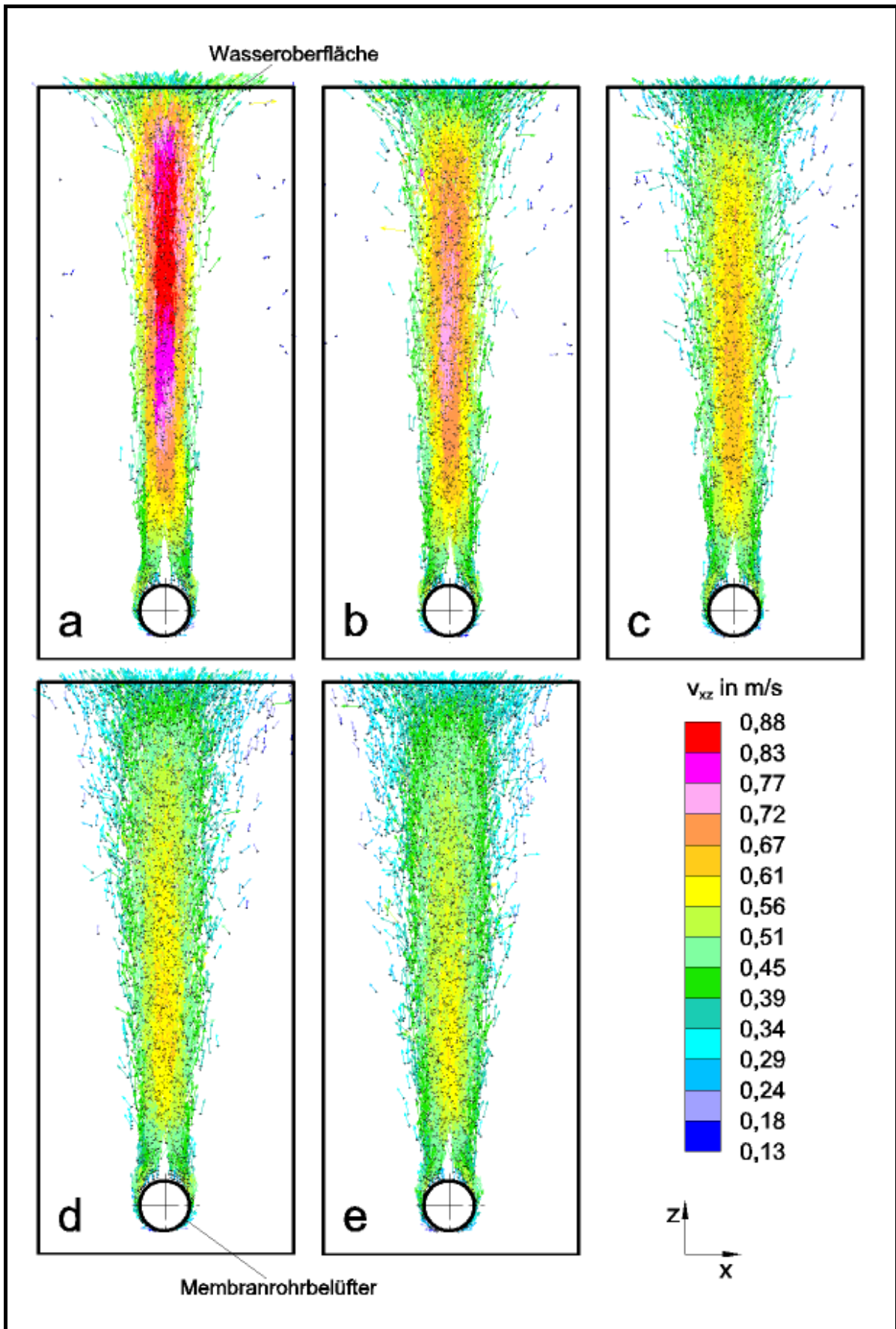


Bild 58. E-L-CFD-Ergebnisse: Luftblasengeschw., 2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 6,5 s; **b** 7,5 s; **c** 8,5 s; **d** 9,5 s; **e** 10,5 s

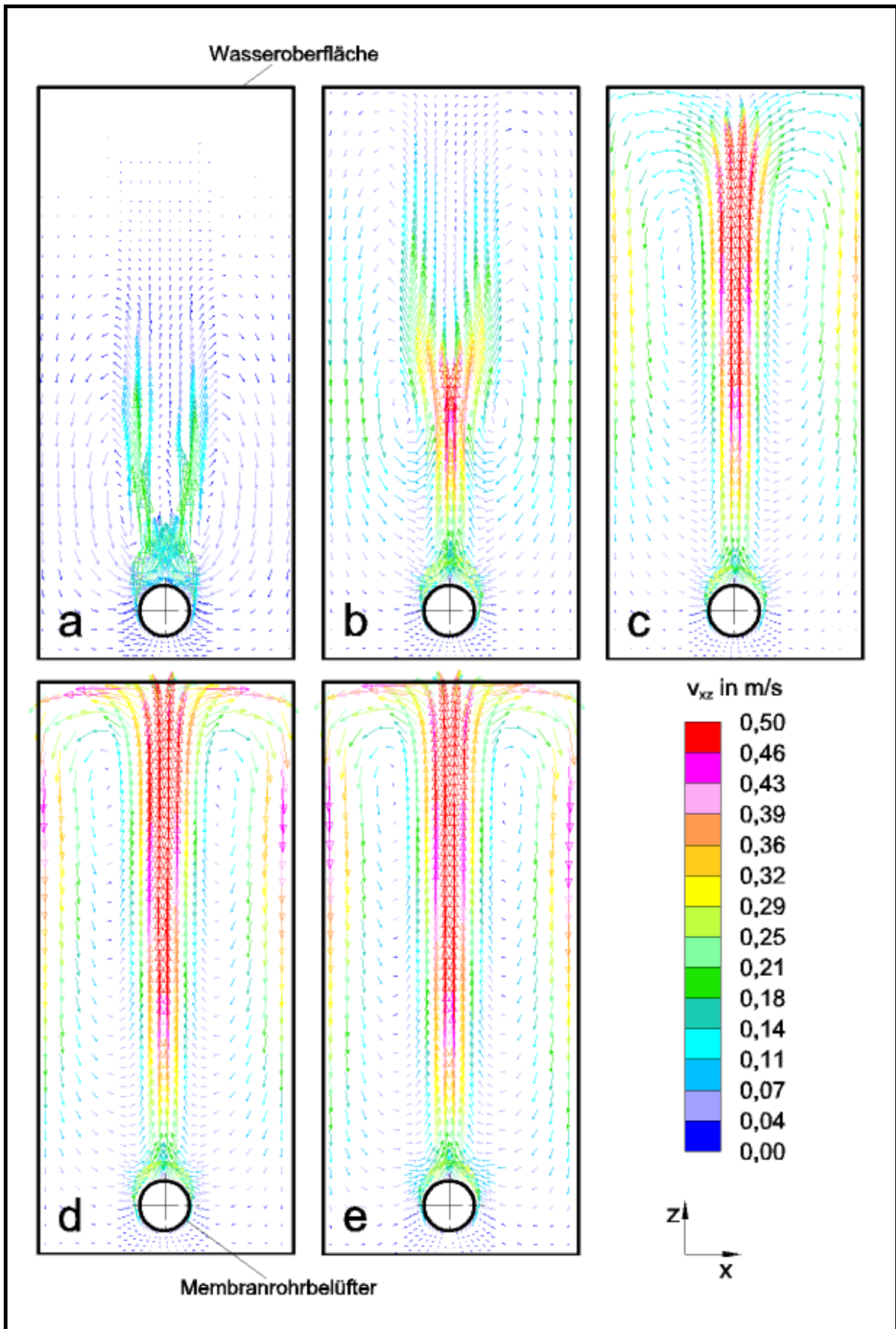


Bild 59. E-L-CFD-Ergebnisse: Wassergeschw., 2D-Gitter, $f_{sKV,U} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s; **e** 5,5 s

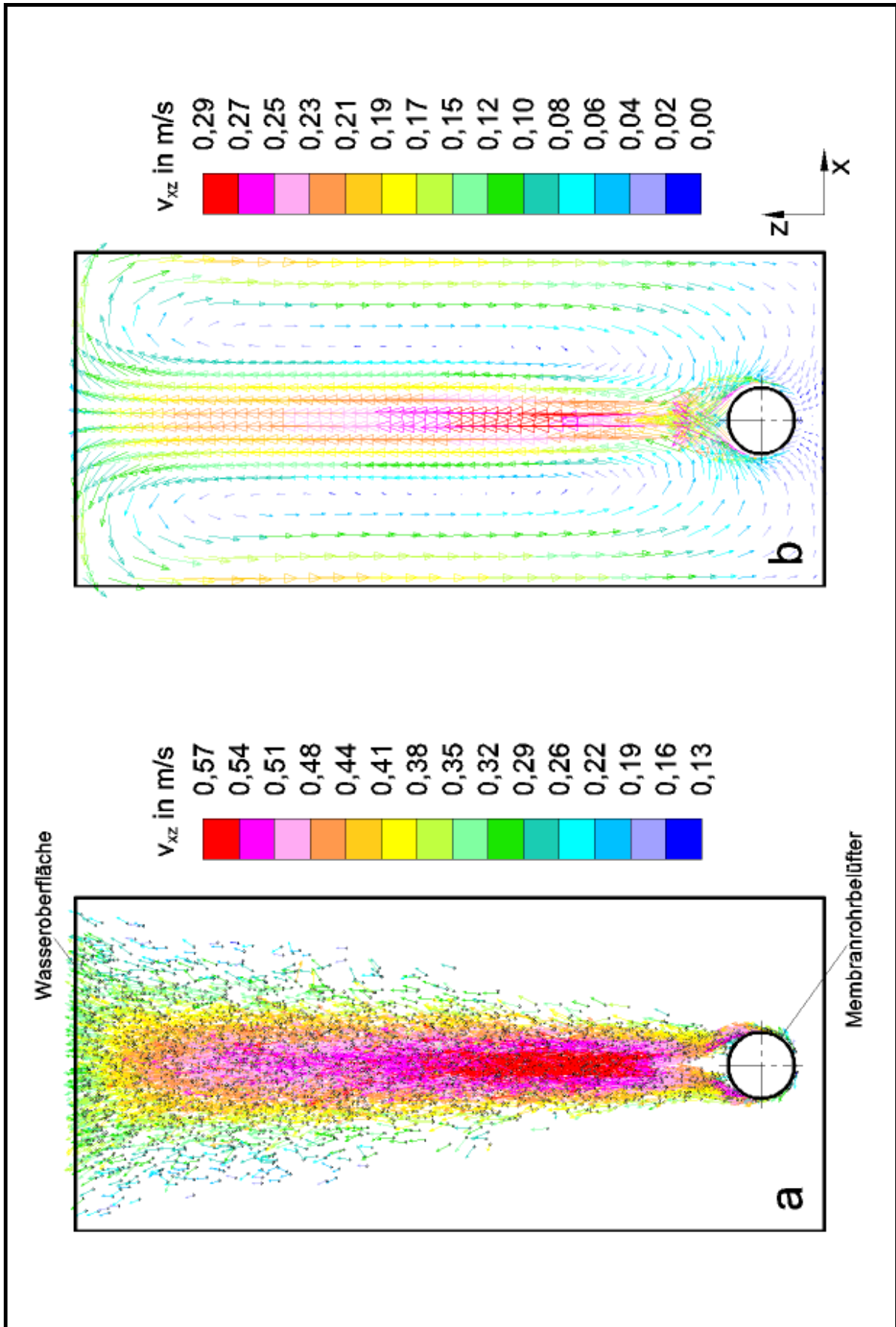


Bild 60. E-L-CFD-Ergebnisse: Zeitpunkt $t = 20,0$ s, 2D-Gitter, $f_{SKV.U} = 60$ Hz.
a Luftblasengeschw.; **b** Wassergeschw.

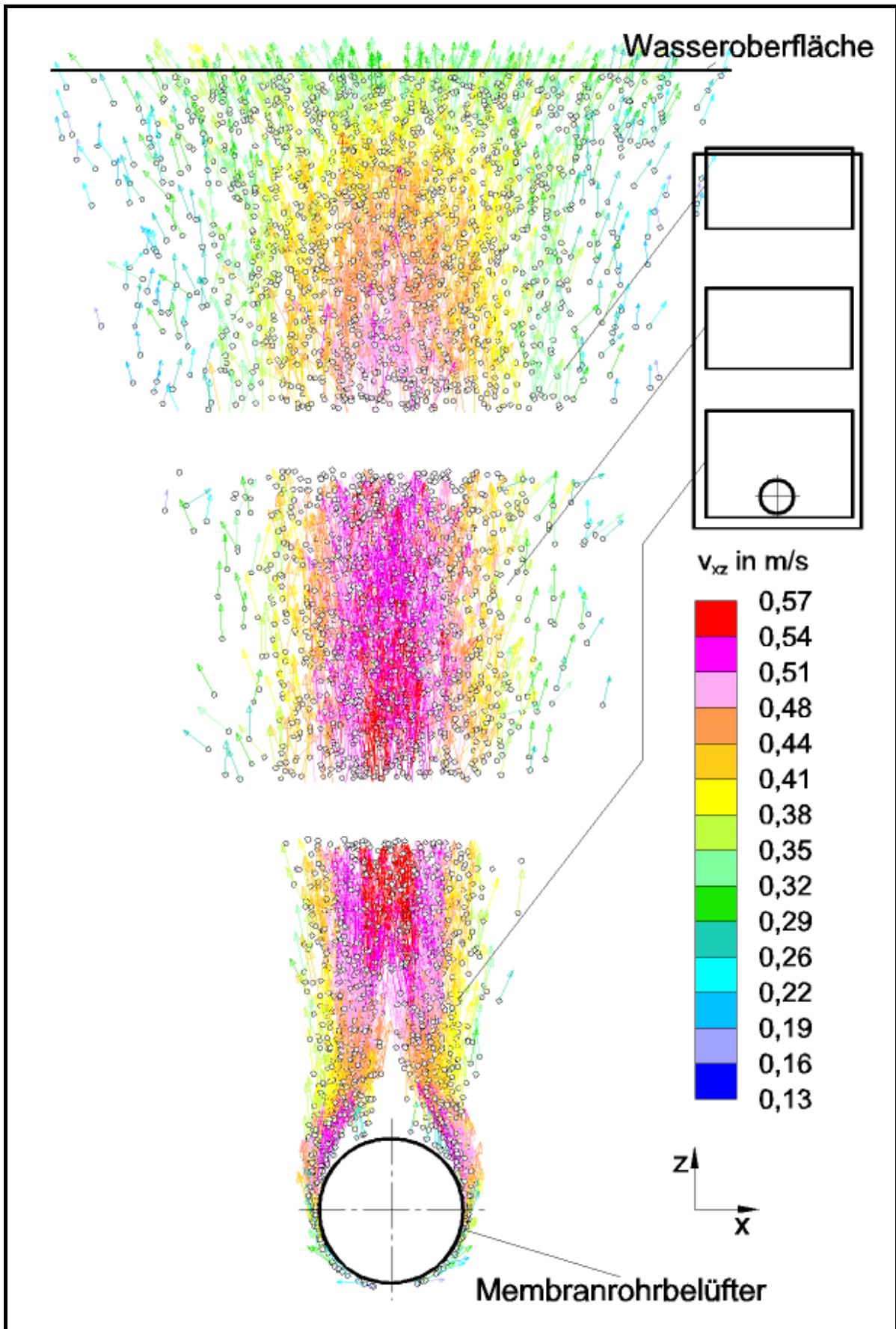


Bild 61. E-L-CFD-Ergebnisse: Luftblasengeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s, 2D-Gitter, $f_{skv.u} = 60$ Hz

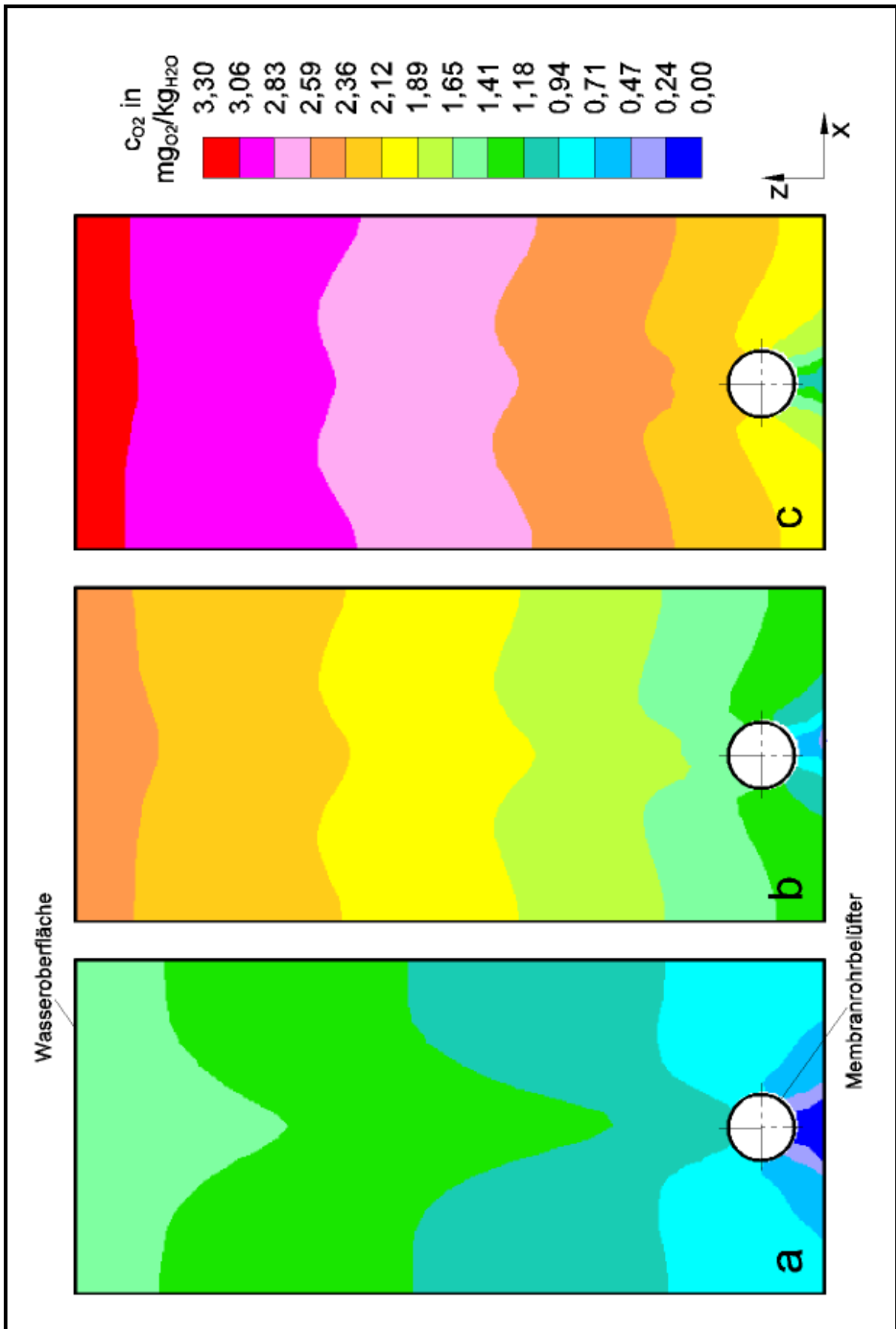


Bild 62. E-L-CFD-Ergebnisse: Sauerstoffmassenkonzentration, 2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 10,0 s; **b** 15,0 s; **c** 20,0 s

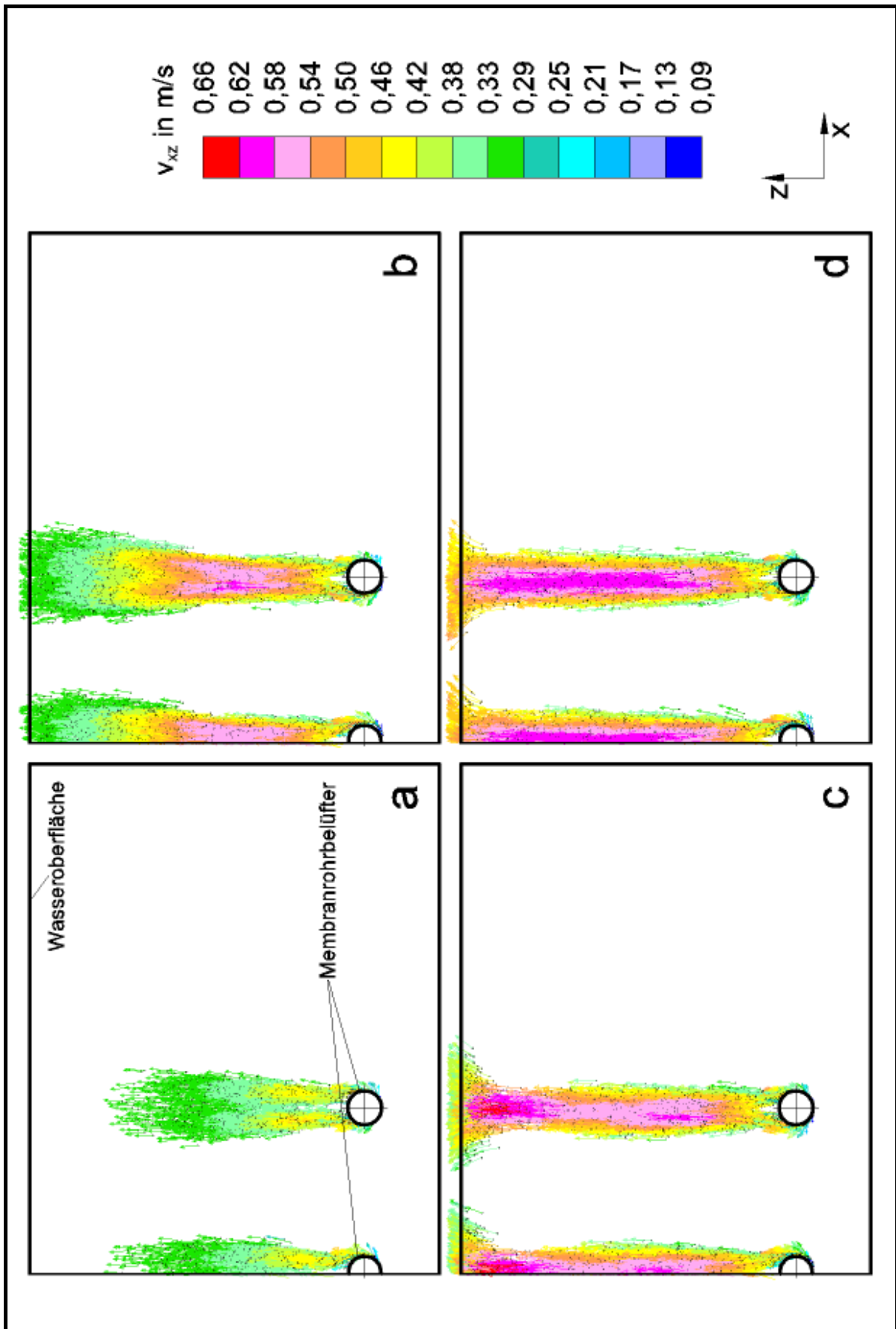


Bild 63. E-L-CFD-Ergebnisse: Luftblasengeschw., 3D-Gitter, $f_{SKV,U} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s

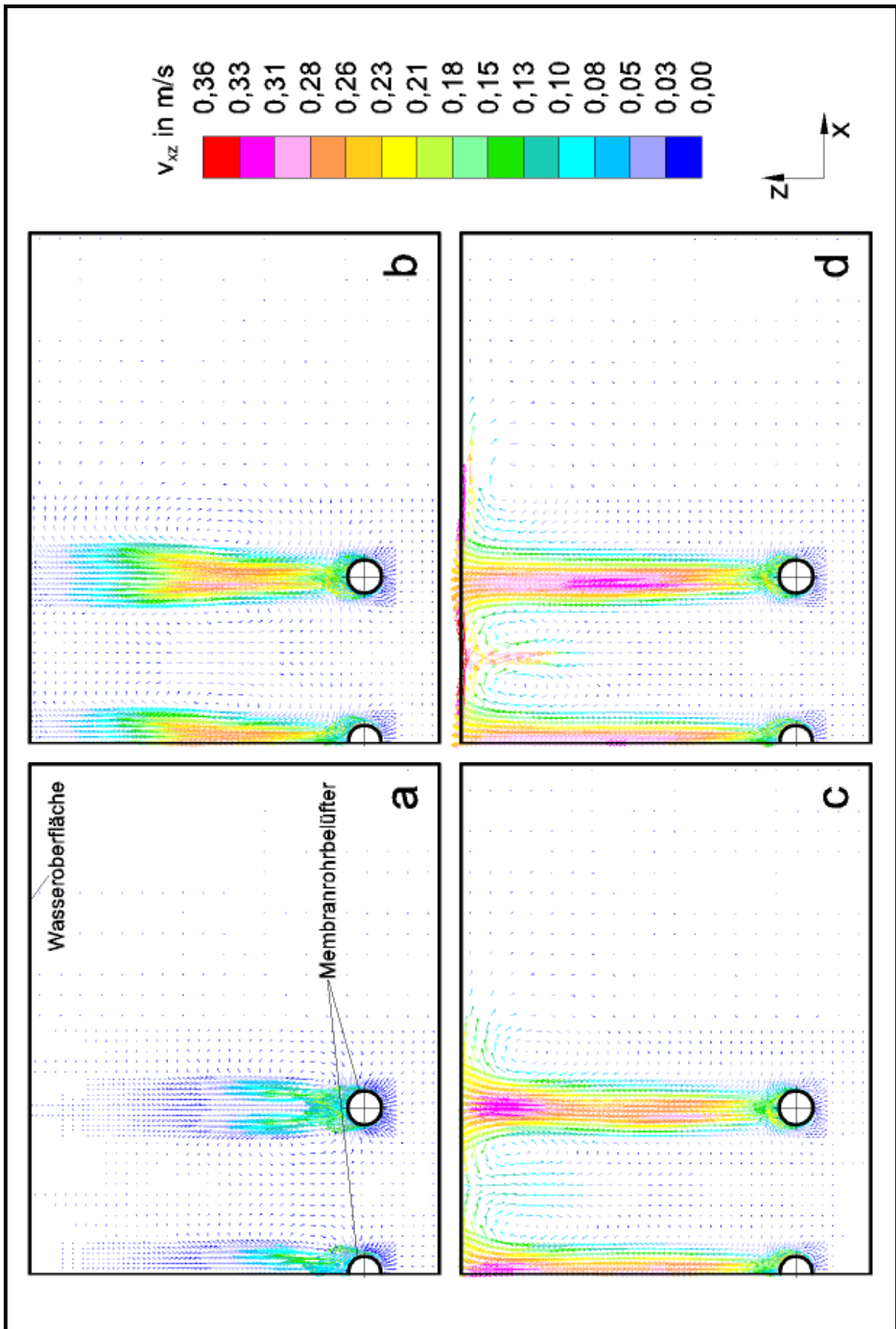


Bild 64. E-L-CFD-Ergebnisse: Wassergeschw., 3D-Gitter, $f_{SKV,U} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s

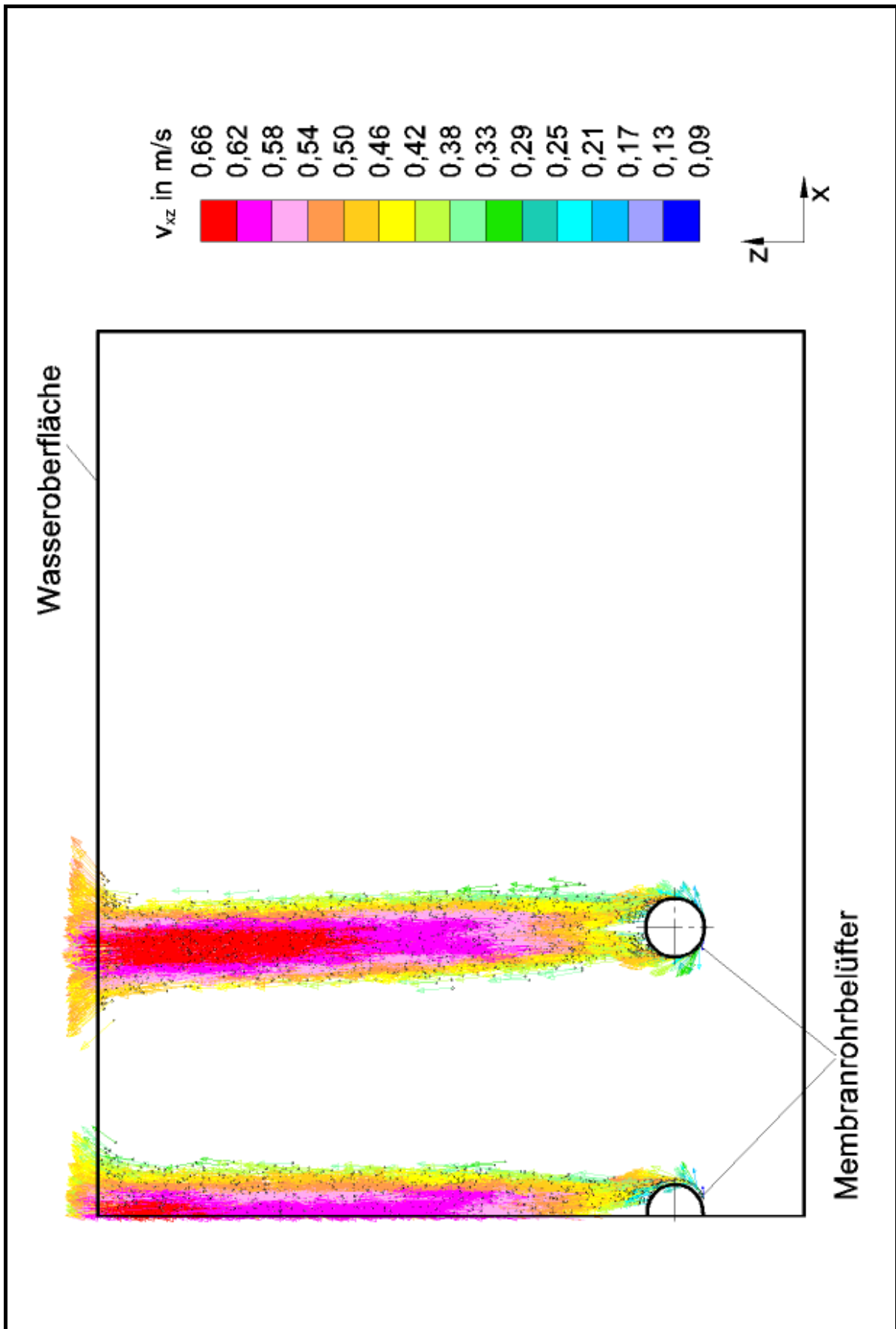


Bild 65. E-L-CFD-Ergebnisse: Luftblasengeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s, 3D-Gitter, $f_{skv.U} = 40$ Hz

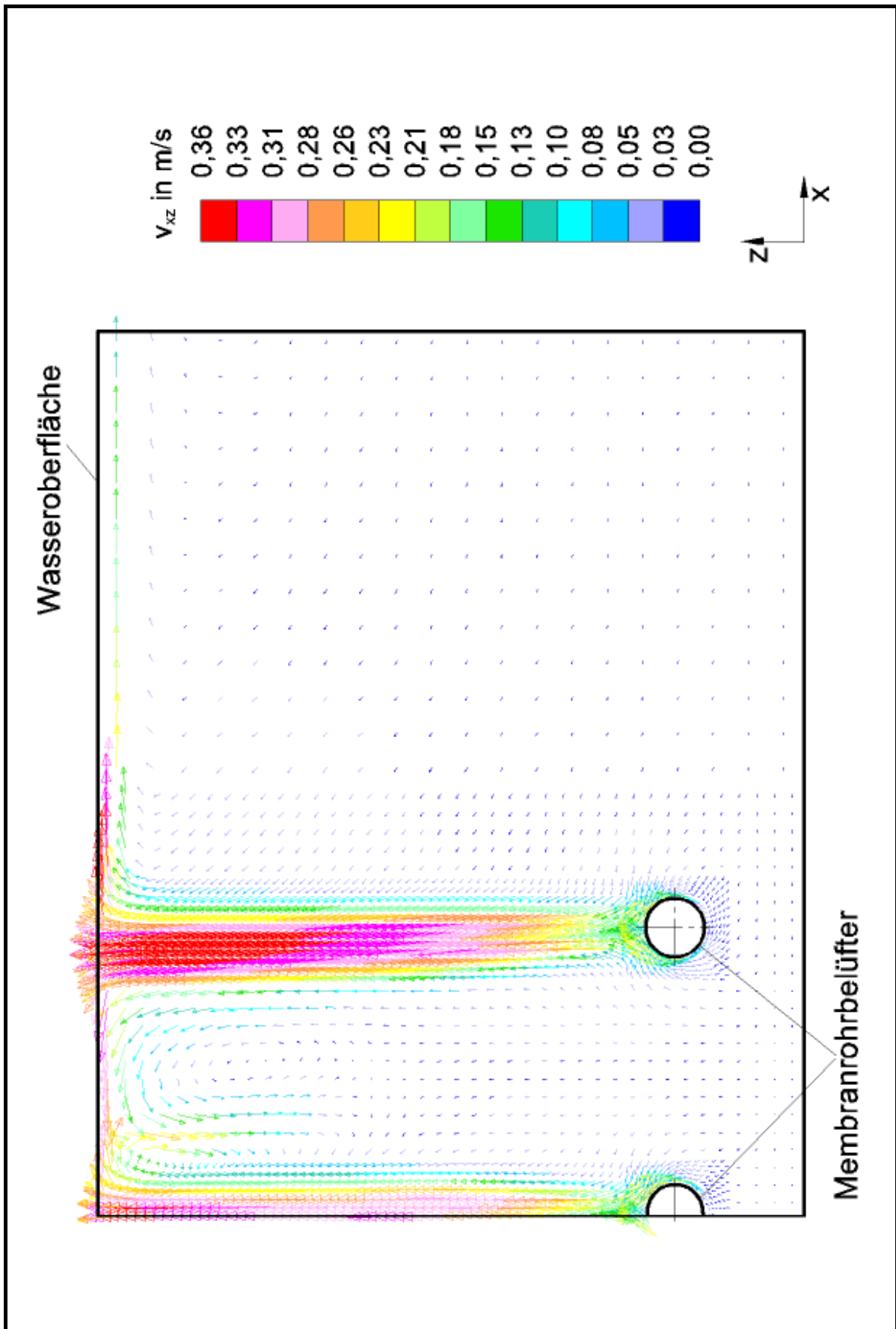


Bild 66. E-L-CFD-Ergebnisse: Wassergeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s, 3D-Gitter, $f_{skv.U} = 40$ Hz

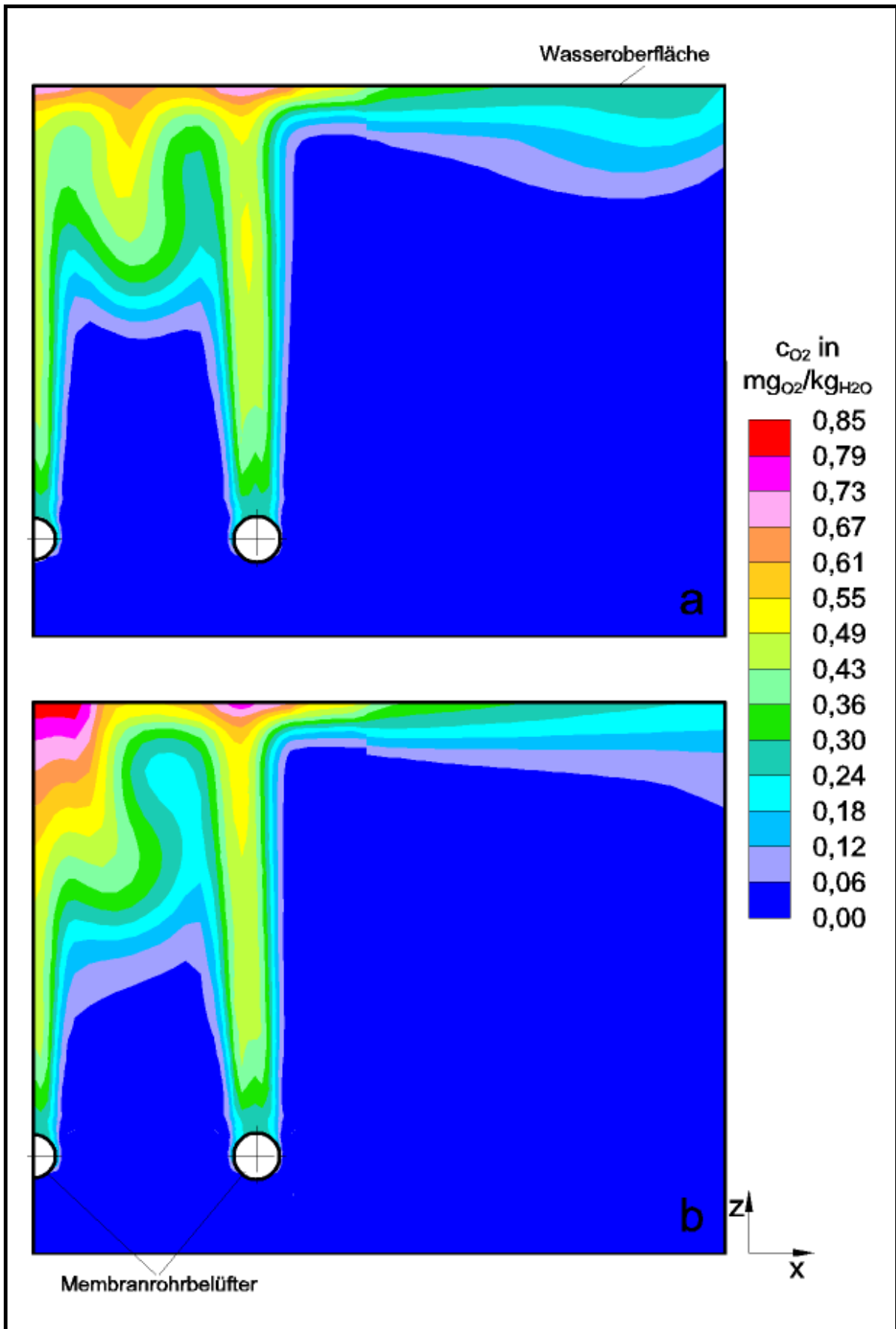


Bild 67. E-L-CFD-Ergebnisse: Sauerstoffmassenkonzentration, 3D-Gitter, $f_{SKV,U} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 10,0 s; **b** 20,0 s

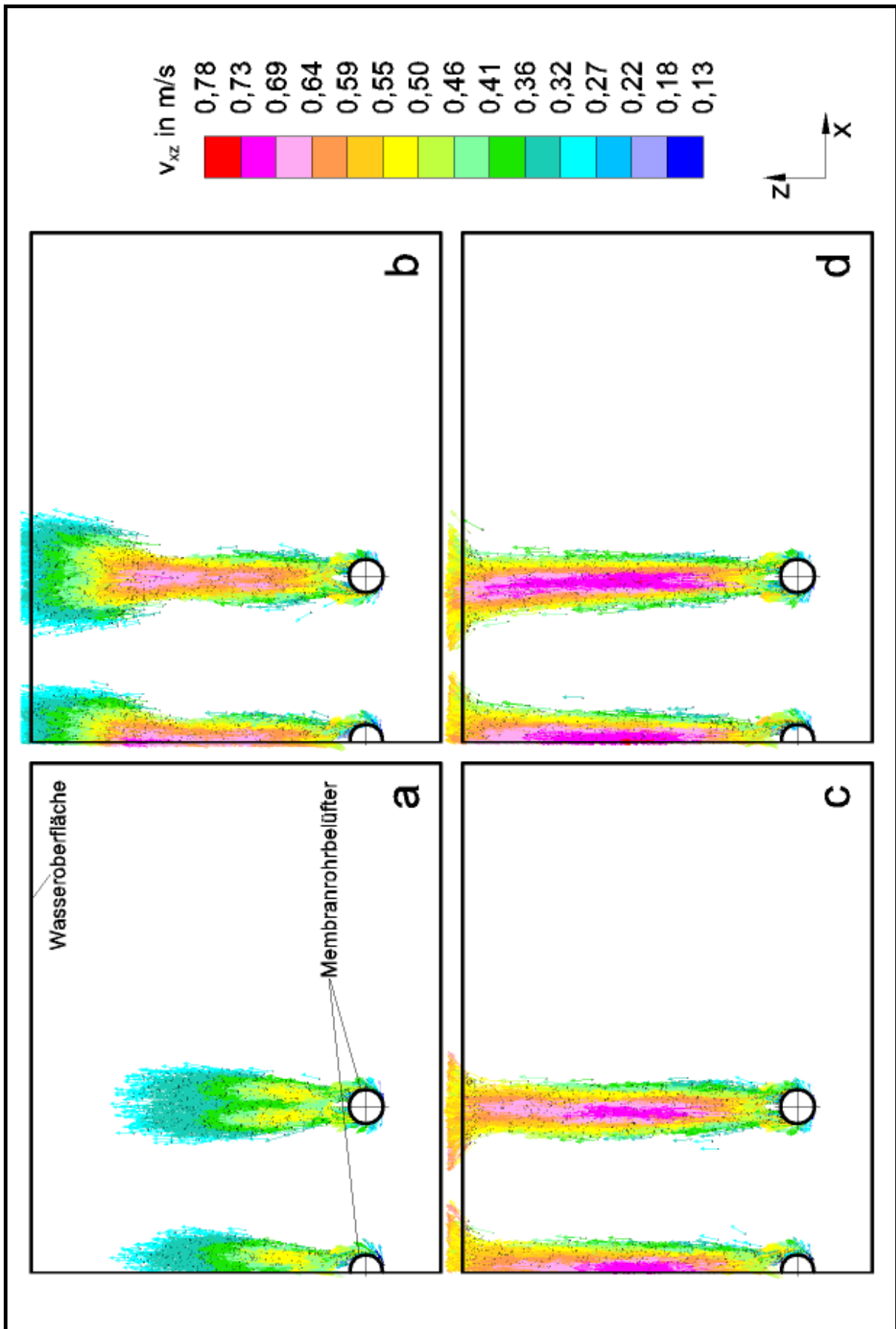


Bild 68. E-L-CFD-Ergebnisse: Luftblasengeschw., 3D-Gitter, $f_{SKV,U} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s

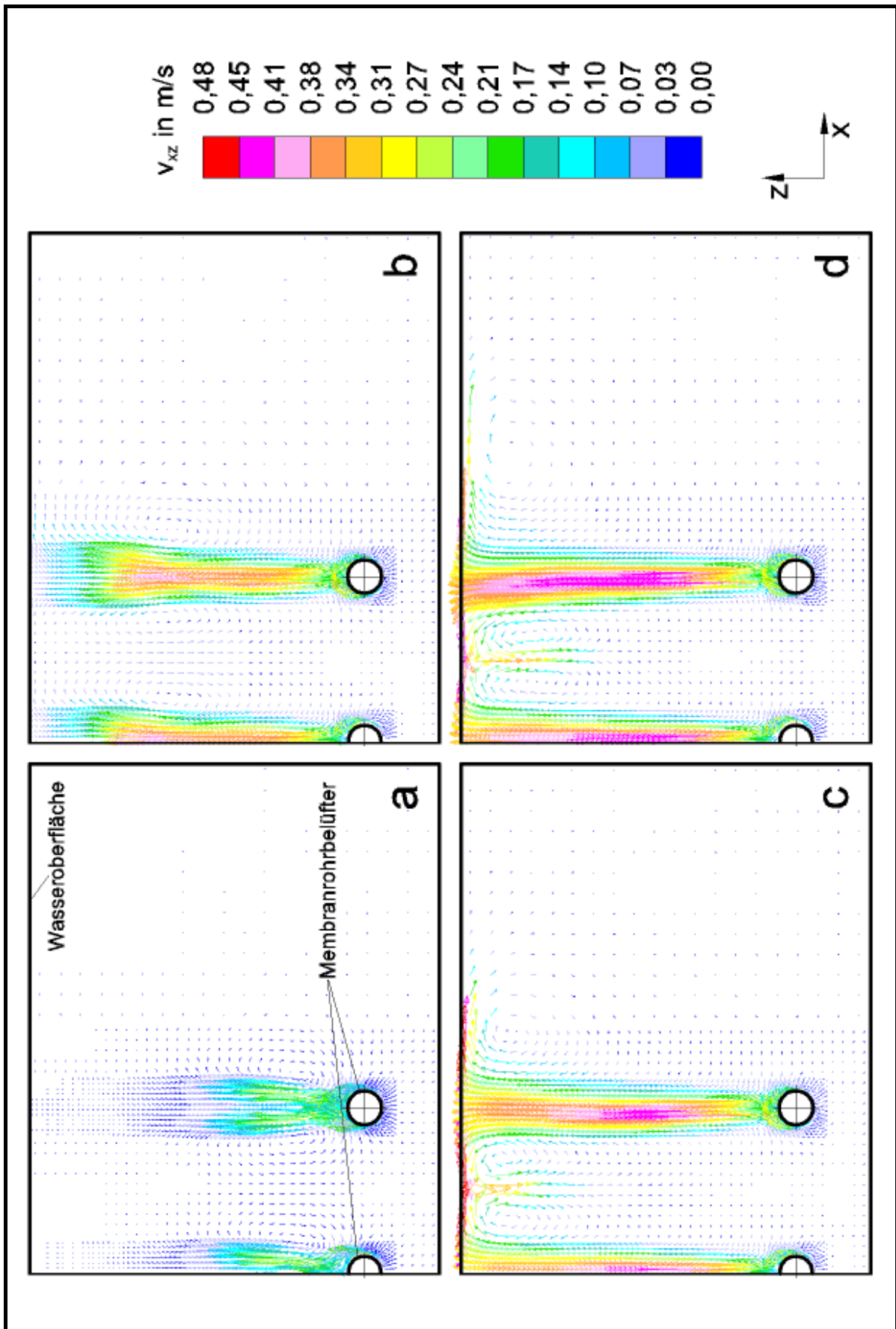


Bild 69. E-L-CFD-Ergebnisse: Wassergeschw., 3D-Gitter, $f_{SKV,U} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s

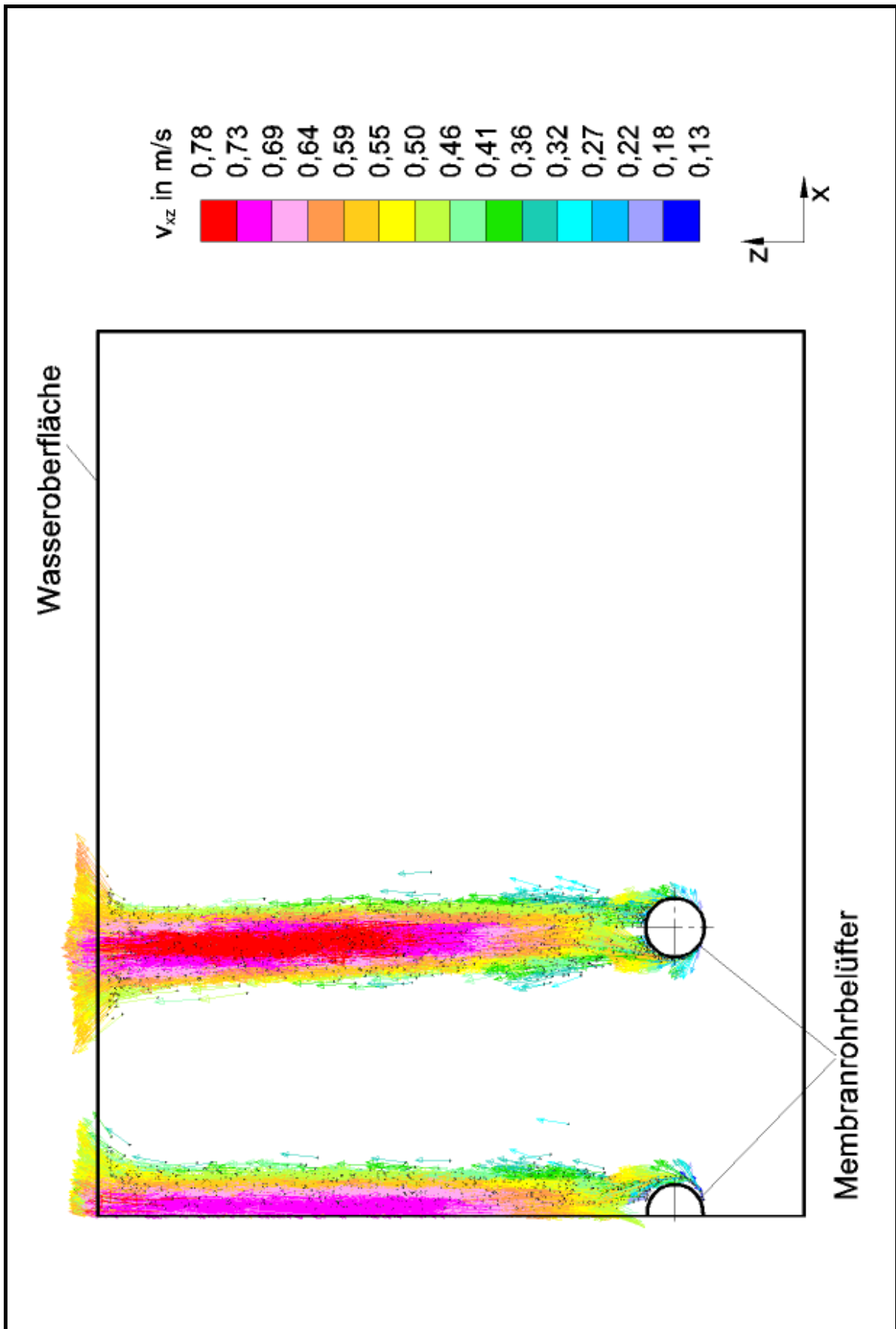


Bild 70. E-L-CFD-Ergebnisse: Luftblasengeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s, 3D-Gitter, $f_{skv.U} = 60$ Hz

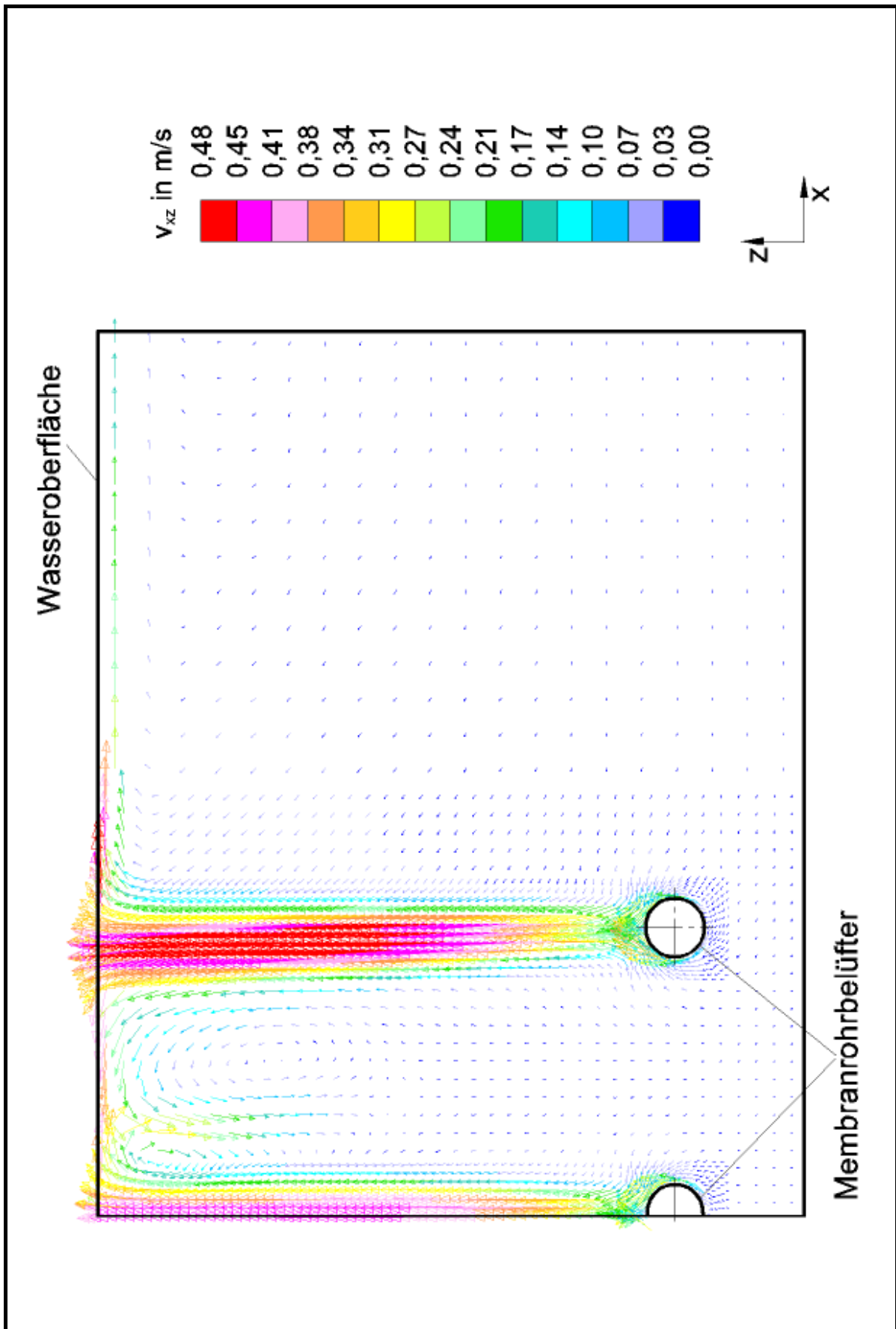


Bild 71. E-L-CFD-Ergebnisse: Wassergeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s, 3D-Gitter, $f_{skv,U} = 60$ Hz

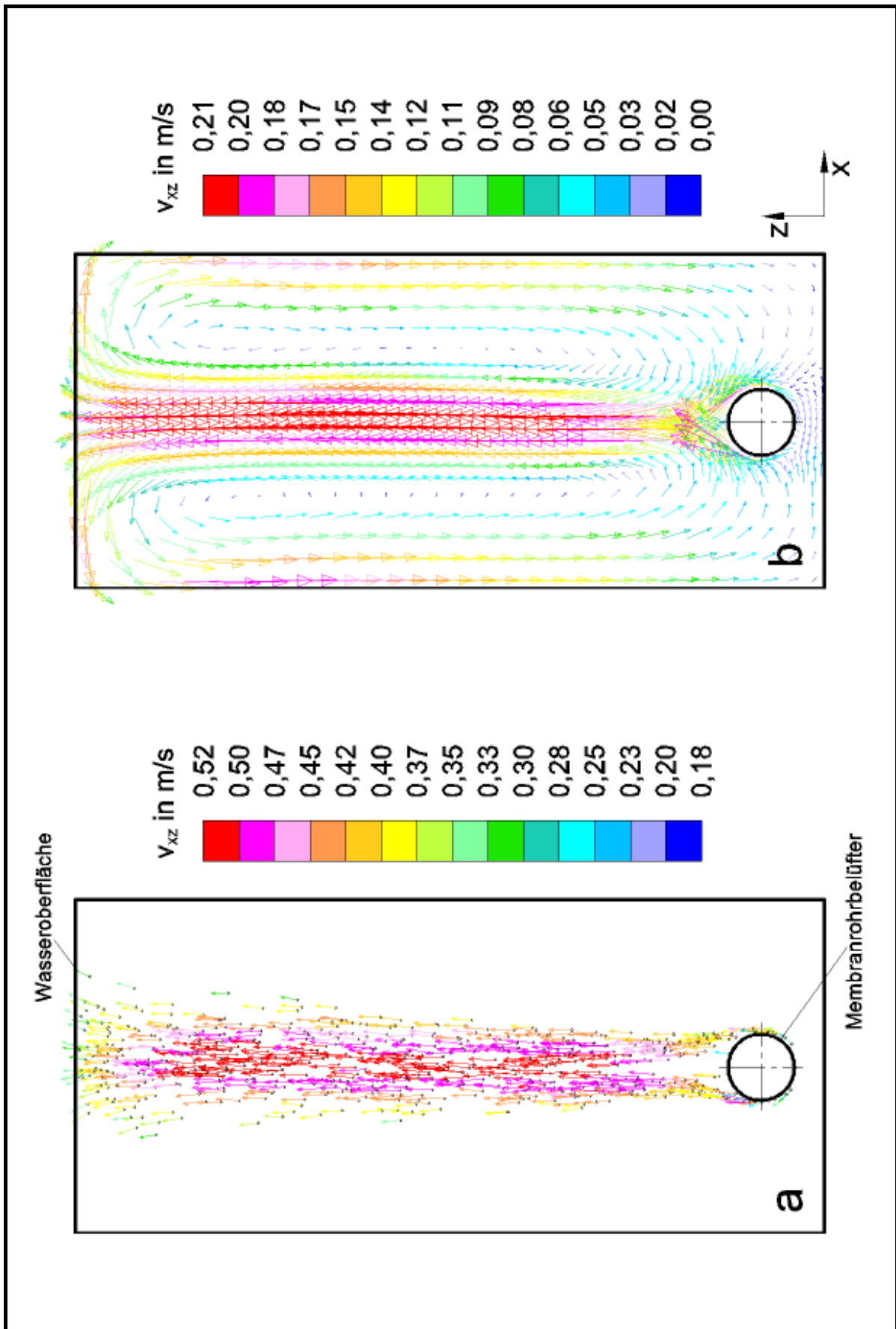


Bild 72. E-L-CFD-Ergebnisse: Luftblasengruppen aus zehn Luftbl., Zp. $t = 20,0$ s, 2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 40$ Hz. **a** Luftblasengeschw.; **b** Wassergeschw.

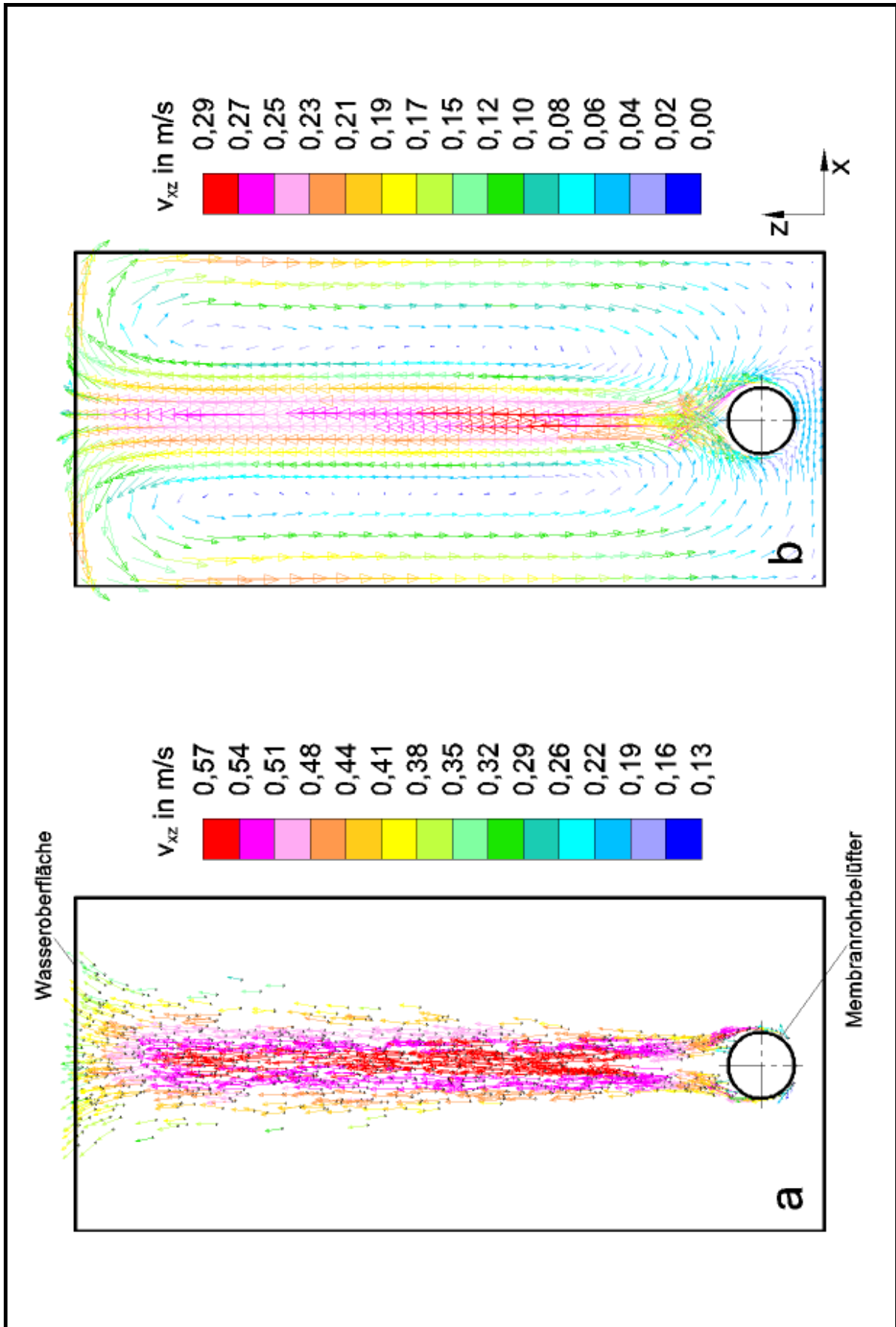


Bild 73. E-L-CFD-Ergebnisse: Luftblasengruppen aus zehn Luftbl., Zp. $t = 20,0$ s, 2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 60$ Hz. **a** Luftblasengeschw.; **b** Wassergeschw.

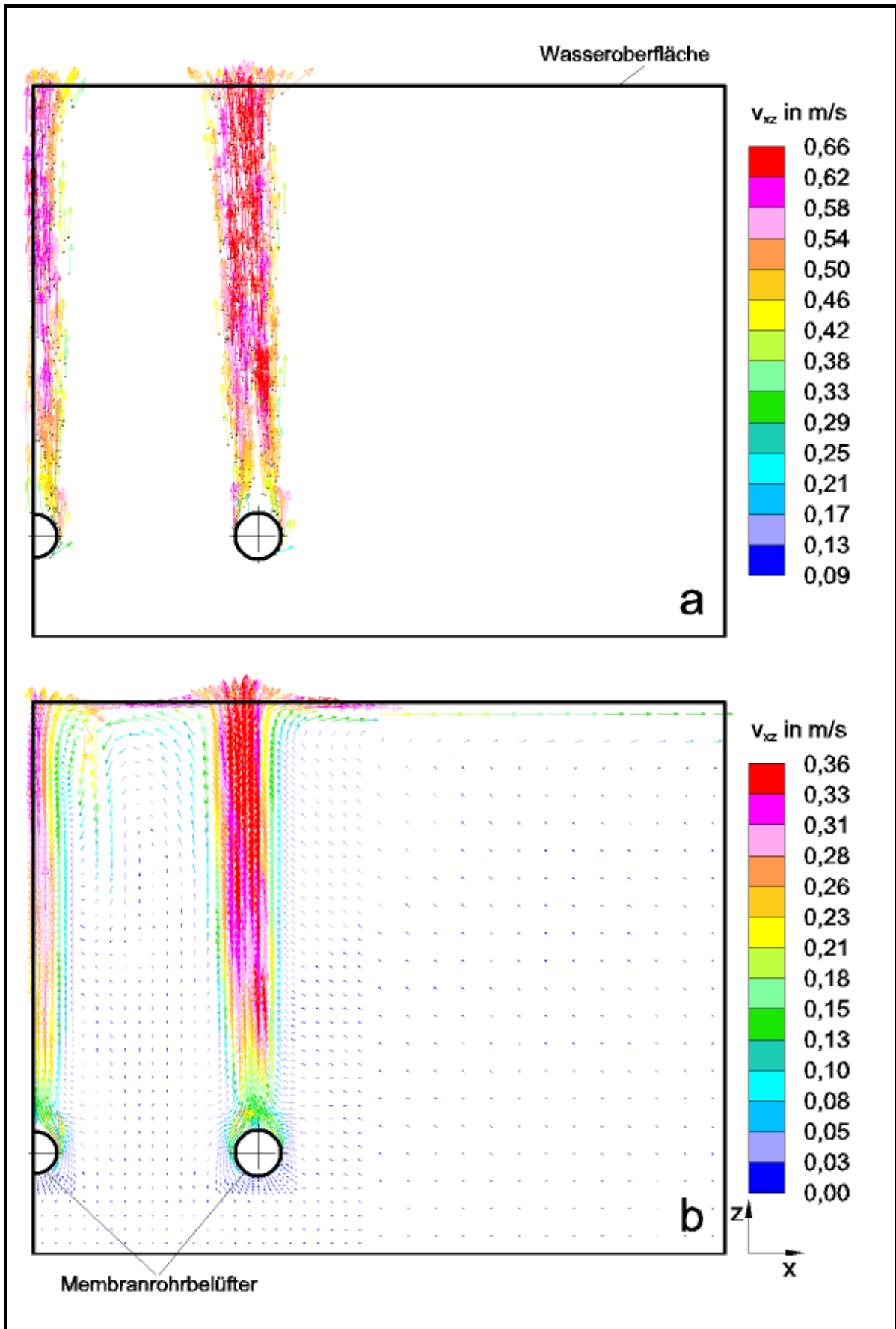


Bild 74. E-L-CFD-Ergebnisse: Luftblasengruppen aus zehn Luftbl., Zp. $t = 20,0$ s, 3D-Gitter, $f_{SKV.U} = 40$ Hz. **a** Luftblasengeschw.; **b** Wassergeschw.

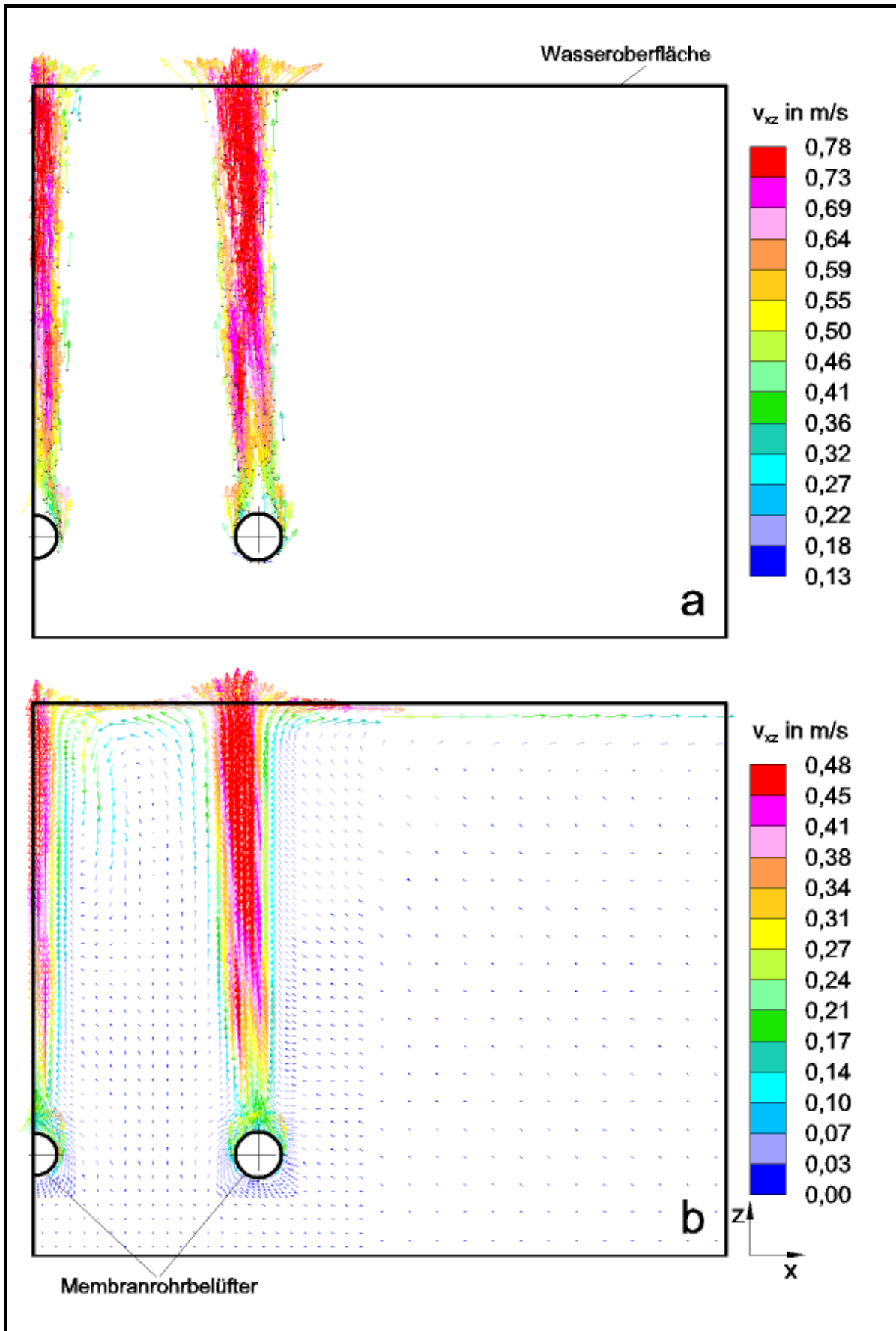


Bild 75. E-L-CFD-Ergebnisse: Luftblasengruppen aus zehn Luftbl., Zp. $t = 20,0$ s, 3D-Gitter, $f_{SKV.U} = 60$ Hz. **a** Luftblasengeschw.; **b** Wassergeschw.

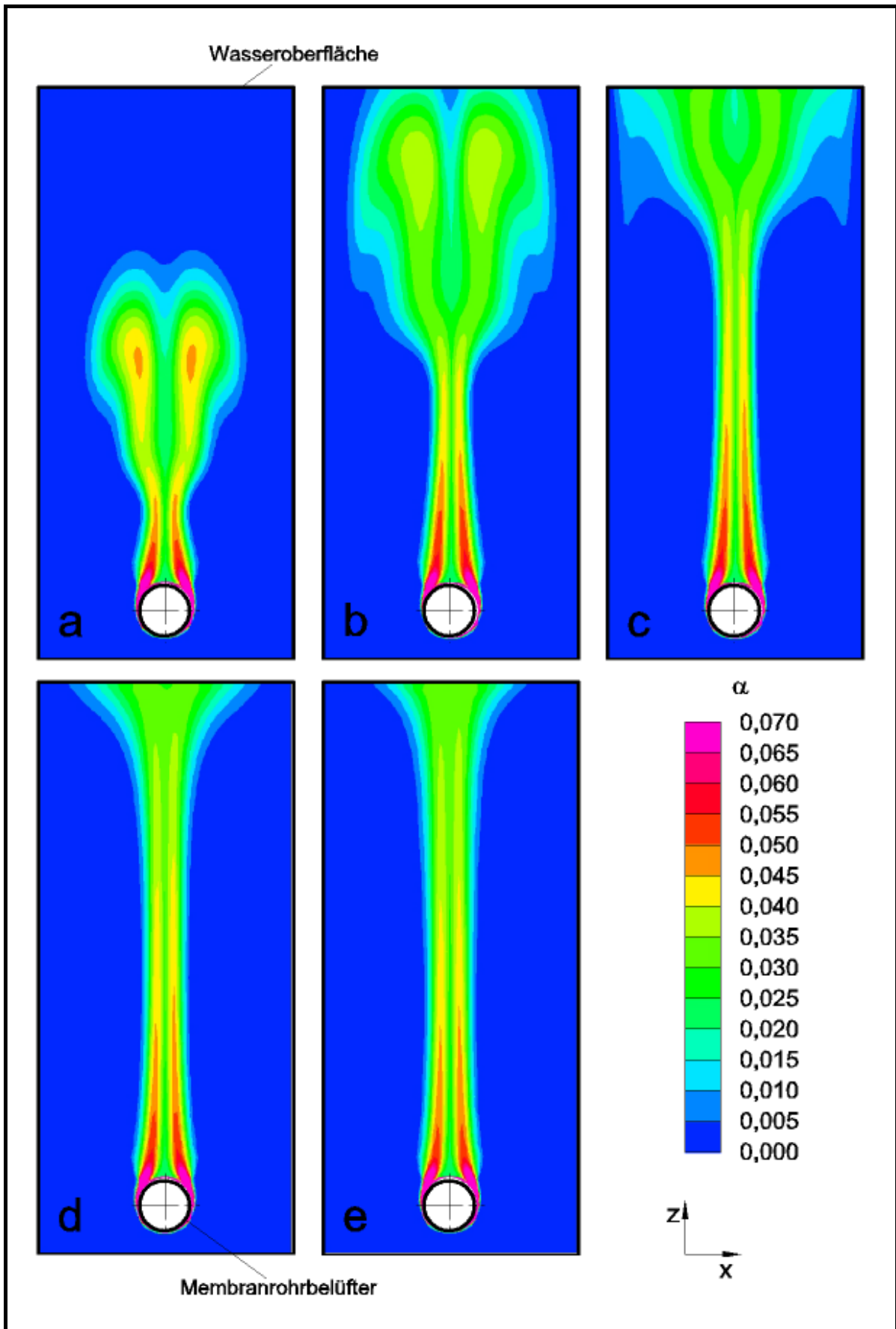


Bild 76. E-E-CFD-Ergebnisse: Volumenanteil, 2D-Gitter, $f_{SKV.U} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s; **e** 5,5 s

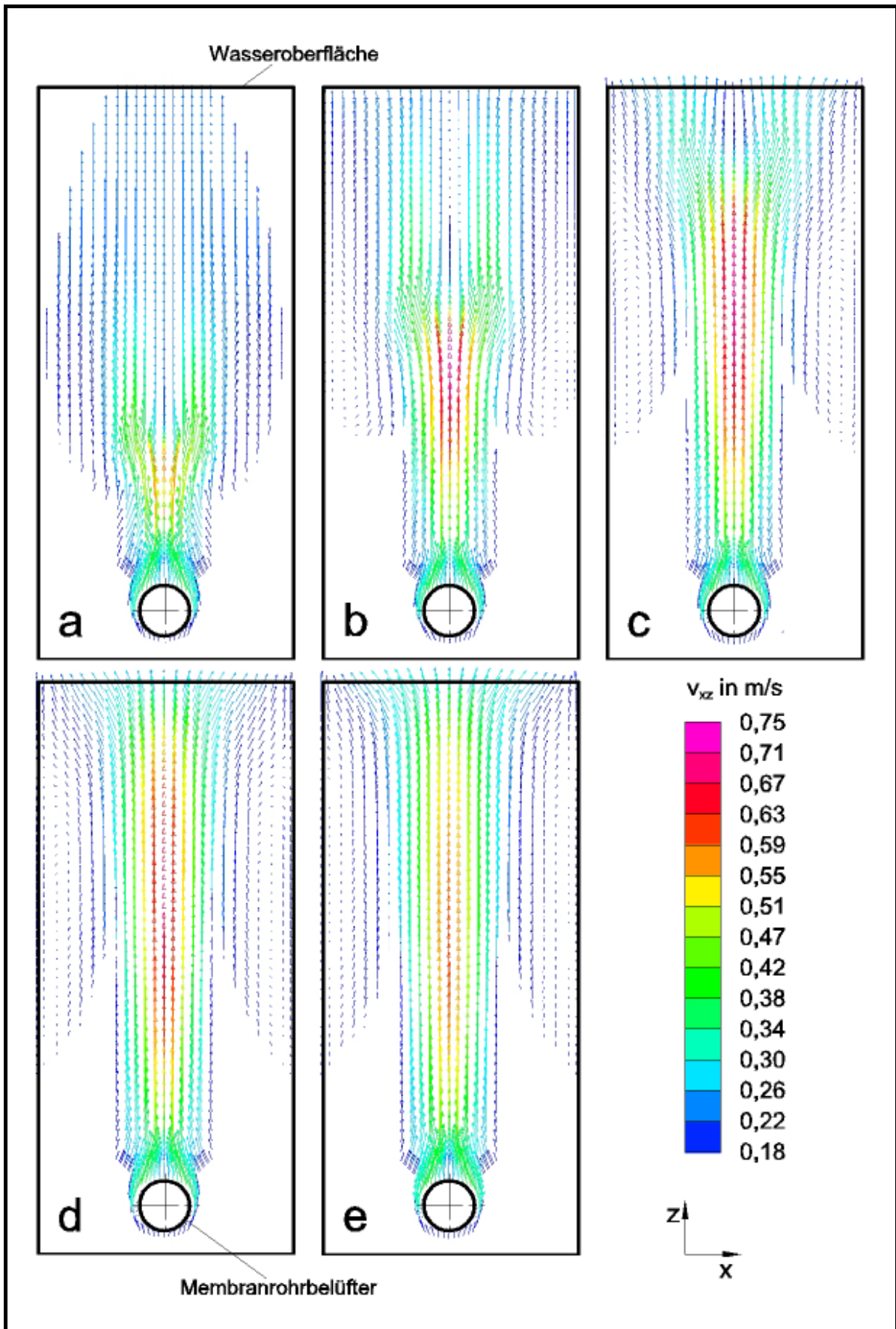


Bild 77. E-E-CFD-Ergebnisse: Luftblasengeschw., 2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s; **e** 5,5 s

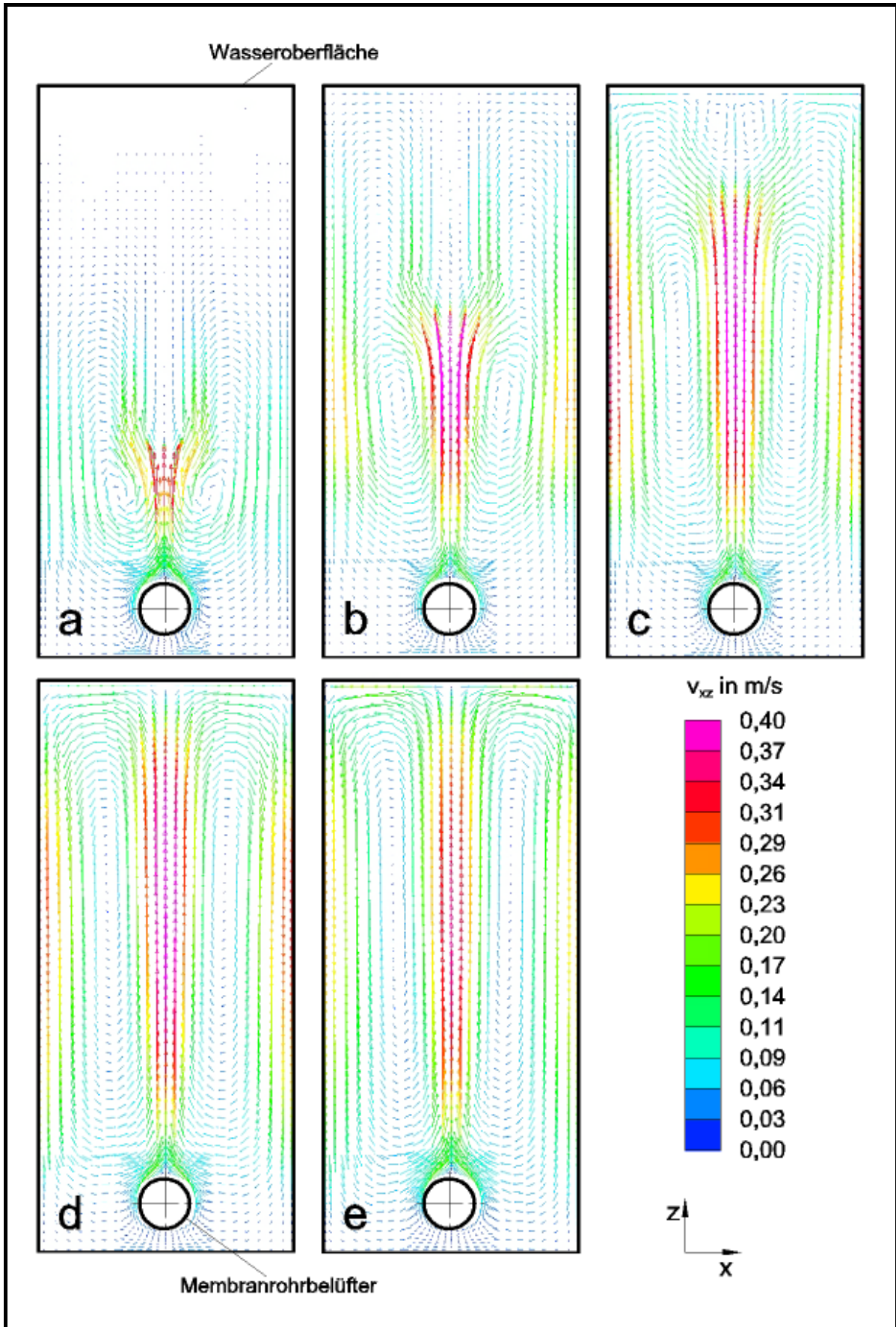


Bild 78. E-E-CFD-Ergebnisse: Wassergeschw., 2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s; **e** 5,5 s

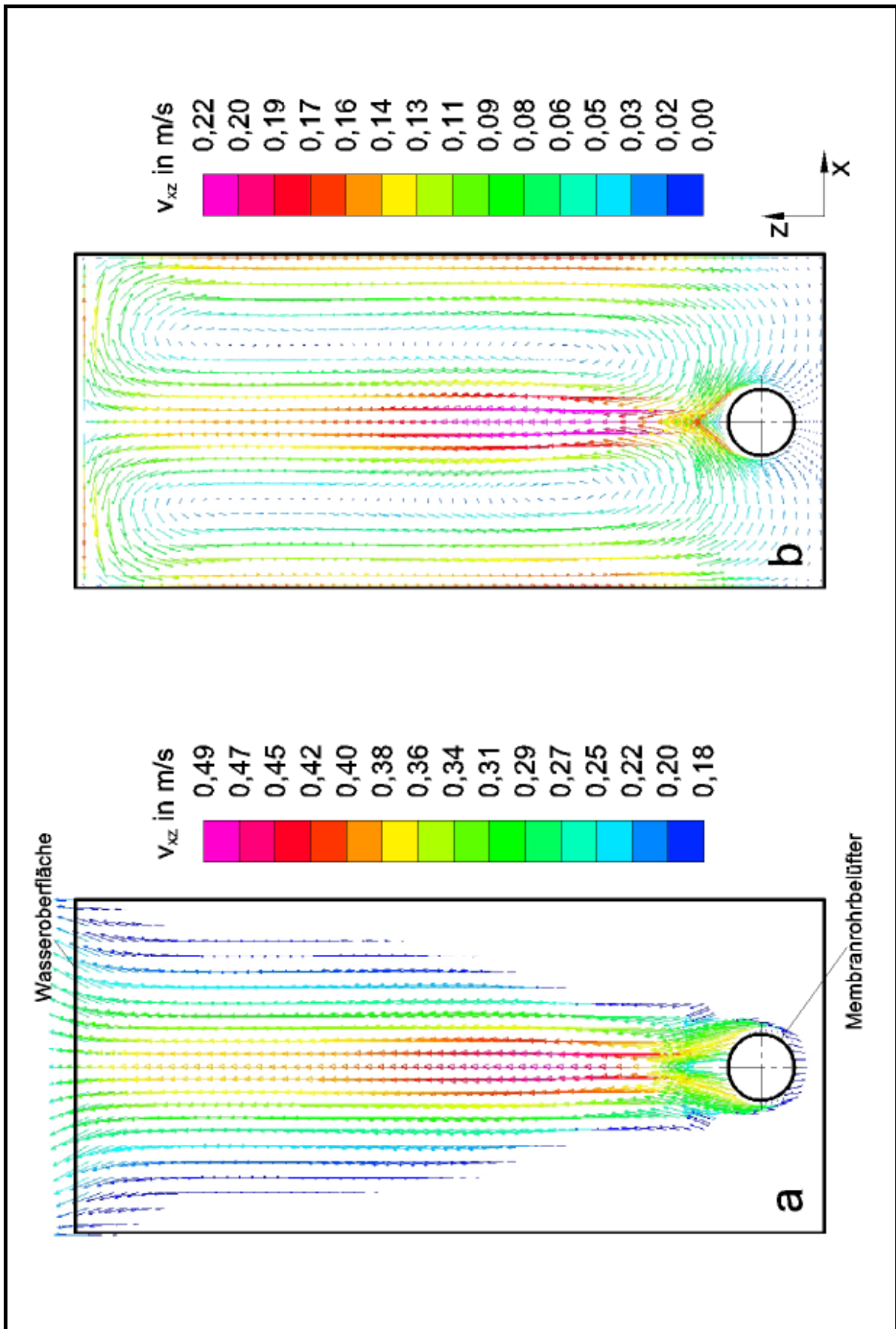


Bild 79. E-E-CFD-Ergebnisse: Zeitpunkt $t = 20,0$ s, 2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 40$ Hz.
a Luftblasengeschw.; **b** Wassergeschw.

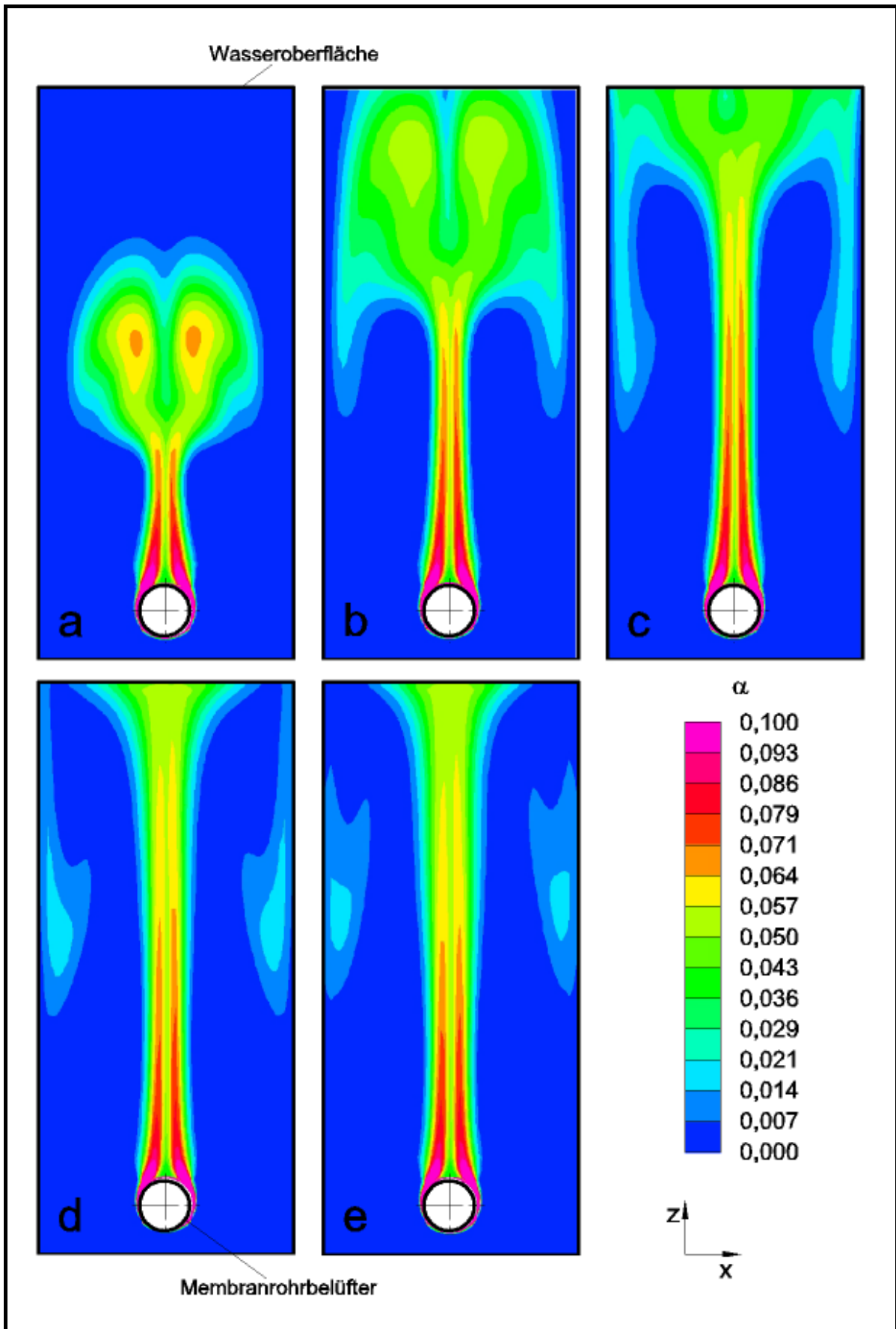


Bild 80. E-E-CFD-Ergebnisse: Volumenanteil, 2D-Gitter, $f_{SKV.U} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s; **e** 5,5 s

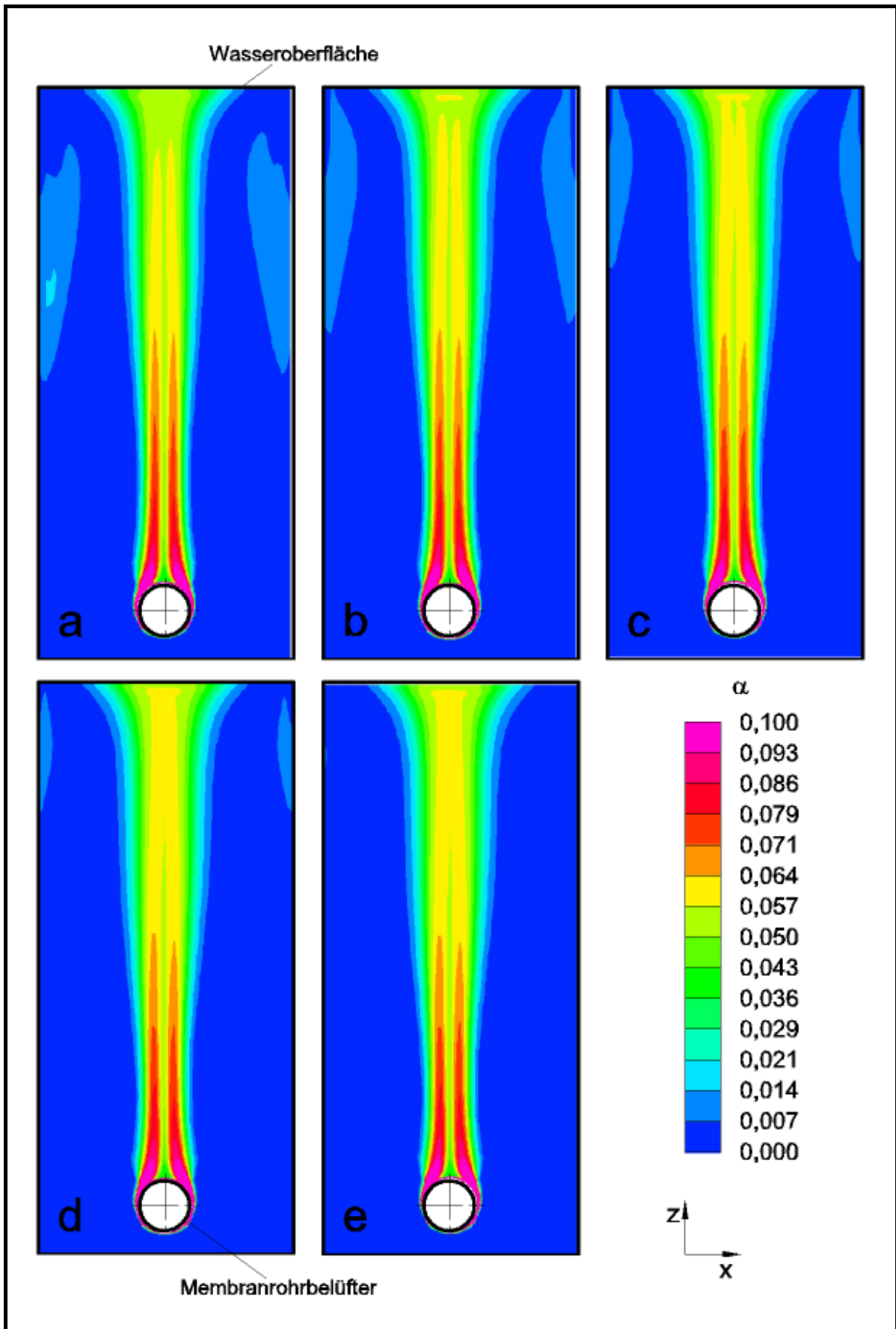


Bild 81. E-E-CFD-Ergebnisse: Volumenanteil, 2D-Gitter, $f_{SKV.U} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 6,5 s; **b** 7,5 s; **c** 8,5 s; **d** 9,5 s; **e** 10,5 s

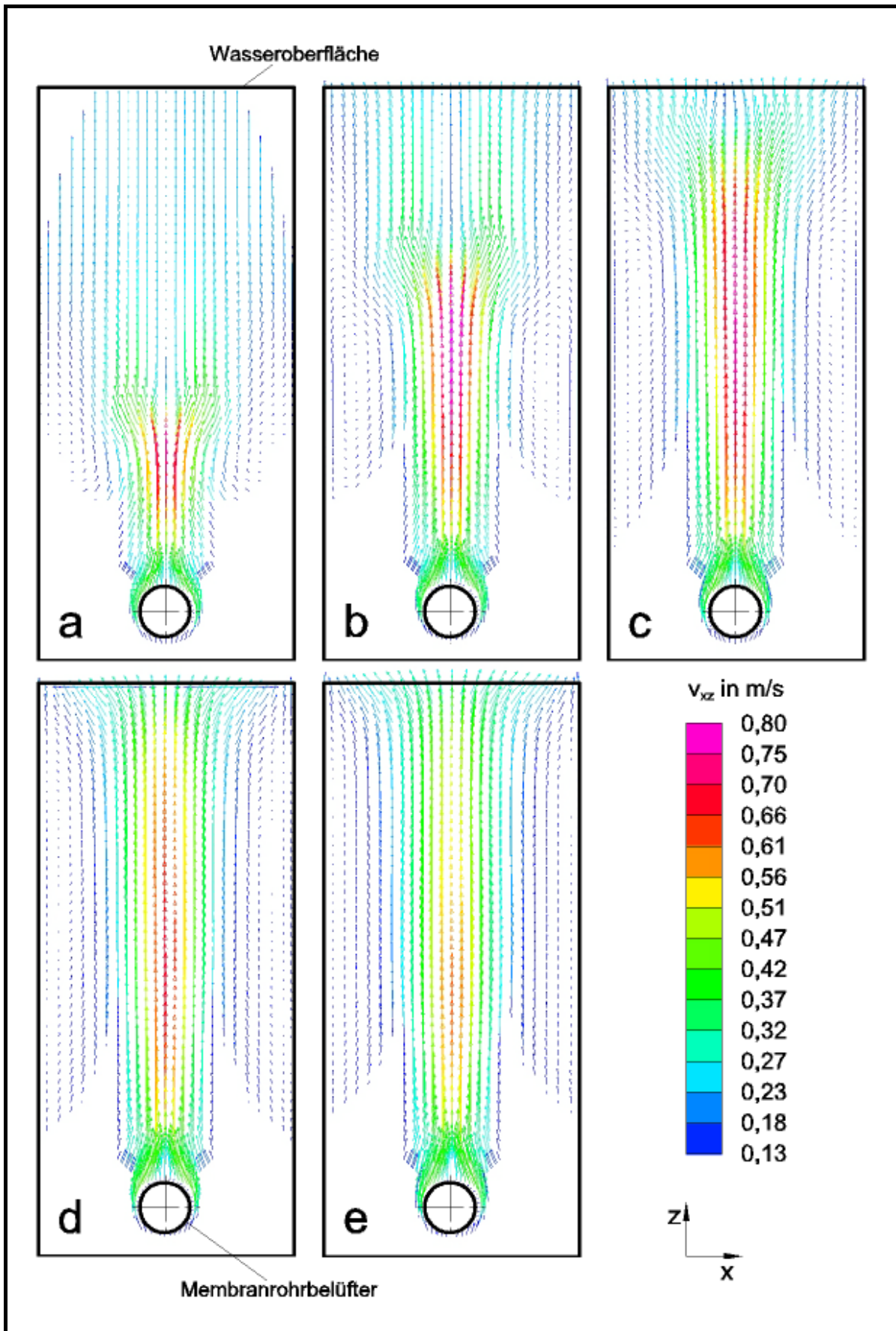


Bild 82. E-E-CFD-Ergebnisse: Luftblasengeschw., 2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s; **e** 5,5 s

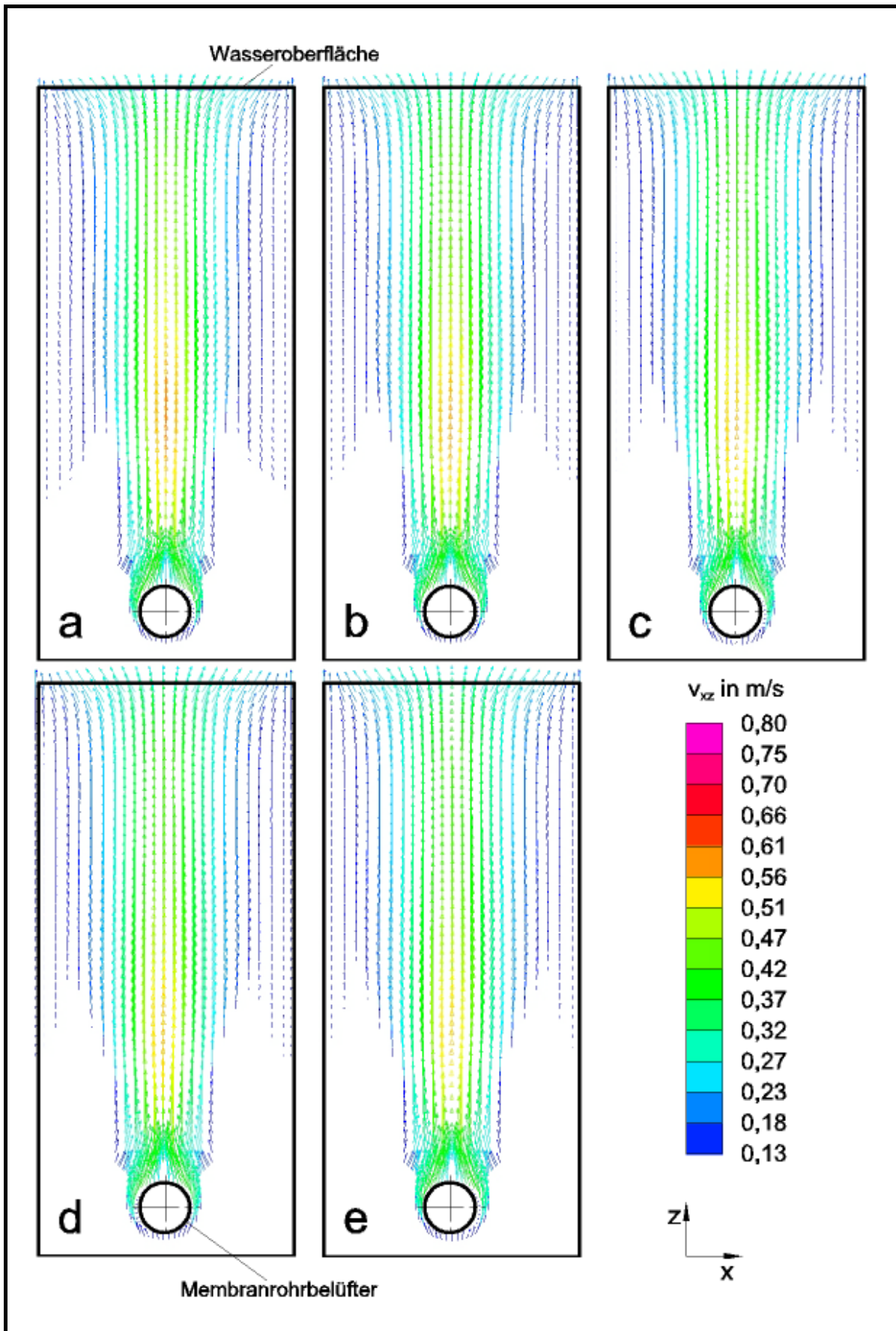


Bild 83. E-E-CFD-Ergebnisse: Luftblasengeschw., 2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 6,5 s; **b** 7,5 s; **c** 8,5 s; **d** 9,5 s; **e** 10,5 s

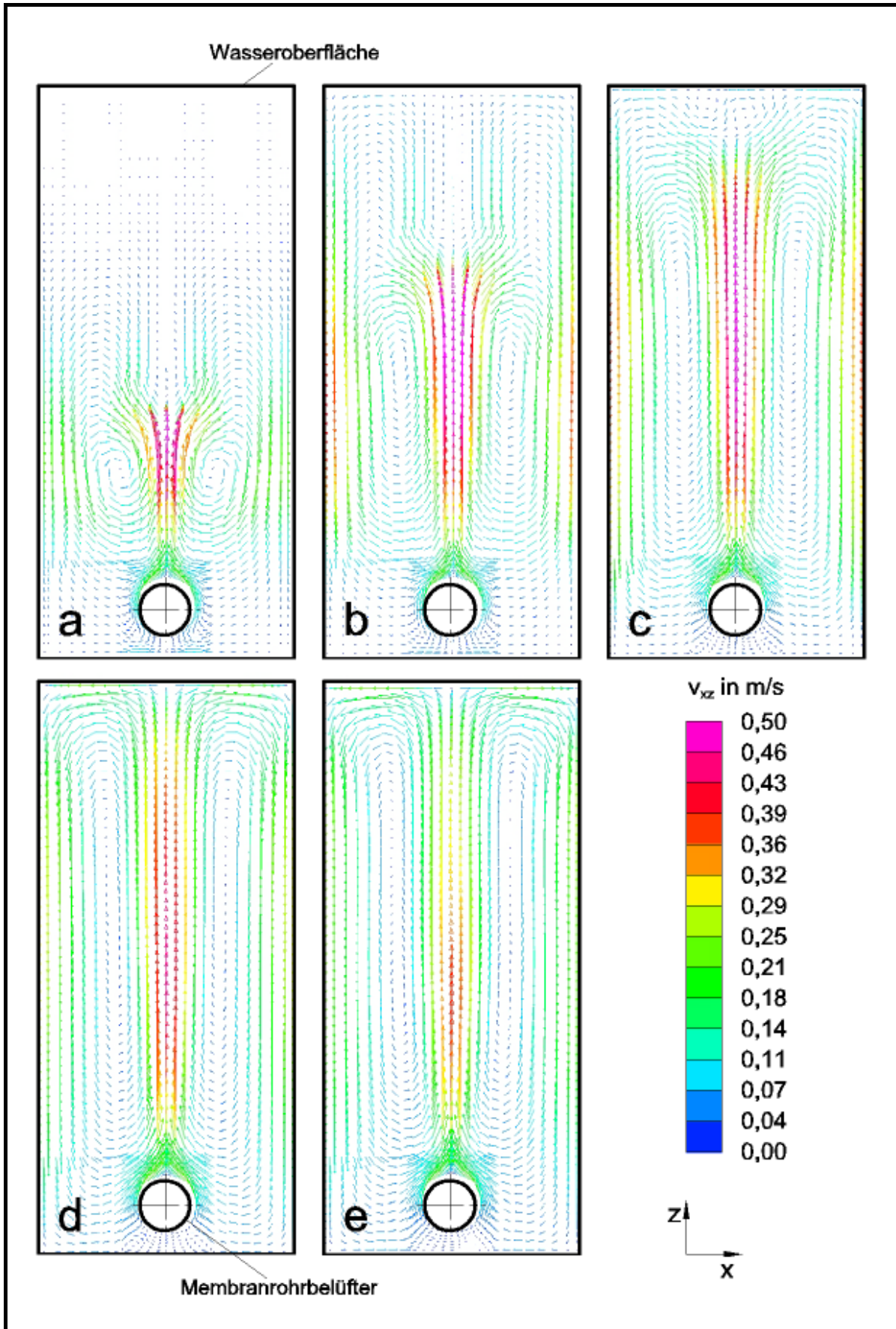


Bild 84. E-E-CFD-Ergebnisse: Wassergeschw., 2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s; **e** 5,5 s

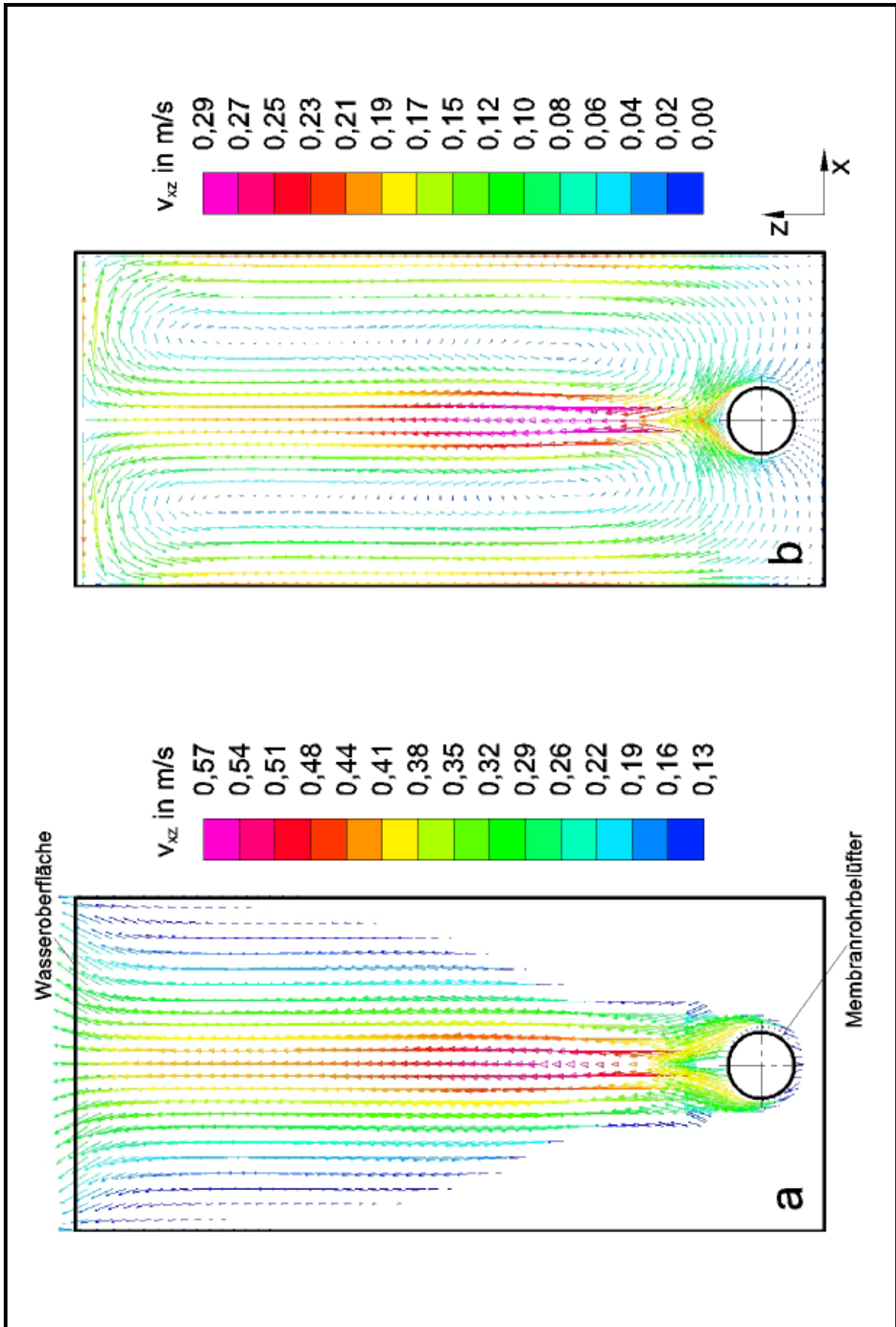


Bild 85. E-E-CFD-Ergebnisse: Zeitpunkt $t = 20,0$ s, 2D-Gitter, $f_{SKV,U} = 60$ Hz.
a Luftblasengeschw.; **b** Wassergeschw.

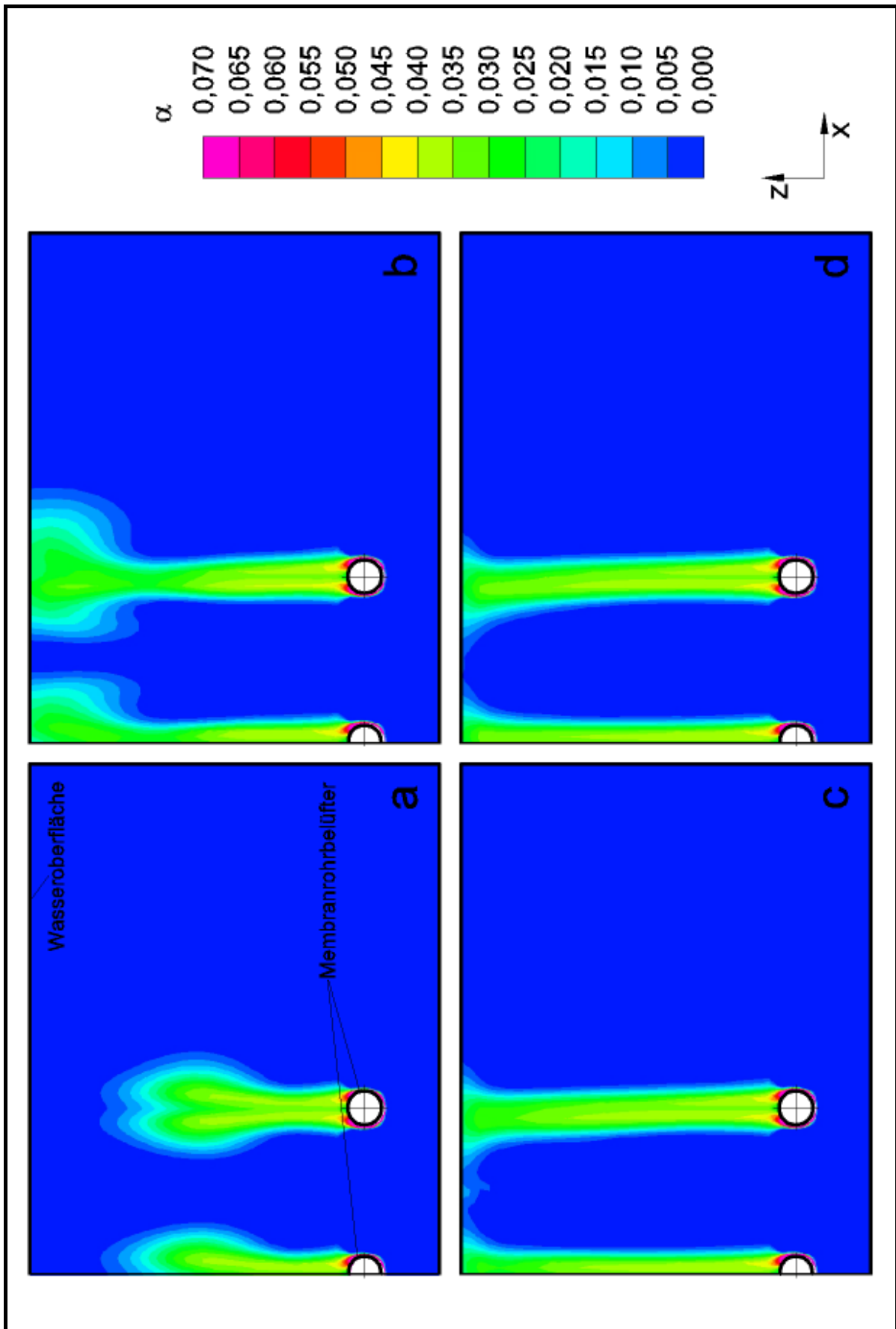


Bild 86. E-E-CFD-Ergebnisse: Volumenanteil, 3D-Gitter, $f_{SKV.U} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s

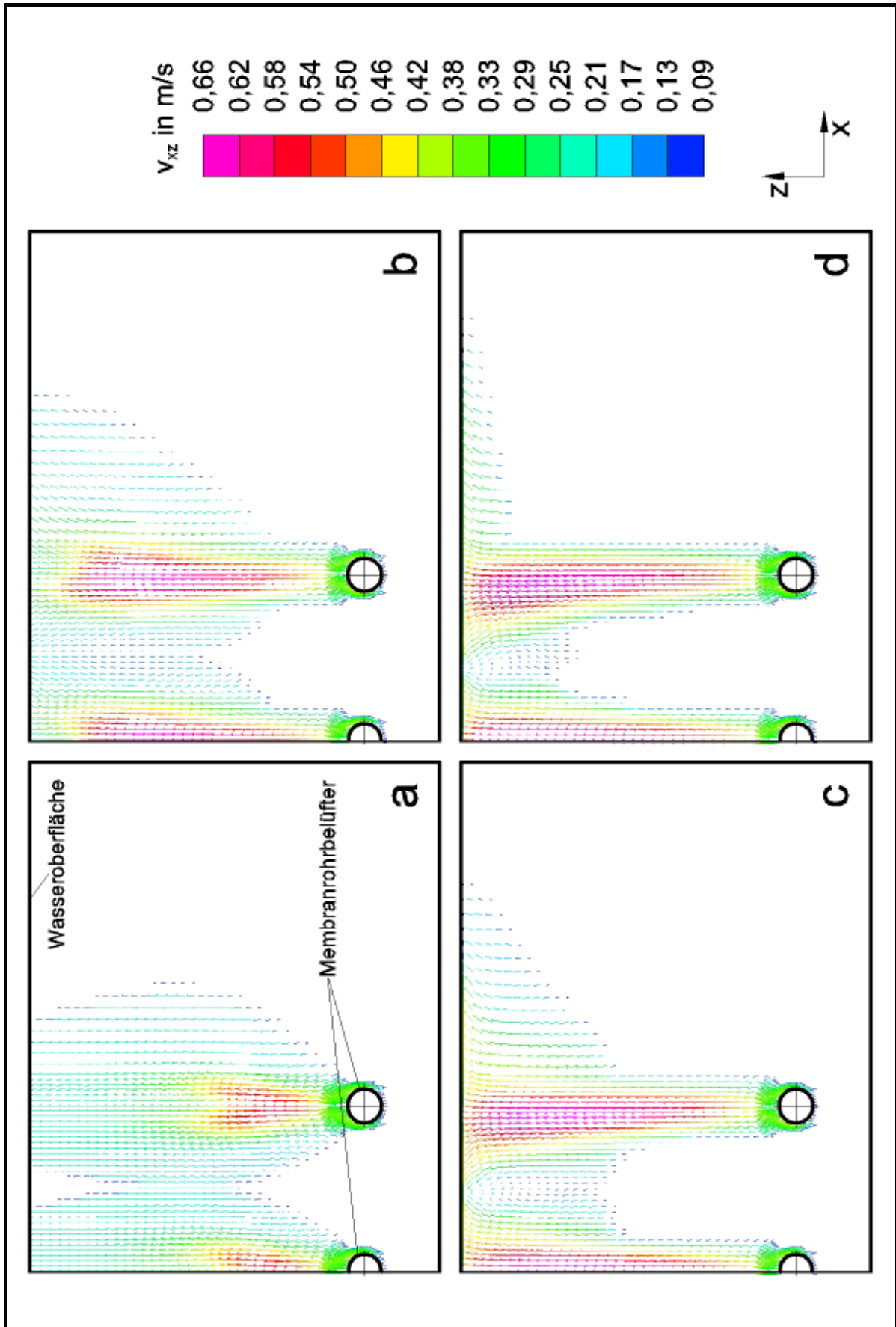


Bild 87. E-E-CFD-Ergebnisse: Luftblasengeschw., 3D-Gitter, $f_{SKV,U} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s

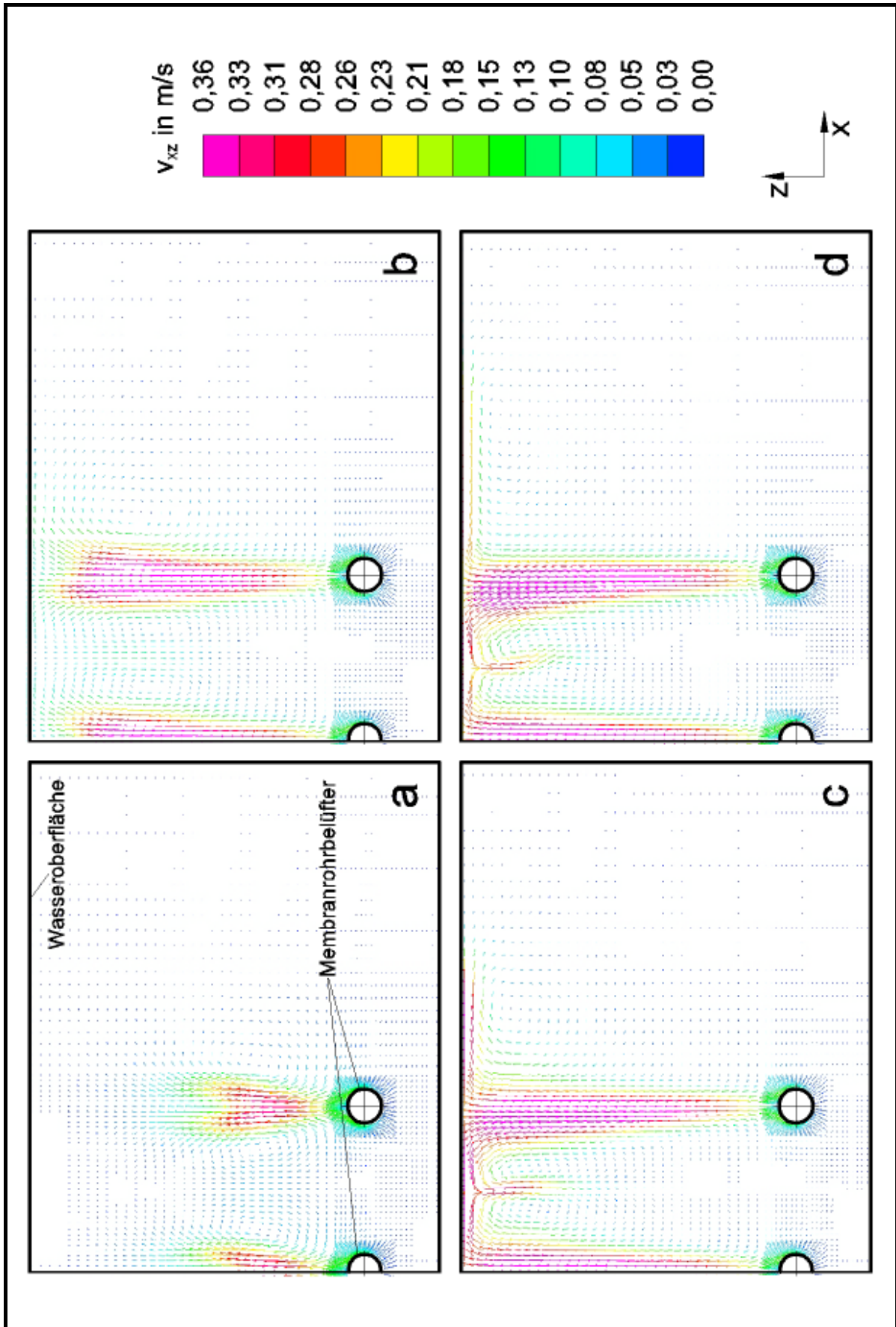


Bild 88. E-E-CFD-Ergebnisse: Wassergeschw., 3D-Gitter, $f_{SKV,U} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s

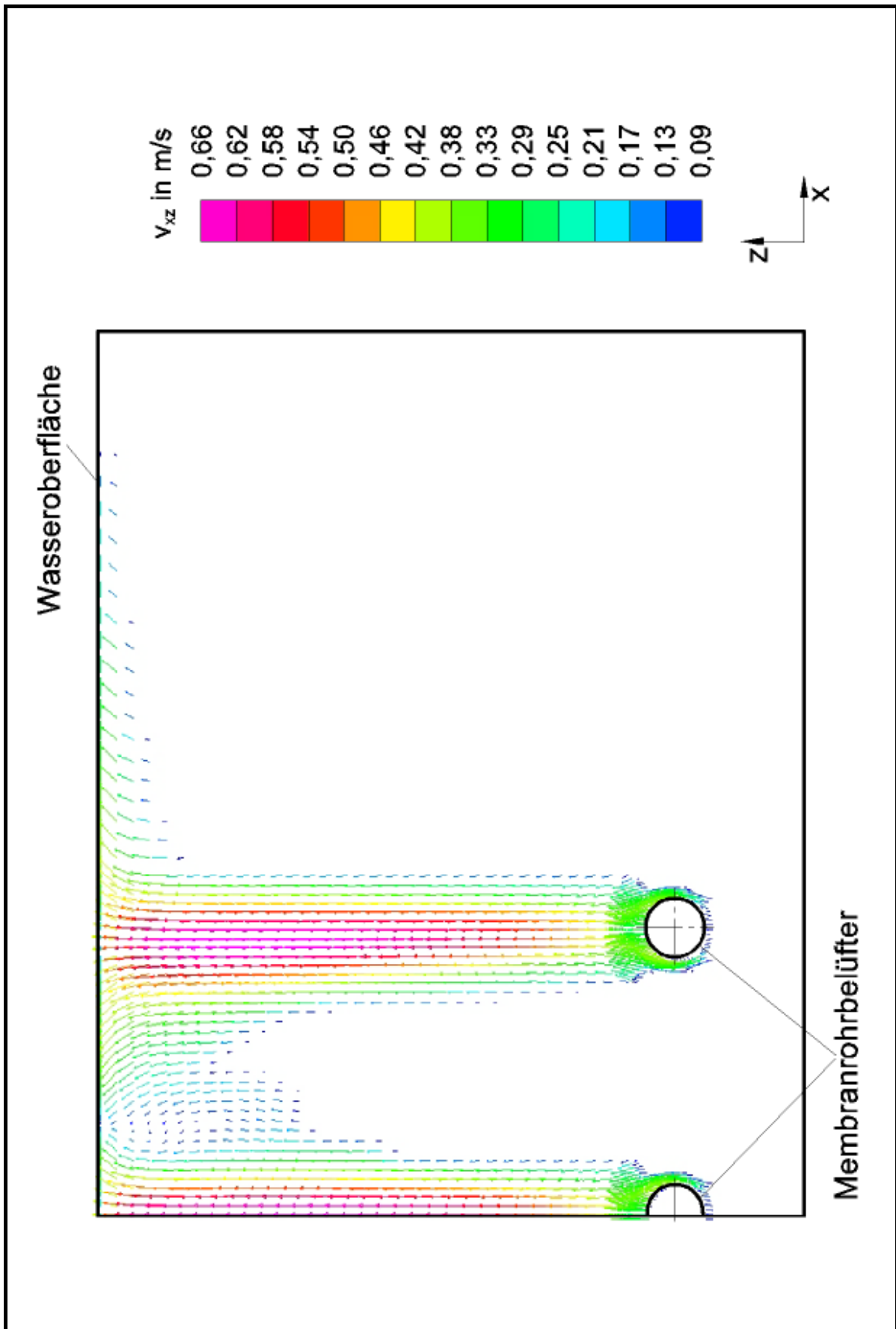


Bild 89. E-E-CFD-Ergebnisse: Luftblasengeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s, 3D-Gitter, $f_{skv.U} = 40$ Hz

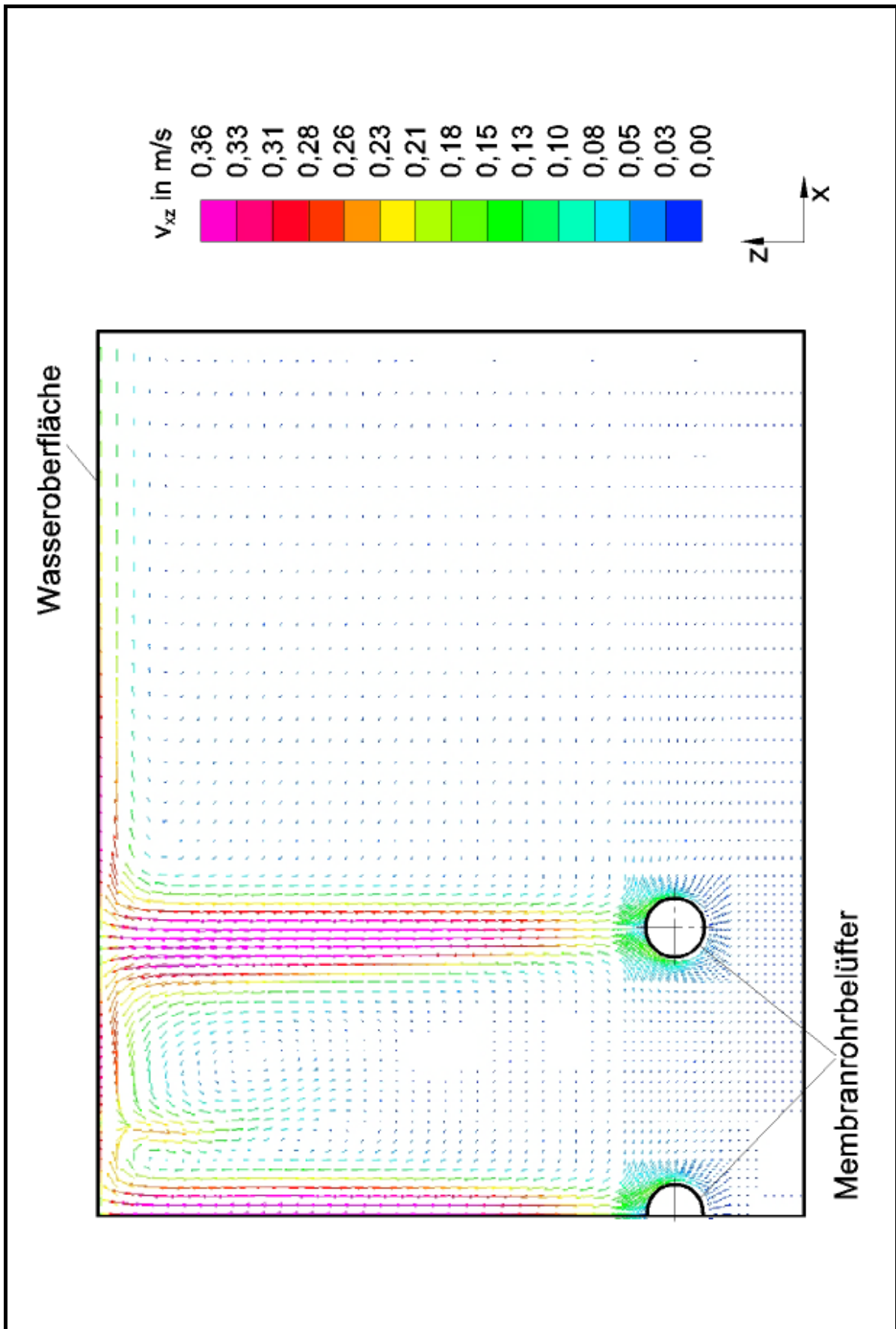


Bild 90. E-E-CFD-Ergebnisse: Wassergeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s, 3D-Gitter, $f_{skv.U} = 40$ Hz

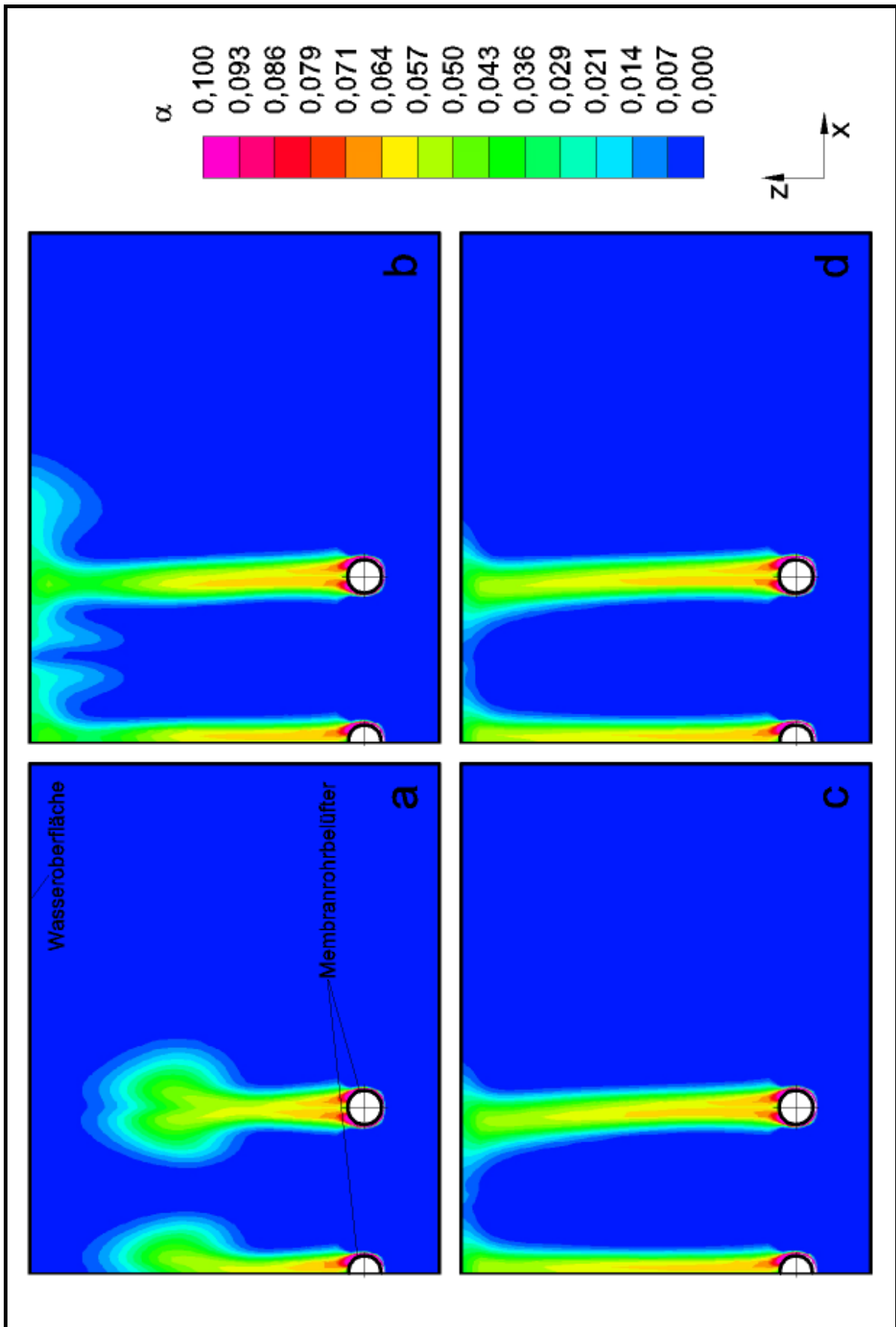


Bild 91. E-E-CFD-Ergebnisse: Volumenanteil, 3D-Gitter, $f_{SKV.U} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t . **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s

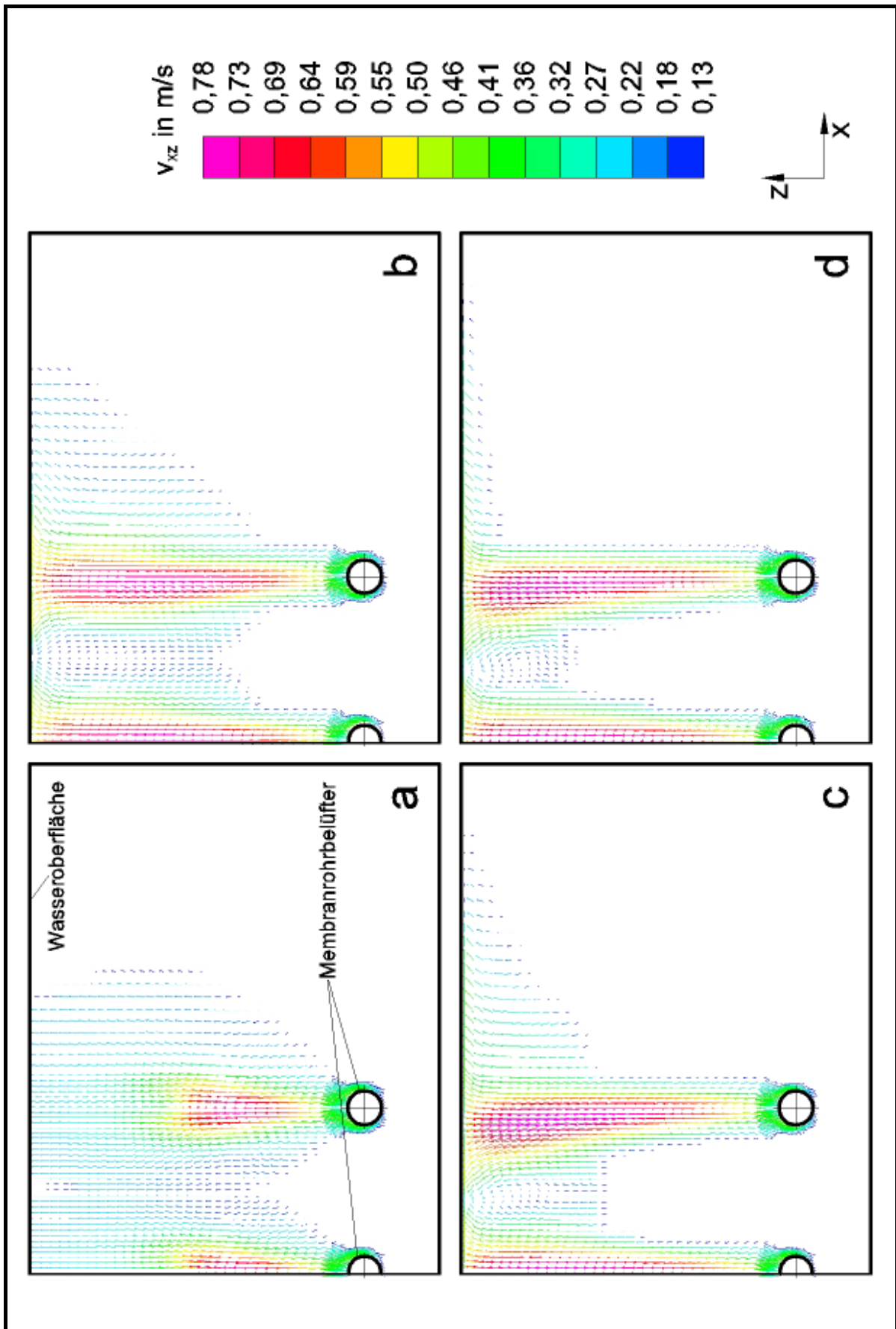


Bild 92. E-E-CFD-Ergebnisse: Luftblasengeschw., 3D-Gitter, $f_{SKV,U} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s

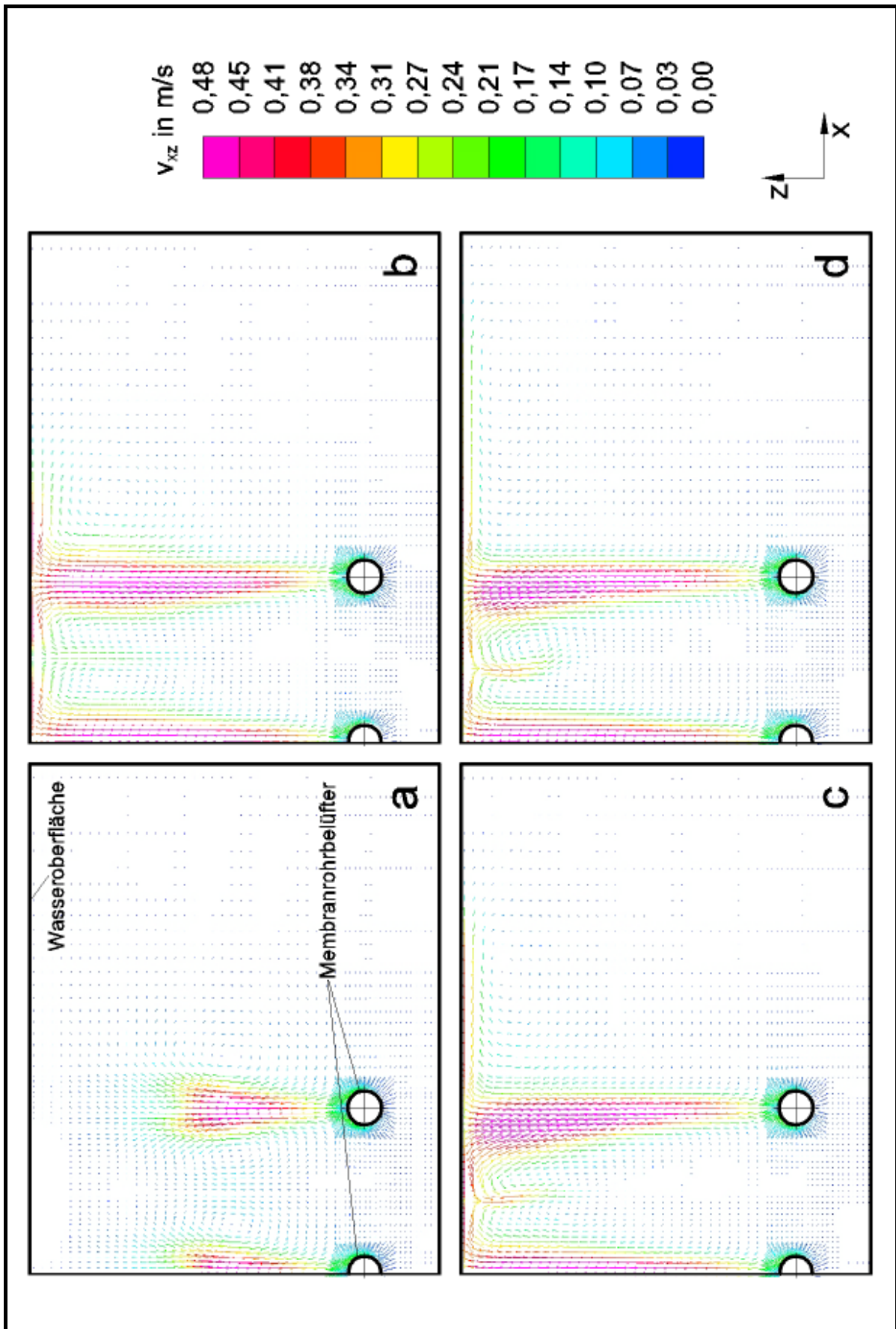


Bild 93. E-E-CFD-Ergebnisse: Wassergeschw., 3D-Gitter, $f_{SKV,U} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 1,5 s; **b** 2,5 s; **c** 3,5 s; **d** 4,5 s

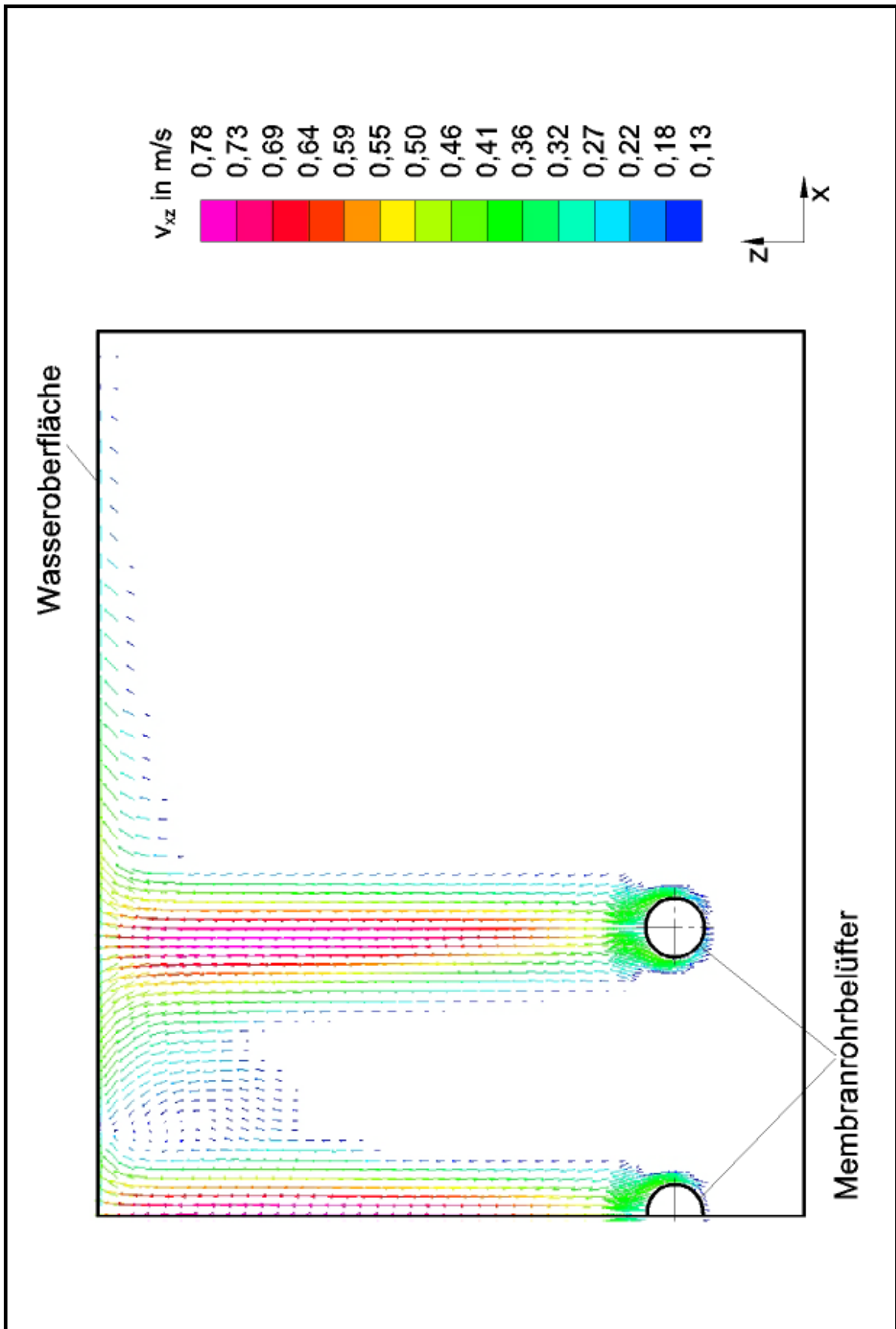


Bild 94. E-E-CFD-Ergebnisse: Luftblasengeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s, 3D-Gitter, $f_{skv.U} = 60$ Hz

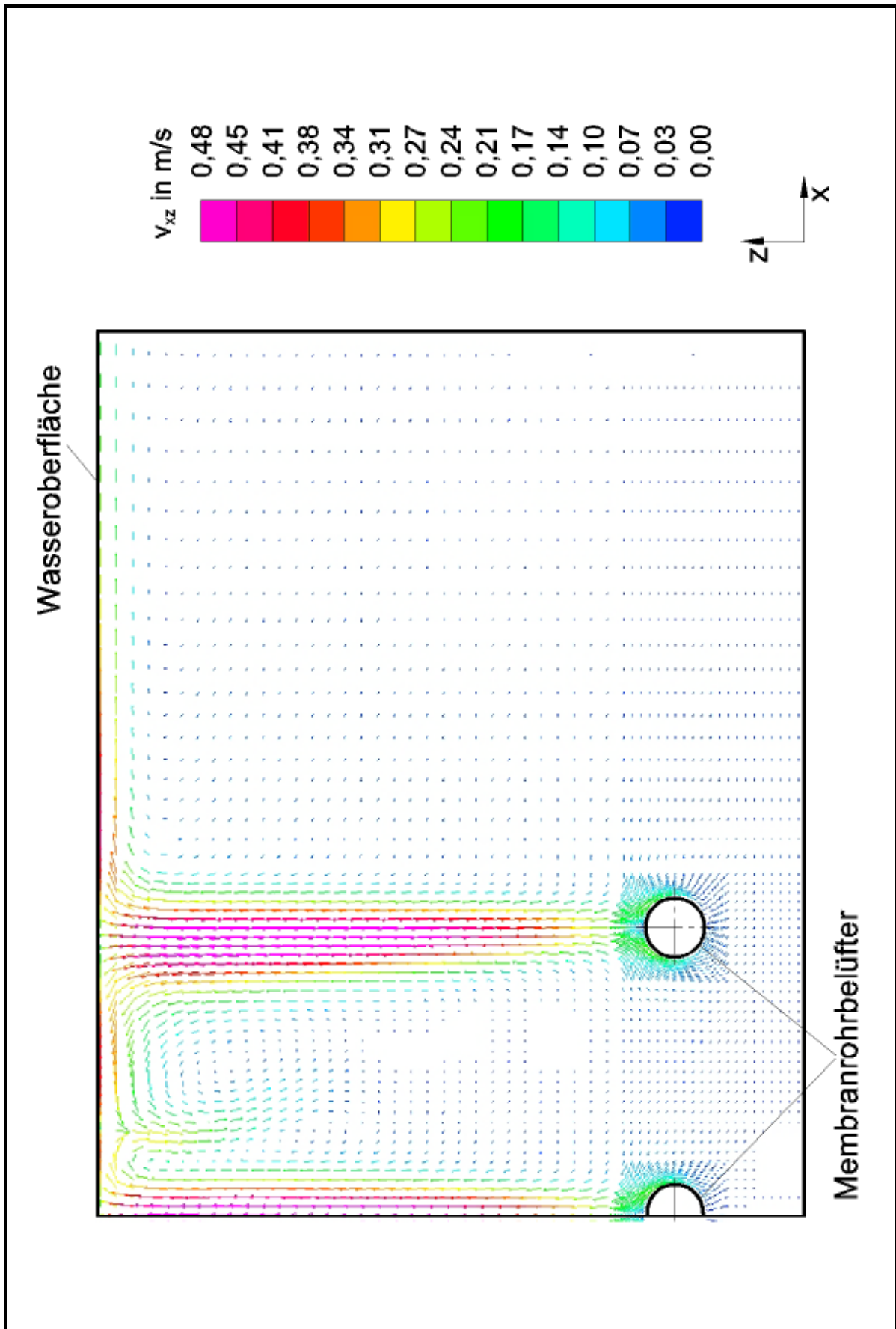


Bild 95. E-E-CFD-Ergebnisse: Wassergeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s, 3D-Gitter, $f_{\text{SKV.U}} = 60$ Hz

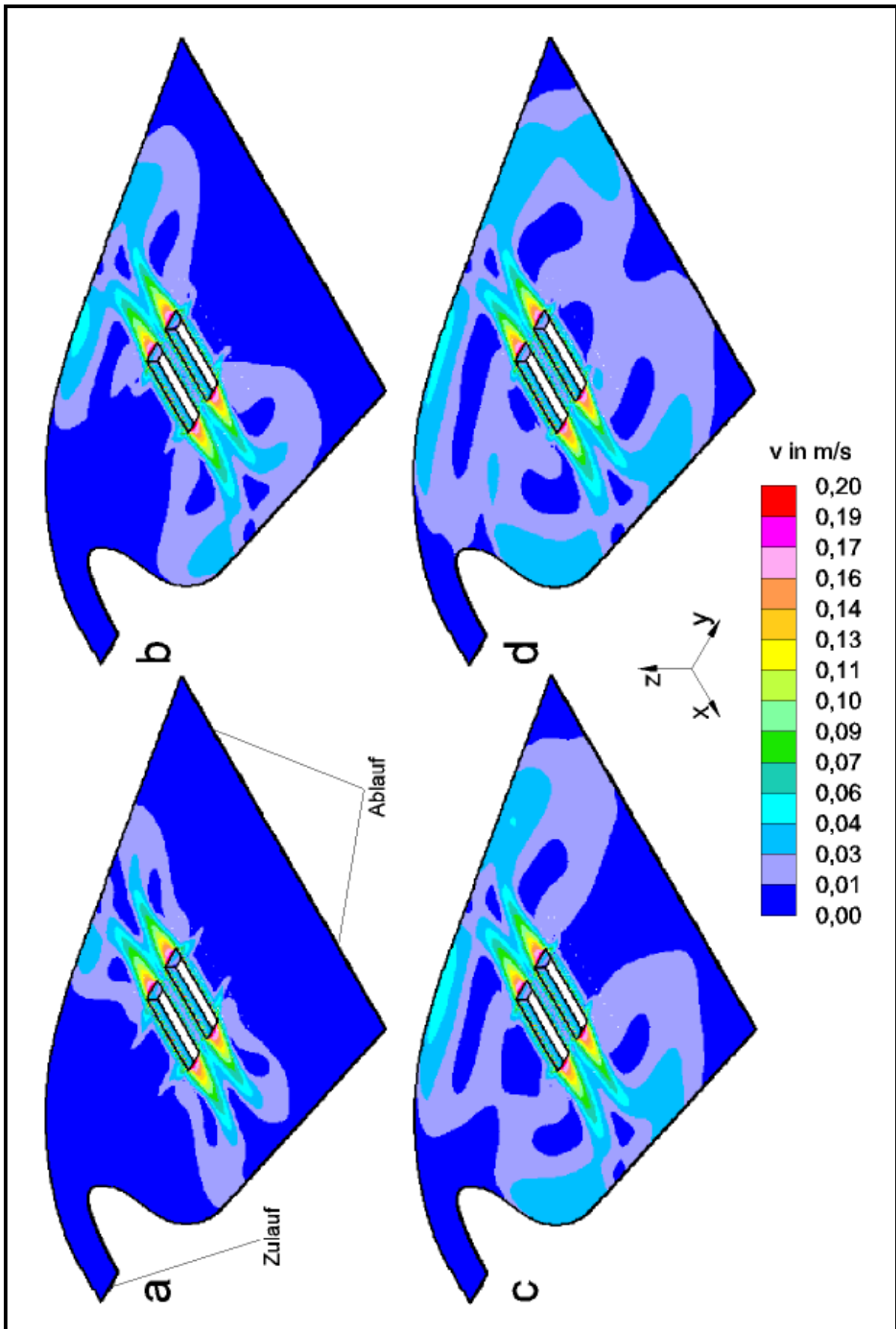


Bild 96. CFD-Ergebnisse: Gesamtströmung, $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4}$ m/s, $f_{\text{SKV.U}} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 5 min; **b** 10 min; **c** 15 min; **d** 20 min

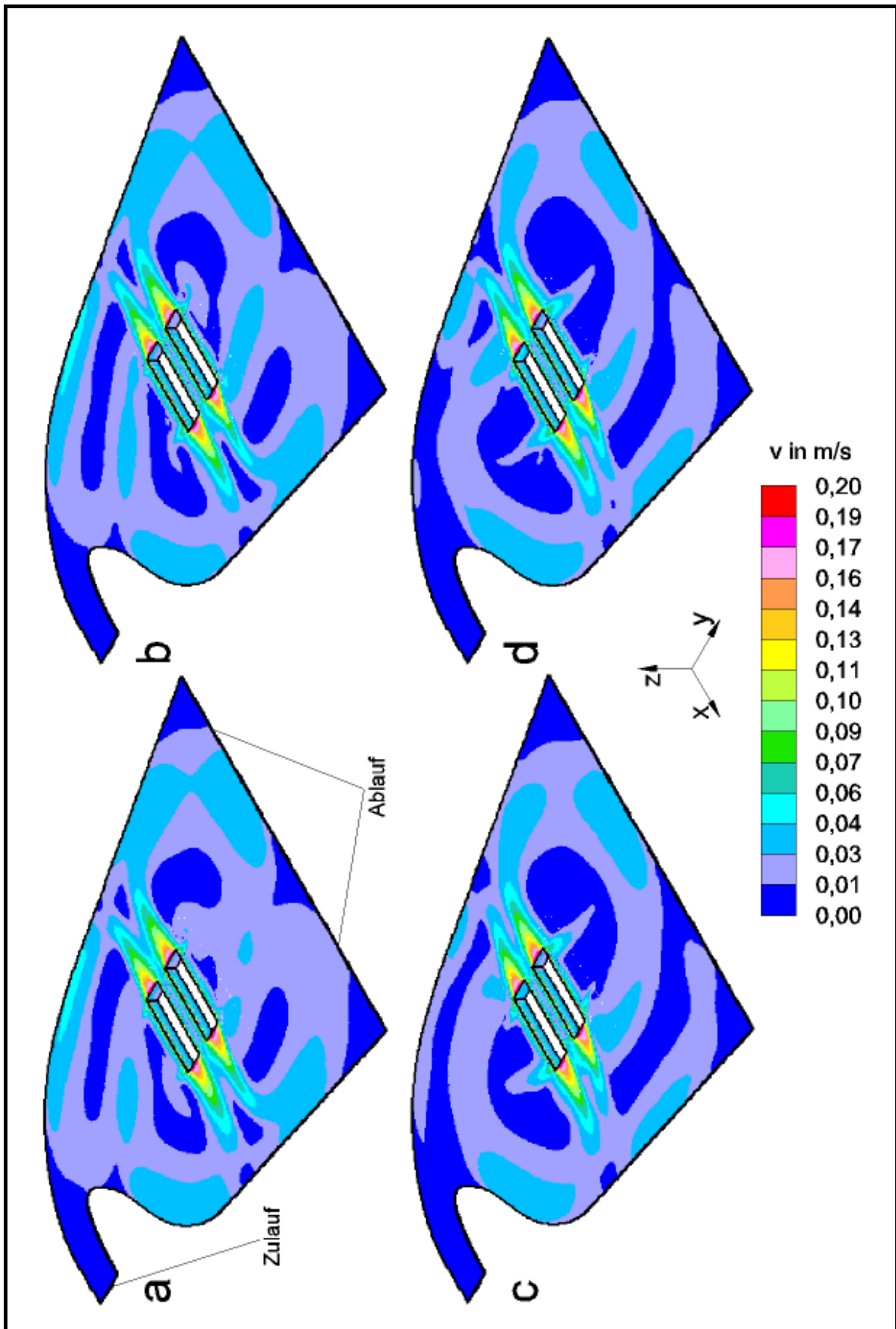


Bild 97. CFD-Ergebnisse: Gesamtströmung, $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4}$ m/s, $f_{\text{SKV.U}} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 25 min; **b** 30 min; **c** 60 min; **d** 120 min

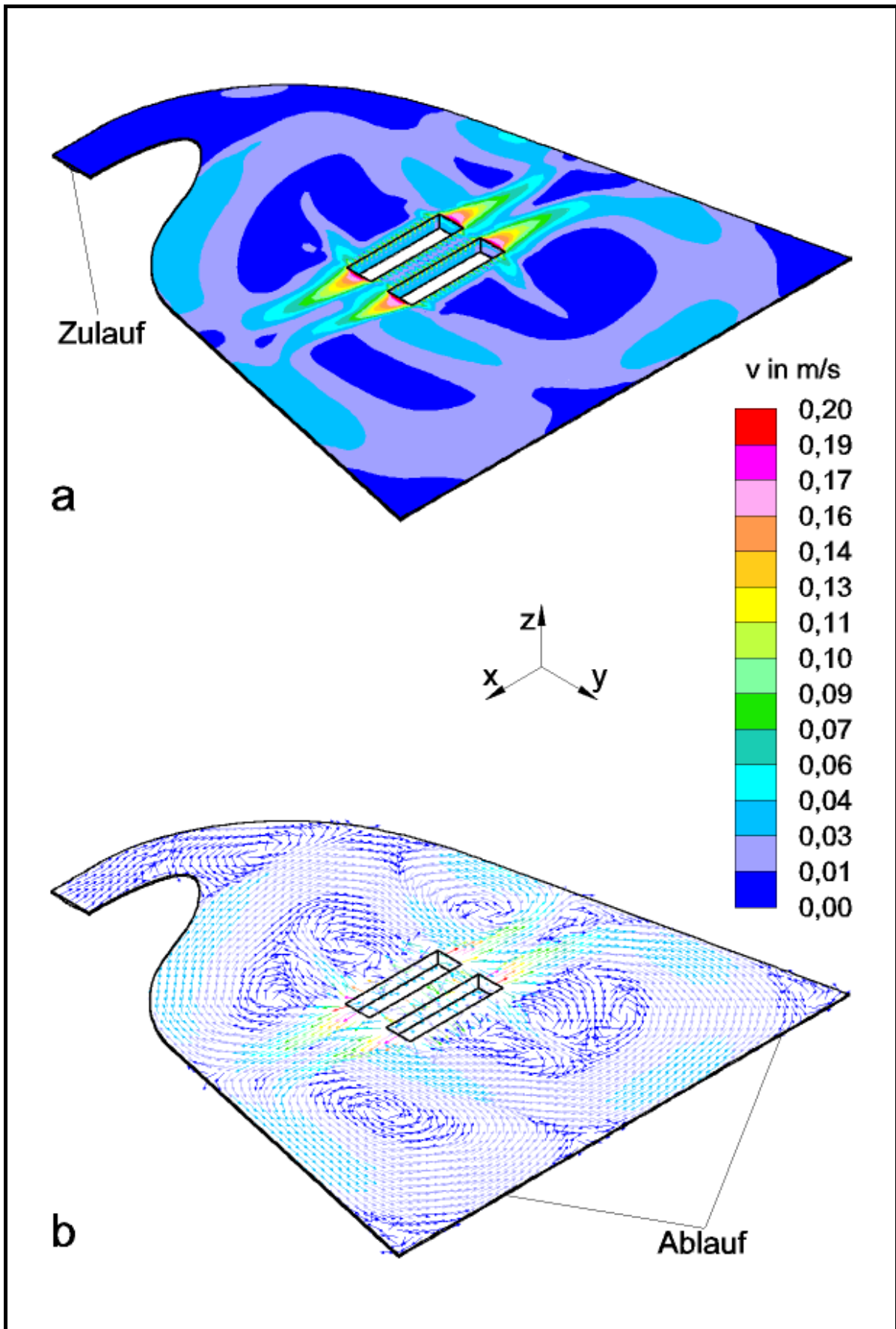


Bild 98. CFD-Ergebnisse: Gesamtströmung, Zeitpunkt $t = 180 \text{ min}$,
 $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$, $f_{\text{SKV.U}} = 40 \text{ Hz}$

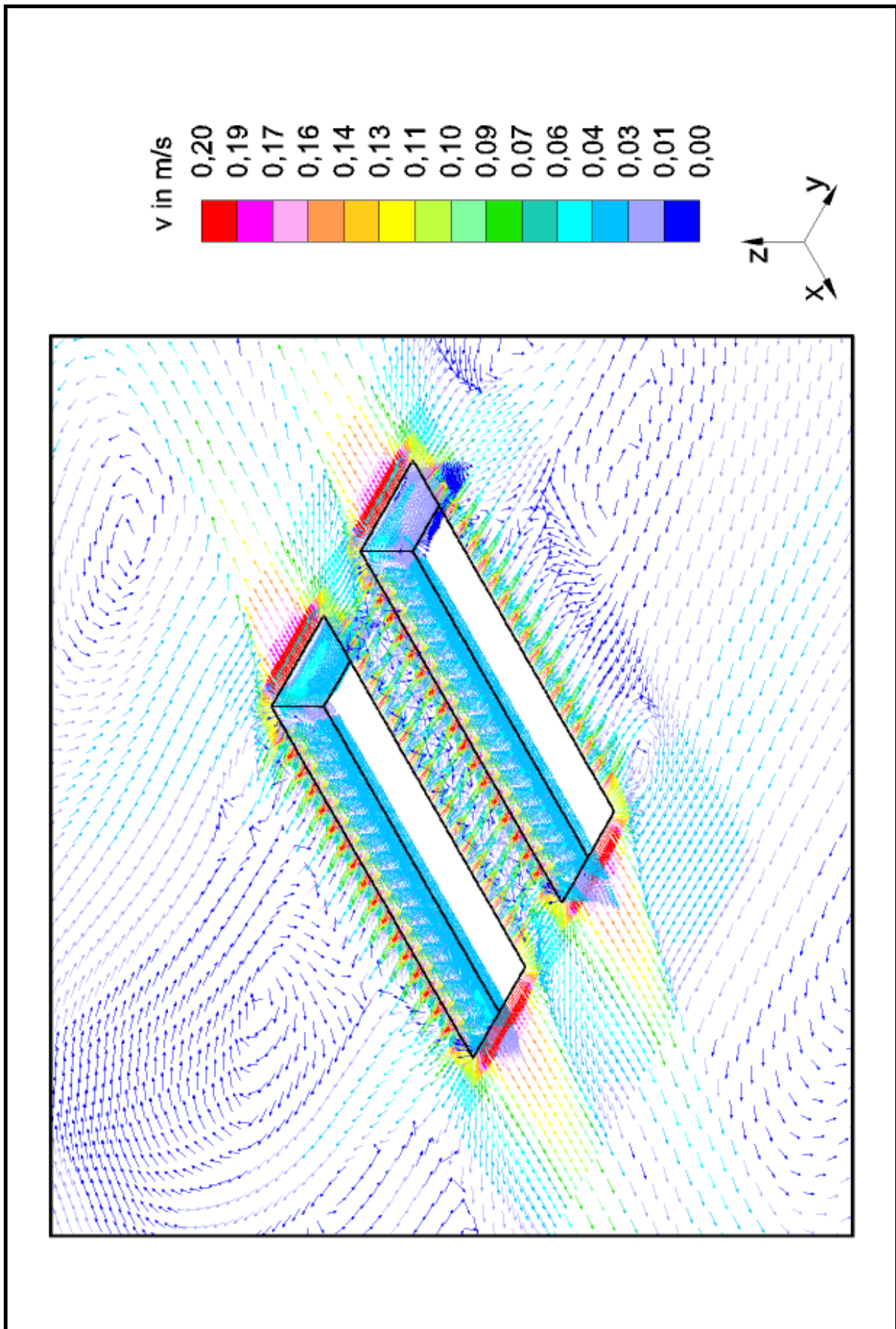


Bild 99. CFD-Ergebnisse: Gesamtströmung, Zeitpunkt $t = 180 \text{ min}$,
 $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$, $f_{\text{SKV.U}} = 40 \text{ Hz}$

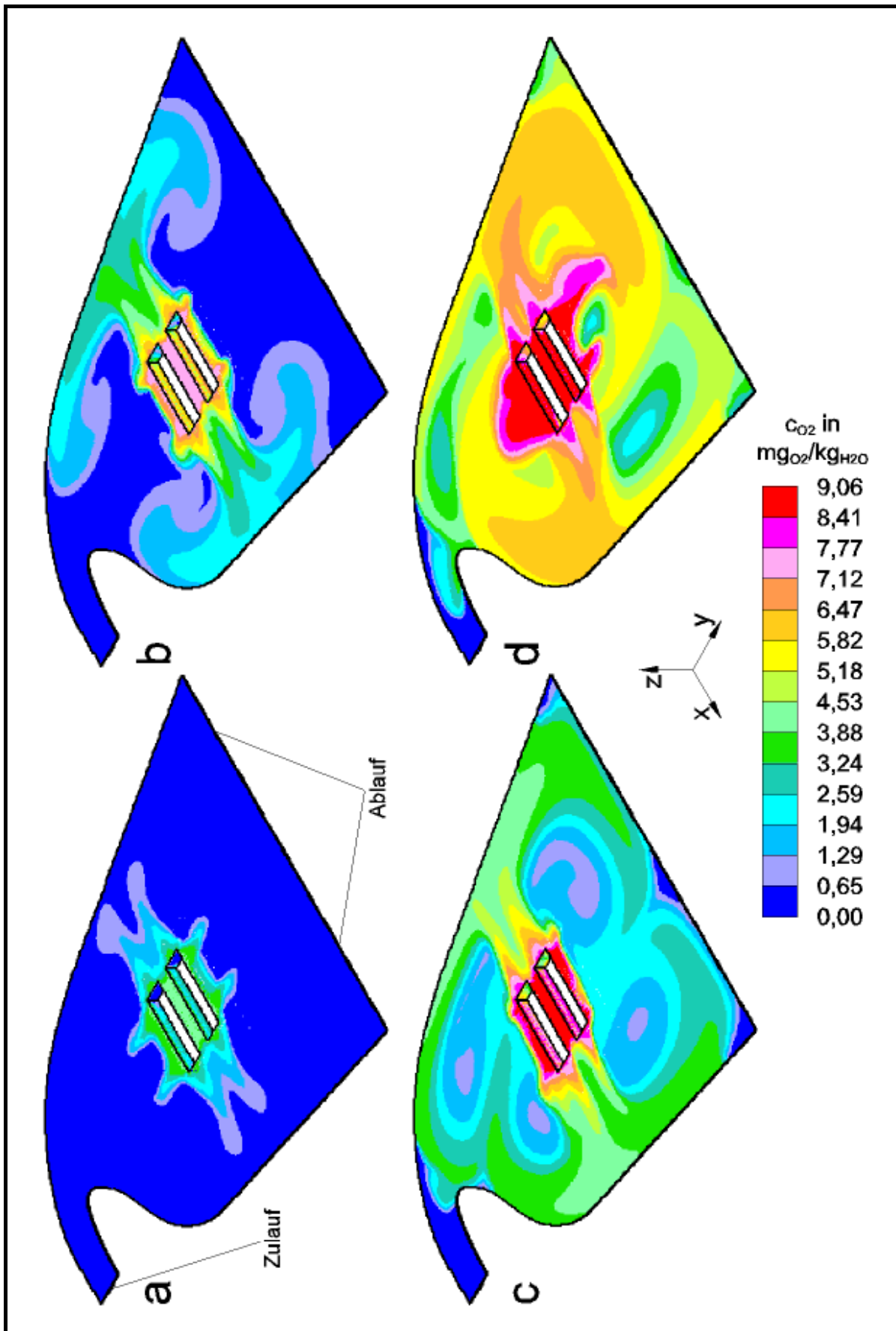


Bild 100. CFD-Ergebnisse: Gesamtströmung, $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4}$ m/s, $f_{\text{SKV.U}} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 5 min; **b** 15 min; **c** 30 min; **d** 60 min

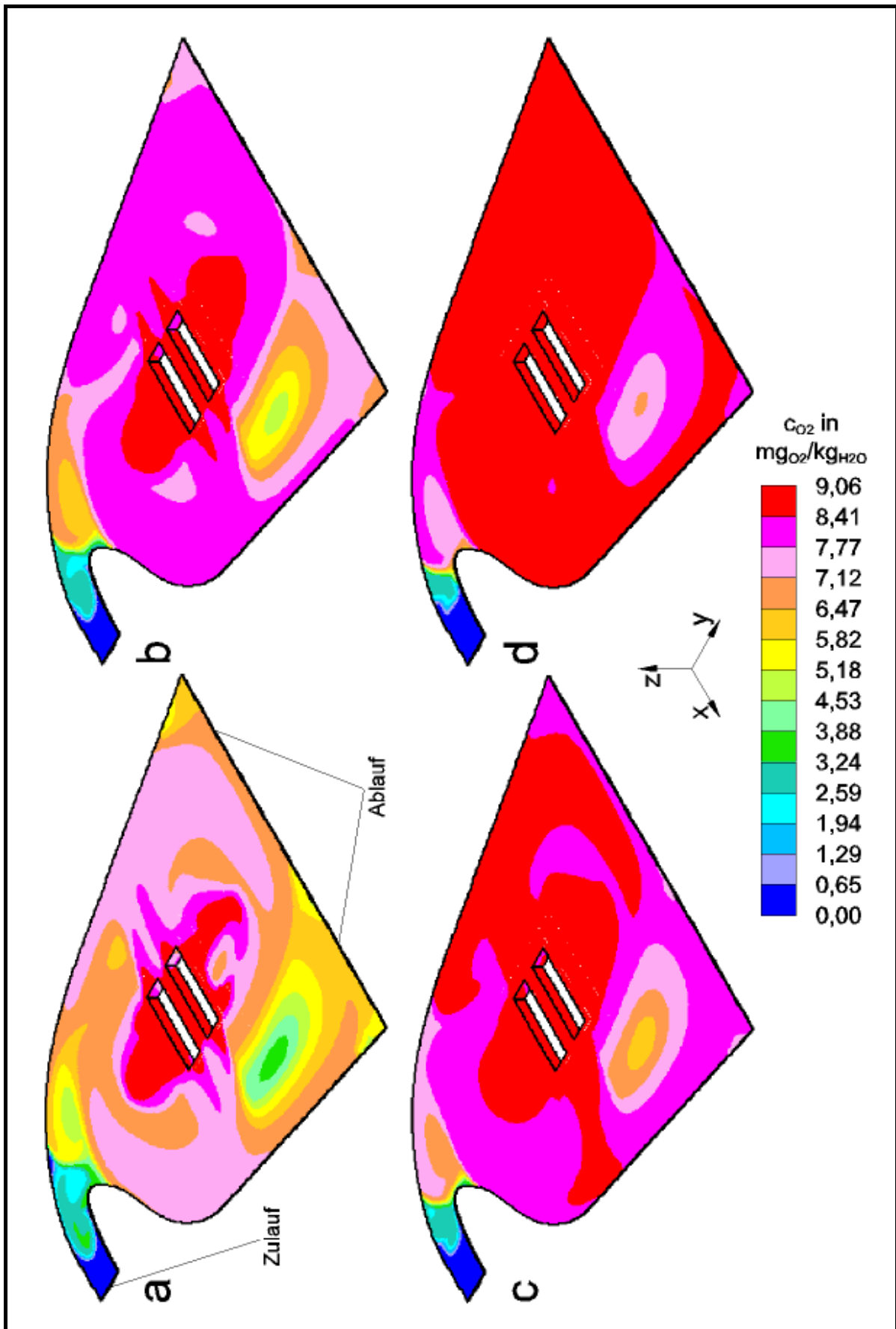


Bild 101. CFD-Ergebnisse: Gesamtströmung, $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4}$ m/s, $f_{\text{SKV.U}} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 90 min; **b** 120 min; **c** 150 min; **d** 180 min

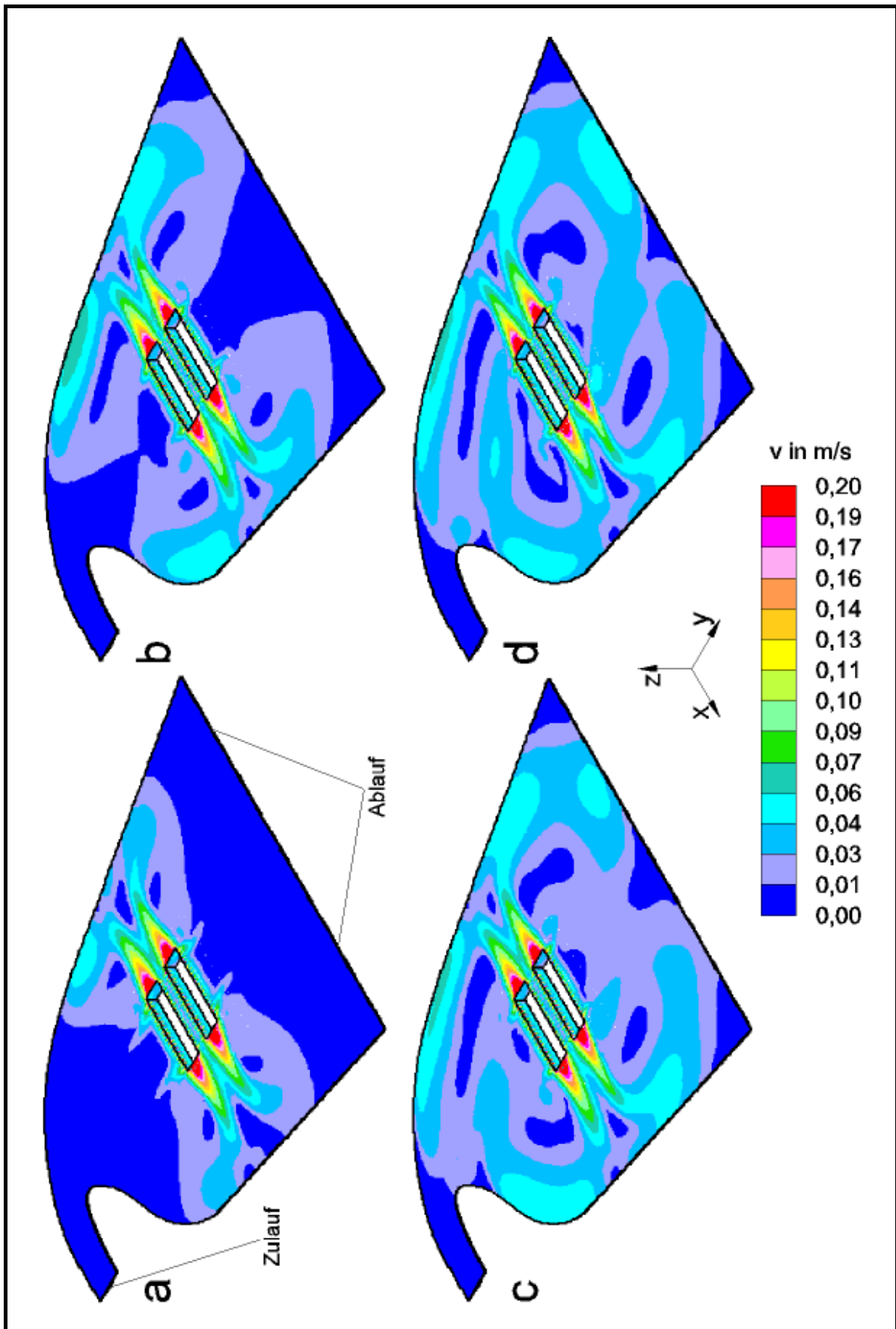


Bild 102. CFD-Ergebnisse: Gesamtströmung, $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4}$ m/s, $f_{\text{SKV.U}} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 5 min; **b** 10 min; **c** 15 min; **d** 20 min

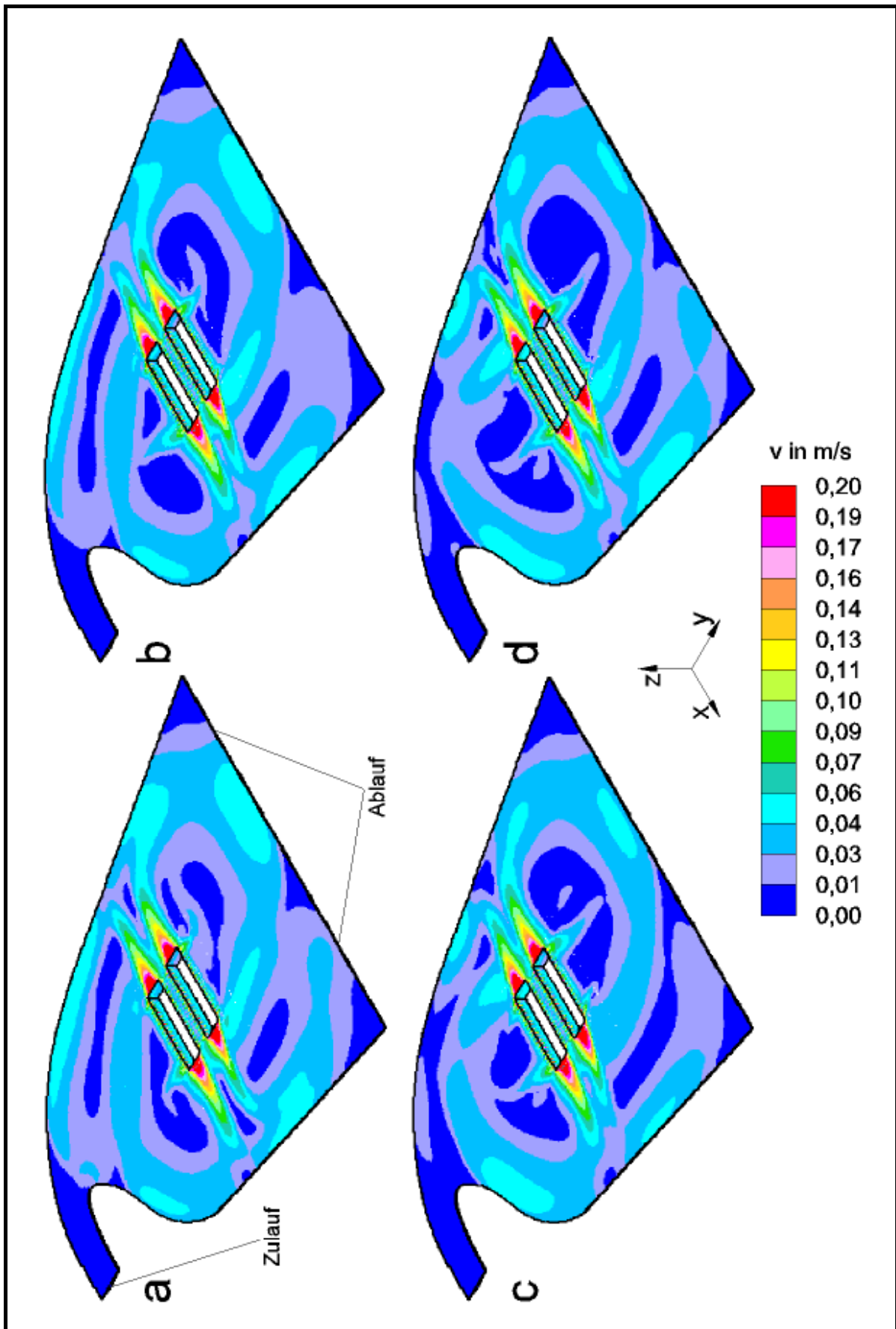


Bild 103. CFD-Ergebnisse: Gesamtströmung, $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4}$ m/s, $f_{\text{SKV.U}} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 25 min; **b** 30 min; **c** 60 min; **d** 120 min

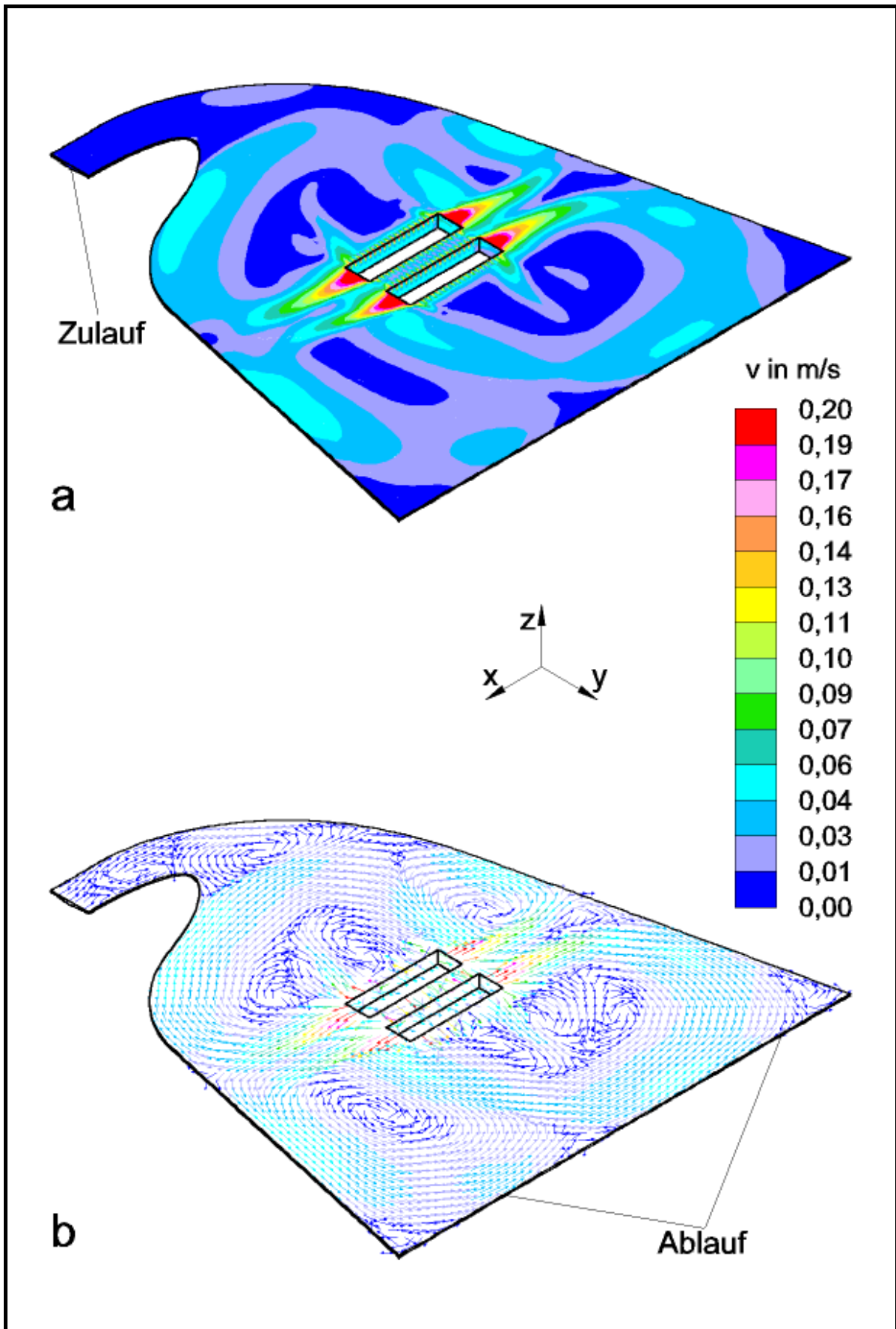


Bild 104. CFD-Ergebnisse: Gesamtströmung, Zeitpunkt $t = 180 \text{ min}$,
 $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$, $f_{\text{SKV.U}} = 60 \text{ Hz}$

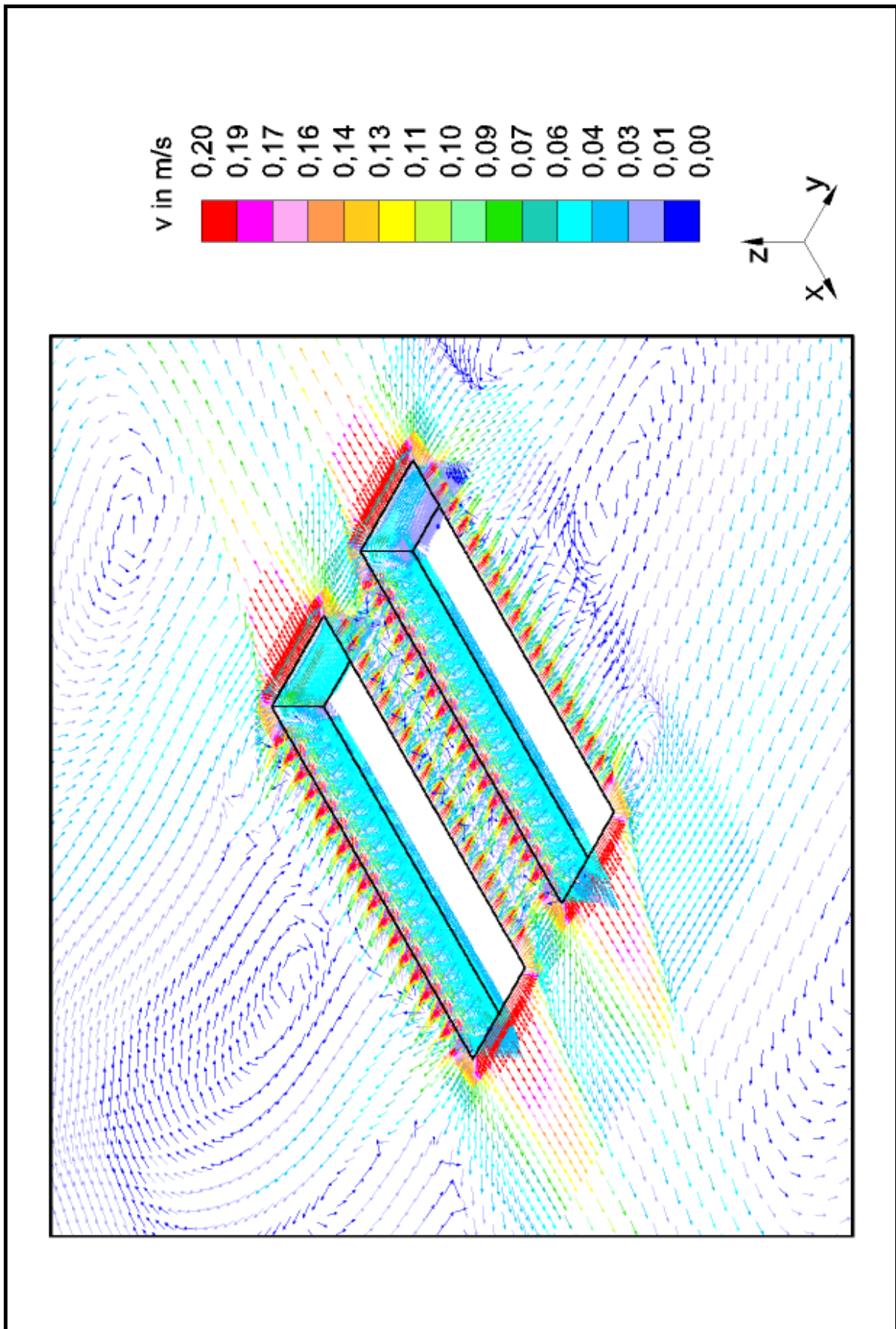


Bild 105. CFD-Ergebnisse: Gesamtströmung, Zeitpunkt $t = 180 \text{ min}$,
 $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4} \text{ m/s}$, $f_{\text{SKV.U}} = 60 \text{ Hz}$

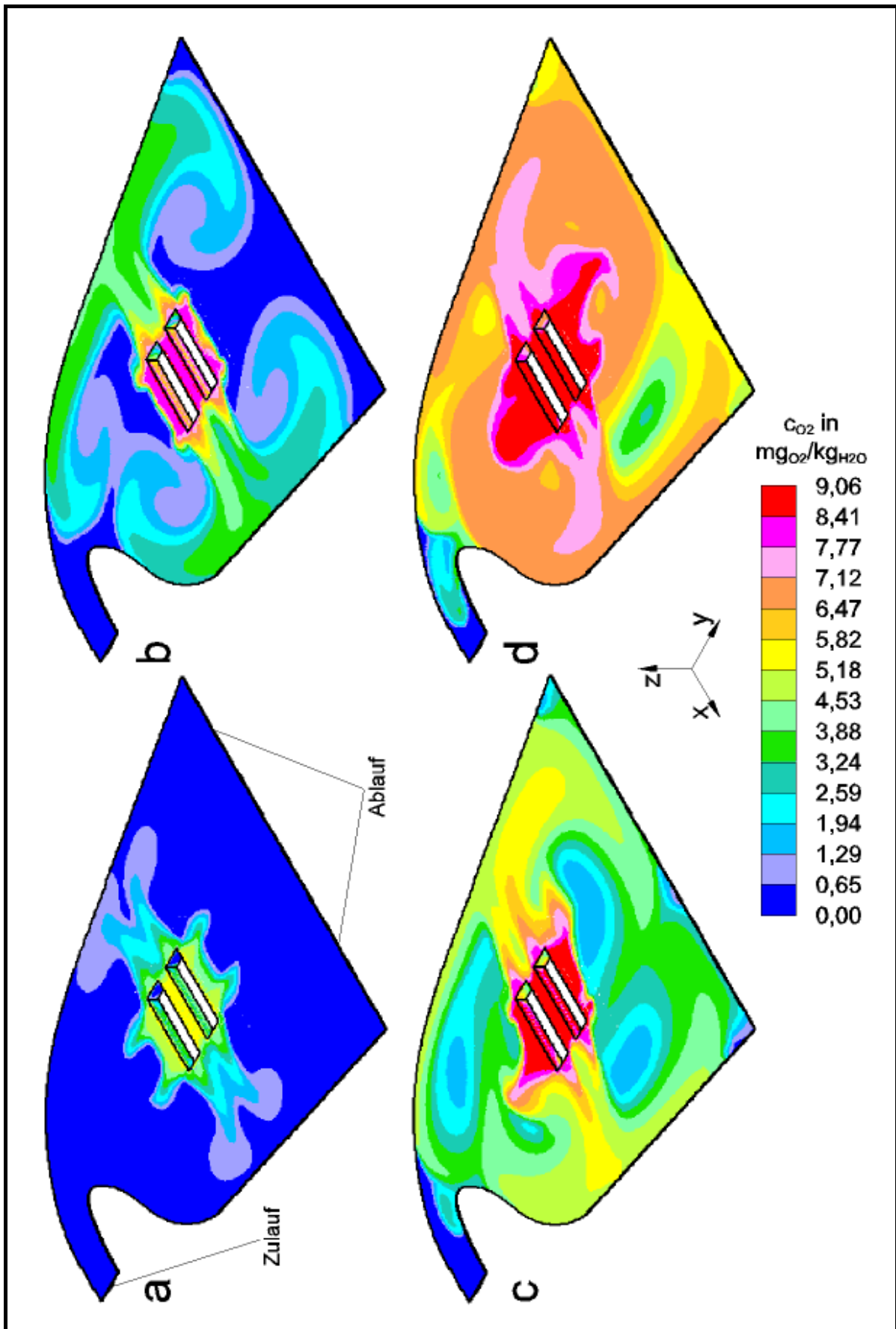


Bild 106. CFD-Ergebnisse: Gesamtströmung, $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4}$ m/s, $f_{\text{SKV.U}} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 5 min; **b** 15 min; **c** 30 min; **d** 60 min

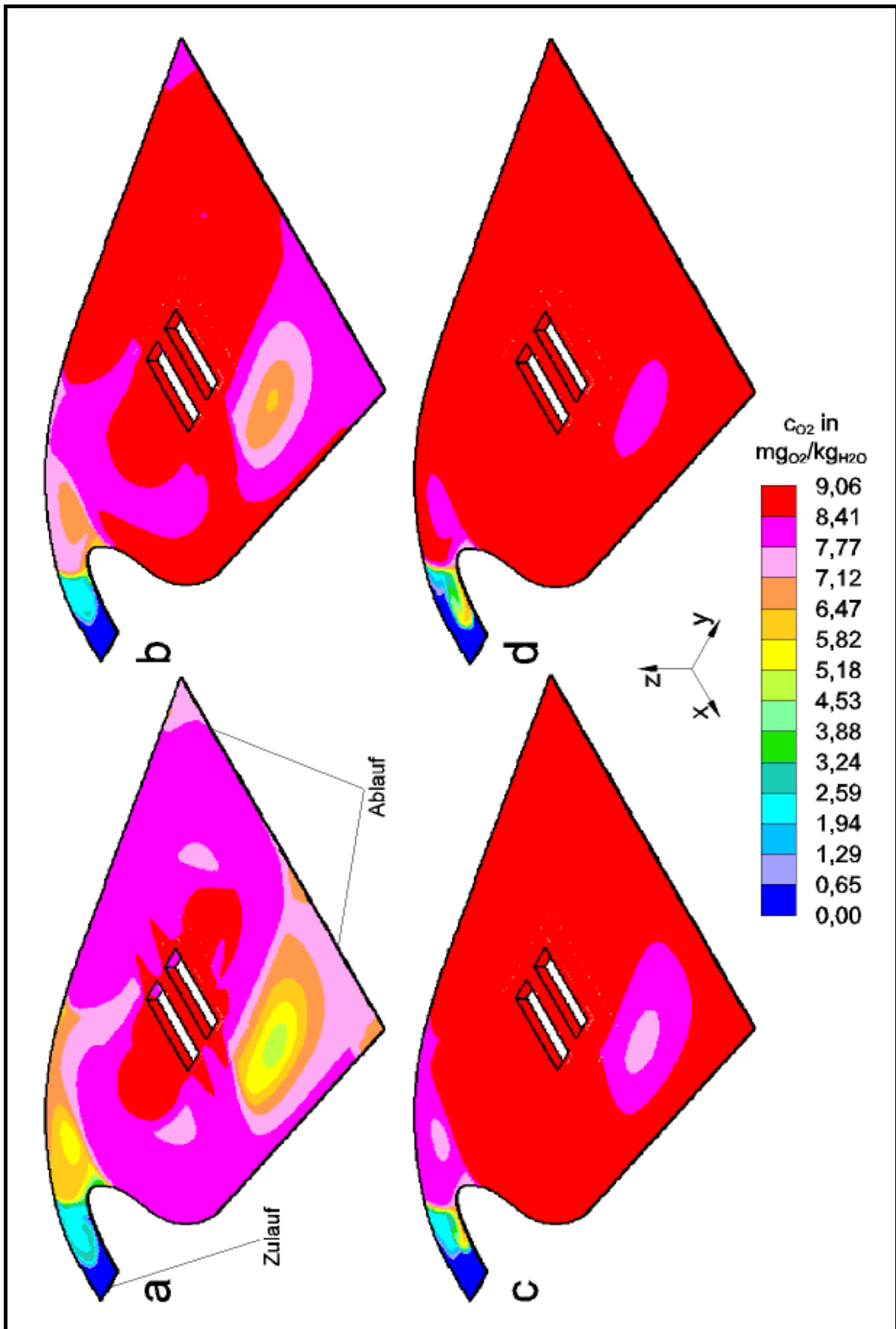


Bild 107. CFD-Ergebnisse: Gesamtströmung, $v_{\text{vol}} = 2,5 \times 10^{-4}$ m/s, $f_{\text{SKV.U}} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 90 min; **b** 120 min; **c** 150 min; **d** 180 min

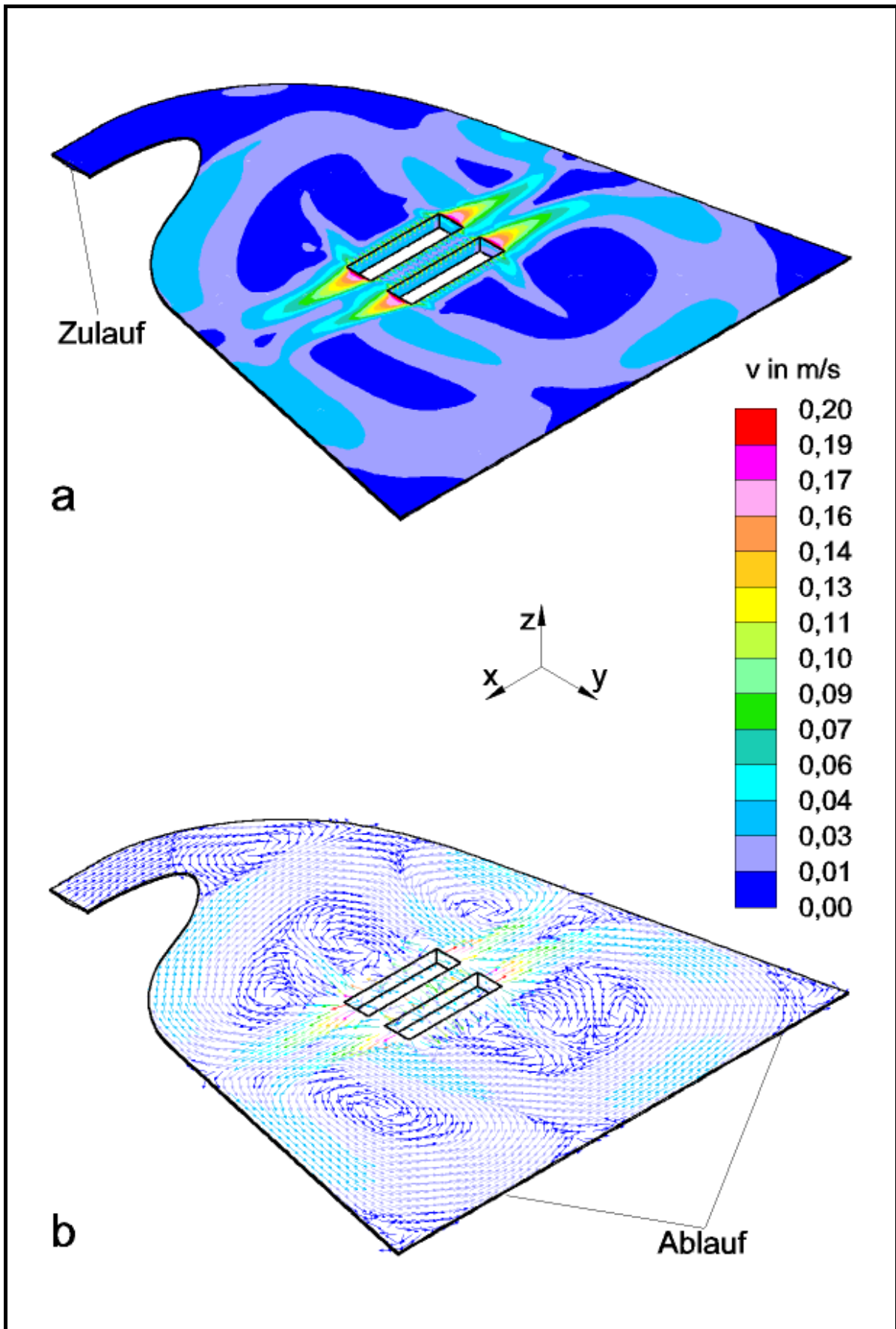


Bild 108. CFD-Ergebnisse: Gesamtströmung, Zeitpunkt $t = 180 \text{ min}$,
 $v_{\text{vol}} = 5,0 \times 10^{-4} \text{ m/s}$, $f_{\text{SKV.U}} = 40 \text{ Hz}$

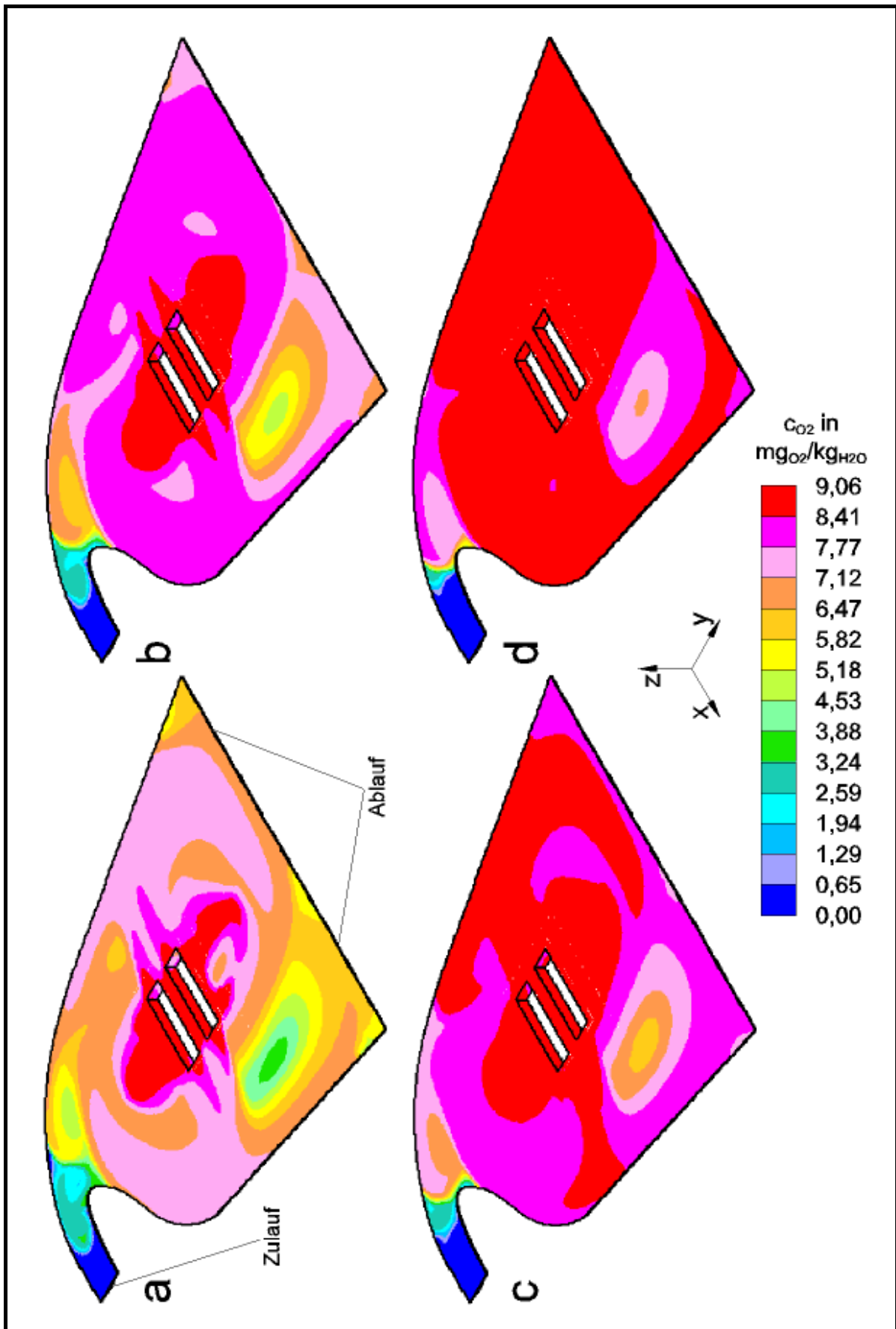


Bild 109. CFD-Ergebnisse: Gesamtströmung, $v_{\text{vol}} = 5,0 \times 10^{-4}$ m/s, $f_{\text{SKV.U}} = 40$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 90 min; **b** 120 min; **c** 150 min; **d** 180 min

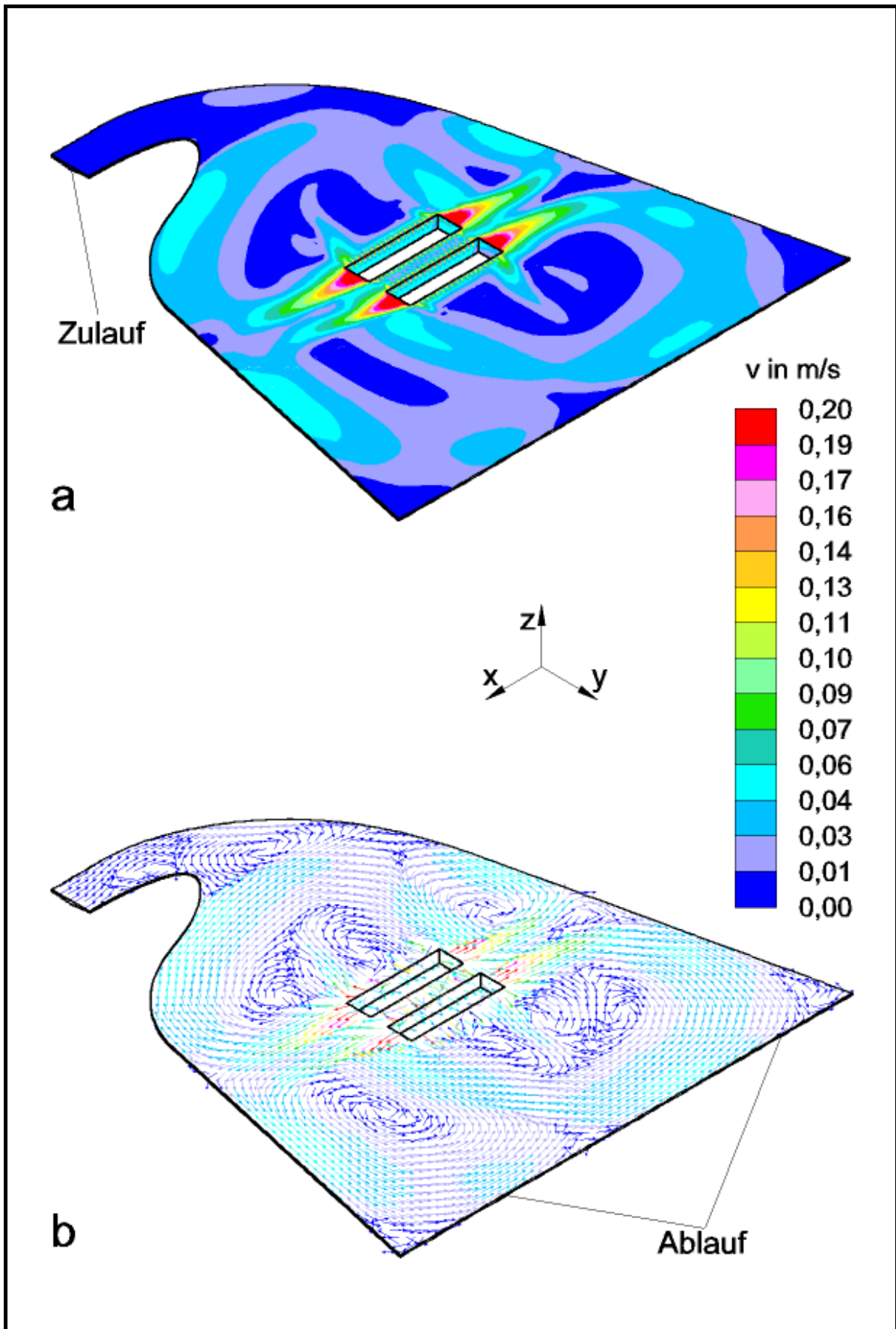


Bild 110. CFD-Ergebnisse: Gesamtströmung, Zeitpunkt $t = 180 \text{ min}$,
 $v_{\text{vol}} = 5,0 \times 10^{-4} \text{ m/s}$, $f_{\text{SKV.U}} = 60 \text{ Hz}$

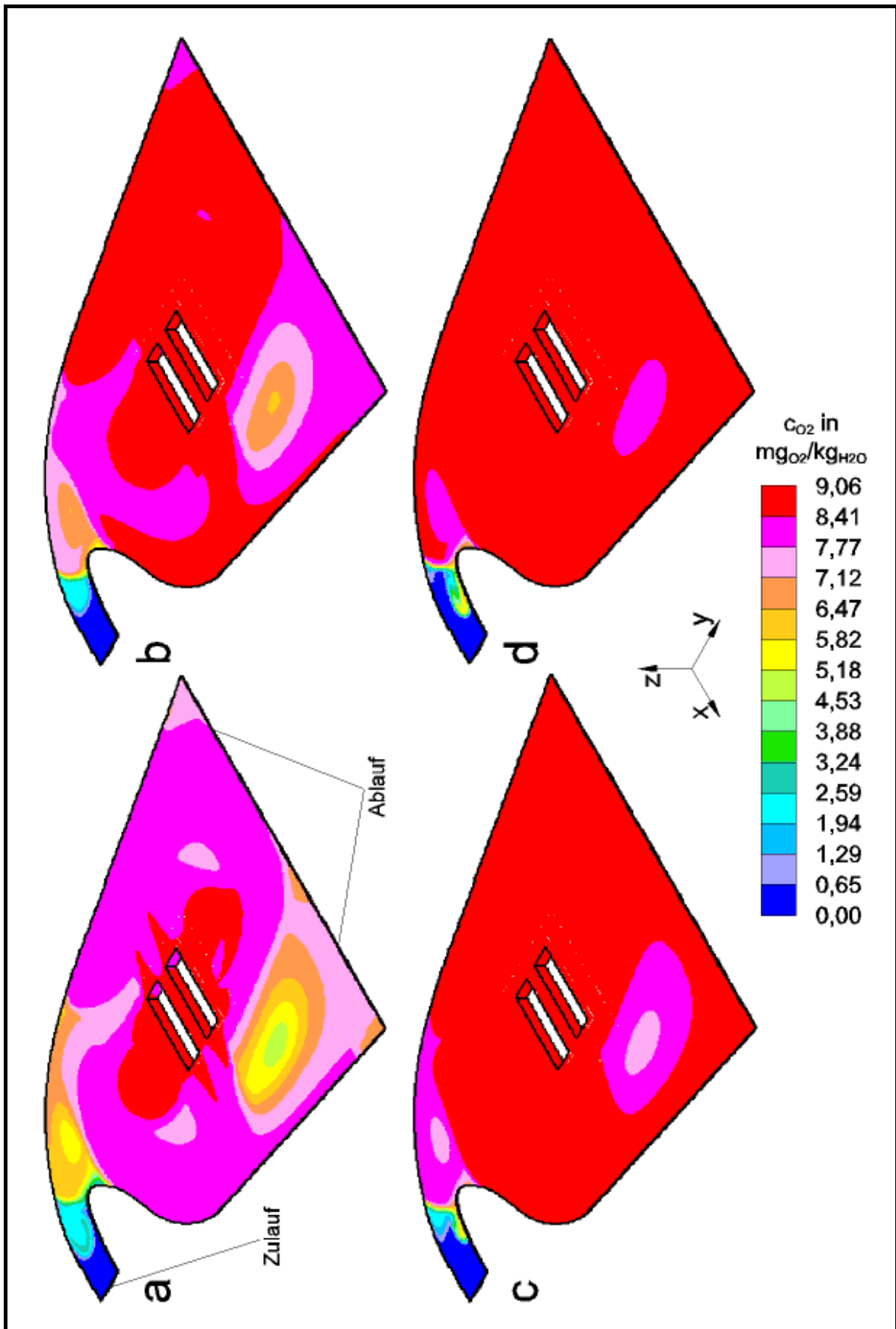


Bild 111. CFD-Ergebnisse: Gesamtströmung, $v_{\text{vol}} = 5,0 \times 10^{-4}$ m/s, $f_{\text{SKV.U}} = 60$ Hz, zu verschiedenen Zeitpunkten t. **a** 90 min; **b** 120 min; **c** 150 min; **d** 180 min

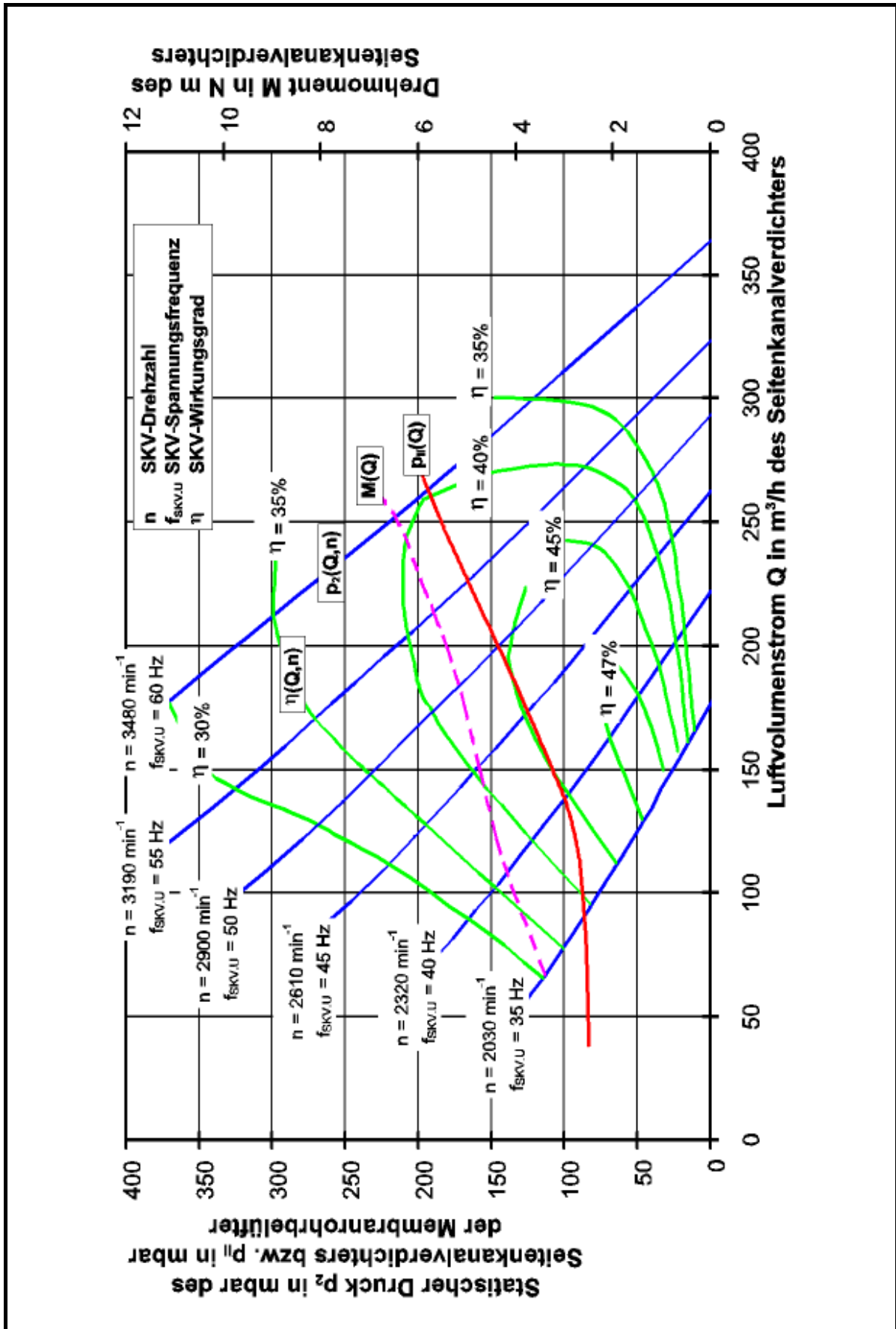


Bild 112. Kennfeld $p_2(Q, n)$ des SKV mit der Anlagenkennlinie $p_{II}(Q)$ bei einer Membranrohrbelüfter-Installationstiefe von 0,66 m

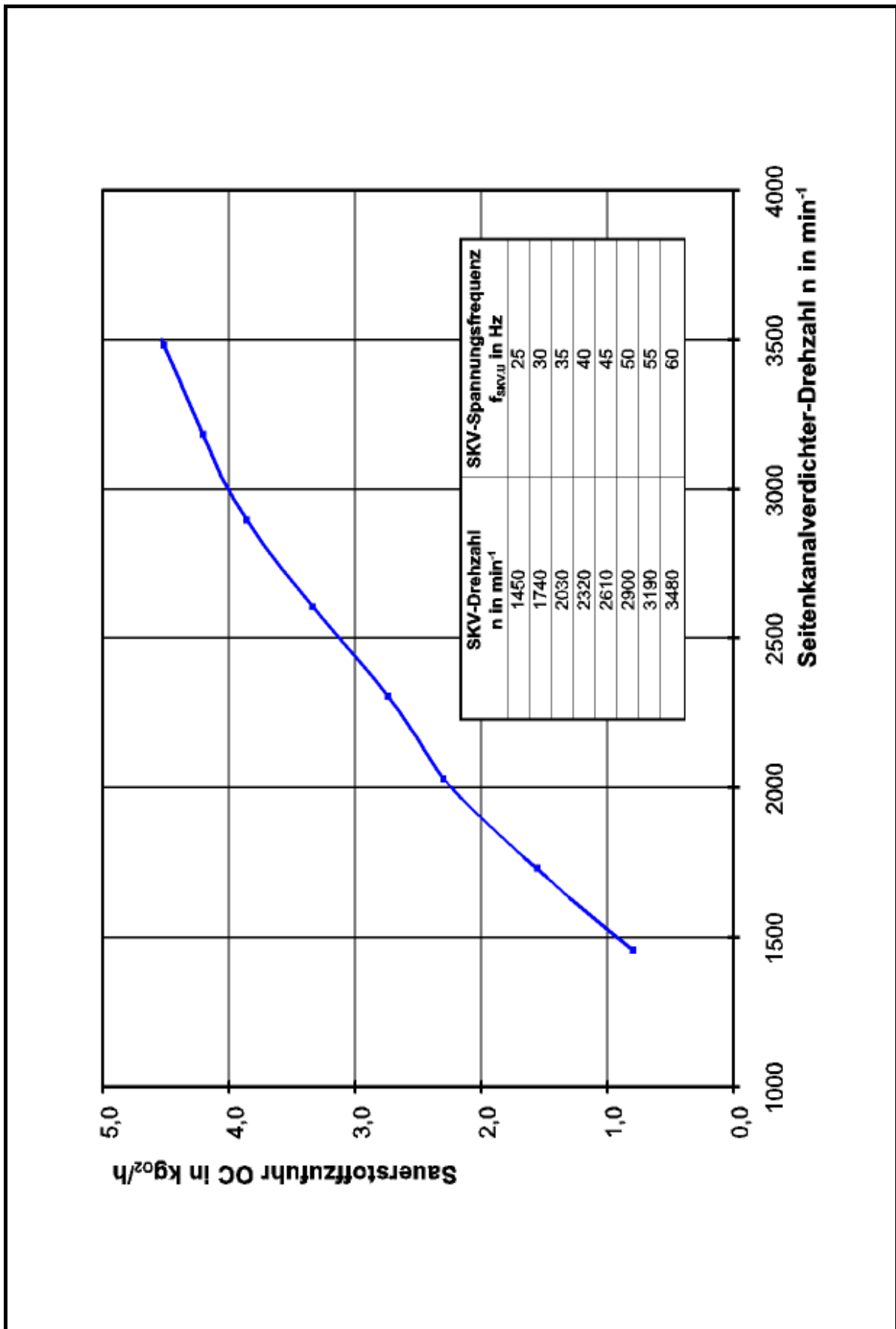


Bild 113. Sauerstoffzufuhr OC vom Druckbelüftungssystem in Abhängigkeit von der SKV-Drehzahl n

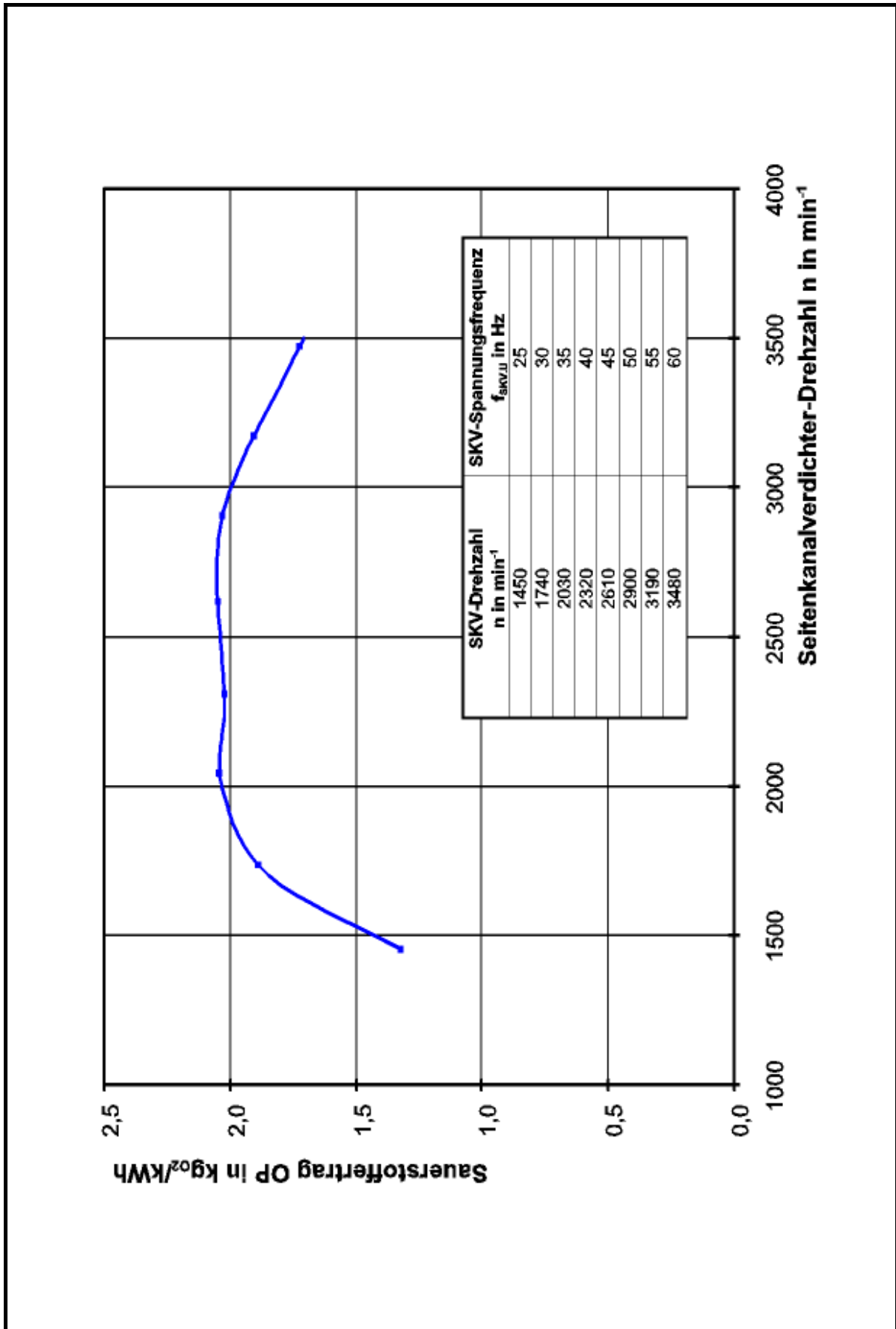


Bild 114. Sauerstoffertrag OP vom Druckbelüftungssystem in Abhängigkeit von der SKV-Drehzahl n

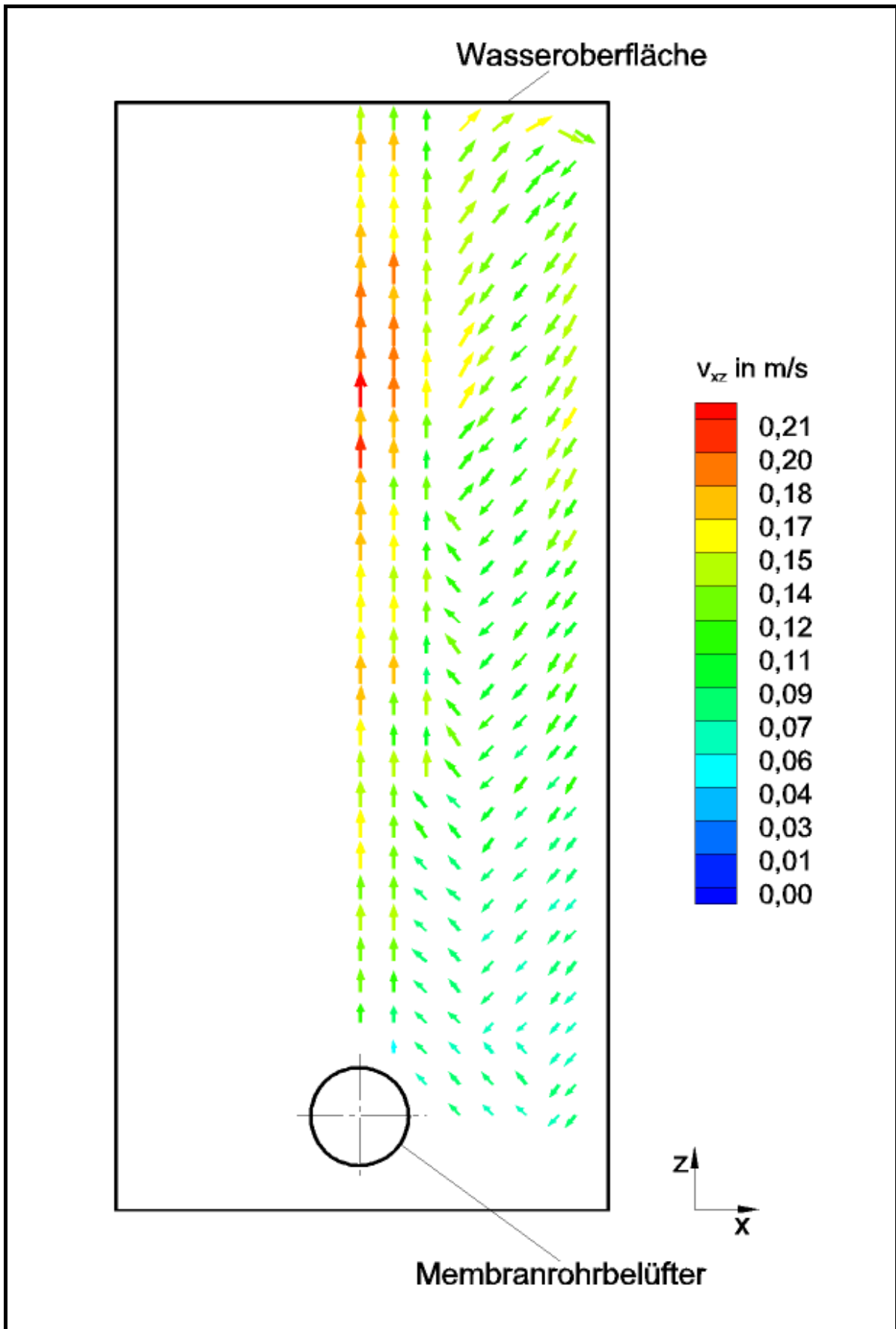


Bild 115. LDV-Ergebnisse: Wassergeschw., quasi-stationäre Strömung, 2D-Konfiguration, $f_{SKV,U} = 40$ Hz

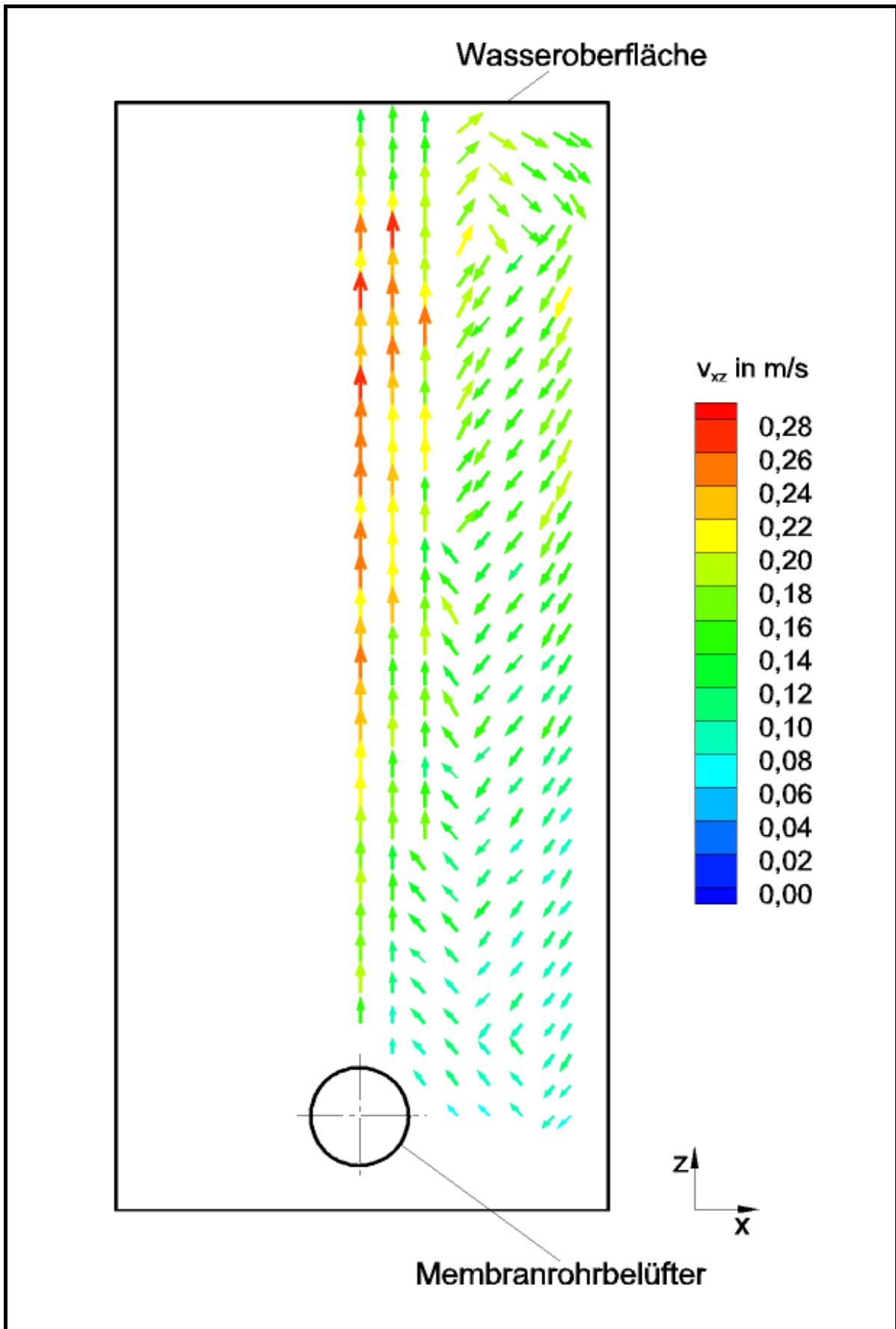


Bild 116. LDV-Ergebnisse: Wassergeschw., quasi-stationäre Strömung, 2D-Konfiguration, $f_{SKV,U} = 60$ Hz

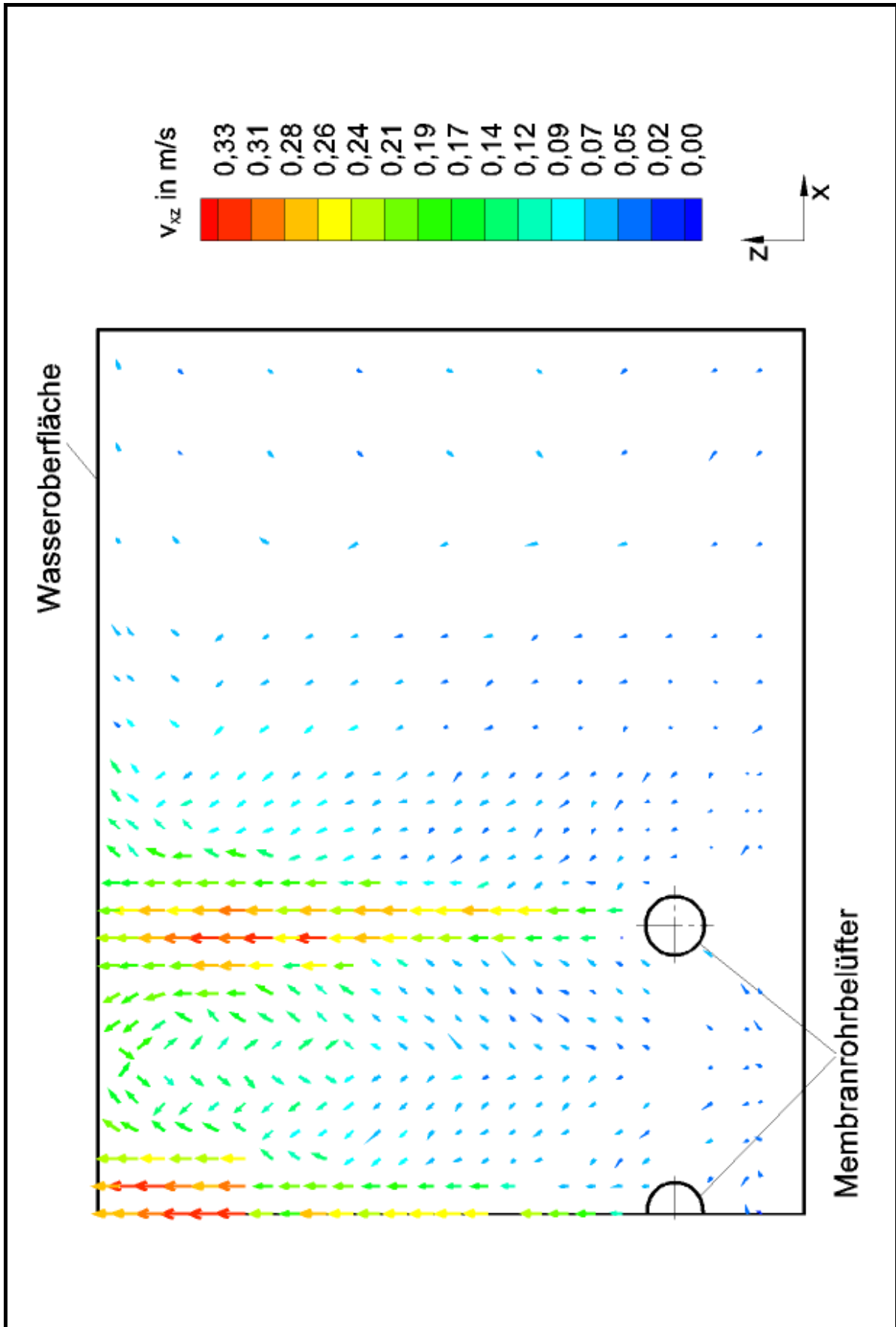


Bild 117. LDV-Ergebnisse: Wassergeschw., quasi-stationäre Strömung, 3D-Konfiguration, $f_{skv,U} = 40$ Hz

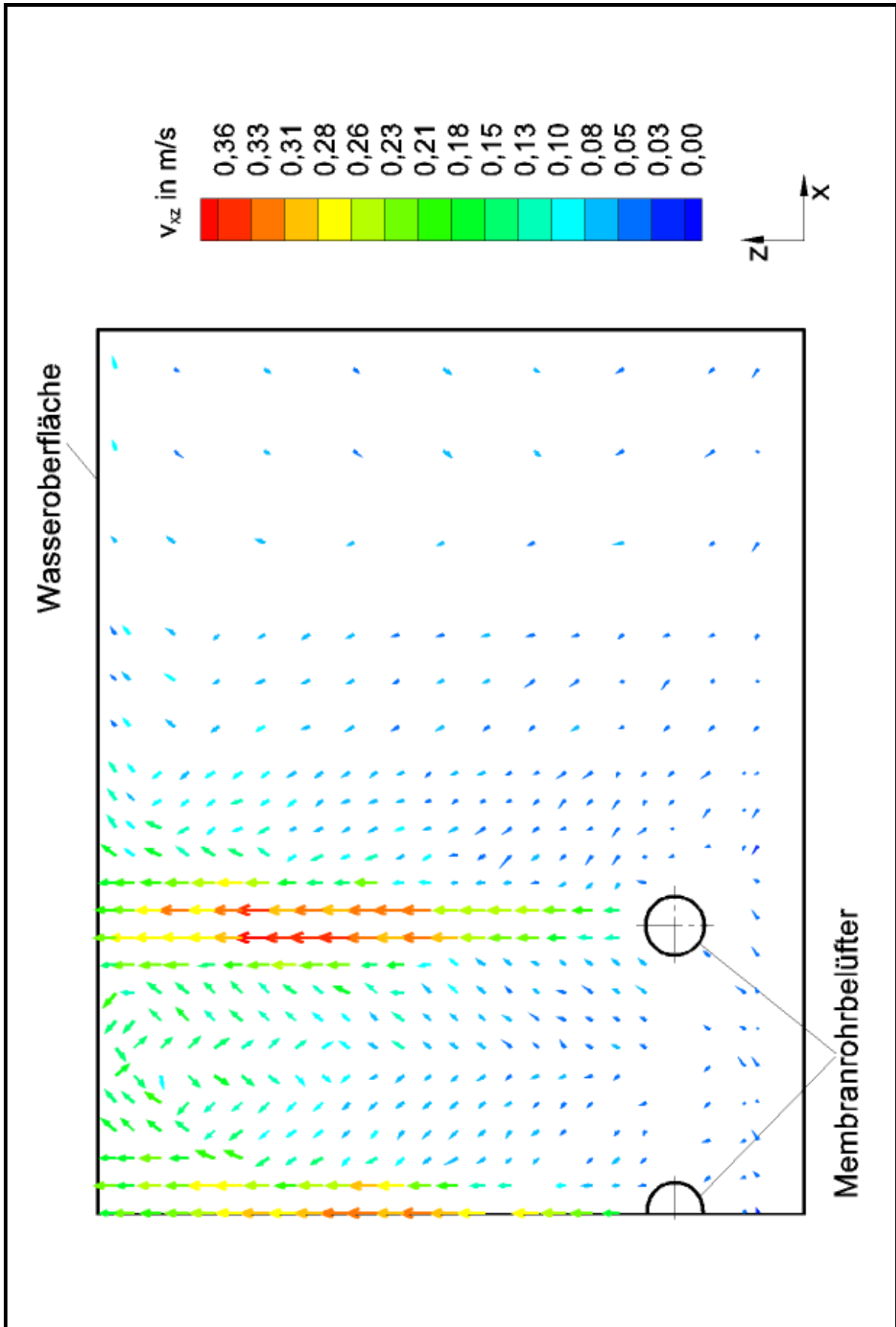


Bild 118. LDV-Ergebnisse: Wassergeschw., quasi-stationäre Strömung, 3D-Konfiguration, $f_{skv,U} = 60$ Hz

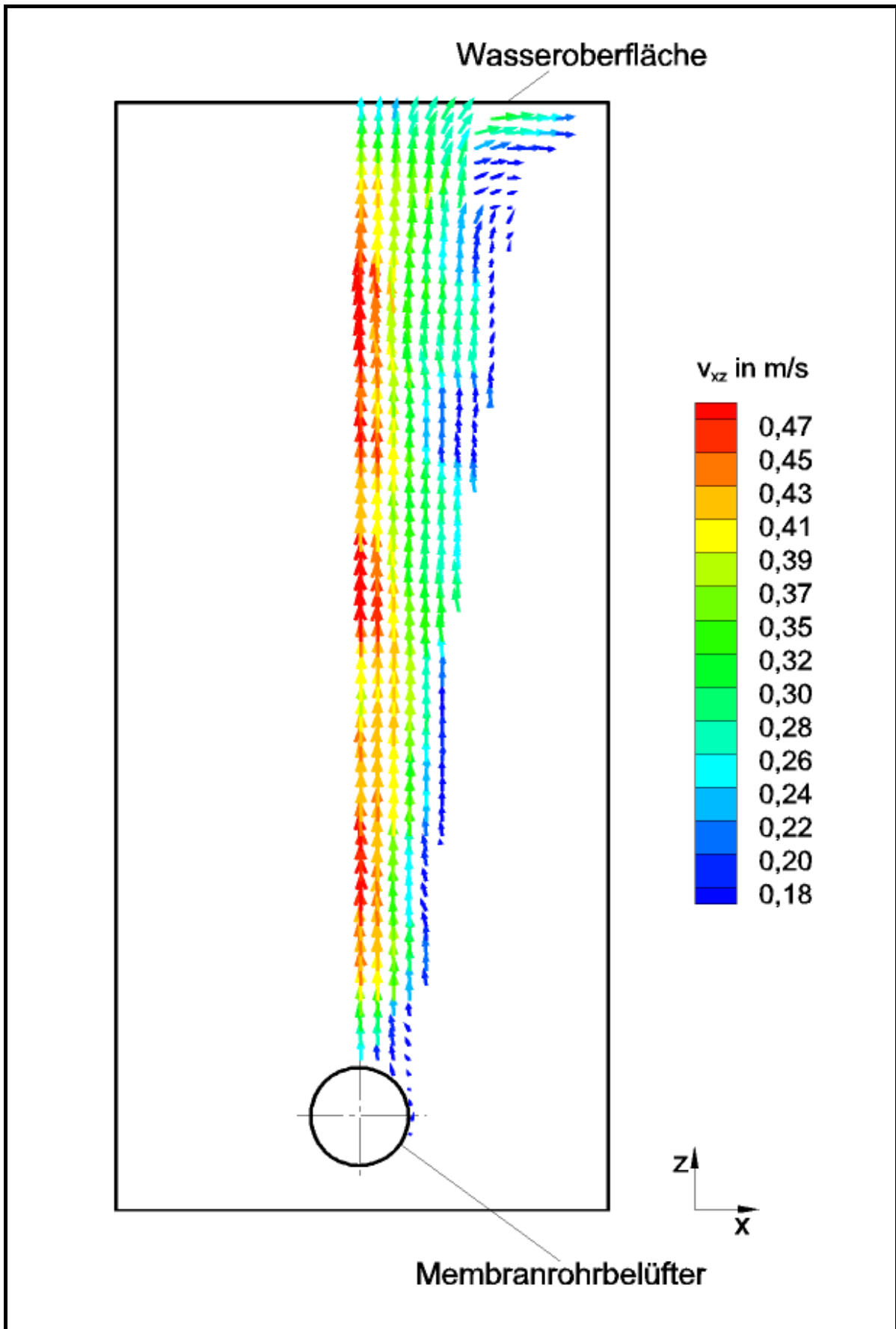


Bild 119. PIV-Ergebnisse: Luftblasengeschw., quasi-stationäre Strömung, 2D-Konfiguration, $f_{SKV,U} = 40$ Hz

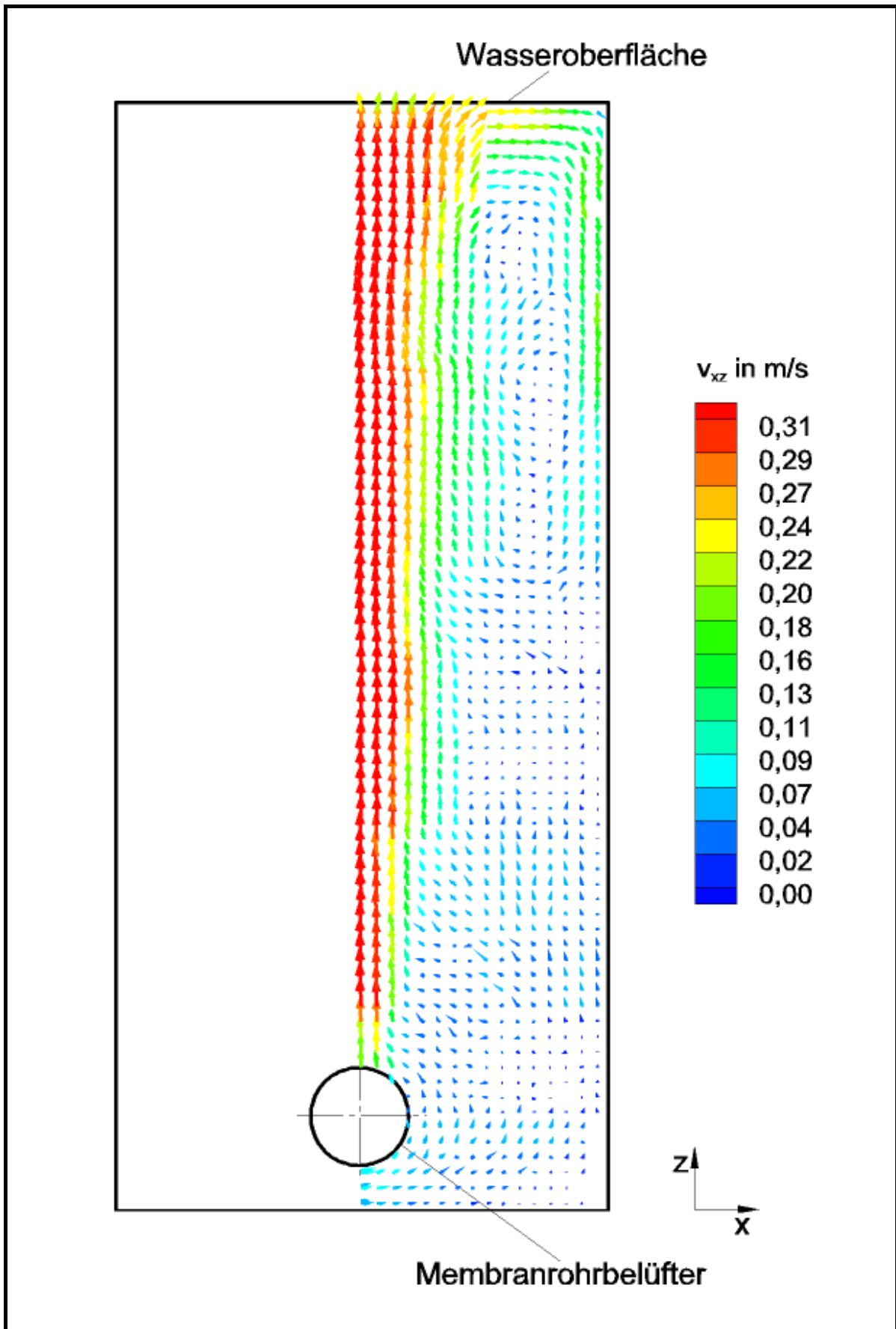


Bild 120. PIV-Ergebnisse: Wassergeschw., quasi-stationäre Strömung, 2D-Konfiguration, $f_{SKV.U} = 40$ Hz

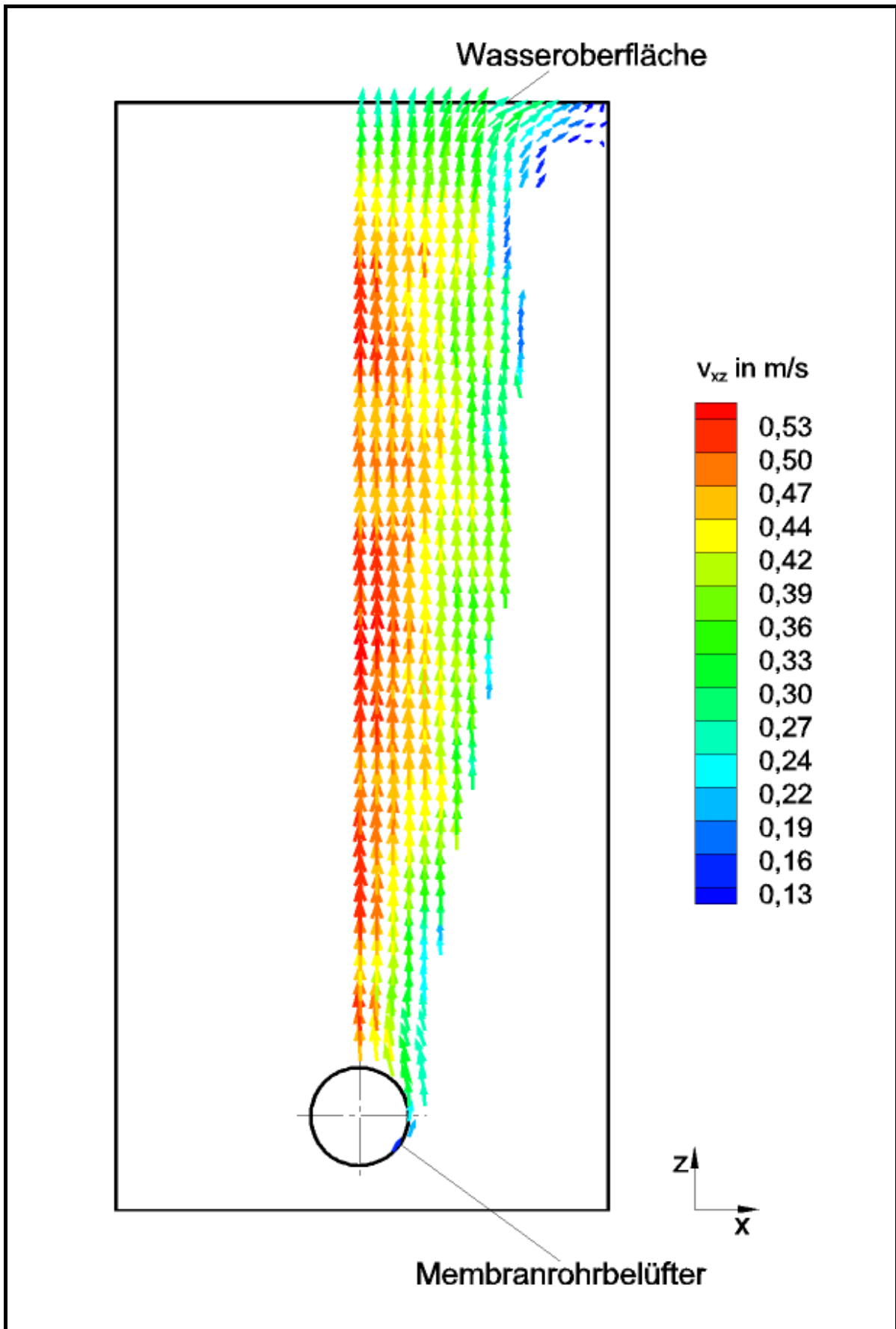


Bild 121. PIV-Ergebnisse: Luftblasengeschw., quasi-stationäre Strömung, 2D-Konfiguration, $f_{SKV,U} = 60$ Hz

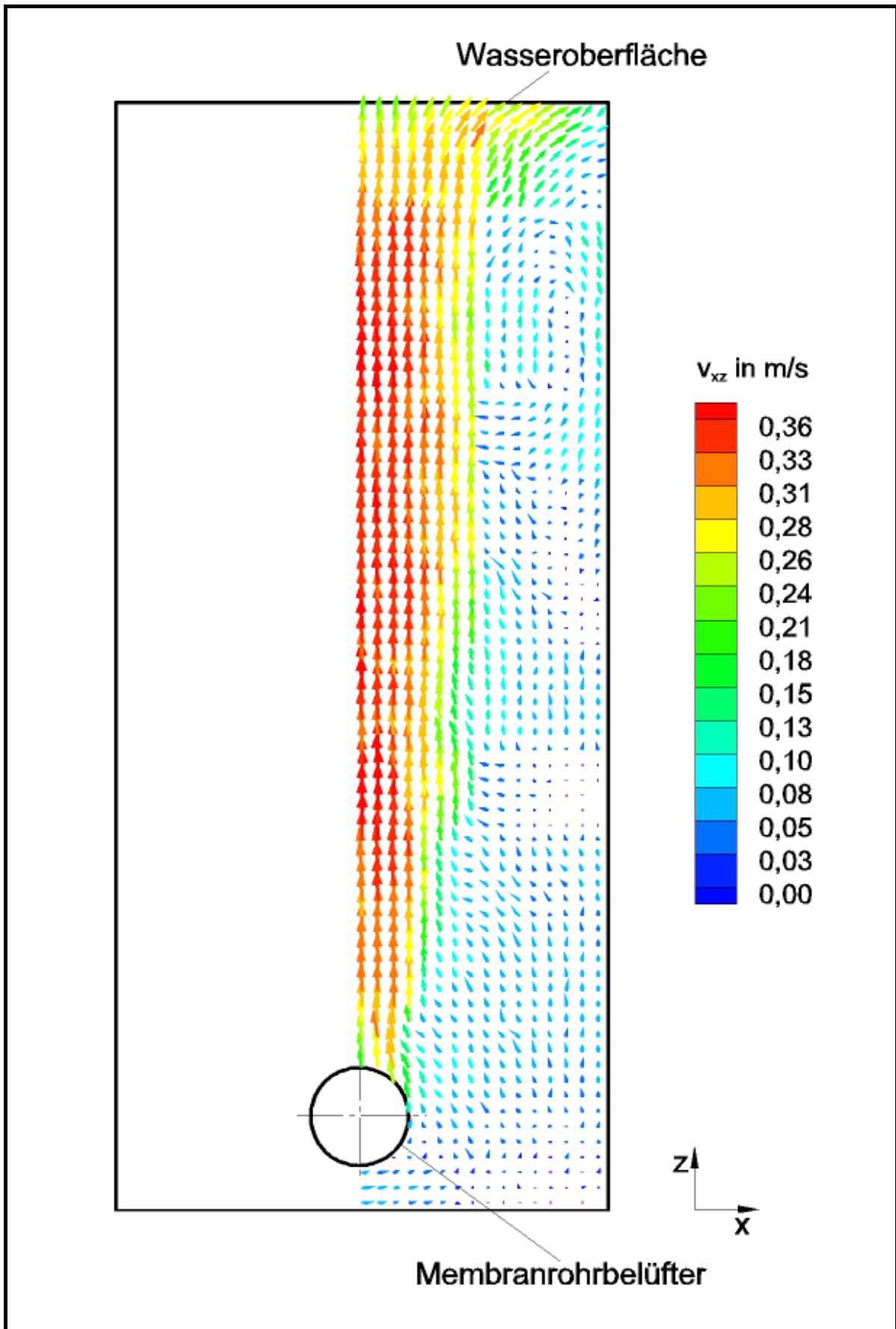


Bild 122. PIV-Ergebnisse: Wassergeschw., quasi-stationäre Strömung, 2D-Konfiguration, $f_{SKV.U} = 60$ Hz

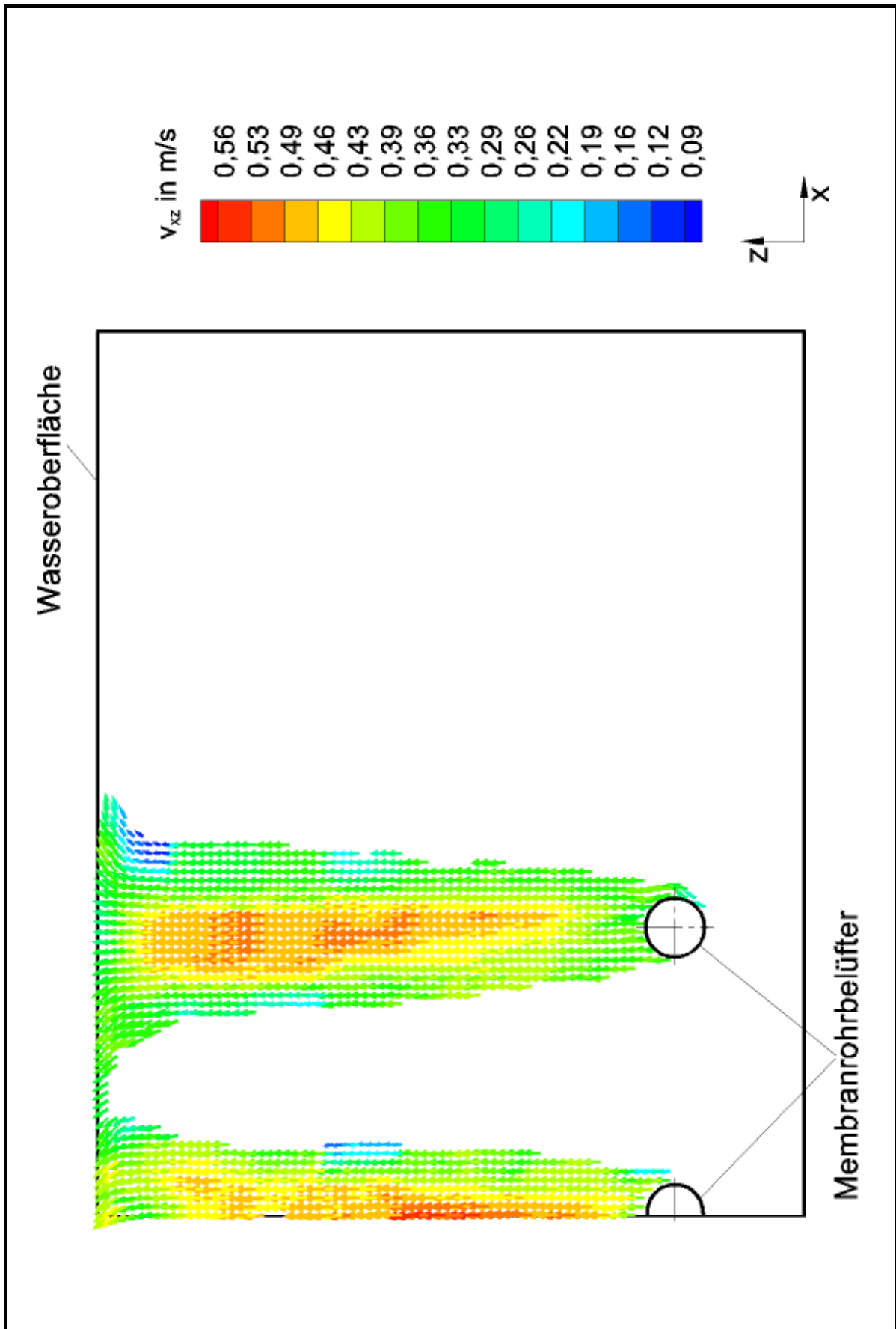


Bild 123. PIV-Ergebnisse: Luftblasengeschw., quasi-stationäre Strömung, 3D-Konfiguration, $f_{SKV,U} = 40$ Hz

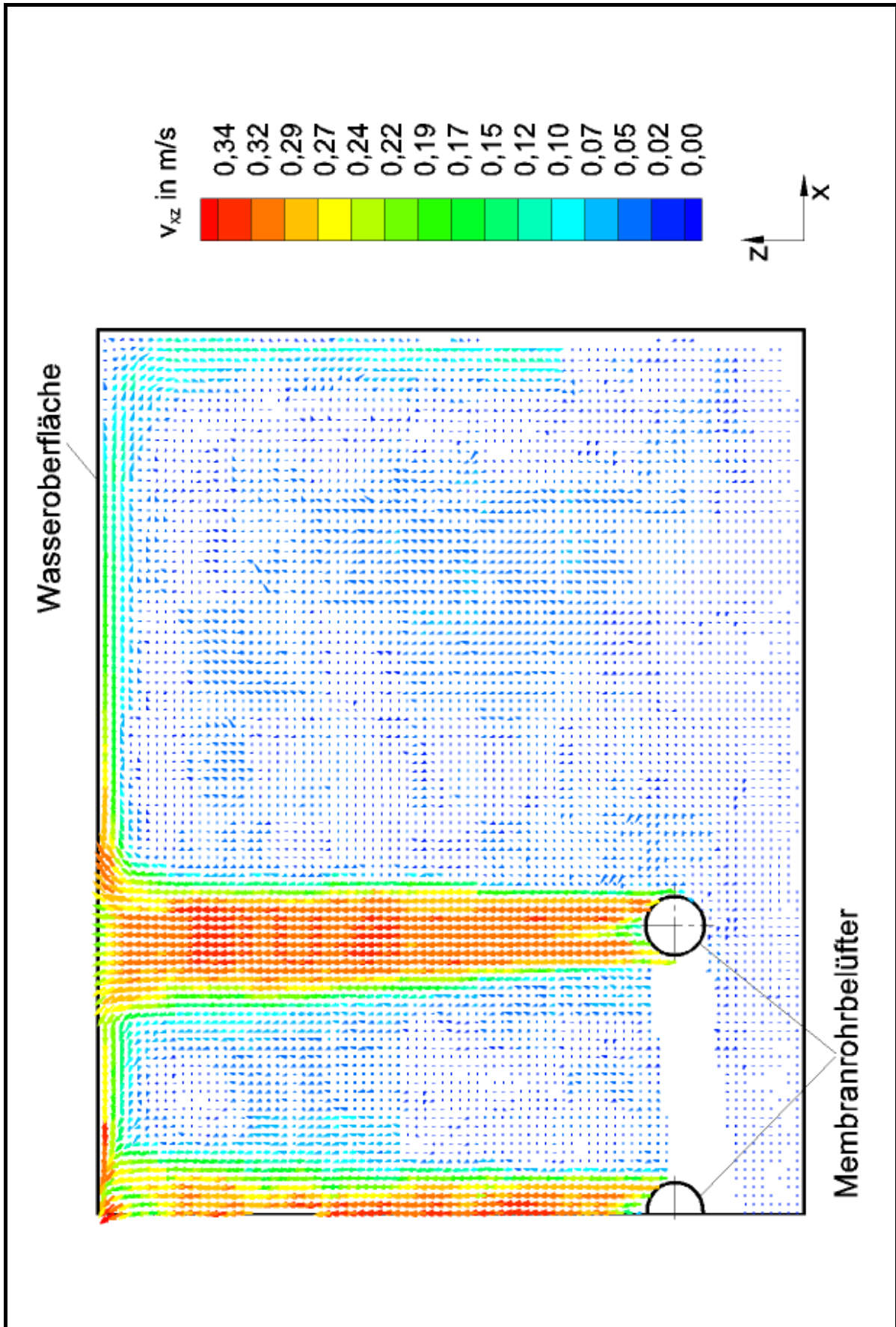


Bild 124. PIV-Ergebnisse: Wassergeschw., quasi-stationäre Strömung, 3D-Konfiguration, $f_{SKV.U} = 40$ Hz

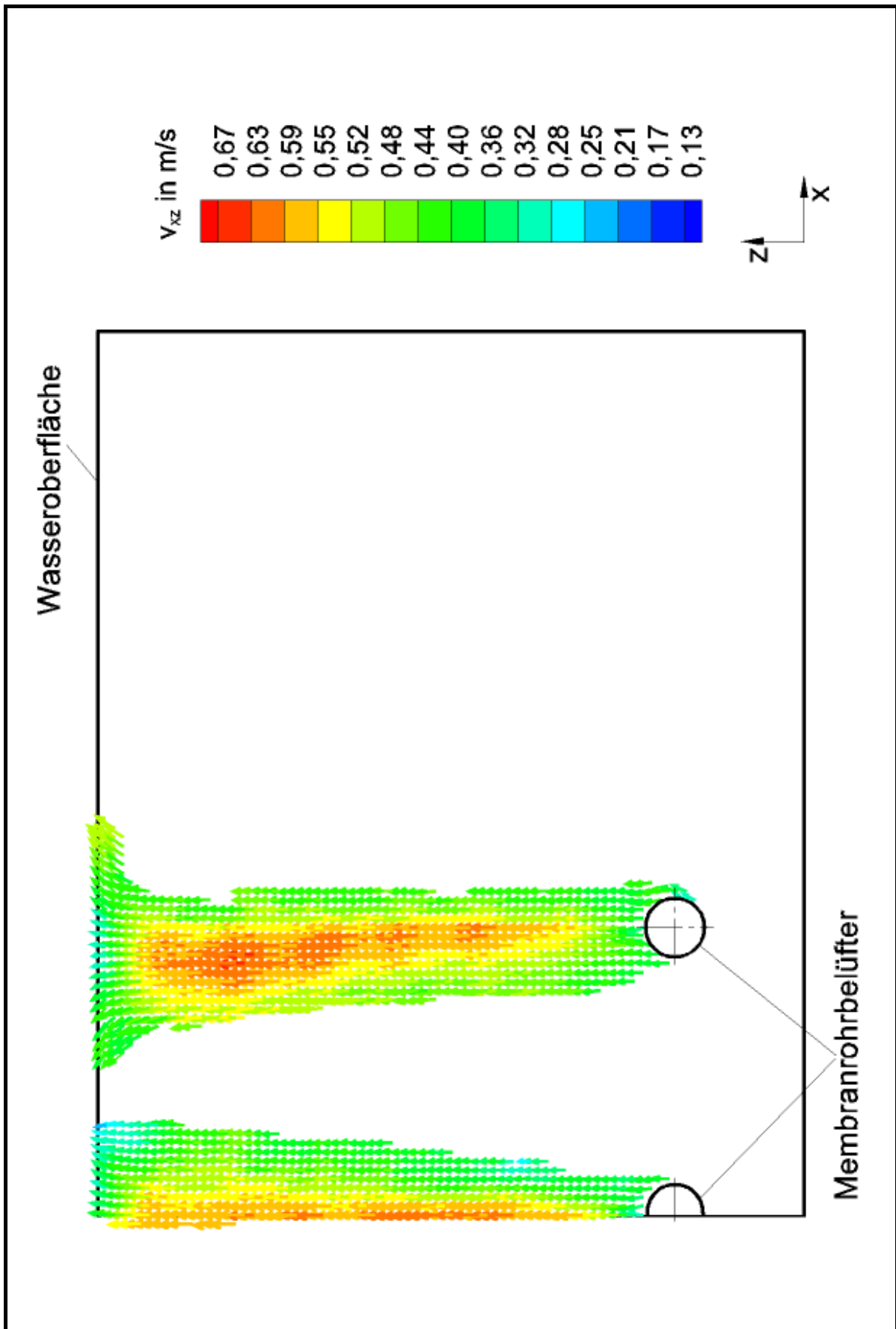


Bild 125. PIV-Ergebnisse: Luftblasengeschw., quasi-stationäre Strömung, 3D-Konfiguration, $f_{SKV.U} = 60$ Hz

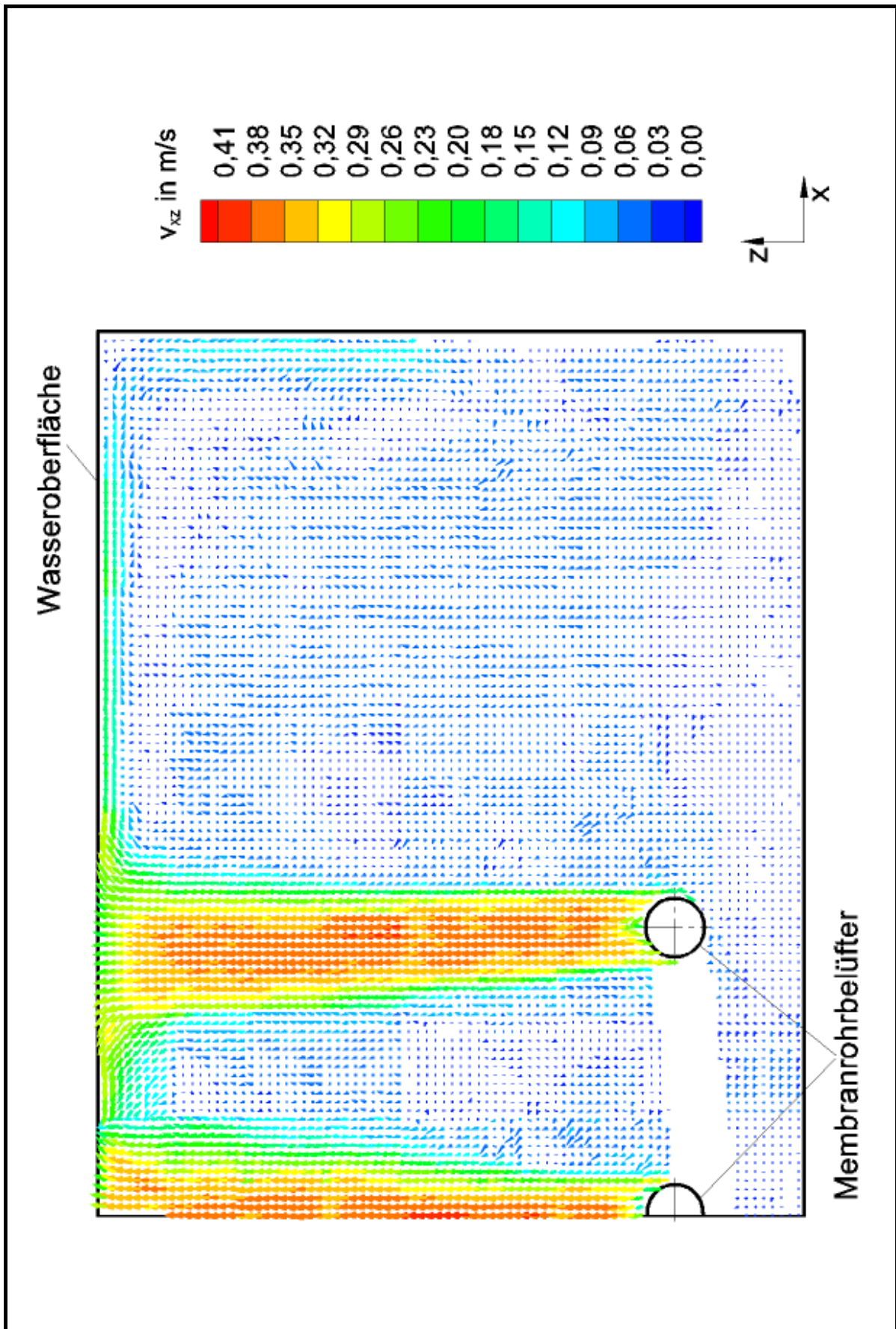


Bild 126. PIV-Ergebnisse: Wassergeschw., quasi-stationäre Strömung, 3D-Konfiguration, $f_{SKV.U} = 60$ Hz

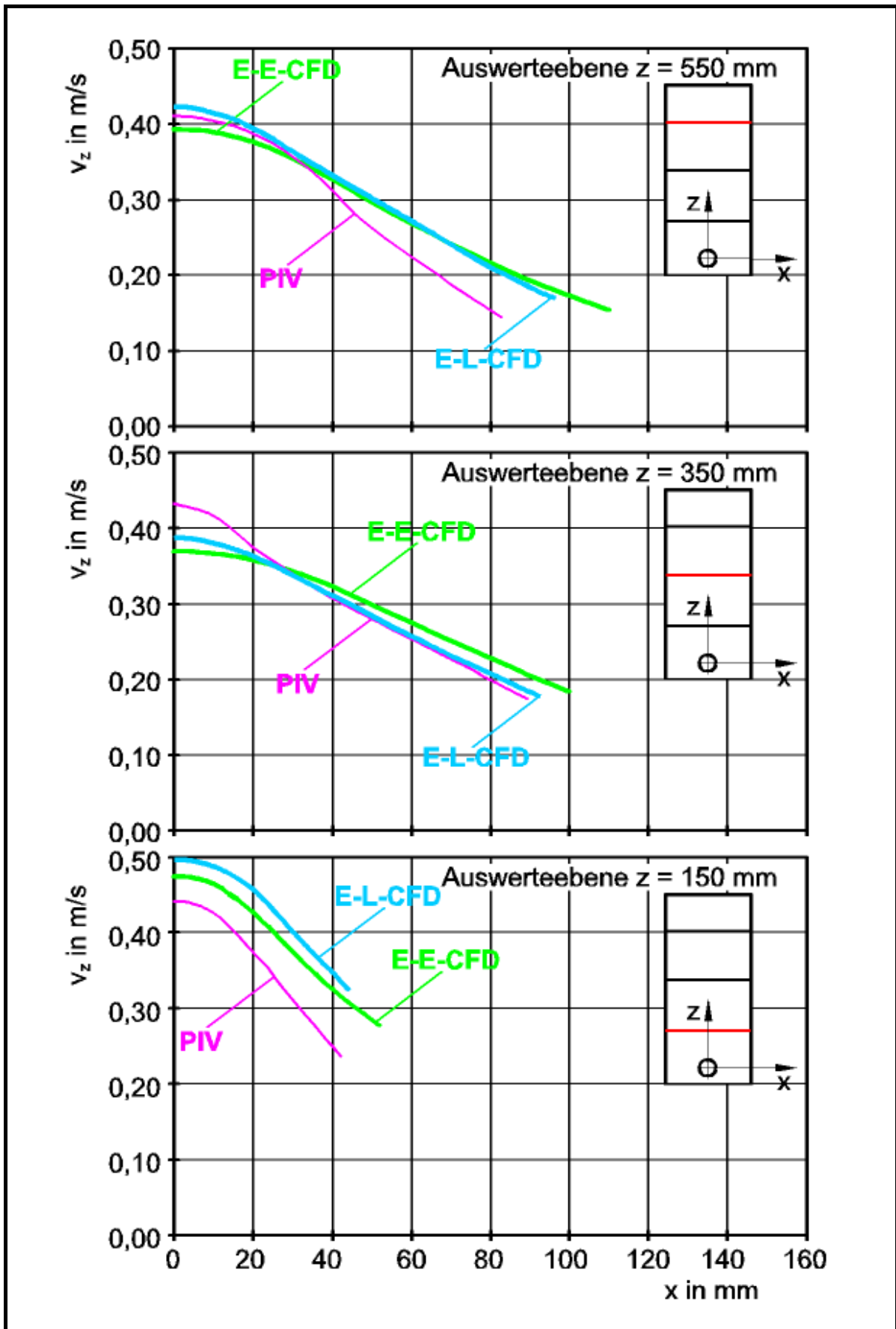


Bild 127. Ergebnisse: Luftblasengeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s bzw. quasi-stationäre Strömung, 2D-Gitter bzw. 2D-Konfiguration, $f_{SKV,U} = 40$ Hz

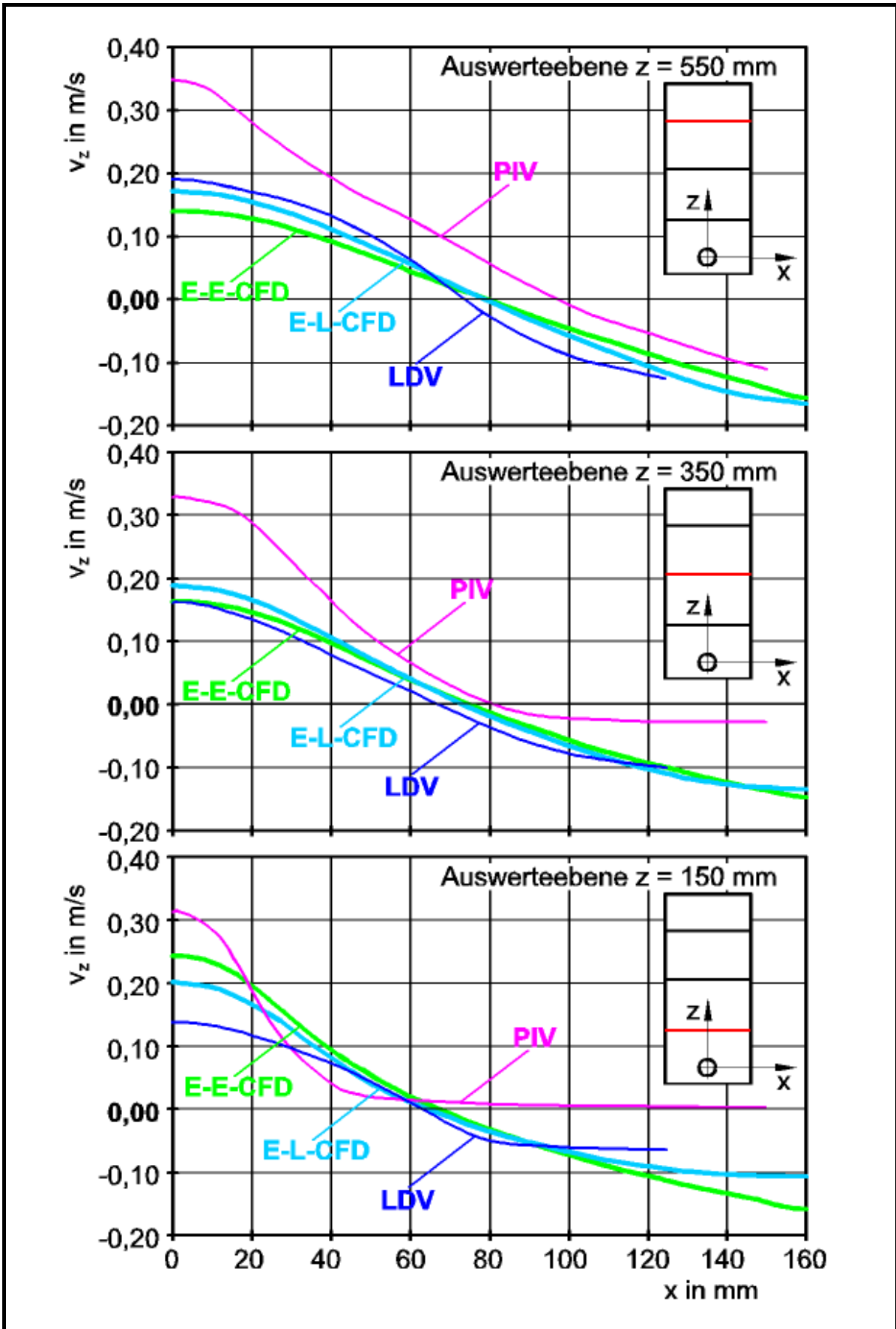


Bild 128. Ergebnisse: Wassergeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s bzw. quasi-stationäre Strömung, 2D-Gitter bzw. 2D-Konfiguration, $f_{SKV,U} = 40$ Hz

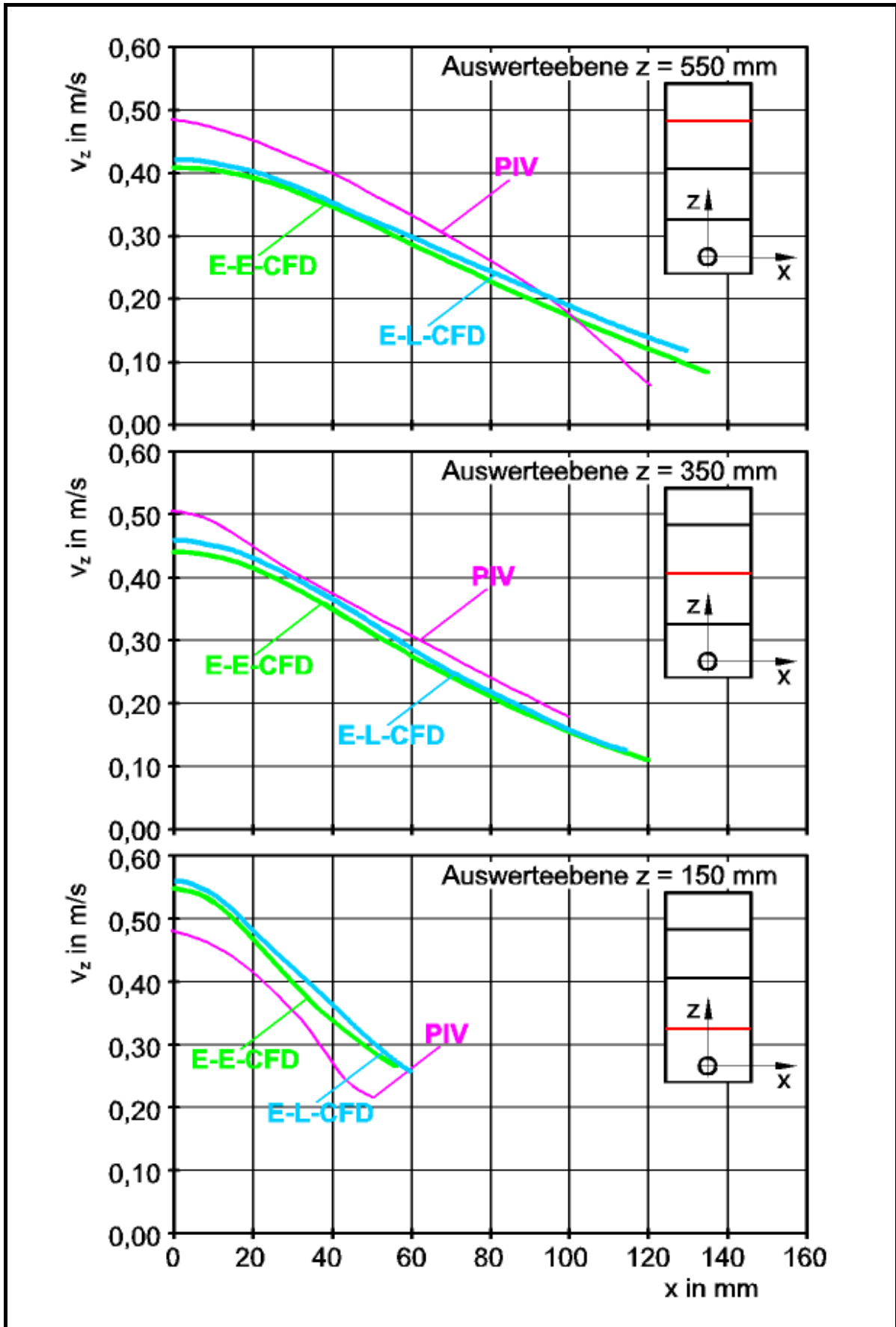


Bild 129. Ergebnisse: Luftblasengeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s bzw. quasi-stationäre Strömung, 2D-Gitter bzw. 2D-Konfiguration, $f_{SKV,U} = 60$ Hz

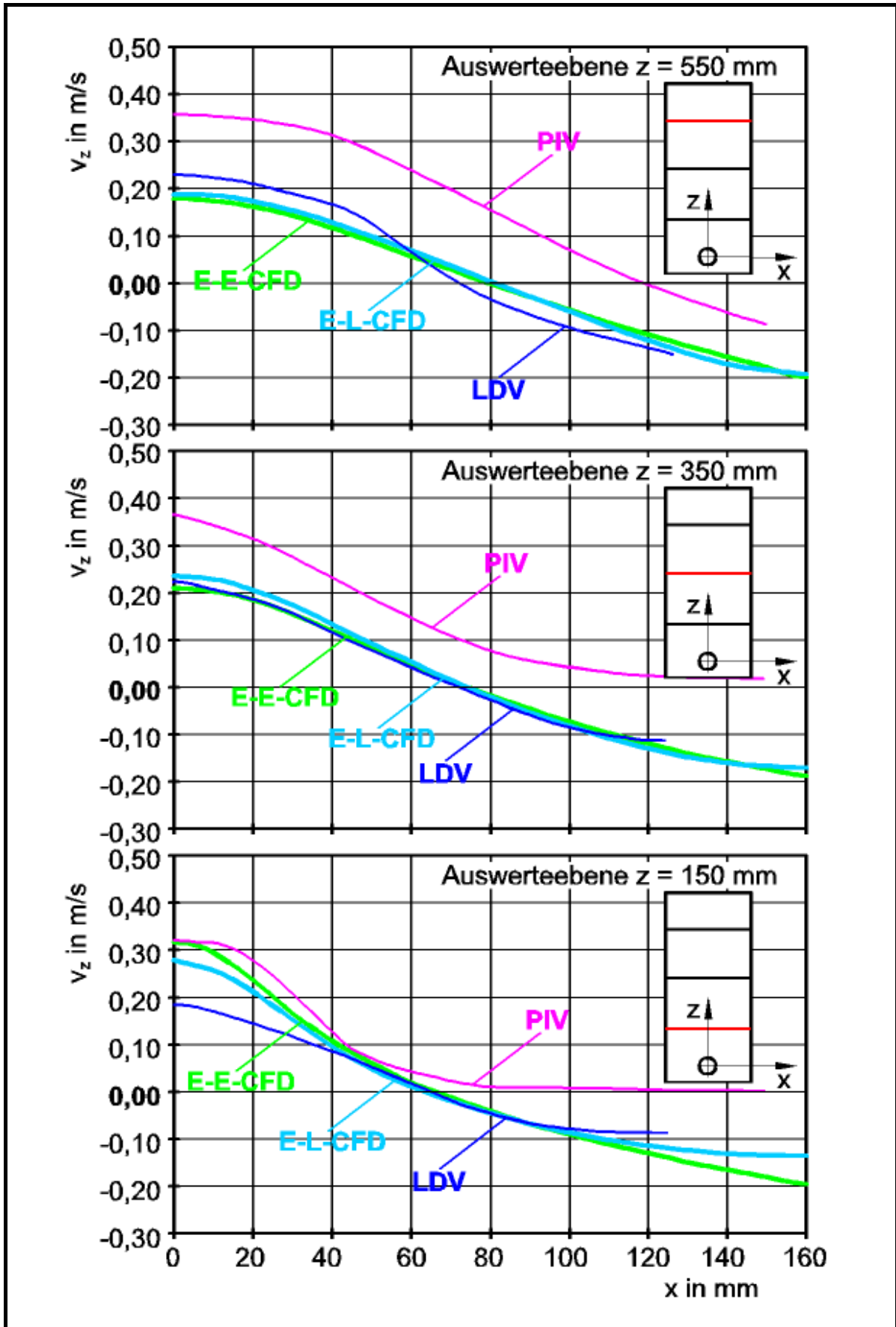


Bild 130. Ergebnisse: Wassergeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s bzw. quasi-stationäre Strömung, 2D-Gitter bzw. 2D-Konfiguration, $f_{SKV,U} = 60$ Hz

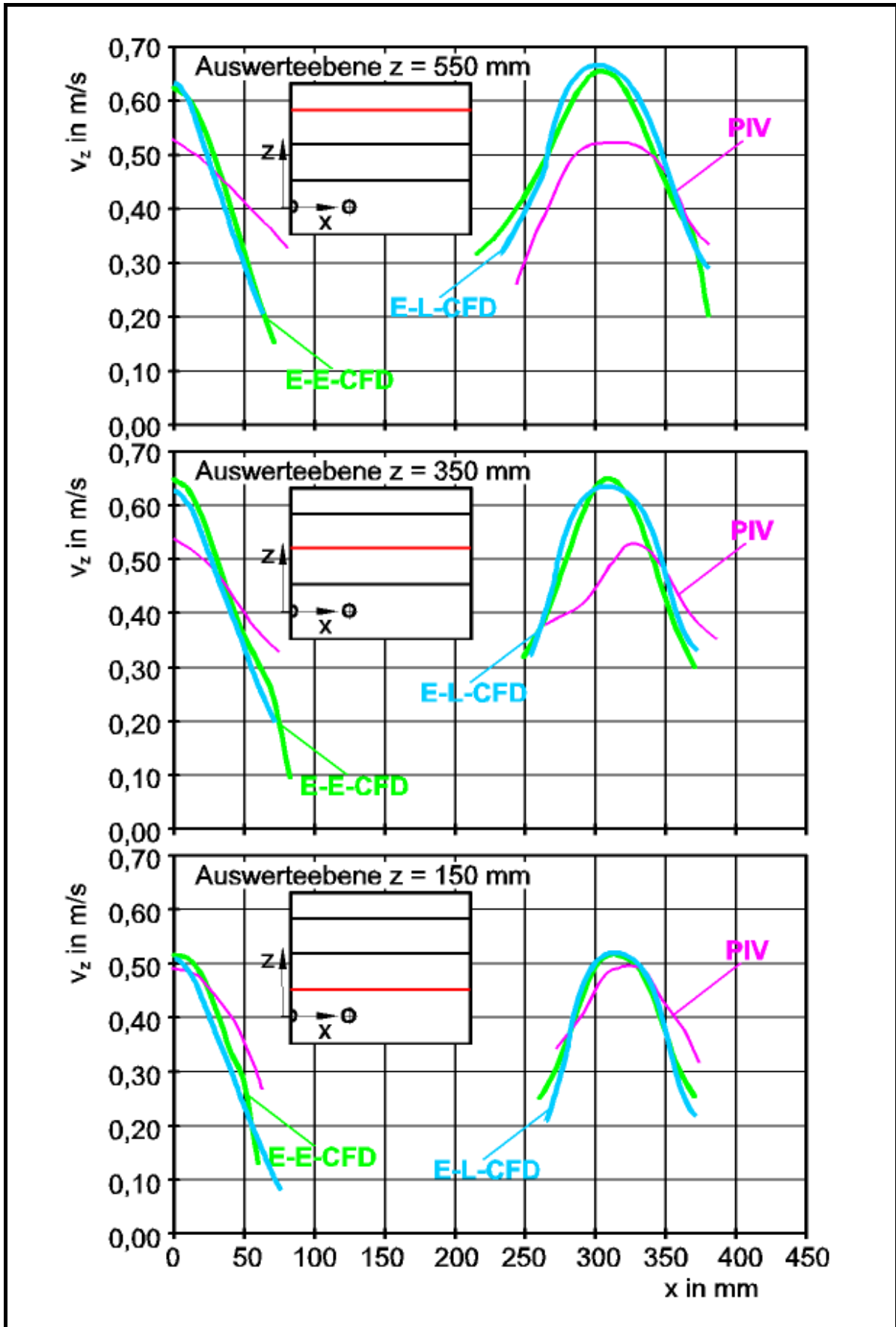


Bild 131. Ergebnisse: Luftblasengeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s bzw. quasi-stationäre Strömung, 3D-Gitter bzw. 3D-Konfiguration, $f_{SKV,U} = 40$ Hz

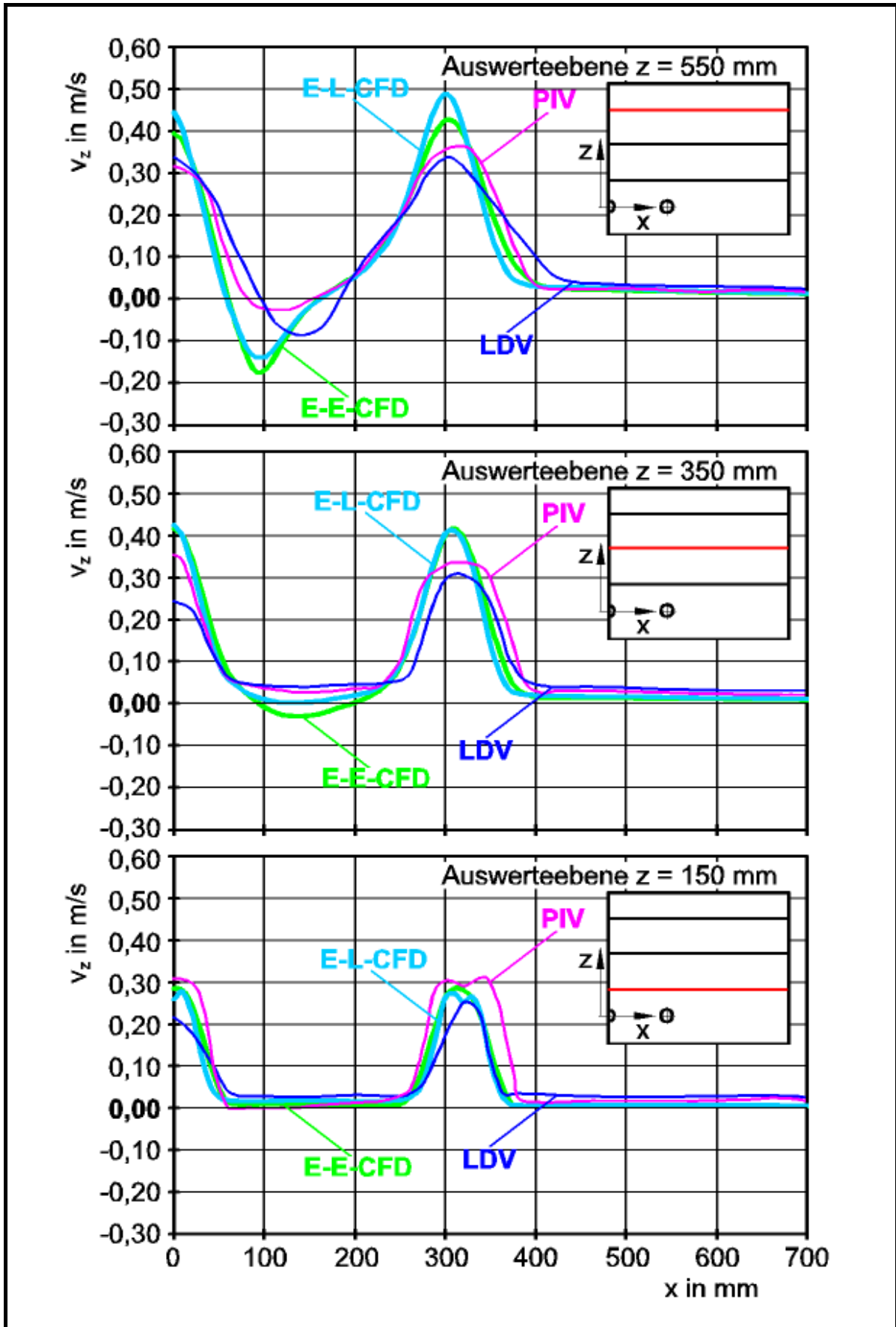


Bild 132. Ergebnisse: Wassergeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s bzw. quasi-stationäre Strömung, 3D-Gitter bzw. 3D-Konfiguration, $f_{SKV,U} = 40$ Hz

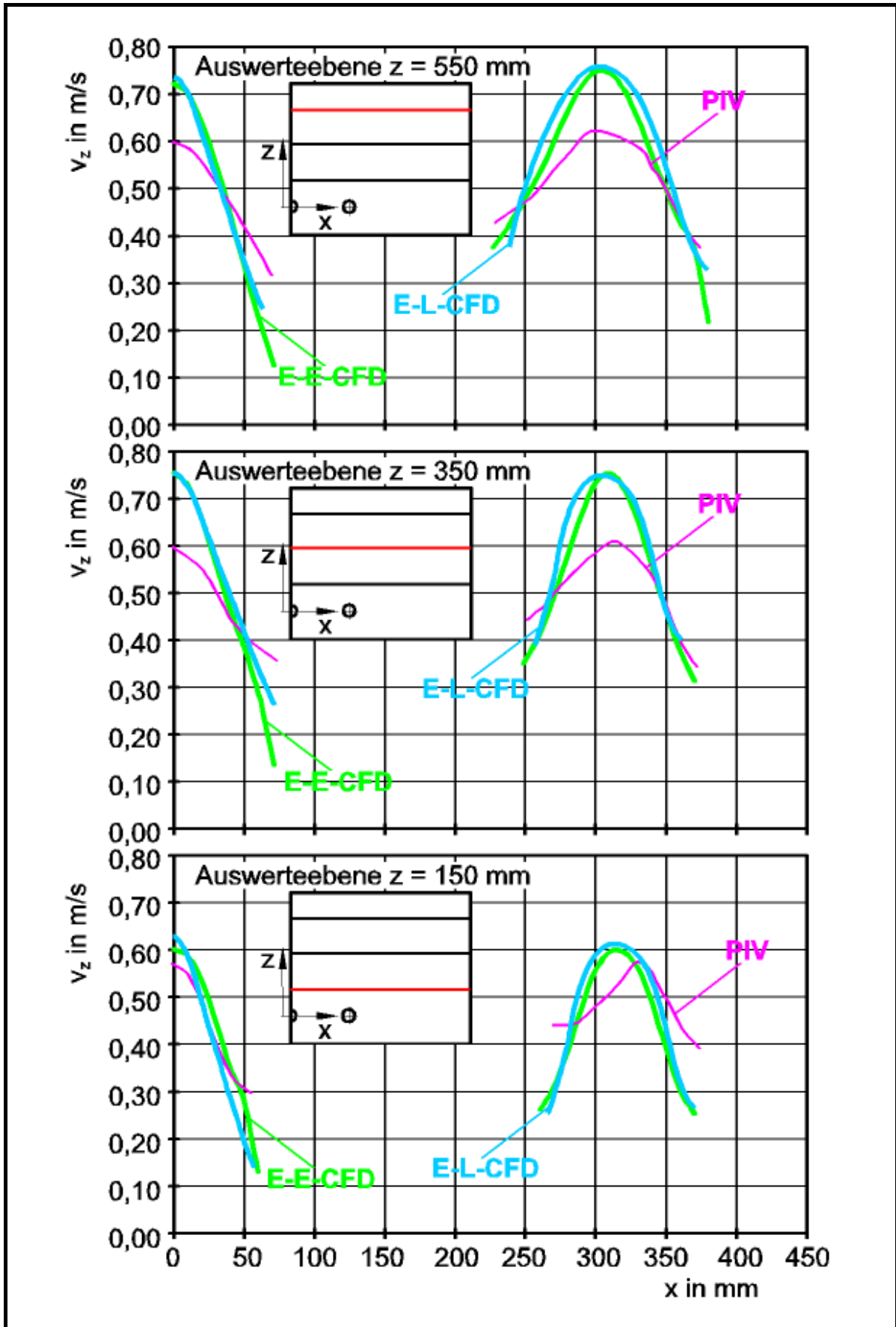


Bild 133. Ergebnisse: Luftblasengeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s bzw. quasi-stationäre Strömung, 3D-Gitter bzw. 3D-Konfiguration, $f_{SKV,U} = 60$ Hz

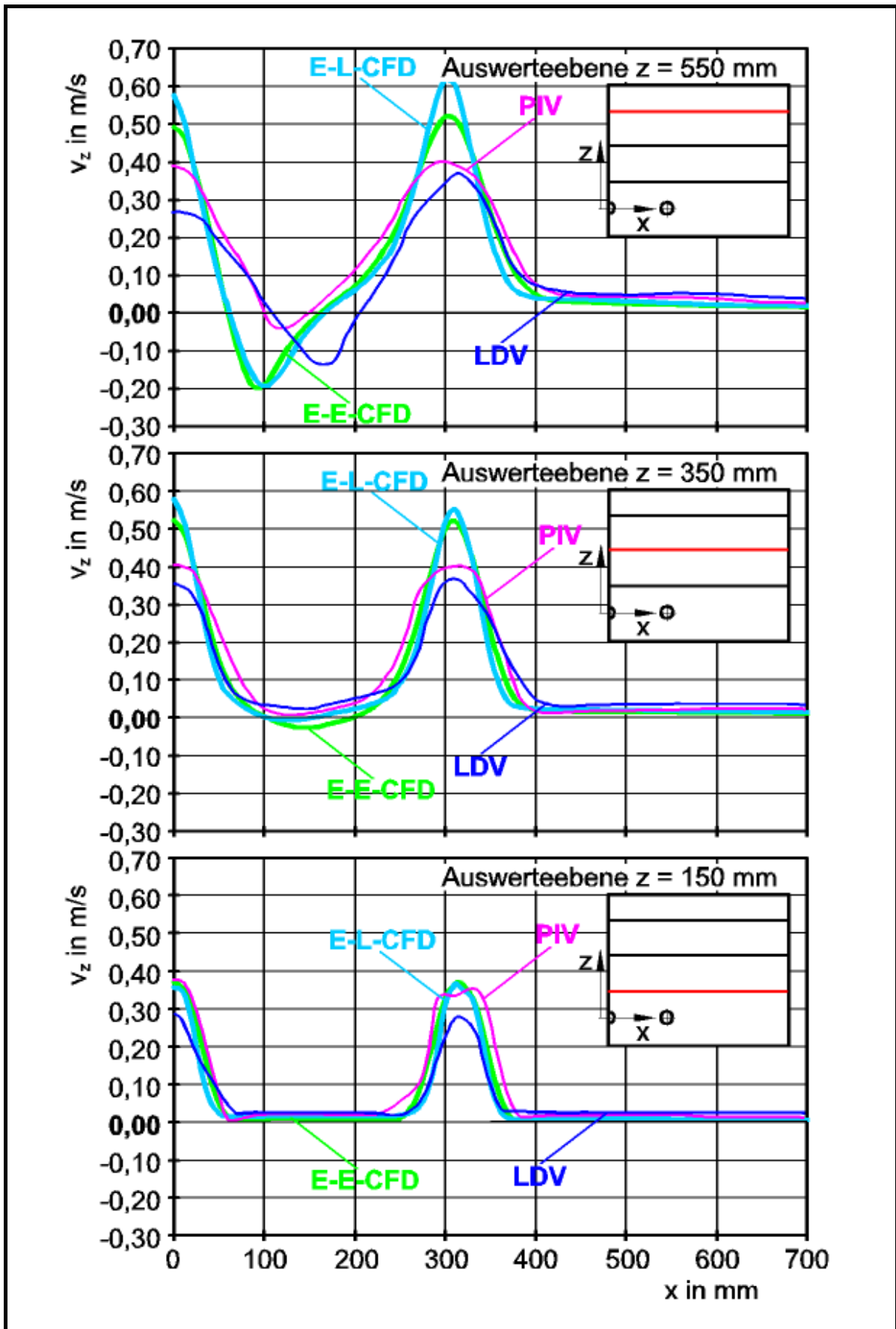


Bild 134. Ergebnisse: Wassergeschw., Zeitpunkt $t = 20,0$ s bzw. quasi-stationäre Strömung, 3D-Gitter bzw. 3D-Konfiguration, $f_{SKV,U} = 60$ Hz

	Untersuchungsverfahren				PIV
	E-L-CFD	E-E-CFD	LDV		
Aufwand	Erstellung numerische Gitter und Modelle in h	200	90	-	-
	Aufbau Versuchsstand in h	-	-	60	90
	Meßtechnik in h	-	-	-	50
	Rechenzeit in h	9210	1320	-	-
	Meßzeit in h	-	-	180	140
	Auswertzeit in h	-	-	-	420
	Festplatten-Speicherbedarf in GB	10,50	4,20	0,03	70,00
	Investitionskosten Computer in EUR	27 000 (Workst.)	2 000 (PC)	2 000 (PC)	2 000 (PC)
	Versuchsstand in EUR	-	-	-	4 500
	Meßtechnik in EUR	-	-	55 000	82 000
Softwarelizenzen	Campus-Lizenzen	Entwicklungs-Lizenzen	Entwicklungs-Lizenzen		
Ergebnis	Zeitliche Auflösung	rel. hoch	rel. hoch	rel. gering	rel. gering
	Räumliche Auflösung	rel. hoch	rel. hoch	rel. gering	rel. hoch

Bild 135. Aufwand- und Ergebnismerkmale der vier Untersuchungsverfahren für die Untersuchung der zweiphasigen Strömung

