

Beitrag zur Klärung der Mechanismen von Verdichtungssprengungen

Von der Fakultät für Geowissenschaften, Geotechnik und Bergbau

der Technischen Universität Bergakademie Freiberg

genehmigte

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur

Dr.-Ing.

vorgelegt

von Dipl.-Ing. Nándor Tamáskovics

geboren am 22. Juni 1965 in Miskolc (Ungarn)

Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. habil. Dr. h.c. Wolfgang Förster, Freiberg
Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. Gerd Gudehus, Karlsruhe
Prof. Dr.-Ing. habil. Meinhard Kuna, Freiberg

Tag der Verleihung: 9. Juni 2000

Inhaltsverzeichnis

Danksagung	vii
1 Einleitung, Anlass und Zielstellung	1
2 Nutzung von Sprengungen in Lockergesteinen	5
2.1 Nutzung von Sprengungen zur Verdichtung von Lockergesteinen	6
2.1.1 Bodenart und Geländeform	6
2.1.2 Wirtktiefe des Verfahrens	7
2.1.3 Erreichbarer Wirkradius	7
2.1.4 Erreichbarer Grad der Verdichtung	8
2.1.5 Verfügbare Energiemenge	8
2.1.6 Homogenität des sprengverdichteten Untergrundes und erdbautechnische Maßnahmen	8
2.1.7 Produktivität und Wirtschaftlichkeit der Methode	9
2.1.8 Grenzen und Nachteile des Sprengverdichtungsverfahrens	9
2.2 Eigengesetzlichkeiten der Sprengverdichtung	10
2.3 Bemessung von Sprengverdichtungsmaßnahmen	11
2.4 Theoretische Vorarbeiten	14
2.5 Zusammenfassende Betrachtungen zum Stand des Wissens	18
3 Experimentelle Untersuchung von Sprengungen in Lockergesteinen	20
3.1 Dimensionsanalyse und ähnlichkeitstheoretische Betrachtungen	21
3.1.1 Modellgestaltung mit Hilfe der Ähnlichkeitstheorie	21
3.1.2 Der Hauptsatz der Dimensionsanalyse	21
3.1.3 Ähnlichkeitstheoretische Betrachtungen	22
3.1.4 Ähnlichkeitsbetrachtungen zur Modellierung von Sprengungen in Lockergesteinen	24
3.2 Experimentelle Modellgestaltung	27
3.2.1 Versuchsanlage und Versuchstechnik	27
3.2.2 Versuchsdurchführung	31
3.2.3 Versuchsbedingungen und Konfiguration der Messwertaufnehmer	34
3.2.4 Modellsprengstoff und sprengstofftechnische Einflussgrößen	37
3.2.5 Versuchsmaterial	38
3.3 Experimentelle Ergebnisse	42
3.3.1 Bodenphysikalische Bedingungen und Verdichtungswirkung von Sprengungen .	43
3.3.2 Dynamik der Sprengwirkung in Lockergesteinen	48
3.3.3 Kinematik an der Modelloberfläche	54
3.4 Zusammenfassung und Bewertung der experimentellen Untersuchungen	57

4	Theoretische Untersuchung von Sprengungen in Lockergesteinen	62
4.1	Hypothese zum Mechanismus der Belastung von Lockergesteinen durch Sprengungen	62
4.1.1	Prinzipielles Lockergesteinsverhalten in der Umgebung einer Sprengung	63
4.1.2	Lockergesteinsverhalten während der Entfestigungsphase	64
4.1.3	Lockergesteinsverhalten während der Verfestigungsphase	66
4.2	Theoretisches Modell des Sprengstoffverhaltens	67
4.3	Spezielle Nahfeldtheorie	70
4.3.1	Kinematische Beschreibung	71
4.3.2	Modellvorstellung über den Ablauf des Vorganges	72
4.3.3	Dichteänderung durch Sprengwirkung	73
4.3.4	Verschiebungs-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsfeld	74
4.3.5	Erhaltungsgleichungen	76
4.3.6	Verhalten der Schwadengase	78
4.3.7	Allgemeines Problem, Anfangs- und Randbedingungen	79
4.3.8	Lösung des Problems für den allgemeinen eindimensionalen Fall	79
4.3.9	Numerische Lösung des Problems	83
4.3.10	Theoretische Berechnungen für die Bedingungen der Modellversuche	84
4.4	Theoretische Ergebnisse für den allgemeinen Fall einer Einzelsprengung in Böden	91
4.5	Methode zur verbesserten Dimensionierung von Sprengungen in Böden	94
5	Zusammenfassung und Ausblick	97
	Literaturverzeichnis	102
	Symbolverzeichnis	126
	Anhang	144
A	Geometrische Konfiguration der Messpunkte	145
B	Bodenphysikalische und geophysikalische Messungen	146
C	Bodendynamische Messungen	153
D	Geodätische Messungen	160
E	Theoretische Berechnungen	164
F	Theorie der Sprengbelastung von Böden	175
F.1	Konsistente Theorie zum Verhalten von Lockergesteinen unter Sprengbelastung	175
F.2	Allgemeine Theorie der Sprengbelastung von Lockergesteinen	180
F.2.1	Volumenfraktionen und volumenspezifische Größen	180
F.2.2	Koordinatensysteme, Zeitableitungen und Nabla-Operatoren	182
F.2.3	Tensorielle Größen und Operationen	183
F.2.4	Kinematische Beschreibung	187
F.2.5	Arbiträre Zeitableitung	195
F.2.6	Erhaltungsgleichungen von Mehrphasenkontinua unter der Belastung von Stoßwellen	199
F.2.7	Entropieungleichung	207
F.2.8	Lokale Form der Erhaltungsgleichungen und der Entropieungleichung	208
F.2.9	Methodik der deduktiven konstitutiven Modellierung hybrider poröser Medien	212

F.2.10	Deduktive konstitutive Modellierung des Lockergesteinsverhaltens	216
F.2.11	Induktive konstitutive Modellierung des Lockergesteinsverhaltens	227
F.2.11.1	Konzept der künstlichen Viskosität	228
F.2.11.2	Wahre Phasendrucke und durchschnittlicher Porendruck	230
F.2.11.3	Modellierung der Kompressibilität der Phasen	231
F.2.11.4	Mobilität der Phasen in der Porenfüllung und Modellierung der Impulsübertragung	233
F.2.11.5	Modellierung des Verhaltens der Feststoffphase	237
F.3	Spezielle Theorie der Sprengbelastung von Lockergesteinen	246
F.3.1	Ansatz zur Kinematik des arbiträren Bezugssystems	249
F.3.2	Ansatz zur numerischen Lösung	251
F.3.3	Eingangsgrößen und materialspezifische Kennwerte des theoretischen Modells	254

Tabellenverzeichnis

2.1	Koeffizienten zur Bemessung von Verdichtungssprengungen nach IVANOV [189] . . .	13
3.1	Ähnlichkeitsfaktoren und Exponenten der Dimensionstransformation	25
3.2	Zeitlicher Versuchsablauf	33
3.3	Dimensionierungsparameter bekannter und geplanter Modellversuche	35
3.4	Übersicht der Konfiguration der Messwertaufnehmer	36
3.5	Sprengstoffparameter für den Modellsprengstoff	38
3.6	Bodenphysikalische Eigenschaften des Modellmaterials	39
3.7	Übersicht der experimentellen Ergebnisse	40
3.8	Approximationskennwerte der räumlichen Verteilung der Dichteänderung	49
3.9	Approximationskennwerte der Vertikalverschiebungen an der Modelloberfläche . .	58
4.1	Parameter bekannter Sprengstoffe nach [223], [224], [348]	69
F.1	Größen in der deduktiven konstitutiven Modellierung	221
F.2	Parameter der TAITschen und GRÜNEISENSchen Zustandsgleichung nach [255] und [246]	232
F.3	Mobilität der Phasen und Kapillaritätseffekte	234
F.4	Bilanz von Gleichungen und Unbekannten in der speziellen Theorie	250

Abbildungsverzeichnis

3.1	Schematische Darstellung der Modellversuchsanlage und der Versuchsmethodik	28
3.2	Prinzipieller Aufbau des Messsystems	30
3.3	Typische Ergebnisse eines Modellversuches	41
4.1	Spezielle Nahfeldtheorie einer Einzelsprengung im Boden	75
4.2	Volumendeformationsmodell des Lockergesteins unter hohen Drücken (Modell des "plastischen Fluids")	75
4.3	Spezielle Nahfeldtheorie: Modellversuch III - Räumliche Koordinate der Stoßwellenfront	87
4.4	Spezielle Nahfeldtheorie: Modellversuch III - Geschwindigkeit der Stoßwellenfront	87
4.5	Spezielle Nahfeldtheorie: Modellversuch III - Partikelgeschwindigkeit hinter der Stoßwellenfront	88
4.6	Spezielle Nahfeldtheorie: Modellversuch III - Druck hinter der Stoßwellenfront	88
4.7	Spezielle Nahfeldtheorie: Modellversuch III - Interpretation der theoretischen und experimentellen Laufzeit von Wellen	90
A.1	Geometrische Konfiguration der Messpunkte im Modellversuch	145
B.1	Geometrische Konfiguration der nukleargeophysikalischen und gravimetrischen Messpunkte sowie der Entnahmestellen ungestörter Bodenproben	146
B.2	Kornverteilung des Modellmaterials	147
B.3	Triaxialversuche am Modellmaterial	147
B.4	Nukleargeophysikalische Messungen: Trockendichte und Sättigungsgrad	148
B.5	Bodenphysikalische Messungen: Änderung der bezogenen Lagerungsdichte infolge Sprengung	149
B.6	Bodenphysikalische Messungen: Dichtezuwachs infolge Sprengung	150
B.7	Gravimetrische Messungen: Änderung der Schwere infolge Sprengung	151
B.8	Gravimetrische Messungen: Theoretisches Modell des räumlichen Dichtezuwachses infolge Sprengung	152
C.1	Geometrische Konfiguration der Partikelbewegungs- und Porendruckaufnehmer	153
C.2	Bodendynamische Messungen: Modellversuch I - Porendruck und Partikelgeschwindigkeit	154
C.3	Bodendynamische Messungen: Modellversuch II - Porendruck und Partikelgeschwindigkeit	155
C.4	Bodendynamische Messungen: Modellversuch III - Porendruck und Partikelgeschwindigkeit	156
C.5	Bodendynamische Messungen: Modellversuch I, II, III - Porendruck und Partikelbeschleunigung	157

C.6	Bodendynamische Messungen: Amplitudenspektrum des Porendruckes und der Partikelgeschwindigkeit	158
C.7	Bodendynamische Messungen: Quantitative Auswertung der Eigenschaften der Wellfelder des Porendruckes und der Partikelbewegung	159
D.1	Geometrische Konfiguration der geodätischen Messpunkte	160
D.2	Geodätische Messungen: Vertikalverschiebungen der Modelloberfläche	161
D.3	Geodätische Messungen: Kurzzeitkinematik der Modelloberfläche	162
D.4	Geodätische Messungen: Langzeitkinematik der Modelloberfläche	163
E.1	Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für die Bedingungen des Modellversuches III - Räumliche Koordinate und Geschwindigkeit der Stoßwellenfront	164
E.2	Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für die Bedingungen des Modellversuches III - Räumliche Koordinate, Geschwindigkeit und Beschleunigung der Schwadenhohlraumwandung sowie Verschiebungs-, Geschwindigkeits- und Druckverteilung hinter der Stoßwellenfront	165
E.3	Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose räumliche Koordinate der Schwadenhohlraumwandung und der Stoßwellenfront, $\beta = (0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2)$ [1], $\kappa^e = 2,40$ [1], $p_0^* = 0$ [1]	166
E.4	Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose Geschwindigkeit der Schwadenhohlraumwandung und der Stoßwellenfront, $\beta = (0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2)$ [1], $\kappa^e = 2,40$ [1], $p_0^* = 0$ [1]	167
E.5	Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose Geschwindigkeits- und Druckverteilung hinter der Stoßwellenfront, $\beta = 0,01$ [1], $\kappa^e = 2,40$ [1], $p_0^* = 0$ [1]	168
E.6	Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose räumliche Koordinate der Schwadenhohlraumwandung und der Stoßwellenfront, $\beta = (0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2)$ [1], $\kappa^e = 2,90$ [1], $p_0^* = 0$ [1]	169
E.7	Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose Geschwindigkeit der Schwadenhohlraumwandung und der Stoßwellenfront, $\beta = (0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2)$ [1], $\kappa^e = 2,90$ [1], $p_0^* = 0$ [1]	170
E.8	Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose Geschwindigkeits- und Druckverteilung hinter der Stoßwellenfront, $\beta = 0,01$ [1], $\kappa^e = 2,90$ [1], $p_0^* = 0$ [1]	171
E.9	Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose räumliche Koordinate der Schwadenhohlraumwandung und der Stoßwellenfront, $\beta = (0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2)$ [1], $\kappa^e = 3,40$ [1], $p_0^* = 0$ [1]	172
E.10	Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose Geschwindigkeit der Schwadenhohlraumwandung und der Stoßwellenfront, $\beta = (0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2)$ [1], $\kappa^e = 3,40$ [1], $p_0^* = 0$ [1]	173
E.11	Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose Geschwindigkeits- und Druckverteilung hinter der Stoßwellenfront, $\beta = 0,01$ [1], $\kappa^e = 3,40$ [1], $p_0^* = 0$ [1]	174
F.1	Beliebiges Beobachtungsgebiet	200
F.2	Beliebiges Beobachtungsgebiet mit Diskontinuität	201

Danksagung

Für die fördernden Diskussionen, Unterstützung und Motivation bei der Durchführung der vorliegenden Forschungsarbeit möchte ich Herrn **Prof. W. Förster** von der Technischen Universität Bergakademie Freiberg, Herrn **Prof. G. Gudehus** von der Universität Karlsruhe, Herrn **Prof. D. Kolymbas** von der Technischen Universität Innsbruck, Herrn **Prof. I. Kozák** von der Universität Miskolc (Ungarn), Herrn **Prof. B. Lysik** von der Technischen Universität Wrocław (Polen) und Herrn **Prof. W. Ehlers** von der Universität Stuttgart meinen herzlichen Dank aussprechen. Besonderer Dank gehört auch meinem Vater, Herrn **Dr. N. Tamáskovics**.

Weiterhin danke ich dem gesamten Personal des Institutes für Geotechnik der Technischen Universität Bergakademie Freiberg für die Unterstützung bei meiner Arbeit.

Kapitel 1

Einleitung, Anlass und Zielstellung

Die dringende wirtschaftliche Aktualität der Frage nach Methoden der Baugrundverbesserung wird durch das Entstehen großer, locker gelagerter Kippenflächen ehemaliger Bergbaubetriebe begründet, deren zunehmende Rückführung zur öffentlichen Nutzung erwünscht, jedoch aus Stabilitätsgründen meist nur nach einer ausreichenden Sanierung möglich ist. Allein in dem Raum Niederlausitz hinterließ der Braunkohlenbergbau etwa 50 sanierungsbedürftige Tagebaurestlöcher [161], [345]. Die Nachnutzung von Kippenflächen wird aus geotechnischer Sicht durch ihre großen Mächtigkeiten $/H = (40 \dots 70) [m]/$ typische lockere Lagerung $/I_D = (0,1 \dots 0,4) [1]/$ und hohe Kompressibilität sowie durch ihre Neigung zur spontanen Verflüssigung bei Wassersättigung in Randbereichen, wie entlang der Uferlinie von Tagebaurestlöchern erschwert.

Bei der Auswahl eines effizienten Baugrundverbesserungsverfahrens für einen gegebenen Standort und Sanierungsaufgabe sind neben einer Reihe von wirtschaftlichen und technischen Faktoren insbesondere die Wirtktiefe und der Grad der erforderlichen Verdichtung von Interesse. Aus den heute bekannten Methoden zur Stabilisierung von bindigen und nichtbindigen Lockergesteinen kann keiner von vornherein größte Effizienz und Universalität zugeordnet werden. Wegen der großen flächenhaften Ausdehnung der Kippen besteht eine geeignete großräumige Sanierungsmaßnahme in der wirksamen Verminderung der Porosität, was sich durch einen Energieeintrag erzielen lässt. Sprengungen in wassergesättigten Lockergesteinen unterhalb des Grundwasserspiegels zur Verbesserung ungünstiger Baugrundverhältnisse sind seit längerer Zeit als wirksame und kosteneffektive Methode bekannt. Die Nutzung von Sprengungen scheint neben wirtschaftlichen Gesichtspunkten oft auch das technisch allein mögliche Vorgehen zu sein. Die erforderlichen Bedingungen für den effizienten Einsatz von Sprengungen sind in Kippen in vielen Fällen auch gegeben. Die Anwendung von Sprengungen als Tiefenverdichtungsverfahren bleibt auf den Bereich unterhalb des Grundwasserspiegels begrenzt. Für oberflächennahe Kippenbereiche ist eine Kombination mit weiteren Verfahren, wie der dynamischen Intensivverdichtung oder der Rütteldruckverdichtung möglich [233].

Die Behandlung locker gelagerter, rolliger Böden durch Sprengungen basiert auf einer schnellen dynamischen Belastung, die die Kornstruktur zu einer Umlagerung anregt und dadurch zur Verkleinerung der wirksamen Porosität führt. Grundlegende Bedingung für eine effiziente Verdichtung ist eine hohe Wassersättigung des Lockergesteins. Das Verdichtungsergebnis ist damit durch die Wechselwirkung zwischen Porenfluid und Korngerüst bedingt. Ähnliche Verdichtungserscheinungen wie in der Umgebung von Sprengungen, treten auch bei der Erdbebenbelastung von locker gelagerten, wassergesättigten, rolligen Böden auf.

Der Mechanismus der Lockergesteinsverdichtung mit Hilfe einer Sprengung gilt bisher als theoretisch nur prinzipiell und quantitativ noch unbefriedigend geklärtes Gebiet [161]. Über den Vorgang liegen größtenteils nur hypothetische Vorstellungen vor, deren Verifizierung bisher noch aussteht. Bekannte theoretische Modelle sind nur zum Teil geeignet, die Ergebnisse von Feldbeobachtungen quantitativ zu erklären. Deshalb erfolgt heute die Bemessung von Verdichtungssprengungen überwiegend mit Hilfe standortbedingt ermittelter empirischer Beziehungen.

Ziel des vorliegenden Forschungsvorhabens war die Erarbeitung einer konsistenten theoretischen Basis für die Erklärung des Mechanismus von Verdichtungssprengungen und ihre experimentelle Kontrolle. Die Betrachtungen wurden auf nichtkohäsive, annähernd voll wassergesättigte Lockergesteine begrenzt. Das Forschungsziel wurde durch Weiterentwicklung von existierenden theoretischen Vorstellungen und durch die experimentelle Beobachtung der mechanischen Vorgänge in einem theoretisch fundierten Ähnlichkeitsmodell mit erweiterter bodendynamischer Messtechnik angestrebt. Insbesondere waren dabei folgende Fragen zu klären:

- **Verhalten und Belastungsmechanismus** von annähernd wassergesättigten, rolligen Lockergesteinen bei Sprengungen;
- **Beleuchtung charakteristischer Erscheinungen** in Verbindung mit Sprengungen in wassergesättigten Lockergesteinen;
- **Zeitliche und räumliche Verteilung der Veränderung** der bodenphysikalischen Kennwerte des durch Sprengung belasteten Lockergesteins.

Gesamtziel des Forschungsvorhabens war, einen Fortschritt durch Ausarbeitung eines rechnerischen Verfahrens zur Bemessung von Verdichtungssprengungen und zur Vorhersage zu erwartender Kennwertveränderungen im behandelten Lockergestein zu erreichen.

In der folgenden Arbeit wird zunächst eine allgemeine Übersicht über praktische Erfahrung mit der Nutzung von Sprengungen in Böden gegeben. Die mechanischen Vorgänge, welche bei einer im wassergesättigten, rolligen Lockergestein ausgelösten Sprengung eintreten, werden anhand quantitativer Ergebnisse aus stark instrumentierten Modellversuchen mit großem geometrischem Modellmaßstab dargelegt. Aus dem bisherigen Kenntnisstand zur Wirkung von Sprengungen in wassergesättigten Lockergesteinen und aus den experimentellen Beobachtungen wird eine Hypothese zur mechanischen Belastung durch eine Einzelsprengung in wassergesättigten Lockergesteinen abgeleitet, die die Grundlage eines neuen theoretischen Modells auf Basis der mit dem Konzept der Volumenfraktionen erweiterten Theorie poröser Medien bildet. Der aus der praktischen Erfahrung mit Sprengungen vielfach bestätigte, bestimmende Einfluss des Dreiphasencharakters teil- und annähernd vollgesättigter Lockergesteine auf ihre mechanischen Eigenschaften sowie Verdichtbarkeit motiviert, dass das theoretische Modell der Sprengbelastung von Lockergesteinen ein Dreiphasengemisch eines porösen Feststoffes, eines Fluids und eines Gases berücksichtigt. Die Hauptrichtungen des mechanischen Vorganges der Sprengverdichtung und der Einfluss des *spannungs-, deformationsraten- und dichteabhängigen* Korngerüstverhaltens auf die Verdichtbarkeit von Lockergesteinen führen zur Notwendigkeit, das mechanische Problem für *praktisch relevante* Fälle mit einem effizienten numerischen Verfahren zu lösen. Der starken Entfestigung und Verschiebung des Korngerüsts wird mit der Einführung eines frei wählbaren, (*arbiträren*) Bezugssystems der kinematischen Beschreibung

entsprochen. Die Grundlage der *allgemeinen Theorie* der Sprengbelastung von Lockergesteinen bilden Erhaltungsgleichungen sowie dynamische Kompatibilitätsbedingungen an Diskontinuitätsflächen, die für physikalische Größen der einzelnen Phasen und des gesamten Gemisches mit Hilfe der Theorie poröser Medien formuliert werden. Für unterschiedliche, in Abhängigkeit von der Kompressibilität der Phasen des Lockergesteins definierte Gemischttypen werden konstitutive Variablen abgegrenzt und Prozessvariablen postuliert. Das Abschlussproblem in der mit dem Konzept der Volumenfraktionen erweiterten Theorie poröser Medien wird durch additive Einführung von Zwangsbedingungen in die hergeleiteten Entropiegleichungen des durch eine Stoßwelle belasteten Lockergesteins behoben. Die Auswertung der Entropiegleichungen führt zu deduktiven konstitutiven Gleichungen für die konstitutiven Variablen, die durch zusätzliches Einbeziehen von induktiven konstitutiven Gleichungen vervollständigt werden. Zur Modellierung von Stoßwellen wird das *Konzept der künstlichen Viskosität auf der Ebene der Konstituenten* vorgeschlagen. Die Beschreibung des Korngerüstverhaltens erfolgt durch eine für den Fall der mikroskopischen Kompressibilität der Feststoffphase verallgemeinerte Form der Theorie der Hypoplastizität. Die Einführung deduktiver und induktiver konstitutiver Gleichungen in das System der Erhaltungsgleichungen führt zu einer geschlossenen *speziellen Theorie* der Sprengbelastung von Lockergesteinen, die sowohl geometrische als auch materielle Nichtlinearitäten berücksichtigt. Die Darlegung der speziellen Theorie wird mit Betrachtungen zur Kinematik des arbiträren Bezugssystems der kinematischen Beschreibung vervollständigt. Abschließend wird ein möglicher Weg zur numerischen Lösung des Problems mit Hilfe der *Finite-Volumen-Methode* aufgezeigt. Die umfangreichen Ausführungen zur allgemeinen und speziellen Theorie der Sprengbelastung von Lockergesteinen wurden aus didaktischen Gründen in die Anlage verlagert.

Nach Übergang auf eine eindimensionale Beschreibung und Vereinfachung des Problems auf die Bewegung eines Gemisches mit nichtentmischenden Phasen kann das allgemeine, deduktive theoretische Modell des porösen Dreiphasenmediums in eine *spezielle Nahfeldtheorie* überführt werden, die aus einer gewöhnlichen Differentialgleichung mit geeigneten Anfangs- und Randbedingungen besteht und die numerische Lösung des Problems der Hohlräumeaufweitung der gasförmigen Explosionsprodukte in einem mit annähernd wassergesättigtem und locker gelagertem Lockergestein gefüllten Vollraum für die Fälle planarer, zylindrischer und sphärischer Symmetrie ermöglicht. **Die besondere praktische Bedeutung dieser in geschlossener Form vorliegenden, speziellen Nahfeldtheorie ist, dass sie nur beschreibende bodenphysikalische Kennwerte als geotechnische Eingangsgrößen beinhaltet und damit sich der Notwendigkeit der expliziten experimentellen Verifizierung von materiellen Eingangsparametern entzieht.** Die numerischen Ergebnisse der speziellen Nahfeldtheorie werden mit experimentellen Ergebnissen verglichen. Zur Untersuchung des Einflusses von geotechnischen und sprengstoffspezifischen Eingangsgrößen auf den Vorgang der Stoßwellenausbreitung wird die spezielle Nahfeldtheorie in eine dimensionsreine Form überführt und für praktisch relevante Fälle systematisch ausgewertet. Aus den Ergebnissen folgen Schlussfolgerungen zur optimalen Anwendung von Sprengungen in Lockergesteinen als Verfahren der Baugrundverbesserung. Mit Hilfe der speziellen Nahfeldtheorie ist es weiterhin möglich, das Ergebnis der Modellierung der komplizierten Vorgänge in der unmittelbaren Sprengumgebung in bereits existierende numerische Berechnungsmethoden der Geotechnik zu übertragen, ohne den mathematischen Apparat auf die Behandlung derartiger Probleme speziell ausrichten zu müssen. Als verbessertes Verfahren der Dimensionierung von Verdichtungssprengungen für praktisch relevante Fälle wird ein

Vorgehen vorgeschlagen, in dem die Ergebnisse der behandelten speziellen Nahfeldtheorie als Anfangsbedingung in ein bis zum geostatischen Gleichgewichtszustand gelöstes numerisches Modell eingeführt werden. Abschließend werden Vorschläge für weiterführende Untersuchungen auf dem Forschungsgebiet der Sprengbelastung von Lockergesteinen unterbreitet.

Kapitel 2

Nutzung von Sprengungen in Lockergesteinen

Obwohl im Allgemeinen die Wirkung von Sprengungen mit Lösen, Zerstören, Zerkleinern und Verlagern von Medien in Verbindung gebracht wird, erstreckt sich ihre Anwendung bei Lockergesteinen von der Umformung von Bodenkörpern bis hin zur Verdichtung. Nach seinem Charakter und nach der Ladungsanordnung können Sprengarbeiten in Lockergesteinen sehr verschieden sein:

- **Oberflächensprengungen:** Die Ladung zur Lockergesteinsbehandlung wird in der Nähe oder unmittelbar an der Oberfläche angeordnet. Bei Zündung der Ladung in Luft erstreckt sich der Einwirkungsbereich eintretender Verdichtungen im Lockergestein bis auf wenige Dezimeter. Bei Sprengungen unter Wasser zur Verdichtung des Untergrundes beträgt der Wirkradius wenige Meter und fällt damit günstiger aus. Ihre Anwendung beschränkt sich auf die Stabilisierung von Lockergesteinsbereichen für Wasserbaueinrichtungen (z.B. Brückengründungen). Im Allgemeinen muss mit starker Luft- oder Wasserdruckentwicklung gerechnet werden, was die Anwendbarkeit der Oberflächenverdichtung mit Sprengungen stark einschränken kann.
- **Untergrundsprengungen:** Die Ladung zur Lockergesteinsbehandlung wird im Inneren des Lockergesteinskörpers angeordnet. In Abhängigkeit von Ladungsanordnung und Zündfolge kann von Ein-, Mehrpunkt- oder Flächensprengungen gesprochen werden. Untergrundsprengungen stellen die breiteste Anwendung von Sprengungen in Lockergesteinen dar und sind auch hier der Gegenstand weiterer Ausführungen.
- **sonstige Sprengarbeiten:** Mit Hilfe gerichteter Sprengungen wird durch gezielt angeordnete Ladungen und geregelte Zündfolge ein Bewegungsvorgang des behandelten Lockergesteins gesteuert. Auf dieser Weise können umfangreiche Erdarbeiten durchgeführt werden. POKROWSKI [268] berichtet über die Herstellung eines ungewöhnlich festen Damms mit Hilfe gerichtetem Sprengen durch Zündung einer Ladung von $m_e = 5,300 [t]$ TNT, um eine Gerölllawine einzudämmen. In einem weiteren Fall wurde ein Damm mit $H = 60 [m]$ Höhe und $L = 500 [m]$ Länge zur Regulierung eines Flusslaufes hergestellt. Durch gezielte Richtungssprengungen sind unter Materialumwälzung sogar ein mit Verdichtung kombinierter Bodenaustausch möglich [148]. Auch die Schaffung von

unterirdischen Hohlräumen ist mit Hilfe von Sprengungen durch Verdrängung insbesondere kohäsiver Böden denkbar [208]. Durch Verfüllung der entstandenen Hohlräume mit verdichtetem tragfähigem Material können Bodenpfähle mit hoher Steifigkeit entstehen [109]. Über eine erfolgreiche Anwendung wird aus Ungarn berichtet, wo die Erhöhung der Steifigkeit einer nichttragfähigen bindigen Schicht um $\lambda = 50 \dots 90$ [%] [148] gelang. HOANG berichtet über einen ähnlichen Einsatzfall, wo unter Fahrbahnen und Bauwerken weiche Lehm- und Tonböden mit Hilfe von Sandpfählen verfestigt wurden [175].

Bei Untergrundsprengungen in wassergesättigten, rolligen Lockergesteinen tritt eine deutliche Verdichtung infolge der dynamischen Einwirkung einer Sprengung ein. Dieses Baugrundverbesserungsverfahren wurde bisher vielfach mit Erfolg eingesetzt. Im Folgenden werden zunächst die Eigengesetzlichkeiten, Vorzüge und Nachteile des Verfahrens dargelegt. Anschließend werden charakteristische Erscheinungen in Verbindung mit der Sprengbelastung von Lockergesteinen diskutiert, bekannte empirische sowie halbempirische Verfahren zur Dimensionierung und theoretische Arbeiten zur Modellierung von Verdichtungssprengungen vorgestellt. Abschließend werden nach der Zusammenfassung des gegenwärtigen Wissensstandes die Anforderungen an eine neue Theorie zur Beschreibung des Verhaltens von Lockergesteinen unter Sprengbelastung formuliert.

2.1 Nutzung von Sprengungen zur Verdichtung von Lockergesteinen

Das Sprengen im Boden ist ein weltweit angewandtes Verfahren zur Verdichtung wassergesättigter Lockergesteine. Neben den Versuchen, die dazu in Deutschland durchgeführt wurden [161], [197], [198], [278], [345], sind positive Ergebnisse aus der USA [244], [245], [295], Nigeryen, Brasilien und Kanada [304], [305], Polen [105], [106], [107], [108], [109], [110], Frankreich [265], Belgien [24], den Niederlanden [202], [13], [312], Rumänien [145], Bulgarien [120], Ungarn [148], Vietnam [175] und der GUS [163], [189], [190], [235] bekannt.

2.1.1 Bodenart und Geländeform

Die Anwendbarkeit des Sprengverdichtungsverfahrens wird durch unregelmäßige und ungewöhnliche Geländeform nicht beeinträchtigt. Im Allgemeinen beschränkt sich jedoch die Anwendung der Sprengverdichtung auf locker gelagerte, rollige oder schwachbindige Böden, die in der Lage sind, bei dynamischer Anregung durch Änderung ihres Korngefüges eine dichtere Lagerung einzunehmen und gleichzeitig das Porenfluid sowie Porengas abzuführen. Als weitere notwendige Bedingung der Anwendung wird das Vorliegen einer zusammenhängenden Porenfüllung (Grundwasser) genannt, die auch mit künstlicher Bewässerung erstellt werden kann DEMBICKI/KISIELOWA [106], FUSTEI/RÄDUINEA [145].

Wenn eine höhere Kohäsion bindiger Lockergesteine diesen Verdichtungsmechanismus verhindert, führt die Sprengbelastung zum Aufreißen des Bodens, wodurch nur eine lockere Lagerung entsteht. Unter speziellen Aspekten ist das Verfahren aber auch zur Verbesserung bindiger Bodenschichten einsetzbar. Dafür sind Dränagen in der bindigen Schicht eine

wichtige Voraussetzung, wie aus Ausführungen von DEMBICKI/KISIELOWA [107] und DEMBICKI/KISIELOWA/NOWACKI/RANIECKI [109] hervorgeht. FUSTEI/RÄDUINEA [145] beschreiben die Sprengverdichtung einer durchschnittlich $H = (7 \dots 8) [m]$ mächtigen Lössschicht mit einer wirksamen Kohäsion von $C_E = (22 \dots 70) [kN/m^2]$. DEMBICKI/KISIELOWA gelang der Einsatz des Verfahrens der Sprengverdichtung auch in stark mit organischen Materialien durchsetzten Böden [107]. In einem weiteren Fall wird über die Verdichtung einer bindigen Schicht mit einer undrainierten Kohäsion von $C_U = 25 [kN/m^2]$ mit Hilfe von Sprengungen berichtet [106]. Während in rolligen Böden eine Verdichtung durch Kornumlagerung eintritt, ist hingegen bei bindigen Materialien das Eintreten großer plastischer Volumendeformationen (Verdrängung) typisch. Im Allgemeinen ist selbst bei erfolgreicher Verdichtung in kohäsiven Böden infolge einer starken Dämpfung mit geringeren Wirkradien zu rechnen [301].

2.1.2 Wirktiefe des Verfahrens

Solange Baugrundverbesserungsmaßnahmen, die von der Oberfläche aus angewendet werden, nur bis zu einer Wirktiefe von $H_{max} = (15 \dots 25) [m]$ eine wirksame Verdichtung hervorgerufen können, sind für SOLYMÁR Sprengungen die einzige Möglichkeit, um eine wirtschaftliche Verdichtung in größeren Tiefen zu realisieren [304]. SOLYMÁR nennt einen Anwendungsfall, wo wassergesättigte, alluviale Sande in dem Baugrund eines Staudammes in $H_{max} = (45 \dots 70) [m]$ Tiefe durch Sprengungen verdichtet wurden. In einer Zusammenstellung von 28 internationalen Anwendungsfällen berichtet IVANOV von 8 Fällen der Verdichtung in einem Tiefenbereich von $H = (10 \dots 25) [m]$ [189]. IVANOV weist allerdings auch auf die Notwendigkeit hin, bei größeren Teufen ($H > 7 [m]$) verzögert und mit aufgeteilten Ladungen zu sprengen, um eine erwünschte Verdichtung zu erzielen [190]. VAN IMPE/HAEGEMAN/MENGE/MADHAV schlagen kürzere Zeitintervalle zum Erzielen höherer Verdichtungstiefen und längere Zeitintervalle für höheren Verdichtungseffekt vor [182]. Im Allgemeinen kann bei größeren Tiefen ein erhöhter Verdichtungseffekt durch die Wirkung höherer, dem Schwadendruck entgegengesetzter anfänglicher Spannungen beobachtet werden.

Der Tiefenbereich der Anwendung des Sprengverdichtungsverfahrens ist auf den annähernd oder vollgesättigten Lockergesteinsbereich begrenzt. In natürlich gesättigten Böden tritt infolge Sprengungen eine unerwünschte Auflockerung ein, weil das Übertragungsmedium Porenwasser zur Verflüssigung des Lockergesteins fehlt und kapillare Kräfte einer Kornumlagerung entgegenwirken. Damit ist die Mindesttiefe der Verdichtung mit Sprengungen durch die jeweilige Lage des Grundwasserspiegels begrenzt. Die Verdichtung *trockener*, rolliger Lockergesteine mit Sprengungen ist jedoch auch möglich [287].

2.1.3 Erreichbarer Wirkradius

Erfahrungen über den praktisch erreichbaren Wirkradius können aus den empfohlenen Bohrlochabständen abgeleitet werden, die im Allgemeinen unter $d_e = 10 [m]$ angegeben werden. DEMBICKI/KISIELOWA veranschlagten den Wirkradius mit $d_e = 7 [m]$ unter dem Einsatz von $m_e = 30 [kg]$ verteiltem Sprengstoff pro Bohrloch [107]. KOK rechnete bei großflächigen Verdichtungsarbeiten mit einem Wirkradius von $d_e = (6 \dots 16) [m]$ unter dem Einsatz von $m_e = (10 \dots 15, 5) [kg]$ Sprengstoff (äquivalent TNT) [202]. SOLYMÁR beobachtete einen Wirkungsradius (Setzungen $> 5 [\%]$) bis zu $d_e = 20 [m]$ nach drei Einzelsprengungen bei ei-

ner Sprengtiefe von durchschnittlich $H = (30 \dots 40) [m]$ und einer Dynamitmenge von $m_e = (20 \dots 30) [kg]$ pro Bohrloch [304]. VAN IMPE/HAEGEMAN/MENGE/MADHAV berichten über off-shore Verdichtungsarbeiten mit Sprengungen in einem Hafengelände, wo nach Bodenaustausch die Verfestigung enggestufter sandiger Füllmassen erforderlich war. Der Wirkradius der insgesamt mit $m_e = 10 [kg]$ bemessenen, zweigeteilten Sprengladungen pro Bohrloch wurde mit $d_e = 7,5 [m]$ abgeschätzt [182]. In einer Zusammenstellung von Sprengverdichtungsarbeiten in Russland wurde über Ladungsmengen von $m_e = (2 \dots 5) [kg]$ je Bohrloch bei einem durchschnittlichen Bohrlochabstand von $d_d = (5 \dots 10) [m]$ berichtet [148]. IVANOV konnte in Feldversuchen beobachten, dass die Ausdehnung der Verdichtungszone, in Abhängigkeit von der Ausgangslagerungsdichte des Lockergesteins etwa um $\lambda = (20 \dots 50) [\%]$ tiefer reicht, als die Installationstiefe der Ladung [189].

2.1.4 Erreichbarer Grad der Verdichtung

Über den erreichbaren Grad der Verdichtung liegen in der Literatur unterschiedliche Angaben vor. IVANOV belegt, dass von einer bezogenen Lagerungsdichte von $I_D = 0,2 [1]$ ausgehend nach drei bis vier Sprengserien eine solche von $I_D = 0,7 [1]$ erreichbar ist [189]. Auch SOLYMÁR/REED halten eine bezogene Lagerungsdichte von $I_D = (0,65 \dots 0,70) [1]$ für die obere Grenze bei der Sprengverdichtung [305]. Über Veränderungen der bezogenen Lagerungsdichte in der Größenordnung von $\Delta I_D = (0,2 \dots 0,3) [1]$ bei mehreren Sprengverdichtungsprojekten in der USA berichtet auch MITCHELL [245]. DEMBICKI/KISIELOWA erreichten bei der Verdichtung einer im Küstenbereich locker gelagerten Sandschicht eine Veränderung der bezogenen Lagerungsdichte ausgehend von $I_D = 0,35 [1]$ auf $I_D = 0,8 [1]$ in drei Sprengserien [107]. Über den größten dokumentierten Verdichtungserfolg berichten DEMBICKI/ZADROGA/BONA/IMIOLEK/KISIELOWA/SEMRAU bei der Verdichtung lockerer Sande am Meeresgrund, wo mit vier Unterwassersprengungen eine Änderung der bezogenen Lagerungsdichte von $I_D = (0,15 \dots 0,25) [1]$ auf $I_D \approx 0,9 [1]$ erzielt wurde [108]. In der Literatur herrscht Einvernehmen darüber, dass mehr als drei bis vier Sprengungen an einem Standort keine weitere signifikante Erhöhung der Verdichtung erbringen.

2.1.5 Verfügbare Energiemenge

Je nach Sprengstoffart steht pro Kilogramm Sprengstoff eine Bruttoenergie von $E = (1 \dots 4) \cdot 10^6 [J]$ zu Verfügung; als Verdichtungsenergie kann davon wegen chemischer Umwandlungs- und Wärmeaustauschvorgänge nur etwa $\lambda = 45 [\%]$ genutzt werden [169], die aber unmittelbar dort eingesetzt werden können, wo der Verdichtungseffekt erwünscht ist. LÖSCHNER berichtet zum Vergleich über eine wirksame Netto-Verdichtungsarbeit bei einer DYNIV-Variante von $E = 8 \cdot 10^6 [J]$ [233].

2.1.6 Homogenität des sprengverdichteten Untergrundes und erdbautechnische Maßnahmen

Durch Sprengungen werden lockere Strukturen am stärksten verdichtet, dichtere hingegen weniger. Die Folge ist eine größere Dichtehomogenität im behandelten Lockergestein, wie DEMBICKI/KISIELOWA/NOWACKI/RANIECKI [109] und BGI [24] berichten. Diese positive Eigenschaft der selektiven Verdichtungswirkung ist insbesondere bei der Verdichtung von alluvialen

Sandablagerungen und bei Tagebaukippen von Bedeutung, wo die Abfolge lockerer und dichter Bereiche charakteristisch ist. SOLYMÁR/REED weisen darauf hin, dass die Sprengverdichtung auch ausschließlich zur Homogenisierung der Dichteverteilung des Bodens eingesetzt werden kann [305].

BARENSEN/KOK argumentieren, dass neben der homogeneren Dichtestruktur Sprengungen eine relativ gleichmäßige Absenkung der Baugrundoberfläche verursachen, wenn die verwendete Sprengstoffmenge entsprechend ausgelegt und ein vertikaler Bodenauswurf durch die Wahl der Installationstiefe verhindert wird [13]. Beim Verbleiben einer weitgehend ebenen Oberfläche entfällt die bei anderen bekannten Baugrundverbesserungsmaßnahmen oft gegebene Notwendigkeit der nachträglichen Anwendung extensiver erdbautechnischer Maßnahmen (Planieren, Auffüllen).

2.1.7 Produktivität und Wirtschaftlichkeit der Methode

Die Sprengverdichtung ist für großflächige und großräumige Anwendungen wegen ihrer Produktivität und Wirtschaftlichkeit besonders gut geeignet. SOLYMÁR weist wegen der möglichen Gewölbewirkung des überlagernden Gebirges über dem Verdichtungsort sogar auf eine unbedingt einzuhaltende Mindestfläche von $A = 60 \times 40 [m^2]$ hin und verwendete nach extensiven Feldexperimenten eine spezifische Ladungsmenge von $m_{e,spc} = (25 \dots 35) [g/m^3]$ bei der Verdichtung von lockeren alluvialen Mittel- bis Feinsandbereichen in einer Teufe von $H = (25 \dots 45) [m]$ [304]. KOK benötigte für die Verdichtung eines Hafenschnitts mit einem Gesamtvolumen an verdichtetem Material von $V = 1.000.000 [m^3]$ ($L = 2.000 [m]$ Länge, $W = 60 [m]$ Breite und $H = (12 \dots 17) [m]$ Tiefe) etwa $8 [wk]$ (Wochen) mit einem spezifischen Sprengstoffverbrauch von $m_{e,spc} = 8,2 [g/m^3]$ [202]. DEMBICKI/KISIELOWA beschreiben die Verdichtung eines Areals von $A = 100.000 [m^2]$ und durchschnittlich $H = 18 [m]$ Tiefe in $t = 5 [mt]$ (Monaten) bei einem spezifischen Sprengstoffverbrauch von $m_{e,spc} = 125 [g/m^3]$ (kombinierte Verdichtung rolligen und bindigen Materials) [107]. BGI [24] und HORN [176] berichten über die Verdichtung von $V = 140.000 [m^3]$ Sandboden in einem Hafenschnitt innerhalb von zwei Wochen mit einem durchschnittlichen Sprengstoffverbrauch von $m_{e,spc} = 17 [g/m^3]$. VAN IMPE/HAEGEMAN/MENGE/MADHAV beschreiben eine Verdichtungsmaßnahme, wo etwa $V = 22.000 [m^3]$ enggestufter Sand mit einem Sprengstoffaufwand von $m_{e,spc} = 16,6 [g/m^3]$ TNT-Äquivalenten in einem Zeitraum von $t = 15 [d]$ (Tagen) behandelt wurde [182]. Nach Erfahrungen aus der deutschen Braunkohlenindustrie entfallen etwa $\lambda = 82 [\%]$ der Verdichtungskosten auf das Bohren und Einbringen der Ladung und etwa $\lambda = 18 [\%]$ auf die Sprengkosten. Nach amerikanischen Angaben von MITCHELL liegen die Behandlungskosten bei etwa $K_{e,spc} = (0,25 \dots 0,80) [$/m^3] (\pm 25 [\%])$, welche bei anderen Verdichtungsmaßnahmen das Drei- bis Vierfache betragen können [245].

2.1.8 Grenzen und Nachteile des Sprengverdichtungsverfahrens

Aus den bisherigen Ausführungen gehen bereits die Grenzen der Einsetzbarkeit des Sprengverdichtungsverfahrens hervor. Neben den aufgeführten, zahlreichen Vorteilen verfügt das Sprengverdichtungsverfahren über einige Nachteile:

- Der Einsatz des Verfahrens ist auf das Vorhandensein von Porenwasser im Lockergestein (annähernd volle Sättigung) gebunden. Eine künstliche Sättigung durch Anheben

des Grundwasserspiegels mit Bewässerung eines Standortes kann in Abhängigkeit von der flächenhaften Ausdehnung des zu verbessernden Baugrundabschnittes nur begrenzt in Frage kommen und vermindert die Wirtschaftlichkeit;

- Sprengungen bedeuten auch eine starke dynamische Anregung der Umgebung, die sich in benachbarten bebauten Gebieten nachteilig auswirken kann. Die Akzeptanz gegenüber häufige dynamische Einwirkungen und mögliche Gebäudeschäden setzen der Anwendbarkeit des Verfahrens weitere Grenzen. Die durch Sprengungen hervorgerufenen dynamischen Initiale und Porenüberdruckentwicklungen können Setzungsfließen auslösen. Aus der Sicht des Verdichtungseffektes ist eine hohe Beschleunigung jedoch erwünschenswert [148], [189];
- Infolge der Verdichtungssprengung werden Sprengschwadengase ins umliegende Lockergestein injiziert, die zu Kontaminationen des Grundwassers führen können. Bei umfangreichen Verdichtungsarbeiten (insbesondere bei der Anwendung mehrerer Durchgänge) kann die Umweltunverträglichkeit der Sprengstoffe das Sprengverdichtungsverfahren ausschließen.

Zusammenfassend können Sprengungen als effizientes und wirtschaftliches Verfahren zur Verbesserung ungünstiger Baugrundverhältnisse empfohlen werden, wenn eine Verdichtung wassergesättigter, rolliger Lockergesteine bis zur mitteldichten Lagerung über große Flächen und hohe Tiefen auf Standorten erforderlich ist, die von seismisch empfindlichen Objekten einen ausreichenden Sicherheitsabstand haben.

2.2 Eigengesetzlichkeiten der Sprengverdichtung

Das Verhalten von Lockergesteinen unter der Belastung durch Sprengungen zeigt eine Reihe von phänomenologischen Eigengesetzlichkeiten, die aus praktischen Erfahrungen mit Verdichtungssprengungen deutlich werden. Erste Untersuchungen zur Einwirkung von Sprengungen auf trockene, granulare Lockergesteine wurden von SCHALL bekannt, der beobachtete, dass die Form der Ladung in einer Entfernung vom etwa $\lambda = (25 \dots 50)$ fachen des ursprünglichen Ladungsdurchmessers keinen Einfluss mehr auf die Form der entstandenen Druckwelle hat [287]. Die Untersuchungen zeigten weiterhin, dass weniger brisante Sprengstoffe mit längerer Nachwirkung eine höhere Verdichtung bewirken. Röntgenaufnahmen sprengverdichteter trockener Sandproben zeigten, dass im Druckbereich $p > 500 [MPa]$ eine Kompression des Sandes durch vollständiges Schließen der Porenräume hervorgerufen wurde. Unterhalb des genannten Druckniveaus wurde das Kompressionsverhalten primär durch das Verhalten des Korngerüsts bestimmt. SCHALL fand, dass der Druckabfall an der sprenginduzierten Stoßwellenfront in trockenen, kohäsionslosen Lockergesteinen rasch erfolgt, was bei lockerer Lagerung und höherer Kornsteifigkeit noch deutlicher wird. Die Ausbreitung der Sprengwelle wird generell von starken volumetrischen Deformationen begleitet.

Das Vorliegen eines Fluids (Wasser) mit hohem Volumenanteil im Porenraum verändert das Verhalten rolliger Lockergesteine grundsätzlich. Die Sprengung kann einen granularen Boden bei annähernder oder voller Wassersättigung unmittelbar kaum verdichten, weil die geringe Durchlässigkeit einer raschen Porenraumverminderung entgegenwirkt. Infolge der Sprengwirkung wird aber die innere Struktur des Lockergesteins durch die eingeleiteten hohen

Verschiebungen zerstört, wodurch der wassergesättigte Boden in eine Wasser-Kornsuspension umgewandelt wird. Die eigentliche Verdichtung tritt durch Umordnung der Partikel zu einer dichteren Packung mit gleichzeitiger Separation des Porenfluids ein. Das Entweichen des Porenfluids aus dem Korngerüst kann einen längeren Zeitraum beanspruchen. In Feldbeobachtungen wird bei der Installation von Sprengladungen in *unverdämmten* Bohrlöchern über starke Wasseraktivitäten (Entspannung des Porenüberdruckes in Form von Wasserfontänen) berichtet [143], [161], [197], [198], [277]. Das Verhalten des verflüssigten Lockergesteins entspricht zeitweilig einer viskosen Flüssigkeit, deren mechanisches Verhalten etwa mit dem Modell eines BINGHAMschen viskosen Körpers modelliert werden kann [308], [334]. Als Folge des Entweichens von Porenfluid tritt eine Vertikalverschiebung der Oberfläche des verdichteten Lockergesteinskörpers ein. Die zu beobachtende Deformationsrate entspricht nicht dem Mechanismus der klassischen Konsolidationstheorie. KOLYMBAS unterstreicht die Notwendigkeit der Suche nach neuen Mechanismen [203].

IVANOV leitete eine Reihe von phänomenologischen Gesetzmäßigkeiten aus in situ-Beobachtungen von Verdichtungssprengungen ab und erkannte die Ähnlichkeit mit Unterwassersprengungen [189]. Der nach der Detonation entstehende Schwadenhohlraum führt etwa $n_{pls} = (2 \dots 4) [1]$ Pulsationen aus und wandert nach ihrer Entspannung im verflüssigten Lockergestein zur Oberfläche. Bei Unterwassersprengungen wird über $n_{pls} = 10 [1]$ und mehr Pulsationen berichtet [79], [300]. IVANOV hält eine intensive Verdichtung nichtbindiger Böden nur durch starke dynamische Einwirkungen, die die Struktur zerstören, für möglich. Auf die Strukturzerstörung haben vor allem die Intensität der dynamischen Einwirkung, der ursprüngliche Spannungszustand und die Ausgangslagerungsdichte des Lockergesteins einen Einfluss. IVANOV stellte fest, dass die nach der Verdichtung eintretende Lagerungsdichte von der Ausgangslagerungsdichte und nicht von der Größe der Ladung abhängt. Letztere hat gemeinsam mit weiteren geometrischen Standortparametern der Verdichtungssprengung (Ladungstiefe, Lage des Grundwasserspiegels) einen Einfluss auf die Ausdehnung der verdichteten Lockergesteinszone. Eine stärkere Verdichtung kann durch Anwendung mehrerer Sprengserien erreicht werden. Die Verdichtung des behandelten Materials selbst erfolgt nur unter Eigengewicht, womit der Einfluss des statischen Überlagerungsdruckes auf den Verdichtungserfolg unterstrichen wird. Als weiterer Einflussfaktor ist die Kornform (eckig oder kantig) und damit die Art der Kornkontakte anzusehen, welche die Möglichkeit der gegenseitigen Verschiebungen der Feststoffpartikel beeinflussen. Je unregelmäßiger die Kornform, desto unwahrscheinlicher ist das Eintreten einer maximalen Verdichtung mit nur einem Sprengdurchgang.

2.3 Bemessung von Sprengverdichtungsmaßnahmen

Obwohl über den Mechanismus von Verdichtungssprengungen bereits hypothetische Vorstellungen vorliegen, ist für die quantitative Bemessung bisher kein theoretisch fundiertes Berechnungsmodell verfügbar. In vielen Arbeiten wird versucht, das Verhalten wassergesättigter, rolliger Lockergesteine mit geringem mathematischem Aufwand vorherzusagen. Die bekannten Bemessungsregeln basieren meistens auf halbempirischen Beziehungen, die mit Hilfe von Feldmessungen an konkreten in situ-Standorten oder von Modellversuchen aufgestellt wurden. Grundlage vieler bekannter Bemessungsmethoden bildet eine heuristisch gefundene Ähnlich-

keitsregel, die auf SADOVSKY sowie HOPKINSON/CRANZ zurückgeht und das Gewicht der Sprengladung sowie die Entfernung vom Sprengpunkt, miteinander verbindet [208], [300]

$$\left(\frac{\sqrt[3]{m_{e,1}}}{d_1} \right) = \left(\frac{\sqrt[3]{m_{e,2}}}{d_2} \right) .$$

Diese empirische Gleichung beruht auf dem Prinzip der Selbstähnlichkeit eines Sprengvorganges und drückt die Äquivalenz der mechanischen Auswirkung einer Sprengladung mit dem Gewicht $m_{e,1}$ in der Entfernung d_1 und einer Sprengladung mit dem Gewicht $m_{e,2}$ in der Entfernung d_2 aus. Durch Beziehen des Gewichtes auf eine einheitliche Sprengstoffart (meistens Trinitrotoluol, TNT) entsteht die in vielen halbempirischen Bemessungsregeln anzutreffende HOPKINSONSche Zahl H

$$H = \frac{\sqrt[3]{m_{e,TNT}}}{d} ,$$

wo die Größen $m_{e,TNT}$ und d das äquivalente TNT-Ladungsgewicht und die Entfernung zum Sprengpunkt repräsentieren [300]. In empirischen Bemessungsregeln für Verdichtungssprengungen werden geeignete Formen für die Funktionen $\Upsilon_p(H)$ zur Vorhersage des Verhältnisses zwischen der sprenginduzierten Änderung des Porendruckes Δp^p und der wirksamen vertikalen Normalspannung im Korngerüst $T_{E,v}^s$ sowie $\Upsilon_u(H)$ zur Vorhersage des Verhältnisses zwischen sprenginduzierter Vertikalverschiebung Δu_v (Setzung) und Mächtigkeit H der behandelten Lockergesteinsschicht in den halbempirischen Gleichungen

$$\frac{\Delta p^p}{T_{E,v}^s} = \Upsilon_p \left(\frac{\sqrt[3]{m_{e,TNT}}}{d} \right) , \quad \frac{\Delta u_v}{H} = \Upsilon_u \left(\frac{\sqrt[3]{m_{e,TNT}}}{d} \right)$$

anhand der Ergebnisse von Feldbeobachtungen formuliert. BARENDSSEN/KOK [13] und STU-
DER/KOK [312] leiteten eine Bemessungsregel für sprenginduzierte Porenüberdrücke Δp^p und
Vertikalverschiebungen der Oberfläche Δu_v mit Hilfe einer logarithmischen Ansatzfunktion

$$\frac{\Delta p^p}{T_{E,v}^s} = 1,65 + 0,64 \cdot \ln \left(\frac{\sqrt[3]{m_{e,TNT}}}{d} \right) ,$$

$$\frac{\Delta u_v}{H} = 2,73 + 0,90 \cdot \ln \left(\frac{\sqrt[3]{m_{e,TNT}}}{d} \right)$$

aus Feldmessungen in den Niederlanden ab. In diesen Zusammenhängen muss die Masse der Sprengladung als TNT-Massenäquivalent $m_{e,TNT}$ in Kilogramm [kg], die Entfernung vom Sprengpunkt d in Meter [m] eingesetzt werden.

Aus Feldmessungen an konkreten Verdichtungsobjekten wurden Bemessungsregeln für die Reichweite d_e [m] und für den optimalen Bohrlochabstand d_d [m] von IVANOV aufgestellt [189], die auch auf dem HOPKINSON/CRANZschen Ähnlichkeitskriterium aufbauen und die folgende Form annehmen

Tabelle 2.1: Koeffizienten zur Bemessung von Verdichtungssprengungen nach IVANOV [189]

Bodenart	Bezogene Lagerungsdichte I_D [1]	D_e [m]	D_d [m]
Feinsand	0,0 – 0,2	25 – 15	5 – 4
	0,3 – 0,4	9 – 8	3
	$\succ 0,4$	$\prec 7$	$\prec 2,5$
Mittelsand	0,3 – 0,4	8 – 7	3 – 2,5
	$\succ 0,4$	$\prec 6$	$\prec 2,5$

$$d_e = D_e \cdot \sqrt[3]{m_{e,TNT}}, \quad d_d = D_d \cdot \sqrt[3]{m_{e,TNT}}.$$

Die Koeffizienten D_e und D_d wurden für unterschiedliche Lockergesteinsarten in der Tabelle 2.1 zusammengestellt. Die Masse der Sprengladung muss als TNT-Massenäquivalent $m_{e,TNT}$ in Kilogramm [kg] eingeführt werden.

In weiteren Arbeiten wird versucht, das Verhalten von Lockergesteinen unter der Einwirkung einer Sprengung durch experimentelles Nachbilden des Belastungsregimes zu erforschen. FRAGASZY/VOSS schlugen zur Untersuchung der Sprengauswirkung im Boden eine experimentelle Vorgehensweise nach einem vereinfachten Spannungswegverfahren vor und wiesen nach, dass quasistatisch eingetragene isotrope Druckbelastungen beträchtliche residuale Porenüberdrücke in gesättigten Lockergesteinsproben wecken und eine anschließende Entlastung zur totalen Verflüssigung führen kann [141]. FRAGASZY/VOSS begründen die Ursache der Verflüssigung unter isotroper Belastung mit dem isotrop-plastischen Deformationsverhalten des Korngerüstes.

STUDER/PRATER berichten über die Entwicklung einer experimentellen Einrichtung zur Stoßbelastung von Lockergesteinen [311]. Durch Untersuchungen an locker, mitteldicht und dicht gelagerten fein- und grobkörnigen Lockergesteinen mit Eintrag einer Druckwellenfront von $p = (25 \dots 150) [kPa]$ wurde das Porendruck- und Verflüssigungsverhalten beobachtet. Bei lockerer bis mitteldichter Lagerung gelang eine totale, bei dichter Lagerung nur eine partielle Verflüssigung infolge der Stoßbelastung. In einer Serie von simulierten Sprengbelastungen an der gleichen Probe wurde festgestellt, dass eine Sprengung zur Verdichtung eines locker gelagerten Bodens nicht ausreicht, um seine Verflüssigungsneigung zu beseitigen. Eine ähnliche, aber verbesserte Apparatur, mit deren Hilfe eine für Verdichtungssprengungen realistischere Druckamplitude der Stoßwelle von $p = 35 [MPa]$ erreicht wird, wurde von CHARLIE/VEYERA entwickelt [80], [339], [340]. In umfangreichen Versuchsserien an dem Feinsand MONTEREY 0/30 mit einem mittleren Korndurchmesser von $D_{s,50} = 0,45 [mm]$ wurde bei unterschiedlichen Einbaudichten beobachtet, dass Stoßbelastungen in locker gelagerten Bodenproben unterhalb einer Druckdeformationsgrenze von $\varepsilon_c = 0,005 [\%]$ keine signifikanten residualen Porendrücke sowie Verflüssigung hervorrufen können. Oberhalb dieses Schwellwertes ist die Verflüssigung von Proben sowohl bei einem oder mehreren, aufeinanderfolgenden Belastungsstößen möglich. Bei Druckdeformationen in der Größenordnung von etwa $\varepsilon_c = 0,1 [\%]$ konnten in locker gelagerten Proben bereits hohe Porendrücke und eine totale Verflüssigung mit einer Stoßwelle erzwungen werden. Zur Verflüssigung dicht gelagerter Proben lag die erforder-

liche Druckbelastung bei $\varepsilon_C = 1,0$ [%]. Aus Versuchsserien an dem Feinsand MONTEREY 0/30 erarbeiteten CHARLIE/VEYERA eine Bemessungsregel zur Vorhersage zu erwartender Porenwasserdrücke in der Sprengumgebung, die von BOLTON/DUNFORD/CHARLIE für schluffige Sande ($D_{s,50} = 0,075$ [mm]) und Schluffe ($D_{s,50} = 0,04$ [mm]) im Rahmen von vergleichenden Untersuchungen mit quasistatischer Belastung nach FRAGASZY/VOSS und mit dem Eintragen von Stoßwellen erweitert worden sind [55]. Die Untersuchungen haben gezeigt, dass der Versuchssand sich unabhängig von dem Belastungsregime der Probe etwa bei gleichen Deformationen verflüssigt hat. Der Schluff und der schluffige Sand ließen sich in quasistatischen Versuchen bei einem um eine Größenordnung niedrigeren Deformationsniveau als bei Stoßbelastung verflüssigen. Die zur Verflüssigung des schluffigen Sandes und Schluffes erforderliche Deformation war etwa fünffach höher als die des geprüften Sandes. Daraus ließ sich der Einfluss der Porenbeschaffenheit und der hydraulischen Durchlässigkeit auf den Verflüssigungsvorgang erkennen. Weiterhin hing die Größe der zu erzielten Porenwasserdrücke von der Deformationsgeschichte, dem Ausgangsspannungszustand und der Ausgangslagerungsdichte der Probe ab.

VEYERA/CHARLIE schlagen vor, die Größe der Deformationen im Lockergestein als Grundlage zur Bewertung der dynamischen Einwirkungen einer Sprengung heranzuziehen. Die Longitudinaldeformation ε_C lässt sich aus der Partikelgeschwindigkeit in longitudinaler Richtung v_C und aus der Ausbreitungsgeschwindigkeit von Kompressionswellen c_C in einem Punkt mit dem Zusammenhang

$$\varepsilon_C = \frac{v_C}{c_C}$$

abschätzen. Als Kriterium für die Beurteilung der räumlichen Ausdehnung des Bereiches nicht-elastischer Deformationen im belasteten Lockergestein, wo Verdichtungseffekte zu erwarten sind, wird von VEYERA/CHARLIE ein Deformationsschwellwert von $\varepsilon_{C,lim} = 10^{-2}$ [%] vorgeschlagen [339].

Eine weitere, umfassende Bemessungsregel wurde von KESSLER/FÖRSTER erarbeitet, die sich auf die statistische Auswertung der Ergebnisse systematischer, theoretisch fundierter Modellversuche stützen und sowohl geometrische Dimensionierungsparameter als auch bodenphysikalische Einflussgrößen beachten. Zur konkreten Form der Regel und ihrer Anwendung wird auf die Literatur verwiesen [136], [169], [197], [198].

2.4 Theoretische Vorarbeiten

Ein konsistentes theoretisches Modell zur Beschreibung des Vorganges der Sprengbelastung von Böden, das die bekannten Phänomene und insbesondere die Umsetzung der Sprengenergie in die Veränderung bodenphysikalischer Eigenschaften im belasteten Lockergesteinsmedium korrekt wiedergibt, ist bisher nicht bekannt. Zur mathematischen Beschreibung der dynamischen Vorgänge der Sprengbelastung von Lockergesteinen ist eine Reihe von theoretischen Ansätzen entstanden. Zum Belastungsvorgang aus einer Einzelsprengung liegen eine Reihe von Theorien vor, die die mechanischen Vorgänge in der unmittelbaren Umgebung einer einzelnen Sprengladung quasieindimensional betrachten und das Verhalten des wassergesättigten

Lockergesteins auf das einer idealen, *inkompressiblen* Flüssigkeit oder Einphasenkontinuum zurückführen (Nahfeldtheorien). Weiterhin sind theoretische Modelle bekannt, die den durch Sprengungen verursachten schnellen Verdichtungsvorgang eindimensional und getrennt vom Belastungsvorgang beschreiben.

Das erste bedeutsame theoretische Modell zur Beschreibung der Bewegung der Wandung eines Schwadenhohlraumes, welcher sich in einer inkompressiblen Umgebung im Vollraum aufweitet, geht auf RAYLEIGH zurück. Die Theorie von RAYLEIGH ist ein Spezialfall einer von KELLER/KOLODNER [195] sowie von TRILLING [329] voneinander unabhängig entwickelten Theorie, die auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit von isentropen Kompressionswellen in dem belasteten Medium berücksichtigt. Ihre geschlossene mathematische Problemstellung lässt sich in Form einer gewöhnlichen Differentialgleichung mit der allgemeinen Gestalt

$$\ddot{r}_0(t) + F(r_0, \dot{r}_0) \dot{r}_0^2(t) + G(r_0, \dot{r}_0) \dot{r}_0(t) = Q(r_0, \dot{r}_0)$$

angeben, wobei sich einzelne Theorien in den Koeffizienten- und Einflussfunktionen $F(r_0, \dot{r}_0)$, $G(r_0, \dot{r}_0)$, $Q(r_0, \dot{r}_0)$ sowie in den Anfangs- und Randbedingungen voneinander unterscheiden. Die Größen r_0 und \dot{r}_0 repräsentieren die eindimensionale räumliche Koordinate der Schwadenhohlraumwandung und die Geschwindigkeit der Aufweitung. Die numerische Lösung der Theorien zeigt, dass der sich aufweitende Schwadenhohlraum ein pulsierendes Verhalten aufweist. Ähnliche Untersuchungen in Verbindung mit der Auswirkung von Sprengungen und Stoßwellen in kompressiblen Medien wurden unter anderen von SEDOV [294], TAYLOR [324], [325], BRODE [72], [73] und STEINER/GRETTLER [306] durchgeführt, wobei als Sprengumgebung ideale oder reale Gase vorausgesetzt worden waren.

Erste theoretische Modelle, die auf die konkrete Beschreibung der Wirkung von Sprengungen in Böden abzielen, bilden die physikalischen Vorgänge von Stoßwellen in einem quasieindimensionalen Strömungsfeld mit ebener, zylindrischer oder kugelsymmetrischer Wellenfront nach. Die Beschreibung der volumetrischen Deformation des Lockergesteins erfolgt durch das isotrop-idealplastische Deformationsmodell des "plastischen Fluids", wie ursprünglich von RACHMATULIN vorgeschlagen, [255], [349]. Es wird angenommen, dass eine unter der Wirkung eines hohen Druckstoßes eintretende Volumendeformation bleibend ist und das Material sich im weiteren Verlauf der Bewegung inkompressibel verhält. WLODARCZYK leitete das Verhaltensmodell des "plastischen Fluids" aus einer quantitativen Analyse der Zustandsgleichung von TAIT her und legte, unter Annahme eines rein isotropen totalen Spannungszustandes, ein analytisches Modell zur Beschreibung der Ausbreitung einer quasieindimensionalen Stoßwelle als Folge der Aufweitung eines Sprengschwadenhohlraumes mit sphärischer, zylindrischer sowie planarer Symmetrie im annähernd wassergesättigten Lockergesteinsvolumen vor [349]. Unter Annahme des gleichen volumetrischen Deformationsverhaltens untersuchte KOLYMBAS die Aufweitung eines kugelsymmetrischen Schwadenhohlraumes unter anisotropen Spannungsverhältnissen [208]. In dem theoretischen Ansatz wird die Ausbreitung der Stoßwelle als starker und schwacher Stoß in einem elastischen Wellenfeld gesondert betrachtet. KOLYMBAS argumentiert, dass der Übergang zwischen beiden Ausbreitungszonen eine *materielle Fläche* sein muss. Eine quantitative Auswertung dieser speziellen Nahfeldtheorien wurde weder von WLODARCZYK noch von KOLYMBAS vorgenommen, weil die analytische Lösung der mathematischen Problemstellungen aus Singularitätsgründen versagt und eine konvergierende numerische Lösung nur mit ausgewählten Integrationsmethoden gelingt [315].

In einer späteren Arbeit modelliert KOLYMBAS die dynamische Verdichtung von rolligen Lockergesteinen im Rahmen einer neuartigen Theorie [210], in der Differenzbewegungen zwischen Korngerüst und Porenfluid über eine Diskontinuitätsfläche durch Einbeziehen Mischungstheoretischer Betrachtungen beachtet werden. Aus der Theorie geht die Schlussfolgerung hervor, dass, bedingt durch die Massenerhaltung während der Ausbreitung von Stoßwellen, nicht nur Verdichtungs- sondern auch Auflockerungseffekte eintreten müssten. In einem vereinfachten theoretischen Modell nimmt auch SAMAROV an, dass im Lockergesteinsbereich hinter der Stoßwelle eine Auflockerung eintritt, was aus der Dilatanz des fließenden Granulates hervorgeht [285]. In einem weiteren Ansatz führt SAMAROV das Konzept der effektiven Spannungen von TERZAGHI ein und untersucht die gekoppelte Bewegung des Porenfluids und des Korngerüsts [298], ohne eine Differenzbewegung zwischen den Phasen zuzulassen.

NOWACKI/RANIECKI stellten eine an das Modell von WLODARCZYK angelehnte Theorie zur Beschreibung des Mechanismus der Stoßwellenausbreitung in der Umgebung einer sphärischen Ladung unter Annahme eines isotropen Spannungszustandes vor. Zur Beschreibung des volumetrischen Kompressionsverhaltens der Phasen wurde die Zustandsgleichung von TAIT genutzt [255]. Dabei konnte die mathematische Problemstellung nicht mehr auf eine geschlossene analytische Formulierung zurückgeführt werden. Mit Hilfe der Zustandsgleichung von TAIT modellierten LUTSCHKO sowie KRYMSKII/LYAKHOV die Wirkung sphärischer Sprengladungen in Böden unter Beachtung des deviatorischen Spannungsanteils und eines plastischen Grenzzustandes für das Korngerüst [215], [235]. Besonderheit dieser Lösungsansätze ist, dass die Erhaltungsgleichungen an der Stoßwellenfront nicht explizit, sondern mit Hilfe des Konzepts der "künstlichen Viskosität" implizit in die numerische Lösung eingeführt wurden [253].

In einem weiterführenden theoretischen Ansatz wurde von NOWACKI/GUÉLIN die Theorie von NOWACKI/RANIECKI als Anfangsbedingung für das Wellenfeld einer Einzelsprengung zugrundegelegt und die Randwertaufgabe der sprenginduzierten Wellenausbreitung numerisch gelöst [256]. Als Übergangskriterium zwischen dem Stoßwellenfeld und dem stetigen Wellenfeld wurde dabei eine Druckgrenzwertbedingung gewählt. Zur Beschreibung des nichtlinearen Spannungs-Deformationsverhaltens im Korngerüst wurde ein elastoplastisches Stoffgesetz mit kinematischer Verfestigung genutzt. Eine Differenzbewegung des Korngerüsts und der Porenfüllung wurde nicht in Betracht gezogen. Obwohl über das Ergebnis einer quantitativen Analyse nicht berichtet wird, ist der Grundgedanke zur Anwendung des Ergebnisses von Nahfeldtheorien als Anfangsbedingung in einer Anfangs- und Randwertaufgabe aus praktischer Sicht wertvoll. Einige weitere Arbeiten, wie die von MANOLIS/AHMAD/BANERJEE berücksichtigen lediglich die Fernfeldantwort in der weiten Umgebung eines von Schwadengasen gefüllten Hohlraumes [238]. Das Verhalten des Wellennahfeldes wird mit einem für Sprengstoffe typischen Druck-Zeitverhalten abstrahiert. Ähnliche Betrachtungen für Festgesteine sind von BLAIR/JIANG bekannt [31]. MOLYNEAUX/LI/FIRTH untersuchten numerisch eine Einzelsprengung unter Wasser [246], die in ihrem Mechanismus große Ähnlichkeiten zu einer Sprengung in wassergesättigten Lockergesteinen zeigt. Aus den Ergebnissen numerischer Simulationen konnte eine gute Übereinstimmung der numerischen Lösung mit verfügbaren analytischen Lösungen festgestellt werden. MA/HAO/ZHOU stellten einen Ansatz für die Modellierung der Sprengbelastung von zerklüftetem und lufthaltigem Festgestein unter der Einbeziehung von Zustandsgleichungen zur Beschreibung des volumetrischen Deformationsverhaltens vor [237], in dem das gekoppelte Verhalten verschiedener, jedoch sich nicht entmischender Phasen behandelt wird.

Theoretische Arbeiten liegen nicht nur für den dynamischen Belastungsvorgang von Böden durch eine Sprengladung, sondern auch für die dynamische Konsolidation von granularen Medien im Zustand der vollständigen Verflüssigung vor. In zahlreichen theoretischen Modellen wird die Konzentrationsänderung in einer grob- bis feingranularen Festsubstanz entlang einer sich bewegenden Diskontinuitätsfläche modelliert. Gemeinsam bei diesen Ansätzen ist, dass sie von der Existenz einer propagierenden Diskontinuitätsfläche in einem Zweiphasengemisch aus Fluid und porösem Festsubstanz derart ausgehen, dass ein Sprung in den physikalischen Größen an der Diskontinuitätsfläche in beiden Phasen mit entgegengesetztem Vorzeichen erscheint und damit zu einer entgegengesetzten Bewegung der Phasen relativ zueinander über diese Separationsfläche entsteht. Oft wird die Änderung der potentiellen Energie infolge der Dichteänderung als die Energiequelle der Bewegung betrachtet. Erste Arbeiten zum dynamischen Verdichtungs-vorgang von lockeren, wassergesättigten Korngerüsten wurden von KYNCH mit der Annahme erarbeitet, dass das sedimentierende Korngerüst unendlich steif ist und die lokale Geschwindigkeit der Sedimentation nur von der lokalen Konzentration abhängt. Die Weiterentwicklungen der Theorie von KYNCH durch AUZERAIS/JACKSON/RUSSEL [5], COWIN/COMFORT [90], TILLER [327], KYTÖMAA [216] und SCOTT [293] betreffen die Einführung eines Gesetzes zur Beschreibung des Aufbaus von wirksamen Spannungen in dem sich verdichtenden Korngerüst. ABEYARATNE/KNOWLES untersuchten die Energiebilanz, welche zur Bewegung von Separationsflächen führt [1], [2]. SCOTT wendete die Theorie der dynamischen Konsolidation auf den Strömungs- und Entmischungsvorgang zwischen festen und flüssigen Magmabereichen an [292]. Die genannten theoretischen Entwicklungen nutzen einheitlich ein Mischungstheoretisches Fundament unter Einbeziehen von dynamischen Kompatibilitätsbedingungen an einer wandernden Separationsfläche.

Der erste theoretische Ansatz zur Beschreibung der rapiden Verdichtungs Vorgänge, die in Verbindung mit der Sprengbelastung von Lockergesteinen bekannt sind, wurde von KOLYMBAS als Phasenübergang an einer Diskontinuitätsfläche in einem Zweiphasenkontinuum mit inkompressiblen Phasen modelliert [203]. In einem weiteren Ansatz überführte KOLYMBAS die TERZAGHISCHE Gleichung der eindimensionalen Konsolidation in eine Wellengleichung zur Beschreibung der Ausbreitung einer Verdichtungswellenfront [211], [212]. Nach Vorstellungen von KOLYMBAS tritt die Verdichtung von Lockergesteinen in diesem Fall nicht durch eine Deformation in einem kontinuierlichen Spannungsfeld ein, wie das in klassischen Konsolidationstheorien vorausgesetzt wird, sondern erfolgt als Phasenübergang entlang beweglicher Diskontinuitätsflächen schlagartig [203], [211], [212]. An der Diskontinuitätsfläche tritt eine Separation des Korngerüsts und des Porenfluids ein. Als freie Dränagelänge wird dabei die verschwindende räumliche Ausdehnung der Diskontinuitätsfläche in Ausbreitungsrichtung betrachtet. Im Gegensatz zur klassischen Konsolidationstheorie erlaubt der Ansatz die eindimensionale Beschreibung des rapiden Konsolidationsvorganges dynamisch belasteter wassergesättigter Lockergesteine bei vollständiger Verflüssigung. KOLYMBAS gelang auch die experimentelle Bestimmung der mittleren Geschwindigkeit einer Verdichtungswelle, indem in einer Lockergesteinssäule mit einer Höhe von $H = 0,6 [m]$ innerhalb eines Zeitraumes von $t = 2 [sec]$ eine Konsolidationssetzung von $u_v = 2 [cm]$ herbeigeführt werden konnte [212]. Die in den experimentellen Untersuchungen erzielten Messungen beweisen eindeutig, dass die rapide, dynamische Konsolidation von stark entfestigten und hydraulisch gut durchlässigen Lockergesteinen physikalisch möglich ist. Eine Verbindung zwischen dieser Konsolidationstheorie und seiner auf ähnlicher theoretischer Basis fundierten Nahfeldtheorie einer Einzelsprengung erstellte KOLYMBAS in [210] allerdings nicht.

Die genannten theoretischen Arbeiten auf dem Gebiet der Sprengverdichtung von Lockergesteinen haben oft einen eher qualitativen als einen quantitativen Charakter. Die vorgelegten theoretischen Arbeiten modellieren nur Teilprozesse des Gesamtvorganges, und kein theoretischer Ansatz ist bisher bekannt, der die aufeinander folgende Ent- und Verfestigung des Lockergesteins in einem Modell zu beschreiben vermag. Oft fehlt auch die experimentelle Verifizierung der erzielten quantitativen Ergebnisse. Systematische quantitative Auswertungen sowie Sensitivitätsanalysen zur Wirksamkeit und Verdichtungswirkung von Sprengungen in Lockergesteinen sind praktisch nicht oder nur begrenzt brauchbar. Aus den bekannten theoretischen Vorarbeiten zu mechanischen Vorgängen bei der Sprengverdichtung von Lockergesteinen geht jedoch klar hervor, dass die Zusammenführung der bekannten Modelle in einer konsistenten, neuen Theorie nur auf dem einheitlichen theoretischen Fundament einer Theorie poröser Medien möglich ist.

2.5 Zusammenfassende Betrachtungen zum Stand des Wissens

Die Verbesserung ungünstiger Baugrundverhältnisse ist durch Verdichtung von wassergesättigten Lockergesteinen mit Hilfe entsprechend angeordneter Sprengladungen möglich. Das Verfahren der Sprengverdichtung ist wirtschaftlich und geeignet, Lockergesteinsmassen mit großer flächenhafter Ausdehnung bis in große Tiefen zu vergüten. Das Ziel des zu erreichenden Verdichtungsmaßes sollte dabei über die *mitteldichte Lagerung* nicht wesentlich hinausgehen. Die Verdichtbarkeit von Lockergesteinen bedingt einen ausreichend hohen Grad der Wassersättigung. Die Wirksamkeit von Verdichtungssprengungen wächst mit zunehmender Tiefe an. Die Verdichtungswirkung kann mit mehreren Sprengungen an einem Standort begrenzt gesteigert werden. Der zu Verdichtungssprengungen vorliegende wissenschaftliche Erkenntnisstand beinhaltet im Einzelnen

- *phänomenologische Beobachtungen* und *hypothetische Vorstellungen* über den Mechanismus von Verdichtungssprengungen in wassergesättigten Lockergesteinen, die in umfangreichen Feld- sowie Modellversuchen bestätigt wurden;
- *empirische Zusammenhänge zur Bemessung von Verdichtungssprengungen*, die meistens auf der Grundlage von Feldmessungen unter konkreten in situ-Bedingungen kalibriert oder bestätigt werden müssen und nur wenige geotechnische Standortbedingungen exakt in Betracht ziehen;
- *technische Lösungen* für die laborative Untersuchung des undrainierten Verhaltens von Lockergesteinen unter quasistatischer Belastung und Stoßwellenbelastung zur Quantifizierung von halbempirischen Gesetzmäßigkeiten;
- *theoretische Modelle*, die den Vorgang der Sprengbeanspruchung von wassergesättigten Lockergesteinen *stark abstrahiert* und nur unter speziellen Bedingungen erfassen. Aus den bisher bekannt gewordenen theoretischen Vorarbeiten ist ersichtlich, dass sich diese entweder auf die Beschreibung des Stoßwellenfeldes in der unmittelbaren als inkompressibel sowie kompressibel vorausgesetzten Sprengumgebung oder auf die Modellierung der dynamischen Konsolidation in der Verdichtungsphase beschränken.

Zum gegenwärtigen Erkenntnisstand ist *eine umfassende Theorie zur zufriedenstellenden Erfassung des gekoppelten dynamischen Verhaltens von teil- und vollgesättigten Lockergesteinen von der Sprengbelastung des Lockergesteins bis hin zum eintretenden Verdichtungseffekt nicht bekannt*. Zur praktischen Anwendung von Verdichtungssprengungen wäre eine experimentell verifizierte rechnerische Methode für Bemessung und Optimierung aus wirtschaftlicher Sicht sehr bedeutsam.

Die weiterführende wissenschaftliche Untersuchung der Sprengverdichtung erfordert zunächst die experimentell gestützte Klärung des Mechanismus der Sprengbelastung von verdichtbaren Lockergesteinen. Die resultierenden Erkenntnisse sollten zu einer neuen Hypothese über den mechanischen Vorgang führen und die wesentlichen physikalischen Vorgänge aufzeigen, welche in der mathematischen Modellierung von Verdichtungssprengungen im Rahmen einer neuen Theorie berücksichtigt werden müssen. Die Theorie muss an den vorliegenden experimentellen Ergebnissen verifiziert werden können. Dieses Vorgehen wurde in den vorliegenden Untersuchungen gewählt.

Kapitel 3

Experimentelle Untersuchung von Sprengungen in Lockergesteinen

Mit dem Ziel, den Sprengverdichtungsprozess experimentell zu erforschen, wurde eine Serie von Modellversuchen in der von KESSLER speziell für diesen Zweck errichteten und in [197], [198] detailliert dokumentierten 1g-Modellversuchsanlage konzipiert und durchgeführt. Die 1g-Modellversuchsanlage bietet mit ihren Abmessungen den großen Vorteil, dass sie Modellversuche in großem geometrischem Maßstab ermöglicht. Damit sind die Ergebnisse eines Modellversuchs mit denen eines kleinen Feldversuchs mit zusätzlichem direktem experimentellem Zugang zum modellierten Prozess vergleichbar. Durch Nutzung einer intensiven bodendynamischen Instrumentation und eines umfangreichen geotechnischen, geodätischen und geophysikalischen Messprogramms konnte ein hohes Erkenntnisniveau zur Kinematik und Dynamik der Belastung eines rolligen Lockergesteins nach der Detonation einer Einzelladung erzielt werden.

Die Konzeption der Modellversuche hatte das Ziel, den Verdichtungsprozess bei geometrischer Verkleinerung repräsentativ abzubilden und die damit verbundenen Phänomene quantitativ aufzuklären. Erste Modellversuche zur Untersuchung der Sprengverdichtung in geometrisch verkleinerter Nachbildung sind von IVANOV [189] bekannt, der Sprengungen in einem zylindrischen Metallbehälter mit $D = 2 [m]$ Durchmesser durchgeführt hat. Durch starre Ausführung der Wände verhielten sich die Ränder des Modells als energieundurchlässige, reflektierende Berandungen und trotz einer klein bemessenen Sprengladung von $m_e = 2,5 [g]$ gelang es nicht, eine mechanische Ähnlichkeit zwischen dem Modell- und dem in situ-Vorgang zu erzielen. Die Ausbildung einer dämpfenden Berandung mit Hilfe einer Geotextilschicht beachteten im Rahmen von Modellversuchen DOWDING/HRYCIW [122], deren Ziel die Optimierung des Sprengverdichtungsverfahrens durch Einschätzung der Effizienz einer optimalen Ladungsteilung und Zeitverzögerung war. Bei einem sehr kleinen geometrischen Modellmaßstab bot der Modellversuch analoge, für die Sprengbelastung von Lockergesteinen charakteristische Erscheinungen, wie sie aus in situ-Beobachtungen bekannt sind. Mit dem Ziel der Beobachtung bodendynamischer Vorgänge in der Umgebung von Verdichtungssprengungen und der Aufstellung einer praktisch anwendbaren, halbempirischen Bemessungsregel wurden von KESSLER theoretisch fundierte Modellversuche durchgeführt [197], in denen sich eine sehr gute Nachbildung des Prototypvorganges abzeichnete.

Bei der Gestaltung der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Modellversuche wurden umfangreiche Erfahrungen aus der Literatur, aus bisherigen Modelluntersuchungen wie von IVANOV [189], KESSLER [197], [198], DOWDING/HRYCIW [122] sowie aus Feldversuchen wie von RAJU [276], [277], [278], GUDEHUS/KUNTZE/RAJU/WARMBOLD [161] und FRIEDRICH/KRÜGER [143] verwertet. Nach Ausführungen über die theoretische Begründung des Modells mit dimensionsanalytischen Betrachtungen wird im Folgenden auf die Ausrüstung und Versuchsmethodik, auf die Bemessung der Modellsprengung sowie auf die Darstellung der erzielten Ergebnisse eingegangen, die zu fundamentalen Erkenntnissen zum Mechanismus einer verdämmten Einzelsprengung in annähernd wassergesättigtem Lockergestein führen.

3.1 Dimensionsanalyse und ähnlichkeitstheoretische Betrachtungen

Modellversuche bieten die Möglichkeit, theoretische Vorstellungen über den Mechanismus des Sprengverdichtungsvorganges und mathematische Modelle bei einem erheblich niedrigeren Aufwand als in Feldversuchen zu überprüfen. Zur Abbildung eines Prototypvorganges in einen Modellvorgang sind ähnlichkeitstheoretische Betrachtungen erforderlich, in denen Eigengesetzlichkeiten des mechanischen Vorganges beachtet werden müssen. Ausgehend vom Hauptsatz der Dimensionsanalyse wird im Folgenden die Güte der Abbildung des Prototypvorganges einer in Lockergesteinen ausgelösten Einzelsprengung in einem geometrisch verkleinerten Modellvorgang beurteilt und die Frage der quantitativen Verbindung zwischen den physikalischen Größen im Prototyp und im Modell untersucht. Die ähnlichkeitstheoretischen Betrachtungen zeigen, dass in der geotechnischen Modellierung die für Lockergesteine in situ typischen Phänomene ebenso eine wichtige Rolle spielen.

3.1.1 Modellgestaltung mit Hilfe der Ähnlichkeitstheorie

Die theoretische Fundierung eines Modellversuches besteht in der mathematischen Verbindung der physikalischen Größen eines Prototypvorganges mit denen eines geometrisch verkleinerten Modells. Ausgehend vom II-Theorem von DROBOT als theoretische Grundlage wird die Anwendung der Ähnlichkeitstheorie und der Dimensionsanalyse auf Problemstellungen der Mechanik von KASPRCZAK/LYSIK/Rybaczuk [194] sowie auf geotechnische Problemstellungen von DMITRUK/LYSIK [117] und BUTTERFIELD [74] diskutiert. Vorteil des dargelegten Vorgehens ist, dass theoretische Betrachtungen zur Ähnlichkeit vom Prototyp und Modell ohne Kenntnis einer detaillierteren Theorie zum modellierten Vorgang erarbeitet werden können. Aus der Ähnlichkeitstheorie gehen Ähnlichkeits- oder Maßstabsfaktoren hervor, die die Beurteilung der Güte der Abbildung des Prototypvorganges im Modell ermöglichen und deren Umsetzung bei der Modellgestaltung zumindest für die wichtigen physikalischen Einflussgrößen des betrachteten Vorganges anzustreben ist.

3.1.2 Der Hauptsatz der Dimensionsanalyse

Ziel einer theoretischen Formulierung ist, einen physikalischen Vorgang oder Zustand durch ein exaktes oder ein heuristisches mathematisches Modell idealisiert zu beschreiben. In allgemeiner Form enthält ein mathematisches Modell eine Reihe von dimensionsbehafteten physikalischen

Einflussgrößen $\phi_i, i = (1 \dots m)$, die das Verhalten einer Zielgröße ϕ_0 über eine Antwortfunktion $\Phi(\phi_i)$ beeinflussen

$$\phi_0 = \Phi(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m) .$$

Eine Antwortfunktion $\Phi(\phi_i)$, die einen Naturprozess beschreibt, muss die Bedingungen der Dimensionshomogenität und Dimensionsinvarianz erfüllen [117]. Im Sinne des Hauptsatzes der Dimensionsanalyse (das Π -Theorem) lassen sich aus den Argumenten ϕ_i der Funktion $\Phi(\phi_i)$ eine Reihe von Größen $\phi_a, a = (1 \dots r)$ mit einer linear unabhängigen Dimension auswählen, die eine Dimensionsbasis bilden. Durch Bestimmung von Exponenten $\mu_{a,b}$ können die Zielgröße $\phi_0, b = 0$ und die verbliebenen $s = (m - r)$ dimensionsabhängigen Größen $\phi_b, b = (1 \dots s)$ mit der Transformation

$$(3.1) \quad \Pi_{\phi_b} = \frac{\phi_b}{\prod_{a=1}^r (\phi_a)^{\mu_{a,b}}} , b = (0 \dots s)$$

in dimensionslose Größen $\Pi_{\phi_0}, b = 0$ und $\Pi_{\phi_b}, b = (1 \dots s)$ überführt werden. Durch die Dimensionstransformation kann die Funktion $\Phi(\phi_i), i = (1 \dots m)$ in die Form $\Phi_{\Pi}(\Pi_{\phi_j}), j = (1 \dots s)$ gebracht werden, indem die Anzahl unabhängiger Variablen m um die Anzahl der Basisvariablen r in der Dimensionsbasis vermindert wird

$$(3.2) \quad \Pi_{\phi_0} = \Phi_{\Pi}(\Pi_{\phi_1}, \Pi_{\phi_2}, \dots, \Pi_{\phi_s}) .$$

Die Dimensionstransformation nach Gleichung (3.1) kann ausgeführt werden, wenn die relevanten physikalischen Einflussgrößen ϕ_i für einen bestimmten Vorgang abgegrenzt worden sind, und bedarf nicht der Kenntnis der exakten Gestalt der Antwortfunktion $\Phi(\phi_i)$.

3.1.3 Ähnlichkeitstheoretische Betrachtungen

Die physikalischen Größen eines Prototypvorganges ϕ_i erscheinen in einem Modellvorgang als äquivalente physikalische Modellgrößen $\check{\phi}_i, i = (1 \dots m)$, die das Verhalten einer Modellzielgröße $\check{\phi}_0$, über eine der Antwortfunktion $\check{\Phi}(\check{\phi}_i)$ des Prototypvorganges äquivalente Antwortfunktion des Modellvorganges $\check{\Phi}(\check{\phi}_i)$ beeinflussen

$$\check{\phi}_0 = \check{\Phi}(\check{\phi}_1, \check{\phi}_2, \dots, \check{\phi}_m) .$$

Mit Hilfe des Π -Theorems können die Zielgröße $\check{\phi}_0$ und die dimensionsbehafteten Einflussgrößen $\check{\phi}_i$ der Antwortfunktion des Modellvorganges $\check{\Phi}(\check{\phi}_i)$ durch Festlegung einer dem Prototypvorgang äquivalenten Dimensionsbasis $\check{\phi}_a, a = (1 \dots r)$ und Nutzung der Exponenten $\mu_{a,b}$ in eine dimensionslose Form $\check{\Pi}_{\check{\phi}_0}, b = 0$ und $\check{\Pi}_{\check{\phi}_b}, b = (1 \dots s)$ mit der Transformation

$$(3.3) \quad \check{\Pi}_{\check{\phi}_b} = \frac{\check{\phi}_b}{\prod_{a=1}^r (\check{\phi}_a)^{\mu_{a,b}}} , b = (0 \dots s)$$

entsprechend Gleichung (3.1) überführt werden. Analog zur Gleichung (3.2) kann die Antwortfunktion des Modellvorganges $\check{\Phi}(\check{\phi}_i)$, $i = (1 \dots m)$ in die Form $\check{\Phi}_{\Pi}(\check{\phi}_j)$, $j = (1 \dots s)$ vereinfacht werden und lautet

$$\check{\Pi}_{\phi_0} = \check{\Phi}_{\Pi}(\check{\Pi}_{\phi_1}, \check{\Pi}_{\phi_2}, \dots, \check{\Pi}_{\phi_s}) .$$

Zur Bildung eines konkreten Modells werden Ähnlichkeitsfaktoren zwischen den physikalischen Größen des Prototyps ϕ_i und des Modells $\check{\phi}_i$ eingeführt. Die Zielgröße wird mit dem Ähnlichkeitsfaktor β_{ϕ_0} , die physikalischen Größen der Dimensionsbasis mit den Ähnlichkeitsfaktoren α_{ϕ_a} , die weiteren physikalischen Größen mit Ähnlichkeitsfaktoren β_{ϕ_b} verbunden

$$(3.4) \quad \begin{aligned} \check{\phi}_0 &= \beta_{\phi_0} \phi_0 , \\ \check{\phi}_a &= \alpha_{\phi_a} \phi_a , \quad a = (1 \dots r) , \\ \check{\phi}_b &= \beta_{\phi_b} \phi_b , \quad b = (1 \dots s) . \end{aligned}$$

Die Forderung für eine *perfekte Abbildung* eines Prototypvorganges in einem Modell ist, dass sämtliche dimensionslose Einflussgrößen Π_{ϕ_b} zwischen Modell und Prototyp miteinander übereinstimmen

$$(3.5) \quad \Pi_{\phi_b} = \check{\Pi}_{\phi_b} , \quad b = (1 \dots s) .$$

Durch Einführen der Gleichungen (3.1) und (3.3) in die linke und rechte Seite der Bedingung (3.5) und Nutzen der Verbindung der physikalischen Größen mit Ähnlichkeitsfaktoren aus Gleichungen (3.4)₁₋₃ erhält man den Zusammenhang

$$(3.6) \quad \beta_{\phi_b} = \prod_{a=1}^r (\alpha_{\phi_a})^{\mu_{a,b}} , \quad b = (1 \dots s)$$

für die Bestimmung der Ähnlichkeitsfaktoren. Die Wahl der Ähnlichkeitsfaktoren α_{ϕ_a} , $a = (1 \dots r)$ für die physikalischen Größen der Dimensionsbasis ist frei. Das kann bei der Modellgestaltung gezielt ausgenutzt werden. Aus der Forderung der perfekten Abbildung des Prototyps im Modell werden alle weitere Faktoren der Ähnlichkeitstransformation β_{ϕ_b} , $b = (0 \dots s)$ festgelegt. Über die Güte der Modellbildung entscheidet, inwiefern die Ähnlichkeitsforderungen aus den Maßstabsfaktoren β_{ϕ_b} eingehalten werden können. Eine unmittelbare quantitative Verbindung zwischen den Zielgrößenwerten eines Modells und seines Prototyps ist mit dem Ähnlichkeitsfaktor der Zielgröße β_{ϕ_0} aus der Gleichung

$$\beta_{\phi_0} = \prod_{a=1}^r (\alpha_{\phi_a})^{\mu_{a,0}}$$

nur gegeben, wenn die aus den Gleichungen (3.4)₁₋₃ und (3.6) resultierenden Ähnlichkeitskriterien restlos erfüllt sind. Aus verschiedenen Gründen gelingt die Gestaltung eines derartigen perfekten Abbildmodells in der Modellpraxis jedoch selten, und es sollte zumindest das Einhalten der Ähnlichkeitskriterien relevanter physikalischer Größen angestrebt werden, die für den Prototyp- und Modellvorgang ausschlaggebend sind. Wenn in einem Modell nur ein Teil der Ähnlichkeitskriterien erfüllt ist, sind zusätzliche Betrachtungen zur Übertragung quantitativer Modellversuchsergebnisse auf den Prototyp notwendig.

Das hier vorgestellte Verfahren wird im Folgenden zur Beurteilung der Qualität der Nachbildung von Verdichtungssprengungen in der 1g-Modellversuchsanlage und der quantitativen Verbindung zwischen physikalischen Größen des Modellvorganges und eines äquivalenten Prototypvorganges genutzt.

3.1.4 Ähnlichkeitsbetrachtungen zur Modellierung von Sprengungen in Lockergesteinen

Bei der Anwendung ähnlichkeitstheoretischer Betrachtungen auf das Modell eines konkreten physikalischen Vorganges ist die Festlegung einer für den Charakter des Vorganges relevanten Dimensionsbasis erforderlich. Die Auswahl der Basisvariablen ist für die Modellbildung wegen der Entwicklung von Ähnlichkeitsfaktoren aus den Gleichungen (3.4)₁₋₃ und (3.6) entscheidend und hat damit auch unter dem Gesichtspunkt zu erfolgen, welche Ähnlichkeitsbedingungen in dem Modell eingehalten werden können und müssen. Bei der Auslegung der Dimensionsbasis sollte beachtet werden, dass insbesondere für die einzusetzenden Modellmaterialien keine unerfüllbaren Forderungen entstehen, weil ihre Substituierung ein kompliziertes und oft unlösbares Problem darstellt. Unter Berücksichtigung dieser Argumente wurde die folgende Dimensionsbasis zur Beurteilung der Modellqualität einer Verdichtungssprengung in der 1g-Modellversuchsanlage gewählt:

- **Geometrische Länge r:** Zur geometrischen Transformation aus dem Prototypvorgang ins Modell ist ein geometrischer Modellmaßstab erforderlich. Bedingt durch versuchstechnische Gegebenheiten lag die realisierbare Größe des geometrischen Modellmaßstabes bei der Planung von Modellversuchen im Bereich $\alpha_r = (0,05 \dots 0,2)$ [1];
- **Dichte ρ :** Die Dichte des Lockergesteins bildet eine wichtige mechanische Zustandsgröße für die Beurteilung der Wirksamkeit einer Sprengung im Lockergestein. Um unerfüllbare Forderungen zur Transformation der Dichte der wichtigsten Modellmaterialien Boden und Wasser zu umgehen, wurde der Modellmaßstab der Dichtetransformation in der Modellbildung mit $\alpha_\rho = 1$ [1] festgelegt;
- **Spannung T:** Das Lockergesteinsverhalten wird durch das Niveau herrschender Spannungen zu Beginn und während des Belastungsvorganges bestimmt. Der Ähnlichkeitsfaktor der Spannungstransformation ist ein sehr wichtiges Maß für die Modellqualität. In einer 1g-Modellversuchsanlage tritt zwangsweise eine Verminderung des Ausgangsspannungszustandes gegenüber den Prototypbedingungen durch den geometrischen Modellmaßstab ein. Trotz der Verkleinerung der Größe der Sprengladung wird jedoch der Detonationsdruck der Schwadengase nicht herabgemindert (siehe Abschnitte 3.2.4 und 4.2). Der Ähnlichkeitsfaktor der Spannungstransformation beträgt in Gebieten des Modells, in

Tabelle 3.1: Ähnlichkeitsfaktoren und Exponenten der Dimensionstransformation

Dimensionsbasis ϕ_a :		Dichte ρ	Spannung T	Längenmaß r	Nahzone	Fernzone
Grundmaßstabsfaktoren:		Dichte ρ : α_ρ Spannung T : α_T Längenmaß r : α_r			1,0	1,0
					1,0	0,1
					0,1	0,1
Physikalische Größen ϕ_b :		$\mu_{\rho,b}$	$\mu_{T,b}$	$\mu_{r,b}$	β_{ϕ_b}	β_{ϕ_b}
Dimensionslose Größen ϕ [1]		0,0	0,0	0,0	1,0	1,0
Länge L [m]		0,0	0,0	1,0	0,1	0,1
Fläche A [m ²]		0,0	0,0	2,0	0,01	0,01
Volumen V [m ³]		0,0	0,0	3,0	0,001	0,001
Masse m [kg]		1,0	0,0	3,0	0,001	0,001
Zeit t [s]		0,5	-0,5	1,0	0,1	$3,162 \cdot 10^{-1}$
Frequenz f [s ⁻¹]		-0,5	0,5	-1,0	10,0	3,1620
Dichte ρ [kg/m ³]		1,0	0,0	0,0	1,0	1,0
Spannung T [N/m ²]		0,0	1,0	0,0	1,0	0,1
Kraft F [N]		0,0	1,0	2,0	0,01	0,001
Verschiebung u [m]		0,0	0,0	1,0	0,1	0,1
Geschwindigkeit v [m/s]		-0,5	0,5	0,0	1,0	$3,162 \cdot 10^{-1}$
Beschleunigung a [m/s ²]		-1,0	1,0	-1,0	10,0	1,0
Viskosität ζ [kg/m·s]		0,5	0,5	1,0	0,1	$3,162 \cdot 10^{-2}$
Dynamische Viskosität μ [m ² /s]		-0,5	0,5	1,0	0,1	$3,162 \cdot 10^{-2}$
Impuls I [Ns]		0,5	0,5	3,0	0,001	$3,162 \cdot 10^{-4}$
Spezifischer Impuls I_{spc} [Ns/kg]		-0,5	0,5	0,0	1,0	$3,162 \cdot 10^{-1}$
Drall M [Nm·s]		0,5	0,5	4,0	0,0001	$3,162 \cdot 10^{-5}$
Spezifischer Drall M_{spc} [Nm·s/kg]		-0,5	0,5	1,0	0,1	$3,162 \cdot 10^{-2}$
Energie E [J]		0,0	1,0	3,0	0,001	0,0001
Spezifische Energie E_{spc} [J/kg]		-1,0	1,0	0,0	1,0	0,1

denen sich der Spannungszustand vom Anfangsspannungszustand sehr weit entfernt und der Deformationsvorgang mehr durch die sprenginduziert eingetragenen Spannungen als von den Anfangsbedingungen beeinflusst wird $\alpha_T = 1$ [1]. Diese Bedingungen gelten in der unmittelbaren Nachbarschaft der Sprengladung (*Nahzone*). Die Ausdehnung der Nahzone ist wegen der großen geometrischen Dämpfung und Materialdämpfung auf die enge Umgebung der Sprengladung begrenzt. In Gebieten des Modells, in denen sich die durch die Belastung eingetragenen Spannungen in der Größenordnung des Ausgangsspannungszustandes bewegen und der Einfluss der Ausgangsbedingungen auf den Deformationsvorgang ausschlaggebend auswirkt, ist der Ähnlichkeitsfaktor für die Spannungen gleich dem der geometrischen Abbildung $\alpha_T = \alpha_r$. Diese Bedingung trifft in Gebieten der Sprengumgebung zu, die fernab der Nahzone liegen (*Fernzone*). Im Gegensatz zu der Nahzone ist die Ausdehnung der Fernzone groß.

Die Tabelle 3.1 enthält die Exponenten $\mu_{a,b}$ und die sich ergebenden Ähnlichkeitsfaktoren für eine Reihe von physikalischen Größen, die die Einwirkung einer Sprengung auf das Lockergestein signifikant beeinflussen. Zur Demonstration der Ähnlichkeitstransformation zwischen dem Modell und einem fiktiven Prototyp wurden die Ähnlichkeitsfaktoren für die Basisvariablen der geometrischen Transformation und der Dichtetransformation mit $\alpha_r = 0,1$ [1] und $\alpha_\rho = 1,0$ [1], die Ähnlichkeitsfaktoren der Spannungstransformation in der Nahzone mit $\alpha_T = 1,0$ [1] und in der Fernzone mit $\alpha_T = 0,1$ [1] festgelegt. Aus den berechneten Maßstabsfaktoren lassen sich Rückschlüsse auf die Qualität des Modells ableiten:

- **Modellmaterial:** Die Lockergesteinsphasen des Modellmaterials sollen die gleiche Dichte aufweisen wie das Material im Prototyp. In der Viskosität der Phasen wäre eine Verminderung um den Faktor des geometrischen Modellmaßstabes in der Nahzone und eine noch stärkere Abminderung in der Fernzone erforderlich. Die gleichzeitige Erfüllung der Ähnlichkeitsforderungen der Dichte und der Viskosität ist nicht möglich. Bei Anwendung eines realen Bodens als Fest-, von Wasser als Fluid- und Luft als Gasphase

wird die Ähnlichkeitsforderung der Dichte eingehalten, die der Viskosität jedoch verletzt. Im Ergebnis der Beobachtungen am Modell entsteht damit in Bereichen mit hohen Deformationsraten in der Nahzone eine dem geometrischen Maßstabsfaktor, in der Fernzone eine dem Quadratwurzel des geometrischen Maßstabsfaktors indirekt proportionale Überhöhung der Spannung aus der Viskosität.

- **Kinematik des Vorganges:** Die im Modell verstreichende Zeit ist um den geometrischen Modellmaßstab *kürzer* als im Prototyp, und die auftretenden Frequenzen sind um den gleichen Maßstab *größer*. Die Ähnlichkeitstransformation der Geschwindigkeit ergibt identische Geschwindigkeiten unter Prototyp- und Modellbedingungen. Gleichzeitig resultiert daraus die Forderung, dass die hydraulische Durchlässigkeit des Lockergesteins der des in situ-Bodens gleich sein muss. Im Modell ist mit um den geometrischen Modellmaßstab geringeren Verschiebungen und größeren Beschleunigungen als im Prototyp zu rechnen;
- **Energie und Impuls:** Wegen des identischen Maßstabsfaktors der Dichte in der Nah- und Fernzone $\alpha_\rho = 1 [1]$ wird die Abbildung des spezifischen Impulses I_{spc} und der spezifischen Energie E_{spc} zwischen Prototyp und Modell nur durch die Abbildung der Spannung bestimmt. In der Nahzone sichert der Maßstabsfaktor der Spannungstransformation von $\alpha_T = 1 [1]$, dass der spezifische Impuls I_{spc} und die spezifische Energie E_{spc} zwischen Prototyp und Modell äquivalent sind und die verfügbare spezifische Formänderungsarbeit korrekt abgebildet wird. Die Anregung der Fernzone aus der Nahzone erfolgt mit einer Intensität, die durch den Maßstabsfaktor der Spannungstransformation in der Nahzone $\alpha_T = 1 [1]$ vorgegeben wird. Aus der Abminderung der Spannungen in der Fernzone mit $\alpha_T = \alpha_r$ resultieren jedoch niedrigere Ähnlichkeitsfaktoren für den eingetragenen spezifischen Impuls und spezifische Energie. In der Fernzone entsteht damit eine *größere Belastung des Lockergesteins*, als die für ein exaktes Modell erwünscht wäre.
- **Sprengstoffart:** Der Maßstabsfaktor der spezifischen Energie E_{spc} in der Nahzone fordert, dass die spezifische Energie des eingesetzten Modellsprengstoffes dem des im Prototyp eingesetzten Sprengstoffes gleichgesetzt werden muss. Damit ist die Anwendung eines gewöhnlichen Sprengstoffes erforderlich, wobei wegen der Detonationseigenschaften bei kleinen Sprengstoffmengen homogene Einkomponentensprengstoffe bevorzugt werden müssen [169], [191]. Der Maßstabsfaktor der spezifischen Energie in der Fernzone zeigt gleichzeitig, dass die spezifische Energie des Sprengstoffes zur perfekten Abbildung des Sprengbelastungsvorganges mit dem Maßstabsfaktor der geometrischen Transformation vermindert werden müsste.

Aus den Ähnlichkeitsforderungen geht hervor, dass bei Vernachlässigung der Forderung der Viskositätsverminderung und Einhaltung der weiteren Maßstabsfaktoren in der *Nahzone* der Sprengladung ein annähernd exaktes Modell des Prototypvorganges geschaffen werden kann. In der Fernzone der Sprengladung entsteht wegen des erhöhten Einflusses der Spannungsverminderung eine vergrößerte Störung des Lockergesteins, wodurch die räumliche Ausdehnung der Verdichtungszone im Modell größer ausfallen kann, als es mit dimensionslosen Größen im Prototyp der Fall wäre. Die Ergebnisse des Modellversuches in der Nahzone der Sprengung gelten für eine geometrisch ähnliche Sprengung unter Prototypbedingungen annähernd gut. Die Messergebnisse in der *Fernzone* der Ladung sollten mit Hilfe der hergeleiteten Ähnlichkeitsfaktoren

nicht unmittelbar auf Prototypbedingungen angewendet werden. Die Verbindung von Modell und Prototyp bedarf einer sowohl unter Modell- als auch unter Prototypbedingungen verifizierten Theorie.

3.2 Experimentelle Modellgestaltung

Bei der Konzeption der Modellversuche wurden die aus der praktischen und experimentellen Erfahrung bereits bekannten Erscheinungen des Sprengverdichtungsvorganges in dem messtechnischen Vorgehen berücksichtigt. Die eingesetzten Messsysteme und Messungen wurden auf die Klärung folgender Prozesse abgestimmt:

- **Bodendynamische Kurzzeiteffekte:** Klärung des Mechanismus der dynamischen Belastung des Lockergesteins durch Erfassen bodendynamischer Feldgrößen in dem erzwungenen Wellenfeld;
- **Bodendynamische Langzeiteffekte und Verdichtung:** Untersuchung des Mechanismus der Verdichtung im Lockergestein durch Erfassen bodendynamischer Feldgrößen über einen längeren Zeitraum nach der Sprengung;
- **Änderung bodenphysikalischer Eigenschaften:** Erfassen des zeitabhängigen Verlaufes und der räumlichen Verteilung der Veränderung bodenphysikalischer Eigenschaften.

Ausgangspunkt der Konzeption für die Modellversuche waren Ergebnisse aus Modelluntersuchungen von KESSLER, die mit ähnlicher Zielstellung durchgeführt wurden [197], [198]. Im Folgenden wird nach der kurzen Beschreibung der $1g$ -Modellversuchsanlage und der eingesetzten Messverfahren auf das Vorgehen bei der Versuchsdurchführung sowie auf die Auswahl des Modellsprengstoffes und des Modellmaterials eingegangen. Bei der Gestaltung der Messsysteme und der Auslegung des messtechnischen Ablaufes wurde ein optimales Ausnutzen des verfügbaren Informationsumfanges angestrebt.

3.2.1 Versuchsanlage und Versuchstechnik

Die $1g$ -Modellversuchsanlage zur Untersuchung des Vorganges der Sprengbelastung von Lockergesteinen wurde speziell für diesen Zweck von KESSLER entwickelt und errichtet. Im Folgenden wird eine kurze Darstellung der Versuchsanlage gegeben, für eine detaillierte Beschreibung sei auf die Referenz [197] verwiesen. Eine schematische Darstellung der Anlage und die prinzipielle Methodik der Versuchsdurchführung ist aus Bild 3.1 ersichtlich. Der Versuchsstand besteht aus einem im Inneren mit Geotextil beschichtetem Holztrög der Größe $L = 5 \times W = 5 \times H = 2 [m]$, der in einen wasserdichten Stahlbetontrog mit den Abmessungen von $L = 6 \times W = 6 \times H = 2,50 [m]$ eingehängt ist. Zusätzlich steht ein Stahlbetonvorratsbehälter mit $V \approx 60 [m^3]$ Fassungsvermögen als Lagerraum für das eingesetzte Modellmaterial zur Verfügung.

Durch Füllen des Stahlbetontroges mit Wasser kann ein freier Wasserspiegel in dem Holztrög in einer beliebigen Höhe eingestellt werden. Das Wasser wird über ein unter dem Holzausbau verlegtes Leitungssystem eingefüllt. Die Rate des Wasseranstieges ist über eine automatisierte

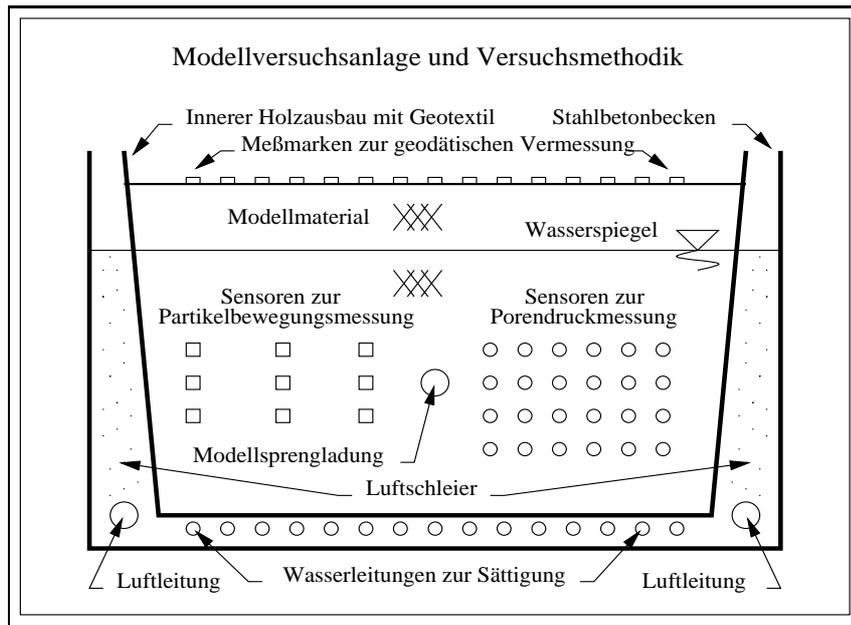


Abbildung 3.1: **Schematische Darstellung der Modellversuchsanlage und der Versuchsmethodik**

Sättigungsanlage kontrollierbar. Die Versuchsanlage kann mit einem beliebigen Lockergestein als Versuchsmaterial über eine trichterartige, verfahrbare Einbauvorrichtung durch Einrieseln befüllt werden. Der Massenumschlag zwischen Vorratsbehälter und dem Versuchstand erfolgt beim Ein- und Ausbau mit einem Greiferbagger. Die Duktilität des Holzbausatzes garantiert eine stark dämpfende Wirkung gegenüber einer dynamischen Anregung, wodurch die Berandung des Holztröges die versuchstechnische Umsetzung einer stillen (energieschlüssigen) Randbedingung im Korngerüst des eingesetzten Modellbodens sichert. Die zusätzliche Schaffung eines Luftschiefers im Randbereich des Modells während der Beobachtung dynamischer Vorgänge setzt die stille Randbedingung für das Porenfluid im Experiment um. Stille Randbedingungen sind eine grundlegende Voraussetzung für die Modellierung von bodendynamischen Vorgängen in einem Ähnlichkeitsmodell.

Die messtechnische Ausrüstung wurde auf die Untersuchung einer Einzelsprengung abgestimmt entwickelt und vollständig neu aufgebaut. In den Modellversuchen wurde eine Reihe von physikalischen Feldgrößen verfolgt, die für die Veränderung des Lockergesteins durch eine Sprengung relevant sind. Bei den Versuchen kamen im Einzelnen die folgenden Messsysteme zum Einsatz:

- **Bodendynamisches Messsystem:** Die Auswirkungen der Sprengung auf die bodendynamischen Zustandgrößen im Lockergestein wurden mit einem Echtzeitmesssystem von *Partikelbeschleunigungen*, *Partikelgeschwindigkeiten* und *Porendrücken* registriert. In der Nähe der Sprengung wurden die *Partikelbeschleunigungen* mit Hilfe von piezoelektrischen Beschleunigungsaufnehmern des Typs PCB 338A35 mit einem Messbereich von $a_{msm} = \pm 50 [g]$, einer Kennempfindlichkeit von $\varsigma_{a,msm} = 100 [mV/g]$ und einem Nutzfrequenzbereich von $f_{a,msm} = (0 \dots 4.000) [Hz]$ erfasst. In der fernen Sprengumgebung wurden die *Partikelgeschwindigkeiten* mit Refraktionsgeophonen vom Typ SEN-

SOR SM-6/B in triaxialer Konfiguration gemessen. Die eingesetzten Geophone wiesen eine Eigenfrequenz von $f_{v,eig} = 4,5 [Hz]$, eine Kennempfindlichkeit von $\varsigma_{v,msm} = 28 [V/ms^{-1}]$, einen Wicklungshub von $u_{v,msm} = \pm 1,5 [mm]$ und einen Nutzfrequenzbereich von $f_{v,msm} = (10 \dots 1.000) [Hz]$ beim eingestellten Dämpfungsfaktor von $\Delta_{v,msm} = 71,0 [\%]$ auf. Der Fehler des Partikelbewegungssignals durch Verzerrung beträgt $v_{v,dst} < 0,3 [\%]$ bei einer Partikelgeschwindigkeit von $v = 17 [mm/sec]$. In der nahen und fernen Sprengumgebung wurden die *dynamischen und statischen Porendrücke* mit piezoresistiven Druckaufnehmern des Typs KELLER PAA-9 aufgenommen, die einen Messbereich von $p_{msm} = (50 \dots 250) [kPa]$, einen Nutzfrequenzbereich von $f_{p,msm} = (0 \dots 70) [Hz]$, eine Kennempfindlichkeit von $\varsigma_{p,msm} = 10 [mV/kPa]$ und eine belastungsabhängige Genauigkeit von $v_{p,msm} = (0,35 \dots 1,00) [\%]$ des Endmesswertes aufwiesen. Das Korngerüst wurde mit einem fest gespannten, feinen Drahtnetz von den Membranen der Porendruckaufnehmer getrennt. Die Messwertaufnehmer wurden mit einer kleinen, sehr leichten und wasserdichten Kapselung versehen. Bei Auslegung der messtechnischen Konfiguration im Modellversuch wurde die Reduzierung der gegenseitigen Beeinflussung der eingesetzten Messsysteme beachtet. Die unterirdisch eingesetzten Sensoren und ihre Verkabelung wurden *frei schwebend* in dem Modellmaterial installiert. Die Kabelführung hat das Eintragen von Kabelgeräuschen in das Messsignal ausgeschlossen;

- **Geodätisches Messsystem:** Die zeitabhängige Änderung in der geometrischen Konfiguration der Modelloberfläche wurde durch markscheiderische Schnellvermessung mit stereogrammetrischen Aufnahmen erfasst, die die Lage von kontrastreichen Messpunkten an der Oberfläche des Modellmaterials im Vergleich zu ortsfesten Passpunkten in der Modellumgebung gleichzeitig festgehalten und damit sowohl Horizontal- als auch Vertikalverschiebungen dokumentiert haben;
- **Zerstörende Untersuchungsmethoden:** Ausgangsdichte und Sättigungsgrad wurden mit *nukleargeophysikalischen* ($\gamma - \gamma$) sowie $(n - n)$ Messungen und mit *Laboruntersuchungen an entnommenen Proben* ermittelt. Die nukleargeophysikalischen Messungen wurden als Differenzmessung vor und nach der Sprengung durchgeführt. Zur Einführung der radio-metrischen Sonden in das Modellmaterial wurden zwei Kunststoffrohre vor der Nullmessung installiert, die bis zur Aufgabe des Versuches dort verblieben. Eine lokale Störung in der Umgebung der Messpunkte infolge der Installation der Messrohre konnte nicht ausgeschlossen werden. Die Änderung der Dichte im Modellmaterial ist zusätzlich durch umfangreiche Entnahme ungestörter Stutzenproben bestimmt worden. Für die Probenentnahme wurden spezielle Vorgehensweisen entwickelt. Die Ausgangsdichte im Modell wurde mit Hilfe stationärer Probestutzen und Entnahme von Einzelproben beim Materialeinbau gemessen. Weiterhin wurden Proben in großem Umfang aus Bohrlöchern durch Nutzung der scheinbaren Kohäsion des teilgesättigten Modellmaterials gewonnen. Die Bohrlöcher wurden mit einem schonenden Bohrverfahren von der Modelloberfläche aus abgeteuft. Obwohl die Entwässerung des Modellmaterials vor den Probenentnahmen unerlässlich war, konnte eine hohe Anzahl von Proben bei minimalem Eingriff gewonnen werden. Aus markscheiderischen Messungen wurde nachgewiesen, dass durch Zunahme wirksamer Spannungen infolge Entwässerung nur vernachlässigbare Setzungen und Verdichtungseffekte im Modellmaterial eintraten;

- **Zerstörungsfreie Messsysteme:** Die räumliche Verteilung der Dichteänderung, die sich infolge einer Einzelsprengung einstellte, wurde ohne mechanischen Eingriff in das Modellmaterial durch die Messung sprenginduzierter Schwereanomalien mit der *Gravimetrie* untersucht. Die Mikrogravimetriemessungen wurden mit einem SODIN 180T Gravimeter durchgeführt, der ein Auflösungsvermögen von $v_{grv,apt} \approx 10 [Mikrogal]$ aufweist.

Die genannten Messverfahren wurden entweder im Rahmen einer Echtzeitmessung während der dynamischen Anregung des Bodens durch Sprengung, im unmittelbaren Anschluss daran oder als Differenzmessung vor und nach der Sprengung eingesetzt. Grundgerüst des Messsystems bildeten zwei IBM-kompatible INTEL 486DX/40MHZ basierte Rechner, die mit Hilfe von Multifunktionskarten zu digitalen Messdatensammlern erweitert wurden. An einem der Messrechner erfolgte die Erfassung der Partikelgeschwindigkeits- und der Porendrucksignale durch den Einsatz von zwei über eine Echtzeitverbindung (RTSI-Bus) synchronisiert betriebene Multifunktionskarten des Typs NATIONAL-INSTRUMENTS AT-MIO-64-F5. Die Registrierung der Partikelbeschleunigungen erfolgte mit dem zweiten Messdatensammler, der mit einem NATIONAL-INSTRUMENTS LABPC+ Multifunktionskarte bestückt worden ist. Die Messkarten haben in allen softwarekonfigurierbaren Messbereichen eine Auflösung von 12 Bit. Die Signalführung wurde für alle Messsysteme analog gestaltet und ist im Bild 3.2 schematisch dargestellt.

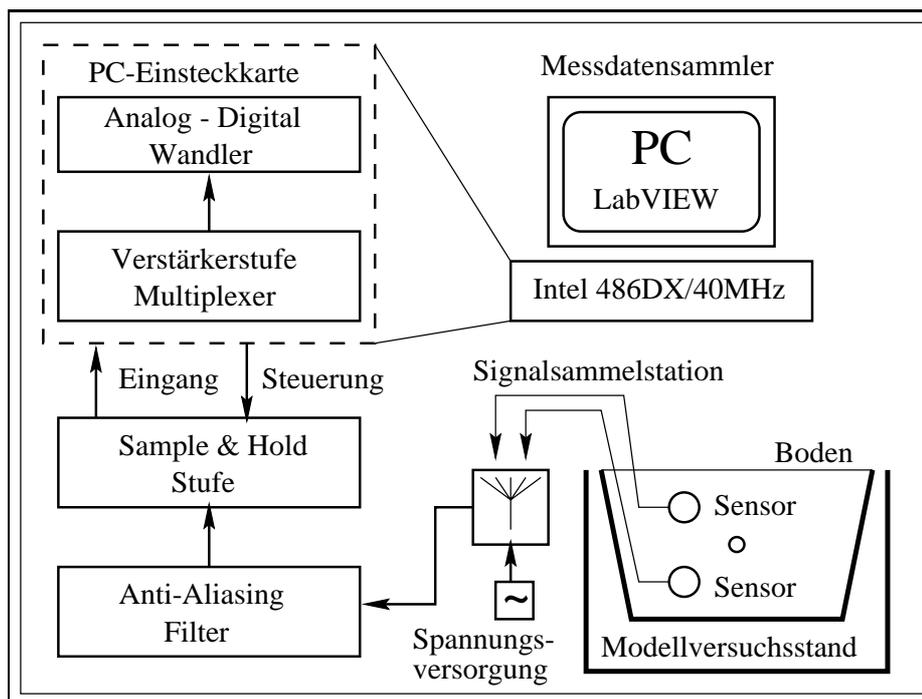


Abbildung 3.2: **Prinzipieller Aufbau des Messsystems**

Die im Modellstand eingesetzten Sensoren wurden durch eine lokale Verkabelung an Signalsammelstationen angeschlossen, wo gleichzeitig die zu ihrem Betrieb erforderliche Versorgungsspannung über eine *unterbrechungsfreie Stromversorgungseinheit* nach Bedarf bereitgestellt wurde. Der Signalweg verlief über eine Sammelleitung auf eine achtpolige elliptische *Anti-Aliasing-Filter*-Stufe mit einer Schnittcharakteristik von $\lambda = -80 [dB/Oktave]$ im

Sperrbereich, womit Aliasing-Effekte ausgeschlossen wurden. Der weitere Signalweg führte über eine *Sample&Hold*-Stufe auf die Eingänge der Messkarten. Die belegten Eingänge der Messkarten sind durch einen Multiplexer auf einen Instrumentationsverstärker geschaltet worden, der das Messsignal, dem konfigurierten Messbereich entsprechend, der Eingangsspannung des Analog-Digital-Wandlers anpasste. Mit Hilfe der *Sample&Hold*-Stufen ist eine Zeitverschiebung zwischen den Abtastungen der einzelnen Messkanäle vermieden worden, die durch den Multiplexer und durch die Einschwingzeit (*settlement time*) von $t_{stm,amp} = 5 [\mu sec]$ des Instrumentationsverstärkers der Multifunktionskarten entstehen würde. Bedingt durch die eingesetzten Messwertaufnehmer war das Referenzsignal des Instrumentationsverstärkers mit der elektronischen Masse des Messsystems identisch (*Referenced Single Ended Measurement System*) [251]. Das Steuersignal für die *Sample & Hold*-Stufen wurde aus dem *SCANCLOCK*-Signal der Messkarten über einen retriggerbaren monostabilen Multivibrator bereitgestellt. Zur flexiblen Durchführung von Messungen ist mit Hilfe des graphischen Programmiersystems *LABVIEW* von *NATIONAL-INSTRUMENTS* für jede Messaufgabe (Null-, Transienten-, Langzeitmessung) eine speziell zugeschnittene Messsoftware entwickelt worden [251]. Bei der Entwicklung der Messsoftware ist die Notwendigkeit berücksichtigt worden, zwischen einer Transientenmessung mit hoher und einer Langzeitmessung mit niedriger Messrate ohne Verzögerung wechseln zu müssen. Weiterhin entstand eine Auswertesoftware für Zeitreihenanalysen, mit deren Hilfe die Diskussion und die Auswertung der gemessenen Daten erfolgen konnten. Dabei wurden die in *LABVIEW* angebotenen Funktionen zur *Fourieranalyse* und *digitalen Filterung* eingesetzt [250].

3.2.2 Versuchsdurchführung

Die experimentelle Untersuchung der Sprengbelastung von Lockergesteinen wurde sowohl auf die Beobachtung von Kurz- als auch von Langzeiteffekten ausgerichtet und die Dauer eines Einzelversuches, im Einklang mit den organisatorischen Rahmenbedingungen, mit drei Kalenderwochen festgelegt. Der Ablauf eines Einzelversuches erfolgte nach einem detaillierten Versuchsplan. Der Tag der Sprengung (Tag X) wurde auf die Mitte der zweiten Kalenderwoche gelegt. Die zeitliche Abwicklung eines Einzelversuches ist in der Tabelle 3.2 dargestellt und bestand aus folgenden Aktivitäten:

- **Vorbereitungsphase**, (Tag X-9... Tag X): Vorbereitung des Versuches durch Installation des Versuchsmaterials und der messtechnischen Ausrüstung, Sättigung des Modellmaterials und Durchführung von Nullmessungen;
- **Messphase**, (Tag X... Tag X+6): Auslösung der Sprengung und Durchführung von bodendynamischen Kurz- und Langzeitmessungen sowie von Differenzmessungen mit nicht-zerstörenden Verfahren;
- **Abschlussphase**, (Tag X+6... Tag X+11): Entwässerung des Modellmaterials, Durchführung von Messungen mit zerstörenden Verfahren, Ausbau des Modellmaterials und Bergung der messtechnischen Ausrüstung.

In der Vorbereitungsphase ist das als Modellmaterial verwendete Lockergestein lagenweise in den Holztrug eingebracht worden (Schritt 1). Um homogene Schüttstruktur und Dichteverteilung zu erzielen, ist eine mobile Einschütтанlage, bestehend aus einem Trichter, einem

Rührwerk und einem grobmaschigen Rost genutzt worden. Zusätzlich wurde der Einbauwassergehalt mit einem Trogtrockner einheitlich auf $\check{w}_E \approx (2 \dots 3) [\%]$ eingestellt. Um Vertikaldeformationen durch die nachfolgende Sättigung vorwegzunehmen, waren weitere Maßnahmen erforderlich. Natürlich gesättigte, rollige Lockergesteine neigen bei Aufschüttung und anschließender Wassersättigung zu ausgeprägten Vertikaldeformationen (Sackungen), die insbesondere bei niedrigen Spannungen und lockerer Lagerung ein hohes Maß annehmen können [200]. Ähnliche Erscheinungen sind auch insbesondere in oberflächennahen Bereichen von jungen Tagebaukippen zu beobachten [78], [279], [284]. Vertikalverschiebungen $\Delta u_{v,w}$ infolge Wassersättigung einer Schicht der Höhe H_s können mit dem Sackungsmaß $\varepsilon_{v,w}$ charakterisiert werden

$$\varepsilon_{v,w} = \frac{\Delta u_{v,w}}{H_s} .$$

In Verbindung mit seinen Modellversuchen berichtet KESSLER über ein Sackungsmaß, das in der Größenordnung von $\check{\varepsilon}_{v,w} = (3 \dots 4) [\%]$ lag [197]. Im Rahmen der vorliegenden Untersuchungen wurde an dem genutzten Modellmaterial bei den angegebenen Versuchsparametern (Höhe der wassergesättigten Schicht $\check{H}_s = (1,6 \dots 1,8) [m]$ in Vorversuchen eine Vertikaldeformation von $\check{\varepsilon}_{v,w} = (5 \dots 10) [\%]$ infolge der Wassersättigung beobachtet. Unkontrollierte Sackungen führen zu einer Veränderung der Ausgangsdichte und zu unerwünschten Verschiebungen in der Position der freiliegend eingebauten Messausrüstung. Zur Vorwegnahme von Sackungen wurde das Modellmaterial mit einem Plattenrüttelverdichter lagenweise mit Schichtstärken von $\check{H}_{cmp} = 0,3 [m]$ vorverdichtet, wodurch eine gleichmäßige und homogene Dichteverteilung entstand. Die durch Vorbehandlung geschaffenen Ebenen wurden gleichzeitig als *Messebenen* genutzt und mit der messtechnischen Ausrüstung in vorgeschriebener geometrischer Konfiguration bestückt (Schritt 2). Die beim Materialeinbau erzielte Dichte ist durch Entnahme von Stutzenproben bestimmt worden (Schritt 3a). Zur Bestimmung der Ausgangsdichte wurden unten geschlossene, zylindrische Probestutzen mit glatter Wandung im Randbereich des Modells in unterschiedlichen Tiefen zusätzlich installiert. Das Lockergestein innerhalb des Probenentnahmestutzens erfuhr während der Vorbereitungsphase die gleiche Belastung wie das Lockergestein in seiner Umgebung. Die steife Wandung des Probenentnahmestutzens hat jedoch die verdichtende Wirkung aus der dynamischen Anregung der Sprengung verhindert und die nachträgliche Bestimmung der Ausgangsdichte in der Abschlussphase des Versuches ermöglicht. Nach der Fertigstellung des Materialeinbaus erfolgte die Sättigung aus einer Wasserhaltungsanlage mit regelbarem Volumenstrom (Schritt 5). Die Anstiegsgeschwindigkeit des Wasserspiegels betrug $\check{v}_{f,str} = 5 [cm/h]$ und lag damit in der Größenordnung der hydraulischen Durchlässigkeit des ausgewählten Modellmaterials. Das zur Sättigung genutzte Wasser wurde nicht unmittelbar aus der Leitung der Wasserversorgung entnommen, sondern in dem leeren Vorratsbehälter des Modellmaterials zur groben Entgasung über Nacht stehen gelassen. Die durch Sättigung eingetretenen Setzungen der Modelloberfläche wurden durch eine stereogrammetrische Differenzmessung festgehalten (Schritte 4a und 4b) und haben die Wirksamkeit der Vorbehandlung des Modellmaterials zur Vermeidung von Sackungen in jedem Versuch messtechnisch nachgewiesen. Nach dem Abschluss der Sättigung wurde das Modellmaterial über einen Zeitraum von $\check{t} = 1 [d]$ einer Eigenkonsolidation unterworfen. Die Nullmessung mit der Gravimetrie (Schritt 6a) und mit der Nukleargeophysik (Schritt 7a) sowie die Kontrolle der Funktionsfähigkeit des Messsystems (Schritt 8) erfolgten als letzte Arbeitsschritte der Vorbereitungsphase.

Tabelle 3.2: Zeitlicher Versuchsablauf

	Kalenderwoche 1	Mo.:X-9	Di.:X-8	Mi.:X-7	Do.:X-6	Fr.:X-5	Sa.:X-4	So.:X-3
Schritt:	Aktivität: / Phase:	VBPH	VBPH	VBPH	VBPH	VBPH	VBPH	VBPH
1.	Materialeinbau	****	****	****	****	****		
2.	Installation der Messsysteme	****	****	****	****			
3a.	Probenentnahme	****	****	****	****	****		
4a.	Vermessung: Sättigung					NULL		
5.	Sättigung						****	****
	Kalenderwoche 2	Mo.:X-2	Di.:X-1	Mi.:X	Do.:X+1	Fr.:X+2	Sa.:X+3	So.:X+4
	Aktivität: / Phase:	VBPH	VBPH	MSPH	MSPH	MSPH	MSPH	MSPH
4b.	Vermessung: Sättigung	DIFF						
6a.	Gravimetrie	NULL						
7a.	Nukleargeophysik		NULL					
8.	Kontrolle des Messsystems		****					
9a.	Vermessung: Sprengung			NULL				
10.	Sprengung			****				
11a.	Aktive Messphase			****				
11b.	Passive Messphase			****				
9b.	Vermessung der Sprengung			DIFF	DIFF	DIFF		
	Kalenderwoche 3	Mo.:X+5	Di.:X+6	Mi.:X+7	Do.:X+8	Fr.:X+9	Sa.:X+10	So.:X+11
	Aktivität: / Phase:	MSPH	MSPH	ASPH	ASPH	ASPH	ASPH	ASPH
9b.	Vermessung: Sprengung	DIFF						
6b.	Gravimetrie	DIFF						
7b.	Nukleargeophysik		DIFF					
12.	Vermessung: Entwässerung		NULL	DIFF				
13.	Entwässerung		****					
3b.	Probenentnahme			****	****	****	****	****
14.	Ausbau des Modellmaterials					****	****	****
15.	Bergung der Messsysteme					****	****	****
Legende: VBPH: Vorbereitungsphase MSPH: Messphase ASPH: Abschlussphase NULL: Nullmessung DIFF: Differenzmessung								

Die Sprengladung und ein Momentzündler wurden in einer zylindrischen Kunststoffhülse wasserfest gekapselt und mit einem Rohr auf die gewünschte Tiefe ins Modellmaterial eingebracht. Der durch Verdrängung entstandene Hohlraum im Lockergestein wurde verfüllt (verdämmte Ladung). Nach der stereogrammetrischen Nullaufnahme der Modelloberfläche vor der Sprengung (Schritt 9a) wurde die Detonation der Sprengladung eingeleitet (Schritt 10) und gleichzeitig die Datenerfassung in den Messdatensammlern des bodendynamischen Messsystems gestartet. Das digitale Triggersignal wurde aus dem Zündimpuls gewonnen, indem der Zündstromimpuls in dem Zündkabel über eine Ferritantenne empfangen und aufbereitet wurde. Das Messregime der bodendynamischen Messungen bestand aus einer *aktiven Messphase* und einer *passiven Messphase*. In der aktiven Messphase (Schritt 11a) erfolgte eine schnelle dynamische Messung über einen Messzeitraum von $\check{t}_{msm,atv} = 1 [sec]$. Die Abtastrate des Porendruck- und der Partikelgeschwindigkeitsmesssystems betrug $\check{f}_{p,sm} = \check{f}_{v,sm} = 4.000 [Hz]$, die des Messsystems der Partikelbeschleunigung $\check{f}_{a,sm} = 5.000 [Hz]$. Die Tiefpass-Anti-Aliasing-Filter wurden einheitlich mit einer Grenzfrequenz von $\check{f}_{lmt,aaf} = 350 [Hz]$ betrieben. Nach dem Abschluss der aktiven Messphase ging die Messung nahtlos in die passive Messphase über (Schritt 11b), in der das Signal der Messwertaufnehmer mit einer einheitlichen Abtastrate von $\check{f}_{a,sm} = \check{f}_{p,sm} = \check{f}_{v,sm} = 1 [Hz]$ über einen Messzeitraum von $\check{t}_{msm,psv} = 2 [h]$ fortgesetzt wurde. Zum Ausschließen von Einflüssen aus dem Einschwingverhalten des Instrumentationsverstärkers bei Einzelmessungen wurde in jedem Messintervall der passiven Messphase eine kurze Transientenmessung über den Zeitraum von $\check{t} = 2,5 [msec]$ mit einer Abtastrate von $\check{f}_{a,sm} = \check{f}_{p,sm} = \check{f}_{v,sm} = 4.000 [Hz]$ angestoßen und der Mittelwert der Messwerte gebildet. Gleichzeitig wurden die Verschiebungen der Modelloberfläche mit einer Serie von stereogrammetrischen Aufnahmen bis $\check{t} = 5 [d]$ nach der Sprengung gemessen (Schritt 9b). Die Messphase ist mit der Kontrollmessung der Gravimetrie (Schritt 6b) und der Nukleargeophysik (Schritt 7b) beendet worden.

Die Abschlussphase des Versuches begann mit der Entwässerung des Modellmaterials (Schritt 13). Die durch Entwässerung eingetretenen Verschiebungen wurden aus einer stereogrammetrischen Differenzmessung ermittelt (Schritt 12). In dem entwässerten Modellmaterial sind schonend Bohrlöcher abgeteuft und aus unterschiedlichen Tiefen ungestörte Stutzenproben entnommen worden. Die Auswertung der Proben erfolgte unmittelbar nach der Entnahme (Schritt 3b). Die Bohrlochwandungen wurden mit Standrohren stabilisiert und vor Einsturz geschützt. Die Entnahme und Auswertung der installierten stationären Stutzenproben zur Bestimmung der Ausgangsdichte wurden parallel zum Ausbau des Modellmaterials (Schritt 14) und Bergung der Messausrüstung (Schritt 15) durchgeführt. Durch Wartung der Messausrüstung und des Modellstandes sowie Trocknung des Modellmaterials wurde der Ausgangszustand für einen nachfolgenden Versuch geschaffen.

3.2.3 Versuchsbedingungen und Konfiguration der Messwertaufnehmer

Für die Auslegung der Modellversuche wurden keine konkreten Vorgaben hinsichtlich der Bedingungen am Prototyp benutzt. Die Bemessung der **Größe der installierten Ladung** \check{m}_e , der **Installationstiefe der Sprengladung** unterhalb der Modelloberfläche \check{H}_e sowie der **Höhenlage des modellierten Grundwasserspiegels** und damit der Stärke der überlagernden natürlich gesättigten Lockergesteinsschicht \check{H}_n erfolgte willkürlich. Bei der Wahl der Dimensionierungsparameter mussten insbesondere die geometrischen Abmessungen des Modellstandes berücksichtigt werden, um Störeinflüsse aus den seitlichen und unteren festen Rändern auf den modellierten Vorgang zu minimieren, welche unter Prototypbedingungen nicht vorliegen. Die Modellsprengung sollte eine messtechnisch gut erfassbare Änderung der Lockergesteinseigenschaften in einem räumlich möglichst weit ausgedehnten Bereich des Modellstoffes herbeiführen, der die Berandung des Modells nicht erreicht und damit frei von unerwünschten Seiteneffekten bleibt. Diese beiden entgegengesetzten Forderungen sollten durch Minderung der Ladungsmenge und optimales Einstellen der geometrischen Versuchsparameter (vor allem gute Raumnutzung im Modell) erreicht werden. Ein weiterer Aspekt bei der Festlegung der Dimensionierungsparameter lag in der Beobachtung von charakteristischen Erscheinungen in der Sprengumgebung.

Als Grundlage der Bemessung der Modellsprengung wurden die Ergebnisse von KESSLER herangezogen, welche in der gleichen Modellanlage in insgesamt 17 Modellversuchen mit einer Einzelsprengung unter Variation der geometrischen ($\check{H}_n = (7 \dots 78) [cm]$ und $\check{H}_e = (50 \dots 110) [cm]$) und sprengtechnischen Versuchsparameter ($\check{m}_e = (3 \dots 15) [g]$) gewonnen wurden [197], [198]. Aus den Ergebnissen der Versuchsreihe in der Tabelle 3.3 ist ersichtlich, dass bei Anwendung der Modellsprengstoffmenge von $\check{m}_e = (3 \dots 15) [g]$ maximale Setzungsbeträge von $\check{u}_{v,max} = (2,25 \dots 8,15) [cm]$ an der Oberfläche eingetreten sind. Der Wirkradius der Sprengung dehnte sich bis zu einer horizontalen Entfernung von $\check{d}_{e,max} = (145 \dots 182) [cm]$ aus. In den überwiegenden Fällen wurden Ladungstiefen von $\check{H}_e = (90 \dots 110) [cm]$ genutzt. Aus den vorliegenden Daten der Versuchsreihe haben sich die Dimensionierungsparameter der Modellversuche Nummer 9 und 19 unter folgenden Gesichtspunkten als günstig angeboten:

- **Wirkradius:** Die erzielten Wirkradien der Sprengungen von $\check{d}_{e,max} = 151 [cm]$ und $\check{d}_{e,max} = 158 [cm]$, welche bei den ausgeführten Modellversuchen zu den Geringsten gehören, weisen auf eine ausreichend begrenzte räumliche Ausdehnung der Verdichtungszone hin;

Tabelle 3.3: Dimensionierungsparameter bekannter und geplanter Modellversuche

Modelluntersuchungen von KESSLER nach [197]:									
Modellversuch:						Beispielprototyp: ¹⁾			Bemerkung:
Versuchsnummer	\check{m}_e	\check{H}_n	\check{H}_e	$\check{u}_{v,max}$	$\check{d}_{e,max}$	H_e	$u_{v,max}$	$d_{e,max}$	
[1]	[g]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[kg]	[m]	[m]	[txt]
21	3,00	34	62	3,89	166	3,00	3,40	6,20	Vorlage für Versuch I Vorlage für Versuch II
31	3,30	54	76	2,95	145	3,30	5,40	7,60	
9	5,00	31	90	6,20	151	5,00	3,10	9,00	
22	5,00	45	70	4,20	165	5,00	4,50	7,00	
19	5,00	49	90	3,42	158	5,00	4,90	9,00	
20	5,00	77	90	2,25	178	5,00	7,70	9,00	
32	5,00	78	100	3,78	180	5,00	7,80	10,00	
30	10,00	10	60	6,40	182	10,00	1,00	6,00	
29	10,00	31	90	6,70	176	10,00	3,10	9,00	
33	10,00	31	90	6,50	160	10,00	3,10	9,00	
39	10,00	35	60	6,25	181	10,00	3,50	6,00	
14	15,00	7	110	7,90	173	15,00	7,00	11,00	
13	15,00	24	90	8,15	178	15,00	2,40	9,00	
8	15,00	25	50	7,02	178	15,00	2,50	5,00	
18	15,00	33	70	7,20	164	15,00	3,30	7,00	
12	15,00	37	90	7,40	148	15,00	3,70	9,00	
16	15,00	70	90	6,90	176	15,00	7,00	9,00	
Dimensionierungsparameter der Versuche:									
Modellversuch:						Beispielprototyp: ¹⁾			Äquivalent:
Versuchsnummer	\check{m}_e	\check{H}_n	\check{H}_e	$\check{u}_{v,max}$	$\check{d}_{e,max}$	H_e	$u_{v,max}$	$d_{e,max}$	
[1]	[g]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[kg]	[m]	[m]	[txt]
I	5,00	30	90	(7,82) ³⁾	(253) ³⁾	5,00	3,00	9,00	≈ Versuch Nummer 9 ²⁾
II	5,00	40	90	(10,43) ³⁾	(294) ³⁾	5,00	4,00	9,00	≈ Versuch Nummer 19 ²⁾
III	5,00	20	90	(5,68) ³⁾	(178) ³⁾	5,00	2,00	9,00	keinÄquivalent

¹⁾ Beispielangaben für ein Prototyp mit den in der Tabelle 3.1 aufgeführten Ähnlichkeitsfaktoren
²⁾ Versuchsnummer nach KESSLER [197]
³⁾ Ergebnis der vorliegenden Untersuchungen als Vergleich

- Verdichtungseffekt:** Aus der Datenreihe der Ergebnisse ist es ersichtlich, dass die größten Setzungen der Modelloberfläche bei einem Verhältnis der normalgesättigten Überdeckung zur Ladungstiefe von etwa $\check{H}_n/\check{H}_e \approx (0,30 \dots 0,40)$ [1] eingetreten ist. Im Vergleich zu anderen Versuchen erreichte der Wert der Maximalsetzungen beim ausgewählten Versuch Nummer 9 trotz der geringen Ladungsmenge einen Höchstwert. Damit ist unter den angegebenen geometrischen Versuchsparametern auf eine optimale Sprengwirkung und Konzentration der Sprengwirkung auf die enge Umgebung der Ladung zu schließen. Die Detonation einer Sprengladung mit der eingestellten Ladungsgröße von $\check{m}_e = 5$ [g] ist sprengstofftechnisch bei der Auswahl eines brisanten Sprengstoffes beherrschbar.
- Raumnutzung durch Höhenlage des Grundwasserspiegels und Ladungstiefe:** die Stärke der natürlich gesättigten Überlagerungsschicht von $\check{H}_n = (20 \dots 50)$ [cm] gibt bei einer Gesamteinbauhöhe von etwa $\check{H} = 200$ [cm] eine Lockergesteinszone der Stärke $\check{H}_s = (150 \dots 180)$ [cm] dem beobachteten Verdichtungs Vorgang frei, weil die Tiefe der Ladungsinstallation von $\check{H}_e = 90$ [cm] die gesamte Lockergesteinsschicht im Modell in etwa halbiert.

Ausgehend von diesen Betrachtungen sind die Versuchsparameter der drei quantitativen Modellversuche I, II und III mit einer konstanten Ladungsmenge von $\check{m}_e = 5$ [g], mit einer konstanten Ladungstiefe von $\check{H}_e = 90$ [cm] und Variation der Stärke der natürlich gesättigten Lockergesteinsschicht mit den Werten von $\check{H}_n = (30; 40; 20)$ [cm] festgelegt worden. Zum Vergleich wurden neben den Versuchsparametern einige, ausgewählte Ergebnisse der Modellversuche in der Tabelle 3.3 in Klammern aufgeführt.

Tabelle 3.4: Übersicht der Konfiguration der Messwertaufnehmer

$\bar{d}_{m \text{ s m}}$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	$\bar{H}_{m \text{ s m}}$	
	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]	[cm]
Messung:	Messprofil [°]																						
PPS:	-	-	-	-	0	-	60	-	120	-	180	-	240	-	300	-	0	-	60	-	120	60	90
	-	-	-	-	120	-	180	-	240	-	300	-	0	-	60	-	120	-	180	-	240	120	120
	-	-	-	-	240	-	300	-	0	-	60	-	120	-	180	-	240	-	300	-	0	150	150
	-	-	-	-	0	-	60	-	120	-	180	-	240	-	300	-	0	-	60	-	120	60	60
PVC:	-	-	-	-	-	-	-	-	210	-	-	-	330	-	-	-	90	-	-	-	-	60	90
	-	-	-	-	-	-	-	-	330	-	-	-	90	-	-	-	210	-	-	-	-	90	90
	-	-	-	-	-	-	-	-	90	-	-	-	210	-	-	-	330	-	-	-	-	120	120
PAC:	-	-	-	-	-	165	255	345	75	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	90	90
	-	-	-	-	-	345	75	165	255	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	90	90
NGP:	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	158	-	-	-	-	-	278	-	-	-	-	(170...20)	(170...20)
GVM:	0	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	-	-	-	0	-	-	-	-	0	0
	-	-	-	-	-	-	-	-	45	-	-	-	-	-	-	-	45	-	-	-	-	0	0
	-	-	-	-	-	-	-	-	90	-	-	-	-	-	-	-	90	-	-	-	-	0	0
	-	-	-	-	-	-	-	-	135	-	-	-	-	-	-	-	135	-	-	-	-	0	0
	-	-	-	-	-	-	-	-	180	-	-	-	-	-	-	-	180	-	-	-	-	0	0
	-	-	-	-	-	-	-	-	225	-	-	-	-	-	-	-	225	-	-	-	-	0	0
	-	-	-	-	-	-	-	-	270	-	-	-	-	-	-	-	270	-	-	-	-	0	0
	-	-	-	-	-	-	-	-	315	-	-	-	-	-	-	-	315	-	-	-	-	0	0
SPC:	-	-	15	-	-	-	15	-	-	-	15	-	-	-	15	-	-	-	-	-	15	(150...20)	(150...20)
	-	-	-	-	105	-	-	-	105	-	-	-	105	-	-	-	105	-	-	-	-	165	(150...20)
	-	-	195	-	-	-	195	-	-	-	195	-	-	-	195	-	-	-	-	-	-	195	(150...20)
	-	-	-	-	285	-	-	-	285	-	-	-	285	-	-	-	285	-	-	-	-	345	(150...20)
SGM:	0	-	0	-	-	0	-	-	-	0	-	-	-	0	-	-	-	0	-	-	-	0	0
	-	-	-	-	45	-	-	-	45	-	-	-	45	-	-	-	45	-	-	-	-	45	0
	-	90	-	-	-	90	-	-	-	90	-	-	-	90	-	-	-	90	-	-	-	0	0
	-	-	-	135	-	-	-	135	-	-	-	135	-	-	-	135	-	-	-	-	135	0	0
	-	-	180	-	-	180	-	-	-	180	-	-	-	180	-	-	-	180	-	-	-	0	0
	-	-	-	-	225	-	-	225	-	-	225	-	-	225	-	-	225	-	-	-	-	0	0
	-	270	-	-	-	270	-	-	-	270	-	-	-	270	-	-	-	270	-	-	-	0	0
	-	-	-	315	-	-	315	-	-	-	315	-	-	-	315	-	-	-	315	-	-	0	0

Legende:
 PPS: Porendruckmessung
 PVC: Porendruckmessung
 PAC: Partikelbeschleunigungsmessung
 NGP: Nukleargeophysikalische Messung
 GVM: Gravimetrie
 SPC: Entnahmestelle ungestörter Stutzenproben
 SGM: Stereogrammetrie

Bei der Konzeption der geometrischen Verteilung der Messpunkte im Modell wurden die gewählten Dimensionierungsparameter der Modellversuche berücksichtigt, und die in Vorversuchen vielfach bestätigte Zylindersymmetrie des modellierten Vorganges wurde ausgenutzt. Die geometrische Orientierung im Modellversuchstand stützte sich auf ein lokales Zylinderkoordinatensystem, dessen vertikale Achse durch den Sprengpunkt verlief und dessen Ursprung in der vertikalen Projektion des Sprengpunktes auf die Modelloberfläche befand. Die praktische Umsetzung des Zylinderkoordinatensystems erfolgte durch temporäres Spannen von Leitfäden in entsprechenden Höhen des Modells und sicherte eine Positionierungsgenauigkeit von $\check{v}_{v,geo,pst} \approx \check{v}_{h,geo,pst} \approx 1 [cm]$. Die gleichmäßige Verteilung von Messpunkten wurde durch Anordnung in vorgegebenen Profilen angestrebt, die um den Punkt der Ladungsinstallation im Uhrzeigersinn in einer 15° - Teilung festgelegt wurden. Die Höhenkoordinate wurde nach unten gerichtet aufgetragen, womit positive Winkelangaben des Zylinderkoordinatensystems im Uhrzeigersinn gelten. Neben dem Zylinderkoordinatensystem wurde ein kartesisches Koordinatensystem mit gleichem Ursprung, identischer Höhenkoordinate sowie einer Hoch- und einer Rechtswertkoordinate zur Interpretation der markscheiderischen Messungen eingerichtet. Die Lage der Profile ist aus Bild A.1 in der Anlage ersichtlich, in dem zusätzlich die Projektionen aller *unterirdischer* Messpunkte eines Einzelversuches auf die Modelloberfläche dargestellt sind.

In die Tabelle 3.4 wurde die Lage aller Messpunkte durch Angabe der Entfernung vom Sprengpunkt und des Profilwinkels eingetragen. Die Auslegung der geometrischen Konfiguration der Messpunkte erfolgte unter dem Gesichtspunkt der Minimierung der gegenseitigen Beeinflus-

sung von Messsystemen durch Maximierung der Abstände zwischen Messpunkten und führte zur Erkenntnis, dass die Positionierung von Messwertaufnehmern in gleicher Tiefe entlang einer spiralförmigen Kurve um die vertikale Achse des lokalen Koordinatensystems (Symmetrieachse) optimal ist. Die Messungen wurden auf Messebenen vorgenommen, die in Tiefen von $\check{H}_{msm} = (150; 120; 90; 60; 20) [cm]$ unter der Modelloberfläche eingerichtet wurden und mit der Schichtstärke zur lagenweise Vorbehandlung des Modellmaterials im Einklang standen. Die in der Tabelle 3.4 kursiv markierten Angaben weisen auf die Partikelbewegungs- und Porendruckaufnehmer in der Ebene der Sprengladung hin, die im Folgenden einer detaillierten Auswertung unterzogen werden. Die Lage dieser Messwertaufnehmer ist im Bild C.1 der Anlage dargestellt. Die Lage der Messpunkte der stereogrammetrischen und nukleargeophysikalischen Messungen ist aus dem Bild D.1, die Lage der Entnahmestellen ungestörter Proben und der Messpunkte der Gravimetrie aus dem Bild B.1 der Anlage ersichtlich. Der Bereich intensiver Messungen konzentrierte sich auf einen horizontalen Umkreis von $\check{d}_{msm} = 200 [cm]$ um den Punkt der Ladungsinstallation und enthielt den erwarteten Wirkradius der Sprengung von $\check{d}_{e,max} = 160 [cm]$. Lediglich die stationären Stutzenproben und die Entnahmestellen ungestörter Proben zur Ermittlung der Ausgangsdichte wurden in den Randbereich des Modells verlegt, um unerwünschte Einflüsse auszuschließen.

3.2.4 Modellsprengstoff und sprengstofftechnische Einflussgrößen

Sprengtechnische Parameter betreffen die Art des zu Modellversuchen geeigneten Sprengstoffes. Als wichtigste Anforderungen an den Sprengstoff sind neben einer sicheren Handhabbarkeit vor allem Wasserfestigkeit, Herstellbarkeit einer günstigen Ladungsform und die Unempfindlichkeit der Detonationsgeschwindigkeit bei starker Verminderung der Ladungsgröße zu bewerten.

Die geometrische Konfiguration der Sprengung kann sich auf die Detonationsgeschwindigkeit sowohl positiv als auch negativ auswirken. In einem ungünstigen Fall wird die Detonationsgeschwindigkeit abgemindert oder der Detonationsvorgang verhindert. Im Allgemeinen wirkt sich positiv auf die Detonationsgeschwindigkeit aus, wenn die Explosion des Sprengstoffes bei seitlicher Behinderung (Einschluss) eingeleitet wird. Bei Sprengungen in Böden ist Sprengung unter Einschluss untypisch. Für die Qualität von Detonationsvorgängen in einer Ladung mit freier Oberfläche hat der Ladungsdurchmesser bzw. die Größe der Ladung einen entscheidenden Einfluss auf den Detonationsverlauf. Als Kriterium für die Detonationseigenschaft eines gegebenen Sprengstoffes existieren ein unterer und oberer sprengstoffspezifischer Grenzwert der kritischen Ladungsmenge. Oberhalb des oberen Grenzwertes hat die Ladungsmenge keinen Einfluss auf den Detonationsvorgang, und der Verlauf der Detonation ist stabil. Zwischen der beiden Grenzwerten liegt ein metastabiler Detonationsverlauf vor, wo die geometrischen Verhältnisse das Fortschreiten der Detonationsfront beeinträchtigen können. Unterhalb des unteren Grenzwertes liegt ein instabiler Bereich vor, in dem trotz ausreichenden Initials keine durchgehende Detonation im Sprengstoff entstehen kann. Die Größe des unteren und oberen Grenzwertes wird im wesentlichen durch die Detonationsgeschwindigkeit des Sprengstoffes (Brisanz) beeinflusst. Mit Zunahme der Detonationsgeschwindigkeit im Sprengstoff vermindern sich die Grenzwerte der kritischen Ladungsmenge. Bei der Auswahl eines geeigneten Sprengstoffes für Modellsprengungen ist die Beachtung der Mindestladungsgröße zur Aufrechterhaltung eines stabilen Detonationsverlaufes entscheidend. Um Instabilitäten in dem Detonationsverlauf zu vermeiden, muss auf Sprengstoffe mit hoher Detonationsgeschwindigkeit (hoher Brisanz) und niedrigem oberen Grenzwert der kritischen Ladungsmenge orientiert werden.

Tabelle 3.5: Sprengstoffparameter für den Modellsprengstoff

Parameter		SEMTEX-1A
Sprengstoffdichte $\rho_{e,0}$	$[g/cm^3]$	1,40
Mindestschichtdicke	$[mm]$	10
Detonationsgeschwindigkeit im Einschluss $c_{e,D}$	$[m/s]$	7.300
Relative Sprengkraft	$[\%]$	75
Bleibblockausbauchung (nach TRAUTZL)	$[cm^3/10g]$	330
Übertragung der Detonation	$[cm]$	2
Schwadenvolumen $V_{e,g,p}$	$[dm^3/kg]$	950
Explosionswärme	$[kJ/kg]$	4980
Spezifische Energie E_{spc}	$[kJ/kg]$	1080
TNT-Äquivalenz (Nitropenta, PETN)	$[1]$	1,25
Energiedichte	$[kJ/dm^3]$	6.972
Sauerstoffbilanz	$[\%]$	-66,0
Zusammensetzung:		Anteil:
Pentaerythritetraminat (Nitropenta, PETN, $C_5H_8N_4O_{12}$)	$[\%]$	80-84
Kautschuk	$[\%]$	7
Mineralöl	$[\%]$	12
Sonstiges	$[\%]$	0,3

Ausgehend von diesen Überlegungen wurde der plastische, auf Basis eines nichtexplosiven Plastifikators und Nitropenta hergestellte Sprengstoff SEMTEX-1A ausgewählt, welcher auch bei den Untersuchungen von KESSLER eingesetzt wurde [197]. Die sprengstofftechnischen Parameter von SEMTEX-1A sind in der Tabelle 3.5 zusammengestellt. Weitere Angaben zum hochbrisanten Sprengstoff Nitropenta sind in der Tabelle 4.1, in Verbindung mit der theoretischen Modellierung des Sprengstoffverhaltens im Abschnitt 4.2 aufgeführt. Die große Dichtedifferenz zwischen SEMTEX-1A und reinem Nitropenta liegt in den plastischen Zusatzstoffen mit dem Massenanteil von $\lambda \approx 20 [\%]$ begründet, die SEMTEX-1A hohe chemische Stabilität verleihen und seine direkte Einsetzbarkeit unter Wasser ermöglichen. Aus den sprengstoffspezifischen Kennwerten von SEMTEX-1A geht weiterhin hervor, dass die Detonationseigenschaften von Nitropenta durch die Zusatzstoffe nur geringfügig verändert werden und damit auch beim SEMTEX-1A eine hohe Brisanz sowie eine Unempfindlichkeit gegenüber der Verminderung der Ladungsmenge vorliegt. Weiterhin können die Kennwerte von reinem Nitropenta zur Simulation des Detonationsverhaltens von SEMTEX-1A in erster Näherung genutzt werden. Ausgehend von den Eigenschaften des Modellsprengstoffes wurde die Herstellung einer Mindestdicke von $10 [mm]$ bei der Vorbereitung der Sprengladung zum Erzielen optimaler Detonationsbedingungen in der Modellsprengung beachtet. Die kugelförmige Sprengladung wurde mit dem Zünder in eine Kunststoffhülse eingebracht, deren Konstruktion eine exakte Auslösung der Detonation garantiert. Die Aktivierung der Sprengladung erfolgte mit einem Momentzünder, ohne Zündzeitverzögerung.

3.2.5 Versuchsmaterial

Die Auswahl eines geeigneten Modellmaterials ist eine wichtige Frage für die geotechnische Modellierung, weil das Modellmaterial die von der Ähnlichkeitstransformation geforderten Eigenschaften aufweisen muss. Die starken Eigengesetzlichkeiten des mechanischen Verhaltens von Böden bieten wenig Freiraum hinsichtlich der Auswahl eines alternativen Modellmaterials bei der Gestaltung von Modellen. Als Substitute für einen Prototypboden kommen nur andere Lockergesteine in Frage. Eine geometrische Transformation der Körnung ist bei mikroskopischen Vorgängen eine sehr wichtige Frage [87]. Bei der Auswahl des Modellmaterials wurde auf eine Transformation der Kornstruktur des Lockergesteins mit dem geometrischen Modellmaßstab verzichtet, weil der untersuchte Vorgang einen makroskopischen Charakter trägt, in dem die Größe und Beschaffenheit der Körnung nur eine untergeordnete Rolle

Tabelle 3.6: Bodenphysikalische Eigenschaften des Modellmaterials

1. Beschreibende bodenphysikalische Kennwerte								
Eigenschaft	ρ^s [g/cm ³]	n^s [1]	n [1]	ρ_s [g/cm ³]	$\rho_{str,f}$ [g/cm ³]	$w_{str,f}$ [1]	\bar{U} [1]	R_k [1]
Lockerste Lagerung		0,873	0,466	1,415	1,881	0,3294		
Dichteste Lagerung	2'650	0,560	0,359	1,699	2,058	0,2113	1,25	0,848
Optimale Lagerung		0,652	0,395	1,604	2,000	0,1500		
2. Hydraulische Durchlässigkeit								
Versuchsbedingungen:	n^s [1]	0,827		0,811		0,787		
	n [1]	0,453		0,448		0,440		
	I_D [1]	0,8530		0,8019		0,7252		
	k_f [m/s]	$3,30 \cdot 10^{-5}$		$1,70 \cdot 10^{-5}$		$1,00 \cdot 10^{-5}$		
3. Hypoplastische Materialkennwerte								
Kennwerte:	n_{10}^s [1]	n_{c0}^s [1]	n_{d0}^s [1]	h_E^s [MPa]	κ_s [1]	α_s [1]	β_s [1]	$\varphi_{s,c}$ [1]
Kalibrationswerte:	1,050	0,873	0,560	1,500	0,200	0,15	1,00	33,50
Legende: n^s : Porenzahl n : Porosität ρ^s : Korndichte ρ_s : Partielle Dichte (Trockendichte) $\rho_{str,f}$: Dichte bei voller Sättigung $n_{10}^s, n_{c0}^s, n_{d0}^s, h_E^s, \kappa_s, \alpha_s, \beta_s, \varphi_{s,c}$: Kennwerte der hypoplastischen konstitutiven Gleichung								

spielen. Das Modellmaterial wurde auf Einhaltung grundlegender Eigenschaften hinsichtlich Körnung, Verflüssigungsneigung und Verdichtbarkeit geprüft. Zusätzlich wurde die gute Eignung des Modellmaterials zur Durchführung von radiometrischen Messungen durch hohe chemische Reinheit beachtet.

Ausgehend von dieser Argumentation wurde als Versuchsmaterial ein enggestufter Quarzfeinsand (mittlerer Korndurchmesser $D_{s,50} = 0,2$ [mm], Ungleichförmigkeit $U = 1,25$, Quarzgehalt $\succ 99$ [%], Kornrundungsgrad $R_k = 0,848$ [1] nach ASTM D 2488) aus dem Hohenbocker Quarzsandrevier (Niederlausitz) ausgewählt. Die Kornverteilungskurve ist im Bild B.2 in der Anlage ersichtlich. Die enge Abstufung und der hohe Kornrundungsgrad deuten die Verflüssigungsneigung des Materials an, welche durch undrainierte triaxiale Scherversuche nachgewiesen werden konnte. Beschreibende bodenphysikalische Kennwerte des Modellmaterials sind in der Tabelle 3.6 zusammengefasst. Die hydraulische Durchlässigkeit zeigt eine deutliche Abhängigkeit von der Porenzahl.

Die mechanischen Eigenschaften des Modellmaterials wurden mit Hilfe einer Serie von Standardtriaxialversuchen sowohl an locker als auch an dicht gelagerten Proben untersucht (siehe Abbildung B.3 in der Anlage). Die Proben wurden zu Versuchsbeginn unter einem effektiven Druck von $p_{E,c}^s = (100; 200; 300)$ [kPa] und bei bezogenen Lagerungsdichten von $I_{D,c} \approx 0,0$ [1] sowie $I_{D,c} \approx 0,8$ [1] isotrop konsolidiert. Das Versuchsregime bestand aus dem Belasten der Proben entlang eines monotonen Spannungspfades durch Erhöhung (*passive Stauchung*) oder Verminderung (*aktive Dehnung*) der Vertikalspannung bei konstant gehaltener Horizontalspannung. In den passiven Stauchungsversuchen ist der Unterschied zwischen dem Scherverhalten dichter und lockerer Proben besonders ausgeprägt (links in der Abbildung B.3 in der Anlage). In den zur Übersichtlichkeit entgegengesetzt aufgetragenen, aktiven Dehnungsversuchen ist der Einfluss der Dichte der Probe auf das Scherverhalten nur gering (rechts in der Abbildung B.3 in der Anlage). Diese Beobachtungen unterstreichen, dass die kritische Porenzahl von Granulaten bei niedrigen Spannungen in der Größenordnung der lockersten Lagerung des trockenen Korngerüsts liegt [170]. Die Ermittlung der Kennwerte des hypoplastischen Stoffgesetzes von VON WOLFFERSDORFF [350] (siehe Abschnitt F.2.11.5) erfolgte aus den Ergebnissen der bodenphysikalischen Untersuchungen und der Triaxialversuche nach dem vereinfachten Vorgehen von HERLE [170].

Tabelle 3.7: Übersicht der experimentellen Ergebnisse

Versuch:	Modellversuch I.	Modellversuch II.	Modellversuch III.
Allgemeine Versuchsbedingungen:			
Θ_α [°C]	(19,0...24,0) 22,0	(16,0...21,0) 16,0	(17,0...20,0) 19,0
Θ [°C]	(17,5...19,5) 18,5	(16,5...17,5) 17,0	(14,5...16,5) 15,5
Bodenphysikalische Messungen:			
$\bar{d}_{m.s.m.}$ [cm]	(0...160) , /n = 20/	(0...160) , /n = 20/	(0...160) , /n = 20/
$\check{\epsilon}_{s,E}$ [g/cm ³]	(1,3183...1,4042) 1,3675/0,0265	(1,2789...1,3910) 1,3275/0,0325	(1,2868...1,4258) 1,3707/0,0334
$\check{I}_{D,E}$ [1]	(-0,4382...-0,0454) -0,2095/0,1203	(-0,6361...-0,1027) -0,3973/0,1558	(-0,5956...-0,0459) -0,1963/0,1545
$\bar{d}_{m.s.m.}$ [cm]	(0...160) , /n = 80/	(0...160) , /n = 80/	(0...160) , /n = 80/
$\Delta\check{\epsilon}_s$ [g/cm ³]	(-0,0433...0,0845) 0,0214/0,0281	(-0,0150...-0,1534) 0,0662/0,0304	(-0,0336...0,0910) 0,0262/0,0266
$\Delta\check{I}_D$ [1]	(-0,2003...0,3625) 0,0951/0,1232	(-0,0692...0,6641) 0,3038/0,1330	(-0,1518...0,3881) 0,1173/0,1154
$\check{T}_{E,v}^s$ [kPa]	6,0484	5,9664	6,1636
Nukleargeophysikalische Messungen:			
$\bar{d}_{m.s.m.}$ [cm]	(100...150) , /n = 16/	(100...150) , /n = 16/	(100...150) , /n = 16/
$\check{\epsilon}_{s,E}$ [g/cm ³]	(1,1000...1,3800) 1,2284/0,0805	(1,2480...1,3970) 1,3240/0,0330	(1,2970...1,3930) 1,3493/0,0297
$\Delta\check{\epsilon}_{s,E}$ [g/cm ³]	(-0,0400...0,0600) 0,0169/0,0252	(-0,0820...-0,0740) 0,0050/0,0372	(-0,0410...0,1070) 0,0119/0,0326
$\check{I}_{D,E}$ [1]	(-1,7128...-0,1511) -0,9359/0,4399	(-0,8000...-0,0764) -0,4144/0,1604	(-0,5437...-0,0938) -0,2934/0,1382
$\Delta\check{I}_D$ [1]	(-0,2392...-0,3530) 0,0973/0,1457	(-0,3994...-0,3652) 0,0230/0,1804	(-0,1881...-0,4795) 0,0552/0,1487
$\check{\epsilon}_E$ [1]	(0,6494...0,9907) 0,9284/0,0395	(0,6169...0,9997) 0,9849/0,0141	(0,9149...0,9984) 0,9575/0,0217
$\Delta\check{\epsilon}$ [1]	(-0,0345...-0,0702) 0,0071/0,0232	(-0,0987...-0,0531) -0,0100/0,0311	(-0,0327...-0,0318) 0,0027/0,0172
Porendruckmessung:			
$\bar{d}_{m.s.m.}$ [cm]	40 80 120 160	40 80 120 160	40 80 120 160
$\check{I}_{iqf,1}$ [1]	8,02 2,02 1,04 0,18	8,75 4,14 2,12 0,47	4,52 0,54 0,75 0,10
$\check{I}_{iqf,2}$ [1]	2,99 1,72 1,59 1,26	4,56 3,11 2,18 1,94	0,88 1,06 1,40 0,76
$\check{I}_{iqf,3}$ [1]	2,24 2,13 1,78 1,44	2,67 2,66 2,13 1,98	1,33 1,41 1,31 0,70
$\check{I}_{iqf,4}$ [1]	1,79 1,94 1,72 1,48	1,97 1,96 1,81 1,78	1,23 1,15 1,13 0,68
$\check{I}_{iqf,r.s.d.}$ [1]	1,44 1,59 1,43 1,48	1,69 1,61 1,62 1,71	1,23 1,15 1,13 0,68
$\check{t}_{r.s.d.}$ [sec]	67,9 57,2 58,7 55,3	64,10 52,80 49,50 52,40	57,7 55,2 55,2 44,2
$\bar{d}_{m.s.m.}$ [cm]	(40...180) , /n = 8/	(40...180) , /n = 8/	(40...180) , /n = 8/
$\check{\epsilon}_{f,C,1}$ [m/s]	(23,0...47,6) 32,8/9,6	(27,0...62,5) 38,6/12,6	(37,0...62,5) 50,1/10,2
$\check{\epsilon}_{f,C,2}$ [m/s]	(17,4...37,7) 28,6/8,1	(21,5...57,1) 32,0/12,2	(20,6...57,1) 34,7/14,5
$\check{\epsilon}_{f,C,3}$ [m/s]	(14,6...30,8) 20,8/7,0	(21,1...36,4) 26,3/5,0	(13,8...18,5) 16,9/1,6
$\check{t}_{r.s.d.}$ [sec]	(51,6...77,7) 63,2/7,7	(42,3...64,1) 53,1/5,4	(44,2...57,7) 54,1/4,5
\check{f}_p [Hz]	(10...40) 22	(10...30) 20	(10...30) 20
Partikelbewegungsmessung:			
$\bar{d}_{m.s.m.}$ [cm]	(60...160) , /n = 4/	(60...160) , /n = 4/	(60...160) , /n = 4/
$\check{\epsilon}_{s,C,1}$ [m/s]	(19,7...166,7) 56,9/73,2	(19,5...133,3) 49,3/56,1	(72,7...142,9) 94,2/32,8
$\check{\epsilon}_{s,C,2}$ [m/s]	(18,7...24,0) 21,2/2,3	(20,9...39,2) 26,6/8,5	(13,5...38,1) 27,5/10,4
$\check{\epsilon}_{s,C,3}$ [m/s]	(15,6...26,7) 20,0/4,8	(17,0...26,1) 20,4/4,1	(7,4...22,0) 16,9/6,5
$\check{\epsilon}_{s,C,1}$ [%]	(0,011...0,597) 0,266/0,238	(0,010...0,584) 0,311/0,261	(0,022...0,175) 0,080/0,072
$\check{\epsilon}_{s,C,2}$ [%]	(0,268...1,873) 0,987/0,779	(0,268...1,359) 0,653/0,489	(0,104...0,547) 0,320/0,210
$\check{\epsilon}_{s,C,3}$ [%]	(0,016...1,388) 0,438/0,638	(0,021...0,476) 0,209/0,193	(0,037...0,540) 0,221/0,220
$\bar{d}_{m.s.m.}$ [cm]	(80...160) , /n = 3/	(80...160) , /n = 3/	(80...160) , /n = 3/
$\check{\epsilon}_{s,SV,1}$ [m/s]	(13,1...27,6) 19,5/7,4	(12,6...32,5) 21,1/10,3	(54,8...80,0) 66,7/12,7
$\check{\epsilon}_{s,SV,2}$ [m/s]	(12,8...21,6) 16,9/4,5	(10,3...32,0) 19,3/11,3	(27,0...28,2) 27,6/0,6
$\check{\epsilon}_{s,SV,3}$ [m/s]	(20,7...37,4) 28,3/8,5	(20,2...29,6) 24,7/4,7	(14,7...18,3) 15,5/0,8
$\check{\epsilon}_{s,SV,1}$ [%]	(0,004...0,417) 0,175/0,216	(0,008...0,433) 0,183/0,222	(0,005...0,040) 0,018/0,019
$\check{\epsilon}_{s,SV,2}$ [%]	(0,136...0,498) 0,277/0,194	(0,091...0,620) 0,305/0,278	(0,057...0,244) 0,154/0,094
$\check{\epsilon}_{s,SV,3}$ [%]	(0,008...0,110) 0,058/0,051	(0,014...0,112) 0,049/0,055	(0,205...0,508) 0,366/0,193
$\check{\epsilon}_{s,SH,1}$ [m/s]	(19,0...23,1) 21,0/2,0	(16,3...18,9) 17,6/1,3	(20,9...50,0) 33,5/15,0
$\check{\epsilon}_{s,SH,2}$ [m/s]	(19,0...25,8) 22,3/3,4	(19,5...25,3) 22,3/2,9	(15,5...34,8) 23,9/9,9
$\check{\epsilon}_{s,SH,3}$ [m/s]	(13,6...20,3) 16,7/3,4	(16,5...17,2) 16,9/0,4	(24,7...27,6) 26,1/1,5
$\check{\epsilon}_{s,SH,1}$ [%]	(0,005...0,009) 0,006/0,003	(0,005...0,013) 0,007/0,005	(0,009...0,029) 0,020/0,010
$\check{\epsilon}_{s,SH,2}$ [%]	(0,061...0,136) 0,086/0,043	(0,059...0,135) 0,085/0,043	(0,043...0,064) 0,044/0,020
$\check{\epsilon}_{s,SH,3}$ [%]	(0,019...0,105) 0,067/0,043	(0,086...0,092) 0,066/0,040	(0,006...0,032) 0,021/0,013
$\check{f}_{v,s}$ [Hz]	(10...30) 22	(10...30) 20	(10...30) 20
Geodätische Messungen:			
$\bar{d}_{m.s.m.}$ [cm]	(0...200) , /n = 41/	(0...200) , /n = 41/	(0...200) , /n = 41/
$\check{u}_v(t = 1[sec])$ [cm]	(1,01...5,17) 3,12/1,32	(0,95...5,52) 3,84/1,24	(0,30...4,45) 1,91/1,28
$\check{u}_v(t = 5[sec])$ [cm]	(0,86...5,85) 3,70/1,58	(2,06...6,46) 4,73/1,21	(0,22...4,67) 2,07/1,37
$\check{u}_v(t = 10[sec])$ [cm]	(0,87...7,14) 4,22/1,94	(2,20...7,67) 5,57/1,67	(0,05...4,87) 2,21/1,51
$\check{u}_v(t = 30[sec])$ [cm]	(1,05...7,83) 4,55/2,17	(2,58...10,14) 6,66/2,40	(0,30...5,32) 2,44/1,61
$\check{u}_v(t = 1[min])$ [cm]	(1,00...7,87) 4,62/2,18	(2,63...10,30) 6,73/2,47	(0,74...6,05) 2,45/1,62
$\check{u}_v(t = 5[d])$ [cm]	(1,20...7,82) 4,62/2,17	(2,30...10,43) 6,82/2,45	(0,50...5,68) 2,46/1,70
$\check{u}_v = \check{u}_{v,w}$ [cm]	(2,67...5,26) 3,96/0,57	(2,06...3,54) 2,78/0,41	(0,01...0,85) 0,32/0,29
$\check{u}_v = \check{u}_{v,d}$ [cm]	(0,00...0,34) 0,12/0,13	(0,04...0,51) 0,22/0,20	(0,00...0,70) 0,29/0,22

Legende: Wertebereich: ($\phi_{min} \dots \phi_{max}$), **Fett:** Mittelwert M_ϕ , *Kursiv:* Standardabweichung S_ϕ , Statistischer Probenumfang: /n = /

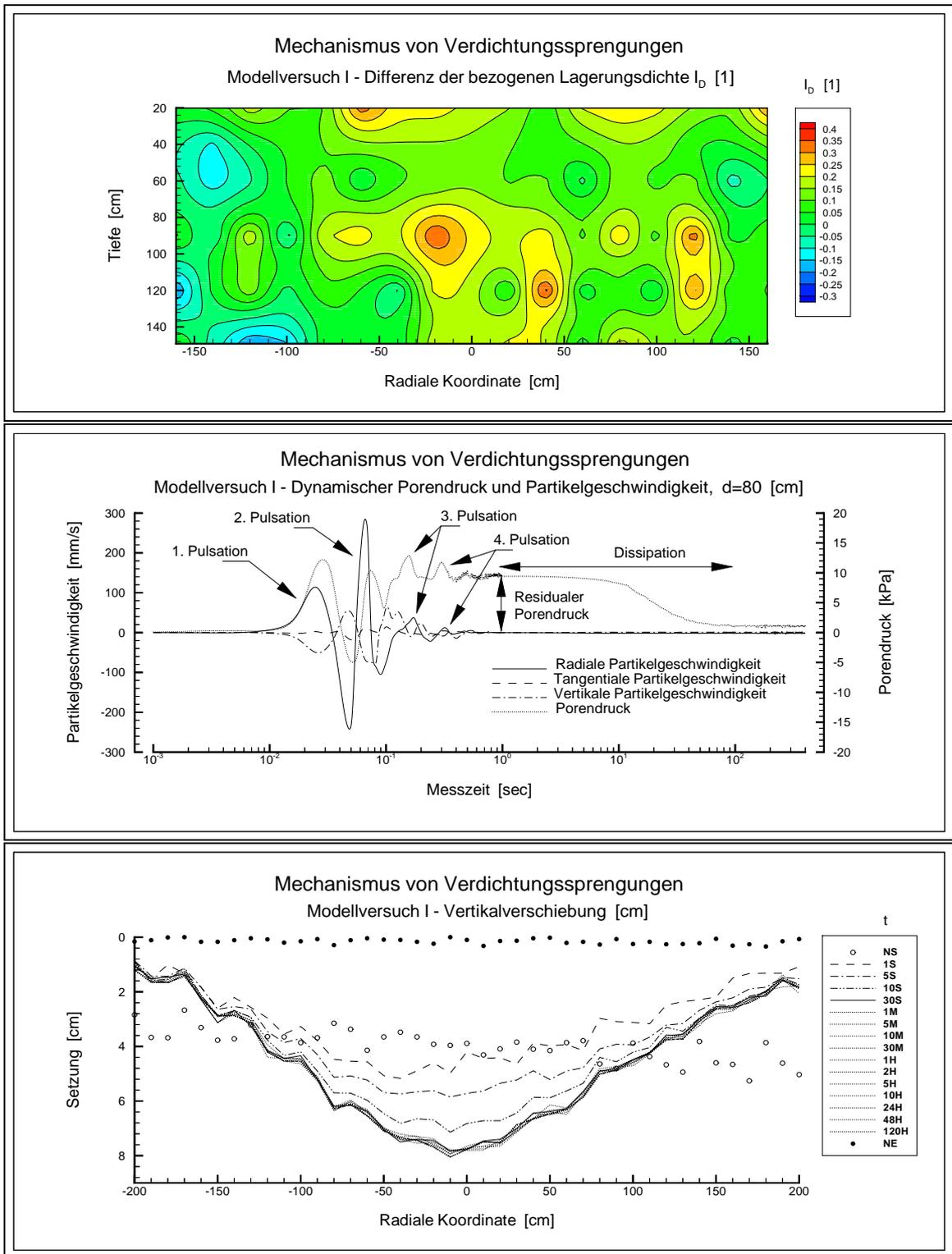


Abbildung 3.3: Typische Ergebnisse eines Modellversuches

3.3 Experimentelle Ergebnisse

Die experimentelle Untersuchung von Sprengungen in annähernd wassergesättigten, granularen Lockergesteinen in dem entwickelten Modellversuch führte zu einem einheitlichen und reproduzierbaren Ergebnis, in dem der Einfluss der bodenphysikalischen Ausgangsbedingungen sowie der Dimensionierungsparameter der Modellsprengungen eindeutig nachweisbar ist. Bei der Auswertung wurden die erfassten Daten auf einen repräsentativen Umfang abgemindert und sind in den Anlagen B-D graphisch dargestellt worden. Die Organisation der Darstellungen wurde für eine vergleichende Diskussion geeignet gewählt.

Die in den Modellversuchen ermittelten quantitativen Ergebnisse sind aus der Tabelle 3.7 ersichtlich. Die eingetragenen Werte gehen entweder aus den ausgeführten Messungen unmittelbar als Zielgröße hervor oder sind durch graphische Auswertung der Zeitbereichskurven der Porendruck- und Partikelbewegungsmessungen ermittelt worden. Bei der Aufbereitung der experimentellen Ergebnisse ist zu jeder physikalischen Größe ϕ oder zu ihrer unter Modellbedingungen ermittelten Äquivalenten $\check{\phi}$ die Angabe des Wertebereiches ($\phi_{min} \dots \phi_{max}$) oder ($\check{\phi}_{min} \dots \check{\phi}_{max}$), des Mittelwertes (M_ϕ oder \check{M}_ϕ , **Tabellenangaben in Fettschrift**) und der Standardabweichung (S_ϕ oder \check{S}_ϕ , *Tabellenangaben in Kursivschrift*), angestrebt worden [197]. Mit Hilfe der Angaben ist eine statistische Bewertung der Ergebnisse, auch unter dem Gesichtspunkt erzielter Messgenauigkeiten, möglich. Bei einer normalverteilten physikalischen Zufallsgröße ϕ , deren Mittelwert M_ϕ und Standardabweichung S_ϕ aus einer statistischen Probe mit dem Umfang n bestimmt wurden, folgt die Statistik

$$t = \sqrt{n} \frac{M_\phi - \mu_\phi}{S_\phi}$$

der STUDENT t -Verteilung mit dem Freiheitsgrad $f = n - 1$. Für den Erwartungswert μ_ϕ der Größe ϕ kann ein symmetrisches Konfidenzintervall mit Hilfe der STUDENT t -Verteilung durch

$$\mathfrak{P} \left(M_\phi - t_{c,f} \frac{S_\phi}{\sqrt{n}} \leq \mu_\phi \leq M_\phi + t_{c,f} \frac{S_\phi}{\sqrt{n}} \right) = c$$

abgesteckt werden, das die Größe ϕ mit einer Wahrscheinlichkeit von c enthält. Die Größe $t_{c,f}$ repräsentiert den Wert der t -Statistik auf dem Konfidenzniveau c und bei einem Freiheitsgrad f . Der Probenumfang n zur Ermittlung des Mittelwertes und der Streuung wurde für jede zutreffende physikalische Größe der Modellmessungen in der jeweiligen Spalte der Tabelle 3.7 in Klammern $/n = /$ aufgeführt und damit das Abstecken von Konfidenzintervallen ermöglicht. Bei statistischen Betrachtungen zum Ergebnis der Modellversuche ist zu berücksichtigen, dass einige der diskutierten physikalischen Größen wegen eines deterministischen Anteils keine reinen Zufallsgrößen darstellen.

In der Abbildung 3.3 wurden ausgewählte Ergebnisse des Modellversuches I der Anlage entnommen und dargestellt, um das prinzipielle Ergebnis eines Modellversuches zu demonstrieren. Die ergänzenden Erklärungen auf den Bildern werden im beschreibenden Teil der Auswertung angesprochen. Trotz der angestrebten hohen Messdichte in den Modellversuchen war eine statistisch gesicherte Interpolation von Messwerten im räumlichen Koordinatensystem des Modellstandes wegen der nicht ausreichenden Anzahl oder ungünstiger geometrischer Konfiguration

der räumlich um den Sprengansatzpunkt verteilten Messpunkte nicht möglich. Wegen der in Vorversuchen vielfach belegten Zylindersymmetrie des Vorganges ist der Einfluss des Verdrehungswinkels um die vertikale Achse des lokalen, polaren (sowie kartesischen) Koordinatensystems im Modellstand vernachlässigt und die Darstellung der Ergebnisse räumlich verteilter physikalischer Größen in Form von ebenen Isoliniendiagrammen vorgenommen worden. Die räumliche Zuordnung der physikalischen Größen erfolgte über die *radiale Koordinate* in [cm] als Abszisse und über die *Tiefe* in [cm] als Ordinate. Die radiale Koordinate entspricht der horizontalen Entfernung vom Sprengpunkt. Um räumliche Effekte zumindest andeuten zu können, ist die Hälfte des Modells, dem Messprofile mit Winkeln von $0 - 179 [^\circ]$ zugehören, mit einem positiven Wert und die Hälfte des Modells, dem Messprofile mit Winkeln von $180 - 359 [^\circ]$ zugehören, mit einem negativen Wert aufgetragen worden. Das Ergebnis der Modellversuche wird im Folgenden detailliert diskutiert. Anschließend werden Schlussfolgerungen zum Mechanismus der Einwirkung einer Einzelsprengung auf annähernd wassergesättigte, granulare Lockergesteine gezogen.

3.3.1 Bodenphysikalische Bedingungen und Verdichtungswirkung von Sprengungen

Zur Ermittlung bodenphysikalischer Kennwerte in den Modellversuchen sind direkte und indirekte Verfahren eingesetzt worden. Die Trockendichte im Ausgangs- und Endzustand vor und nach der Sprengung wurde an ungestörten Proben und mit radiometrischen ($\gamma - \gamma$) Messungen, der Sättigungsgrad mit radiometrischen ($n - n$) Messungen ermittelt. Das Ergebnis der Messungen ist der Tabelle 3.7 zu entnehmen. Die infolge Sprengung eingetretenen Dichteänderungen im Modell wurden zusätzlich mit gravimetrischen Differenzmessungen untersucht.

Die direkten Dichtemessungen zeigen eine durchschnittliche bezogene Lagerungsdichte von jeweils $\check{I}_{D,E,avg} = -0,2095 [1]$, $\check{I}_{D,E,avg} = -0,3973 [1]$ und $\check{I}_{D,E,avg} = -0,1963 [1]$ nach der Installation des Modellmaterials in den Modellversuchen I, II und III. Negative Werte der bezogenen Lagerungsdichten ergeben sich durch die Nutzung der an trockenem Material bestimmten Kennwerte der lockersten und dichtesten Lagerung (siehe Tabelle 3.6). Die lockere als die an trockenem Material ermittelte lockerste Lagerung wird durch die zusätzliche, stützende Wirkung kapillarer Effekte im teilgesättigten Korngerüst ermöglicht (Einbauwassergehalt $\check{w}_E \approx (2 \dots 3) [\%]$). Die durchschnittliche Änderung der bezogenen Lagerungsdichte infolge der Sprengeneinwirkung betrug $\Delta\check{I}_{D,avg} = 0,0951 [1]$, $\Delta\check{I}_{D,avg} = 0,3038 [1]$ und $\Delta\check{I}_{D,avg} = 0,1173 [1]$ bei den Modellversuchen I, II und III. Die erheblich stärkeren Verdichtungseffekte beim Modellversuch II können auf die extrem niedrige Einbaudichte, auf die große Schichtstärke der natürlich gesättigten Überdeckung und auf den hohen Grad der Wassersättigung des Modellmaterials zurückgeführt werden. Die Verdichtungseffekte bei den Modellversuchen I und III sind erheblich geringer und sind in ihrer Größenordnung vergleichbar.

Die Abbildung B.5 in der Anlage zeigt die räumliche Verteilung eingetretener Verdichtungseffekte als Isolinienprofilardarstellung der Änderungen der bezogenen Lagerungsdichte, die durch KRIGING-Interpolation unter Annahme eines *linearen Trends* aus einem Gitter mit 100 Stützstellen je Koordinate erstellt worden ist. In den Isoliniendarstellungen aller Versuche zeichnet sich eine geringfügige Erhöhung der Trockendichte im gesamten Modell nach der Sprengung

ab. Im Ergebnisbild des Modellversuches II erscheint eine Zone konzentrierter Verdichtung in der Umgebung der Sprengladung über eine Breite von $\check{B} = (100 \dots 120) [cm]$ und eine Höhe von $\check{H} = (60 \dots 70) [cm]$. In den Ergebnissen der Modellversuche I und III ist eine weniger ausgedehnte, konzentrierte Verdichtungszone mit einer Breite von $\check{B} = (60 \dots 80) [cm]$ und einer Höhe von $\check{H} = (40 \dots 50) [cm]$ erkennbar.

Zusätzlich erscheinen lokal auftretende stärkere Verdichtungs- und Auflockerungszonen, die auf eine selektive Verdichtungswirkung der Sprengung hinweisen. Die starke dynamische Einwirkung der Sprengung führt in locker gelagerten Zonen des Lockergesteins zu Verdichtungseffekten und in dicht gelagerten Zonen zu Auflockerungseffekten. Aus Drucksondierungen nach der Sprengung erhielt KESSLER ein ähnliches Verdichtungsbild [197]. Die quantitative Untersuchung der im Modell erscheinenden Verdichtungseffekte führt zur Erkenntnis, dass die durchschnittliche bezogene Lagerungsdichte nach der Sprengung jeweils Werte von $\check{I}_{D,avg} = -0,1144 [1]$, $\check{I}_{D,avg} = -0,0935 [1]$ und $\check{I}_{D,avg} = -0,0790 [1]$ bei den Modellversuchen I, II und III erreicht hat. Die den erreichten Lagerungsdichten zugeordneten Porenzahlen liegen in der Größenordnung der kritischen Porenzahl, die unter den niedrigen wirksamen Spannungen des Modells annähernd der Porenzahl der an trockenem Material ermittelten lockersten Lagerung entspricht [170].

Der Abbildung B.4 in der Anlage können die Ergebnisse der Trockendichten- und Sättigungsgradbestimmung aus nukleargeophysikalischen Messungen in den Entfernungen von $\check{d}_{msm} = 100 [cm]$ und $\check{d}_{msm} = 150 [cm]$ von der Sprengladung vor und nach der Sprengung entnommen werden. Die radiometrischen Dichtemessungen zeigen durchschnittliche bezogene Lagerungsdichten von $\check{I}_{D,E,avg} = -0,9359 [1]$, $\check{I}_{D,E,avg} = -0,4144 [1]$ und $\check{I}_{D,E,avg} = -0,2934 [1]$ sowie durchschnittliche Fluidsättigungsgrade vor der Sprengung von $\check{s}_{E,avg} = 0,9284 [1]$, $\check{s}_{E,avg} = 0,9849 [1]$ und $\check{s}_{E,avg} = 0,9575 [1]$ bei den Modellversuchen I, II und III. Die niedrigen Dichtewerte und die starke Dichtestreuung über die Tiefe in dem Ergebnis der radiometrischen Messungen beim Modellversuch I (Bild B.4 oben) sind auf eine lokale Störung in der Dichtestruktur zurückzuführen. In den Modellversuchen II und III (Bild B.4 Mitte und unten) erscheint eine wesentlich homogenere Dichtestruktur über die Tiefe. In den Ergebnissen, die Messtiefen von $\check{H}_{msm} = (20; 30; 40) [cm]$ zugehören, sind die den Versuchsbedingungen entsprechenden Schichtstärken der natürlich gesättigten Überdeckung in der Sättigungsverteilung klar erkennbar. Zur Mittelwertbestimmung des Sättigungsgrades wurden nur die Messwerte unterhalb des Grundwasserspiegels benutzt.

In den Ergebnissen der radiometrischen Messungen ist eine geringfügige Änderung der bezogenen Lagerungsdichte und der Fluidsättigung sowie eine selektive und homogenisierende Wirkung der Sprengung sowohl auf die Lagerungsdichte als auch auf den Fluidsättigungsgrad zu erkennen. Die Änderung des durchschnittlichen Sättigungsgrades zeigt einen klaren Zusammenhang zwischen der Größe der Fluidsättigung im Ausgangszustand und der aus direkten Dichtemessungen ermittelten Änderung der Trockendichte. Bei den Modellversuchen I und III ist infolge der Sprengwirkung eine geringfügige Zunahme von $\Delta\check{s}_{avg} = 0,0071 [1]$ und $\Delta\check{s}_{avg} = 0,0027 [1]$, beim Modellversuch II eine beträchtliche Abnahme von $\Delta\check{s}_{avg} = -0,01 [1]$ im durchschnittlichen Fluidsättigungsgrad gemessen worden. In den Modellversuchen I und III wurde die volle Sättigung während des Verdichtungs Vorganges im Modell in der Umgebung des Ortes der radiometrischen Messungen überwiegend nicht erreicht. Die Porenraumvermin-

derung verursachte damit die Erhöhung der Fluidsättigung. Die starke Abnahme des durchschnittlichen Sättigungsgrades beim Modellversuch II ist darin begründet, dass während des Verdichtungs Vorganges überwiegend eine vollständige Fluidsättigung der Poren erreicht wurde und eine weitere Porenvolumenverminderung nur bei Abnahme des Fluidanteils im Porenvolumen durch Entmischung zwischen Korngerüst und Porenfluid möglich war. Die Gasphase lag bei der annähernd vollständigen Fluidsättigung des Korngerüsts immobil im Porenraum vor, und der Porengasanteil hat sich im Verlauf des Verdichtungs Vorganges nicht geändert. Die festgestellte Verminderung der Fluidsättigung entstand als Ergebnis des Entmischungsvorganges von Korngerüst und Porenfluid beim konstanten Porengasanteil.

Gegenwärtig liegt kein praktisch anwendbares theoretisches Vorwärtsmodell zur Vorhersage der räumlichen Verteilung von Verdichtungseffekten im Lockergestein infolge einer Sprengung vor. Die räumliche Struktur der Dichteänderungen infolge der Sprengung in den Modellversuchen wurde empirisch in Form einer linearen Abhängigkeit von der Entfernung vom Sprengpunkt mit

$$(3.7) \quad \frac{\Delta \check{\rho}}{\rho_{rfc}} = \check{A}_\rho \frac{\|\check{\mathbf{r}} - \check{\mathbf{r}}_e\|}{d_{rfc}} + \check{B}_\rho$$

approximiert. Die Referenzdichte $\rho_{rfc} = 1 [g/cm^3]$ und die Referenzentfernung $d_{rfc} = 1 [m]$ wurden zur Sicherung der Dimensionsreinheit eingeführt. Der Operator $\|\cdot\|$ stellt die EUKLIDISCHE Norm (Betrag) der vektoriellen Größe (\cdot) dar (siehe Abschnitt F.2.3). Der Vektor $\check{\mathbf{r}}$ repräsentiert den Ortsvektor im räumlichen Koordinatensystem des Modells und der Vektor $\check{\mathbf{r}}_e$ markiert die räumliche Lage des Ansatzpunktes der Modellsprengung. Die Größen \check{A}_ρ und \check{B}_ρ sind Regressionskoeffizienten. In der Profildarstellung der Abbildung B.6 in der Anlage sind die in den Modellversuchen ermittelten Änderungen der Trockendichte mit Symbolen und das Ergebnis der Regressionsanalyse mit einer dünn durchgezogenen Linie dargestellt. Die Regressionskoeffizienten \check{A}_ρ und \check{B}_ρ sowie das Bestimmtheitsmaß \check{R}_ρ der Anpassung des linearen Verdichtungsmodells an die experimentellen Ergebnisse sind aus der Tabelle 3.8 ersichtlich und zeigen, dass ein schwacher linearer Verdichtungstrend lediglich bei den Modellversuchen I und III vorliegt. Beim Modellversuch II versagt der lineare Ansatz wegen der starken Streuung der Messwerte. Durch das Bestimmtheitsmaß der Anpassung des linearen Verdichtungsmodells $\check{R}_\rho = (0, 1520; 0, 0000; 0, 3491) [1]$ wird ein geringfügiger *systematischer* und ein starker *lokaler* Anteil in dem entfernungsabhängigen Verdichtungseffekt ausgewiesen. Das Regressionsergebnis unterstreicht, dass die im Modell beobachteten Dichteänderungen stärker von der Ausgangsdichte als von dem Niveau der eingetragenen Deformationsenergie beeinflusst worden sind.

Zur zerstörungsfreien Bestimmung der Änderung der Dichte des Modellmaterials infolge der Sprengungswirkung wurden mikrogravimetrische Differenzmessungen durchgeführt, deren Ergebnis in der Profildarstellung der Abbildung B.7 in der Anlage ersichtlich ist. Die gemessenen Schweredifferenzen wurden mit Symbolen dargestellt. Die einzelnen Messpunkte sind doppelt und mit jeweils zwei Ablesungen gemessen worden, um die Wirkung des Instrumentenganges und der Gezeiten aus den Messwerten eliminieren zu können. Zusätzlich ist die Höhenänderung infolge der Absenkung der Modelloberfläche durch eine Freiluftkorrektur in den Messwerten berücksichtigt worden. Die in den Messergebnissen erscheinende starke Streuung ist auf die

geringen gravimetrischen Anomalieeffekte im Modellstand zurückzuführen, deren Größenordnung an der Grenze der Auflösung des eingesetzten Gravimeters lag.

Bei der Auswertung der gravimetrischen Messungen ist trotz Vorinformationen zur Verdichtungsstruktur aus den bodenphysikalischen Messungen ein zylindersymmetrischer Verdichtungsprozess angenommen worden. In den Schweredifferenzen erscheint eine signifikante Anomalie in der Umgebung der Sprengladung, die auf die Änderung der Dichte des Modellmaterials infolge der Sprengung hinweist. Die Größenordnung der Anomalie ist bei den Modellversuchen I und III etwa gleich und beim Modellversuch II besonders stark. Die Lokalisation und Quantifizierung der Dichteänderung sind jedoch wegen des für Potentialmethoden charakteristischen Äquivalenzprinzips ohne weitere Informationen zur Bildung eines Modells oder Annahmen zur Verdichtungsstruktur nicht möglich.

Das Messverfahren der Gravimetrie erfasst die Änderung der Feuchtdichte des Lockergesteins und kann nur in dem Sonderfall zur Bestimmung der Änderung der Trockendichte unmittelbar herangezogen werden, wenn sich der Wassergehalt im Lockergestein in der Zeit zwischen der gravimetrischen Null- und Kontrollmessung nicht ändert. Das Ergebnis der nukleargeophysikalischen Messungen belegt, dass die Sprengung nur eine geringfügige Sättigungsgradänderung zur Folge hat. In der Auswertung können damit die gravimetrischen Messeffekte unmittelbar auf die Änderung der Trockendichte des Korngerüsts zurückgeführt werden. Mit den Beobachtungswerten ist zunächst der Versuch einer quantitativen Auswertung unternommen worden, die in dem ersten Schritt aus einer Trendsuche zur mathematischen Beschreibung der Abhängigkeit der Differenzwerte der Schwere $\Delta\check{g}$ von der horizontalen Entfernung vom Sprengpunkt bestand. Als Approximationsfunktion wurde der Ansatz

$$\frac{\Delta\check{g}}{g_{rfc}} = \check{A}_g \exp \left(-\check{B}_g \left(\frac{\check{d}}{d_{rfc}} \right)^2 \right)$$

gewählt. Der Referenzwert der Schwere $g_{rfc} = 1,0 [Mikro\text{gal}]$ und die Referenzlänge $d_{rfc} = 1,0 [m]$ wurden zur Sicherung der Dimensionsreinheit eingeführt. Die Regressionskoeffizienten \check{A}_g und \check{B}_g des nichtlinearen Regressionsansatzes sind mit dem Verfahren der konjugierten Gradienten ermittelt worden. Die graphische Darstellung der errechneten Trendfunktionen ist in der Abbildung B.7 als durchgezogene Linie ersichtlich. Die Trendsuche führte wegen der starken Streuung der Messergebnisse zu niedrigen Bestimmtheitsmaßen von $\check{R}_g = (0,2335; 0,5559; 0,3227) [1]$, die beim Modellversuch I und III durch die anwachsende Messunsicherheit bei den durch direkte Messungen belegten geringeren Verdichtungseffekten bedingt sind. Die Trends erfassen das Feld der Schweredifferenzen quantitativ korrekt. In dem Randbereich des Modells werden Schweredifferenzen etwa gleicher Größenordnung vorhergesagt. Aus dem Trendverlauf der Schwerewerte sind die größten Verdichtungseffekte beim Modellversuch II klar erkennbar. Der Maximalwert der Trendfunktion des I Modellversuches weist auf eine stärkere Konzentration der Verdichtung in der engeren Sprengumgebung hin als das beim III Modellversuch der Fall ist. Diese Aussagen werden durch das Ergebnis der bodenphysikalischen Messungen in den Diagrammen der Abbildung B.5 zumindest qualitativ bestätigt.

Zur quantitativen Auswertung der gravimetrischen Ergebnisse wurde eine theoretische Verteilung für den Dichtezuwachs im Modell gesucht, deren synthetisches Schweredifferenzfeld dem durch Approximation bestimmten Trend der Gravimetriemessungen im Modell entspricht. Zur Erfassung der räumlichen Verteilung der Verdichtungseffekte ist das bei der Auswertung der direkten Messungen genutzte lineare Modell in Gleichung (3.7) beibehalten worden. Die Aufgabenstellung bestand in der Bestimmung der Koeffizienten \check{A}_g und \check{B}_g derart, dass die theoretisch und experimentell ermittelte Änderung der Schwere in jedem Messpunkt eine bestmögliche Übereinstimmung aufweist. Die infolge Dichteänderung eintretende Änderung der Schwere Δg ist durch den Betrag des Gradienten der Änderung des NEWTONSchen Volumenpotentials ΔU_g definiert

$$\Delta g = \|\Delta \mathbf{g}\| = \|\Delta U_g \nabla_{\mathbf{r}}\| ,$$

wo die Änderung des NEWTONSchen Volumenpotentials in einem mit der Ortskoordinate \mathbf{r} gegebenen Auflagepunkt durch den Zusammenhang

$$\Delta U_g(\mathbf{r}) = \int_{V_g} g \frac{\Delta \varrho(\mathbf{r}')}{\|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|} dV_g$$

gegeben ist. Die Integration wird über das Gebiet V_g mit dem Ortsvektor des räumlichen Hilfskoordinatensystems \mathbf{r}' vorgenommen [243], [326]. Die Gravitationskonstante beträgt $g = 6,672 \cdot 10^{-11} [m^3/kg s^2]$. Die Änderung des diskreten NEWTONSchen Volumenpotentials $\Delta_i \check{U}_g$ in einem mit der diskreten Ortskoordinate ${}_i \check{\mathbf{r}}$ gegebenen gravimetrischen Messpunkt i des Modellversuches wurde durch die Approximation

$$\Delta \check{U}_g(\check{\mathbf{r}} = {}_i \check{\mathbf{r}}) = \Delta_i \check{U}_g \approx \sum_j g \frac{\Delta_j \check{\varrho}}{{}_{ij} \check{r}} {}_j V$$

ermittelt, woraus die Schwere durch numerische Differentiation hervorging. Die Größe ${}_{ij} \check{r}$ repräsentiert den Betrag des Ortsvektors vom Messpunkt i zum Massenschwerpunkt des Elementarvolumens j mit

$${}_{ij} \check{r} = \|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j\| .$$

Das Modellmaterial in dem Modellbehälter ist in $j = 5000$ [1] diskrete Teilvolumina $\Delta_j V$ aufgeteilt worden. Die Größe $\Delta_j \check{\varrho}$ bezeichnet die Dichteänderung im diskreten Teilvolumen j . Der gravimetrische Einfluss der Modellumgebung wurde für Null- und Kontrollmessung als identisch angenommen und wegen der Auswertung von Differenzmessdaten nicht beachtet. Durch die Lösung der nichtlinearen Optimierungsaufgabe mit der Methode der konjugierten Gradienten konnte das Feld der Schweredifferenzen aus dem synthetischen gravimetrischen Modell dem Trend der gemessenen Werte mit sehr großem Bestimmtheitsmaß $\check{R}_g = (0,9992 \dots 1,0000)$ [1] angepasst werden. Die Kennwerte der Approximation können der Tabelle 3.8 entnommen werden. Das als Ergebnis ermittelte Feld der Dichteänderungen ist in den Diagrammen der

Abbildung B.8 in der Anlage ersichtlich. Das Ergebnis der Berechnung weist eine maximale Dichteänderung im Sprengansatzpunkt aus und zeigt zum Rand hin eine plausible, abnehmende Tendenz. Die Größenordnung der ausgewiesenen Dichteänderung wird von den Ergebnissen der Dichtemessungen an ungestörten Proben bei allen Modellversuchen bestätigt. Die durch das gravimetrische Vorwärtsmodell entfernungsabhängig vorhergesagten theoretischen Werte der Dichteänderung sind in die Diagramme der Abbildung B.6 in der Anlage mit dick durchgezogener Linie ergänzend aufgenommen worden. Der Vergleich mit dem Trend der direkten Messungen der Dichteänderungen an ungestörten Proben lässt erkennen, dass das erarbeitete gravimetrische Vorwärtsmodell die eingetretenen Verdichtungseffekte zwar in der Größenordnung quantitativ korrekt erfasst, jedoch die in bodenphysikalischen Messungen ausgewiesenen tatsächlichen Dichteänderungen überschätzt. In Anbetracht des Absolutwertes eingetretener Verdichtungen, der Empfindlichkeit des eingesetzten Gravimeters und der Konfiguration der gravimetrischen Messungen kann die Annäherung bei den Modellversuchen I und III sowohl in der Größenordnung als auch in der Abhängigkeit von der Entfernung als gut bewertet werden. Die Richtigkeit der gravimetrischen Ergebnisse beim Modellversuch II erscheint demgegenüber fragwürdig. Eine Präzisierung des Messergebnisses unter den Bedingungen der Modellmessungen könnte nur durch Erhöhung der Auflösung des Gravimeters erreicht werden.

Die quantitative Bestimmung der durch Sprengungen eingetragenen Verdichtungseffekte mit zerstörungsfreien Methoden der Geophysik gilt generell als diffizile Aufgabe. In situ ist die Einsetzbarkeit geoelektrischer Methoden wegen Unklarheiten über die Leitfähigkeitsverhältnisse im Untergrund begrenzt. Seismische Methoden werden durch die starke Dämpfung hochfrequenter Signale niedriger Wellenlänge, insbesondere in locker gelagerten, rolligen Lockergesteinen erschwert. Die Gravimetrie ist den genannten Methoden überlegen, weil die Veränderung der Lagerungsdichte des Lockergesteins mit der Änderung der Schwere in einem bedeutend engeren Zusammenhang als mit dem spezifischen Widerstand oder der Ausbreitungsgeschwindigkeit von seismischen Wellen steht. Die Auswertung der gravimetrischen Ergebnisse ist wegen des Äquivalenzprinzips jedoch immer an ein geeignetes Vorwärtsmodell gebunden. In Kombination mit einem theoretischen Modell zur Bestimmung der räumlichen Verteilung von Verdichtungseffekten infolge einer Sprengung besteht mit dem hier vorgestellten Auswertungsverfahren die Möglichkeit, eingetretene Dichteänderungen zu quantifizieren. Unter in situ-Bedingungen wachsen die Genauigkeit und Aussagekraft von Gravimetriemessungen gegenüber den Modellmessungen an. Bei einer Sprengung im Feld mit äquivalentem Verdichtungserfolg steigt die sprenginduzierte Massenänderung in der Verdichtungszone mit der dritten Potenz der Reichweite, jedoch die Entfernung von den Messpunkten bis zur Verdichtungszone nur linear an. Damit treten bei in situ-Messungen größere Schwereanomalien infolge einer dem Modellversuch äquivalenten Verdichtungswirkung auf, und die Genauigkeit der Messungen wächst an. Die vorgestellten gravimetrischen Untersuchungen haben zumindest den prinzipiellen Nachweis erbringen können, dass der Einsatz gravimetrischer Differenzmessungen als indirektes Verfahren zur Erfassung oder Verifizierung von Dichtedifferenzen beim Vorhandensein eines Vorwärtsmodells für die erwartete Verdichtungsstruktur als Erfolg versprechend gelten kann.

3.3.2 Dynamik der Sprengwirkung in Lockergesteinen

Der Mechanismus der dynamischen Wirkung einer Sprengung in teil- und vollgesättigten, granularen Lockergesteinen wird aus Partikelbewegungs- und Porendruckmessungen deutlich. Der

Tabelle 3.8: Approximationskennwerte der räumlichen Verteilung der Dichteänderung

Versuch:	Modellversuch I	Modellversuch II	Modellversuch III
Ermittlung der Verdichtungsstruktur aus bodenphysikalischen Messungen:			
\check{A}_ρ [1]	-0,0235	0,0000	-0,0096
\check{B}_ρ [1]	0,0454	0,0662	0,0361
\check{R}_ρ [1]	0,3491	0,0000	0,1520
Trend der Änderung der Schwere:			
\check{A}_g [1]	22,00	42,00	18,13
\check{B}_g [1]	0,18	0,48	0,20
\check{R}_g [1]	0,2335	0,5559	0,3227
Ermittlung der Verdichtungsstruktur aus gravimetrischen Messungen:			
\check{A}_ρ [1]	-0,0439	-0,2243	-0,0416
\check{B}_ρ [1]	0,1489	0,4367	0,1288
\check{R}_ρ [1]	1,0000	0,9992	1,0000

große Umfang dynamischer Messungen (siehe Tabelle 3.4) wurde auf die Darstellung und Auswertung quantitativer Ergebnisse aus den Messwertaufnehmern in der Ebene der Sprengladung (Messtiefe $\check{H}_{msm} = 90 [cm]$) beschränkt. Die dynamischen Messungen in Messebenen ober- und unterhalb der Ladungstiefe haben zu einem vergleichbaren Ergebnis geführt. Die aus der Auswertung der bodendynamischen Messungen ermittelten Ergebnisse befinden sich in der Tabelle 3.7.

In dem mittleren Diagramm der Abbildung 3.3 ist das typische Partikelgeschwindigkeits- und Porendruckwellenbild in einer Messentfernung von $\check{d}_{msm} = 80 [cm]$ von dem Sprengansatzpunkt im Zeitbereich dargestellt. Die Abbildungen C.2, C.3 und C.4 in der Anlage zeigen das Verhalten von dynamischen Porendrücken und Partikelgeschwindigkeiten im Zeitbereich für bestimmte Entfernungen vom Sprengpunkt in den Modellversuchen I, II und III. Aus den Porendruckdarstellungen ist der statische Porendruckanteil im Ausgangszustand mit einer Offsetkompensation entfernt worden. Die Zeitbereichsdarstellungen des Porendruckes und der Partikelbewegung wurden einheitlich mit einem digitalen BESSEL-Tiefpassfilter vierter Ordnung und mit einer Grenzfrequenz von $f_{lmt,lwr} = 100 [Hz]$ gefiltert. Wegen der linearen Phasencharakteristik im Durchlassbereich wird keine Dispersion in das Signalbild durch die digitale Filterung eingetragen. Die einheitliche Filterung aller Zeitbereichssignale beeinträchtigt damit die Ermittlung von Laufzeiten nicht.

Im Wellenbild einer Einzelsprengung erscheinen transiente Partikelbewegungen und Porendrücke, die auf ein pulsierendes Verhalten des Schwadenhohlraumes der gasförmigen Explosionsprodukte zurückzuführen sind. In dem Wellenfeld sind $\check{n}_{pls} = (3 \dots 6) [1]$ Pulsationen erkennbar, wovon die ersten vier in der Abbildung 3.3 mit Pfeilen verdeutlicht wurden. Reflexionseffekte von den Rändern des Modells sind in den Wellenfeldern nicht zu verzeichnen, wodurch die korrekte Funktionsweise der energiedurchlässigen Berandung der 1g-Modellversuchsanlage experimentell bestätigt werden konnte.

In dem Partikelgeschwindigkeitsfeld erscheinen radial und vertikal polarisierte Komponenten mit der größten Amplitude. Für die dynamische Anregung des umgebenden Lockergesteins sind zwei Kompressionswellenzüge aus der ersten und zweiten sowie ein vertikal polarisierter Scherwellenzug aus der ersten Pulsation des Schwadenhohlraumes maßgebend und führen zum sukzessiven Aufbau residualer Porenüberdrücke. Mit zunehmender Pulsationszahl nimmt die Am-

plitude der Partikelgeschwindigkeit und die Rate der Akkumulation residualer Porenüberdrücke ab. Das phasengleiche Verhalten der Partikelbewegung und des Porendruckes unterstreicht die starke Kopplung zwischen dem mechanischen Verhalten des Korngerüstes und dem der Porenfüllung. Obwohl eine von der Korngerüstbewegung unabhängige Kompressionswelle in der Porenfüllung im Messergebnis nicht erkennbar ist, wird die Zeitabhängigkeit der Porendruckentwicklung in den folgenden Untersuchungen als eine von der Korngerüstbewegung unabhängige "Porendruckwelle" betrachtet.

Die dynamische Belastung des Lockergesteins dauert über eine typische Messzeit von $\check{t}_{msm} = (300 \dots 400) [msec]$ an. Der vollständige Aufbau des residualen Porenüberdruckes ist in Verbindung mit Wellenzügen hoher Amplitude innerhalb eines Messzeitraumes von $\check{t}_{msm} = (100 \dots 120) [msec]$ eingetreten. Das Verhalten dynamischer Porendrücke und radialer Partikelbeschleunigungen in diesem Zeitintervall ist aus der Abbildung C.5 der Anlage ersichtlich und zeigt, dass die ausgeprägtesten dynamischen Effekte im Modellversuch II und die Geringsten im Modellversuch III auftraten. Die Amplitude der Porendruckentwicklung und der Partikelbewegung steigt mit abnehmender Trockendichte des Lockergesteins vor der Sprengung. Der stärkere Porendruckanstieg im Modellversuch II liegt in dem stärker kontraktiven Verhalten des Korngerüstes bei lockerer Lagerung begründet. Der Aufbau höherer Porendrücke führt zu einer stärkeren Entfestigung des Korngerüstes, woraus auch im Partikelbewegungsbild höhere Amplituden folgen.

Aus der Abbildung C.6 in der Anlage ist das Amplitudenspektrum der dynamischen Porendrücke und der Partikelgeschwindigkeiten in einer gemeinsamen Darstellung aller Messergebnisse eines Modellversuches ersichtlich. Der durch die residualen Porenüberdrücke eingebrachte niederfrequente Schwingungsanteil wurde durch digitale Filterung mit einem BESSEL-Bandpassfilter vierter Ordnung mit einer unteren Grenzfrequenz von $f_{lmt, lwr} = 10 [Hz]$ und einer oberen Grenzfrequenz von $f_{lmt, upr} = 100 [Hz]$ vor der FOURIER-Transformation entfernt. Die Amplitudenspektren zeigen einen Vorzugsfrequenzbereich der Partikelgeschwindigkeit und des Porendruckes von $f_v \approx f_p = (10 \dots 30) [Hz]$. Das Maximum der Amplitude tritt bei einer typischen Resonanzfrequenz von $\check{f}_{v, rsn} \approx \check{f}_{p, rsn} = (20 \dots 22) [Hz]$ auf. Die ermittelten Frequenzen sind bei der Anregung aus der ersten Pulsationswelle am höchsten und zeigen mit zunehmender Pulsationszahl eine abnehmende Tendenz. Die Übereinstimmung der Frequenzspektren der Partikelgeschwindigkeit und des Porendruckes unterstreicht die starke Kopplung zwischen Partikelbewegung und Porendruckentwicklung. Die dargestellten dynamischen Ergebnisse stimmen mit den von KESSLER im gleichen Modellstand jedoch mit anderem Modellmaterial erzielten und nur unsystematisch diskutierten bodendynamischen Messergebnissen [197] [198] sowie mit den Ergebnissen dynamischer Messungen an Einzelsprengungen im Feld von FRIEDRICH/KRÜGER [143] und GUDEHUS/KUNTZE/RAJU/WARBOLD [161] qualitativ gut überein.

Nach dem Erliegen der dynamischen Anregung aus der Sprengung bleibt der residuale Porenüberdruck über einen Zeitraum von $\check{t}_{msm} \approx (5 \dots 10) [sec]$ unverändert. Die Dauer der Phase des konstanten Porenüberdruckes steigt mit wachsender Amplitude residualer Porendrücke und nimmt mit zunehmender Entfernung des Messpunktes vom Sprengpunkt ab. Der anschließend eintretende Abbau residualer Porenüberdrücke dauert über eine Zeit von $\check{t}_{rsd} = (42, 3 \dots 77, 7) [sec]$ an und findet an Porendruckaufnehmern im Randbereich des Modells schnell-

ler als an Messpunkten im Inneren des Modells statt. Diese Beobachtungen unterstreichen, dass das Abströmen des Porenfluids während der Entspannung residualer Porenüberdrücke in Richtung der durchlässigen, seitlichen und unteren Berandung des Modells erfolgt.

Zur quantitativen Bewertung der transienten Belastungsphase aus der Sprengung sind die induzierte Porendruckentwicklung, die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen und die in das Korngerüst eingetragenen Deformationen bestimmt worden. Die Abhängigkeit dieser Größen von der Entfernung vom Sprengpunkt sowie von der Pulsationszahl des Schwadenhohlraumes beleuchtet den Mechanismus der durch die Einzelsprengung eingetragenen dynamischen Anregung des Lockergesteins. Aus dem Quotienten des maximalen dynamischen Porenüberdruckes $\Delta p_{max,k}^p$ bei der Pulsationszahl k und der statischen wirksamen Vertikalspannung $T_{E,v}^s$ vor der Sprengung

$$I_{lqf,k} = \frac{\Delta p_{max,k}^p}{T_{E,v}^s}$$

wurde der Verflüssigungsindex $I_{lqf,k}$ für die ersten vier Pulsationen des Schwadenhohlraumes ($n_{pls} = k = (1; 2; 3; 4)$) sowie für den Residualzustand ($k = rsd$) unmittelbar nach dem Erliegen der dynamischen Anregung berechnet. Die Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wellen in der Porenfüllung und im Korngerüst erfolgte durch die graphische Ermittlung der phasenkorrigierten Einsatzzeitpunkte des Porendruckes und der Komponenten der Partikelbewegung im Zeitbereich (Diagramme in den Abbildungen C.2, C.3, C.4 der Anlage) sowie durch Berücksichtigung der Entfernung zwischen den Messstellen. Aus der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Longitudinalwelle $c_{s,C,k}$, der horizontal $c_{s,SH,k}$ und vertikal $c_{s,SV,k}$ polarisierten Transversalwelle, sowie der longitudinalen $v_{s,C,k}$, horizontal polarisierten $v_{s,SH,k}$ und vertikal polarisierten $v_{s,SV,k}$ Komponenten der Partikelgeschwindigkeit ist die Amplitude der ins Korngerüst eingetragenen Druckdeformationen $\varepsilon_{s,C,k}$, horizontal polarisierten Scherdeformationen $\varepsilon_{s,SH,k}$ und vertikal polarisierten Scherdeformationen $\varepsilon_{s,SV,k}$ in Abhängigkeit von der Pulsationszahl des Schwadenhohlraumes $n_{pls} = k$ für die ersten drei Pulsationen ($n_{pls} = k = (1; 2; 3)$) [1] aus den Gleichungen

$$\varepsilon_{s,C,k} = \frac{v_{s,C,k}}{c_{s,C,k}}, \quad \varepsilon_{s,SH,k} = \frac{1}{2} \frac{v_{s,SH,k}}{c_{s,SH,k}}, \quad \varepsilon_{s,SV,k} = \frac{1}{2} \frac{v_{s,SV,k}}{c_{s,SV,k}}$$

ermittelt worden [339]. Die aus den Ergebnissen der Modellversuche I, II und III errechneten Verflüssigungsindizes, Ausbreitungsgeschwindigkeiten und Deformationen wurden in der Tabelle 3.7 zusammengestellt und in den Diagrammen der Abbildung C.7 in der Anlage aufgetragen. Die Untersuchung der ermittelten Verflüssigungsindizes sowie ihrer Abhängigkeit von der Entfernung vom Sprengpunkt führt zu folgenden wichtigen Erkenntnissen über den Mechanismus der dynamischen Veränderung des Lockergesteins durch die Sprengung:

- Die erste, intensivste Pulsation verursacht einen hohen Porenüberdruck in der Umgebung der Sprengung. Der Verflüssigungsindex nimmt in der Nähe der Sprengladung sehr hohe und in großer Entfernung von der Sprengladung sehr niedrige Werte in dem Bereich von $\check{I}_{lqf,1} = (0, 10 \dots 8, 75)$ [1] an. Die große Abnahme der Verflüssigungsindizes mit zunehmender Messpunktentfernung zeigt die starke Materialdämpfung des noch nicht entfestigten Korngerüsts (gestrichelte Kurven in den linken Diagrammen der Abbildung C.7 in der Anlage);

- Die zweite, dritte und vierte Pulsationen induzieren geringere Porendruckamplituden und führen zu einer sukzessiven Erhöhung des residualen Porenüberdruckes. Die Verflüssigungsindizes wurden mit $\check{I}_{lqf,2} = (0,76 \dots 4,56) [1]$ nach der zweiten, $\check{I}_{lqf,3} = (0,70 \dots 2,67) [1]$ nach der dritten und $\check{I}_{lqf,4} = (0,68 \dots 1,97) [1]$ nach der vierten Pulsation ermittelt. Die Materialdämpfung sinkt mit wachsender Pulsationszahl und steigendem Niveau residualer Porendrücke infolge der zunehmend starken Entfestigung des Korngerüsts (Punktstrichkurven und gepunktete Kurve in den linken Diagrammen der Abbildung C.7 in der Anlage);
- Als Ergebnis der Verdichtungssprengung entsteht eine bis zum Rand des Modells reichende Entfestigung im Lockergestein. Die residualen Werte der Verflüssigungsindizes liegen in der Größenordnung von $\check{I}_{lqf,rsd} = (0,68 \dots 1,71) [1]$. In dem Modellmaterial können sich durch Aktivierung von Scherwiderständen in der natürlich gesättigten Überdeckungsschicht höhere Porenüberdrücke als die statischen wirksamen Spannungen einstellen (durchgezogene Linie in den linken Diagrammen der Abbildung C.7 in der Anlage).

Zwischen der Amplitude der Porendruckentwicklung und der Ausgangsdichte der Modellversuche zeichnet sich ein eindeutiger Zusammenhang ab. Die höchsten Werte der Verflüssigungsindizes erscheinen beim Modellversuch II, gefolgt von den Modellversuchen I und III. Durch die Kopplung zwischen Porendruckentwicklung und Partikelbewegung wirkt sich das beobachtete dynamische Porendruckverhalten auch auf das Verhalten der Partikelbewegungen aus. Die erste Pulsation des Schwadenhohlraumes verursacht deutlich kleinere Partikelgeschwindigkeitsamplituden und eine höhere Dämpfung als die der zweiten und dritten Pulsation, die stark ausgeprägt und quantitativ etwa gleichwertig erscheinen. Bereits nach der ersten Pulsation stellt sich ein hoher Grad der Entfestigung im Korngerüst ein. Solange die Amplitude der Partikelbewegung sich zwischen dem Sprengpunkt nächst und weitest gelegenen Messstelle bei der ersten Pulsation noch um den Faktor $\lambda = (10 \dots 20)$ (Bilder C.2, C.3 und C.4) reduziert, liegt der Abminderungsfaktor beim zweiten und dritten Pulsationsschlag nur noch etwa bei $\lambda = (3 \dots 6)$. Die aus der sprenginduzierten Stoßwellenfront hervorgehende erste Wellenfront ruft damit eine starke Entfestigung des zu verdichtenden Materials hervor, das noch mindestens von weiteren zwei, intensiveren Wellenfronten passiert wird. Die durch die Verdichtungssprengung entfestigte Einflusszone dehnt sich mit wachsender Zahl der Pulsationen aus.

In der Tabelle 3.7 und in den linken Diagrammen der Abbildung C.7 der Anlage sind die Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Porendruckwelle, in den rechten Diagrammen der Abbildung C.7 der Anlage die Ausbreitungsgeschwindigkeiten verschiedener Wellentypen im Korngerüst in Abhängigkeit von der Messentfernung zum Sprengpunkt aufgetragen worden. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Kompressionswelle bei der ersten Pulsation ist bei allen Modellversuchen am größten und liegt im Durchschnitt in der Größenordnung von $\check{c}_{s,C,1,avg} = (49,3 \dots 94,2) [m/s]$. Bei der zweiten und dritten Pulsation sind erheblich niedrigere Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Kompressionswellen mit durchschnittlichen Werten von $\check{c}_{s,C,2,avg} = (21,2 \dots 27,5) [m/s]$ und $\check{c}_{s,C,3,avg} = (16,9 \dots 20,4) [m/s]$ gemessen worden. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der horizontal und vertikal polarisierten Scherwellen ist mit durchschnittlichen Werten von $\check{c}_{s,SV,1,avg} = (19,5 \dots 66,7) [m/s]$ und $\check{c}_{s,SH,1,avg} = (17,6 \dots 33,5) [m/s]$ bei der ersten, $\check{c}_{s,SV,2,avg} = (16,9 \dots 27,6) [m/s]$ und $\check{c}_{s,SH,2,avg} = (22,3 \dots 23,9) [m/s]$ bei der

zweiten sowie $\check{c}_{s,SV,3,avg} = (15,5 \dots 28,3) [m/s]$ und $\check{c}_{s,SH,3,avg} = (16,7 \dots 26,1) [m/s]$ bei der dritten Pulsation des Schwadenhohlraumes bestimmt worden. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Porendruckwelle liegt in der Größenordnung der im Korngerüst beobachteten Wellen und ist mit durchschnittlichen Werten von $\check{c}_{f,C,1,avg} = (32,8 \dots 50,1) [m/s]$ bei der ersten, $\check{c}_{f,C,2,avg} = (28,6 \dots 34,7) [m/s]$ bei der zweiten und $\check{c}_{f,C,3,avg} = (16,9 \dots 26,3) [m/s]$ bei der dritten Pulsation des Schwadenhohlraumes ermittelt worden.

In den linken Diagrammen der Abbildung C.7 der Anlage ist keine klare Abhängigkeit zwischen der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Porendruckwelle und der Entfernung vom Sprengpunkt zu erkennen. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Porendruckwelle zeigt mit zunehmender Pulsationszahl n_{pls} und zunehmender Partikelgeschwindigkeitsamplitude eine abnehmende Tendenz. Dieser Zusammenhang erscheint gleichwertig in der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Kompressionswelle bei der zweiten und dritten, sowie der vertikal polarisierten Scherwelle bei der zweiten Pulsation des Schwadenhohlraumes als Folge der starken Porendruckentwicklung und der damit verbundenen Abnahme in der Steifigkeit des Korngerüsts. Die durchschnittlichen Werte der registrierten Ausbreitungsgeschwindigkeiten von Korngerüstwellen sind beim Modellversuch II am niedrigsten und steigen in den Modellversuchen I und III systematisch an, worin der Einfluss der Ausgangsdichte des Korngerüsts vor der Sprengung auf den Wellenausbreitungsvorgang klar deutlich wird. Der beträchtliche Anstieg in der Ausgangsdichte beim Modellversuch II im Vergleich zum Modellversuch I beeinflusst die Größe der Ausbreitungsgeschwindigkeiten allerdings wesentlich geringer als die minimale Dichtedifferenz zwischen der Ausgangsdichte des Modellversuches I und des Modellversuches III. Die Ausgangsdichte vor der Sprengung beeinflusst die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Porendruckwelle geringfügiger, weil die Porendruckentwicklung zusätzlich stark vom Grad der Fluidsättigung abhängt.

Die aus den Partikel- und Ausbreitungsgeschwindigkeiten ermittelten Deformationen können der Tabelle 3.7 entnommen werden und zeigen, dass Kompressions- und vertikal polarisierte Scherdeformationen dominant sind. Das Korngerüst wird durch horizontal polarisierte Scherwellen nur geringfügig verzerrt. Die durchschnittliche Amplitude der Kompressionsdeformationen, vertikal und horizontal polarisierten Scherdeformationen nahm in Abhängigkeit von der Pulsationszahl des Schwadenhohlraumes die folgenden Größenordnungen an:

- *erste Pulsation:* $\check{\epsilon}_{s,C,1,avg} = (0,08 \dots 0,311) [\%]$, $\check{\epsilon}_{s,SV,1,avg} = (0,018 \dots 0,183) [\%]$ und $\check{\epsilon}_{s,SH,1,avg} = (0,006 \dots 0,020) [\%]$,
- *zweite Pulsation:* $\check{\epsilon}_{s,C,2,avg} = (0,320 \dots 0,987) [\%]$, $\check{\epsilon}_{s,SV,2,avg} = (0,154 \dots 0,305) [\%]$ und $\check{\epsilon}_{s,SH,2,avg} = (0,044 \dots 0,086) [\%]$,
- *dritte Pulsation:* $\check{\epsilon}_{s,C,3,avg} = (0,209 \dots 0,438) [\%]$, $\check{\epsilon}_{s,SV,3,avg} = (0,049 \dots 0,366) [\%]$ und $\check{\epsilon}_{s,SH,3,avg} = (0,021 \dots 0,067) [\%]$.

Daraus ist erkennbar, dass die durchschnittliche Amplitude der Kompressionsdeformationen etwa das *Doppelte* der Amplitude der vertikal polarisierten und etwa das *Zehnfache* der Amplitude der horizontal polarisierten Scherdeformationen angenommen hat. Die maximale Deformationsamplitude stellte sich bei den Modellversuchen I und II bereits in der Wellenfront der zweiten Pulsation, beim Modellversuch III erst in der dritten Pulsation ein. Darin ist der

Einfluss der Ausgangsdichte der Modellversuche auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit und auf die Materialdämpfung klar zu erkennen. Mit steigender Dichte entsteht eine höhere Steifigkeit und Festigkeit im Korngerüst, die zu einer höheren Ausbreitungsgeschwindigkeit sowie zu einer niedrigeren Partikelgeschwindigkeit bei gleicher Deformationsenergie führt. Zur Entfestigung des steiferen Kornverbandes bei höherer Trockendichte ist eine höhere Zahl von Pulsationen erforderlich. In den rechten Diagrammen in der Abbildung C.7 der Anlage wurden die Ausbreitungsgeschwindigkeiten und die Deformationen im Korngerüst in Abhängigkeit von der Entfernung vom Sprengpunkt und Pulsationszahl aufgetragen. Der generelle Trend der Darstellungen zeigt, dass die ermittelten Deformationen eine abnehmende und die Ausbreitungsgeschwindigkeiten eine zunehmende Tendenz mit steigendem Abstand zur Sprengladung zeigen.

Zum Vergleich mit den diskutierten Deformationswerten können Feldmessungen von RAJU genannt werden, wo Scherdeformationen im Korngerüst von $\varepsilon_{s,S} = (0,1 \dots 0,28) [\%]$ in der näheren und $\varepsilon_{s,S} = 0,01 [\%]$ in der ferneren Umgebung einer in $H_e = 11,5 [m]$ Tiefe und mit $H_n = 5,7 [m]$ natürlich gesättigter Überdeckung gezündeten, verdämmten GELAMON Einzelsprengladung mit $m_e = 15,0 [kg]$ Sprengstoffmasse registriert wurden [277], [278]. In Verbindung mit den Deformationen des Korngerüsts sind innerhalb weniger Sekunden nach der Sprengung signifikante residuale Porenüberdrücke in einer solchen Größenordnung aufgetreten, dass eine vollständige Verflüssigung des Lockergesteins in der näheren Sprengumgebung wahrscheinlich erfolgt ist. In einer horizontalen Entfernung von der Sprengladung, die das Anderthalbfache der Installationstiefe betrug, wurde ein Verflüssigungsindex von $I_{lqf} \approx 0,5 [1]$ erreicht. Die Zeitdauer bis zum vollständigen Abbau residualer Porendrücke betrug $t_{rsd} = 25 [min]$. Ohne eine quantitative Verbindung zwischen den Bedingungen der Modellversuche und des Feldversuches von RAJU mit Hilfe der Ähnlichkeitstheorie vorzunehmen, ist erkennbar, dass die Größenordnung der Scherdeformationswerte eine gute Übereinstimmung und das Verhalten von Porenüberdrücken eine Analogie zwischen den Ergebnissen der Modell- und Feldmessungen zeigen. Die mechanische Ähnlichkeit zwischen dem Modell- und dem Prototypvorgang wird damit zumindest qualitativ belegt.

3.3.3 Kinematik an der Modelloberfläche

Zur Verfolgung der Kinematik von Punkten an der Modelloberfläche ist von VOGL/MARTIENSEN ein spezielles stereogrammetrisches Vorgehen entwickelt und für die Bedingungen der 1g-Modellversuchsanlage optimiert worden [341]. Die systematische Vermessung von Verschiebungen an der Oberfläche erfolgte durch die Bestimmung der Lage von 41 Messpunkten (siehe Tabelle 3.4 und Bild D.1 in der Anlage) relativ zur festen Position von 20 Passpunkten. Dieses messtechnische Vorgehen wurde gewählt, um alle Komponenten der Verschiebung zugleich und in schnell hintereinander folgenden Epochen in der Zeit erfassen zu können. Die Genauigkeit der eingesetzten stereogrammetrischen Messkonfiguration lag bei $\check{v}_{v,geo} = (2,1 \dots 3,6) [mm]$ in der Höhenbestimmung und $\check{v}_{h,geo} = (1,9 \dots 2,1) [mm]$ im Grundriss.

Das typische Ergebnis der Messung von Vertikalverschiebungen an der Oberfläche ist in dem unteren Diagramm der Abbildung 3.3 in einer Profildarstellung ersichtlich. Die Durchführung der markscheiderischen Messungen wurde in den Versuchsablauf eingegliedert und erfolgte nach der Wassersättigung des Modellmaterials $\check{t} = NS$, in einer Kurzzeitmessung unmittelbar nach der Sprengung in Zeitpunkten von $\check{t} = (1 [sec]; 5 [sec]; 10 [sec]; 30 [sec]; 1 [min];$

5 [min]; 10 [min]; 30 [min]), in einer daran angeschlossenen Langzeitmessung in Zeitpunkten von $\check{t} = (1 [h]; 2 [h]; 5 [h]; 10 [h]; 24 [h]; 48 [h]; 120 [h])$ sowie nach der Entwässerung $\check{t} = \text{NE}$ des Modellmaterials. In der Profildarstellung wurden die Kurven für unterschiedliche Zeiten, in denen eine signifikante Vertikalverschiebung gemessen worden war, mit unterschiedlichen Linientypen gekennzeichnet. Die Kurven der weiteren Messzeitpunkte sind mit gepunkteten Linien dargestellt und zeigen das gleiche geometrische Messergebnis mit einer geringen Streuung der Messwerte, die unterhalb der Genauigkeit der Vertikalverschiebungsmessung liegt.

Die Vertikalverschiebungen in den drei Modellversuchen sind in den Diagrammen der Abbildung D.2 in der Anlage vergleichbar. Sowohl die Vertikalverschiebungen infolge Sättigung ($\check{t} = \text{NS}$) als auch die infolge Entwässerung ($\check{t} = \text{NE}$) des Modellmaterials zeigen eine einheitliche Größenordnung. Die geringfügig höhere Trockendichte des Modellmaterials beim Einbau des Modellversuches III führte zu zehnfach geringeren Vertikalverschiebungen infolge Sättigung des Modellmaterials als bei den Modellversuchen I und II. Die Absenkung des Grundwasserspiegels verursachte verschwindend geringe Vertikalverschiebungen an der Modelloberfläche, womit der geringe Einfluss der Entwässerung des Modellmaterials auf die Trockendichte nach der Sprengung belegt werden konnte. Dieser wichtige experimentelle Nachweis unterstreicht die Aussagekraft der ungestörten Proben, die aus dem entwässerten Modellmaterial zur Kontrolle der Verdichtungswirkung entnommen worden sind.

Aus den Profildarstellungen in der Abbildung D.2 der Anlage geht hervor, dass die Sprengung in jedem markscheiderischen Messpunkt der Modelloberfläche eine Vertikalverschiebung verursacht hat. Die Setzungsbeträge sind über dem Sprengpunkt maximal und nehmen zum Randbereich des Modells ab, wo Setzungen mit einem Betrag von $\lambda = (10 \dots 20) [\%]$ der jeweiligen Maximalsetzung erscheinen. Der Absenkungstrog zeigt beim Modellversuch III eine scharfe konzentrierte, bei den Modellversuchen I und II eine breitlaufende Form. Der Maximalwert der Oberflächenabsenkung bei den Modellversuchen I, II und III erreichte einen Wert von jeweils $\check{u}_{v,max} = 7,87 [cm]$, $\check{u}_{v,max} = 10,43 [cm]$ sowie $\check{u}_{v,max} = 6,05 [cm]$, was einer geschätzten absoluten Porenvolumenänderung im Modellmaterial von jeweils $\Delta\check{V} \approx 330 [dm^3]$, $\Delta\check{V} \approx 437 [dm^3]$ und $\Delta\check{V} \approx 253 [dm^3]$ entspricht. Diese Schätzwerte sind durch die Annäherung des Setzungstrog der Modelloberfläche durch einen Kreiskegel ermittelt worden, dessen Mittelachse durch den Sprengansatzpunkt verläuft, Höhe gleich der maximalen Vertikalverschiebung und Grundfläche als ein Kreis mit dem Durchmesser von $D = 4,0 [m]$ angenommen wurde. Die Vertikalverschiebungen am Rand des Modells wurden bei der Bestimmung des Kegelvolumens nicht berücksichtigt. Das Maß der maximalen Absenkung und der Volumenänderung zeigt eine indirekte Proportionalität zur Ausgangstrockendichte und eine direkte Proportionalität zu den eintretenden Verdichtungseffekten, der Höhe der natürlich gesättigten Überdeckungsschicht sowie den gemessenen Porendruck- und Partikelbewegungsamplituden. Das mit der linearen Näherung abgeschätzte Volumen des Senkungstrog muss wegen der Massenerhaltung im Modell der Änderung des Porenvolumens annähernd gleich sein. Aus dem massenspezifischen Schwadenvolumen des Sprengstoffes von $V_{e,gep} = 950 [dm^3/kg]$ unter Normalbedingungen folgt (siehe Tabelle 3.5), dass das Volumen des Schwadenhohlraumes nach der Expansion bei der Ladungsmenge der Modellsprengung von $\check{m}_e = 5 [g]$ nur in der Größenordnung von $\check{V}_{gep} \approx 5 [dm^3]$ liegen dürfte.

Die in der Tabelle 3.7 zusammengestellte quantitative Auswertung der Vertikalverschiebungen und Vertikalverschiebungsraten zeigt, dass eine signifikante Absenkung der Modelloberfläche in einem Messzeitraum von $\check{t}_{msm} = (0 \dots 30) [sec]$ eintrat und der Bewegungsvorgang nach der Zeit von $\check{t}_{msm} = 1 [min]$ vollkommen abgeschlossen war. Insbesondere ist hervorzuheben, dass die in den Versuchen verzeichnete, maximale Vertikalverschiebung bei den Modellversuchen I, II und III zu einem Anteil von jeweils $\lambda = 66 [\%]$, $\lambda = 53 [\%]$ und $\lambda = 78 [\%]$ bereits nach einer Messzeit von $\check{t}_{msm} = 1 [sec]$ erscheint. Dieser hohe Sofortsetzungsanteil in den Vertikalverschiebungen ist auf den Einfluss des niedrigen Spannungsniveaus im 1g-Modell zurückzuführen. In seiner Größenordnung ist eine indirekte Proportionalität zur Höhe der natürlich gesättigten Lockergesteinsschicht und damit zu der in die wassergesättigte Schicht eingetragenen Auflast erkennbar. Die schnell eintretende Vertikalverschiebung der Oberfläche ist die Folge einer rapiden, durch die dynamische Anregung eingeleiteten und an das Verschwinden der wirksamer Korngerüstspannungen gebundenen *dynamischen Konsolidation* des locker gelagerten, wassergesättigten Korngerüsts [203], [211], [212]. Der extrem hohe Anteil der dynamischen Konsolidation am Gesamtbetrag der sprenginduzierten Setzungen geht aus den Profildarstellungen D.2 auch hervor. An die dynamische Konsolidation schließt sich unmittelbar eine an den Wiederaufbau wirksamer Spannungen gebundene *statische Konsolidation* an, deren Anteil am Gesamtsetzungsbild von der Größe der Belastung aus der natürlich gesättigten Schicht geprägt wird. Während der statischen Konsolidation, die sich zeitlich bis zum Messzeitpunkt $\check{t}_{msm} = 30 [sec]$ nach der Sprengung erstreckt, wird ein signifikanter Anteil residualer Porenüberdrücke abgebaut (siehe Diagramme in den Abbildungen C.2, C.3 und C.4 in der Anlage).

Die Existenz von Sofortsetzungen im Feld wird durch Beobachtungen von BARENSEN/KOK [13] und KOK [202] in Verbindung mit der Sprengverdichtung einer rolligen Lockergesteinsschicht bis zu $H = 15 [m]$ Tiefe, ohne Angaben über ihr Verhältnis zum Gesamtsetzungsbetrag, bestätigt. Mit zunehmender Höhe der natürlich gesättigten Überdeckungsschicht und der Installationstiefe der Sprengladung dürfte der Anteil von Sofortsetzungen im Gesamtsetzungsbetrag an der Oberfläche abnehmen, weil der aus der dynamischen Konsolidation der gesättigten Lockergesteinsschicht resultierende Vertikalverschiebungsanteil sich bis zur Oberfläche nur durch die Deformation der natürlich gesättigten Überlagerungsschicht durchprägen kann. Insbesondere, wenn sich über der Sprengladung dichte Lockergesteinszonen befinden, trägt das Auftreten ausgeprägter dynamischer Konsolidationseffekte die Gefahr zur Ausbildung von Auflockerungszonen, weil es in der Überdeckungsschicht zu einem seitlichen Lastabtrag kommen kann.

Der Wirkradius einer Sprengung ist entsprechend der von KESSLER [197] genutzten Definition durch den horizontalen Abstand gegeben, wo die Setzung der Modelloberfläche $\lambda = 5 [\%]$ des Maximalsetzungsbetrages erreicht. Zur Ermittlung wurden die Setzungsergebnisse nach der Messzeit von $\check{t}_{msm} = 5 [d]$ mit der Approximationsfunktion

$$(3.8) \quad \frac{\check{u}_v}{d_{rfc}} = \check{A}_{u,v} \exp \left(-\check{B}_{u,v} \left(\frac{\check{d}}{d_{rfc}} \right)^2 \right)$$

angenähert. Die Referenzlänge von $d_{rfc} = 1,0 [m]$ wurde zur Sicherung der Dimensionsreinheit in die Regressionsfunktion eingeführt. Die Ermittlung der Regressionskoeffizienten $\check{A}_{u,v}$

und $\check{B}_{u,v}$ erfolgte wegen des nichtlinearen Regressionsansatzes mit dem Verfahren der konjugierten Gradienten. Die Anpassung führte bei allen Versuchen zu einem Regressionsergebnis mit hohem Bestimmtheitsmaß von $\check{R}_{u,v} = (0,9743 \dots 0,9897)$ [1] (Tabelle 3.9). Die der Definition des Wirkradius entsprechenden horizontalen Abstände $\check{d}_{e,thr} = (178 \dots 294)$ [cm] konnten aus der Invertierung des Approximationsansatzes (3.8) ermittelt werden. Wegen des hohen Betrages der Randsetzungen in den Modellversuchen I und II ergeben sich Wirkradien von jeweils $\check{d}_{e,thr} = 253$ [cm] und $\check{d}_{e,thr} = 294$ [cm], die über den Modellrand hinauslaufen. Lediglich beim Modellversuch III ist die vollständige Begrenzung des mechanischen Vorganges auf das Innere des Modells im Sinne der obigen Definition des Wirkradius mit $\check{d}_{e,thr} = 178$ [cm] gelungen. Die für die Modellversuche I und II ermittelten Wirkradien gelten nur unter der Voraussetzung, dass die Ränder des Modells sich als energiedurchlässige (stille) Berandung verhalten. Diese Eigenschaft ist bereits von KESSLER [197] hervorgehoben worden und konnte anhand der bodendynamischen Ergebnisse experimentell nachgewiesen werden.

Die Abbildungen D.3 und D.4 in der Anlage zeigen die Kurz- und Langzeitkinematik von geodätischen Messpunkten an der Modelloberfläche nach Messzeiten von $\check{t}_{msm} = 10$ [sec] und $\check{t}_{msm} = 30$ [sec] sowie von $\check{t}_{msm} = 1$ [min] und $\check{t}_{msm} = 5$ [d]. Zusätzlich zu den mit Isoliniendarstellung verdeutlichten Vertikalverschiebungen zeigen Vektorfelder die zeitabhängig eingetretenen Horizontalverschiebungen. Den Isoliniendarstellungen liegt ein orthogonales Gitter der Messwerte mit 100 Punkten je Koordinate zugrunde, das aus den bekannten markscheiderischen Messpunkten durch KRIGING-Interpolation und Annahme eines *quadratischen Trends* berechnet wurde. Aus der Darstellung der Verschiebungen in den Abbildungen D.3 und D.4 der Anlage geht hervor, dass Einflüsse aus Randeffekten in dem Muster der flächenhaften Verteilung von Verschiebungen an der Modelloberfläche weder in den Beobachtungen der Kurzzeit- noch der Langzeitkinematik zu verzeichnen sind. Die Konturlinien gleicher Vertikalverschiebungsbeträge weisen die Form von annähernd konzentrischen Kreisen um die vertikale Achse durch den Installationspunkt der Sprengladung aus und belegen die in Vorversuchen vielfach beobachtete Zylindersymmetrie des Vorganges. Diese Schlussfolgerungen werden durch die Kinematik der Horizontalverschiebungen an der Modelloberfläche auch bestätigt, bei der eine radiale Bewegung der Messpunkte vom Modellrand in Richtung zur Modellmitte dominiert. Diese Orientierung der Horizontalverschiebungen zeigt, dass sich die durch Hohlraumaufweitung eintretenden Verschiebungen im Untergrund bis zur Modelloberfläche durchprägen. Der mit dem horizontalen Abstand vom Sprengpunkt abnehmende Betrag der Horizontalverschiebungen liegt in der Größenordnung von $\check{u}_h \approx 1$ [cm] und zeigt direkte Proportionalität zur Höhe der natürlich gesättigten Überdeckung sowie dem Betrag beobachteter Vertikalverschiebungen. Die Horizontalverschiebungen erscheinen in der Kurzzeitkinematik des Belastungsvorganges bereits nach einer Zeit von $\check{t}_{msm} = 10$ [sec] in annähernd voller Größe.

3.4 Zusammenfassung und Bewertung der experimentellen Untersuchungen

Die vorgestellten experimentellen Ergebnisse wurden aus mechanischen Ähnlichkeitsversuchen in einer 1g-Modellversuchsanlage erzielt. Als Versuchsmaterial ist ein verflüssigungsgefährdeter Feinsand mit enggestufter Körnungslinie gewählt worden. In den mit Hilfe von

Tabelle 3.9: **Approximationskennwerte der Vertikalverschiebungen an der Modelloberfläche**

Versuch:	Modellversuch I	Modellversuch II	Modellversuch III
Approximationskennwerte der Vertikalverschiebung:			
$\tilde{A}_{u,v}$ [1]	0,0767	0,0999	0,0523
$\tilde{B}_{u,v}$ [1]	0,46	0,34	0,92
$\tilde{R}_{u,v}$ [1]	0,9897	0,9880	0,9743
Theoretische Reichweite der Modellsprengungen:			
$\tilde{d}_{e,thr}$ [cm]	253	294	178

ähnlichkeitstheoretischen Betrachtungen fundierten $1g$ -Modellversuchen ist ein dem beobachteten mechanischen Vorgang angepasstes versuchstechnisches Vorgehen aus Sättigungs-, Dichte-, Partikelbewegungs-, Porendruck- und Verschiebungsmessungen konzipiert und umgesetzt worden. In dem Modellversuch lassen sich bodendynamische Vorgänge erkennen, die den aus dem Feld bekannten charakteristischen Erscheinungen von Verdichtungssprengungen entsprechen. Bei der quantitativen Interpretation sollte beachtet werden, dass wegen der mit der geometrischen Transformation zwangsweise eintretenden Spannungstransformation in dem $1g$ -Modellversuch ausgeprägtere mechanische Effekte als am äquivalenten Prototyp auftreten.

In der Auswertung wurden die quantitativen Ergebnisse von drei Modellversuchen mit unterschiedlichen bodenphysikalischen Ausgangsbedingungen diskutiert. In den Versuchen wurde zusätzlich die Stärke der natürlich gesättigten Überdeckungsschicht variiert. Vor der Sprengung wurde eine homogene Dichte- und Fluidsättigungsverteilung gemessen. Die Bestimmung des Sättigungsgrades mit radiometrischen Messungen vor der Sprengung wies eine annähernd volle Wassersättigung aus. Die Ausgangsdichte der Versuche lag deutlich unter der Dichte, die der an trockenem Material ermittelten lockersten Lagerung entspricht. Infolge der Sprengwirkung konnte eine geringfügige, vom Ausgangssättigungsgrad abhängige Änderung der Fluidsättigung beobachtet werden. Die direkte Messung der Dichteänderung an ungestörten Proben zeigte einen geringfügigen systematischen und einen ausgeprägt lokalen Verdichtungseffekt im gesamten Modellstand und belegte die selektive Verdichtungswirkung von Sprengungen experimentell. Die homogenisierende Verdichtungswirkung von Sprengungen erscheint auch in den Ergebnissen radiometrischer Messungen. In der engen Umgebung der Sprengladung konnten lokale Verdichtungseffekte konzentriert beobachtet werden. Durch die Einzelsprengung wurde eine Dichte im Korngerüst erzielt, die in der Größenordnung der kritischen Dichte des Modellmaterials auf dem wirksamen Spannungsniveau des Modellversuches liegt. Die beobachteten Verdichtungseffekte unterstreichen, dass die Kontraktanz- und Dilatanzeigenschaften des Korngerüsts auf den oberen Grenzwert der Verdichtbarkeit von Lockergesteinen durch Sprengungen einen entscheidenden Einfluss haben.

Die in den Modellversuchen beobachtete selektive Verdichtungswirkung von Sprengungen ist durch die fundamentale mechanische Eigenschaft granularer Korngerüste begründet, dass sie auf Schubbelastung bei konstantem Druck dichteabhängig mit Kontraktanz oder Dilatanz reagieren [137]. Die Eintragung von Deformationsenergie in den Boden bildet eine grundlegende Voraussetzung für eine Verdichtung. Der Mechanismus des dynamischen Energieeintrages aus der Aufweitung eines Hohlraumes führt zwangsweise zu hohen deviatorischen Deformationen und verursacht zumindest kurzzeitig fast stationäres Fließen im Korngerüst, das durch eine granulatspezifische, spannungsabhängige kritische Dichte und durch eine verschwindende

Spannungsrate bei konstanter Deformationsrate charakterisiert ist [205]. Der Mechanismus der Belastung eines wassergesättigten, granularen Korngerüsts durch Sprengung verursacht damit Volumendeformationen, die sich aus zwei Anteilen zusammensetzen:

- **Entfestigungsphase:** Die Porenzahl ändert sich durch Schubbelastung in Richtung zu einer kritischen Porenzahl, die sich in Abhängigkeit vom Niveau wirksamer Spannungen und damit vom Grad der Entfestigung des Korngerüsts einstellt. Bei undrainierter Schubbelastung eines überkritisch gelagerten Korngerüsts kann der Zustand vollständiger Fluidsättigung eine Volumenkontraktion bis zur kritischen Porenzahl verhindern. In einem überkritisch gelagerten Korngerüst kommt es in der Entfestigungsphase unvermeidlich zu Auflockerungseffekten, wonach die Entwicklung von Porenüberdrücken und Entfestigung einsetzen;
- **Verfestigungsphase:** Durch Entmischung zwischen Korngerüst und Porenfüllung sowie durch den Aufbau wirksamer Spannungen tritt eine Porenzahlverminderung in dem sich verfestigenden Korngerüst ein. Die Porenzahländerungen unter verschwindenden wirksamen Spannungen des Korngerüsts während der dynamischen Konsolidation *werden nur durch die Erhaltung von physikalischen Größen in den sich schnell entmischenden Phasen der Porenfüllung und des Korngerüsts bestimmt*. Die Porenzahländerungen, welche die Wiederherstellung der effektiven Spannungen im Korngerüst und den Abbau residueller Porenüberdrücke während der statischen Konsolidation begleiten, *werden neben der Erhaltung physikalischer Größen von den herrschenden effektiven Spannungen konstitutiv gesteuert*.

Dieser Mechanismus von Porenzahländerungen erklärt die obere Grenze der mit Sprengungen erreichbaren Verdichtung in der mitteldichten Lagerung und die Zunahme der Verdichtbarkeit von Lockergesteinen durch Sprengungen mit steigendem Niveau wirksamer Spannungen (Tiefe), wie aus der praktischen Erfahrung mit Verdichtungssprengungen bekannt ist. Aus der Sicht der Verdichtbarkeit kann sich ein gewisser Luftanteil im Porenraum von stark überkritisch gelagerten Granulaten sogar als vorteilhaft auswirken, weil das Korngerüst wegen der Kompressibilität der Gasphase eine höhere Dichte in der Entfestigungsphase erreichen kann.

Die gesamte, von der Sprengung ausgehende dynamische Belastung des umgebenden Lockergesteins findet im Bruchteil einer Sekunde statt. Die Messung der Partikelgeschwindigkeiten im Untergrund zeigt, dass eine verdämmte Einzelsprengung bevorzugt vertikale und radiale Partikelbewegungskomponenten in ihre Umgebung einträgt. Die Kopplung zwischen Partikelbewegungen und Porenüberdrücken ist am phasengleichen Verhalten im Zeitbereich und an den annähernd identischen Vorzugsfrequenzen im Frequenzbereich erkennbar. Eine vom Korngerüst unabhängige Porendruckwelle konnte im Modell nicht beobachtet werden. Der Aufbau von Porenüberdrücken wird von der Korngerüstbewegung bestimmt. In den Partikelbewegungen und Porendrücken erscheinen drei bis sechs aufeinanderfolgende Pulsationen des Schwadenhohlraumes. Mit zunehmender Pulsationszahl steigt das Niveau akkumulierter residueller Porenüberdrücke. Im Partikelbewegungs- und Porendruckfeld der ersten Pulsation des Schwadenhohlraumes können die höchsten Ausbreitungsgeschwindigkeiten und ein niedriges Deformationsniveau beobachtet werden, weil sich die anfangs relativ hohe Steifigkeit und Materialdämpfung des ungestörten Lockergesteins stark auswirkt. Durch weitere Pulsationen

wird die entfestigte Lockergesteinszone aufgeweitet. Mit steigender Entfestigung im belasteten Lockergestein sinken die Ausbreitungsgeschwindigkeiten, und das Niveau eingetragener Deformationen steigt. Die Amplitude eingetragener Deformationen zeigte eine abnehmende, die Wellenausbreitungsgeschwindigkeit eine steigende Tendenz mit zunehmender Entfernung von der Sprengung. Bei niedriger Ausgangsdichte des belasteten Lockergesteins sind maximale Deformationen bei der zweiten, bei hoher Ausgangsdichte erst bei der dritten Pulsation des Schwadenhohlraumes eingetreten. Die dynamische Anregung des Korngerüsts verursachte residuale Porenüberdrücke, die das Niveau der wirksamen Vertikalspannung vor der Sprengung überschritten und ein Verflüssigungsversagen des Lockergesteins im gesamten Modell herbeigeführt haben. Mit der Dissipation der Porenüberdrücke, die durch Abströmen des angespannten Porenwassers in Richtung der freien Berandungen des Modells erfolgte, war der dynamische Vorgang der Sprengbeanspruchung abgeschlossen.

Infolge der Sprengung erscheint eine trogförmige Absenkung an der Modelloberfläche, und die maximale Vertikalverschiebung tritt in der Umgebung der vertikalen Projektion des Sprengansatzpunktes auf die freie Oberfläche ein. Die Horizontalverschiebungen zeigen eine radiale Bewegung vom Modellrand zur Modellmitte hin. Der Betrag und die Rate der Vertikalverschiebungen werden von der Ausgangsdichte und von den mechanischen Eigenschaften der natürlich gesättigten Überdeckungsschicht beeinflusst. Im Modellversuch ist ein signifikanter Anteil der Vertikalverschiebungen unabhängig von der Dauer des Abbaus residualer Porenüberdrücke als Sofortsetzung eingetreten. Dieser Vorgang ist auf eine dynamische Konsolidation des entfestigten granularen Korngerüsts zurückzuführen. Ein weiterer Anteil der Vertikalverschiebungen konnte in Verbindung mit dem Wiederaufbau von wirksamen Spannungen und Verfestigung des Korngerüsts (statische Konsolidation) beobachtet werden. Die Vertikalverschiebung der Modelloberfläche war mit dem Abbau residualer Porenüberdrücke abgeschlossen. Die in den Modellversuchen reproduziert erscheinende Sofortsetzung der Oberfläche ist ein experimenteller Beweis für die Existenz einer dynamischen Konsolidation von entfestigten wassergesättigten Granulaten. Aus Felderfahrungen mit Verdichtungssprengungen sind ähnliche Sofortsetzungen und hohe Setzungsraten bekannt.

Die durch dynamische Konsolidation in der Umgebung der Sprengladung eingetragenen Verschiebungen im Untergrund pflanzen sich wegen des starken Einflusses aus den mechanischen Eigenschaften der natürlich gesättigten Überdeckungsschicht nur verzögert bis zu der Oberfläche durch. Die Möglichkeit eines seitlichen Lastabtrages kann insbesondere bei dichten Lockergesteinsbereichen oberhalb des durch Sprengungen behandelten Baugrundbereiches zur Ausbildung von Auflockerungszonen führen. Um diesen unerwünschten Nebeneffekt von Verdichtungssprengungen zu vermeiden, sollte die Fortschrittsrichtung der Baugrundverdichtung mit Sprengungen immer *von unten nach oben* gewählt werden. Bei der Kombination mit anderen Baugrundverbesserungsverfahren sind Verdichtungssprengungen *immer zuerst* auszuführen.

Die ausgewerteten Modellversuche zeigen ein klar interpretierbares, sowohl qualitativ als auch quantitativ plausibles Ergebnis. Obwohl eine Übertragbarkeit der erzielten quantitativen Ergebnisse auf in situ-Bedingungen unmittelbar nicht gegeben ist, können die Beobachtungen im Modell als erfolgreiche *kleine* Feldversuche gewertet werden, in denen die wichtigsten Phänomene eines Sprengverdichtungsvorganges erscheinen. Aus den Ergebnissen geht hervor, dass das Verdichtungsverhalten von Lockergesteinen unter der dynamischen Belastung von

Sprengungen durch *den bodenphysikalischen Ausgangszustand, den Dreiphasencharakter des Lockergesteins, das Entfestigungs- und Fließverhalten des Korngerüstes bei hohen Scherdeformationen sowie durch die Konsolidationsfähigkeit des Korngerüstes unter verschwindenden effektiven Spannungen* bestimmt wird, die in einem theoretischen Modell in ihrer Gesamtheit berücksichtigt werden müssen.

Kapitel 4

Theoretische Untersuchung von Sprengungen in Lockergesteinen

Die Grundlage zur theoretischen Modellierung von Sprengungen in Lockergesteinen bildet der Mechanismus des Verdichtungsvorganges, dessen Eigengesetzlichkeiten sich aus dem Ergebnis der experimentellen Untersuchungen klar abzeichnen. Im Folgenden wird nach einer kurzen Übersicht zum Verhalten von Sprengstoffen der gegenwärtige Erkenntnisstand zum Mechanismus von Verdichtungssprengungen in einer Hypothese zusammengefasst, woraus anschließend die Anforderungen an eine neue Theorie abgegrenzt werden können. Eine angestrebte neue Theorie wird durch Formulierung von Erhaltungsgleichungen fundiert, die aus der Anwendung der mit dem Konzept der Volumenfraktionen erweiterten Theorie poröser Medien auf den Fall der Stoßwellenbelastung von Dreiphasenkontinua hervorgehen. Die mathematische Problemstellung wird mit der Erarbeitung von deduktiven und der zusätzlichen Einführung von induktiven konstitutiven Gleichungen in ein geschlossenes System von Gleichungen überführt, und ein Ansatz zur numerischen Lösung wird aufgezeigt. Die Ausführungen zur allgemeinen und speziellen Theorie der Sprengbelastung von Lockergesteinen können aus didaktischen Gründen der Anlage entnommen werden. Aus der allgemeinen, deduktiven Theorie poröser Medien kann unter stark vereinfachenden Annahmen eine spezielle Nahfeldtheorie abgeleitet werden, die sich durch eine geschlossene, analytisch lösbare mathematische Form auszeichnet. Die Lösung der speziellen Nahfeldtheorie für die bodenmechanischen Bedingungen der durchgeführten Modellversuche zeigt eine klar interpretierbare Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen. Die systematische quantitative Auswertung der speziellen Nahfeldtheorie für praktisch relevante Fälle führt zu einer Reihe von Erkenntnissen über den Einfluss bestimmender Eingangsgrößen auf die Wirksamkeit des Energieeintrags von Einzelsprengungen in wassergesättigte Böden. Mit Hilfe der Ergebnisse der speziellen Nahfeldtheorie wird abschließend ein Vorschlag für ein verbessertes rechnerisches Verfahren zur Dimensionierung von Verdichtungssprengungen erarbeitet.

4.1 Hypothese zum Mechanismus der Belastung von Lockergesteinen durch Sprengungen

Zum Vorgang und Mechanismus von Verdichtungssprengungen wird im Folgenden eine Hypothese formuliert, die sich aus den vorliegenden theoretischen Vorstellungen und mechanischen

Ansätzen von KESSLER/FÖRSTER [198], KOLYMBAS [203], [208], [211], [212], KRYMSKII/LYAKHOV [215], LUTSCHKO [235], NOWACKI/RANIECKI [255], NOWACKI/GUELIN [256], TAYLOR [324], [325] und WŁODARCZYK [349] sowie anhand der Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen herauskristallisiert hat. Die Hypothese bildet die Grundlage für den Aufbau einer neuen Theorie. Die Beschreibung des Belastungsvorganges wird für den allgemeinsten Fall eines pulsierenden und kollabierenden Sprengschwadenhohlraumes dargelegt.

4.1.1 Prinzipielles Lockergesteinsverhalten in der Umgebung einer Sprengung

Lockergesteine als Granulate weisen eine Reihe von mechanischen Eigengesetzlichkeiten auf, die auch das Verhalten unter Sprengbelastung dominieren. Für das Spannungs-Deformationsverhalten von Lockergesteinen sind große Deformationen mit einem sehr kleinen oder fehlenden elastischen Antwortbereich, unerreichbare Spannungszustände wie Zugspannungen und das Eintreten von Grenzzuständen mit verschwindend geringen Schersteifigkeiten typisch. Ein weiteres mechanisches Phänomen ist, dass solange die mikroskopische Dichte einzelner Lockergesteinskonstituenten von den Spannungen eindeutig bestimmt wird, die makroskopische Dichte von Lockergesteinen, insbesondere unter niedrigen Spannungszuständen, unabhängig vom herrschenden mittleren Korngerüstdruck zwischen weiten Grenzen variieren kann. Das bedeutet, dass Lockergesteine auf Scherbelastung sowohl dilatant als auch kontraktant reagieren können. Weiterhin besteht die Möglichkeit, dass eine Dichteänderung durch einen schlagartigen Phasenübergang an einer Diskontinuitätsfläche herbeigeführt wird. In Verbindung mit kontinuierlichen Spannungsfeldern ist eine Dichteänderung nur im Rahmen einer konstitutiv kontrollierten Spannungs-Deformationsantwort möglich. Insbesondere wird das mechanische Verhalten von Lockergesteinen sehr komplex, wenn eine teilweise oder vollständige Fluidsättigung des Porenraumes vorliegt. Für eine Sprengbelastung ist gerade dieser Fall von besonderem Interesse.

Der mechanische Vorgang der Sprengbelastung und die Auswirkung einer Sprengung auf Lockergesteine hängt von ihrer Zusammensetzung und von dem bodenphysikalischen Zustand im Moment der Ladungsdetonation ab. Bei wassergesättigten, locker gelagerten, rolligen Lockergesteinen führt eine Sprengung zu einer Verdichtung. Trotz hoher Wassersättigung lockern sich dicht gelagerte, rollige Lockergesteine auf. Mit abnehmendem Sättigungsgrad wird die Verdichtbarkeit von Lockergesteinen schlechter. Im Gegensatz zur Verdichtung wassergesättigter, rolliger Lockergesteine tritt in Böden mit geringem Wassergehalt ein gegenteiliger Effekt auf, dessen Ursache in der intensiven Rissbildung um die Sprengstelle und Entweichen der Schwadengase gesucht werden muss. Weiterhin wirken kapillare Effekte einer Porenraumverminderung entgegen. Aus gleichem Grund lassen sich kohäsive Lockergesteine mit Sprengungen lediglich verdrängen jedoch nicht verdichten. Die verdichtende Wirkung einer Sprengung ist an das Vorhandensein einer weitgehenden Wassersättigung und die Möglichkeit einer raschen Entmischung zwischen Korngerüst und Porenfluid gebunden. *Diese bekannten Phänomene des mechanischen Verhaltens von Lockergesteinen unter Sprengbelastung erfordern, dass ein theoretisches Modell zur Beschreibung von Vorgängen der Sprengverdichtung den Dreiphasencharakter von Lockergesteinen berücksichtigt.* Ziel der folgenden theoretischen Modellierung ist, einen Beitrag zur quantitativen Erfassung dieser Verdichtungseffekte und damit zur Optimierung der Sprengverdichtung als wirtschaftliche Maßnahme der Baugrundverbesserung zu

leisten. In den folgenden Betrachtungen wird die Bedingung der Verdichtbarkeit angenommen, indem das Verhalten locker gelagerter, rolliger, teil- und vollgesättigter Lockergesteine untersucht wird.

Eine Sprengung in einem Medium verursacht einen plötzlichen, konzentrierten Energieeintrag. Aus der Natur der Wirkung einer Sprengung in einer mit einem Porenfluid annähernd vollgesättigten Lockergesteinsumgebung kann der Belastungsvorgang in zwei Teilprozesse unterteilt werden:

- **Entfestigungsvorgang:** Transienter dynamischer Vorgang, der mit der chemischen Umsetzung des Sprengstoffes beginnt, mit der vollständigen Ausdehnung und Beruhigung des Schwadenhohlraumes endet und durch intensive Partikelbewegungen des Lockergesteins in der Sprengumgebung und den Aufbau hoher residualer Porenwasserdrücke charakterisiert wird;
- **Verfestigungsvorgang:** Quasistatischer Vorgang, der durch die statische Wirkung der expandierten Schwadengase nach dem Erliegen der dynamischen Anregung eintritt, durch den Kollaps oder Abwandern des Schwadenhohlraumes, den Abbau der residualen Porenwasserdrücke, durch Verdichtung und Verfestigung des Korngerüsts bei Separation zwischen Porenwasser und Korngerüst charakterisiert wird und bis zum vollständigen Abklingen der Deformationen im Lockergestein andauert.

Für die verdichtende und verfestigende Wirkung einer Sprengung auf das Korngerüst eines Lockergesteins ist sowohl die Entfestigungs- als auch die Verfestigungsphase bestimmend. In der Entfestigungsphase wird die im Sprengstoff gespeicherte innere Energie in hohe Deformation des Lockergesteins und Aufbau eines Porenüberdruckfeldes umgesetzt. In der Verfestigungsphase wird die eingetragene potentielle Energie in eine Verdichtung und Verfestigung des Lockergesteins umgewandelt. *Nur durch die zeitlich gekoppelte Berücksichtigung der Ent- und Verfestigungsphase kann ein theoretisches Modell den gesamten Verdichtungseffekt einer Sprengung in Lockergesteinen korrekt modellieren.*

4.1.2 Lockergesteinsverhalten während der Entfestigungsphase

In der Entfestigungsphase wird das Lockergestein durch ein Wellenfeld hoher Amplitude belastet. Die Konzentration der Deformationsenergie im Raum nimmt mit der Ausbreitung der durch die Sprengung eingetragenen Wellen ab. In Abhängigkeit von der Entfernung von dem Sprengpunkt ist eine unterschiedliche Intensität eintretender physikalischer Vorgänge zu erwarten, und in der Sprengumgebung lassen sich, in Abhängigkeit von den typischen Deformationsvorgängen, geometrisch mehrere Bereiche abgrenzen.

Durch Zündung einer detonationsfähigen Sprengladung entsteht eine Detonationswelle, die den Sprengstoff mit einer sprengparameterspezifischen Detonationsgeschwindigkeit durchläuft. Wenn die Detonationsfront die äußeren Grenzen der Sprengladung erreicht, ist der Sprengstoff zu einem stark erhitzten und komprimiertem Gasmisch geworden (Sprengschwaden). Sprengschwaden sind durch die gespeicherte innere Energie in der Lage, mechanische Arbeit

zu verrichten. Druck und Temperatur der Schwadengase werden in Abhängigkeit von der Nachgiebigkeit der Umgebung und der Expansion des Schwadenhohlraumes abgebaut und als Deformationsarbeit in der Umgebung der Sprengladung umgesetzt. Sowohl der Anfangsdruck der Sprengschwadengase als auch die Abhängigkeit des Druckes von dem Volumen des Schwadenhohlraumes während der Ausdehnung sind sprengstoffspezifische Größen.

In der unmittelbaren Nachbarschaft der Sprengladung befindet sich das *Wellennahfeld* (primärer Einwirkungsbereich). Mit der Aufweitung des Schwadenhohlraumes tritt die Detonationsfront in Form einer Stoßwelle in das umgebende Lockergestein ein und breitet sich darin zunächst mit einer Geschwindigkeit aus, die die Geschwindigkeit isentroper Störungen deutlich überschreitet. Die Stoßwellenfront bildet eine Diskontinuitätsfläche, die zwei Lockergesteinsbereiche voneinander trennt. Wegen der hohen Ausbreitungsgeschwindigkeit behalten Lockergesteinselemente vor der Stoßwellenfront ihren bodenphysikalischen Ausgangszustand vor der Sprengung solange, bis sie von der Stoßwellenfront gestreift werden. An der Stoßwellenfront tritt eine schlagartige Veränderung der physikalischen Größen der Phasen eines erfassten Lockergesteinselementes ein.

In das von der Stoßwellenfront gestreifte Lockergestein wird eine extrem hohe Druckbelastung in der Größenordnung von $p = (10 \dots 10.000) [MPa]$ eingetragen, die durch Zusammendrückung sämtlicher in dem Lockergestein vorliegenden Konstituenten und so zur Änderung der volumetrischen Zusammensetzung und der wahren Dichte der Phasen führt. Die hohe Belastung löst dabei Kornkontakte durch Kornzertrümmerung auf und entfestigt das Korngerüst [197], [198], [232]. Wegen der hohen Kompressibilität der Gasphase wird das Korngerüst soweit komprimiert, bis sich eine vollständige Fluidsättigung einstellt. Die weitere Druckzunahme des vollgesättigten Lockergesteinselementes durch die Stoßwellenfront wird anschließend bis zu einem hohen Anteil vom Porenfluid getragen und komprimiert gleichzeitig den Feststoff des Korngerüsts. Nach dieser *primären* Entfestigung des Korngerüsts werden alle Phasen des Lockergesteins durch die Aufweitung des Schwadenhohlraumes zu einer Auswärtsbewegung gezwungen. Der Mechanismus des Wellennahfeldes wird durch das isotrope Kompressionsverhalten aller Lockergesteinsphasen unter extrem hohen totalen Spannungen beeinflusst und ist grundlegend für die Sprengbelastung eines Lockergesteins, weil das Wellennahfeld die Quelle für das folgende sprenginduzierte Wellenfeld im weiteren Verlauf des Bewegungsvorganges bildet.

Sowohl die Druck- und Partikelgeschwindigkeitsamplitude als auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Stoßwelle werden durch die geometrische und materielle Dämpfung mit dem Fortschreiten der Stoßwellenfront in die weitere Lockergesteinsumgebung stark geschwächt. Wenn die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Stoßwellenfront c die Größe der schnellsten elastischen Kompressionswellengeschwindigkeit des Lockergesteins c_{lmt} erreicht, entsteht das *Wellenmittelfeld* (sekundärer Einwirkungsbereich), in dem Kompressions- und Scherwellen hoher Amplitude in das Lockergestein eingetragen werden. Für den Mechanismus des Wellenmittelfeldes ist das volumetrische Deformationsverhalten des Korngerüsts unter deviatorischer Belastung ausschlaggebend. Infolge der Schubbelastung mit hoher Amplitude tritt stationäres Fließen im Korngerüst ein, das insbesondere bei hoher Porosität und Wassersättigung zu einer *sekundären* Entfestigung infolge der Entwicklung von Porenüberdrücken sowie Herabminderung von wirksamen Spannungen führt. Die hohen Porenüberdrücke führen zum Aufheben von Kornkontakten und ermöglichen die Neuordnung der Feststoffpartikel des Korngerüsts.

Mit zunehmender Entfernung von der Sprengladung vermindern sich die dynamischen Effekte durch geometrische Dämpfung und Materialdämpfung weiter. Wenn die Amplitude der Sprenganregung keine irreversiblen Deformationen im Korngerüst hervorrufen kann, entsteht aus dem Wellenmittelfeld ein *Wellenfernfeld* (tertiärer Einwirkungsbereich), in das die durch Sprengung ausgelösten Wellen nur noch reversible Deformationen eintragen. Der Mechanismus des Wellenfernfeldes wird durch das Lockergesteinsverhalten unter kleinen isotropen und deviatorischen Deformationen bestimmt. Solange das Wellennah- und Wellenmittelfeld eine räumlich stark begrenzte Ausdehnung aufweisen, erstreckt sich das Wellenfernfeld über sehr große Entfernungen und verfügt über etwa nur noch $\lambda = 1$ [%] der gesamten Deformationsenergie aus der Sprengung [191].

Die dargestellte Dynamik der Sprengbelastung wird durch das pulsierende Verhalten des Schwadenhohlraumes überlagert. Wegen der adiabatischen Expansion der Gase in dem Schwadenhohlraum tritt eine rapide Abnahme des Schwadendruckes während der Aufweitung ein. Durch Trägheitseffekte überschreitet die Schwadenhohlraumwandung die Grenzausdehnung eines statischen Gleichgewichtszustandes, und der Schwadendruck sinkt unter den Druck des umgebenden Lockergesteins. Die Auswärtsbewegung der Schwadenhohlraumwandung kehrt sich um, und das durch die Stoßwelle angeregte Lockergestein wird in Richtung des Schwadenhohlraumes schlagartig entspannt. Diese Entspannung führt zu einer weiteren Entfestigung des Bodens durch Verflüssigung, deren Mechanismus in den isotrop plastischen Deformationen des Korngerüsts und dem Aufheben wirksamer Spannungen bei der Umkehr der Belastungsrichtung begründet ist [140], [141]. In dem kollabierenden Schwadenhohlraum wird wieder soweit Druck aufgebaut, bis eine erneute Umkehr der Bewegungsrichtung der Schwadenhohlraumwandung folgt und die Schwadengase sich wieder entspannen können. Die geometrischen Grenzen zwischen den Wellenfeldern verschieben sich bei jeder Pulsation, und das von der Sprengung entfestigte Lockergesteinsvolumen wächst an. Mit zunehmender Pulsationszahl sinkt die aus dem Schwadenhohlraum in das umgebende Lockergestein eingetragene Deformationsenergie, und die Rate der Aufweitung der durch Sprengung irreversibel beeinflussten Lockergesteinszone nimmt infolge der Materialdämpfung, die auch im bereits entfestigten Lockergestein noch sehr hoch ist, ab. Die pulsierende Bewegung setzt sich bis zur vollständigen Beruhigung der Schwadenhohlraumwandung fort, die bei einer Einzelsprengung nach $n_{pls} = (3 \dots 6)$ [1] Pulsationen eintritt. Nach dem Erliegen der Bewegung der Schwadenhohlraumwandung trägt der Schwadendruck eine statische Belastung in ihre Umgebung ein, und die Entfestigungsphase der Sprengwirkung auf das Lockergestein ist abgeschlossen.

4.1.3 Lockergesteinsverhalten während der Verfestigungsphase

Nachdem die Bewegung der Schwadenhohlraumwandung zum Stillstand gekommen ist, liegen die Schwadengase in Form einer heißen Gasblase vor, die von einem Gebiet entfestigten oder gar verflüssigten Bodens umgeben wird. Zwischen dem Schwadengasdruck und dem Druck in der Lockergesteinsumgebung herrscht ein statischer Gleichgewichtszustand. Durch das Abkühlen der Schwadengase tritt ein weiterer Druckabfall in dem Schwadenhohlraum ein, der sich unter dem Druck des Lockergesteins weiter zusammenzieht. Zusätzlich wird der Schwaden infolge Auftrieb zur Oberfläche gedrängt und bewegt sich bis zum Rand des vollständig verflüssigten Lockergesteinsbereiches nach oben. Sobald der Schwaden auf eine Lockergesteinszone mit mobiler Porengasphase trifft, strömt das Schwadengas in die Poren des Lockergesteins ab.

Als Ergebnis der Entfestigungsphase entsteht ein residuales Porenüberdruckfeld im Lockergestein, das in der Umgebung des Schwadenhohlraumes für eine vollständige oder partielle Entfestigung des Korngerüsts (Verflüssigung) ausreicht. Der granulare Boden geht in eine Suspension über, in der eine erhöhte Wegsamkeit zwischen Wasser und Korngerüst entsteht. Die hohen Druckgradienten des Porendruckes verursachen einen Strömungsvorgang, der zur Separation von Korngerüst und Porenfüllung führt. Unter niedrigen effektiven Spannungen werden vom strömenden Porenfluid weitere Verschiebungen in das Korngerüst eingetragen. Durch Separation von Feststoff und Porenfluid werden die residualen Porenüberdrücke abgebaut, die Korn-zu-Korn-Kontakte und die wirksamen Spannungen in dem unter Eigenlast sedimentierenden Korngerüst werden wieder aufgebaut. Durch die entstehenden wirksamen Spannungen im Korngerüst des Lockergesteins kommt es zu einer konstitutiv gesteuerten Porenzahlverminderung.

Die Verdichtung stark entfestigter, wassergesättigter, rolliger Lockergesteine erfolgt in der Verfestigungsphase nicht lediglich durch die Umverteilung von Porenüberdrücken und Regenerierung wirksamer Spannungen, sondern auch durch gleichzeitig eintretende, zusätzliche physikalische Mechanismen wie Verdichtungswellen, die im Vergleich zur Geschwindigkeit isentroper Störungen langsam wandernde Diskontinuitätsflächen verkörpern, an denen eine sprungartige, durch die Erhaltung physikalischer Größen begründete Änderung der Porosität eintritt [203]. Günstige Bedingungen zur Entstehung von Verdichtungswellen sind insbesondere bei fehlender konstitutiver Antwort des verdichtungsfähigen Lockergesteinskorngerüsts unter verschwindenden oder sehr niedrigen wirksamen Spannungen gegeben. Durch ein dynamisches Initial wird ein lokales Ungleichgewicht erzwungen, das zur Fortbewegung vorliegender Dichtestetigkeiten im Lockergesteinskörper führen kann. Im Gegensatz zu einer Stoßwellenfront können die physikalischen Größen unterschiedlicher Phasen an der Front einer Verdichtungswelle Sprünge mit entgegengesetztem Vorzeichen aufweisen. Aus der Natur von lockergelagerten wassergesättigten, rolligen Lockergesteinen geht hervor, dass lokal entstandene Verdichtungswellen sich unter günstigen Verhältnissen weit ausbreiten können.

Die infolge der Verdichtung des Korngerüsts eintretende Volumenverminderung verursacht Verschiebungen in den Schichten oberhalb der sprengbelasteten Lockergesteinszone, die an der Baugrundoberfläche in Form von Vertikal- und Horizontalverschiebungen erscheinen. Mit dem endgültigen Abklingen von Verschiebungen in dem sprengbelasteten Lockergesteinskörper ist die Verfestigungsphase beendet.

4.2 Theoretisches Modell des Sprengstoffverhaltens

Eine chemische Explosion besteht aus einer rapiden Verbrennung, in der sich die im Sprengstoff ursprünglich chemisch voneinander getrennt gebundenen Brennmittel und Sauerstoff auf äußere Anregung miteinander verbinden. Bei ausreichend starker Anregung überschreitet die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Umwandlungsprozesses die Schallgeschwindigkeit im Sprengstoff. In diesem Fall wird von einer Detonation gesprochen. Bei der Detonation wird die im Sprengstoff gespeicherte chemische Energie freigesetzt und führt zu starker Druck- und Wärmeentwicklung.

Die physikalischen Grundlagen der Vorgänge des Detonationsvorganges können mit einem gekoppelten, hydrodynamisch-thermodynamischen Detonationsmodell erklärt werden. Die Umsetzung des Sprengstoffes wird mit einer hydrodynamischen Stoßwelle modelliert, deren Bewegung energetisch durch einen thermodynamischen Umwandlungsvorgang stabilisiert wird [169], [191]. Die Umwandlung des Sprengstoffes von festem in gasförmigen Zustand erfolgt an einer sich mit einer sprengstoffspezifischen Geschwindigkeit $c_{e,D} = (1.500 \dots 9.000) [m/s]$ (Detonationsgeschwindigkeit) bewegenden Stoßwellenfront (Detonationsfront). An der Stoßwellenfront wirkt ein extrem hoher Druckwert p_N^e , der sogenannte *Neumann-Spike*, der eine Dissoziation der reaktionsfähigen Radikale des Sprengstoffes bewirkt. Die schlagartige Reaktion der Radikale zum Verbrennungsprodukt der Explosion verursacht eine Abnahme des Druckes auf den *Chapman-Jouget-Druck*, oder Detonationsdruck, der in der Größenordnung von $p_{CJ}^e = (10.000 \dots 40.000) [MPa]$ liegt. Bei rapider Entspannung der Gase hinter der Detonationsfront erfolgt eine weitere Abnahme des Druckes auf einen berechenbaren konstanten Wert p_0^e , der sich erst durch die Ausdehnung der Sprengschwadengase weiter vermindert. Die Größenordnung des Schwadendruckes nach vollständiger Detonation typischer Sprengstoffarten liegt im Bereich von $p_0^e = (5.000 \dots 20.000) [MPa]$. Die Dauer seiner Einwirkung ist von den Deformationseigenschaften des umgebenden Mediums abhängig und beträgt $t = (10^{-4} \dots 10^{-1}) [sec]$.

Das aus experimentellen Untersuchungen bekannte Verhalten des Druckes p^e von gasförmigen Sprengstoffprodukten in Abhängigkeit vom Verhältnis δ_e der Dichte des Sprengstoffes vor der Detonation $\varrho_{e,0}$ und während der Expansion ϱ_e

$$\delta_e = \frac{\varrho_e}{\varrho_{e,0}}$$

sowie der spezifischen Energie des Sprengstoffes e_e kann auf dem gegenwärtigen Erkenntnisstand am genauesten mit der Zustandsgleichung von JONES-WILKINS-LEE (JWL-Zustandsgleichung)

$$p^e = A_e \left(1 - \frac{\omega_e \delta_e}{R_{e,1}} \right) e^{-\frac{R_{e,1}}{\delta_e}} + B_e \left(1 - \frac{\omega_e \delta_e}{R_{e,2}} \right) e^{-\frac{R_{e,2}}{\delta_e}} + \omega_e e_e \delta_e$$

beschrieben werden [82], [223], [224], [246], [303], [333]. Die mathematische Größe e ist die Basis des natürlichen Logarithmus. Die Kalibrationsgrößen A_e , B_e und ω_e sind druckspezifische Materialkennwerte des Sprengstoffes, und die Kennwerte $R_{e,1}$ sowie $R_{e,2}$ stehen für den ersten und zweiten Eigenwert des Strömungsvorganges der Gaspartikel hinter der CHAPMAN-JOUGET Bereich der Detonationsfront. Die Größe e_e repräsentiert die spezifische Energie der Sprengschwadengase. Zur Anwendung dieser Form der Gleichung in Berechnungen ist es erforderlich, die Bewegungsgleichungen für die expandierenden Sprenggase zu lösen. Um sich diesem zusätzlichen mathematischen Aufwand zu entledigen, kann die JWL-Zustandsgleichung für den Vorgang einer rein isentropen, (*adiabatischen*) Strömung der Sprengschwadengase in eine einfachere Form gebracht werden. Beim isentropen Strömungsvorgang wird gleichzeitig vorausgesetzt, dass die Temperaturentwicklung den Expansionsvorgang der Sprenggase nach der Freisetzung chemischer Energie in der Reaktionszone der Detonationswelle nicht signifikant beeinflusst. Aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik

$$de_e = \Theta_e d\eta_e - p^e dV_e \quad ,$$

Tabelle 4.1: Parameter bekannter Sprengstoffe nach [223], [224], [348]

Sprengstoff	$\rho_{e,0}$ [kg/m ³]	$c_{e,D}$ [m/s]	P_{CJ}^e [MPa]	$e_{e,0}$ [kJ/cm ³]	A_e [MPa]	B_e [MPa]	C_e [MPa]	$R_{e,1}$ [1]	$R_{e,2}$ [1]	ω_e [1]	κ_{CJ}^e [1]	κ^e [1]
PETN	1'770	8'300	33'500	-10.80	617'000	16'926	699	4.40	1.20	0.25	2.64	2.90
NM	1'128	6'280	12'500	-4.95	209'200	5'689	770	4.40	1.20	0.30	2.56	2.73
TNT	1'630	6'930	21'000	-7.10	373'800	3'747	734	4.15	0.90	0.35	2.73	3.00
COMP-B	1'717	7'980	29'500	-8.50	524'229	7'678	824	4.20	1.10	0.34	2.71	3.00
HMX	1'891	9'110	42'000	-11.00	778'300	7'071	643	4.20	1.00	0.30	2.74	3.40

Nitropenta: PETN, SEMTEX-1A, pentaerythritol-tetranitrate, $C_5H_8N_4O_{12}$
Nitromethan: NM, nitromethane, $C_1H_3N_1O_2$
Trinitrotoluol: TNT, trinitrotoluene, $C_7H_5N_3O_6$
36 RDX/64 TNT, Comp-B, composite B, 36 [%], $C_3H_6N_6O_6 + 64$ [%] $C_7H_5N_3O_6$
Oktogen: HMX, octahydro-tetranitro-tetraocine, $C_4H_8N_8O_8$

wo Θ_e die Temperatur, η_e die spezifische Entropie, p^e den Druck und V_e das spezifische Volumen der gasförmigen Explosionsprodukte darstellen [226], entsteht bei Vernachlässigung von Entropieänderungen ($d\eta_e = 0$) eine eingrenzende Bedingung

$$de_e = -p^e dV_e$$

für den thermodynamischen Vorgang der Schwadengasexpansion. Durch Einführung dieser Bedingung lässt sich die JWL-Zustandsgleichung in eine Beziehung zwischen spezifischem Volumen und Schwadengasdruck

$$p^e = A_e e^{-\frac{R_{e,1}}{\delta_e}} + B_e e^{-\frac{R_{e,2}}{\delta_e}} + C_e \delta_e^{(1+\omega_e)}$$

sowie eine Gleichung für die spezifische Energie

$$e_e = \frac{A_e}{R_{e,1}} e^{-\frac{R_{e,1}}{\delta_e}} + \frac{B_e}{R_{e,2}} e^{-\frac{R_{e,2}}{\delta_e}} + \frac{C_e \delta_e^{\omega_e}}{\omega_e}$$

separieren. Die Größe C_e ist ein zusätzlicher sprengstoffspezifischer Kennwert. Aus der ersten Gleichung kann das volumenabhängige Verhalten des Schwadendruckes, aus der zweiten Gleichung das volumenabhängige Verhalten der spezifischen Energie des expandierenden Schwadengases ermittelt werden. Das thermodynamische Expansionsverhalten der Explosionsprodukte wird wegen der extrem hohen Geschwindigkeit des Vorganges mit einer isentropen Zustandsänderung in den meisten Fällen genügend genau modelliert. In der Tabelle 4.1 wurden die Parameter der JWL-Zustandsgleichung und weitere Kennwerte für einige bekannte Sprengstoffe zusammengestellt.

Nach einem Vorschlag von WLODARCZYK kann die Beschreibung des Druckverhaltens der Sprenggase durch die Einführung von Isentropenexponenten für typische Verhaltensbereiche weiter vereinfacht werden [348]. Der für den Isentropenexponenten bekannte Zusammenhang idealer Gase als Quotient der spezifischen Wärmemengen kann in dem extrem hohen Druckbereich der Detonation nur bereichsweise als konstant angenommen werden. Die Entspannung der Schwadengase von dem Druckwert des *Neumann-Spike* auf den *Chapman-Jouget-Druck* wird mit einem Isentropenexponenten κ_{CJ}^e , die weitere Ausdehnung bis zum Umgebungsdruck mit dem Isentropenexponenten κ^e beschrieben. Im Allgemeinen gilt $\kappa^e > \kappa_{CJ}^e$. Für die Berechnung des volumenabhängigen Schwadendruckes sind der sprengstoffspezifische Druck in dem

Schwadenhohlraum nach der vollständig abgeschlossenen Detonation des Sprengstoffes p_0^e und die Größe des Isentropenexponenten κ^e ausschlaggebend. Die Größenordnung der Isentropenexponenten liegt für die bekanntesten Sprengmitteln bei etwa $\kappa^e = (2,70 \dots 3,40)$ [1]. Wenn die typische Detonationsgeschwindigkeit $c_{e,D}$ des Sprengstoffes, der Isentropenexponent κ_{CJ}^e für die Schwadenentspannung am *Chapman-Jouget* Punkt und die Ausgangssprengstoffdichte $\rho_{e,0}$ bekannt sind, kann der Schwadendruck aus einer von STANJUKOVICH vorgeschlagenen Gleichung

$$(4.1) \quad p_0^e = \frac{p_{CJ}^e}{2} = \frac{\rho_{e,0} c_{e,D}^2}{2 \cdot (\kappa_{CJ}^e + 1)}$$

rechnerisch bestimmt werden [348]. In der im Folgenden behandelten speziellen Nahfeldtheorie wurde die von WLODARCZYK entwickelte vereinfachte Beschreibung des Sprengstoffverhaltens benutzt.

4.3 Spezielle Nahfeldtheorie

Die quantitative Modellierung der physikalischen Prozesse während der Sprengbelastung von Lockergesteinen ist mit der Lösung der vorgestellten, konsistenten speziellen Theorie zumindest konzeptionell verfügbar. Ausgehend von den Gleichungen der allgemeinen, deduktiven Theorie poröser Medien wird im Folgenden ein Modell zur Sprengbelastung von Lockergesteinen in Form einer *speziellen Nahfeldtheorie* aufgestellt und gelöst. Bei den Ausführungen wird einem analytischen Vorgehen gefolgt, der ursprünglich von WLODARCZYK vorgeschlagen wurde [349]. Mit der speziellen Nahfeldtheorie ist die Beschreibung der mechanischen Vorgänge in der unmittelbaren Sprengumgebung unter stark vereinfachenden Annahmen möglich. Vorzug der Theorie ist, dass sie verschiedene Symmetriefälle behandelt und dabei als mathematische Problemstellung jeweils auf eine gewöhnliche Differentialgleichung führt. Die numerischen Ergebnisse leisten einen Beitrag zum allgemeinen Verständnis des Problems und können nach der Konzeption von NOWACKI/GUÉLIN [256] auch eine unmittelbare praktische Anwendung finden.

Der Mechanismus der Sprengbelastung wird durch Modellierung der mechanischen Vorgänge in der Umgebung eines radialsymmetrischen Schwadenhohlraumes in einem teilgesättigten, rolligen Lockergesteinsvolumen beschrieben. Die Umwandlungsvorgänge des Sprengstoffes zum Schwaden werden ins Modell unter der Voraussetzung einbezogen, dass zum Beginn des Bewegungsvorganges das Schwadengas mit einem sprengstoffspezifischen Anfangsdruck an der Wandung des Hohlraumes wirkt, seine Energie überwiegend in Form von innerer Energie speichert und während des Bewegungsvorganges eine isentrope Zustandsänderung durchläuft. Der Hohlraum der Schwadengase, welcher zum Beginn des Bewegungsvorganges das gleiche Volumen wie der Sprengstoff vor der Explosion aufweist, weitet sich im Laufe des Vorganges auf. Der Druckstoß des Sprengschwadens erzeugt eine starke Stoßwelle, die sich mit Überschallgeschwindigkeit im umgebenden Medium ausbreitet und ein quasiaidimensionales Strömungsfeld in das außerhalb der Stoßwellenfront anstehende, sich in Ruhelage befindende und durch einen isotropen Anfangsspannungszustand charakterisierte Medium einträgt. In dem Strömungsfeld erfolgt keine Entmischung zwischen individuellen Lockergesteinsphasen, die

sich mit einer und derselben (baryzentrischen) Geschwindigkeit des Gemisches bewegen. Die Stoßwellenfront verursacht eine schlagartige Erhöhung des Druckes und damit einen irreversiblen Volumenkollaps im Korngerüst, wodurch sich die Dichte des Lockergesteins sprunghaft erhöht. Das komprimierte und im weiteren Verlauf des Vorganges als inkompressibel betrachtete Medium wird hinter der Stoßwellenfront beschleunigt. Der mechanische Zustand von Lockergesteinspartikeln zwischen der Stoßwellenfront und Schwadenhohlraumwandung kann mit einem zeitabhängigen Verschiebungs- und Druckfeld beschrieben werden. Die Bewegung der Stoßwelle verlangsamt sich durch Dämpfung bis zu einem Zeitpunkt, in dem die Stoßwellenfront sich verflacht und aufhört, als Diskontinuität zu existieren.

In der speziellen Nahfeldtheorie wird die quasieindimensionale Ausbreitung einer sprenginduzierten Stoßwelle im Lockergesteinsvolumen betrachtet. Die Theorie beschreibt Vorgänge (Mehrphasenströmung im hypersonischen Geschwindigkeitsbereich), deren Berechnung für den mehrdimensionalen Fall hohe Anforderungen an die Methode der Problemlösung stellt. Für die Beschreibung des Verdichtungsvorganges von Lockergesteinen durch Sprengungen in allgemeinen, praxisrelevanten Fällen ist eine eindimensionale Betrachtung nicht ausreichend. Um zu einer mehrdimensionalen Betrachtung unter Beachtung von Anfangs- und Randbedingungen des Halbraumes zu kommen, bietet sich an, die Ergebnisse der speziellen Nahfeldtheorie als Anfangsbedingung für andere mehrdimensionale Verfahren zu nutzen. Vorteil eines derartigen Vorgehens ist, dass der mathematische Aufwand zur Beschreibung der Stoßwellenausbreitung reduziert wird und zur Beschreibung der dynamischen Vorgänge in begrenzt nichtlinearen Bereichen weitere, in der Geotechnik besser etablierte Berechnungsverfahren zum Einsatz kommen können.

4.3.1 Kinematische Beschreibung

Die Beschreibung der Anfangskonfiguration des Lockergesteins zu Beginn der Bewegung erfolgt mit Hilfe der baryzentrischen materiellen ρ Koordinaten des Gemisches. Zur Beschreibung der Momentankonfiguration während der Bewegung werden räumliche Koordinaten \mathbf{r} genutzt. Die Abhängigkeit der räumlichen Koordinate von der baryzentrischen materiellen Koordinate wird durch die baryzentrische Bewegungsgleichung des Gemisches (F.32) vorgeschrieben. Durch Nutzung der Gleichung (F.33)₁₋₂ geht das baryzentrische Geschwindigkeits- und Beschleunigungsfeld der Lockergesteinspartikel aus der einfachen sowie zweifachen materiellen Zeitableitung der baryzentrischen Bewegungsgleichung nach der baryzentrischen Bewegung des Gemisches hervor. Der Deformationsgradient \mathbf{F} des Lockergesteins ist durch die partielle Ableitung der baryzentrischen Bewegungsgleichung nach der baryzentrischen materiellen Koordinate ρ gegeben

$$\mathbf{F} = \mathbf{r} \nabla_{\rho} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \rho} .$$

Der rechte CAUCHY-GREENSche Deformationstensor des Gemisches \mathbf{C} ist definiert durch

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^{\top} \cdot \mathbf{F} .$$

In dem Fall eines rein planar-, zylinder- oder kugelsymmetrischen Bewegungsvorganges ist die Lage der Partikel durch ihre radiale Entfernung von der Symmetrieachse r vollständig gegeben. Zur Beschreibung einer radialsymmetrischen, quasieindimensionalen Bewegung ist es ausreichend, die Änderung der radialen Komponente des räumlichen Koordinatensystems $r \rightarrow r$ in Abhängigkeit von der radialen Komponente des materiellen Koordinatensystems $\rho \rightarrow R$ und von der Zeit t zu betrachten, wodurch die Bewegungsgleichung des Gemisches (F.32) in eine skalare Gleichung übergeht

$$r = r(R, t) \quad .$$

4.3.2 Modellvorstellung über den Ablauf des Vorganges

Ausgehend von dem eingangs, im Abschnitt 4.1 dargelegten Mechanismus zur Modellierung der Vorgänge in der unmittelbaren Umgebung des Schwadenhohlraumes werden im Folgenden die vereinfachenden Annahmen zur theoretischen Modellbildung zusammengefasst und konkretisiert (siehe Bild 4.1):

- **Verhalten des Sprengschwadenhohlraumes:** Es wird angenommen, dass der Sprengstoff sich zum Zeitpunkt $t = 0$ in einem kugelförmigen, zylindrischen oder ebenen Hohlraum mit der anfänglichen Ausdehnung $r_0(t = 0) = R_0$ befindet und in eine Schwadengasblase umwandelt, die fast ausschließlich über innere Energie in Form des Anfangsschwadendruckes p_0^e und einer hohen Temperatur verfügt. Die Aufweitung des Schwadenhohlraumes wird mit einer Funktion $r_0(t)$ beschrieben und erreicht am Ende des Bewegungsvorganges einen Grenzwert $r_{0,max}$. Es wird vorausgesetzt, dass die thermodynamische Zustandsänderung der Schwadengase während der Expansion isentrop (ohne Wärmeaustausch) verläuft. Das zeitliche Druckverhalten der Schwadengase wird durch die Funktion $p^e(t)$ beschrieben;
- **Mechanisches Modell:** Von der Oberfläche des kugelförmigen, zylindrischen oder ebenen Schwadenhohlraumes breitet sich eine Stoßwelle aus, deren räumliche Koordinate mit der Funktion $r_1(t)$ modelliert wird. Die Lage der Stoßwellenfront stimmt zum Zeitpunkt der Sprengung mit der der Hohlraumwandung überein $r_1(t = 0) = r_0(t = 0) = R_0$ und erreicht am Ende des Bewegungsvorganges den Grenzwert $r_{1,max}$. Der von der Sprengung beeinflusste Lockergesteinsbereich Δr erstreckt sich in diesem Moment über

$$(4.2) \quad \Delta r = r_{1,max} - r_{0,max} \quad .$$

- **Volumenkompressionsverhalten des Lockergesteins:** Das mechanische Verhalten des rolligen Lockergesteins wird durch das *quasiinkompressible Dreiphasengemischmodell* aus *kompressibler* Luft, *inkompressiblem* Wasser und *inkompressiblem* Feststoff beschrieben (siehe Abschnitt F.2.10). Unter der Belastung der Sprengung wird angenommen, dass die Dichte des Bodens sich sprunghaft von der Ausgangsdichte ρ_0 auf eine erhöhte Dichte ρ_1 nur durch adiabatische Zusammendrückung der Gasphase ändert. In einem Druckbereich von $p = (1 \dots 1.000) [MPa]$ verursacht diese Annahme einen vernachlässigbaren Fehler [349]. Während der Bewegung verhält sich das zusammengedrückte

Gemisch inkompressibel (siehe folgendes Bild 4.2). Daraus ist erkennbar, dass die spezielle Nahfeldtheorie zunächst keine Vorhersage über die Dichteänderung liefern kann, weil die Dichteänderung als Eingangsgröße in das mathematische Modell eingeht;

- Bewegungsmodell des Gemisches:** Unter den Bedingungen der Gemischbewegung hinter einer Stoßwelle, deren Ausbreitungsgeschwindigkeit höher als die Geschwindigkeit von mechanischen Wellen im Gemisch ist, wird angenommen, dass sich während der ersten Aufweitung des Hohlraumes der Schwadengase alle Phasen mit der gleichen, gemeinsamen Geschwindigkeit $v_\alpha(R, t) = v(R, t)$ eindimensional (radial zum Symmetriepunkt oder zur Symmetrieachse des Vorganges) bewegen. Eine Entmischung der Phasen wird damit ausgeschlossen $\hat{v}_\alpha = 0$. Die Geschwindigkeit der Lockergesteinspartikel an der Stoßwellenfront wird von dem Ruhezustand $v_0 = 0$ auf einen Partikelgeschwindigkeitswert v_1 schlagartig erhöht, der aus den dynamischen Kompatibilitätsbedingungen an der Stoßwellenfront hervorgeht. Die Bewegung des Lockergesteins zwischen der Schwadenhohlraumwandung $r_0(t)$ und der Stoßwellenfront $r_1(t)$ wird mit einem Verschiebungsfeld $u(R, t)$ beschrieben;
- Spannungszustand und Materialverhalten:** In dem Lockergestein wird ein rein isotroper totaler Spannungszustand mit einem in allen Phasen gleich wirkenden Druck $\mathbf{T} = -p\mathbf{1}$ vorausgesetzt. Die wirksamen Spannungen im Korngerüst werden durch Annahme einer an der Stoßwellenfront *unmittelbar bei der Stoßbelastung* eintretenden *schlagartigen totalen Verflüssigung* des belasteten Lockergesteins vernachlässigt ($\mathbf{T}_E^e = \mathbf{0}$). Gleichzeitig wird vorausgesetzt, dass die durch Sprengung eingetragene Last nur von der Porenfüllung getragen wird. Damit liegt ein Bereich unversehrten Bodens mit dem totalen isotropen Spannungszustand $\mathbf{T}_0 = -p_0\mathbf{1}$ vor der Stoßwelle vor. An der Stoßwellenfront wird der Druck durch Erfüllung der dynamischen Kompatibilitätsbedingungen schlagartig auf den Wert $\mathbf{T}_1 = -p_1\mathbf{1}$ erhöht. Der Spannungszustand des Lockergesteins zwischen der Schwadenhohlraumwandung $r_0(t)$ und der Stoßwellenfront $r_1(t)$ wird mit einem Druckfeld $p(R, t)$ beschrieben. Das Ausklammern von dissipativen Materialgesetzen bedeutet, dass die Theorie nur *geometrische Dämpfung* berücksichtigt und die hervorgehenden Ergebnisse einen oberen Grenzwert für die ermittelte dynamische Belastung aus der Einzelsprengung darstellen.

4.3.3 Dichteänderung durch Sprengwirkung

Den eingangs zur Formulierung der speziellen Nahfeldtheorie genannten Annahmen entsprechend wird angenommen, dass sich die *wahre Dichte* des Fluids und des Feststoffes im Gemisch durch das Passieren der Stoßwelle nicht ändert (Inkompressibilität). Die Kompressibilität des Gemisches wird mit dem Verschwinden des Gasanteils modelliert (kompressible Gasphase). Das Volumen des Porenraumes $dV_{p,1}$ und das Volumen eines Lockergesteinselementes dV_1 im verdichteten Lockergesteinsbereich hinter der Stoßwellenfront ergeben sich aus dem Volumen eines Lockergesteinselementes dV_0 , Porenvolumen $dV_{p,0}$ und Volumen der Gasphase im Porenraum $dV_{g,0}$ vor der Stoßwellenfront durch

$$dV_{p,1} = dV_{p,0} - dV_{g,0} \quad , \quad dV_1 = dV_0 - dV_{g,0} \quad .$$

Die Porosität hinter der Stoßwelle n_1 ist durch das Verhältnis zwischen dem Porenvolumen $dV_{p,1}$ und dem Volumen dV_1 eines verdichteten Volumenelementes bestimmt und lässt sich mit Hilfe der Porenzahl n_0 und des Fluidsättigungsgrades s_0 im Ausgangszustand ermitteln

$$(4.3) \quad n_1 = \frac{dV_{p,1}}{dV_1} = \frac{dV_{p,0} - dV_{g,0}}{dV_0 - dV_{g,0}} = \frac{n_0 - n_0(1 - s_0)}{1 - n_0(1 - s_0)} = \frac{n_0 s_0}{1 - n_0(1 - s_0)} .$$

Wegen der Inkompressibilität des Porenfluids ergibt sich mit Hilfe der Gleichung (F.5) die Bedingung für das Porenvolumen hinter der Stoßwellenfront

$$dV_{p,1} = dV_{f,0} = dV_{f,1} ,$$

womit durch Gleichung (4.3) gleichzeitig die Bedingung der vollständigen Sättigung erfüllt wird (Verschwinden des Porengasanteils)

$$(4.4) \quad s_1 = 1 ,$$

wo s_1 den Fluidsättigungsgrad im verdichteten Lockergestein darstellt. Die Dichte des Gemisches vor ϱ_0 und hinter der Stoßwelle ϱ_1 wird aus der Gleichung (F.9) durch Einführung der Bedingungen (4.3) und (4.4) ermittelt zu

$$\varrho_0 = (1 - n_0)\varrho^s + s_0 n_0 \varrho^f + (1 - s_0) n_0 \varrho^g , \quad \varrho_1 = (1 - n_1)\varrho^s + s_1 n_1 \varrho^f .$$

4.3.4 Verschiebungs-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungsfeld

Räumliche und materielle Koordinaten werden mit Hilfe der Verschiebungsfunktion $u(R, t)$ miteinander verbunden. In LAGRANGEScher Beschreibung nach der baryzentrischen Bewegung des Gemisches ($\tilde{v} = v$) ergibt sich

$$(4.5) \quad r(R, t) = R + u(R, t)$$

und das baryzentrische Geschwindigkeits- und Beschleunigungsfeld resultieren aus der ein- sowie zweimaligen Zeitableitung des Verschiebungsfeldes

$$v(R, t) = \frac{\partial}{\partial t} u(R, t) , \quad a(R, t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(R, t) .$$

Die Verschiebung $u(R, t)$ verschwindet zu Beginn der Bewegung ($t = 0$). Die räumlichen und die materiellen Koordinaten sind in diesem Anfangszustand gleich

$$u(R, t = 0) = 0 , \quad r(R, t = 0) = R .$$

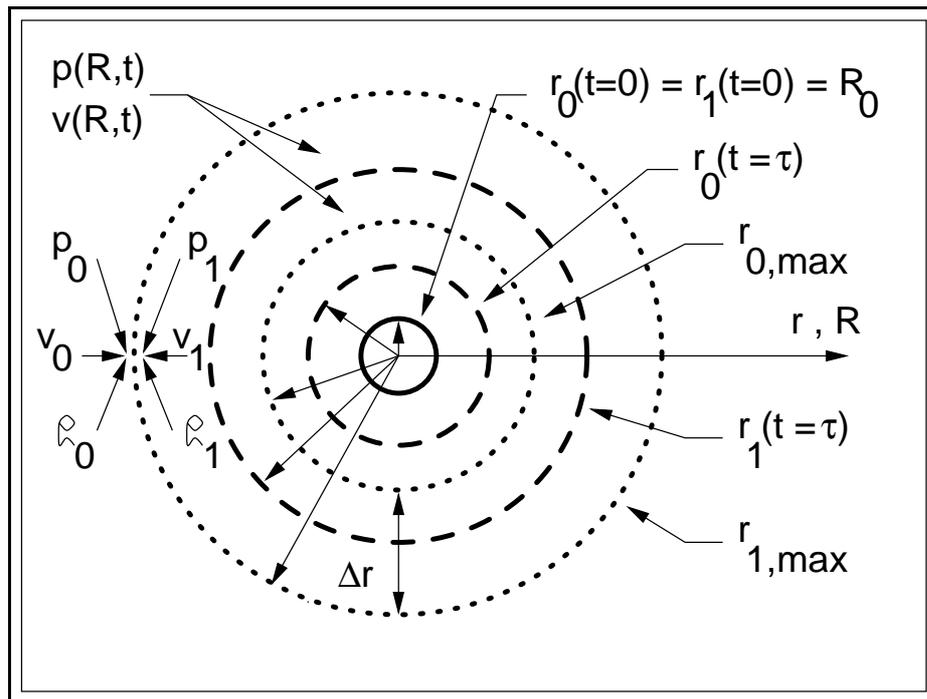


Abbildung 4.1: **Spezielle Nahfeldtheorie einer Einzelsprengung im Boden**

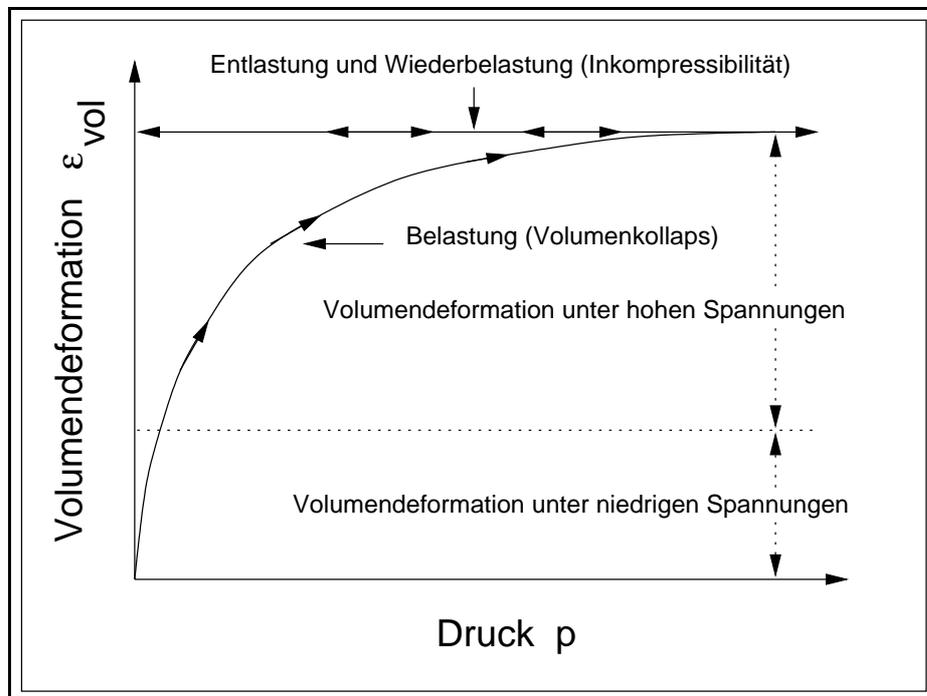


Abbildung 4.2: **Volumendeformationsmodell des Lockergesteins unter hohen Drücken (Modell des "plastischen Fluids")**

Der Hohlraum der Sprengladung hat zum Zeitpunkt der Detonation und Umwandlung des Sprengstoffes in Sprenggase ($t = 0$) einen Ausgangsradius von $R = R_0$ und nimmt während seiner Aufweitung räumliche Lagen gemäß der Funktion $r_0(t)$ ein

$$(4.6) \quad r_0(t) = R_0 + u_0(t) .$$

Die zeitabhängige Verschiebung der Punkte der Schwadenhohlraumwandung wird durch die Funktion $u_0(t)$ beschrieben.

Die sich von der Oberfläche des Schwadenhohlraumes ablösende Stoßwelle bewegt sich entsprechend der Funktion $r_1(t)$. Weil die Geschwindigkeit der Stoßwelle größer ist als die Geschwindigkeit elastischer Wellen im Medium, dringt die Stoßwelle während der Ausbreitung immer in einen noch ungestörten Lockergesteinsbereich vor. Daraus ergibt sich für die materielle Koordinate der Stoßwelle $R_1(t)$ zu einem gegebenen Zeitpunkt $t = \tau$ die Bedingung

$$(4.7) \quad R_1(t = \tau) = r_1(t = \tau) ,$$

womit die Verschiebung an der Stoßwellenfront verschwindet

$$(4.8) \quad u(R_1(t = \tau) , t = \tau) = 0 .$$

Für den Anfangszeitpunkt der Bewegung gilt

$$r_0(t = 0) = r_1(t = 0) = R_0 , \quad u_0(t = 0) = 0 .$$

4.3.5 Erhaltungsgleichungen

Aus der Erhaltungsgleichung für die Masse (F.59)_{1} (Kontinuitätsgleichung) in LAGRAN- GEScher Beschreibung nach der baryzentrischen Bewegung des Gemisches ($\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v}$)

$$\frac{D}{dt} \int_{\Gamma} \varrho dV = 0$$

ergibt sich die Identität der Massenerhaltung für die Dichte ϱ_0 und ϱ sowie das Volumen dV_0 und dV eines Lockergesteinselementes in der Anfangs- und Momentankonfiguration als

$$\varrho_0 dV_0 = \varrho dV .$$

Die Wurzel der Determinante des rechten CAUCHY-GREEN Deformationstensors des Gemisches \mathbf{C} beschreibt das Verhältnis der Dichte des Gemisches ϱ während der Bewegung zur Ausgangsdichte ϱ_0 . Mit dem Exponenten ν , der für ebene Symmetrie den Wert $\nu = 1$, Zylindersymmetrie den Wert $\nu = 2$ und Kugelsymmetrie den Wert $\nu = 3$ annimmt, ergibt sich die Gleichung

$$\frac{\varrho_0}{\varrho} = \frac{dV}{dV_0} = \sqrt{\det \mathbf{C}} = \left(\frac{r}{R}\right)^{\nu-1} \frac{\partial r}{\partial R} .$$

Durch Einsetzen der Verschiebungsfunktion für die Koordinate der Momentankonfiguration aus Gleichung (4.5) folgt für das sich zwischen der Schwadenhohlraumwandung und der Stoßwellenfront bewegende Lockergestein die Gleichung der Massenerhaltung

$$(4.9) \quad \frac{\partial r}{\partial R} = \frac{\partial}{\partial R} (R + u) = \left(\frac{R}{R + u}\right)^{\nu-1} \frac{\varrho_0}{\varrho} .$$

Unter der Annahme der Ankopplung des arbiträren Geschwindigkeitsfeldes $\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v}$ an das baryzentrische Geschwindigkeitsfeld des Gemisches lautet die lokale Form der Impulserhaltungsgleichung (F.69) für das modellierte Lockergestein

$$(4.10) \quad \varrho \frac{D}{dt} \mathbf{v} = \mathbf{T} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} + \varrho \mathbf{b} .$$

Bei Vernachlässigung der mikroskopisch volumentreuen Deformationen in der inkompressiblen Feststoffphase und zusätzlicher Kompressibilitätseffekte in der Porengasphase in dem quasiinkompressiblen Dreiphasenmodell mit

$$\mathbf{C}_{sR} = \mathbf{C}_{sR}^{\nabla} = \mathbf{O} , \quad \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}}{\partial \mathbf{C}_s} = \mathbf{O} , \quad \frac{\partial J_{gR}}{\partial J_g} = 0$$

sowie Annahme verschwindender Extraspannungsanteile in der Fluid- $\mathbf{T}_E^f = \mathbf{O}$ und Gasphase $\mathbf{T}_E^g = \mathbf{O}$ sowie in der Feststoffphase durch Aufheben effektiver Spannungen infolge Verflüssigung $\mathbf{T}_E^s = \mathbf{O}$ in den Gleichungen (F.99)₁₋₃ vereinfacht sich der in der Gleichung (F.57) definierte totale Spannungszustand im Gemisch \mathbf{T} mit nichtentmischenden Konstituenten ($\hat{\mathbf{v}}_{\alpha} = \mathbf{o}$) auf einen in allen Phasen gleich wirkenden isotropen Druck $p = \pi$ mit

$$\mathbf{T} = -p \mathbf{1} = -\pi \mathbf{1} .$$

Durch Einführung der totalen Spannungen, Anwendung der Identität (F.43) auf ihre Divergenz, Vernachlässigung des Einflusses äußerer Kräfte auf den Bewegungsvorgang ($\mathbf{b} = \mathbf{o}$) sowie Voraussetzung einer ausschließlich radialen Bewegung mit ($\mathbf{v} = v$) und ($\mathbf{r} = r$) entsteht die vereinfachte lokale Form der Impulserhaltungsgleichung (4.10) des Gemisches

$$\varrho \frac{D}{dt} v = -\frac{\partial}{\partial r} p .$$

Mit der Überführung der materiellen Zeitableitung des baryzentrischen Geschwindigkeitsfeldes \mathbf{v} im Gemisch in eine partielle Zeitableitung des Verschiebungsfeldes

$$\frac{D}{dt} v = \frac{D}{dt} \frac{D}{dt} r = \frac{D}{dt} \frac{D}{dt} (R + u) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} u$$

und durch Anwendung der Kettenregel bei der Differentiation des Druckfeldes folgt die Weiterentwicklung der lokalen Form der Impulserhaltungsgleichung

$$\varrho \frac{\partial^2}{\partial t^2} u = - \frac{\partial p}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial r} ,$$

die durch Umstellung und Nutzung der Massenerhaltungsgleichung (4.9) zur Beschreibung der Inversen des Deformationsgradienten in die folgende Gestalt übergeht

$$(4.11) \quad \frac{\partial p}{\partial R} = -\varrho_0 \left(\frac{R}{R+u} \right)^{\nu-1} \frac{\partial^2}{\partial t^2} u .$$

Als zusätzliche Erhaltungsgleichung gilt die Gleichung der Energieerhaltung für das Gemisch, die aus den folgenden Betrachtungen wegen der Voraussetzung der Inkompressibilität der Fluid- und Feststoffphase und einer adiabatischen Belastung der Gasphase ausgeklammert werden kann.

Aus der allgemeinen Formulierung der dynamischen Kompatibilitätsbedingungen des Gemisches in Gleichung (F.61) resultieren durch Anwendung auf den radialsymmetrischen Fall die Gleichungen für die Massenerhaltung

$$(4.12) \quad \varrho_0(v_0 - c) = \varrho_1(v_1 - c)$$

und für die Impulserhaltung

$$(4.13) \quad \varrho_0 v_0(v_0 - c) + p_0 = \varrho_1 v_1(v_1 - c) + p_1$$

an der Stoßwellenfront. Die Größen ϱ , v und p bedeuten die Dichte, Geschwindigkeit und Druck im Lockergestein. Der Index "0" weist auf den Zustand des Lockergesteins vor, der Index "1" auf den Zustand hinter der Stoßwellenfront hin.

4.3.6 Verhalten der Schwadengase

Die Sprengladung geht zum Zeitpunkt vollständiger Detonation in eine Schwadengasblase mit dem Anfangsdruck p_0^e über. Die Schwadengase expandieren anschließend adiabatisch mit dem Adiabatenexponenten κ^e . Der Druck an der Wandung des sich aufweitenden Hohlraumes (materielle Koordinate $R = R_1$) ergibt sich aus der Gleichung

$$p^e(t) = p(R = R_0, t) = p_0^e \left(\frac{R_0}{r_0(t)} \right)^{\nu \kappa^e} .$$

Der sprengstoffspezifische Anfangsdruck p_0^e der Detonationsgase folgt aus der Gleichung (4.1). Beim hochbrisanten Sprengstoff Nitropenta (SEMTEX-1A) ergibt sich mit den sprengstoffspezifischen Größen der Geschwindigkeit der Detonationswelle $c_{e,D} = 8.300 \left[\frac{m}{s}\right]$, Sprengstoffdichte $\varrho_{e,0} = 1.770 \left[kg/m^3\right]$ und Isentropenexponenten am CHAPMAN-JOUGET-Punkt $\kappa_{CJ}^e = 2,64 [1]$ ein Anfangsdruck von $p_0^e = 16.750 \left[MPa\right]$.

4.3.7 Allgemeines Problem, Anfangs- und Randbedingungen

Das allgemeine Problem besteht in der Suche nach einer Verschiebungs- $u(R, t)$ und einer Druckfunktion $p(R, t)$, die die Massen- und Impulserhaltungsgleichung gleichzeitig erfüllen und die Bewegung eines Lockergesteinsbereiches, begrenzt einerseits durch eine sich aufweitende Hohlraumwandung, andererseits durch eine Stoßwellenfront, unter folgenden Anfangs- und Randbedingungen beschreiben:

- *Anfangsbedingungen:* Das Kontinuum befindet sich anfangs mit dem totalen Ausgangsdruck p_0 im Ruhezustand:

$$(4.14) \quad \begin{aligned} u(R, t = 0) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} u(R, t = 0) &= v(R, t = 0) = 0, \\ \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(R, t = 0) &= a(R, t = 0) = 0, \\ p(R, t = 0) &= p_0; \end{aligned}$$

- *Randbedingungen:* Die stoßartige Druckzunahme auf $p_1(t)$ und Geschwindigkeitszunahme auf $v_1(t)$ an der Stoßwellenfront $r_1(t)$ müssen die dynamischen Kompatibilitätsbedingungen erfüllen. An der Schwadenhohlraumwandung wirkt der zeitabhängige Druck der Schwadengase $p^e(t)$. Die Verschiebung u verschwindet an der Stoßwellenfront:

$$(4.15) \quad \begin{aligned} u(R = r_1(t), t) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} u(R = r_1(t), t) &= v_1(t), \\ p(R = R_0, t) &= p^e(t), \\ p(R = r_1(t), t) &= p_1(t). \end{aligned}$$

4.3.8 Lösung des Problems für den allgemeinen eindimensionalen Fall

Mit Hilfe der Dichten in den Bereichen vor und hinter der Stoßwelle ϱ_0 und ϱ_1 lässt sich das Verdichtungsmaß β ermitteln, welches dem Partialvolumen der Gasphase vor der Stoßwelle $n_{g,0}$ entspricht

$$(4.16) \quad \beta = \frac{\varrho_1 - \varrho_0}{\varrho_1} = n_{g,0}.$$

In praktischen Fällen wird das Verdichtungsmaß Werte im Bereich $\beta = (0,005 \dots 0,2) [1]$ annehmen. Zur Beschreibung der Bewegung des sprengbelasteten Lockergesteins im allgemeinen

Fall werden die Massenerhaltungs- und Impulserhaltungsgleichung gelöst. Mit Hilfe des Zusammenhanges

$$(R + u)^{\nu-1} \frac{\partial}{\partial R} (R + u) = \frac{1}{\nu} \frac{\partial}{\partial R} (R + u)^\nu$$

und der Gleichung (4.16) kann die Massenerhaltungsgleichung (4.9) in die Form

$$\frac{1}{\nu} \frac{\partial}{\partial R} (R + u)^\nu = \frac{\rho_0}{\rho_1} R^{\nu-1} = (1 - \beta) R^{\nu-1}$$

gebracht werden. Mit Hilfe der Parametervariablen ρ erhält man durch Integration

$$(4.17) \quad (R + u)^\nu = \nu \int_{R_0}^R (1 - \beta) \rho^{\nu-1} d\rho + f_1(t) = (1 - \beta) (R^\nu - R_0^\nu) + f_1(t) .$$

Die unbekannte Funktion $f_1(t)$ kann aus der Gleichung (4.6) bestimmt werden, wenn für die materielle Koordinate R die materielle Koordinate der Schwadenhohlraumwandung R_0 eingesetzt wird. In diesem Fall verschwindet der Integralterm

$$(R_0 + u(R_0, t))^\nu = r_0^\nu(t) = 0 + f_1(t) .$$

Damit erhält man aus der Gleichung (4.17) eine Beziehung zur Beschreibung der Verschiebung von materiellen Punkten im Lockergesteinsbereich zwischen der Schwadenhohlraumwandung und der Stoßwellenfront

$$(4.18) \quad u(R, t) = \{(1 - \beta) (R^\nu - R_0^\nu) + r_0^\nu(t)\}^{\frac{1}{\nu}} - R .$$

Durch Einführen der Gleichungen (4.7) und (4.8) in die Gleichung der Verschiebung (4.18) erhält man für die Funktion der räumlichen Koordinate der Stoßwellenausbreitung

$$(4.19) \quad r_1^\nu(t) = R_0^\nu + \frac{1}{\beta} \{r_0^\nu(t) - R_0^\nu\} .$$

Die Differentiation nach der Zeit führt auf die folgenden Gleichungen für das Geschwindigkeits- und Beschleunigungsfeld von Partikeln im Lockergesteinsbereich zwischen der Schwadenhohlraumwandung und der Stoßwelle

$$(4.20) \quad \frac{\partial}{\partial t} u(R, t) = v(R, t) = \frac{r_0^{\nu-1}(t) \dot{r}_0(t)}{\{(1 - \beta) (R^\nu - R_0^\nu) + r_0^\nu(t)\}^{\frac{\nu-1}{\nu}}} ,$$

$$(4.21) \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(R, t) = a(R, t) = \frac{(\nu - 1) r_0^{\nu-2}(t) \dot{r}_0^2(t) + r_0^{\nu-1}(t) \ddot{r}_0(t)}{\{(1 - \beta) (R^\nu - R_0^\nu) + r_0^\nu(t)\}^{\frac{\nu-1}{\nu}}} + \\ + \frac{(1 - \nu) r_0^{2(\nu-1)}(t) \dot{r}_0^2(t)}{\{(1 - \beta) (R^\nu - R_0^\nu) + r_0^\nu(t)\}^{\frac{2\nu-1}{\nu}}} .$$

Die Integration der Impulserhaltungsgleichung (4.11) mit Hilfe der Parametervariable ρ ergibt einen Zusammenhang zur Bestimmung des Druckfeldes in der Umgebung des Schwadenhohlraumes

$$(4.22) \quad p(R, t) = -\varrho_0 \int_{R_0}^R \left\{ \frac{\rho}{\rho + u(\rho, t)} \right\}^{\nu-1} \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(\rho, t) d\rho + p^e(t) .$$

Mit Hilfe der Anfangsbedingung, dass sich das Medium vor der Stoßwelle in Ruhe befindet ($v_0 = 0$), und Beachtung der Identität $c(t) = \dot{r}_1(t)$ lassen sich die Partikelgeschwindigkeit v_1 und der Druck p_1 hinter der Stoßwelle aus den dynamischen Kompatibilitätsbedingungen für Masse (4.12) und Impuls (4.13) bestimmen zu

$$(4.23) \quad v_1(t) = \left(1 - \frac{\varrho_0}{\varrho_1} \right) c(t) = \beta \dot{r}_1(t)$$

und

$$(4.24) \quad p_1(t) = p_0 + \varrho_0 v_1(t) c(t) = p_0 + \varrho_0 \beta \dot{r}_1^2(t) .$$

Zur Bestimmung des Druckfeldes $p(R, t)$ zwischen Schwadenhohlraumwandung und Stoßwellenfront werden die hergeleiteten Gleichungen des Verschiebungs- (4.18) und Beschleunigungsfeldes (4.21) in die Gleichung der Impulserhaltung (4.22) eingeführt. Durch Lösen des bestimmten Integrals über die Parametervariable ρ und Einsetzen der Integrationsgrenzen erhält man in Abhängigkeit vom jeweiligen Exponenten ν eine geschlossene analytische Gleichung für verschiedene Symmetriefälle der Wellenausbreitung:

- *Ebene Symmetrie* $\nu = 1$:

$$(4.25) \quad p(R, t) = p^e(t) - \varrho_0 (R - R_0) \ddot{r}_0(t) ;$$

- *Zylindersymmetrie* $\nu = 2$:

$$(4.26) \quad p(R, t) = p^e(t) - \frac{\varrho_0}{2(1-\beta)} \left\{ \dot{r}_0^2(t) + r_0(t) \ddot{r}_0(t) \right\} \times \\ \times \ln \left(\frac{(1-\beta)(R^2 - R_0^2) + r_0^2(t)}{r_0^2(t)} \right) + \\ + \{r_0^2(t) \dot{r}_0^2(t)\} \left(\frac{1}{(1-\beta)(R^2 - R_0^2) + r_0^2(t)} - \frac{1}{r_0^2(t)} \right) \Bigg\} ;$$

- *Kugelsymmetrie* $\nu = 3$:

$$(4.27) \quad p(R, t) = p^e(t) + \frac{\varrho_0}{1-\beta} \{2r_0(t) \dot{r}_0^2(t) + r_0^2(t) \ddot{r}_0(t)\} \times \\ \times \left\{ \frac{1}{\sqrt[3]{(1-\beta)(R^3 - R_0^3) + r_0^3(t)}} - \frac{1}{R_0(t)} \right\} - \\ - \frac{\varrho_0}{2(1-\beta)} \{r_0^4(t) \dot{r}_0^2(t)\} \left\{ \frac{1}{\sqrt[3]{\{(1-\beta)(R^3 - R_0^3) + r_0^3(t)\}^4}} - \frac{1}{r_0^4(t)} \right\} .$$

Die Einführung der Randbedingung (4.15)₄ in die Gleichungen des Druckfeldes (4.25), (4.26) und (4.27) sowie Berücksichtigung der dynamischen Kompatibilitätsbedingung (4.24) für den Druck hinter der Stoßwellenfront p_1 führt einheitlich auf eine quasilineare gewöhnliche Differentialgleichung zweiter Ordnung für die Aufweitung des Schwadenhohlraumes bei den behandelten Symmetriefällen

$$(4.28) \quad \ddot{r}_0(t) + F(r_0) \dot{r}_0^2(t) = Q(r_0) .$$

Die Funktionen $F(r_0)$ und $Q(r_0)$ nehmen für verschiedene Symmetriefälle der Wellenausbreitung $\nu = (1; 2; 3)$ die folgende Form an:

- *Ebene Symmetrie* $\nu = 1$:

$$(4.29) \quad F(r_0) = \frac{1}{r_0(t) - R_0} ,$$

$$Q(r_0) = \frac{\beta}{\varrho_0} \cdot \frac{p_0^e \left(\frac{R_0}{r_0(t)} \right)^{\kappa^e} - p_0}{\{r_0(t) - R_0\}} ;$$

- *Zylindersymmetrie* $\nu = 2$:

$$(4.30) \quad F(r_0) = \frac{1}{r_0(t)} + \frac{\frac{r_0(t)}{R_0^2 + \beta^{-1}(r_0^2(t) - R_0^2)} + \frac{2(1-\beta)r_0(t)}{(\beta-1)R_0^2 + r_0^2(t)} - \frac{1}{r_0(t)}}{\ln \frac{R_0^2 + \beta^{-1}(r_0^2(t) - R_0^2)}{r_0^2(t)}} ,$$

$$Q(r_0) = \frac{2(1-\beta)}{\varrho_0} \cdot \frac{p_0^e \left(\frac{R_0}{r_0(t)} \right)^{2\kappa^e} - p_0}{r_0(t) \left\{ \ln \frac{R_0^2 + \beta^{-1}(r_0^2(t) - R_0^2)}{r_0^2(t)} \right\}} ;$$

- *Kugelsymmetrie* $\nu = 3$:

$$(4.31) \quad F(r_0) = \frac{2}{r_0(t)} - \frac{r_0^2(t) \{R_0^3 + \beta^{-1}(r_0^3(t) - R_0^3)\}^{-\frac{4}{3}} - r_0^{-4}(t)}{2 \{R_0^3 + \beta^{-1}(r_0^3(t) - R_0^3)\}^{-\frac{1}{3}} - r_0^{-1}(t)} -$$

$$- r_0^2(t) \left(\frac{1-\beta}{\beta} \right) \frac{\{R_0^3 + \beta^{-1}(r_0^3(t) - R_0^3)\}^{-\frac{4}{3}}}{\{R_0^3 + \beta^{-1}(r_0^3(t) - R_0^3)\}^{-\frac{1}{3}} - r_0^{-1}(t)} ,$$

$$Q(r_0) = -\frac{(1-\beta)}{\varrho_0} \cdot \frac{p_0^e \left(\frac{R_0}{r_0(t)} \right)^{3\kappa^e} - p_0}{r_0^2(t) \left\{ \{R_0^3 + \beta^{-1}(r_0^3(t) - R_0^3)\}^{-\frac{1}{3}} - r_0^{-1}(t) \right\}} .$$

Die exakte Form der Funktion $F(r_0)$ für den kugelsymmetrischen Fall weicht von der Funktion in der Referenz [349] von WŁODARCZYK im dritten Term ab. Durch die vorteilhafte Variablen-substitution

$$(4.32) \quad \omega_0 = \dot{r}_0^2(t) \ , \ d\omega_0 = 2\ddot{r}_0(t)dr_0$$

lässt sich die Differentialgleichung (4.28) auf eine lineare Differentialgleichung erster Ordnung

$$(4.33) \quad \frac{\partial \omega_0}{\partial r_0} + 2F(r_0)\omega_0 = 2Q(r_0)$$

zurückführen. Zum Ableiten einer Anfangsbedingung für die Substitutionsvariable ω_0 werden die Gleichung (4.32)₁ und die dynamische Kompatibilitätsbedingung aus der Massenerhaltung an der Stoßwellenfront (4.23) für den Zeitpunkt $t = 0$ genutzt

$$(4.34) \quad \omega_0(r_0 = R_0) = \dot{r}_0^2(t = 0) = v_1^2(t = 0) = \beta^2 \dot{r}_1^2(t = 0) \ .$$

Durch Betrachtung der dynamischen Kompatibilitätsbedingung aus der Impulserhaltung an der Stoßwellenfront (4.24) für den Zeitpunkt $t = 0$ und Beachtung der Randbedingungen (4.15)₃₋₄ lässt sich die Anfangsbedingung (4.34) umformen zu

$$(4.35) \quad \omega_0(r_0 = R_0) = \beta \frac{P_0^e - P_0}{\rho_0} \ .$$

4.3.9 Numerische Lösung des Problems

Bei der Lösung der Differentialgleichung (4.28) oder (4.33) für die Aufweitung des Schwadenhohlraumes tritt ein Singularitätsproblem auf, weil die Funktionen $F(r_0)$ und $Q(r_0)$ beim Anfangswert der unabhängigen Variable $r_0 = R_0$ den Wert unendlich annehmen. Das eingesetzte Lösungsverfahren muss es vermeiden, die Koeffizientenfunktionen der Differentialgleichung an diesem Anfangswert auszuwerten. Als geeignete numerische Lösungsmethode hat sich das EULERsche Rückwärtsdifferenzenverfahren erwiesen, bei dem die Differentialgleichung folgender Diskretisation unterzogen wird

$$\frac{{}^{n+1}\omega_0 - {}^n\omega_0}{{}^{n+1}r_0 - {}^nr_0} = 2Q({}^{n+1}r_0) - 2F({}^{n+1}r_0){}^{n+1}\omega_0 \ .$$

Der Index links oben neben dem Symbol zeigt den Iterationsschritt der diskreten Größe (${}^n\phi = \phi(r_0 = {}^nr_0)$). Die räumliche Koordinate r_0 der Schwadenhohlraumwandung in diskreter Form ergibt sich aus der Schrittweite δr_0 und aus der Anzahl von Iterationen n mit

$${}^nr_0 = R_0 + n \delta r_0 \ .$$

Die Schrittweite bei der numerischen Integration wird so gewählt, dass die Lösung eine vorgeschriebene numerische Genauigkeit v erreicht, die auf Rechenanlagen mit 32-Bit Verarbeitung $v = 10^{-5}$ nicht unterschreiten sollte [274]. Durch Umformung erhält man zur Bestimmung der Größe ${}^{n+1}\omega_0$ aus dem Ergebnis des vorhergehenden Iterationsschrittes n die Rechenregel

$${}^{n+1}\omega_0 = \frac{2 Q({}^{n+1}r_0) \{ {}^{n+1}r_0 - {}^n r_0 \} + {}^n \omega_0}{2 F({}^{n+1}r_0) \{ {}^{n+1}r_0 - {}^n r_0 \} + 1}$$

mit der in Gleichung (4.35) gegebenen Anfangsbedingung

$${}^0\omega_0 = \beta \frac{p_0^e - p_0}{\varrho_0} .$$

Die räumliche Koordinate der Schwadenhohlraumwandung wird bei der numerischen Integration der Differentialgleichung als unabhängige Variable betrachtet. Die Zuordnung des Vorganges zu der Zeit erfolgt durch Ausführung der Integration

$$(4.36) \quad t = \int_{R_0}^{r_0(t)} \frac{d\rho}{\sqrt{\omega_0(\rho)}} ,$$

wo ρ die Parametervariable der Integration verkörpert. Weil die Größe $\omega_0(\rho)$ nur diskret bekannt ist, muss die Lösung dieses Integrals auch numerisch ausgeführt werden. Zum Erreichen einer gewünschten Genauigkeit in der Zeit ist es erforderlich, die Schrittweite der numerischen Integration der Differentialgleichung dementsprechend zusätzlich anzupassen. Zur Lösung des Zeitintegrals (4.36) ist das Verfahren von ROMBERG gewählt worden [274]. Die Bestimmung der vielfach benötigten Geschwindigkeit der Aufweitung des Schwadenhohlraumes ${}^n \dot{r}_0$ erfolgt aus der Inversen

$${}^n \dot{r}_0 = \sqrt{{}^n \omega_0}$$

der Variablentransformation (4.32)₁. Die Beschleunigung der Schwadenhohlraumwandung ergibt sich aus der ursprünglichen Form der Differentialgleichung (4.28) mit

$${}^n \ddot{r}_0 = Q({}^n r_0) - F({}^n r_0) {}^n \omega_0 .$$

4.3.10 Theoretische Berechnungen für die Bedingungen der Modellversuche

Das vorgestellte theoretische Modell einer Einzelsprengung im Boden ist für die Bedingungen des im experimentellen Teil dieser Arbeit diskutierten Modellversuches III ausgewertet worden. Die Berechnungsergebnisse sind in den Bildern E.1 und E.2 in der Anlage zusammengestellt. Die im Folgenden ersichtlichen und diskutierten Bilder 4.3, 4.4, 4.5 und 4.6 sind der Anlage entnommen und mit ergänzenden Angaben zur quantitativen Auswertung der Berechnungsergebnisse versehen worden.

Die Berechnungen erfolgten unter der Annahme einer kugelsymmetrischen Sprengladung und Wellenausbreitung (Symmetriefall $\nu = 3$). Für das im Modellversuch genutzte, handelsübliche Sprengmittel SEMTEX-1A sind lediglich die in der Tabelle 3.5 genannten Kennwerte verfügbar.

Aus der Zusammensetzung des Sprengstoffes lässt sich schlussfolgern, dass die thermodynamischen Eigenschaften von SEMTEX-1A dem hochbrisanten Sprengstoff *Nitropenta* entsprechen, dessen Eigenschaften als gut bekannt gelten (siehe Tabelle 4.1). Die sprengstoffspezifischen Kennwerte wurden mit einem Isentropenexponenten von $\kappa^e = 2,90 [1]$, einem Isentropenexponenten bei der Detonation von $\kappa_{CJ}^e = 2,64 [1]$, einer Sprengstoffdichte von $\varrho_e = 1.770 [kg/m^3]$, einer Detonationsgeschwindigkeit von $c_{e,D} = 8.300 [m/s]$ und einem daraus mit Hilfe der Gleichung (4.1) ermittelten Anfangsdruck von $p_0^e = 16.750 [MPa]$ in die Berechnungen eingeführt (siehe Abschnitt 4.3.6). Aus der Ladungsmasse in den Modellversuchen $m_e = 5 [g]$ und aus der Dichte des Sprengstoffes SEMTEX-1A $\varrho_e = 1.400 [kg/m^3]$ ergibt sich für den Ausgangsradius der kugelsymmetrischen Sprengladung $R_0 = 0,0095 [m]$. In den Berechnungen wurde der Anfangsradius der Sprengladung auf $R_0 = 0,01 [m]$ aufgerundet, um die zusätzliche Sprengstoffmasse von $m_e \approx 1 [g]$ des Momentzünders anteilig zu berücksichtigen.

Die Festlegung der Dichte des Lockergesteins ϱ_0 vor der Sprengung und des Verdichtungsmaßes β an der Stoßwellenfront orientierte sich an die Ergebnisse der nukleargeophysikalischen Messungen beim Modellversuch III, welche eine Anfangsfluidsättigung von $\check{s}_E = (0,9149 \dots 0,9984) [1]$ mit einem Mittelwert von $\check{s}_{E,avg} = 0,9575 [1]$ sowie einen Mittelwert der Trockendichte von $\varrho_{s,E,avg} = 1,3493 [g/cm^3]$ ausgewiesen haben (siehe Tabelle 3.7). Bei der Berechnung der Eigenschaften der Stoßwellenfront und des Schwadenhohlraumes ist das Verdichtungsmaß mit Werten von $\beta = (0,01; 0,0425; 0,1) [1]$ variiert worden. Dieser Ansatz deckt das Intervall gemessener Anfangssättigungsgrade annähernd ab, womit der Einfluss des Porengasanteils auf die quantitativen Ergebnisse erkennbar wird. Zur Bestimmung des Partikelgeschwindigkeits- und Druckfeldes zwischen der Stoßwellenfront und der Schwadenhohlraumwandung ist aus dem Mittelwert des Anfangssättigungsgrades ein Verdichtungsmaß von $\beta = 0,0425 [1]$ bestimmt und in die Berechnungen eingeführt worden. Die Dichte des Lockergesteins vor und hinter der Stoßwellenfront wurde aus dem gemessenen Mittelwert der Trockendichte in Abhängigkeit von dem jeweiligen Verdichtungsmaß errechnet. Die isotrope totale Spannung im Lockergestein vor der Sprengung lässt sich unter Berücksichtigung der geometrischen Bedingungen des Modellversuches III mit einem Wert von $p_0 \approx 11,0 [kPa]$ abschätzen.

Die Abhängigkeit der räumlichen Koordinate r_1 und der Geschwindigkeit der Stoßwelle \dot{r}_1 von der Zeit ist in dem oberen sowie unteren Diagramm des Bildes E.1 in der Anlage dargestellt. Den starken Einfluss des Verdichtungsmaßes auf den Wellenausbreitungsvorgang zeigen die den Extremwerten $\beta = 0,01 [1]$ und $\beta = 0,1 [1]$ zugeordneten dünnen Kurven. Die verstärkte Linie verdeutlicht das Berechnungsergebnis für die konkreten bodenphysikalischen Bedingungen des Modellversuches III, welche sich zu einem Vergleich zwischen theoretischer Vorhersage und experimentellem Ergebnis am besten eignen. Unter den gleichen sprengstofftechnischen Bedingungen gelten für die Modellversuche I und II sehr ähnliche Ergebnisse, die sich in Anbetracht der gleichen Größenordnung der Einbaudichte bei den Modellversuchen nur durch den Einfluss variierender Fluidsättigungsbedingungen unterscheiden werden. In Anbetracht des Ausgangssättigungsgrades würde das Berechnungsergebnis für die Bedingungen der Modellversuche I und II zwischen die den Extremwerten des Verdichtungsmaßes zugehörigen dünnen Kurven fallen.

Die oberen Diagramme links und rechts im Bild E.2 der Anlage zeigen die Abhängigkeit der räumlichen Koordinate r_0 und die Geschwindigkeit \dot{r}_0 der Schwadenhohlraumwandung von der Zeit. Das Ergebnis der Berechnungen ergibt, dass der Radius des aufgeweiteten Schwadenhohlraumes im Modellversuch in der Größenordnung von wenigen $[dm]$ zu erwarten ist. Das mittlere Diagramm rechts im Bild E.2 der Anlage verdeutlicht das Verschiebungsfeld von Partikeln $u(R, t)$ zwischen der Schwadenhohlraumwandung und der Stoßwellenfront in Abhängigkeit von der materiellen Koordinate R . Die Größenordnung des Betrages von Verschiebungen entspricht der der Hohlräumaufweitung. Das mittlere Diagramm links im Bild E.2 der Anlage zeigt den Zusammenhang der Beschleunigung der Schwadenhohlraumwandung \ddot{r}_0 mit ihrer räumlichen Koordinate r_0 . Bei der Auswertung ist zu beachten, dass die Beschleunigung der Schwadenhohlraumwandung zu Anfang für $r_0 = R_0$ den Wert unendlich $\ddot{r}_0(r_0 = R_0) = \infty$ annimmt. In der Darstellung im Diagramm erscheint diese Singularität im asymptotischen Verhalten der Beschleunigung zu Beginn der Bewegung. Das Ergebnis der Berechnung lässt einen extrem schnellen mechanischen Vorgang erkennen, der aus einer rapiden Beschleunigungs- und Bremsphase besteht. Die Partikel der Schwadenhohlraumwandung erleiden bis zum vollständigen Erliegen signifikanter Beschleunigungen lediglich eine Verschiebung von $u_0 = (2 \dots 3) [cm]$. Die vorgestellten Diagramme ergeben, dass das Verdichtungsmaß die Ausbreitung der Stoßwellenfront stark, jedoch die Aufweitung des Schwadenhohlraumes nur geringfügig beeinflusst.

Die unteren Diagramme links und rechts im Bild E.2 der Anlage zeigen die Partikelgeschwindigkeit $v(R, t)$ sowie den Druck $p(R, t)$ zwischen Stoßwelle und Schwadenhohlraumwandung in Abhängigkeit von der materiellen Koordinate R und der Zeit t . In der Darstellung der Druckverteilung ist der extrem rapide Abfall des Druckes in dem Schwadenhohlraum bei der materiellen Koordinate $R_0 = 0,01 [m]$ erkennbar. Die verstärkten Linien entsprechen Zeitpunkten, in denen die Stoßwellenfront einen Messwertaufnehmer des Modellversuches gestreift hat. Die Partikelgeschwindigkeit und der Druck sind unstetig an der Stoßwellenfront, deren materielle Koordinate zum Zeitpunkt t durch das jeweilige Ende der Kurven angegeben wird. Die Partikelgeschwindigkeits- und Druckverteilung erfüllen an der Stoßwellenfront die dynamischen Kompatibilitätsbedingungen. Die den Anfangswerten des Druckes $p_0 = 11,0 [kPa]$ und der Partikelgeschwindigkeit $v_0 = 0 [m/s]$ entsprechenden Kurven im Lockergesteinsbereich vor der Stoßwelle wurden in die entsprechenden Diagramme der Partikelgeschwindigkeits- und Druckverteilung nicht aufgenommen.

Die graphische Auswertung der theoretischen Ergebnisse in den Diagrammen 4.3 und 4.4 für die Bedingungen des Modellversuches III ergibt, dass die Stoßwellenfront die horizontalen Entfernungen von $d = 0,4 [m]$, $d = 0,6 [m]$ und $d = 0,8 [m]$ theoretisch nach Zeiten von $t = 2,7 [msec]$, $t = 8,4 [msec]$ und $t = 19,7 [msec]$ streicht und dabei Ausbreitungsgeschwindigkeiten von $\dot{r}_1 = 56,12 [m/s]$, $\dot{r}_1 = 25,34 [m/s]$ sowie $\dot{r}_1 = 14,08 [m/s]$ aufweist. Die theoretisch berechneten Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Stoßwellenfront mit $\dot{r}_1 = (14,11 \dots 56,23) [m/s]$ liegen in der gleichen Größenordnung, wie die aus den bodendynamischen Messergebnissen ermittelten Ausbreitungsgeschwindigkeiten der Porendruck- und Korngerüstwellen bei der ersten Pulsation des Schwadenhohlraumes (siehe Tabelle 3.7). Im Diagramm 4.5 kann bei einer Entfernung von $d = 0,8 [m]$ eine theoretische radiale Partikelgeschwindigkeitsamplitude an der Stoßwellenfront von $v_1 = 0,6 [m/s]$ abgelesen werden. Das Diagramm 4.6 zeigt, dass der Druck im Lockergestein in den genannten Entfernungen von der Sprengladung theoretisch einen Wert von $p = 220,83 [kPa]$, $p = 49,50 [kPa]$ und $p = 15,16 [kPa]$ erreicht.

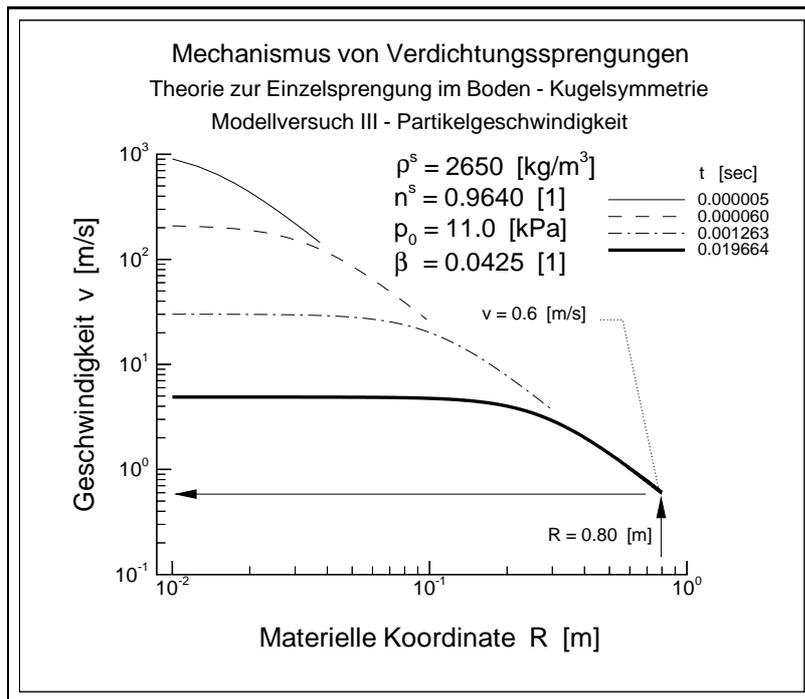


Abbildung 4.5: **Spezielle Nahfeldtheorie: Modellversuch III - Partikelgeschwindigkeit hinter der Stoßwellenfront**

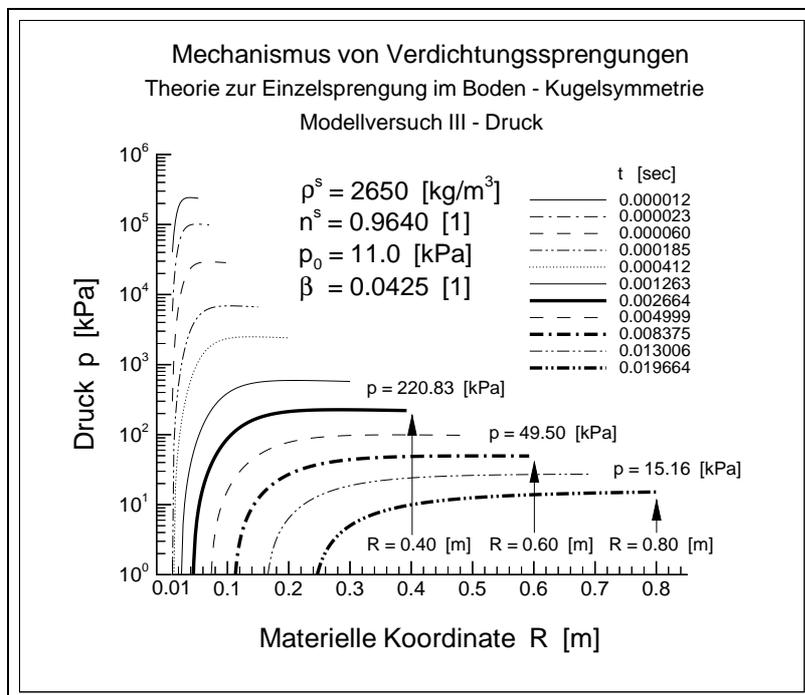


Abbildung 4.6: **Spezielle Nahfeldtheorie: Modellversuch III - Druck hinter der Stoßwellenfront**

Die theoretischen Ergebnisse können mit den experimentellen Ergebnissen der Porendruckmessung im unteren Diagramm des Bildes C.5 in der Anlage verglichen werden. Der Maximalauschlag des induzierten Porendruckes kann bei den Porendruckaufnehmern mit $\check{d}_{msm} = 40 [cm]$, $\check{d}_{msm} = 60 [cm]$ und $\check{d}_{msm} = 80 [cm]$ Messentfernung zum Sprengpunkt bei Messzeitpunkten von $\check{t}_{msm} \approx 12 [msec]$, $\check{t}_{msm} \approx 16 [msec]$ sowie $\check{t}_{msm} \approx 18 [msec]$ beobachtet werden. Der phasenkorrigierte Einsatzzeitpunkt der Porendruckwelle liegt bei $\check{t}_{msm} \approx 3 [msec]$, $\check{t}_{msm} \approx 6 [msec]$ und $\check{t}_{msm} \approx 9 [msec]$. Bei der Interpretation von Laufzeiten, die aus auf den Zeitpunkt der Sprengung absolut bezogenen bodendynamischen Ergebnissen ermittelt wurden, ist zu beachten, dass die achtpolige elliptische Anti-Aliasing-Filterstufe und der bei der Auswertung eingesetzte vierpolige digitale Bessel-Filter eine lineare Phasenverschiebung im Nutzfrequenzbereich und damit in den im Zeitbereich dargestellten Ergebnissen eine Zeitverschiebung von $\Delta\check{t} \approx 1 [msec]$ verursachen. Der Porenüberdruck nimmt maximale Amplituden von $\Delta\check{p}^p \approx 30 [kPa]$, $\Delta\check{p}^p \approx 15 [kPa]$ und $\Delta\check{p}^p \approx 5 [kPa]$ bei den Porendruckaufnehmern mit $\check{d}_{msm} = 40 [cm]$, $\check{d}_{msm} = 60 [cm]$ und $\check{d}_{msm} = 80 [cm]$ Messentfernung zum Sprengpunkt an. Im oberen Diagramm des Bildes C.4 ist das Ergebnis der Partikelgeschwindigkeits- und Porendruckmessung in einer Messentfernung von $\check{d}_{msm} = 80 [cm]$ von der Sprengladung beim Modellversuch III dargestellt. Die maximale radiale Partikelgeschwindigkeitsamplitude von $\check{v}_{s,C,1} = 80 [mm/s]$ wird nach einer Messzeit von $\check{t}_{msm} \approx 16 [msec]$ erreicht. Der phasenkorrigierte Einsatzzeitpunkt der Longitudinalwelle liegt bei $\check{t}_{msm} = 8 [msec]$. Aus den ermittelten Partikelgeschwindigkeits- und Porendruckamplituden ist erkennbar, dass die theoretischen Angaben die experimentell ausgewiesenen Ergebnisse um Größenordnungen überschreiten. Beim Vergleich der theoretischen und experimentellen Druckwerte ist zu beachten, dass die theoretischen Angaben sich auf die totale Spannung mit verschwindenden effektiven Spannungen des Korngerüsts unter Annahme einer totalen Verflüssigung des Lockergesteins beziehen. Die experimentellen Werte repräsentieren den durchschnittlichen Porendruck und erfassen den Anteil effektiver Spannungen nicht, der bei der Erstaufweitung der Stoßwellenfront bis zur Entfestigung des Korngerüsts wirkt.

Zur Interpretation der theoretischen und experimentellen Ergebnisse sind die Geschwindigkeitsverhältnisse und der Mechanismus des Wellenfeldes in der Umgebung der Sprengladung im Bild 4.7 schematisch dargestellt worden. Bei der Auswertung ist zu berücksichtigen, dass die vorgestellte vereinfachte Theorie nur die geometrische Dämpfung des Stoßwellenfeldes und keine dissipativen Mechanismen aus dem kompressiblen Materialverhalten der Lockergesteinsphasen beachtet, die unter realen Bedingungen des Modellversuches jedoch wirksam sind. Der der speziellen Nahfeldtheorie zugrundegelegte Versagensmechanismus der schlagartigen totalen Verflüssigung an der Stoßwellenfront idealisiert das mechanische Verhalten des annähernd wassergesättigten Granulates auch stark, weil die dämpfende Wirkung der effektiven Spannungen bis zum Verflüssigungsversagen des Korngerüsts nicht beachtet wird. Damit ist eine raschere Verlangsamung der *realen* Stoßwelle zu erwarten, als sich das für die *ideale*, nur geometrisch gedämpfte Stoßwelle in den theoretischen Ergebnissen abzeichnet. Die reale Stoßwelle erreicht damit die Geschwindigkeit der isentropen Störungen im Lockergestein eher als die ideale Stoßwelle. Der ab diesem Zeitpunkt geweckte elastische Vorläufer der Stoßwelle erscheint in den im Zeitbereich aufgetragenen dynamischen Messergebnissen als phasenkorrigierter Ersteinsatz.

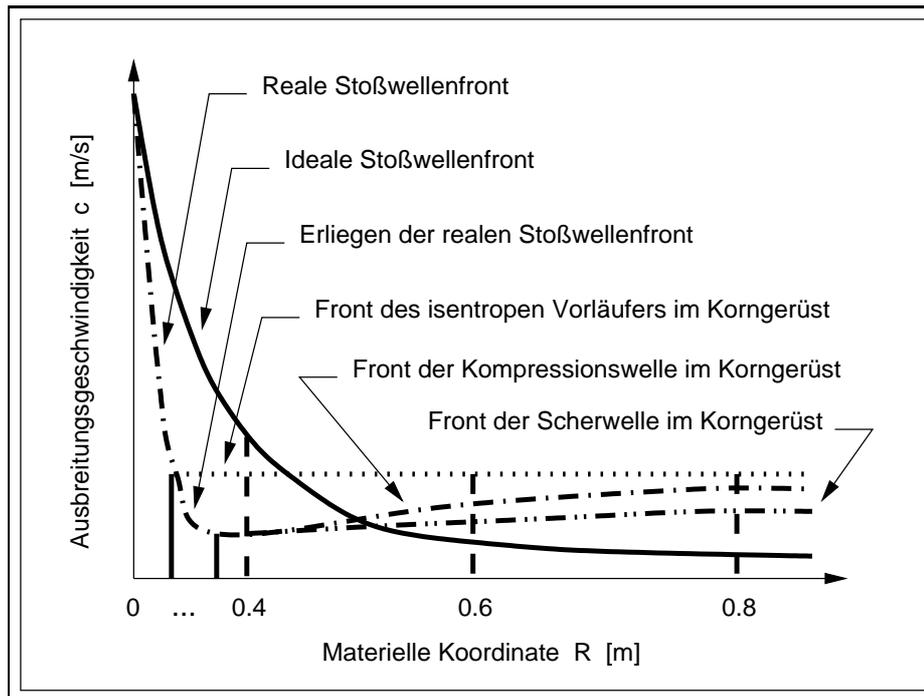


Abbildung 4.7: **Spezielle Nahfeldtheorie: Modellversuch III - Interpretation der theoretischen und experimentellen Laufzeit von Wellen**

Nach weiterer Verlangsamung verflacht sich die steile Stoßwellenfront und geht in die stetige Wellenfront einer anfangs stark nichtlinearen Kompressions- und Scherwelle im Korngerüst sowie Porenfüllung des Lockergesteins über, die sich mit materialspezifischen Ausbreitungsgeschwindigkeiten fortpflanzen. Die Ausbreitungsgeschwindigkeiten von Korngerüstwellen sind im Bereich der Entstehung der Wellenfronten geringer als weiter entfernt, weil das Niveau eintretender Deformationen und die Induktion von Porenüberdrücken zu einer Herabminderung der Steifigkeit im Korngerüst führen. Die registrierten Wellen sind sowohl im Ersteinsatzzeitpunkt als auch im Verlauf von elastischen Vorläufern der Stoßwellenfront und von den Eigenschaften des stark entfestigten Modellmaterials bestimmt. Das experimentell erfasste Wellenfeld zeigt keine schlagartige Änderung des Druckes und der Partikelgeschwindigkeit, wie das beim Einsatz einer Stoßwellenfront zu erwarten wäre. In den im Zeitbereich dargestellten radialen Partikelgeschwindigkeiten und im Porendruckfeld erscheint vielmehr eine intensive niederfrequente Wellenfront, deren Frequenzspektrum dem unteren Diagramm des Bildes C.6 zu entnehmen ist. Die starke Kopplung zwischen der Partikelbewegung und der Porenüberdruckentwicklung zeichnet sich durch einen identischen Phasenverlauf und ähnlichen Wellenform im Zeitbereich ab, wie das dem oberen Diagramm des Bildes C.4 entnehmbar ist. Diese Beobachtungen bestätigen, dass die Auswertung der Laufzeiten der Porendruckwelle auch für die Korngerüstbewegung maßgebend ist, weil eine vom Korngerüst unabhängige Porendruckwelle in den Modellversuchsergebnissen nicht erkennbar ist.

Beim Vergleich theoretischer und experimenteller Laufzeiten zeichnet sich zumindest in der Größenordnung eine gute Übereinstimmung ab. Die theoretisch ermittelte Laufzeit der Stoßwellenfront ist bis zu einer Entfernung von $d = 0,4 [m]$ von der Sprengung kürzer als der ge-

messene, phasenkorrigierte Ersteinsatz des Porendruckes bei der Messentfernung von $\check{d}_{msm} = 40 [cm]$. In den Messentfernungen von $\check{d}_{msm} = 60 [cm]$ und $\check{d}_{msm} = 80 [cm]$ erscheinen die phasenkorrigierten Ersteinsätze schneller als theoretisch errechnet. In den experimentell ermittelten Zeitpunkten des phasenkorrigierten, ersten Welleneinsatzes im Porendruck ergibt sich im Entfernungsbereich $\check{d}_{msm} = (40 \dots 80) [cm]$ von der Sprengladung eine Größenordnung in der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellenfront von $\check{c}_{f,c} \approx 60 [m/s]$. Der Vergleich mit der theoretisch ermittelten Geschwindigkeit der Stoßwellenfront von $\check{r}_1 = (14, 11 \dots 56, 23) [m/s]$ zeigt, dass die Stoßwellenfront als propagierende Diskontinuität in der radialen Entfernungsbereich von $\check{d} = (40 \dots 80) [cm]$ experimentell nicht mehr beobachtet werden konnte. Der Übergang der Stoßwellenfront in die Wellenfront des nichtlinearen Wellenfeldes erfolgt unter den Bedingungen der Modellversuche bereits in der Entfernung von $\check{d} \gtrsim 40 [cm]$ von der Sprengung, wo die hier vorgestellte spezielle Nahfeldtheorie ihre annähernde Gültigkeit bereits verliert.

4.4 Theoretische Ergebnisse für den allgemeinen Fall einer Einzelsprengung in Böden

Zur einheitlichen Auswertung der numerischen Ergebnisse wurden die physikalischen Einflussgrößen des Vorganges mit der Dimensionsbasis Druck (Spannung), Dichte und Länge sowie durch Nutzung der zeitinvarianten Basisvariablen p_0^e , ϱ_0 und R_0 in dimensionslose Größen transformiert (siehe Abschnitt 3.1.2):

$$(4.37) \quad \begin{aligned} p^* &= \Pi_p = \frac{p}{p_0^e}, \quad t^* = \Pi_t = \sqrt{\frac{p_0^e}{\varrho_0 R_0}} t, \\ r^* &= \Pi_r = \frac{r}{R_0}, \quad \dot{r}^* = \Pi_{\dot{r}} = \sqrt{\frac{\varrho_0}{p_0^e}} \dot{r}, \quad \ddot{r}^* = \Pi_{\ddot{r}} = \frac{R_0 \varrho_0}{p_0^e} \ddot{r}, \\ u^* &= \Pi_u = \frac{u}{R_0}, \quad v^* = \Pi_v = \sqrt{\frac{\varrho_0}{p_0^e}} v, \quad c^* = \Pi_c = \sqrt{\frac{\varrho_0}{p_0^e}} c, \quad a^* = \Pi_a = \frac{R_0 \varrho_0}{p_0^e} a. \end{aligned}$$

Der Punkt symbolisiert alle vorkommenden Indizes der jeweiligen physikalischen Größe. Aus bekannten dimensionslosen Größen ist es einfach, auf die dimensionsbehafteten Größen durch Anwendung der inversen Transformation zurückzurechnen. Durch Einführung der Dimensionstransformationen in die gewöhnliche Differentialgleichung (4.28) entsteht eine äquivalente dimensionslose Form

$$\ddot{r}_0^*(t^*) + F^*(r_0^*) \dot{r}_0^{*2}(t^*) = Q^*(r_0^*),$$

wo die Größen $F^*(r_0^*)$ und $Q^*(r_0^*)$ die dimensionslose Form der Funktionen in den Gleichungen (4.29)₁-(4.31)₂ darstellen. Sowohl die Anfangs- als auch Randbedingungen in Gleichungen (4.14)₁₋₄ und (4.15)₁₋₄ lassen sich anhand der Gleichungen (4.37)₁₋₉ auf eine dimensionslose Form bringen. Das numerische Vorgehen bei der Lösung der Aufgabenstellung für den dimensionslosen Fall ist analog zum vorgestellten Vorgehen bei der Lösung der Gleichung (4.28).

Zur Darstellung praktisch relevanter quantitativer Ergebnisse aus der speziellen Nahfeldtheorie wurde eine systematische Berechnung durch Lösung der Aufgabe in dimensionsloser Form für unterschiedliche Symmetriefälle und Variation der physikalischen Eingangsgrößen des Problems durchgeführt. Die Anzahl der unabhängigen physikalischen Eingangsgrößen des theoretischen Modells ist mit der Dimensionstransformation um die Anzahl der Basisvariablen der Dimensionsbasis auf die folgenden Größen reduziert worden:

- **Dimensionsloser isotroper totaler Druck des Lockergesteins im Ruhezustand** p_0^* ;
- **Isentropenexponent der Schwadengase** κ^e ;
- **Verdichtungsmaß** β .

Die Festlegung der physikalischen Eingangsgrößen des Vorganges orientierte sich an praktisch relevante Wertebereiche. Die Untersuchung der Gestalt der Funktionen $Q(r_0)$ in den Gleichungen (4.29)₁-(4.31)₂ zeigt für alle Symmetriefälle, dass der isotrope totale Druck im Lockergestein vor der Sprengung p_0 vom momentanen Druck der Schwadengase $p^e(t)$ subtrahiert wird und die räumliche Ausdehnung der durch die Sprengung beeinflussten Zone vermindert. In praktisch relevanten Fällen wird der isotrope totale Druck im Ruhezustand einen Wertebereich von $p_0 = (100 \dots 1000) [kPa]$ annehmen, was unter Berücksichtigung der typischen Größenordnung der Dichte von Lockergesteinen einer Installationstiefe der Sprengladung von $H_e \approx (5 \dots 50) [m]$ entspricht. Der Vergleich mit der typischen Größenordnung des Detonationsdruckes p_0^e bekannter Sprengmittel in der Tabelle 4.1 zeigt, dass der Einfluss aus dem isotropen totalen Druck im Ruhezustand während der Anfangsphase des Bewegungsvorganges, in der der Druck des Schwadenhohlraumes in der Größenordnung des Detonationsdruckes p_0^e liegt, vernachlässigbar gering ist. Mit dem Ziel, den *Fall größtmöglicher Auswirkung der Sprengung* zu untersuchen, wurde der isotrope totale Druck im ungestörten Lockergestein vor der Stoßwelle mit $p_0^* = 0 [1]$ angenommen. Die Auswahl des Isentropenexponenten zur Beschreibung der Expansion der Schwadengase κ^e orientierte sich an den sprengstoffspezifischen Kennwerten bekannter Sprengmittel in der Tabelle 4.1. Mit Werten von $\kappa^e = 2,40 [1]$, (Anlagen E.3-E.5), $\kappa^e = 2,90 [1]$, (Anlagen E.6-E.8) und $\kappa^e = 3,40 [1]$, (Anlagen E.9-E.11) sind drei analoge Berechnungen erstellt worden. In einem allgemeineren Teil der Berechnungen ist die dimensionslose räumliche Koordinate der Schwadenhohlraumwandung r_0^* und der Stoßwelle r_1^* sowie die dimensionslose Geschwindigkeit der Schwadenhohlraumwandung \dot{r}_0^* und der Stoßwelle \dot{r}_1^* bei Variation des Verdichtungsmaßes in dem Wertebereich von $\beta = (0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2) [1]$ untersucht worden (Anlagen E.3-E.4, E.6-E.7 und E.9-E.10). Die Berechnung der Abhängigkeit der dimensionslosen Partikelgeschwindigkeit $v^*(R^*, t^*)$ und der dimensionslosen Druckverteilung $p^*(R^*, t^*)$ von der dimensionslosen materiellen Koordinate R^* zwischen der Schwadenhohlraumwandung und der Stoßwelle sowie der dimensionslosen Zeit t^* erfolgte durch Annahme eines praktikablen Wertes von $\beta = 0,01 [1]$ für das Verdichtungsmaß (Anlagen E.5, E.8 und E.11). Aus praktischer Sicht sind die Berechnungen für die Zylinder- und Kugelsymmetrie bedeutsam, weil die gebräuchliche Ladungsform diesen Symmetriefällen entspricht. Die Auswertung der Ergebnisse für ebene Symmetrie trägt akademischen Charakter und dient lediglich dem Vergleich.

Die mathematische Gestalt der speziellen Nahfeldtheorie und ihre numerische Auswertung erlauben eine Reihe von Schlussfolgerungen zum Einfluss der physikalischen Eingangsgrößen auf die Ausdehnung des von einer Sprengung erfassten Bodenvolumens:

- *Symmetriefall*: Der Symmetriefall ν ist ein Maß für die Krümmung der Stoßwellenfront. Das mit steigender Krümmung der Stoßwellenfront eintretende Anwachsen der geometrischen Dämpfung ist in den Berechnungsergebnissen der Verteilung der Partikelgeschwindigkeit und des Druckes klar erkennbar (siehe Bilder E.5, E.8 und E.11);
- *Sättigungsgrad*: Der Porenluftanteil verkörpert ein Maß für die Dichteänderung an der Stoßwellenfront. Die Verschlechterung der Fluidsättigung wirkt sich negativ auf die Anfangsgeschwindigkeit der Stoßwelle und auf die geometrische Ausdehnung des Stoßwellenfeldes aus (siehe Bilder E.4, E.7 und E.10 sowie Bilder E.3, E.6 und E.9). Mit zunehmendem Porenluftanteil ist ein weiterer negativer Einfluss auf den Aufbau von Porenüberdrücken zu erwarten, womit eine zusätzliche Verschlechterung der Verdichtungswirkung eintritt. In praktischen Fällen können zusätzliche Maßnahmen zur Verbesserung der Fluidsättigung erforderlich werden, um den Einsatz von Sprengungen zur Baugrundverbesserung zu ermöglichen;
- *Spezifischer Druck des Sprengstoffes und Isentropenexponent der Expansion der Schwadengase*: Die Berechnungsergebnisse zeigen, dass ein niedrigerer Isentropenexponent der Expansion der Schwadengase κ^e sich sowohl auf den Aufweitungsvorgang des Schwadenhohlraumes als auch auf die Ausbreitung der Stoßwellenfront positiv auswirkt. Insbesondere im zylinder- und kugelsymmetrischen Fall ist dieser Einfluss jedoch nur gering und gegenläufig zum Einfluss des Detonationsdruckes (siehe Bilder E.3, E.6 und E.9 sowie E.4, E.7 und E.10). Die Anwendung brisanterer Sprengstoffe mit höherem sprengstoffspezifischem Detonationsdruck erweckt eine Stoßwelle mit höherer Ausbreitungsgeschwindigkeit, womit eine größere Ausdehnung der Einflusszone der Sprengung bei gleicher Ladungsmenge erzielt wird. Bei der Auswahl der Sprengstoffart ist ein maximaler Detonationsdruck p_0^e und ein möglichst niedriges Isentropenexponent der Expansion der Schwadengase κ^e anzustreben;
- *Dichte im Ausgangszustand*: Mit zunehmender Dichte im Ausgangszustand ρ_0 zeichnet sich eine Abnahme der Anfangsgeschwindigkeit der Schwadenhohlraumwandung sowie der Stoßwelle ab und die Ausdehnung der Einflusszone der Sprengung ist bei gleicher Ladungsmenge geringer. Wegen des engen Wertebereiches der möglichen Dichten bei realen Lockergesteinen ist dieser Einfluss gering;
- *Anfangsspannungszustand des Lockergesteins*: Mit steigenden totalen Spannungen des Lockergesteins im Anfangszustand wird die Geschwindigkeit der Stoßwelle und der Schwadenhohlraumwandung stärker gedämpft, woraus eine räumlich geringere Ausdehnung der Einflusszone resultiert. Damit wird die aus praktischer Erfahrung bekannte Notwendigkeit belegt, in größeren Tiefen mit größeren Ladungsmengen für gleichen Verdichtungserfolg sprengen zu müssen.

Die dimensionslose Darstellung der Berechnungsergebnisse in den Bildern E.3-E.11 ermöglicht die Bestimmung der quantitativen Eigenschaften des Stoßwellenfeldes für jede beliebige Einzelsprengung, wenn das Verdichtungsmaß und der Isentropenexponent des gewählten Sprengstoffes mit einem der in der Berechnung angesetzten Werte übereinstimmt. Mit der Auswahl des Ausgangsradius R_0^* und Beachtung des Symmetriefalles wird gleichzeitig über die Sprengstoffdichte auch die Sprengstoffmasse vorgeschrieben. Wegen der Annahme eines verschwindenden Anfangsdruckes ($p_0^* = 0$) im Lockergestein bei der systematischen Auswertung beschreiben

die ermittelten quantitativen Ergebnisse den maximalen Effekt einer Einzelsprengung unter den vorausgesetzten bodenphysikalischen und Symmetriebedingungen. Durch Vernachlässigung der Materialdämpfung grenzt das Ergebnis der speziellen Nahfeldtheorie die tatsächliche Wirkung von Sprengungen in Böden von oben ein. Bei der Anwendung der Theorie ist zu beachten, dass das Modell für den Vollraum gilt und damit Randbedingungen eines Halbraumes nicht erfasst. Die Berechnungsergebnisse werden falsch, wenn Randeffekte den Ausbreitungsvorgang der Stoßwelle beeinflussen. Die Wahl zu großer Ladungen kann zu falschen Ergebnissen wegen der vernachlässigten Randeffekte an der freien Oberfläche führen.

4.5 Methode zur verbesserten Dimensionierung von Sprengungen in Böden

Als räumliche Einflusszone einer Einzelsprengung Δr in der Gleichung (4.2) kann nach Vorschlag von WŁODARCZYK [349] die Zone verstanden werden, welche von der Stoßwellenfront und der Schwadenhohlraumwandung beim Erliegen des Bewegungsvorganges eingegrenzt wird. Durch Nutzung der Gleichung (4.19) folgt

$$\Delta r = r_{1,max} - r_{0,max} = \left\{ R_0^\nu + \frac{1}{\beta} \{ r_{0,max}^\nu - R_0^\nu \} \right\}^{\frac{1}{\nu}} - r_{0,max} .$$

Die Anwendung der Gleichungen der Dimensionstransformation (4.37)₁₋₉ führen zur dimensionslosen Größe Δr^* der Einflusszone einer Einzelsprengung

$$\Delta r^* = r_{1,max}^* - r_{0,max}^* = \left\{ 1 + \frac{1}{\beta} \{ (r_{0,max}^*)^\nu - 1 \} \right\}^{\frac{1}{\nu}} - r_{0,max}^* .$$

Dieser Einflussbereich lässt sich jedoch aus dem rechnerischen Ergebnis nicht entnehmen, weil sich die Stoßwelle durch die fehlende Materialdämpfung theoretisch bis ins Unendliche fortpflanzt, womit $r_{1,max}(t \rightarrow \infty) = \infty$ beträgt. Ein Grenzwert $r_{1,max}$ ist für praktische Fälle durch das Finden geeigneter Abbruchbedingungen möglich. Dafür wird mit Hilfe eines physikalischen Kriteriums der Zeitpunkt t_{max} definiert, für die die Bedingung $r_1 = r_{1,max}$ als erfüllt betrachtet werden kann:

- I. *Größe eingetragener Drücke:* Der Zeitpunkt für die maximale Ausbreitung der Stoßwelle t_{max} wird als erreicht betrachtet, wenn die sprungartige Druckzunahme an der Stoßwellenfront einen vorgegebenen Grenzwert der Druckdifferenz p_{lmt} erreicht $p_1(t_{max}) - p_0 = p_{lmt}$;
- II. *Größe eingetragener Partikelgeschwindigkeiten:* Der Zeitpunkt für die maximale Ausbreitung der Stoßwelle t_{max} wird als erreicht betrachtet, wenn die sprungartige Geschwindigkeitszunahme an der Stoßwellenfront einen vorgegebenen Geschwindigkeitsgrenzwert v_{lmt} erreicht $v_1(t_{max}) = v_{lmt}$;
- III. *Geschwindigkeit der Stoßwelle:* Der Zeitpunkt für maximale Ausbreitung der Stoßwelle t_{max} wird als erreicht betrachtet, wenn die Geschwindigkeit der Stoßwellenfront die Geschwindigkeit seismischer Kompressionswellen in der steifsten Phase der Sprengumgebung c_{lmt} erreicht $\dot{r}_1(t_{max}) = c_{lmt}$.

Die Auswahl des Abbruchkriteriums sollte sich *an der erwarteten Versagensform des Materials* orientieren. Der durch Sprengungen erzielte Verdichtungseffekt steigt mit der Verflüssigungseigung des behandelten Materials. Mit den Abbruchkriterien der Druckzunahme (I.) und der Partikelgeschwindigkeit (II.) ist die Beurteilung des Grades der durch dynamische Belastung eintretenden Verflüssigung im Lockergestein möglich. Die mit Hilfe des Kriteriums (III.) abgeleitete Einflusszone der Sprengung kann als Orientierungswert zur Dimensionierung von Verdichtungssprengungen herangezogen werden.

Ein großer Vorzug der hier beschriebenen speziellen Nahfeldtheorie ist die mathematisch geschlossene Formulierung ihrer Aufgabenstellung und ihre Lösbarkeit mit geringem mathematischem Aufwand. Zusätzlich besteht die Möglichkeit, die Ladungsform durch Modellierung verschiedener Symmetriefälle in die Betrachtungen einzubeziehen. Mit Hilfe des Abbruchkriteriums zur Geschwindigkeit der Stoßwelle (III.) ist es möglich, das als Ergebnis der Auswertung der speziellen Nahfeldtheorie erhaltene Verschiebungs-, Geschwindigkeits-, Beschleunigungs- und Druckfeld als Anfangsbedingung für eine weitere numerische Berechnung zu verwenden. Ein derartiger Lösungsweg zur numerischen Modellierung von dynamischen Wirkungen von Sprengungen in Böden wurde von NOWACKI/GUELIN [256], ausgehend vom theoretischen Modell von NOWACKI/RANIECKI [255] und durch Verwenden einer Druckgrenzbedingung an der Stoßwellenfront mit $p_{lmt} = 10 [MPa]$ als Abbruchkriterium, vorgeschlagen. Die Annahmen, welche die Grundlage des theoretischen Modells von NOWACKI/RANIECKI bilden, sind mit den eingangs genannten Annahmen der hier vorgestellten speziellen Nahfeldtheorie größtenteils identisch. Die Berechnung der Dichtezunahme in dem Gebiet zwischen Hohlraumwandung und Stoßwellenfront erfolgt in dem Modell von NOWACKI/RANIECKI aus der in der Gleichung (F.111) aufgeführten Zustandsgleichung von TAIT. Der dadurch entstehende, erheblich größere mathematische Aufwand, welcher die Lösung einer partiellen statt einer gewöhnlichen Differentialgleichung erfordert, ist in Anbetracht des geringfügigen Erkenntniszuwachses im Vergleich zum Ergebnis der hier vorgestellten speziellen Nahfeldtheorie nicht gerechtfertigt. Zum Vorgehen im Sinne von NOWACKI/GUELIN ist die diskutierte spezielle Nahfeldtheorie besser geeignet. Mit Hilfe der Ergebnisse der speziellen Nahfeldtheorie kann die numerische Analyse einer Einzelsprengung mit folgenden Schritten erfolgen:

1. *Simulationsberechnung*: Durchführung einer Simulationsberechnung mit Hilfe der hier vorgestellten speziellen Nahfeldtheorie für den Vollraum unter Berücksichtigung des Ausgangssättigungsgrades, der Ausgangsdichte, Größe des isotropen totalen Druckes in der Tiefe der modellierten Sprengung, Größe der Sprengladung sowie der Sprengstoffeigenschaften;
2. *Abbruchkriterium*: Bestimmung der höchsten Geschwindigkeit elastischer Wellen c_{lmt} für die steifste Phase α in der Sprengumgebung als Abbruchkriterium für die Ausbreitung der Stoßwelle im Sinne des genannten Kriteriums (III.). Als Grenzgeschwindigkeit sollte die größere der Geschwindigkeiten der elastischen Kompressionswelle im Korngerüst $c_{s,C}$ oder der Kompressionswelle in dem Porenfluid $c_{f,C}$ unter Beachtung des Grades der Fluidsättigung gewählt werden:

$$\dot{r}_1(t = t_{max}) = c_{lmt} = \max(c_{s,C}, c_{f,C}) .$$

3. *Finites numerisches Lösungsmodell*: Erstellen eines finiten, geometrischen Diskretisierungsschemas für einen vollständig gefüllten Halbraum derart, dass in der Tiefe der

Sprengladung ein Hohlraum in der Größe freigehalten wird, welche der Ausdehnung des Schwadenhohlraumes zum Zeitpunkt t_{max} entspricht, in dem die Geschwindigkeit der Stoßwelle c die Geschwindigkeit c_{lmt} aus dem Abbruchkriterium (III.) erreicht ($\dot{r}_1 = c_{lmt}$). Der Bereich des Hohlraumes wird zunächst mit Lockergesteinselementen gefüllt. Entsprechend den Sättigungsverhältnissen wird das Niveau des Grundwasserspiegels eingestellt. Die Deformationen im Korngerüst müssen durch eine konstitutive Gleichung beschrieben werden, die in der Lage ist, barotropes, pyknotropes und argotropes Verhalten in einem stark entfestigten Korngerüst zu modellieren;

4. *Geostatischer Gleichgewichtszustand*: Errechnen eines geostatischen Gleichgewichtszustandes für das Korngerüst, Porenfluid und Porengas. Nachdem der geostatische Gleichgewichtszustand erreicht ist, werden die Deformationen im Modell zu Null gesetzt;
5. *Einstellen der Anfangsbedingungen*: Die Anfangsbedingung für die in allen Phasen gleichen Partikelgeschwindigkeit $v_\alpha = v$ und für den in allen Phasen wirkenden durchschnittlichen Porendruck p^p in dem von der Stoßwelle zum Zeitpunkt des Erreichens der Grenzbedingung t_{max} gestreiften Lockergesteinsbereich folgt aus der numerischen Lösung der speziellen Nahfeldtheorie für den partikulären Belastungsfall (Punkt 1). Die wirksame Spannung im Korngerüst wird im durch die Stoßwelle belasteten Lockergesteinsbereich (zumindest annähernd) aufgehoben. Außerhalb des von der Stoßwellenfront eingegrenzten Lockergesteinsbereiches bleibt der geostatische Gleichgewichtszustand des Lockergesteins unverändert;
6. *Einstellen der Randbedingungen*: Entfernen der Lockergesteinselemente in dem Gebiet des Schwadenhohlraumes und Ansetzen des Schwadengasdruckes $p^e(t_{max})$ zum Zeitpunkt des Erfüllens der Grenzbedingung $t = t_{max}$. Während der weiteren Berechnung muss der Schwadengasdruck entsprechend dem momentanen Volumen des Schwadenhohlraumes zeitlich verändert eingestellt werden. An der Schwadenhohlraumwandung sollte die Bedingung eines undurchlässigen Randes für Porenfluid und Porengas eingeführt werden. An der Halbraumoberfläche ist die Einführung der Randbedingung einer freien Oberfläche (Verschwinden der tangentialen und normalen totalen Spannungen), an den seitlichen und unteren Grenzen des Modells die Formulierung der Randbedingung einer energiedurchlässigen Berandung zur korrekten Simulation der dynamischen Fernfeldantwort in jeder Phase erforderlich;
7. *Durchführung der numerischen Berechnung*: Das Problem der Ausbreitung des sprenginduzierten Wellenfeldes wird unter den gegebenen Anfangs- und Randbedingungen numerisch gelöst. Um die Verdichtungswirkung von Sprengungen quantitativ zu erfassen, muss das verwendete numerische Verfahren die gekoppelte Bewegung des Korngerüsts, des Porenfluids und des Porengases, das Auftreten von hohen Porenüberdrücken, die starke Abnahme effektiver Spannungen und die infolge Sprengeneinwirkung eintretenden irreversiblen Deformationen des Korngerüsts bei hohen Deformationen beschreiben können.

Mit numerischen Berechnungen ist die Ermittlung des Wellenfeldes in der weiteren Sprengumgebung bei Beachtung komplexer Randbedingungen möglich, womit die dynamische Belastung von Objekten in der Umgebung von Sprengungen zusätzlich abgeschätzt werden kann. Damit ist die Abgrenzung von Fällen möglich, in denen Sprengungen als Maßnahme der Baugrundverbesserung aus der Sicht der dynamischen Umweltbelastung in Frage kommen.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Sprengungen sind eine kosteneffektive Maßnahme zur Verdichtung von locker gelagerten, rolligen bis schwachbindigen, wassergesättigten Sedimenten des Baugrundes. Durch Anwendung von Einzel- und Gruppensprengungen sowie mehrerer Sprengserien sind Verdichtungen bis zu mitteldichter Lagerung zu erreichen. Großer Vorteil des Verfahrens ist die direkte Eintragung der Energie in die Bereiche des Baugrundes, in denen eine Verdichtung erwünscht ist. Sprengungen können sowohl in Tiefen, die durch andere Verfahren der Baugrundverbesserung nicht erreicht werden, als auch oberflächennah effizient eingesetzt werden. Mit anwachsendem Volumen des zu verdichtenden Bereiches wächst der wirtschaftliche Vorteil der Sprengverdichtung gegenüber anderen Methoden der Baugrundverbesserung. Die besondere Aktualität des Verfahrens resultiert aus der Neugestaltung locker gelagerter Kippen des Braunkohlenbergbaus, in deren Rahmen eine großflächige Sanierung durch Spreng- und Rütteldruckverdichtung bereits durchgeführt wurde und noch bevorsteht. Dieser praktische Hintergrund motiviert die Forschung auf dem Gebiet der Verdichtungssprengungen. Ziel ist, durch besseres Verständnis und die mathematische Modellierung der Mechanismen eintretender physikalischer Phänomene ein theoretisches Modell für die Änderung bodenphysikalischer Kennwerte zu erhalten, wodurch sowohl die Optimierung von Sprengverdichtungsmaßnahmen als auch der Nachweis der Güte einer bereits durchgeführten Verdichtung mit Eingrenzung der Einflusszonen von Einzel- und Gruppensprengungen unterstützt wird.

Die aus praktischer und experimenteller Erfahrung belegten Eigengesetzlichkeiten von Verdichtungssprengungen in Lockergesteinen, dass ein Verdichtungserfolg an das Vorhandensein einer Fluidphase mit hohem Volumenanteil im Porenraum des belasteten Korngerüsts stark gebunden ist und dass sich das Niveau von Spannungen im Lockergestein während des extrem schnellen dynamischen Belastungsvorganges zwischen sehr weiten Grenzen bewegt, führen zu der Schlussfolgerung, das mechanische Verhalten von Lockergesteinen unter Sprengungen mit Hilfe eines in seiner Energiebilanz korrekt formulierten bodendynamischen Modells und durch konsistente Berücksichtigung des Dreiphasencharakters des Lockergesteins beschreiben zu müssen. Die nähere Betrachtung charakteristischer Richtungen bei der Belastung des Lockergesteins durch die Sprengwirkung und bei der Verfestigung des Korngerüsts zeigt, dass das genannte bodendynamische Modell für praktisch relevante Fälle Freiheitsgrade in mindestens zwei Raumdimensionen besitzen muss. Aus der Modellierung einer Verdichtungssprengung geht ein bodendynamisches Modell als Nebenprodukt hervor, das zur Lösung des Konfliktes zwischen der notwendig starken Anregung in dem zu verdichtenden Lockergesteinsbereich und der unerwünschten, weiträumigen dynamischen Anregung in der weiteren Umgebung beitragen kann.

Die in der Aufgabenstellung formulierten Forschungsziele wurden sowohl durch experimentelle als auch theoretische Arbeit angestrebt. Im Folgenden werden die wichtigsten experimentellen und theoretischen Arbeitsschritte vorgestellt und ihre Ergebnisse zusammengefasst. Abschließend wird auf die Schwerpunkte von Fragestellungen der zukünftigen Weiterführung der Forschung eingegangen.

In experimentellen Untersuchungen an einem mechanischen Ähnlichkeitsmodell wurde der Vorgang der Einwirkung einer Einzelsprengung auf ein annähernd voll gesättigtes Lockergestein beobachtet. Die Auslegung des Modells erfolgte auf der Basis dimensionsanalytischer Betrachtungen, die zunächst ohne Berücksichtigung einer konkreten Theorie entwickelt wurden. Aus der Untersuchung des Transformationsverhaltens von physikalischen Größen zwischen Prototyp und Modell konnte die Schlussfolgerung gezogen werden, dass in der unmittelbaren Umgebung der Sprengladung ein nahezu perfektes mechanisches Abbild des Prototypvorganges erreicht wird. Die Qualität der Nachbildung mechanischer Vorgänge im Modell sinkt allerdings mit der Entfernung von der Sprengquelle, was aus der Herabminderung des Spannungsniveaus durch die geometrische Verkleinerung resultiert. Die dynamischen Einwirkungen aus der Sprengung dürften damit in der fernen Umgebung der Modellsprengung überschätzt werden, und die Übertragung von Messergebnissen aus dem Modell in den Prototyp anhand der ermittelten linearen Maßstabsfaktoren ist nicht unmittelbar möglich. Zur quantitativen Erklärung der Modellvorgänge ist eine Theorie erforderlich.

Zur Beobachtung des mechanischen Vorganges der Beanspruchung wassergesättigter Lockergesteine durch eine Einzelsprengung wurde eine den zu erwartenden Phänomenen entsprechende messtechnische Konzeption entwickelt und ein bodendynamisches Messsystem aufgebaut. Die bodendynamischen Vorgänge in der Umgebung der Sprengladung wurden in drei Versuchen unter geringfügiger Variation der Ausgangsbedingungen untersucht. Die Versuchsergebnisse zeigen ein systematisches Verhalten. Die Kopplung der Porenwasser- und Korngerüstbewegung wird durch das annähernd phasengleiche dynamische Verhalten von Porendrücken und Partikelbewegungen bestätigt. In der Dynamik des Vorganges überwiegen die radial und die vertikal polarisierten Partikelgeschwindigkeitskomponenten. Die Amplitude der Partikelbewegung und der Porendruckentwicklung ist der Dichte des Lockergesteins im Ausgangszustand indirekt proportional. Aus den dynamischen Messergebnissen ist ersichtlich, dass das Lockergestein in der Sprengumgebung durch mehrere Pulsationen des Hohlraumes der Schwadengase belastet wird und der Aufbau residualer Porenwasserdrücke zu einer schrittweisen Entfestigung des Korngerüsts führt. Die Entfestigung erscheint in dem Niveau longitudinaler und transversaler Deformationen, das seinen Extremwert in Abhängigkeit von der Ausgangsdichte in der Sprengumgebung bei der Belastung durch die Wellenfront aus der zweiten bis dritten Pulsation des Schwadenhohlraumes erreicht. Das Lockergestein setzt der dynamischen Einwirkung aus der ersten Pulsation den größten Widerstand entgegen. Die korrekte Funktionsweise der energiedurchlässig gestalteten, "stillen" Berandungen des Modells wird durch die reflexionsfreien Spuren der bodendynamischen Feldgrößen bestätigt.

Die akkumulierten residualen Porenüberdrücke bauen sich nach dem Erliegen des sprenginduzierten Wellenfeldes innerhalb einer Zeit ab, deren Größenordnung in Anbetracht der Durchlässigkeit des untersuchten Lockergesteins zunächst einen Konsolidationsvorgang unter Eigenlast vermuten lässt. Auf das Vorhandensein zusätzlicher Verdichtungsmechanismen weist jedoch

das Ergebnis der markscheiderischen Messungen von Bewegungen der Modelloberfläche hin, welches systematisch einen bedeutend schnelleren Setzungsprozess zeigt, als die durch den in Porendruckmessung ausgewiesenen Zeitraum der Eigenlastkonsolidation begründet wäre. Die schnelle Verdichtung ist auf die in experimentellen Untersuchungen vielfach belegte, sogenannte dynamische Konsolidation gut durchlässiger Lockergesteine bei verschwindender wirksamer Spannung zurückzuführen. Die Separation von Korngerüst und Porenfüllung erfolgt an propagierenden Wellenfronten, die Stoßwellenfronten ähnliche Diskontinuitätsflächen darstellen. Der Anteil der unmittelbar nach der Sprengung eintretenden Setzungen in dem Endbetrag der Vertikalverschiebungen zeigt eine zunehmende Tendenz mit abnehmender Stärke der natürlich gesättigten Überdeckungsschicht. In dem flächenhaften Setzungsbild an der Modelloberfläche erscheint eine Trogstruktur, in der die Isolinien gleichen Vertikalverschiebungsbetrages die Form von annähernd konzentrischen Kreisen aufweisen. Der Vergleich des geschätzten Volumens im Setzungstrog und der Schwadengase belegt, dass die Vertikalverschiebungen an der Oberfläche des Modells durch Porenraumverminderung eintraten. Die Horizontalverschiebungen der Modelloberfläche erscheinen bevorzugt in Richtung der Mitte des Modells. Die Kinematik der Oberfläche unterstreicht den vernachlässigbaren Einfluss der Berandung des Modells auf den beobachteten mechanischen Vorgang. Das anhand einer großen Anzahl ungestörter Proben ausgewiesene Verdichtungsmuster besteht aus einem geringfügigen deterministischen sowie einem starken lokalen Anteil der Dichteänderung und bestätigt die selektiv verdichtende Wirkung der Sprengung. Der Betrag der sprenginduzierten Dichteänderung ist der Ausgangsdichte indirekt proportional. Durch die Sprengung hat sich eine Trockendichte eingestellt, die in der Größenordnung der kritischen Porenzahl des Korngerüsts lag. Eine Zone konzentrierter Verdichtung erscheint in der näheren Umgebung der Sprengladung. Die im schwachen Trend der Dichteänderung erscheinende indirekte Proportionalität mit dem Abstand zur Sprengladung konnte in gravimetrischen Messungen bestätigt werden.

Die Erkenntnisse aus dem Modellversuch wurden in einer neuen Hypothese zum Mechanismus von Verdichtungssprengungen durch eine Einzelladung mit dem Ziel zusammengefasst, fundamentale Anforderungen an die Gestalt einer neuen, quantitativen Theorie der Sprengverdichtung von Böden zu erarbeiten. Der neuen Hypothese, die typische räumliche Bereiche und zeitliche Phasen des Vorganges definiert, liegen das Pulsationsverhalten des Schwadenhohlraumes, die Entstehung und der Übergang von Stoßwellenfronten in ein nichtlineares, stetiges Wellenfeld mit bleibenden Deformationen, der Aufbau von residualen Porendrücken, die Entfestigung des Korngerüsts der Feststoffphase sowie die Entstehung und Wirkung von propagierenden Diskontinuitäten als Verdichtungswellen zugrunde. Aus dieser Hypothese zum Mechanismus von Verdichtungssprengungen sowie aus den experimentellen Erkenntnissen über das Verhalten von Böden unter der Belastung von Sprengungen geht die grundsätzliche Anforderung an ein theoretisches Modell hervor, das durch Sprengung belastete Lockergestein durch konsistente Berücksichtigung des Dreiphasencharakters in weiten Spannungsbereichen modellieren zu müssen. Weiterhin geht die wichtige Erkenntnis zur theoretischen Modellbildung hervor, dass sich die kinematische Formulierung des Problems wegen der zu erwartenden hohen Deformationen nicht auf das materielle Koordinatensystem der Phasen stützen sollte, weil eine reine LAGRANGESCHE Beschreibung bei keiner der Phasen des betrachteten Lockergesteins vorteilhaft ist. Die kinematische Beschreibung in der mathematischen Problemstellung sollte sich auf ein von den Phasen des Gemisches unabhängiges, arbiträres Bezugssystem im Rahmen einer ARBITRARY-LAGRANGIAN-EULERIAN-Formulierung stützen.

Die theoretische Modellbildung geht zunächst auf grundlegende Eigenschaften von Sprengstoffen ein. Zur Beschreibung des Druckes in dem Hohlraum der Schwadengase wird eine induktive Zustandsgleichung eingeführt, die für den Fall einer adiabatischen Zustandsänderung auf eine einfache mathematische Form reduziert werden kann. Damit entfällt die Notwendigkeit, den Sprengstoff zusätzlich als Kontinuum zu modellieren. Die Beschreibung des Verhaltens von Sprengstoffen kann mit einer weiteren, bereichsweisen Approximation durch zwei aufeinanderfolgende isentrope Zustandsänderungen vereinfacht werden, woraus vorteilhafte Gleichungen für eine praktische Anwendung resultieren.

Das Fundament der allgemeinen theoretischen Behandlung des mechanischen Vorganges der Sprengbeanspruchung von Böden bilden integrale und lokale Erhaltungsgleichungen für Masse, Impuls, Drall und Energie in einer ARBITRARY-LAGRANGIAN-EULERIAN-Formulierung, die für den Fall der Stoßwellenbelastung eines Gemisches mit einer beliebigen Anzahl von Phasen aus der Theorie der Mehrphasenkontinua ausgearbeitet wurden. Der kinematischen Beschreibung lag ein von der Bewegung der Phasen des Gemisches unabhängiges, arbiträres Bezugssystem zugrunde. Die für individuelle Phasen und für das Gemisch formulierten Erhaltungsgleichungen gehen in dynamische Kompatibilitätsbedingungen an der Stoßwellenfront über. Durch Konkretisierung der Problemstellung auf ein homogenes Dreiphasengemisch eines elastischen, porösen, granularen Feststoffes mit einem elastischen Fluid sowie einem elastischen Gas als Porenfüllung und durch Einführung von vereinfachenden Annahmen zum thermomechanischen Vorgang gehen eine generelle Form der Entropieungleichung und eine dynamische Kompatibilitätsbedingung der Entropie für das gesamte Gemisch hervor.

Zum Herleiten von deduktiven konstitutiven Gleichungen für konstitutive Variablen des Dreiphasengemisches wurden für unterschiedliche Gemischmodelle Prozessvariablen postuliert. Das Abschlussproblem der Theorie poröser Medien wurde durch additive Einführung der in Raten formulierten Bedingung der Volumenerhaltung und weiterer, in Abhängigkeit vom zugrundegelegten Gemischmodell aufgestellter Zwangsbedingungen in die Entropieungleichungen gelöst. Bei der Formulierung der Zwangsbedingungen sind neueste Erkenntnisse der mit dem Konzept der Volumenfraktionen erweiterten Theorie poröser Medien benutzt worden. Die Auswertung der Entropieungleichungen und die Berücksichtigung eines annähernden thermodynamischen Gleichgewichtszustandes führt zu einem konsistenten System von deduktiven konstitutiven Gleichungen für unterschiedliche Gemischtypen kompressibler und inkompressibler Konstituenten.

Zur Überführung der allgemeinen, deduktiven Theorie des porösen Dreiphasenmediums in eine geschlossene mathematische Problemstellung einer speziellen Theorie der Sprengbelastung von Lockergesteinen war es erforderlich, zusätzliche, induktive konstitutive Gleichungen einzuführen. Die dynamischen Kompatibilitätsbedingungen wurden aus der mathematischen Problemstellung mit der Einführung des Konzeptes der künstlichen Viskosität auf der Ebene der Konstituenten eliminiert. Zur Erfassung des barotropen, pyknotropen und argotropen Deformationsverhaltens im Korngerüst wurde die Gültigkeit der Theorie der Hypoplastizität mit dem deduktiv entwickelten Prinzip der effektiven Spannungen postuliert. Gestützt auf die Ergebnisse der deduktiven konstitutiven Analyse konnte die hypoplastische konstitutive Gleichung konzeptionell und konsistent für den Fall einer mikroskopisch kompressiblen Feststoffphase, ohne Einführung zusätzlicher Materialparameter erweitert werden. Die hypoplastische konstitutive

Gleichung bildet eine Evolutionsgleichung der effektiven Spannungen (oder Extraspannungen) der Feststoffphase, die in der ARBITRARY-LAGRANGIAN-EULERIAN-Formulierung der kinematischen Beschreibung in die Form einer zusätzlichen Erhaltungsgleichung überführt werden musste.

Durch Zusammenführung der deduktiven und induktiven konstitutiven Gleichungen sowie der Erhaltungsgleichungen der Theorie poröser Medien wurde eine spezielle Theorie erarbeitet, die das mechanische Verhalten eines granularen Lockergesteins als Dreiphasengemisch eines porösen Feststoffes mit einem hypoplastischen Korngerüst sowie eines Fluids und eines Gases als Porenfüllung unter Sprengbelastung beschreibt. An die Entwicklung der neuen Theorie zur Sprengverdichtung schließen sich Betrachtungen zur Kinematik des arbiträren Bezugssystems, eine Diskussion der numerischen Diskretisierung des Systems von Erhaltungsgleichungen der mathematischen Problemstellung mit Hilfe der Finiten-Volumen-Methode sowie das Aufzeigen möglicher Strategien zur numerischen Lösung an. Abschließend werden die materialspezifischen Parameter der konstitutiven Gleichungen mit einem Hinweis auf die Verfahren ihrer Ermittlung in Form einer Übersicht genannt. Die Bestimmung des überwiegenden Anteils der Kennwerte bedarf spezieller Experimente, die in der bodenmechanischen Praxis nicht üblich sind. Die umfangreichen Ausführungen zur allgemeinen und speziellen Theorie der Sprengbelastung von Lockergesteinen wurden aus didaktischen Gründen in die Anlage verlegt.

Unter der Annahme einer quasieindimensionalen, planar-, zylinder- sowie kugelsymmetrischen Stoßwellenausbreitung im Vollraum eines teilgesättigten Lockergesteins mit nichtentmischenden Phasen geht die allgemeine, deduktive Theorie poröser Medien in eine spezielle Nahfeldtheorie über, wenn der totale Spannungszustand isotrop, die effektiven Spannungen im Korngerüst verschwindend gering, die Feststoffphase sowie das Porenfluid als inkompressibel und das Porengas als kompressibel betrachtet werden. Die Änderung der Dichte des Lockergesteins infolge Stoßwellenbelastung wird mit dem Verschwinden des vor der Sprengung vorliegenden Porengasanteils modelliert. Das theoretische Modell beschreibt damit einen Versagensmechanismus, der der totalen Verflüssigung eines extrem locker gelagerten, annähernd vollständig fluidgesättigten granularen Korngerüsts durch eine Stoßbelastung als dynamisches Initial entspricht. Die aus Erhaltungsgleichungen, dynamischen Kompatibilitätsbedingungen, Anfangs- und Randbedingungen resultierende Aufgabe führt auf eine gewöhnliche Differentialgleichung, die sich durch das EULERSche Rückwärtsdifferenzenverfahren und adaptives Anpassen der Schrittweite mit einer vorgegebenen Genauigkeit numerisch integrieren lässt. Die Berechnungsergebnisse beschreiben die erste Expansion der Stoßwellenfront sowie des Hohlraumes der gasförmigen Sprengprodukte. Die Lösung der speziellen Nahfeldtheorie für die Bedingungen der Modellversuche zeigt gute Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen. Eine systematische Variation bodenphysikalischer und sprengstoffspezifischer Eingangsgrößen führte zu einer Reihe von Erkenntnissen zur Wirksamkeit von Sprengungen in Lockergesteinen. Die praktische Bedeutung der speziellen Nahfeldtheorie und ihrer numerischen Lösung liegt auch in der abschließend diskutierten Möglichkeit, die daraus resultierenden Ergebnisse als Anfangsbedingung in weitere Berechnungsverfahren einzuführen und dadurch zu einer Methode der verbesserten rechnerischen Dimensionierung von Verdichtungssprengungen zu gelangen.

Die Formulierung der speziellen Theorie für das Problem der Sprengbelastung im teil- und vollgesättigten Lockergestein kann auf dem heutigen Stand des Wissens und unter den eingeführten konstitutiven Annahmen als abgeschlossen betrachtet werden. Die Anwendung des entwickelten Modells auf ein konkretes praktisches Problem bedarf der Ergänzung des Gleichungssystems mit entsprechenden Anfangs- und Randbedingungen und ist sowohl auf Einzel- als auch auf Gruppensprengungen in teil- oder vollgesättigten, rolligen Lockergesteinen anwendbar. Die Lösung des Problems der Sprengbelastung von Lockergesteinen ist mit der speziellen Theorie weitestgehend vorbereitet und bedarf weiterführender Untersuchungen *numerischer* Natur. Einerseits ist die mathematische Umsetzung der numerischen Diskretisierung des in ARBITRARY-LAGRANGIAN-EULERIAN-Beschreibung formulierten analytischen Systems von Erhaltungsgleichungen durch Anwenden der Finiten-Volumen-Methode erforderlich, die in der vorliegenden Arbeit nur konzeptionell behandelt wurde. Die zu erarbeitende numerische Formulierung muss die Genauigkeit der in der Fluidmechanik und die Plausibilität der in der Festkörpermechanik entwickelten finiten Diskretisierungsverfahren vereinen und sowohl die korrekte Beschreibung des volumentreuen plastischen Fließens der Feststoffphase als auch die Oszillationsfreiheit aus virtuell verschwindenden Deformationen (*Hourglassing-modes*) beim lokalen oder generellen Übergang in eine rein LAGRANGESCHE Beschreibung nach der Bewegung der Feststoffphase gewährleisten. Andererseits muss eine robuste Lösungsstrategie entwickelt werden, die die Erfüllung der Erhaltungsgleichungen in jedem Zeitschritt der Zeitintegration sichert und die Einführung von Randbedingungen in die Randprojektionen von mechanischen Größen des Gemisches und der individuellen Phasen in einem Modell ermöglicht. In Verbindung mit der Erarbeitung einer Lösungsstrategie muss eine systematische Untersuchung zum Anpassen der Kennwerte der künstlichen Viskosität in den partiellen Spannungen der Konstituenten durchgeführt werden. Abschließend ist die Erarbeitung von Methoden zur vorteilhaften und zulässigen Kinematik des arbiträren Bezugssystems erforderlich.

Ein wichtiges Grundlagenforschungsgebiet bildet die Weiterentwicklung und Zusammenführung der induktiven und deduktiven konstitutiven Modellierung des mechanischen Verhaltens von teil- und annähernd vollgesättigten Lockergesteinen im Rahmen der mit dem Konzept der Volumenfraktionen erweiterten Theorie poröser Medien. Insbesondere liegt größerer Forschungsbedarf in der konstitutiven Beschreibung des Lockergesteinsverhaltens im Bereich hoher wirksamer Spannungen sowie bei partieller Sättigung vor. Die Erarbeitung von praktikablen Methoden zur Ermittlung von repräsentativen Lockergesteinskennwerten unter den genannten Belastungsbedingungen gilt weiterhin als Hauptschwerpunkt der Forschungsarbeit. Die weitere Zusammenführung von Experiment und Theorie auf dem Gebiet der Verdichtungssprengungen wird den Weg zur verifizierten numerischen Lösung des komplexen und diffizilen bodenmechanischen Problems der Sprengbelastung von Böden für den Fall von Einzel- und Gruppensprengungen eröffnen. Zur Beantwortung der genannten Fragen bildet der erarbeitete Stand der Forschung eine bessere Ausgangsbasis, und das Verfahren der quantitativen Dimensionierung von Verdichtungssprengungen mit der Vorhersage des zu erwartenden Feldes resultierender bodenphysikalischer Kennwerte sowie der Einschätzung der von Verdichtungssprengungen ausgehenden dynamischen Gefährdung ist somit näher gerückt.

Literaturverzeichnis

- [1] ABEYARATNE, R.; KNOWLES, J.K.: **On the Driving Traction Acting on a Surface of Strain Discontinuity in a Continuum**; *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol.38(1990), no.3, p.345-360, refs.39.
- [2] ABEYARATNE, R.; KNOWLES, J.K.: **Kinetic Relations and the Propagation of Phase Boundaries in Solids**; *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, vol.114(1991), p.119-154, refs.45.
- [3] ABGRALL, R.; LANTÉRI, S.; SONAR, T.; ENO **Approximations for Compressible Fluid Dynamics**; *ZAMM, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.79(1999), no.1, p.3-28, refs.46.
- [4] AHMADI-BEFRUI, B.; GOSMAN, A.D.; ISSA, R.I.; WATKINS, A.P.: **EPISO - An Implicit Non-Iterative Solution Procedure for the Calculation of Flows in Reciprocating Engine Chambers**; *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.79(1990), p.249-279, refs.28.
- [5] AUZERAIS, F.M.; JACKSON, R.; RUSSEL, W.B.: **The Resolution of Shocks and the Effects of Compressible Sediments in Transient Settling**; *Journal of Fluid Mechanics*, vol.195(1988), p.437-462, refs.27.
- [6] ALONSO, E.E.; GENS, A.; JOSA, A.: **A Constitutive Model for Partially Saturated Soils**; *Géotechnique*, vol.40(1990), p.405-430, refs.43.
- [7] ALTENBACH, J.; ALTENBACH, H.: **Einführung in die Kontinuumsmechanik, /An Introduction into Continuum Mechanics/**; pp.285, refs.48, B.G.Teubner, Stuttgart, 1994.
- [8] ANTAL, J. (ED.): **Fizikai kézikönyv műszakiaknak, /Manual of Physics for Technicians/**; vol.I, pp.1242, vol.II, pp.1142, refs.~, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1989, (in Hungarian).
- [9] BAILEY, C.; TAYLOR, G.; CROSS, M.: **Multiphysics Simulations Using Finite Volume Methods**; in: Atluri, S.N.; O'Donoghue (eds.): *Modelling and Simulation Based Engineering*, vol.I, p.142-146, refs.6, Tech Science Press, Palmdale, 1998.
- [10] BANERJEE, S.; DAVIS, R.O.; SRIBALASKANDARAJAH, K.: **Simple Double-Hardening Model for Geomaterials**; *ASCE, Journal of Geotechnical Engineering*, vol.118(1992), no.6, p.889-901, refs.16.
- [11] BARDET, J.P.: **Application of bounding surface plasticity to cyclic sand behaviour**; in Brebbia, C.A.; Cakmak, A.S.; Abdel Ghaffar, A.M. (eds.): *Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Proceedings of the 2nd International Conference, Section 2*, p.3-17, refs.23, Springer Verlag, Berlin, 1985.
- [12] BARDET, J.P.: **Modelling of Sand Behaviour with Bounding Surface Plasticity**; in Pande, G.N.; Van Impe, W.F. (eds.): *Numerical Models in Geomechanics, Proceedings of the International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Ghent*, p.79-90, refs.24, M. Jackson & Son Ltd., Redruth, 1986.
- [13] BARENDSSEN, D.A.; KOK, L.: **Prevention and Repair of Flow-Slides by Explosion Densification**; *Proceedings of the XIII. ECSMFE, Helsinki 1983*, vol.II, p.205-208, refs.8, A.A.Balkema, Rotterdam, 1983.

- [14] BAUER, E.: **Zum mechanischen Verhalten granularer Stoffe unter vorwiegend oedometrischer Beanspruchung, /Mechanical Behaviour of Granular Media under Mainly Oedometric Loading/;** *Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Friedericiana in Karlsruhe, Nr.130, pp.164, refs.90, 1992, (in German).*
- [15] BAUER, E.; WU, W.: **A Hypoplastic Model for Granular Soils under Cyclic Loading;** in *Ko-lymbas, D. (ed.): Modern Approaches to Plasticity, p.247-258, refs.19, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1993.*
- [16] BAUER, E.; WU, W.: **A Hypoplastic Constitutive Model for Cohesive Powders;** *Powder Technology, vol.85(1995), no.1, p.1-9, refs.22.*
- [17] BAUER, E.: **Calibration of a Comprehensive Hypoplastic Constitutive Equation for Granular Materials;** *Soils and Foundations, Japanese Society of Soil Mechanics, vol.36(1996), no.1, p.13-26, refs.21.*
- [18] BAZANT, Z.P.; ANSAL, A.M.; KRIZEK, R.J.: **Endochronic Models for Soils;** in *Pande, G.N.; Zienkiewicz, O.C. (eds.): Soil Mechanics - Transient and Cyclic Loads, p.419-439, refs.26, John Wiley & Sons, Chichester, 1982.*
- [19] BÉDA, GY.; KOZÁK, I.; VERHÁS, J.: **Kontinuummechanika, /Continuum Mechanics/;** pp.268, refs.46, *Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1986, (in Hungarian).*
- [20] BEDFORD, A.; DRUMHELLER, D.S.: **Theories of Immiscible and Structured Mixtures;** *International Journal of Engineering Science, vol.21(1981), no.8, p.863-960, refs.296, apx.4.*
- [21] BEDFORD, A.; STERN, M.: **A Model for Wave Propagation in Gassy Sediments;** *Journal of Acoustical Society of America, vol.73(1983), no.2, p.409-417, refs.40.*
- [22] BEEN, K.; JEFFERIES, M.G.; HACHEY, J.: **The Critical State of Sands;** *Géotechnique, vol.41(1991), no.3, p.365-381, refs.31.*
- [23] BELOV, N.A.: **Exact Solutions and Numerical Analysis of the Problem of an Intense Explosion in Certain Ideal Compressible Media;** *PMM U.S.S.R., vol.53(1989), no.4, p.537-541, refs.8.*
- [24] BELGIAN GEOTECHNICAL INSTITUTE (BGI): **Deep Compaction of Non-Cohesive Soil by the Use of Explosives;** *Internal Report, Belgian Geotechnical Institute, 1983.*
- [25] BELYTSCHKO, T.; LIU, W.K.: **Computational Methods for Impact and Penetration;** in *Ammann, T. (ed.): Impact: Effects of Fast Transient Loadings; p.151-164, refs.11, A.A.Balkema, Rotterdam, 1988.*
- [26] BIOT, M.A.: **General Theory of Three-dimensional Consolidation;** *Journal of Applied Physics, vol.12(1941), p.155-164, refs.4.*
- [27] BIOT, M.A.: **Theory of Elasticity and Consolidation for a Porous Anisotropic Solid;** *Journal of Applied Physics, vol.26(1955), no.2, p.182-185, refs.5.*
- [28] BIOT, M.A.: **Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-saturated Porous Solid, I. Low-Frequency Range;** *Journal of Acoustical Society of America, vol.28(1956), no.3, p.168-178, refs.5.*
- [29] BIOT, M.A.: **Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid-saturated Porous Solid, II. Higher Frequency Range;** *Journal of Acoustical Society of America, vol.28(1956), no.3, p.179-191, refs.2.*
- [30] BIOT, M.A.: **Mechanics of Deformation and Acoustic Propagation in Porous Media;** *Journal of Applied Physics, vol.33(1962), no.4, p.1482-1498, refs.27.*

- [31] BLAIR, D.P.; JIANG, J.J.: **Surface Vibrations due to a Vertical Column of Explosive**; *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts*, vol.32(1995), no.2, p.149-154, refs.14.
- [32] BLUHM, J.; DE BOER, R.: **Endliche Elastizitätsgesetze für poröse Medien, /Finite Elasticity Models for Porous Materials/**; *ZAMM, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.74(1994), no.4, p.T224-T225, refs.2, (in German).
- [33] BLUHM, J.: **A consistent model for saturated and empty porous media**; *Forschungsberichte aus dem Fachbereich Bauwesen der Universität-Gesamthochschule Essen, /Research Reports from the Faculty of Construction, Universität-Gesamthochschule Essen/*, no.74, pp.133, refs.75, (habilitation thesis), Essen, 1997.
- [34] BLUHM, J.: **Zur Berücksichtigung der Kompressibilität des Festkörpers bei porösen Medien, /Introduction of Solid Phase Compressibility in Porous Media/**; *ZAMM, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.77(1997), no.S1, p.S39-S40, refs.6, (in German).
- [35] BLUHM, J.; DE BOER, R.: **The Volume Fraction Concept in the Porous Media Theory**; *ZAMM, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.77(1997), no.8, p.563-577, refs.37.
- [36] BLUHM, J.; DE BOER, R.: **BIOT's Poroelastizitätstheorie aus der Sicht der Theorie poröser Medien, /BIOT's Theory of Poroelasticity from the Viewpoint of the Theory of Porous Media/**; *ZAMM, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.78(1998), no.S1, p.S281-S282, refs.5, (in German).
- [37] BLUHM, J.: **Zur Beschreibung von Phasenübergängen in porösen Medien, /About the Description of Phase-Transitions in Porous Media/**; *ZAMM, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.79(1999), no.S3, p.S733-S734, refs.5, (in German).
- [38] DE BOER, R.: **Failure Conditions for Brittle and Granular Materials**; *Quarterly of Applied Mathematics*, vol.44(1986), p.71-79, refs.18.
- [39] DE BOER, R.; EHLERS, W.: **On the Problem of Fluid- and Gas-filled Elastoplastic Solids**; *International Journal of Solids and Structures*, vol.22(1986), no.11, p.1231-1242, refs.15.
- [40] DE BOER, R.; EHLERS, W.: **A Historical Review of the Formulation of Porous Media Theories**; *Acta Mechanica*, vol.74(1988), p.1-8, refs.60.
- [41] DE BOER, R.; EHLERS, W.: **Uplift, Friction and Capillarity: Three Fundamental Effects for Liquid-saturated Porous Solids**; *International Journal of Solids and Structures*, vol.26(1990), no.1, p.43-57, refs.47.
- [42] DE BOER, R.; EHLERS, W.: **The Development of the Concept of Effective Stresses**; *Acta Mechanica*, vol.83(1990), p.77-92, refs.31.
- [43] DE BOER, R.; EHLERS, W.; KOWALSKI, S.; PLISCHKA, J.: **Porous Media, A Survey of Different Approaches**; *Forschungsberichte aus dem Bereich Bauwesen der Universität-Gesamthochschule Essen, /Research Reports from the Faculty of Construction, Universität-Gesamthochschule Essen/*, no.54, pp.153, refs.121, Essen, 1991.
- [44] DE BOER, R.; EHLERS, W.; LIU, Z.: **One-dimensional Transient Wave Propagation in Fluid-saturated Incompressible Porous Media**; *Archive of Applied Mechanics*, vol.63(1993), no.-, p.59-72, refs.14.
- [45] DE BOER, R.: **Phasenübergänge in porösen Medien, /Phase Transitions in Porous Media/**; *ZAMM, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.74(1994), no.4, p.T186-T188, refs.8, (in German).

- [46] DE BOER, R.; LIU, Z.: **Plane Waves in a Semi-Infinite Fluid Saturated Porous Medium**; *Transport in Porous Media*, vol.16(1994), p.147-173, refs.8.
- [47] DE BOER, R.; LIU, Z.: **Propagation of Acceleration Waves in Incompressible Saturated Porous Solids**; *Transport in Porous Media*, vol.21(1995), p.163-173, refs.9.
- [48] DE BOER, R.; KOWALSKI, S.J.: **Thermodynamics of fluid-saturated porous media with a phase change**; *Acta Mechanica*, vol.109(1995), p.167-189, refs.10.
- [49] DE BOER, R.; LIU, Z.: **Growth and Decay of Acceleration Waves in Incompressible Saturated Porous Solids**; *ZAMM, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.76(1996), no.6, p.341-347, refs.9.
- [50] DE BOER, R.: **Highlights in the historical development of the porous media theory: Toward a consistent macroscopic theory**; *Applied Mechanics Reviews*, vol.49(1996), no.4, p.201-261, refs.100.
- [51] DE BOER, R.: **Compressible Porous Media: Toward a General Theory**; in Fleck, N.A.; Cocks, A.C.F. (eds.): *IUTAM Symposium on Mechanics of Granular and Porous Materials*, p.47-56, refs.17, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1997.
- [52] DE BOER, R.: **Saturated compressible and incompressible elastic porous media**; *ZAMM, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.77(1997), no.S2, p.S397-S400, refs.6.
- [53] DE BOER, R.: **Once More: Uplift, Friction and Capillarity in Liquid and Gas-saturated Porous Solids**; *Transport in Porous Media*, vol.27(1997), no.-, p.357-368, refs.16.
- [54] DE BOER, R.: **Theory of Porous Media - Past and Present**; *ZAMM, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.78(1998), no.7, p.441-466, refs.96.
- [55] BOLTON, J.M.; DURNFORD, D.S.; CHARLIE, W.A.: **One-dimensional Shock- and Quasi-Static-Liquefaction of Silt and Sand**; *ASCE, Journal of Geotechnical Engineering*, vol.120(1994), no.10, p.1704-1719, refs.16.
- [56] BOLZON, G; SCHREFLER, B.A.; ZIENKIEWICZ, O.C.: **Elastoplastic soil constitutive laws generalized to partially saturated states**; *Géotechnique*, vol.46(1996), no.2, p.279-289, refs.19.
- [57] BOWEN, R.M.: **Toward a Thermodynamics and Mechanics of Mixtures**; *Archives of Rational Mechanics and Analysis*, vol.24(1967), p.370-403, refs.31.
- [58] BOWEN, R.M.: **Acceleration and Higher Order Waves in a Mixture of Chemically Reacting Elastic Materials**; *Archives of Rational Mechanics and Analysis*, vol.33(1969), p.169-180, refs.10.
- [59] BOWEN, R.M.; CHEN, P.J.: **Acceleration Waves in Anisotropic Thermoelastic Materials with Internal State Variables**; *Acta Mechanica*, vol.15(1974), p.95-104, refs.17.
- [60] BOWEN, R.M.; CHEN, P.J.: **Acceleration Waves in Chemically Reacting Ideal Fluid Mixtures**; *Archives of Rational Mechanics and Analysis*, vol.47(1972), p.171-187, refs.13.
- [61] BOWEN, R.M.; CHEN, P.J.: **On the Effects of Diffusion and Chemical Reactions on the Growth and Decay of Acceleration Waves**; *Archives of Rational Mechanics and Analysis*, vol.48(1972), p.319-351, refs.25.
- [62] BOWEN, R.M.; CHEN, P.J.: **A Note on Shock Waves in Fluids with Internal State Variables**; *Archives of Mechanics*, vol.25(1973), no.4, p.703-708, refs.6.
- [63] BOWEN, R.M.; RANKIN, R.L.: **Acceleration Waves in Ideal Fluid Mixtures with Several Temperatures**; *Archives of Rational Mechanics and Analysis*, vol.51(1973), p.261-277, refs.11.

- [64] BOWEN, R.M.; CHEN, P.J.: **Shock Waves in Ideal Fluid Mixtures with Several Temperatures;** *Archives of Rational Mechanics and Analysis*, vol.53(1974), p.277-294, refs.9.
- [65] BOWEN, R.M.: **Theory of Mixtures;** in Eringen, C.A. (ed.): *Continuum Physics*, vol.III, p.1-127, refs.136, Academic Press, New York, 1976.
- [66] BOWEN, R.M.: **Incompressible porous media models by use of the theory of mixtures;** *International Journal of Engineering Science*, vol.18(1980), p.1129-1148, refs.5.
- [67] BOWEN, R.M.: **Compressible Porous Media Models by Use of Theory of Mixtures;** *International Journal of Engineering Science*, vol.20(1982), p.697-735, refs.26.
- [68] BRANDL, H.: **Improvement of Cohesionless Soils;** *Proceedings of the VIII. ECSMFE, Helsinki, 1983, Main session "A", vol.I, p.19-36, refs.5, A.A.Balkema Rotterdam, 1983.*
- [69] BREUER, S.: **Zur Berechnung des mechanischen Verhaltens von porösen Materialien mit kompressiblen und inkompressiblen Phasen, /Calculation of the Mechanical Behaviour of Porous Media with Compressible and Incompressible Phases/;** *ZAMM, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.77(1997), no.S1, p.S59-S60, refs.6, (in German).
- [70] BREUER, S.: **Numerische Berechnung der Wellenausbreitung in porösen Medien, /Numerical Calculation of Wave-Propagation in Porous Media/;** *ZAMM, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.78(1998), no.S1, p.S305-S306, refs.3, (in German).
- [71] BREUER, S.: **Numerische Berechnung der Wellenausbreitung in porösen Medien mit elastischen, inkompressiblen Konstituenten, /Numerical Calculation of Wave-Propagation in Porous Media with Elastic, Incompressible Constituents/;** *ZAMM, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.79(1999), no.S3, p.S763-S764, refs.6, (in German).
- [72] BRODE, H.L.: **Numerical Solutions of Spherical Blast Waves;** *Journal of Applied Physics*, vol.26(1955), no.6, p.766-775, refs.9.
- [73] BRODE, H.L.: **Blast Wave from a Spherical Charge;** *The Physics of Fluids*, vol.2(1959), no.2, p.217-229, refs.17.
- [74] BUTTERFIELD, R.: **Dimensional Analysis for Geotechnical Engineers;** *Géotechnique*, 49(1999), no.3, p.357-366, refs.9.
- [75] CARROLL, M.M.; HOLT, A.C.: **Static and Dynamic Pore-Collapse Relations for Ductile Porous Materials;** *Journal of Applied Physics*, vol.43(1972), no.4, p.1626-1636, refs.9.
- [76] CHAMBON, R.: **A Family of Tensorial Constitutive Equations of a Rate Type for Soils;** in Vermeer, P.A.; Luger, H.J. (eds.): *Deformation and Failure of Granular Materials, Proceedings of the IUTAM Symposium*, p.191-199, refs.23, A.A.Balkema, Rotterdam, 1982.
- [77] CHANG, P.W.; CHAE, Y.S.: **A Parametric Study of Effect of Vibration on Granular Soils;** in Cakmak A.S. (ed.): *Soil Dynamics and Soil Liquefaction*, p.137-151, refs.3, Elsevier, Amsterdam, 1987.
- [78] CHARLES, J.A.; BURFORD, D.: **Settlement and Groundwater in Opencast Mine Backfills;** *Proceedings of the IX. ECSMFE, Dublin, vol.I, p.289-292, refs.14, A.A.Balkema, Rotterdam, 1987.*
- [79] CHARLIE, W.; SHINN, J.; BLOUIN, S.; MELZER, S.; MARTIN, J.P.: **Blast Induced Soil Liquefaction - Phenomena and Evaluation;** in Pande, G.N.; Zienkiewicz, O.C. (eds.): *Proceedings of the Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading*, p.533-543, refs.27, A.A.Balkema, Rotterdam, 1980.

- [80] CHARLIE, W.A.; VEYERA, G.E.: **Explosive induced porewater pressure increases**; *Proceedings of the XI. ICSMFE San Francisco, 1985, Session 2/B, vol.II, p.997-1000, refs.27, A.A.Balkema, Rotterdam, 1985.*
- [81] CHARLIE, W.A.; VEYERA, G.E.; DURNFORD, D.S.; DOEHRING, D.O.: **Porewater Pressure Increases in Soil and Rock from Underground Chemical and Nuclear Explosions**; *Engineering Geology, vol.43(1996), no.4, p.225-236, refs.47.*
- [82] CHEN, CH.-Y.; SHIUAN, J.-H.; LAN, I-F.: **The Equation of State of Detonation Products obtained from Cylinder Expansion Test**; *Propellants, Explosives, Pyrotechnics, vol.19(1994), p.9-14, refs.9.*
- [83] CHEN, S.G.; ZHAO, J.: **A Study of UDEC Modelling for Blast Wave Propagation in Jointed Rock Mass**; *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, vol.35(1998), no.1, p.93-99, refs.23.*
- [84] CHU, J.: **Experimental examination of the critical state and other similar concepts for granular soils** *Canadian Geotechnical Journal, vol.32(1995), nr.6, p.1065-1075, refs. 28*
- [85] COLEMAN, B.D.; NOLL, W.: **The Thermodynamics of Elastic Materials with Heat Conduction and Viscosity**; *Archive for Rational Mechanics and Analysis, vol.13(1963), p.167-178, refs.10.*
- [86] COLLINS, I.F.; STIMPSON, J.R.: **Similarity Solutions for Drained and Undrained Cavity Expansions in Soils**; *Géotechnique, vol.44(1994), no.1, p.21-34, refs.34.*
- [87] CORTÉ, F.: **Model Testing - General Report / Discussion Session 11: Geotechnical Model Tests**; *Proceedings of the XII. ICSMFE, Rio de Janeiro, 1989, vol.IV, p.2553-2571, refs.75, A.A.Balkema, Rotterdam, 1992.*
- [88] COUSSY, O.: **Mechanics of Porous Continua**; pp.455, refs.89, *John Wiley and Sons, Chichester, 1995.*
- [89] COUSSY, O.: **A Thermodynamical Approach to Non Linear Poroelasticity in Unsaturated Porous Materials**; *ZAMM, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, vol.77(1997), no.S2, p.S393-S395, refs.12.*
- [90] COWIN, S.C.; COMFORT III, W.J.: **Gravity-Induced Density Discontinuity Waves in Sand Columns**; *Journal of Applied Mechanics, vol.49(1982), no.9, p.497-500, refs.8.*
- [91] CRAMER, H.; WUNDERLICH, W.: **Multiphase Models in Soil Dynamics**; in Krätzig (ed.), W.B.: *Structural Dynamics, p.165-173, refs.10, A.A.Balkema, Rotterdam, 1991.*
- [92] CROLET, J.M.; EL HATRI, M: **Recent Advances in Problems of Flow and Transport in Porous Media**; pp.243, refs. , *Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1998.*
- [93] CUNDALL, P.: **Explicit Finite Difference Methods in Geomechanics**; *Numerical Methods in Engineering, Proceedings of the EF Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Blacksburg, Virginia, June 1976, vol.I, p.132-150, refs.21.*
- [94] CUNDALL, P.: **Adaptive Density Scaling for Time-Explicit Calculations**; *Proceedings of the 4th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Edmonton, 1982, p.23-26, refs.0, 1982.*
- [95] CUNDALL, P.: **Background - The Explicit Finite Difference Method**; *Fast Lagrangian Analysis of Continua, FLAC V3.30, Theory Manual, p.C1-C31, refs.9, ITASCA Consulting Inc., 1997.*
- [96] DAFALIAS, Y.F.; HERRMANN, L.R.: **A bounding surface plasticity model**; in Pande, G.; Zienkiewicz, O.C. (eds.): *Proceedings of the Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading, vol.I, p.335-347, refs.24, A.A.Balkema, 1980.*

- [97] DAFALIAS, Y.F.; HERRMANN, L.R.: **Bounding Surface Formulation of Soil Plasticity**; in Pande, G.N.; Zienkiewicz, O.C. (eds.): *Soil Mechanics - Transient and Cyclic Loads*, p.253-282, refs.29, John Wiley & Sons, Chichester, 1982.
- [98] DAFALIAS, Y.F.: **Bounding Surface Elastoplasticity-Viscoplasticity for Particulate Cohesive Media**; in Vermeer, P.A.; Luger, H.J. (eds.): *Deformation and Failure of Granular Materials, Proceedings of the IUTAM Symposium*, p.97-107, refs.19, A.A.Balkema, Rotterdam, 1982.
- [99] DARVE, F.; CHAMBON, R.: **Incremental Constitutive Equations for Soils and Application to Cyclic Loadings**; in Pande, G.N.; Zienkiewicz, O.C. (eds.): *Proceedings of the Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading*, p.399-409, refs.21, A.A.Balkema, Rotterdam, 1980.
- [100] DARVE, F.; LABANIEH, S.: **An Incremental Non-Linear Constitutive Law and Cyclic Behaviour of Sands**; in Dungar, R.; Pande, G.N.; Studer, J.A. (eds.): *Numerical Models in Geomechanics*, p.90-99, refs.21, A.A.Balkema, Rotterdam, 1982.
- [101] DARVE, F.; THANOPOULOS, Y.: **Description of Cyclic Behaviour of Sands by a Non-Linear Incremental Constitutive Law**; in Vermeer, P.A.; Luger, H.J. (eds.): *Deformation and Failure of Granular Materials, Proceedings of the IUTAM Symposium*, p.201-212, refs.25, A.A.Balkema, Rotterdam, 1982.
- [102] DARVE, F.: **The Expression of Rheological Laws in Incremental Form and the Main Classes of Constitutive Equations**; in Darve, F. (ed.): *Geomaterials: Constitutive Equations and Modelling*, p.123-147, refs.34, Elsevier Applied Science, London - New York, 1990.
- [103] DARVE, F.; FLAVIGNY, M.; MEGHACHOU, M.: **Constitutive Modelling and Instabilities of Soil Behaviour**; *Computers and Geotechnics*, vol.17(1995), p.203-224, refs.20.
- [104] DAVISON, L.: **Shock-wave Structure in Porous Solids**; *Journal of Applied Physics*, vol.42(1971), no.13, p.5503-5512, refs.23.
- [105] DEMBICKI, E.; KISIELOWA, N.; NOWAKOWSKI, H.; OSIECIMSKI, R.: **Compactage des fonds marins sableux á l'explosif, /Compaction of Marine Subsoil by Explosions/**; *Comptes rendus du Colloque Internationale sur le Compactage, Paris, 1980, vol.I*, p.301-305, refs.0, (in French).
- [106] DEMBICKI, E.; KISIELOWA, N.: **Field Tests of Marine Subsoil Improved with Explosion Method**; *Proceedings of the II. European Symposium on Penetration Testing, Amsterdam, 1982*, p.535-539, refs.0.
- [107] DEMBICKI, E.; KISIELOWA, N.: **Technology of Soil Compaction by Means of Explosion**; *Proceedings of the XIII. ECSMFE, Helsinki 1983, vol.II*, p.229-230, refs.1, A.A.Balkema, Rotterdam, 1983.
- [108] DEMBICKI, E.; ZADROGA, B.; BONA, R.; IMIOLEK, R.; KISIELOWA, N.; SEMRAU, I.: **Changes in Ground-water Levels due to Dynamic Compaction of Subsoil by Hidden Underground Explosions**; *Proceedings of the IX. ECSMFE, Dublin 1987, vol.II*, p.599-602, refs.0, A.A.Balkema, Rotterdam, 1987.
- [109] DEMBICKI, E.; KISIELOWA, N.; NOWACKI, W.; RANIECKI, B.: **Dynamische Bodenverfestigung durch Tiefensprengungen, /Dynamical Soil Improvement with Deep Underground Explosions/**; *Bautechnik* vol.65(1988), no.10, p.336-340, refs.7, (in German).
- [110] DEMBICKI, E.; KISIELOWA, N.; NOWACKI, W.; RANIECKI, B.: **Theoretische Analyse der dynamischen Bodenverdichtung durch Sprengung, /Theoretical Analysis of Soil Compaction with Explosions/**; *Bautechnik* vol.66(1989), no.2, p.50-54, refs.4, (in German).
- [111] DEMIRDŽIĆ, I.; PERIĆ, M.: **Finite Volume Method for Prediction of Fluid Flow in Arbitrarily Shaped Domains with Moving Boundaries**; *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol.10(1990), p.771-790, refs.33.

- [112] DEMIRDŽIĆ, I.: **Finite Volume Approach to Multi-Physics Problems**; in: Atluri, S.N.; O'Donoghue (eds.): *Modelling and Simulation Based Engineering*, vol.II, p.1757-1762, refs.14, Tech Science Press, Palmdale, 1998.
- [113] DESAI, C.S.: **The Disturbed State Concept**; in Kolymbas, D. (ed.): *Modern Approaches to Plasticity*, p.493-504, refs.25, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1993.
- [114] DIEBELS, S.; EHLERS, W.: **Dynamik poröser Medien, /Dynamics of Porous Media/**; ZAMM, *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.75(1995), no.SI, p.S151-S152, refs.3, (in German).
- [115] DIEBELS, S.; EHLERS, W.: **Dynamic Analysis of a Fully Saturated Porous Medium Accounting for Geometrical and Material Non-Linearities**; *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol.39(1996), p.81-97, refs.26.
- [116] DING, J.; GIDASPOW, D.: **A Bubbling Fluidization Model Using Kinetic Theory of Granular Flow**; *AIChE Journal*, vol.36(1990), no.4, p.523-538.
- [117] DMITRUK, S.; LYSIK, B.: **Über Anwendungen mathematischer Modelle in der Geotechnik, /About the Application of Mathematical Models in Geotechnics/**; *Freiberger Forschungshefte, Series A*, no.588, pp.48, refs.17, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1978, (in German).
- [118] DOBRAN, F.: **Constitutive Equations for Multiphase Mixtures of Fluids**; *International Journal of Multiphase Flow*, vol.10(1984), no.3, p.273-305, refs.30, apx.1.
- [119] DOBRAN, F.: **Theory of Multiphase Mixtures, A Thermomechanical Formulation**; *International Journal of Multiphase Flow*, vol.11(1985), no.1, p.1-30, refs.30, apx.3.
- [120] DONCHEV, P.: **Compaction of loess by saturation and explosion**; *Comptes rendus du Colloque Internationale sur le Compactage*, Paris, 1980, vol.I, p.313-317, refs.4, Paris, 1980.
- [121] DONEA, J.: **Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Methods**; in Belytschko, T.; Hughes, T.J.R. (eds.): *Computational Methods for Transient Analysis*; p.473-516, refs.30, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1983.
- [122] DOWDING, H. C.; HRYCIW, R. D.: **A Laboratory Study of Blast Densification of Saturated Sand**; *ASCE, Journal of Geotechnical Engineering*, vol.112(1986), no.2, p.187-199, refs.19.
- [123] DRUMHELLER, D.S.: **The Theoretical Treatment of a Porous Solid Using a Mixture Theory**; *International Journal of Solids and Structures*, vol.14(1978), pp.441-456, refs.17.
- [124] DRUMHELLER, D.S.; BEDFORD, A.: **A Thermomechanical Theory for Reacting Immiscible Mixtures**; *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, vol.73(1980), p.257-284, refs.47.
- [125] DRUMHELLER, D.S.: **A Theory for Dynamic Compaction of Wet Porous Solids**; *International Journal of Solids and Structures*, vol.23(1987), no.2, pp.211-237, refs.17.
- [126] DZIEŃIELAK, R.: **Propagation and Decay of Acceleration Waves in Thermoconsolidating Media**; *Acta Mechanica*, vol.59(1986), p.213-231, refs.13.
- [127] EHLERS, W.: **On the Thermodynamics of Elastoplastic Porous Media**; *Archives of Mechanics*, vol.41(1989), no.1, p.73-93, refs.50.
- [128] EHLERS, W.: **Toward Finite Theories of Liquid-saturated Elastoplastic Porous Media**; *International Journal of Plasticity*, vol.7(1991), p.433-475, refs.62.

- [129] EHLERS, W.; KUBIK, J.: **Ein thermodynamisches Konzept kompressibler poröser Medien /Thermodynamical Concept of Compressible Porous Media/**; *ZAMM, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.73(1993), no.4-5, p.T260-T262, refs.6.
- [130] EHLERS, W.; KUBIK, J.: **On finite dynamic equations for fluid-saturated porous media**; *Acta Mechanica*, vol.105(1994), p.101-117, refs.40.
- [131] EHLERS, W.: **Eine Fließbedingung für spröde und granulare poröse Stoffe, /A Yield Criterion for Stiff and Granular Porous Media/**; *ZAMM, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.74(1994), no.4, p.T239-T241, refs.3, (in German).
- [132] EHLERS, W.; DIEBELS, S.: **Dynamic Deformations in the Theory of Fluid-saturated Porous Solid Materials**; in *Parker, D.F.; England, A.H. (eds.): Proceedings of the IUTAM Symposium on Anisotropy, Inhomogeneity and Non-Linearity in Solid Mechanics*, p.241-246, refs.10, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 1995.
- [133] EHLERS, W.; ELLSIEPEN, P.: **Zeit- und Ortsadaptive Verfahren für Mehrphasenprobleme poröser Medien, /Time and Space Adaptive Methods for Multiphase Problems in Porous Media/**; *ZAMM, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.79(1999), no.S2, p.S541-S542, refs.5, (in German).
- [134] EHLERS, W.; MÜLLERSCHÖN, H.: **Parameteridentifikation für granulare Materialien, /Parameter Identification for Granular Materials/**; *ZAMM, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.79(1999), no.S2, p.S597-S598, refs.3, (in German).
- [135] EPSTEIN, D.: **Effect of a Dense Gas Equation of State on the Expansion and Contraction of an Underwater Gas Bubble**; *Journal of the Acoustical Society of America*, vol.57(1975), no.6, part II, p.1427-1435, refs.15.
- [136] FÖRSTER, W.; KESSLER, J.: **Sprengverdichtung zur Verbesserung setzungsließgefährdeter Kippen des Braunkohlenbergbaus, /Explosive Compaction to Secure Liquefaction Susceptible Slopes of Coal Mines/**; *Geotechnik*, vol.14(1991), no.1, p.22-31, (in German).
- [137] FÖRSTER, W.: **Mechanische Eigenschaften der Lockergesteine, /Mechanical Properties of Soils/**; pp.228, refs.50, B.G.Teubner, Stuttgart, 1996, (in German).
- [138] FÖRSTER, W.: **Bodenmechanik, /Soil Mechanics/**; pp.385, refs.111, B.G.Teubner, Stuttgart, 1998, (in German).
- [139] FERZIGER, J.H.; PERIĆ, M.: **Computational Methods for Fluid Dynamics**; pp.364, refs.180, Springer Verlag, Berlin, 1997.
- [140] FRAGASZY, R.J.; VOSS, M.E.: **Laboratory Modelling of Blast-Induced Liquefaction**; in *Cakmak, A.S.; Abdel-Ghaffar, A.M.; Brebbia, C.A.: Soil Dynamics and Earthquake Engineering Conference, Southampton, 1982*, p.873-886, refs.18, A.A.Balkema, Rotterdam, 1982.
- [141] FRAGASZY, R.J.; VOSS, M.E.: **Undrained Compression Behaviour of Sand**; *ASCE, Journal of Geotechnical Engineering*, vol.112(1986), no.3, p.334-347, refs.18.
- [142] FREUND, R.W.; GOLUB, G.H.; NACHTIGAL, N.M.: **Recent Advances in Lanczos-based Iterative Methods for Non-Symmetric Linear Systems**; in *Hussaini, M.Y.; Kumar, A.; Salas, M.D. (eds.): Algorithmic Trends in Computational Fluid Dynamics*, p.137-162, refs.56, Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- [143] FRIEDRICH, S.; KRÜGER, J.: **In situ-Untersuchungen an Verdichtungssprengungen in locker gelagerten, rolligen Böden zur Verifizierung theoretischer Modelle und zur Übertragung der Ergebnisse von Modelluntersuchungen, /In-situ Examination of Compaction Explosions in Loosely Layered Granular Soils to the Verification of Theoretical Models and Transfer of Results from Model Studies to Field Conditions/**; *Veröffentlichungen des Institutes für Geotechnik der Technischen Universität Bergakademie Freiberg, Heft 99-1*, p.47-64, refs.5, Freiberg, 1999, (in German).

- [144] FUCHS, U.: **Auswertung von Messungen bei Verdichtungssprengungen, /Evaluation of Measurements at Compaction Explosions/**; *TU Bergakademie Freiberg, Fakultät für Geowissenschaften, Geotechnik und Bergbau, Institut für Geotechnik, Abteilung Bodenmechanik, Diplomarbeit, pp.68, refs.15, Freiberg, 1988*, (diploma thesis, unpublished, in German).
- [145] FUSTEI, R.; RĂDUINEA, N.: **Improvement of Wetting-sensitive Loesses of Category "A" with Controlled Artificial Saturation and Underground Explosions in the Area of the Thermal Power Station Giurgiu 3x50 MW**; *Constructii*, (1981), no.11, p.31-38, refs.0, (in Rumanian).
- [146] GARG, S.K.: **Wave Propagation Effects in a Fluid-saturated Porous Solid**; *Journal of Geophysical Research*, vol.76(1971), no.32, p.7947-7962, refs.12.
- [147] GARG, S.K.; NUR, A.: **Effective Stress Laws for Fluid-saturated Porous Rocks**; *Journal of Geophysical Research*, vol.78(1973), no.26, p.5911-5921, refs.21.
- [148] GEODÉZIAI ÉS TALAJTUDOMÁNYI INTÉZET, BUDAPEST /INSTITUTE OF GEODESY AND SOIL SCIENCES/: **A robbantásos talajtömörítés alkalmazásának lehetőségei. Tanulmány, /Opportunities of the Application of Soil Compaction with Explosions. Survey/ Internal Report, pp.50, refs.20, Budapest, 1972** (unpublished, in Hungarian).
- [149] VAN GENUCHTEN, M.TH.: **A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils** *Journal of the Soil Sciences Society of America*, vol.44(1980), p.892-898, refs.21.
- [150] GOLDSHTEIN, A.; SHAPIRO, M.: **Mechanics of Collisional Motion of Granular Materials, Part I: General Hydrodynamic Equations**; *Journal of Fluid Mechanics*, vol.282(1995), p.75-114, refs.41.
- [151] GOLDSHTEIN, A.; SHAPIRO, M.; MOLDAVSKI, L.; FICHMAN, M.: **Mechanics of Collisional Motion of Granular Materials, Part II: Wave Propagation through Vibrofluidized Granular Layers**; *Journal of Fluid Mechanics*, vol.287(1995), p.349-382, refs.34.
- [152] GOLDSHTEIN, A.; SHAPIRO, M.; GUTFINGER, C.: **Mechanics of Collisional Motion of Granular Materials, Part III: Self-similar Shock Wave Propagation**; *Journal of Fluid Mechanics*, vol.316(1996), p.29-51, refs.31.
- [153] GOTTLIEB, J.; LOUKACHEV, I.: **Non-Linear Wave Propagation in Soil: Modeling of a Special Phenomenon and Identification of Parameters**; in *De Santo (ed.): Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation*, p.679-681, refs.10, SIAM, 1998.
- [154] GREEN, L.; LEE, L.E.; MITCHELL, A.C.; REE, F.; TIPTON, R.; VAN THIEL, M.: **Detonation E.O.S. Patterns for Several Explosives**; *Material Research Society Symposium Proceedings*, vol.22(1984), p.293-297, refs.12, Elsevier Science Publishing, Amsterdam, 1984.
- [155] GREEN, A.E.; NAGHDI, P.M.: **A Dynamical Theory of Interacting Continua**; *International Journal of Engineering Sciences*, vol.3(1965), p.231-241, refs.11.
- [156] GUDEHUS, G.; KOLYMBAS, D.: **Constitutive Relations - Some Conclusions from a Workshop**; *Proceedings of the XI. ICSMFE, San Francisco, 1985, Session 1/A*, p.489-494, refs.18, A.A.Balkema, Rotterdam, 1985.
- [157] GUDEHUS, G.: **Ein umfassendes Konzept zum Nachweis der Tragfähigkeit und der Gebrauchstauglichkeit in der Geotechnik, /A Comprehensive Concept for the Proof of Bearing Capacity and Stability under Working Loads in Geotechnics/**; *Geotechnik*, vol.17(1994), no.2, p.84-103, refs.9, (in German).
- [158] GUDEHUS, G.: **Constitutive Equations for Granulate-Fluid Mixtures with a Pectic Constituent**; *Universität Fridericiana, Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Internal Report, pp.12, refs.0, Karlsruhe, 1994*, unpublished).

- [159] GUDEHUS, G.: **A comprehensive concept for non-saturated granular bodies**; in Alonso, E.E.; Delage, P. (eds.): *Unsaturated Soils*, p.725-737, refs.11, A.A.Balkema, Rotterdam, 1995.
- [160] GUDEHUS, G.: **A Comprehensive Constitutive Equation for Granular Materials**; *Soils and Foundations, Japanese Society of Soil Mechanics*, vol.36(1996), no.1, p.1-12, refs.21.
- [161] GUDEHUS, G.; KUNTZE, W.; RAJU, W.R.; WARMBOLD, U.: **Sprengversuche zur Bodenverdichtung, /Blasting Experiments for Soil Compaction/**; *Vorträge der Baugrundtagung, Berlin 1996*, p.523-536, refs.5, Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e.V., Essen, 1996, (in German).
- [162] GUDEHUS, G.: **Attractors, Percolation Thresholds and Phase Limits of Granular Soils**; in Behringer, R.P.; Jenkins J.T. (eds.): *Proceedings of Powders and Grains 97*, pp.15, refs.28, A.A.Balkema, Rotterdam, 1997.
- [163] GUDKOV, L. N.: **Application of the Hydro-Explosion Method to the Compaction of Soils**; *Seriya proektirov stroitelnost chiitei MPS, Moscow*, vol.10(1986)6, p.11-12, refs.0, (in Russian).
- [164] GUNARATNE, M.; RANGANATH, M.; THILAKASIRI, S.; MULLINS, G.; STINETTE, P.; KUO, C.: **Study of Pore Pressures Induced in Laboratory Dynamic Consolidation**; *Computers and Geotechnics*, vol.18(1996), no.2, p.127-145, refs.9.
- [165] HÄFNER, F.; SAMES, D.; VOIGT, H.-D.: **Wärme und Stofftransport, Mathematische Methoden /Heat and Mass Transfer in Porous Media, Mathematical Methods/**; Springer Verlag, pp.626, refs.132, Berlin, 1992, (in German).
- [166] HALLQUIST, J.O.: **LS-DYNA3D, Theoretical Manual**; pp.300, refs.160, Livermore Software Technology Corporation, Livermore, 1992.
- [167] HAUPT, W.: **Bodendynamik, Grundlagen und Anwendung, /Soil Dynamics, Basics and Application/**; Vieweg & Sohn, pp.407, refs.~, Braunschweig, 1986, (in German).
- [168] HAUPT, W.; HERRMANN, R.: **Querschnittbericht 1986, Dynamische Bodenkennwerte, /State-of-the-Art Report 1986: Dynamic Soil Properties/**; *Veröffentlichungen des Grundbauinstituts der Landesgewerbeanstalt Bayern*, pp.250, refs.165, apx.1, Eigenverlag LGA, Nürnberg, 1987, (in German).
- [169] HEINZE, H.: **Sprengtechnik, Anwendung und Verfahren, /Blasting Technology, Application and Methods/**; pp.543, refs.~, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, Stuttgart, 1987.
- [170] HERLE, I.: **Hypoplastizität und Granulometrie einfacher Korngerüste, /Hypoplasticity and Granulometry of Simple Granular Skeletons/**; Gudehus, G.; Natau, O. (eds.): *Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe*, Nr.142, pp.123, refs.142, apx.1.
- [171] HERRMANN, W.: **Constitutive Equation for the Dynamic Compaction of Ductile Porous Materials**; *Journal of Applied Physics*, vol.40(1969), no.6, p.2490-2499, refs.22.
- [172] HERRMANN, W.; BERTHOLF, L.D.: **Explicit Lagrangian Finite-Difference Methods**; in Belytschko, T.; Hughes, T.J.R. (eds.): *Computational Methods for Transient Analysis*; p.363-416, refs.63, apx.1, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1983
- [173] HEUZÉ, F.E.; BUTKOVICH, T.R.; WALTON, O.R.; MADDIX, D.M.: **Explosion Effects in Jointed Rocks - New Insights**; in Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Universität Fridericiana Karlsruhe (ed.): *Soil Dynamics and Earthquake Engineering V*, p.707-719, refs.17, Elsevier Applied Science, London, 1991.
- [174] HIRT, C.W.; AMSDEN, A.A.; COOK, J.L.: **An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Computing Method for All Flow Speeds**; *Journal of Computational Physics*, vol.14(1974), p.227-253, refs.17.

- [175] HOANG V.T.: **Use of the Explosive Energy for Soft Soil Compaction**; *Proceedings of the V. ICSMFE, Budapest, 1976*, p.61-74, refs.5, A.A.Balkema, Rotterdam, 1976.
- [176] HORN, A.: **Tiefenverdichtung nichtbindiger Böden durch Sprengungen, /Compaction of Deep, Non-Cohesive Soils with Explosions/**; *Geotechnik*, vol.8(1985), no.5, p.91, refs.0, (in German).
- [177] HU, H.H.: **Direct Simulation of Flows of Solid-Liquid Mixtures**; *International Journal of Multi-phase Flow*, vol.22(1996), no.2, p.335-352, refs.38.
- [178] HÜGEL, H.M.: **Prognose von Bodenverformungen, /Prognosis of Soil Deformations/**; *Gudehus, G.; Natau, O. (eds.): Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Nr.136*, pp.179, refs.75, apx.3, (in German).
- [179] HUGHES, T.J.R.; LIU, W.K.; ZIMMERMANN, T.K.: **Lagrangian-Eulerian Finite Element Formulation for Incompressible Viscous Flows**; *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.29(1981), no.-, p.329-349, refs.7.
- [180] HYMAN, J.M.: **Numerical Methodologies for Solving Partial Differential Equations**; in *Buchler, J.R. (ed.): The Numerical Modelling of Non-Linear Stellar Pulsations*, p.215-237, refs.13, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 1990.
- [181] IHLE, F.: **Untersuchungen zur Auswertung von Drucksondierungen, /Examinations on the Evaluation of Penetration Test Results**; *Geotechnik*, vol.18(1995), no.2, p.65-73, refs.6, (in German).
- [182] VAN IMPE, W.F.; HAEGEMAN, W.; MENGE, P.; MADHAV, M.R.: **Dynamic Soil Improvement Methods**; in *Sêco e Pinto, P.S. (ed.): Soil Dynamics and Geotechnical Earthquake Engineering*, p.271-351, refs.106, A.A.Balkema, Rotterdam, 1993.
- [183] ISHIHARA, K.; KOKUSHO, T.; SILVER, M.L.: **General Report, Discussion session 27: Earthquakes: Influence of Local Conditions on Seismic Response - State-of-the-Art Report: Recent Developments in Evaluating Liquefaction Characteristics of Local Soils**; *Proceedings of the XII. ICSMFE, Rio de Janeiro, 1989*, vol.IV, p.2719-2734, refs.63, A.A.Balkema, Rotterdam, 1992.
- [184] ISHIHARA, K.: **Dynamic Properties of Soils and Gravels from Laboratory Tests**; in *Sêco e Pinto, P.S. (ed.): Soil Dynamics and Geotechnical Earthquake Engineering*, p.1-17, refs.18, A.A.Balkema, Rotterdam, 1993.
- [185] ISHIHARA, K.: **Pore Water Pressure Response and Liquefaction of Sand Deposits during Earthquakes**; in *Gudehus, G. (ed.): Dynamical Methods in Soil and Rock Mechanics, vol.II, Plastic and Long-term Effects in Soils*, p.161-193, refs.3, A.A.Balkema, Rotterdam, 1978.
- [186] ISHIHARA, K.: **Evaluation of Soil Properties for Use in Earthquake Response Analysis**; in *Dun- gar, R.; Pande, G.N.; Studer, J.A. (eds.): Numerical Models in Geomechanics*, p.237-260, refs.38, A.A.Balkema, Rotterdam, 1982.
- [187] ISSA, R.I.: **Solution of Implicitly Discretized Fluid Flow Equations by Operator Splitting**; *Journal of Computational Physics*, vol.62(1986), p.40-65, refs.14.
- [188] ISSA, R.I.; GOSMAN, A.D.; WATKINS, A.P.: **The Computation of Compressible and Incompressible Recirculating Flows by a Non-Iterative Implicit Scheme**; *Journal of Computational Physics*, vol.62(1986), p.66-82, refs.15.
- [189] IVANOV, R. L.: **Uplotnenie malosvjaznih gruntov vzrivami, /Compaction of Weakly Cohesive Soils with Explosions/**; pp.230, refs.50, *Isdatelstvo Nedra, Moscow*, 1983, (in Russian).
- [190] IVANOV, P.L.: **Prediction and Control Techniques to Compact Loose Soils by Explosions**; *Proceedings of the XIII. ECSMFE, Helsinki, 1983*, vol.II, p.253-254, refs.3, A.A.Balkema, Rotterdam, 1983.

- [191] JENDERSIE, H.: **Sprengtechnik im Bergbau, /Explosion Technology in Mining/**; pp.232, refs.~, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1981, (in German).
- [192] KADIANAKIS, N.: **On the Geometry of LAGRANGIAN and EULERIAN Descriptions in Continuum Mechanics**; ZAMM, Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, vol.79(1999), no.2, p.131-138, refs.16.
- [193] KARKI, K.C.; PATANKAR, S.V.: **Pressure Based Calculation Procedure for Viscous Flows at All Speeds in Arbitrary Configurations**; AIAA Journal, vol.27(1989), no.9, p.1167-74, refs.29.
- [194] KASPRZAK, W.; LYSIK, B.; RYBACZUK, M.: **Dimensional Analysis in the Identification of Mathematical Models**; pp.193, refs.45, World Scientific, Singapore, 1990.
- [195] KELLER, J.B.; KOLODNER, I.I.: **Damping of Underwater Explosion Bubble Oscillations**; Journal of Applied Physics, vol.27(1956), no.10, p.1152-1161, refs.4.
- [196] KESSLER, J.: **Über die Einhaltung der Modellgesetze bei Sprengverdichtungsversuchen an einem Großmodell, /About the Compliance of Similarity Laws in Experiments to Compaction of Soils in a Geometrically Large Model/**; Neue Bergbautechnik, vol.18(1988), no.9, p.330-333, refs.13.
- [197] KESSLER, J.: **Sprengverdichtung zur Verbesserung von setzungsfleißgefährdeten Kippen, /Explosive Compaction for the Improvement of Liquefaction Susceptible Waste Dumps of Open-cast Mines/**; TU Bergakademie Freiberg, Dissertation B, pp.151, refs.232, Freiberg, 1989, (habilitation thesis, in German).
- [198] KESSLER, J.; FÖRSTER, W.: **Sprengverdichtung zur Verbesserung von setzungsfleißgefährdeten Kippen, /Explosive Compaction for the Improvement of Liquefaction Susceptible Waste Dumps/**; Freiburger Forschungshefte, Series A, no.819, pp.72, refs.58, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1992, (in German).
- [199] KÉZDI, Á.: **Erddrucktheorien, /Earth-Pressure Theories/**; pp.319, refs.129, Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1962
- [200] KÉZDI, Á.: **Handbook of Soil Mechanics**; vol.I, pp.294, vol.II, pp.260, vol.III, pp.368, vol.IV, pp.296, refs.~, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1988.
- [201] KIM, S.W.; BENSON, T.J.: **Comparison of the SMAC, PISO and Iterative Time Advancing Schemes for Unsteady Flows**; Computers and Fluids, vol.21(1991), no.3, p.435-454, refs.16.
- [202] KOK, L.: **Explosion-Densification and Vertical Drainage as Soil Consolidation Techniques for Harbour Building**; Proceedings of the VIIth K.V.I.V. International Havenkongress 1978, Session 1.04, p.1-10, refs.10.
- [203] KOLYMBAS, D.: **Dynamic Compaction of Saturated Granular Media**; Mechanics Research Communications, vol.9(1982), no.6, p.351-358.
- [204] KOLYMBAS, D.: **A Generalized Hypoelastic Constitutive Law**; Proceedings of the XI. ICSMFE, San Francisco, 1985, vol.V, p.2626-2626, refs.0, A.A.Balkema, Rotterdam, 1986.
- [205] KOLYMBAS, D.: **Eine konstitutive Theorie für Böden und andere körnige Stoffe, /A Constitutive Theory for Soils and Other Granular Materials/**; Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Nr.109, pp.116, refs.94, Karlsruhe, 1988, (in German).
- [206] KOLYMBAS, D.: **An Outline of Hypoplasticity**; Archive of Applied Mechanics, vol.61(1991), p.143-151, refs.8.

- [207] KOLYMBAS, D.: **Computer-aided Design of Constitutive Laws**; *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol.15(1991), p.593-604, refs.8.
- [208] KOLYMBAS, D.: **Sprengungen im Boden, /Explosions in Soils/**; *Bautechnik* vol.69(1992), no.8, p.424-431, refs.12, (in German).
- [209] KOLYMBAS, D.; HERLE, I.; VON WOLFFERSDORF, P.A.: **Void Ratio as Memory Parameter**; *Internal Report of the Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Karlsruhe*, pp.27, refs.11, Karlsruhe, 1993, (unpublished).
- [210] KOLYMBAS, D.: **Mechanismen der Sprengverdichtung, /Mechanisms of Explosive Soil Compaction/**; in Gudehus et.al.: "Untersuchung und Sicherung setzungsfließgefährdeter Kippen", *Forschungsbericht Teil II, /"Examination and Stabilization of Liquefaction Susceptible Waste Dumps of Opencast Mines"*, Research Report, part II/; Institut für Felsmechanik und Bodenmechanik der Universität Fridericiana Karlsruhe, pp.150, refs.~, Karlsruhe, 1993, (unpublished, in German).
- [211] KOLYMBAS, D.: **Compaction Waves in Water Saturated Soils**; in Savidis, S. (ed.): *Earthquake Resistant Construction and Design*, vol.I, p.235-242, refs.23, A.A.Balkema, Rotterdam, 1994.
- [212] KOLYMBAS, D.: **Compaction Waves as Phase Transitions**; *Acta Mechanica*, vol.107(1994), p.171-181, refs.25.
- [213] KONIETZKY, H.; BILLAUX, D.; MENEY, P.; KASTNER, R.: **Non-Linearities in Soil Mechanics - Case Histories**; in Rakowski, Z. (ed.): *Geomechanics 93, Proceedings of the International Conference*, 1993, p.193-198, refs.5, A.A.Balkema, Rotterdam, 1994.
- [214] KOWALSKI, S.J.: **Identification of the Coefficients in the Equations of Motion for a Fluid-saturated Porous Medium**; *Acta Mechanica*, vol.47(1983), no.3-4, p.263-276, refs.21.
- [215] KRYMSKII, A.V.; LYAKHOV, G.M.: **Waves from an Underground Explosion**; *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, vol.25(1984), no.3, p.361-367, refs.9.
- [216] KYTÖMAA, H.K.: **Propagation and Structure of Solidification Waves in Concentrated Suspensions**; *Mechanics of Materials*, vol.9(1990), p.205-215, refs.29.
- [217] KYTÖMAA, H.K.; BRENNEN, C.E.: **Small Amplitude Kinematic Wave Propagation in Two-Component Media**; *International Journal of Multiphase Flow*, vol.17(1991), p.13-26, refs.20.
- [218] KUDELLA, P.: **Stabilitätsberechnung von setzungsfließgefährdeten Kippenrandböschungen, /Stability Calculations for Liquefaction Susceptible Remaining Slopes of Opencast Mines/**; *Geotechnik*, vol.19(1995), no.1, p.7-15, refs.13.
- [219] LADE, P.V.: **Instability and Liquefaction of Granular Materials**; *Computers and Geotechnics*, vol.16(1994), p.123-151, refs.31.
- [220] LADE, P.V.; PRABUCKI, M.J.: **Softening and Preshearing Effects in Sand**; *Soils and Foundations*, vol.35(1995), no.4, p.93-104, refs.34.
- [221] LADE, P.V.; YAMAMURO, J.A.: **Undrained Sand Behaviour in Axisymmetric Tests at High Pressures**; *ASCE, Journal of Geotechnical Engineering*, vol.122(1996), no.2, p.120-129, refs.27.
- [222] LADE, P.V.; DE BOER, R.: **The concept of effective stress for soil, concrete and rock**; *Géotechnique*, vol.47(1997), no.1, p.61-78, refs.51.
- [223] LAN, I.-F.; HUNG, SH.-CH.; CHEN, CH.-Y.; NIU, Y.-M.; SHIUAN, J.-H.: **A Simple Method of Deducing JWL Parameters from Cylinder Expansion Test**; *Kōgyō Kayaku*, vol.53(1992), no.3, p.149-157, refs.10.

- [224] LAN, I.-F.; HUNG, SH.-CH.; CHEN, CH.-Y.; NIU, Y.-M.; SHIUAN, J.-H.: **An Improved Simple Method of Deducing JWL Parameters from Cylinder Expansion Test**; *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, vol.18(1993), p.18-24, refs.13.
- [225] LANDAU, L.D.; LIFSCHITZ, E.M.: **Elméleti fizika VI, Hidrodinamika, /Theoretical Physics, vol.VI, Hydrodynamics**; pp.684, refs.~, *Tankönyvkiadó, Budapest, 1980*, (in Hungarian).
- [226] LANDAU, L.D.; LIFSCHITZ, E.M.: **Elméleti fizika V/I, Statisztikus fizika, /Theoretical Physics, vol.V/I, Statistical Physics**; pp.625, refs.~, *Tankönyvkiadó, Budapest, 1981*, (in Hungarian).
- [227] LIU, W.K.; BELYTSCHKO, T.; CHANG, H.: **An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method for Path Dependent Materials**; *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.58(1986), p.227-245, refs.13.
- [228] LIU, W.K.; CHEN, J.S.; MARTICH, M.; BELYTSCHKO, T.; HUERTA, A.: **ALE Finite Elements for Impact, Wear and Forming Simulations**; in *Ammann, T. (ed.): Impact: Effects of Fast Transient Loadings*; p.201-218, refs.22, *A.A.Balkema, Rotterdam, 1988*.
- [229] LIU, Z.; HUANG, Y.: **A New Method for Large Amplitude Sloshing Problems**; *Journal of Sound and Vibration* vol.175(1994), no.2, p.185-195, refs.8.
- [230] LIU, Z.; DE BOER, R.: **Dispersion and Attenuation of Surface Waves in a Fluid-saturated Porous Medium**; *Transport in Porous Media*, vol.29(1997), p.207-223, refs.21.
- [231] LIU, Z.; BLUHM, J; DE BOER, R.: **Inhomogeneous Plane Waves, Mechanical Energy Flux, and Energy Dissipation in a Two-Phase Porous Medium**; *ZAMM, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.78(1998), no.9, p.617-625, refs.22.
- [232] LORET, B.; LUONG, M. P.: **Sables sous fortes contraintes, /Sands under High Compressions**; *Proceedings of the XI. ICSMFE, San Francisco, 1985, Session 1/A, vol.I, p.563-566, refs.12*.
- [233] LÖSCHNER, J.: **Dynamische Intensivverdichtung als Baugrundverbesserung auf Tagebaukippen, /Dynamical Compaction with Heavy Tamping to Improve Waste Dumps of Opencast Mines**; *Bauplanung-Bautechnik* vol.41(1987), no.4, p.147-152, refs.5, (in German).
- [234] LUCKNER, L.: **Theorie der Mehrphasenhydraulik - Grundlage der Untergrundsanie rung, /Theory of Multiphase Hydraulics - Basis of the In-situ Subsoil Remediation**; *Wasserwirtschaft*, vol.83(1993), no.1, p.8-13, refs.10, (in German).
- [235] LUTSCHKO, I.A.: **Mechanitscheskij effekt vzriva v gruntah, /Mechanical Effect of Explosions in the Ground**; *Naukova Dumka*, p.232, refs.192, *Kiev, 1989*, (in Russian).
- [236] LUNNE, T.; LACASSE, S.; RAD, N.S.: **General Report, Discussion session 2: SPT, CPT, Pressuremeter Testing and Recent Developments in In-situ Testing - Part I: All Tests Except SPT**; *Proceedings of the XII. ICSMFE, Rio de Janeiro, 1989, vol.IV, p.2339-2405, refs.132, A.A.Balkema, Rotterdam, 1992*.
- [237] MA, G.W.; HAO, H.; ZHOU, Y.X.: **Modeling of Wave Propagation Induced by Underground Explosion**; *Computers and Geotechnics*, vol.22(1998), no.3/4, p.283-303, refs.20.
- [238] MANOLIS, G.D.; AHMAD, S.; BANERJEE, P.K.: **Surface Disturbance due to Underground Explosions**; in *Banerjee, P.K.; Butterfield, R (eds.): Dynamic Behaviour of Foundations and Buried Structures*, p.209-233., refs.17, *Elsevier Applied Science, Amsterdam, 1987*.
- [239] MARTI, J.; CUNDALL, P.: **Mixed Discretization Procedure for Accurate Modelling of Plastic Collapse**; *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol.6(1982), p.129-139, refs.10.

- [240] MATSUOKA H.; NAKAI T.: **A New Failure Criterion for Soils in Three-dimensional Stresses**; *Proceedings of the IUTAM Conference on Deformation and Failure of Granular Materials*, p.253-263, refs.18.
- [241] MATSUOKA, H; KOYAMA, H.: **A Constitutive Model for Sands Under Cyclic Shear Stresses**; *Proceedings of the XI. ICSMFE, San Francisco, 1985, Session 1/A*, p.575-578, refs.8, A.A.Balkema, Rotterdam, 1985.
- [242] MAYERS, A.: **On the Consistency of some Eulerian Strain Rates**; *ZAMM, Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, vol.79(1999), no.3, p.171-177, refs.14.
- [243] MILITZER, H.; WEBER, F. (EDS.): **Angewandte Geophysik, /Applied Geophysics/**; vol.I, pp.353, vol.II, pp.371, vol.III, pp.420, refs.~, Akademie Verlag, Berlin, 1987, (in German).
- [244] MITCHELL, J. K.: **Practical Problems from Surprising Soil Behaviour**; *ASCE, Journal of Geotechnical Engineering*, vol.112(1986), no.3, p.259-289, refs.48.
- [245] MITCHELL, J. K.: **In-place Treatment of Foundation Soils**; *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proceedings of the ASCE*, vol.96(1970), no.SM1, p.73-106, refs.15.
- [246] MOLYNEAUX, T.C.K.; LI, L.Y.; FIRTH, N.: **Numerical Simulation of Underwater Explosions**; *Computers and Fluids*, vol.23(1994), no.7, p.903-911, refs.18.
- [247] MORLAND, L.W.: **A Simple Constitutive Theory for Fluid-saturated Porous Solid**; *Journal of Geophysical Research*, vol.77(1972), no.5, p.890-900, refs.11.
- [248] MROZIK, G.: **Verdichtung von Kippen durch Sprengungen im Raum Lausitz, /Compaction of Waste Dumps of Opencast Mines with Explosions in the Region of Lusatia/**; *TU Bergakademie Freiberg, Fakultät für Geowissenschaften, Geotechnik und Bergbau, Institut für Geotechnik, Abteilung Bodenmechanik, Diplomarbeit*, pp.75, refs.29, Freiberg, 1988, (diploma thesis, unpublished, in German).
- [249] NAKAI T.; MATSUOKA, H.: **Deformation of Soils in Three-dimensional Stresses**; *Proceedings of the IUTAM Conference on Deformation and Failure of Granular Materials*, p.275-285, refs.15.
- [250] NATIONAL INSTRUMENTS: **LABVIEW - Documentation of the Graphical Programming System for Instrumentation (User, Data Acquisition and Analysis Manuals)**; *National Instruments*, pp.1430, refs.0, Austin, 1996.
- [251] NATIONAL INSTRUMENTS: **Measurement and Instrumentation Catalogue 1999**; *National Instruments*, pp.864, refs.0, Austin, 1999.
- [252] NELSON, I.: **Numerical Solution of Problems Involving Explosive Loading**; in Gudehus, G. (ed.): *Dynamical Methods in Soil and Rock Mechanics*, vol.II, *Plastic and Long-term Effects in Soils*, p.239-297, refs.24, A.A.Balkema, Rotterdam, 1978.
- [253] VON NEUMANN, J.; RICHTMYER, R.D.: **A Method for the Numerical Calculation of Hydrodynamic Shocks**; *Journal of Applied Physics*, vol.21(1950), p.232-237, refs.2.
- [254] NOVELLO, E.A.; JOHNSTON, I.W.: **Geotechnical Materials and the Critical State**; *Géotechnique*, vol.45(1995), no.2, p.223-235, refs.34.
- [255] NOWACKI, W.K.; RANIECKI, B.: **Theoretical Analysis of Dynamic Compacting of Soil around a Spherical Source of Explosion**; *Archives of Mechanics*, vol.39(1987), no.4, p.359-384, refs.15.
- [256] NOWACKI, W.K.; GUELIN, P.: **Dynamic Compacting of Soils**; in Kolymbas, D. (ed.): *Modern Approaches to Plasticity*; Elsevier Science Publishers B.V., p.671-689, refs.11, Amsterdam, 1993.

- [257] NUR, A.; BYERLEE, J.D.: **An Exact Effective Stress Law for Elastic Deformation of Rock with Fluids**; *Journal of Geophysical Research*, vol.76(1971), no.26, p.6414-6419, refs.13.
- [258] O'REILLY, M.P.; BROWN, S.F.: **Cyclic Loading of Soils: from Theory to Design**; Blackie, Van Nostrand Reinhold, pp.479, refs.~, New York, 1992.
- [259] OGAWA, S.; UMEMURA, A.; OSHIMA, N.: **On the Equations of Fully Fluidized Granular Materials**; *Journal of Applied Mathematics and Physics (ZAMP)*, vol.31(1980), p.483-493, refs.15.
- [260] OLIVIERA, C.S.: **Seismic Instrumentation and Monitoring of Geotechnical Structures**; in *Sêco e Pinto, P.S. (ed.): Soil Dynamics and Geotechnical Earthquake Engineering*, p.435-475, refs.60, A.A.Balkema, Rotterdam, 1993.
- [261] PERIĆ, M.; KESSLER, R.; SCHEUERER, G.: **Comparison of Finite-Volume Numerical Methods with Staggered and Collocated Grids**; *Computers & Fluids*, vol.16(1988), no.4, p.389-403, refs.18.
- [262] PEZZICA, G.; PAZIENZA, G.: **Calculation of the Wave-Shaper Effects of Detonation Wave in Shaped Charges**; *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, vol.12(1987), p.125-129, refs.8.
- [263] PIETSCH, A.: **Auswertung von Sprengverdichtungen /Evaluation of Explosions for Soil Compaction**; *TU Bergakademie Freiberg, Fakultät für Geowissenschaften, Geotechnik und Bergbau, Institut für Geotechnik, Abteilung Bodenmechanik, Diplomarbeit*, pp.98, refs.31, Freiberg, 1988, (diploma thesis, in German).
- [264] PIJAUDIER-CABOT, G.; BODÉ, L.: **Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Analysis of Strain Localization in Transient Problems**; *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol.38(1995), p.4171-4191, refs.29.
- [265] PILOT, G.: **Compaction of a waterworks dam with explosive**; *Bulletin Liaison de Laboratoires du Ponts et Chaussées, Paris, (1981) no. Special XI P*, p.66-69, refs.5, (in French).
- [266] PLACZEK, D.; NENDZA, H.: **Rüttelstopfverdichtung und Dynamische Intensivverdichtung - Vergleichende Bewertung bei der Deponie Schlibeck, /Soil Compaction Using Vibratory Probes with Earth Reinforcement and Heavy Tamping - a Comparison and Evaluation at the Example of the Deposit Schlibeck**; *Vorträge der Baugrundtagung*, p.317-332, refs.7, Dresden, 1992, (in German).
- [267] PLISCHKA, J.: **Die Bedeutung der Durchschnittsbildungstheorie für die Theorie Poröser Medien, /Significance of the Averaging Theory in the Theory of Mixtures**; *Universität-Gesamthochschule Essen, Dissertation*, p.134, refs.38, (in German).
- [268] POKROWSKI, G.I.: **Explosion und Sprengung, /Explosion and Blasting**; pp.180, refs.~, Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1985, (in German).
- [269] POWELL, K.G.; ROE, P.L.: **Adaptive-mesh Algorithms for Computational Fluid Dynamics**; in *Hussaini, M.Y.; Kumar, A.; Salas, M.D. (eds.): Algorithmic Trends in Computational Fluid Dynamics*, p.303-337, refs.36, Springer-Verlag, Berlin, 1993.
- [270] PRABUCKI, M.J.: **Nichtlineare Berechnung des dynamischen Tragverhaltens wassergesättigter Sandböden, /Non-Linear Calculation of the Dynamic Bearing Characteristics of Saturated Sandy Soils**; *Institut für konstruktiven Ingenieurbau, Ruhr Universität Bochum, Technisch-wissenschaftliche Mitteilung, Nr.88-11*, pp.137, refs.112, Bochum, Dezember 1988, (in German).
- [271] PRABUCKI, M.J.; WUNDERLICH, W.: **Numerical Simulation of the Behaviour of Saturated Sand**; *Proceedings of the International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Vol I*, p.335-342, refs.12, Innsbruck, 1988.
- [272] PRANGE, B.: **Parameters Affecting Damping Properties**; in *Prange, D. (ed.): Dynamic response and wave propagation in soils*, p.61-79, refs.9, A.A.Balkema, Rotterdam, 1978.

- [273] PRATER, E.G.: **Verflüssigung von Bodenschichten infolge von Erdbeben, /Liquefaction of Soil Layers due to Earthquakes/; Mitteilungen der Schweizerischen Gesellschaft für Boden- und Felsmechanik, no.97, p.1-8, refs.30, Bern, 1977 (in German).**
- [274] PRESS, W.H.; TEUKOLSKY, S.A.; VETTERLING, W.T.; FLANNERY, B.P.: **Numerical Recipes in C; The Art of Scientific Computing; pp.994, main refs.14, Cambridge University Press, Cambridge, 1992.**
- [275] PRÉVOST, J.H.: **Non-Linear Dynamic Response Analysis of Soil and Soil-Structure Interacting Systems; in Sêco e Pinto, P. (ed.): Soil Dynamics and Geotechnical Earthquake Engineering, A.A.Balkema, p.49-126, refs.96, Rotterdam, 1993.**
- [276] RAJU, V.R.: **Sanierung und Sicherung setzungsfließgefährdeter Kippen und Kippenböschungen, /Remediation and Stabilization of Liquefaction Susceptible Waste Dumps of Opencast Mines and Their Slopes/; in Gudehus et.al.: "Untersuchung und Sicherung setzungsfließgefährdeter Kippen", Forschungsbericht Teil I. /"Examination and Stabilization of Liquefaction Susceptible Waste Dumps of Opencast Mines", Research Report, part I/; Institut für Felsmechanik und Bodenmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, pp.42, refs.18, Karlsruhe, 1992, (unpublished, in German).**
- [277] RAJU, V.R.: **Spontane Verflüssigung lockerer granularer Körper, /Spontaneous Liquefaction of Loose Granular Bodies/; Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Nr.134, pp.98, refs.45, Karlsruhe, 1994, (in German).**
- [278] RAJU, V.R.; GUDEHUS, G.: **Compaction of Loose Sand Deposits Using Blasting; Proceedings of the XIII. ICSMFE, New Delhi, 1994, vol.III, p.1145-1150, refs.9, A.A.Balkema, Rotterdam, 1994.**
- [279] REED, S.M.; HUGHES, D.B.: **Long Term Settlement of Opencast Mine Backfills - Case Studies from the North East of England; Reclamation, Treatment and Utilization of Coal Mining Wastes, p.313-322, refs.20, A.A.Balkema, Rotterdam, 1990.**
- [280] RICHART, F.E.: **Field and Laboratory Measurements of Dynamic Soil Properties; in Prange, D. (ed.): Dynamic Response and Wave Propagation in Soils, p.3-37, refs.76, A.A.Balkema, Rotterdam, 1978.**
- [281] RICHTER, F.M.; MCKENZIE, D.: **Dynamical Models for Melt Segregation from a Deformable Matrix; Journal of Geology, vol.92(1984), p.729-740, refs.11.**
- [282] RIEHL, I.: **Partikelbewegung in stationären und instationären Strömungen, /Motion of Particles in Steady and Unsteady Flows/; Freiburger Forschungshefte, Series A, no.808, p.38-84, refs.40, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1990, (in German).**
- [283] ROESSET, J.M.; ETTOUNEY, M.M.: **Transmitting Boundaries: A Comparison; International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol.1(1977), no.-, p.151-176, refs.10.**
- [284] SACHSE, H.: **Zum zeitlichen Verlauf von Sackungen in nichtbindigen Kippen des Braunkohlentagebaus, /About the Time Behaviour of Wetting-Induced Subsidence in Waste Dumps of Opencast Coal Mines/; Bauplanung-Bautechnik, vol.42(1988), no.11, p.483-486, refs.15, (in German).**
- [285] SAMAROV, Y.L.: **Rasshirenie vzrivoj polosti v dilatansionno-plasticheskih gruntah, /Expansion of Explosion Cavities in Water-saturated Dilating Plastic Soils/; Izvestiya Akademia Nauk SSSR, Fizika Zemli, vol.19(1983), no.2, p.68-76, refs.13, (in Russian).**
- [286] SAWICKI, A.; MORLAND, L.W.: **A Mixture Model for the Compaction of Saturated Sand; Mechanics of Materials, vol.2(1983), p.203-216, refs.31.**

- [287] SCHALL, R.: **Über Druckwellen bei Sprengungen in Sand und sandigen Böden, /About Pressure-waves at Explosions in Sand and Sandy Soils/; Nobel Hefte, (1960), no.5, p.76-90, refs.5, (in German).**
- [288] SCHIFFMAN, R.L.; CHEN, A.-F.; JORDAN, J.C.: **An Analysis of Consolidation Theories; Proceedings of the ASCE, Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, vol.95(1969), no.SM1, p.285-312, refs.52.**
- [289] SCHLOSSER, F.; CORTÉ, J. F.; DORMIEUX, L.: **General Report; Proceedings of the IX. ECSMFE, Dublin, 1987, A.A.Balkema, vol.III, p.1215-1263, refs.~, Rotterdam, 1987.**
- [290] SCHÖN, J.: **Petrophysik. Physikalische Eigenschaften von Gesteinen und Mineralen, /Petrophysics. Physical Characteristics of Rocks and Minerals/; pp.405, refs.~, Akademie-Verlag, Berlin, 1983, (in German).**
- [291] SCHWAB, E.; DORMIEUX, L.: **Liquefaction due to Expansion of a Cylindrical Cavity; Proceedings of the XI. ICSMFE, San Francisco, 1985, Session 2/B, vol.II, p.1049-1053, refs.3, A.A.Balkema, Rotterdam, 1985.**
- [292] SCOTT, D.R.; STEVENSON, D.J.: **Magma Solitons; Geophysical Research Letters, vol.11(1984), no.11, p.1161-1164, refs.14.**
- [293] SCOTT, R.F.: **Solidification and Consolidation of a Liquefied Sand Column; Soils and Foundations, vol.26(1986), no.4, p.23-31, refs.13.**
- [294] SEDOV, L. I.: **Metodi podobija y razmernosti v mehanike, /Methods of Similarity and Dimensional Analysis in Mechanics/; pp.447, refs.~, Nauka, Moscow, 1957, (in Russian).**
- [295] SEED, H. B.: **Design Problems in Soil with Liquefaction; ASCE, Journal of Geotechnical Engineering, vol.113(1987), no.8., p.827-846, refs.33.**
- [296] SIKORA, Z.: **Hypoplastic Flow of Granular Materials; Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Nr.123, pp.169, refs.90, Karlsruhe, 1992.**
- [297] SIMO, J.C.; PISTER, K.S.: **Remarks on Rate Constitutive Equations for Finite Deformation Problems: Computational Implications; Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol.46(1984), no.-, p.201-215, refs.23.**
- [298] SAMAROV, Y.L.: **Expansion of explosion cavities in water-saturated dilating soils; Izvestiya Akademia Nauk SSSR, Fizika Zemli, vol.20(1984), no.10, p.26-33, refs.9.**
- [299] SMITH, W.A.: **Multigrid Solution of Transsonic Flow on Unstructured Grids; ASME, Recent Advances in Applications in Computational Fluid Dynamics, FED, p.145-152, refs.5.**
- [300] SMITH, P.D.; HETHERINGTON, J.G.: **Blast and Ballistic Loading of Structures; pp.311, refs.~, Butterworth/Heinemann Ltd, Oxford, 1994.**
- [301] SMOLTczyk, U.; HILMER, K.: **Baugrundverbesserung, /Ground Improvement/; in Smoltczyk, U. (ed.): Grundbautaschenbuch, vol.II, p.1-50, refs.115, Ernst&Sohn, Berlin 1991, (in German).**
- [302] SONG, J.; KIM, K.: **Micromechanical Modeling of the Dynamic Fracture Process During Rock Blasting; International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanical Abstracts, vol.33(1996), no.4, p.387-394, refs.11.**
- [303] SOUERS, P.C.; KURY, J.W.: **Comparison of Cylinder Data and Code Calculations for Homogeneous Explosives; Propellants, Explosives, Pyrotechnics, vol.18(1993), p.175-183, refs.33.**

- [304] SOLYMÁR, Z.V.: **Compaction of Alluvial Sands by Deep Blasting**; *Canadian Geotechnical Journal*, vol.21(1984), no.2, p.305-321, refs.9.
- [305] SOLYMÁR, Z.V.; REED, D.J.: **A Comparison of Foundation Compaction Techniques**; *Canadian Geotechnical Journal*, vol.23(1986), no.3, p.271-280, refs.10.
- [306] STEINER, H.; GRETTLER, W.: **The Propagation of Spherical and Cylindrical Shock Waves in Real Gases**; *Physics of Fluids*, vol.6(1994), no.6, p.2154-2164, refs.23.
- [307] STILLMAN, D.W.; LUM, L.; HALLQUIST, J.O.: **An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Capability for LS-DYNA3D**; *AMD-Volume 171, Advances in Numerical Simulation Techniques for Penetration and Perforation of Solids*, p.67-74, refs.12, ASME, 1993.
- [308] STOCK, U.: **Beitrag zur Modellierung des Setzungsfließens, /Supplement to the Modelling of Soil-Liquefaction/**; *Freiberger Forschungshefte, Series A*, no.791, p.40-96, refs.37, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1989, (in German).
- [309] STOKOE II, K.H.; HWANG, S.-K.; ROESSET, J.M.: **Laboratory Measurement of Small-Strain Material Damping of Soil Using a Free-Free Resonant Column**; in Savidis, S. (ed.): *Earthquake Resistant Construction and Design*, p.195-202, refs.7, A.A.Balkema, Rotterdam, 1994.
- [310] STUDER, J.; KOK, L.; TRENSE, R.W.: **Soil Liquefaction and Free Field Response - Meppen Proving Ground 1978**; *Internal Report*, refs.0, Meppen, 1978, (unpublished).
- [311] STUDER, J.; PRATER, E.G.: **An Experimental and Analytical Study of the Liquefaction of Saturated Sands under Blast Loading**; in Gudehus, G. (ed.): *Dynamical Methods in Soil and Rock Mechanics, vol.II, Plastic and Long-term Effects in Soils*, p.217-239, refs.22, A.A.Balkema, Rotterdam, 1978.
- [312] STUDER, J.; KOK, L.: **Blast-induced Excess Porewater Pressure and Liquefaction - Experience and Application**; in Pande, G.N.; Zienkiewicz, O.C. (eds.): *Proceedings of the Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading*, p.581-597, vol.II, refs.22, A.A.Balkema, Rotterdam, 1980.
- [313] ŠUKLJE, L.: **Rheological Aspects of Soil Mechanics**; pp.571, refs.~, Wiley-Interscience, Wiley & Sons, London, 1969.
- [314] SZABÓ, M.; POHL, A.: **Ermittlung von Kapillardruckkurven nach einem Schnellverfahren mittels Zentrifugen, /Determination of Suction Pressure with a Quick Method Using Centrifuges/**; *Bergakademie*, vol.22(1970), no.2, p.97-100, refs.6, (in German).
- [315] TAMÁSKOVICS, N.; FÖRSTER, W.: **Mechanismus von Verdichtungssprengungen zur Verbesserung ungünstiger Baugrundverhältnisse, I. Zwischenbericht, /Mechanism of Explosive Soil Compaction to the Improvement of Unfavourable Subsoil Conditions, I. Temporary Report/**; *Freiberg University of Mining and Technology, Institute of Geotechnics, Department of Soil Mechanics, DFG-Report Fo184/2-3*, pp.110, apx.6, refs.170, Freiberg, 1995, (in German).
- [316] TAMÁSKOVICS, N.; FÖRSTER, W.: **Verdichtungssprengungen zur Verbesserung ungünstiger Baugrundverhältnisse, /Soil Compaction Explosions to the Improvement of Unfavourable Subsoil Conditions/**; *Veröffentlichungen des Institutes für Geotechnik, TU Bergakademie Freiberg*, p.77-114, refs.46, Freiberg, 1996, (in German).
- [317] TAMÁSKOVICS, N.; FÖRSTER, W.: **Ground Improvement with Explosions**; *Proceedings of the X. Young Geotechnical Engineers' Conference, Izmir, Turkey*, pp.12, refs.14, 1996.
- [318] TAMÁSKOVICS, N.; FÖRSTER, W.: **Explosive Loading of Soils - Theory and Experiment**; *Presentation held at the Colloquium EUROMECH 366 Porous Media, Essen*, 1997.

- [319] TAMÁSKOVICS, N.; FÖRSTER, W.: **Mechanismus von Verdichtungssprengungen zur Verbesserung ungünstiger Baugrundverhältnisse, II. Zwischenbericht, /Mechanism of Explosive Soil Compaction to the Improvement of Unfavourable Subsoil Conditions, II. Temporary Report/;** *Freiberg University of Mining and Technology, Institute of Geotechnics, Department of Soil Mechanics, DFG-Report Fo184/2-3, pp.30, refs.92, Freiberg, 1997, (in German).*
- [320] TAMÁSKOVICS, N.; SCHUBERT, H.; FRIEDRICH, S.: **Kombinations-Tiefensonde und Verfahren zur gleichzeitigen Messung von Porenwasserdrücken und dynamischer Messgrößen, auch in unmittelbarer Nähe starker Initiale, /Combined Deep-Probe to Simultaneous Registration of Porewater Pressures and Dynamic Field Quantities, also Near Strong Initials/;** *Deutsches Patentamt, /German Patent Office/, Patent document Nr.: DE19748580, pp.5, claims 6, figs.2, refs.0, apx.1, München, 1998, (in German).*
- [321] TAMÁSKOVICS, N.: **Ermittlung von dynamischen Lockergesteinskennwerten aus gekoppelten Laboruntersuchungen mit dem "Frei-Frei" Resonant-Column Gerät und mit dem Triaxialgerät, /Determination of Dynamic Soil Properties from Coupled Laboratory Tests with the "Free-Free" Resonant Column Apparatus and with the Triaxial Apparatus/;** *Veröffentlichungen des Institutes für Geotechnik der Technischen Universität Bergakademie Freiberg, Heft 98-1, p.89-108, refs.9, Freiberg, 1998, (in German).*
- [322] TAMÁSKOVICS, N.: **Hypoplastic Constitutive Equation for Compressible Simple Granular Skeletons Using the Deductive Constituent Compressibility Factor;** *Veröffentlichungen des Institutes für Geotechnik der Technischen Universität Bergakademie Freiberg, Heft 99-1, p.137-154, refs.43, Freiberg, 1999.*
- [323] TAMÁSKOVICS, N.: **Arbitrary Lagrangian-Eulerian Formulation for the Conservation Equations of Multiphase Continua with Shock-Wave Discontinuities;** *Veröffentlichungen des Institutes für Geotechnik der Technischen Universität Bergakademie Freiberg, Heft 99-1, p.117-136, refs.26, Freiberg, 1999.*
- [324] TAYLOR, J.G.: **The Formation of a Blast Wave by a Very Intense Explosion. I. Theoretical Discussion;** *Proceedings of the Royal Society of London, Series A, vol.201(1950), p.159-174, refs.2.*
- [325] TAYLOR, J.G.: **The Formation of a Blast Wave by a Very Intense Explosion. II. The Atomic Bomb of 1945;** *Proceedings of the Royal Society of London, Series A, vol.201(1950), p.175-186, refs.4.*
- [326] TELFORD, W.M.; GELDART, L.P.; SHERIFF, R.E.: **Applied Geophysics;** *pp.770, refs.~, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.*
- [327] TILLER, F.M.: **Revision of Kynch Sedimentation Theory;** *American Institute of Chemical Engineers, AIChE Journal, vol.27(1981), no.9, p.823-828, refs.13.*
- [328] TOORMAN, E.A.: **Sedimentation and Self-weight Consolidation: General Unifying Theory;** *Géotechnique, vol.46(1996), no.1, p.103-113, refs.33.*
- [329] TRILLING, L.: **The Collapse and Rebound of a Gas Bubble;** *Journal of Applied Physics, vol.23(1952), no.1, p.14-17, refs.5.*
- [330] TRUESDELL, C.; TOUPIN, R.A.: **The Classical Field Theories;** *in Flügge, S. (ed.): Encyclopaedia of Physics, Volume III/1, Principles of Classical Mechanics and Field Theory, p.226-742, refs.~, Springer Verlag, Berlin, 1960.*
- [331] TRUNIN, R.F.: **Shock Compression of Condensed Materials;** *pp.167, refs.125, Cambridge University Press, Cambridge, 1998.*
- [332] UNDERWOOD, P.: **Dynamic Relaxation;** *in Belytschko, T.; Hughes, T.J.R. (eds.): Computational Methods for Transient Analysis; p.245-265, refs.51, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1983.*

- [333] URTIEW, P.A.; HAYES, B.: **Parametric Study of the Dynamic JWL-EOS for Detonation Products**; *Fizika gorenija y vzriva*, vol.27(1991), no.4, p.126-136, refs.10.
- [334] UZUOKA, R.; YASHIMA, A.; KAWAKAMI, T.; KONRAD, J.M.: **Fluid Dynamics Based Prediction of Liquefaction Induced Lateral Spreading**; *Computers and Geotechnics*, vol.22(1998), no.3/4, p.243-282, refs.38.
- [335] VALANIS, K.C.: **A Theory of Viscoplasticity without a Yield Surface**; *Archives of Mechanics*, vol.23(1971), no.4, p.517-533, refs.40.
- [336] VALANIS, K.C.; READ, H.E.: **A New Endochronic Model for Soils**; in Pande, G.N.; Zienkiewicz, O.C. (eds.): *Soil Mechanics - Transient and Cyclic Loads*, p.375-419, refs.29, John Wiley & Sons, Chichester, 1982.
- [337] VARDOULAKIS, I.; BESKOS, D.E.: **Dynamic Consolidation of Nearly Saturated Granular Media**; in Banerjee, P.K.; Butterfield, R. (eds.): *Dynamic Behaviour of Foundations and Buried Structures*, p.167-208, refs.60, Elsevier Applied Science, London, 1987.
- [338] VERSTEEG, H.K.; MALALASEKERA, W.: **An Introduction to Computational Fluid Dynamics**; pp.257, refs.151, Longman Scientific and Technical, Essex, 1995.
- [339] VEYERA, G.E.; CHARLIE, W.A.: **Shock-induced Porewater Pressure Increases in Soils**; in Beskos, D.E.; Krauthammer, Th.; Vardoulakis, I. (eds.): *Dynamic Soil-Structure Interaction*, p.139-147, refs.24, A.A.Balkema, Rotterdam, 1984.
- [340] VEYERA, G.E.; CHARLIE, W.A.: **Liquefaction of Shock Loaded Saturated Sand**; in Cakmak, A.S. (ed.): *Soil Dynamics and Soil Liquefaction*, p.205-219, refs.30, Elsevier, Amsterdam, 1987.
- [341] VOGL, W.; MARTIENSSSEN, T.: **Einsatz der digitalen Nahbereichsphotogrammetrie für kinematische Messungen bei bodenmechanischen Modellversuchen, /Application of the Near-Range Photogrammetry in Soil Mechanics Model Experiments**; *Zeitschrift für Photogrammetrie und Fernerkundung*, vol.63(1995), no.5, p.208-213, refs.7, (in German).
- [342] WALDEN, F.: **Stoßwellen in staubbeladenen Gasen, /Shock-waves in Dust-charged Gases**; *Freiberger Forschungshefte, Series A*, no.808, p.6-37, refs.23, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 1990, (in German).
- [343] WANG, C.C.: **A New Representation Theorem for Isotropic Functions. Part I: Scalar Valued Isotropic Functions, Part II: Vector Valued Isotropic Functions, Symmetric Tensor-Valued Isotropic Functions, and Skew-Symmetric Tensor-Valued Isotropic Functions**; *Archives of Rational Mechanics and Analysis*, vol.36(1970), p.166-223, refs.2.
- [344] WANG, J.; GADALA, M.S.: **Formulation and survey of ALE method in non-linear solid mechanics**; *Finite Elements in Analysis and Design*, vol.24(1997), no.-, p.253-269, refs.40.
- [345] WARBOLD, U.; KUNTZE, W.: **Sicherung böschungsnaher, setzungsfließgefährdeter Kippenbereiche an Tagebau-Restseen, /Securing of Liquefaction Susceptible Areas of Waste Dumps near the Shore of Lakes in Residual Pits**; *Vorträge der Baugrundtagung, Köln, 1994*, p.331-348, refs.11, Deutsche Gesellschaft für Geotechnik e.V., Essen, 1994, (in German).
- [346] WHEEL, M.A.: **Applying the Finite Volume Approach to Structural Analysis**; in: Atluri, S.N.; O'Donoghue (eds.): *Modelling and Simulation Based Engineering*, vol.1, p.229-234, refs.6, Tech Science Press, Palmdale, 1998.
- [347] WILKINS, M.L.: **Use of Artificial Viscosity in Multidimensional Fluid Dynamic Calculations**; *Journal of Computational Physics*, vol.36(1980), p.281-303, refs.15.
- [348] WŁODARCZYK, E.: **Plane Expansion of Real Detonation Products, Closed Form Solutions**; *Journal of Technical Physics*, vol.25(1984), no.3-4, p.367-392, refs.37.

- [349] WLODARCZYK, E.: **Concentrated Explosion in Water Saturated Soil, Part I: Analytic Solution of the Problem**; *Journal of Technical Physics*, vol.28(1987), no.3, p.221-241, refs.32.
- [350] VON WOLFFERSDORFF, P.A.: **A Hypoplastic Relation for Granular Materials with a Predefined Limit State Surface**; *Mechanics of Cohesive Frictional Materials*, vol.1(1996), p.251-271, refs.26.
- [351] VON WOLFFERSDORFF, P.A.: **Verformungsprognosen für Stützkonstruktionen, /Deformation Prognoses for Stabilizing Constructions/**; *Gudehus, G.; Natau, O. (eds.): Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Nr.141*, pp.176, refs.89, apx.2, (in German).
- [352] WOODS, R.D.: **Parameters Affecting Elastic Properties**; in *Prange, D. (ed.): Dynamic response and wave propagation in soils*, p.37-60, refs.26, A.A.Balkema, Rotterdam, 1978.
- [353] WU, W.; KOLYMBAS, D.: **Numerical Testing of the Stability Criterion for Hypoplastic Constitutive Equations**; *Mechanics of Materials*, vol.17(1990), no.9, p.245-253, refs.13.
- [354] WU, W.; SIKORA, Z.: **Localized Bifurcation in Hypoplasticity**; *International Journal of Engineering Sciences*, vol.29(1991), no.2, p.195-201, refs.19.
- [355] WU, W.: **Hypoplastizität als mathematisches Modell zum mechanischen Verhalten granularer Stoffe, /Hypoplasticity as a Mathematical Model for the Mechanical Behaviour of Granular Media/**; *Veröffentlichungen des Institutes für Bodenmechanik und Felsmechanik der Universität Fridericiana in Karlsruhe, Nr.129*, pp.145, refs.106, 1992, (in German).
- [356] WU, W.; BAUER, E.; KOLYMBAS, D.: **Hypoplastic Constitutive Model with Critical State for Granular Materials**; *Mechanics of Materials*, vol.23(1996), p.45-69, refs.62.
- [357] YAGAWA, G.; OHTSUBO, H.; TAKEDA, H.; TOI, Y.; AIZAWA, T.; IKUSHIMA, T.: **A Round Robin on Numerical Analyses for Impact Problems**; *Nuclear Engineering and Design*, vol.78(1984), p.377-387, refs.10.
- [358] YAMADA, T.; KIKUCHI, F.: **An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method for Incompressible Hyperelasticity**; *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol.102(1993), p.149-177, refs.12.
- [359] YAMAMURO, J.A.; LADE, P.V.: **Drained Sand Behaviour in Axisymmetric Tests at High Pressures**; *ASCE, Journal of Geotechnical Engineering*, vol.122(1996), no.2, p.109-119, refs.19.
- [360] YAMAMURO, J.A.; BOPP, P.A.; LADE, P.V.: **One-dimensional Compression of Sands at High Pressures**; *ASCE, Journal of Geotechnical Engineering*, vol.122(1996), no.2, p.147-154, refs.15.
- [361] YU, H.S.; HOULSBY, G.T.: **Finite Cavity Expansion in Dilatant Soils: Loading Analysis**; *Géotechnique*, vol.41(1991), no.2, p.173-183, refs.20.
- [362] ZIENKIEWICZ, O.C.; HUMPHESON, C.; LEWIS, R.W.: **A Unified Approach to Soil Mechanics Problems (Including Plasticity and Viscoplasticity)**; in *Gudehus, G. (ed.): Finite Elements in Geomechanics*, p.151-178, refs.9, John Wiley & Sons, London, 1977.
- [363] ZIENKIEWICZ, O.C.; CHAN, A.H.C.; PASTOR, M.; SHIOMI, T.: **Computational Approach to Soil Dynamics**; in *Cakmak, A.S. (ed.): Soil Dynamics and Soil Liquefaction*, p.3-19, refs.23, Elsevier, Amsterdam, 1987.

Symbolverzeichnis

Index:	Bedeutung:
<i>aa f</i>	Anti-Aliasing-Filter
<i>act</i>	aktiv
<i>amp</i>	Verstärker
<i>apt</i>	Apparatur
<i>avg</i>	Mittelwert
<i>cmp</i>	Verdichtung
<i>dst</i>	Verzerrung
<i>eig</i>	Eigen-
<i>geo</i>	Geometrie
<i>gep</i>	Gasförmige Explosionsprodukte
<i>grv</i>	Gravimetrie
<i>lmt</i>	Grenzwert
<i>lqf</i>	Verflüssigung
<i>lwr</i>	untere
<i>max</i>	Maximum
<i>min</i>	Minimum
<i>msm</i>	Mess-, Messung
<i>pls</i>	Pulsation
<i>pm</i>	Poröses Medium
<i>pst</i>	Positionierung
<i>psv</i>	passiv
<i>r f c</i>	Referenz
<i>rsd</i>	residual
<i>rsn</i>	Resonanz
<i>smp</i>	Abtastung
<i>spc</i>	spezifisch
<i>stm</i>	Einschwingen
<i>str</i>	Sättigung
<i>thr</i>	theoretisch
<i>tpm</i>	Poröses Medium mit drei Phasen
<i>upr</i>	obere
Akzent:	Bedeutung:
$(\dots)'$	Die gekennzeichnete Größe ist eine Hilfs- oder Ersatzgröße
(\dots)	Die gekennzeichnete Größe ist dem arbiträren Bezugssystem zugeordnet
(\dots)	Die gekennzeichnete Größe ist den Bedingungen eines Ähnlichkeitsmodells zugeordnet
(\dots)	Die gekennzeichnete Größe ist normiert
(\dots)	Die gekennzeichnete Größe erfasst einen Zuwachs aus einem Interaktionseffekt
$(\hat{\dots}), (\overset{\sim}{\dots}), (\tilde{\dots})$	Die gekennzeichnete Größe ist dem Koordinatensystem einer Zwischenkonfiguration zugeordnet (Akzent über dem Phasenbezeichner)

Operator:	Bedeutung:
$\frac{D}{dt} (\dots), \overset{\bullet}{(\dots)}$	Materielle Zeitableitung nach der baryzentrischen materiellen Koordinate des Gemisches
$\frac{D_\alpha}{dt} (\dots), \overset{\bullet}{(\dots)}^\alpha$	Materielle Zeitableitung nach der Bewegung der Phase α
$\frac{\Delta_\alpha}{dt} (\dots), \overset{\Delta}{(\dots)}^\alpha$	Physikalisch objektive materielle Zeitableitung nach der Bewegung der Phase α
$\frac{\delta}{dt} (\dots), \overset{\delta}{(\dots)}$	Zeitableitung nach der Bewegung des arbiträren Bezugssystems
$\frac{\partial}{\partial t} (\dots), \overset{\partial}{(\dots)}, (\dots)$	Lokale Zeitableitung, partielle Zeitableitung
∇_*	Nabla-Operator eines beliebigen Koordinatensystems
$\nabla_{\mathbf{r}}$	Nabla-Operator des räumlichen Koordinatensystems
∇_ρ	Nabla-Operator des baryzentrischen materiellen Koordinatensystems des Gemisches
∇_{ρ_α}	Nabla-Operator des materiellen Koordinatensystems der Phase α
$\nabla_{\hat{\mathbf{i}}_\alpha}$	Nabla-Operator des Koordinatensystems der Zwischenkonfiguration der Phase α
$\nabla_{\hat{\rho}}$	Nabla-Operator des arbiträren Koordinatensystems
$i^\tau \xi$	Zentraler Einflussfaktor der Gradientenapproximation im geometrischen Diskretisierungsschema der Finite-Volumen-Approximation zum diskreten Zeitpunkt τ
$ij^\tau \zeta$	Räumlicher Einflussfaktor der Gradientenapproximation im geometrischen Diskretisierungsschema der Finite-Volumen-Approximation zum diskreten Zeitpunkt τ
$\ (\dots)\ $	EUKLIDISCHE Norm eines Tensors zweiter Stufe
$\text{tr}(\dots)$	Spur eines Tensors zweiter Stufe
$\det(\dots)$	Determinante eines Tensors zweiter Stufe
*	Beliebige tensorielle Operation
kein Operator	Tensorielles Produkt (mit Anwendung der Summationskonvention)
\times	Vektorielles Produkt (mit Anwendung der Summationskonvention), Übertrag der Multiplikation zwischen Zeilen in langen, skalaren Formelausdrücken
$\cdot, \dots, \dots, \dots$	Skalarprodukt (mit Anwendung der Summationskonvention) - die Anzahl kontrahierter Indizes entspricht der Anzahl der Operatorsymbole (\cdot)
\bullet	Symbolisches volles Skalarprodukt (mit Anwendung der Summationskonvention auf die Elemente des symbolischen Vektors)
\circ	Symbolisches tensorielles Produkt (ohne Anwendung der Summationskonvention auf die Elemente des symbolischen Vektors)
\otimes	Symbolisches vektorielltes Produkt (ohne Anwendung der Summationskonvention auf die Elemente des symbolischen Vektors)
\odot	Symbolisches Skalarprodukt (ohne Anwendung der Summationskonvention auf die Elemente des symbolischen Vektors)
$\Delta(\dots)$	Differenzwert
$\min(\dots)$	Minimaler Wert
$\max(\dots)$	Maximaler Wert
$\mathfrak{P}(\mathfrak{X})$	Wahrscheinlichkeit des stochastischen Ereignisses \mathfrak{X}
$(\phi_{min} \dots \phi_{max})$	Wertebereich der Größe ϕ (Bereichsoperator)
$(\phi_1; \phi_2; \dots; \phi_3)$	Auflistung von gegebenen Werten der physikalischen Größe ϕ
\sum	Summe
\prod	Produkt
Symbol:	Bedeutung:
α, \mathbf{A}	
α	Phasenbezeichner ; in allen folgenden Größen $\alpha = s$ für Feststoff-, $\alpha = f$ für Fluid- und $\alpha = g$ für Gasphase
α_{ϕ_a}	Maßstabsfaktor der physikalischen Größe ϕ_a , die der Dimensionsbasis angehört
α_ρ	Maßstabsfaktor der Dichtetransformation
<i>Fortsetzung ...</i>	

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
α^\ominus	Konstitutive Funktion der Wärmeleitung im Gemisch
$\alpha_{\mathbf{r}}$	Maßstabsfaktor der Längentransformation
α_s	Pyknotropieexponent des porösen Feststoffkorngerüsts
$\alpha_{\mathbf{T}}$	Maßstabsfaktor der Spannungstransformation
β, \mathbf{B}	
β	Phasenbezeichner einer alternativen Phase $\beta \neq \alpha$
β	Verdichtungsmaß
β_{ϕ_b}	Maßstabsfaktor der physikalischen Größe ϕ_b , die der Dimensionsbasis nicht angehört
β_{ϕ_0}	Maßstabsfaktor der physikalischen Zielgröße ϕ_0 des modellierten Prozesses
$\beta_f^\ominus, \beta_g^\ominus$	Konstitutive Funktion der Wärmeübertragung im Gemisch
β_s	Pyknotropieexponent des porösen Feststoffkorngerüsts
γ, Γ	
γ_α	GRÜNEISENSches Gamma der Phase α
γ_K, γ^L	Kovariantes sowie kontravariantes Basisvektorsystem des materiellen Koordinatensystems
$\tilde{\gamma}_K, \tilde{\gamma}^L$	Kovariantes sowie kontravariantes Basisvektorsystem des arbiträren Koordinatensystems
Γ, Γ'	Beliebiges, dem Gemisch zugeordnetes Beobachtungsgebiet
$\Gamma_\alpha, \Gamma'_\alpha$	Beliebiges, der Phase α zugeordnetes Beobachtungsgebiet
Γ^-	Anteil eines beliebigen Beobachtungsgebietes Γ vor der Stoßwellenfront
Γ^+	Anteil eines beliebigen Beobachtungsgebietes Γ hinter der Stoßwellenfront
Γ_α^-	Anteil eines beliebigen, der Phase α zugeordneten Beobachtungsgebietes Γ_α vor der Stoßwellenfront
Γ_α^+	Anteil eines beliebigen, der Phase α zugeordneten Beobachtungsgebietes Γ_α hinter der Stoßwellenfront
δ, Δ	
δ_α	Dichteverhältnis der Phase α
δ_e	Dichteverhältnis des Sprengstoffes
δ_q^p	KRONECKERSches Symbol
$\Delta_{v,msm}$	Dämpfung des Partikelgeschwindigkeitsaufnehmers
$\epsilon, \varepsilon, \mathbf{E}$	
ϵ, ϵ'	Spezifische innere Energie des Gemisches
ϵ_I	Innerer Anteil der spezifischen inneren Energie des Gemisches
ϵ_α	Spezifische innere Energie der Phase α
$\dot{\epsilon}_\alpha$	Lokaler Zuwachs der spezifischen inneren Energie der Phase α durch Interaktion von Phasen im Gemisch
$\varepsilon_{\alpha,C}, (\xi_{\alpha,C})$	Longitudinaldeformation der Phase α (unter Modellbedingungen)
$\varepsilon_{\alpha,S}, (\xi_{\alpha,S})$	Transversaldeformation der Phase α (unter Modellbedingungen)
$\varepsilon_{\alpha,SH}, (\xi_{\alpha,SH})$	Horizontal polarisierte Transversaldeformation der Phase α (unter Modellbedingungen)
$\varepsilon_{\alpha,SV}, (\xi_{\alpha,SV})$	Vertikal polarisierte Transversaldeformation der Phase α (unter Modellbedingungen)
$\varepsilon_{\alpha,C,k}, (\xi_{\alpha,C,k})$	Longitudinaldeformation der Phase α (unter Modellbedingungen) bei der Pulsation $n_{pls} = k$ des Schwadenhohlraumes
$\varepsilon_{\alpha,S,k}, (\xi_{\alpha,S,k})$	Transversaldeformation der Phase α (unter Modellbedingungen) bei der Pulsation $n_{pls} = k$ des Schwadenhohlraumes
$\varepsilon_{\alpha,SH,k}, (\xi_{\alpha,SH,k})$	Horizontal polarisierte Transversaldeformation der Phase α (unter Modellbedingungen) bei der Pulsation $n_{pls} = k$ des Schwadenhohlraumes
$\varepsilon_{\alpha,SV,k}, (\xi_{\alpha,SV,k})$	Vertikal polarisierte Transversaldeformation der Phase α (unter Modellbedingungen) bei der Pulsation $n_{pls} = k$ des Schwadenhohlraumes
Fortsetzung ...	

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
$\varepsilon_C, (\tilde{\varepsilon}_C)$	Longitudinaldeformation im Gemisch (unter Modellbedingungen)
$\varepsilon_S, (\tilde{\varepsilon}_S)$	Transversaldeformation im Gemisch (unter Modellbedingungen)
$\varepsilon_{C,lm\tau}$	Grenzwert der Longitudinaldeformation im Gemisch
$\varepsilon_{S,lm\tau}$	Grenzwert der Transversaldeformation im Gemisch
$\varepsilon_{v,w}, (\tilde{\varepsilon}_{v,w})$	Vertikaldeformation infolge Sättigung des Feststoffes /Sackungsmaß/ (unter Modellbedingungen)
ζ, Z	
ζ	Viskosität
$\zeta_{\alpha,0}^v, \zeta_{\alpha,1}^v, \zeta_{\alpha,2}^v$	Konstitutive Funktionen der künstlichen Viskosität
$\tau_{ij} \zeta$	Räumlicher Einflussfaktor des diskreten Differentialoperators in der Finite-Volumen-Approximation zum diskreten Zeitpunkt τ
η, H	
η_e	Spezifische Entropie der Schwadengase
η_α	Spezifische Entropie der Phase α
θ, Θ	
ϑ_s, θ_s	Charakteristische Winkel der hypoplastischen konstitutiven Gleichung (induktive Evolutionsgleichung der Extraspannung im porösen Feststoffkorngerüst)
Θ	Temperatur des Gemisches
Θ_α	Temperatur der Phase α
Θ_a	Lufttemperatur
Θ_e	Temperatur der Schwadengase
κ, K	
κ^α	Isentropenexponent der Phase α
κ_α	Polytropenexponent der Phase α
$\kappa_{\alpha R}$	LAGRANGEScher Multiplikator der zusätzlichen Zwangsbedingung aus der Inkompressibilität der Phase α
κ^e	Isentropenexponent des Sprengstoffes bei der Expansion der Schwadengase
κ_{CJ}^e	Isentropenexponent des Sprengstoffes am CHAPMAN-JOUGET Punkt
κ_s	Exponent der isotropen Kompression im porösen Feststoffkorngerüst
λ, Λ	
λ	Beliebiger positiver Skalar, Parametervariable der Integration
$\Lambda_{\alpha R}$	Kompressibilitätsfaktor der Phase α
μ, M	
μ	Dynamische Viskosität
$\mu_{a,b}$	Exponent der Dimensionstransformation
$\mu_{\rho,b}$	Exponent der Dimensionstransformation zur Basisdimension <i>Dichte</i>
μ_ϕ	Stochastischer Erwartungswert der physikalischen Größe ϕ
$\mu_{r,b}$	Exponent der Dimensionstransformation zur Basisdimension <i>Länge</i>
$\mu_{T,b}$	Exponent der Dimensionstransformation zur Basisdimension <i>Spannung</i>
μ_α	Dynamische Viskosität der Phase α
ν, N	
ν	Symmetriexponent
$\tilde{\nu}_\alpha$	Konvektive Geschwindigkeit der Phase α
ξ, Ξ	
$\tau_i \xi$	Zentraler Einflussfaktor des diskreten Differentialoperators in der Finite-Volumen-Approximation zum diskreten Zeitpunkt τ
o, O	
-	
Fortsetzung ...	

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
π, Π	
π	LAGRANGEScher Multiplikator zur Bedingung der Volumenerhaltung
$\pi_{\alpha R}, \pi_{\alpha R}$	LAGRANGESche Multiplikatoren aus der mikroskopischen Deformationen des wahren Materials der Phase α auf makroskopischer Ebene mit einer dem Kontext entsprechenden tensoriellen Ordnung
$\Pi_{\phi_0}, (\check{\Pi}_{\phi_0})$	Dimensionsloser Faktor der Zielgröße ϕ_0 eines Prototypvorganges (der Zielgröße $\check{\phi}_0$ eines Modellvorganges)
$\Pi_{\phi_b}, (\check{\Pi}_{\phi_b})$	Dimensionsloser Faktor der physikalischen Größe ϕ_b eines Prototypvorganges (der physikalischen Größe $\check{\phi}_b$ eines Modellvorganges)
Π_c	Dimensionslose Π -Größe der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Stoßwelle
Π_t	Dimensionslose Π -Größe der Zeit
Π_a	Dimensionslose Π -Größe der Beschleunigung, (".") beliebiger Index)
Π_p	Dimensionslose Π -Größe des Druckes, (".") beliebiger Index)
Π_r	Dimensionslose Π -Größe der räumlichen Koordinate, (".") beliebiger Index)
Π_u	Dimensionslose Π -Größe der Verschiebung, (".") beliebiger Index)
Π_v	Dimensionslose Π -Größe der Geschwindigkeit, (".") beliebiger Index)
ρ, ϱ, \tilde{P}	
ρ	Parametervariable der Integration über die baryzentrische materielle Koordinate des Gemisches
$\boldsymbol{\rho}$	Ortsvektor des baryzentrischen materiellen Koordinatensystems des Gemisches
$\boldsymbol{\rho}_\alpha$	Ortsvektor des materiellen Koordinatensystems der Phase α
$\boldsymbol{\rho}_\beta$	Ortsvektor des materiellen Koordinatensystems der Phase β
$\hat{\boldsymbol{\rho}}$	Ortsvektor des arbiträren Koordinatensystems
$\tilde{\boldsymbol{\rho}}_\alpha$	Bewegungsfunktion des arbiträren Koordinatensystems bezogen auf das materielle Koordinatensystem der Phase α
$\tilde{\boldsymbol{\rho}}_{L\beta}$	Gesamtheit von Ortsvektoren im arbiträren Koordinatensystem zur Verfolgung von materiellen Punkten der Phase β
$\tilde{\boldsymbol{\rho}}_L$	Gesamtheit von Ortsvektoren im arbiträren Koordinatensystem zur Verfolgung des Zustandes von Punkten, die sich mit der baryzentrischen Geschwindigkeit des Gemisches bewegen
$\tilde{\boldsymbol{\rho}}_E$	Gesamtheit von Ortsvektoren im arbiträren Koordinatensystem zur Verfolgung des Zustandes räumlich fester Punkte
$\varrho, (\check{\varrho})$	Dichte des Gemisches (unter Modellbedingungen)
${}_j\varrho, ({}_j\check{\varrho})$	Dichte des Gemisches in dem zum geometrischen Diskretisierungspunkt j zugeordneten finiten Volumenelement (unter Modellbedingungen)
ϱ_0	Dichte des Gemisches im unverdichteten Bereich vor der Stoßwelle
ϱ_1	Dichte des Gemisches im verdichteten Bereich hinter der Stoßwelle
$\varrho^\alpha, (\check{\varrho}^\alpha)$	Wahre Dichte der Phase α (unter Modellbedingungen)
ϱ_0^α	Referenzwert der wahren Dichte der Phase α , ermittelt unter Normalbedingungen
$\varrho_{0\alpha}^\alpha$	Wahre Dichte der Phase α in der Anfangskonfiguration der Phase α
$\varrho_\alpha, (\check{\varrho}_\alpha)$	Partielle Dichte der Phase α (unter Modellbedingungen)
$\varrho_{\alpha,0}$	Partielle Dichte der Phase α im Ausgangszustand
$\hat{\varrho}_\alpha$	Massenzuwachs der Phase α durch Interaktion von Phasen im Gemisch
ϱ_e	Dichte des Sprengstoffes während der Expansion der Schwadengase
$\varrho_{e,0}$	Dichte des Sprengstoffes vor der Detonation
ϱ_{rfc}	Referenzdichte
$\varrho_{s,E,avg}, (\check{\varrho}_{s,E,avg})$	Durchschnittswert der partiellen Dichte des Feststoffes /Trockendichte des Lockergesteins/ nach dem Einbau (unter Modellbedingungen)
$\varrho_{str,f}$	Dichte des Lockergesteins (des Gemisches) bei voller Fluidsättigung ($s = 1$)

Fortsetzung ...

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
$\sigma, \varsigma, \Sigma$	
$\Sigma(t), \Sigma^1(t), \Sigma^m(t)$	Stoßwellenfrontflächen
$\Sigma_\alpha(t)$	Der Phase α zugeordnete Teilfläche der Stoßwellenfrontfläche $\Sigma(t)$
$\varsigma_{a,msm}$	Übertragungsfaktor des Partikelbeschleunigungsaufnehmers
$\varsigma_{v,msm}$	Übertragungsfaktor des Partikelgeschwindigkeitsaufnehmers
$\varsigma_{p,msm}$	Übertragungsfaktor des Porendruckaufnehmers
τ, T	
τ	Zeitvariable, diskreter Zeitpunkt
v, Υ	
v	Numerische Genauigkeit
$v_{a,msm}$	Messfehler des Partikelbeschleunigungsaufnehmers
$v_{p,msm}$	Messfehler des Porendruckaufnehmers
$v_{v,dst}$	Verzerrungsfehler des Partikelgeschwindigkeitsaufnehmers
$v_{grv,apt}, (\check{v}_{grv,apt})$	Auflösung des Gravimeters bei den gravimetrischen Messungen (unter Modellbedingungen)
$v_{h,geo}, (\check{v}_{h,geo})$	Geometrische Genauigkeit des geodätischen Messsystems im Grundriss /horizontal/ (unter Modellbedingungen)
$v_{h,geo,pst}, (\check{v}_{h,geo,pst})$	Geometrische Genauigkeit der horizontalen Positionierung (unter Modellbedingungen)
$v_{v,geo}, (\check{v}_{v,geo})$	Geometrische Genauigkeit des geodätischen Messsystems in der Höhenmessung /vertikal/ (unter Modellbedingungen)
$v_{v,geo,pst}, (\check{v}_{v,geo,pst})$	Geometrische Genauigkeit der vertikalen Positionierung (unter Modellbedingungen)
Υ_p	Empirische Funktion zur Erfassung der sprenginduzierten Porendruckänderung
Υ_u	Empirische Funktion zur Erfassung der sprenginduzierten Vertikalverschiebungen der Oberfläche (Setzungen)
ϕ, φ, Φ	
$\phi, (\check{\phi})$	Beliebige physikalische Größe des Gemisches (unter Modellbedingungen)
ϕ^+	Beliebige physikalische Größe des Gemisches hinter der Stoßwellenfront
ϕ^-	Beliebige physikalische Größe des Gemisches vor der Stoßwellenfront
ϕ_i	Beliebige physikalische Größe des Prototypprozesses
ϕ_a	Beliebige physikalische Größe des Prototypprozesses, die der gewählten Dimensionsbasis angehört
ϕ_b	Beliebige physikalische Größe des Prototypprozesses, die der gewählten Dimensionsbasis nicht angehört
$\varphi_{s,c}$	Reibungswinkel des porösen Feststoffkorngerüsts im residualen Zustand
$\varphi_{s,p}$	Bruchreibungswinkel des porösen Feststoffkorngerüsts
ϕ_i	Beliebige physikalische Größe des Modellprozesses
ϕ_a	Beliebige physikalische Größe des Modellprozesses, die der gewählten Dimensionsbasis angehört
$\check{\phi}_b$	Beliebige physikalische Größe des Modellprozesses, die der gewählten Dimensionsbasis nicht angehört
ϕ^*	Eine dem arbiträren Koordinatensystem zugeordnete beliebige physikalische Größe des Gemisches
ϕ^{**}	Eine dem materiellen Koordinatensystem zugeordnete beliebige physikalische Größe des Gemisches
ϕ_α	Eine dem räumlichen Koordinatensystem zugeordnete beliebige physikalische Größe der Phase α
$\phi_{\check{\alpha}}, \phi_{\check{\alpha}}, \phi_{\check{\alpha}}$	Physikalische Größe der Phase α , die einer Zwischenkonfiguration zugeordnet ist
ϕ_α^*	Eine dem arbiträren Koordinatensystem zugeordnete beliebige physikalische Größe der Phase α

Fortsetzung ...

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
ϕ_{α}^{**}	Eine dem materiellen Koordinatensystem zugeordnete beliebige physikalische Größe der Phase α
ϕ_{α}^{+}	Beliebige physikalische Größe der Phase α hinter der Stoßwellenfront
ϕ_{α}^{-}	Beliebige physikalische Größe der Phase α vor der Stoßwellenfront
ϕ_{avg}	Durchschnittswert der physikalischen Größe ϕ
$\phi_{min}, (\phi_{min})$	Minimalwert der physikalischen Größe ϕ (unter Modellbedingungen)
$\phi_{max}, (\phi_{max})$	Maximalwert der physikalischen Größe ϕ (unter Modellbedingungen)
$\Phi, (\check{\Phi})$	Antwortfunktion eines Prototypprozesses (eines Modellprozesses)
$\Phi_{II}, (\check{\Phi}_{II})$	Dimensionsreine Antwortfunktion eines Prototypprozesses (eines Modellprozesses)
χ, \mathbf{X}	
χ^K, χ_L	Kovariante und kontravariante Ortsvektorkomponenten des materiellen Koordinatensystems
$\tilde{\chi}^K, \tilde{\chi}_L$	Kovariante und kontravariante Ortsvektorkomponenten des arbiträren Koordinatensystems
ψ, Ψ	
ψ	HELMHOLTZsche freie Energie
ψ_{α}	HELMHOLTZsche freie Energie der Phase α
ω, Ω	
ω_0	Substitutionsvariable bei der Lösung des eindimensionalen Problems
ω_e	Sprengstoffspezifischer Kalibrationskennwert der JWL-Zustandsgleichung
Ω	Geschlossene Oberfläche des beliebigen, dem Gemisch zugeordneten Beobachtungsgebietes Γ
Ω_{α}	Geschlossene Oberfläche des beliebigen, der Phase α zugeordneten Beobachtungsgebietes Γ_{α}
Ω^{-}	Anteil der Oberfläche eines beliebigen Beobachtungsgebietes Γ^{-} vor der Stoßwellenfront
Ω^{+}	Anteil der Oberfläche eines beliebigen Beobachtungsgebietes Γ^{+} hinter der Stoßwellenfront
Ω_{α}^{-}	Anteil der Oberfläche eines beliebigen, der Phase α zugeordneten Beobachtungsgebietes Γ_{α}^{-} vor der Stoßwellenfront
Ω_{α}^{+}	Anteil der Oberfläche eines beliebigen, der Phase α zugeordneten Beobachtungsgebietes Γ_{α}^{+} hinter der Stoßwellenfront
1	
1	Diagonaler Einheitstensor zweiter Ordnung
\mathbf{a}, \mathbf{A}	
a_{α}	Materialspezifische Volumenkorrektur der GRÜNEISENSchen Gamma der Phase α
\mathbf{a}, a_i	Radiale Komponente der baryzentrischen Beschleunigung des Gemisches, ("." beliebiger Index)
\mathbf{a}^*, a_i^*	Dimensionslose radiale Komponente der baryzentrischen Beschleunigung des Gemisches, ("." beliebiger Index)
a_{msm}	Messbereich des Partikelbeschleunigungsaufnehmers
\mathbf{a}	Baryzentrische Beschleunigung des Gemisches
\mathbf{a}_{α}	Beschleunigung der Phase α
A_e	Sprengstoffspezifischer Kalibrationskennwert der JWL-Zustandsgleichung
A	Fläche
${}_{\tau}^i A$	Geschlossene Oberfläche des zum geometrischen Diskretisierungspunkt i zugeordneten finiten Volumens zum diskreten Zeitpunkt τ
A_{α}	Fläche der Phase α
$A_{\rho}, (\check{A}_{\rho})$	Kennwert der Approximationsfunktion der Dichteänderung (unter Modellbedingungen)
Fortsetzung ...	

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
$A_g, (\check{A}_g)$	Kennwert der Approximationsfunktion der Schwereänderung infolge Sprengung (unter Modellbedingungen)
$A_{u,v}, (\check{A}_{u,v})$	Kennwert der Approximationsfunktion der Vertikalverschiebungen (unter Modellbedingungen)
b , B	
$b_{\alpha,l}, b_{\alpha,q}, b_{\alpha,d}, b_{\alpha,s}$	Kalibrationskennwerte der künstlichen Viskosität für die Phase α
\mathbf{b}, \mathbf{b}'	Spezifischer Kraftflussvektor aus der Wirkung äußerer Kräfte auf das Gemisch
\mathbf{b}_α	Spezifischer Kraftflussvektor aus der Wirkung äußerer Kräfte auf die Phase α
B_e	Sprengstoffspezifischer Kalibrationskennwert der JWL-Zustandsgleichung
$B, (\check{B})$	Breite (unter Modellbedingungen)
$B_\rho, (\check{B}_\rho)$	Kennwert der Approximationsfunktion der Dichteänderung (unter Modellbedingungen)
$B_g, (\check{B}_g)$	Kennwert der Approximationsfunktion der Schwereänderung infolge Sprengung (unter Modellbedingungen)
$B_{u,v}, (\check{B}_{u,v})$	Kennwert der Approximationsfunktion der Vertikalverschiebungen (unter Modellbedingungen)
\mathbf{B}_α	Linker CAUCHY-GREENScher Deformationstensor der Phase α
$\mathbf{B}_{\alpha N}$	Linker CAUCHY-GREENScher Deformationstensor der Deformationen aus der Änderung der Volumenfraktion der Phase α
$\mathbf{B}_{\alpha R}$	Linker CAUCHY-GREENScher Deformationstensor mikroskopischer Deformationen des wahren Materials der Phase α
c , C	
\mathfrak{c}	Statistisches Konfidenzniveau
$c, (\check{c})$	Betrag der Stoßwellengeschwindigkeit (unter Modellbedingungen), Radiale Komponente der Stoßwellengeschwindigkeit
c^*	Dimensionsloser Betrag der Stoßwellengeschwindigkeit
$c_{\alpha,0}$	Referenzwert der Ausbreitungsgeschwindigkeit isentroper Störungen in der Phase α , ermittelt unter Normalbedingungen
$c_C, (\check{c}_C)$	Ausbreitungsgeschwindigkeit von Longitudinalwellen im Gemisch (unter Modellbedingungen)
$c_S, (\check{c}_S)$	Ausbreitungsgeschwindigkeit von Transversalwellen im Gemisch (unter Modellbedingungen)
$c_{SH}, (\check{c}_{SH})$	Ausbreitungsgeschwindigkeit von horizontal polarisierten Transversalwellen im Gemisch (unter Modellbedingungen)
$c_{SV}, (\check{c}_{SV})$	Ausbreitungsgeschwindigkeit von vertikal polarisierten Transversalwellen im Gemisch (unter Modellbedingungen)
$c_{\alpha,C}, (\check{c}_{\alpha,C})$	Ausbreitungsgeschwindigkeit von Longitudinalwellen in der Phase α (unter Modellbedingungen)
$c_{\alpha,S}, (\check{c}_{\alpha,S})$	Ausbreitungsgeschwindigkeit von Transversalwellen in der Phase α (unter Modellbedingungen)
$c_{\alpha,SH}, (\check{c}_{\alpha,SH})$	Ausbreitungsgeschwindigkeit von horizontal polarisierten Transversalwellen in der Phase α (unter Modellbedingungen)
$c_{\alpha,SV}, (\check{c}_{\alpha,SV})$	Ausbreitungsgeschwindigkeit von vertikal polarisierten Transversalwellen in der Phase α (unter Modellbedingungen)
$c_{\alpha,C,k}, (\check{c}_{\alpha,C,k})$	Ausbreitungsgeschwindigkeit von Longitudinalwellen in der Phase α (unter Modellbedingungen) bei der Pulsation $n_{pls} = k$ des Schwadenhohlraumes
$c_{\alpha,S,k}, (\check{c}_{\alpha,S,k})$	Ausbreitungsgeschwindigkeit von Transversalwellen in der Phase α (unter Modellbedingungen) bei der Pulsation $n_{pls} = k$ des Schwadenhohlraumes
$c_{\alpha,SH,k}, (\check{c}_{\alpha,SH,k})$	Ausbreitungsgeschwindigkeit von horizontal polarisierten Transversalwellen in der Phase α (unter Modellbedingungen) bei der Pulsation $n_{pls} = k$ des Schwadenhohlraumes
$c_{\alpha,SV,k}, (\check{c}_{\alpha,SV,k})$	Ausbreitungsgeschwindigkeit von vertikal polarisierten Transversalwellen in der Phase α (unter Modellbedingungen) bei der Pulsation $n_{pls} = k$ des Schwadenhohlraumes
Fortsetzung ...	

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
$c_{\alpha,C,k,avg}, (\check{c}_{\alpha,C,k,avg})$	Durchschnittswert der Ausbreitungsgeschwindigkeit von Longitudinalwellen in der Phase α (unter Modellbedingungen) bei der Pulsation $n_{pls} = k$ des Schwadenhohlraumes
$c_{\alpha,S,k,avg}, (\check{c}_{\alpha,S,k,avg})$	Durchschnittswert der Ausbreitungsgeschwindigkeit von Transversalwellen in der Phase α (unter Modellbedingungen) bei der Pulsation $n_{pls} = k$ des Schwadenhohlraumes
$c_{\alpha,SH,k,avg}, (\check{c}_{\alpha,SH,k,avg})$	Durchschnittswert der Ausbreitungsgeschwindigkeit von horizontal polarisierten Transversalwellen in der Phase α (unter Modellbedingungen) bei der Pulsation $n_{pls} = k$ des Schwadenhohlraumes
$c_{\alpha,SV,k,avg}, (\check{c}_{\alpha,SV,k,avg})$	Durchschnittswert der Ausbreitungsgeschwindigkeit von vertikal polarisierten Transversalwellen in der Phase α (unter Modellbedingungen) bei der Pulsation $n_{pls} = k$ des Schwadenhohlraumes
c_{Σ}	Betrag der Normalkomponente der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Stoßwellenfront $\Sigma(t)$
$c_{e,D}$	Detonationsgeschwindigkeit des Sprengstoffes
c_{lmt}	Grenzwert der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Stoßwelle
c	Geschwindigkeit der Stoßwelle
C_{α}	Materialspezifischer Abszissenwert der Phase α in der GRÜNEISENSchen Zustandsgleichung
C_e	Sprengstoffspezifischer Kalibrationskennwert der JWL-Zustandsgleichung
C_E	Wirksame Kohäsion
C_U	Undrainierte Kohäsion
\mathbf{C}	Rechter CAUCHY-GREENScher Deformationstensor des Gemisches
\mathbf{C}_{α}	Rechter CAUCHY-GREENScher Deformationstensor der Phase α
$\mathbf{C}_{\alpha}^{\circ}$	Rechter CAUCHY-GREENScher Deformationstensor rein volumetrischer Deformationen der Phase α
$\mathbf{C}_{\alpha}^{\nabla}$	Rechter CAUCHY-GREENScher Deformationstensor rein volumentreuer Deformationen der Phase α
$\mathbf{C}_{\hat{\alpha}N}$	Rechter CAUCHY-GREENScher Deformationstensor der Deformationen aus der Änderung der Volumenfraktion der Phase α
$\mathbf{C}_{\hat{\alpha}N}^{\circ}$	Rechter CAUCHY-GREENScher Deformationstensor rein volumetrischer Deformationen aus der Änderung der Volumenfraktion der Phase α
$\mathbf{C}_{\hat{\alpha}N}^{\nabla}$	Rechter CAUCHY-GREENScher Deformationstensor rein volumentreuer Deformationen aus der Änderung der Volumenfraktion der Phase α
$\mathbf{C}_{\alpha R}$	Rechter CAUCHY-GREENScher Deformationstensor mikroskopischer Deformationen des wahren Materials der Phase α
$\mathbf{C}_{\alpha R}^{\circ}$	Rechter CAUCHY-GREENScher Deformationstensor rein volumetrischer mikroskopischer Deformationen des wahren Materials der Phase α
$\mathbf{C}_{\alpha R}^{\nabla}$	Rechter CAUCHY-GREENScher Deformationstensor rein volumentreuer mikroskopischer Deformationen des wahren Materials der Phase α
\mathbf{C}_{pm}	Symbolischer Vektor konstitutiver Größen eines beliebigen porösen Mediums
\mathbf{C}_{tpm}	Symbolischer Vektor konstitutiver Größen eines porösen Mediums, bestehend aus einem porösen Feststoff und einer Fluid- sowie einer Gasphase als Porenfüllung
\mathbf{d}, \mathbf{D}	
D_e	Empirischer Koeffizient zur Erfassung des horizontalen Abstandes der Einwirkung einer Sprengung
D_d	Empirischer Koeffizient zur Erfassung des optimalen horizontalen Abstandes von Bohrungen
$d, (\check{d})$	Horizontaler / Vertikaler Abstand (unter Modellbedingungen)
d_1, d_2	Horizontale Abstände vom Punkt der Ladungsinstallation
$d_d, (\check{d}_d)$	Horizontaler Bohrlochabstand (unter Modellbedingungen)
Fortsetzung ...	

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
$d_e, (\check{d}_e)$	Horizontaler Abstand der Sprengwirkung (unter Modellbedingungen)
$d_{e,max}, (\check{d}_{e,max})$	Maximaler horizontaler Abstand der Sprengwirkung entsprechend einem Grenzwertkriterium (unter Modellbedingungen)
$d_{e,thr}, (\check{d}_{e,thr})$	Theoretischer horizontaler Abstand der Sprengwirkung entsprechend einem Grenzwertkriterium (unter Modellbedingungen)
$d_{msm}, (\check{d}_{msm})$	Horizontale Messentfernung (unter Modellbedingungen)
$d_{r,fc}$	Referenzentfernung
D	Durchmesser
$D_{s,50}$	Korndurchmesser beim 50 [%] Siebdurchgang
\mathbf{D}	Deformationsrate des Gemisches
\mathbf{D}_α	Deformationsrate der Phase α
$\mathbf{D}_\alpha^\bullet$	Isotroper Anteil der Deformationsrate der Phase α
\mathbf{D}_α^∇	Deviatorischer Anteil der Deformationsrate der Phase α
$\mathbf{D}_{\hat{\alpha}R}$	Deformationsrate der mikroskopischen Deformationen des wahren Materials der Phase α
e, E	
e	Porenzahl
$\hat{e}_\alpha, \hat{e}'_\alpha$	Zuwachs der spezifischen Energie der Phase α durch Interaktion von Phasen im Gemisch
e_e	Spezifische Energie des Sprengstoffes
$e_{e,0}$	Anfangswert der spezifischen Energie des Sprengstoffes
e	Basis des natürlichen Logarithmus
E	Energiemenge
E_{spc}	Spezifische Energie
\mathcal{E}	Permutationstensor
f, F	
f	Statistisches Freiheitsgrad
f	Frequenz
f_1	Hilfsfunktion
f_Σ	Funktion der Fläche der Stoßwellenfront $\Sigma(t)$
$f_{lmt, aaf}$	Grenzfrequenz der Anti-Aliasing-Filterung
$f_{lmt, lwr}$	Untere Grenzfrequenz
$f_{lmt, upr}$	Obere Grenzfrequenz
$f_{a,msm}$	Nutzfrequenzbereich des Partikelbeschleunigungsaufnehmers
$f_{a,sm}, (\check{f}_{a,sm})$	Abtastrate der Partikelbeschleunigungsmessung (unter Modellbedingungen)
$f_p, (\check{f}_p)$	Frequenz des Porendruckes (unter Modellbedingungen)
$f_{p,msm}$	Nutzfrequenzbereich des Porendruckaufnehmers
$f_{p,rsn}, (\check{f}_{p,rsn})$	Resonanzfrequenz des Porendruckes (unter Modellbedingungen)
$f_{p,sm}, (\check{f}_{p,sm})$	Abtastrate der Porendruckmessung (unter Modellbedingungen)
$f_v, (\check{f}_v)$	Frequenz der Partikelgeschwindigkeit (unter Modellbedingungen)
$f_{v,\alpha}, (\check{f}_{v,\alpha})$	Vorzugsfrequenzbereich der Partikelgeschwindigkeit der Phase α (unter Modellbedingungen)
$f_{v,\alpha,C}, (\check{f}_{v,\alpha,C})$	Vorzugsfrequenzbereich der longitudinalen Komponente der Partikelgeschwindigkeit der Phase α (unter Modellbedingungen)
$f_{v,\alpha,SV}, (\check{f}_{v,\alpha,SV})$	Vorzugsfrequenzbereich der vertikal polarisierten transversalen Komponente der Partikelgeschwindigkeit der Phase α (unter Modellbedingungen)
$f_{v,\alpha,SH}, (\check{f}_{v,\alpha,SH})$	Vorzugsfrequenzbereich der horizontal polarisierten transversalen Komponente der Partikelgeschwindigkeit der Phase α (unter Modellbedingungen)
$f_{v,eig}$	Eigenfrequenz des Partikelgeschwindigkeitsaufnehmers
$f_{v,msm}$	Nutzfrequenzbereich des Partikelgeschwindigkeitsaufnehmers
$f_{v,rsn}, (\check{f}_{v,rsn})$	Resonanzfrequenz der Partikelgeschwindigkeit (unter Modellbedingungen)
Fortsetzung ...	

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
$f_{v,sm} , (\check{f}_{v,sm})$	Abtaste der Partikelgeschwindigkeitsmessung (unter Modellbedingungen)
f_b^s	Barotropiefaktor des porösen Feststoffkorngerüsts
f_d^s	Pyknotropiefaktor des porösen Feststoffkorngerüsts
f_e^s	Pyknotropiefaktor des porösen Feststoffkorngerüsts
F	Skalare Einflussfunktion
F^*	Dimensionslose skalare Einflussfunktion
$F_\vartheta^s , F_\varphi^s$	Winkeleinflussfunktionen in der hypoplastischen konstitutiven Gleichung
\mathbf{f}	Kraft
\mathbf{F}	Deformationsgradient des Gemisches
\mathbf{F}_α	Deformationsgradient der Phase α
\mathbf{F}_α^o	Deformationsgradient rein volumetrischer Deformationen der Phase α
\mathbf{F}_α^∇	Deformationsgradient rein volumentreuer Deformationen der Phase α
$\mathbf{F}_{\alpha N}$	Deformationsgradient der Deformationen aus der Änderung der Volumenfraktion der Phase α
$\mathbf{F}_{\alpha N}^o$	Deformationsgradient rein volumetrischer Deformationen aus der Änderung der Volumenfraktion der Phase α
$\mathbf{F}_{\alpha N}^\nabla$	Deformationsgradient rein volumentreuer Deformationen aus der Änderung der Volumenfraktion der Phase α
$\mathbf{F}_{\alpha R}$	Deformationsgradient der mikroskopischen Deformationen des wahren Materials der Phase α
$\mathbf{F}_{\alpha R}^o$	Deformationsgradient rein volumetrischer mikroskopischer Deformationen des wahren Materials der Phase α
$\mathbf{F}_{\alpha R}^\nabla$	Deformationsgradient rein volumentreuer mikroskopischer Deformationen des wahren Materials der Phase α
$\mathbf{F}_{\tilde{\rho}}$	Deformationsgradient des arbiträren Bezugssystems
\mathbf{F}_{tpm}	Symbolischer Vektor ausgewählter freier Variablen eines porösen Mediums, bestehend aus einem porösen Feststoff und einer Fluid- sowie einer Gasphase als Porenfüllung
\mathbf{g} , \mathbf{G}	
g	Gravitationskonstante
$g , (\check{g})$	Betrag des Erdbeschleunigungsvektors / Schwere (unter Modellbedingungen)
g_{ref}	Referenzwert der Schwere
G	Skalare Einflussfunktion
\mathbf{g}	Erdbeschleunigungsvektor / Schwere
g_p , g^q	Kovariantes sowie kontravariantes Basisvektorsystem des räumlichen Koordinatensystems
$\mathbf{G}_E^s , \mathbf{G}_{E,J}^s , \mathbf{G}_{E,GN}^s$	Konstitutives Modell zur Verbindung der materiell objektiven Spannungsrate des Feststoffphase mit der Spannungsrate der Feststoffphase nach der Bewegung des Feststoffphase, JAUMANNsches Modell der mitgedrehten Spannungsrate, GREEN-NAGHDisches Modell
\mathbf{h} , \mathbf{H}	
H	HOPKINSONSche Zahl
h , h'	Wärmeproduktion im Gemisch
h_α	Wärmeproduktion in der Phase α
h_I	Innerer Anteil der Wärmeproduktion im Gemisch
h_E^s	Granulathärte
$H , (\check{H})$	Höhe / Tiefe (unter Modellbedingungen)
$H_{cmp} , (\check{H}_{cmp})$	Schichtstärke der lagenweisen Vorverdichtung unter Modellbedingungen
$H_e , (\check{H}_e)$	Installationstiefe der Sprengladung (unter Modellbedingungen)
$H_{max} , (\check{H}_{max})$	Maximale Tiefe (unter Modellbedingungen)

Fortsetzung ...

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
$H_{msm}, (\check{H}_{msm})$	Messtiefe (unter Modellbedingungen)
$H_n, (\check{H}_n)$	Stärke der natürlich gesättigten Schicht (unter Modellbedingungen)
$H_s, (\check{H}_s)$	Stärke der vollgesättigten Schicht (unter Modellbedingungen)
H_{EL}^s	Hypoplastische Funktion in der hypoplastischen konstitutiven Gleichung
H_{EN}^s	Hypoplastische Funktion in der hypoplastischen konstitutiven Gleichung
H_E^s	Hypoplastische konstitutive Gleichung
i, I	
I	Impuls
$I_{sp\zeta}$	Spezifischer Impuls
$I_D, (\check{I}_D)$	Bezogene Lagerungsdichte (unter Modellbedingungen)
$I_{D,\zeta}$	Bezogene Lagerungsdichte bei der Konsolidation im Triaxialversuch
$I_{D,E}, (\check{I}_{D,E})$	Bezogene Lagerungsdichte nach Einbau (unter Modellbedingungen)
$I_{D,E,avg}, (\check{I}_{D,E,avg})$	Durchschnittswert der bezogenen Lagerungsdichte nach Einbau (unter Modellbedingungen)
$I_{D,avg}, (\check{I}_{D,avg})$	Durchschnittswert der bezogenen Lagerungsdichte (unter Modellbedingungen)
$I_{D,min}, (\check{I}_{D,min})$	Minimalwert der bezogenen Lagerungsdichte (unter Modellbedingungen)
$I_{D,max}, (\check{I}_{D,max})$	Maximalwert der bezogenen Lagerungsdichte (unter Modellbedingungen)
$I_{lqf}, (\check{I}_{lqf})$	Verflüssigungsindex (unter Modellbedingungen)
$I_{lqf,avg}, (\check{I}_{lqf,avg})$	Durchschnittswert des residualen Verflüssigungsindex (unter Modellbedingungen)
$I_{lqf,k}, (\check{I}_{lqf,k})$	Verflüssigungsindex bei der Pulsation von k (unter Modellbedingungen)
$I_{lqf,min}, (\check{I}_{lqf,min})$	Minimales Verflüssigungsindex (unter Modellbedingungen)
$I_{lqf,max}, (\check{I}_{lqf,max})$	Maximales Verflüssigungsindex (unter Modellbedingungen)
$I_{lqf,rsd}, (\check{I}_{lqf,rsd})$	Residuales Verflüssigungsindex (unter Modellbedingungen)
j, J	
J	JACOBIsche Determinante des Gemisches
J_α	JACOBIsche Determinante der Phase α
$J_{\alpha N}$	JACOBIsche Determinante der Deformationen aus der Änderung der Volumenfraktion der Phase α
$J_{\alpha R}$	JACOBIsche Determinante der mikroskopischen Deformationen des wahren Materials der Phase α
$J_{\hat{\rho}}$	JACOBIsche Determinante des arbiträren Bezugssystems
${}^{\tau}_i J_{\hat{\rho}}$	JACOBIsche Determinante des arbiträren Bezugssystems im geometrischen Diskretisierungspunkt i und zum diskreten Zeitpunkt τ
k, K	
k	Pulsationszahl
k	Absoluter Permeabilitätsbeiwert des isotrop durchlässigen, porösen Feststoffkorngerüsts
k_f	Fluidpermeabilität des porösen Feststoffkorngerüsts
k_f^r	Relative Fluidpermeabilität des porösen Feststoffkorngerüsts
k_g^r	Relative Gaspermeabilität des porösen Feststoffkorngerüsts
$K_{e,spc}$	Volumenspezifische Sprengverdichtungskosten
K_s	Kompressibilität des Partialkörpers des porösen Feststoffkorngerüsts (makroskopische Kompressibilität)
K_{sR}	Kompressibilität des wahren Materials des Feststoffkorngerüsts (mikroskopische Kompressibilität)
K	Absoluter Permeabilitätstensor des anisotrop durchlässigen, porösen Feststoffkorngerüsts
l, L	
L	Länge
L	Geschwindigkeitsgradient des Gemisches

Fortsetzung ...

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
L_α	Geschwindigkeitsgradient der Phase α
$L_{\alpha N}$	Scheinbarer Geschwindigkeitsgradient der Deformationen aus der Änderung der Volumenfraktion der Phase α
$L_{\hat{\alpha}R}$	Geschwindigkeitsgradient der mikroskopischen Deformationen des wahren Materials der Phase α
m , M	
m	Grad der Homogenität
m_c	Kalibrationskennwert der konstitutiven Gleichung der Kapillarität
m	Masse
m_α	Masse der Phase α
$m_e, m_{e,1}, m_{e,2}, (\check{m}_e)$	Sprengstoffmasse (unter Modellbedingungen)
$m_{e,spc}$	Volumenspezifischer Sprengstoffverbrauch
$m_{e,TNT}$	Äquivalente Sprengstoffmasse in TNT (Trinitrotoluol)
\hat{m}_α	Lokaler Drallzuwachs der Phase α durch Interaktion von Phasen im Gemisch
M	Drall
M_{spc}	Spezifischer Drall
$M_\phi, (M_\phi)$	Mittelwert der Größe ϕ des Gemisches (unter Modellbedingungen)
$M_{\phi_\alpha}, (M_{\phi_\alpha})$	Mittelwert der Größe ϕ_α der Phase α (unter Modellbedingungen)
\hat{M}_α	Lokaler Drallübertragungstensor der Phase α durch Interaktion von Phasen im Gemisch
n , N	
n	Anzahl, Statistischer Probenumfang
n_0	Porenzahl vor der Stoßwellenfront
n_1	Porenzahl hinter der Stoßwellenfront
n_c	Kalibrationskennwert der konstitutiven Gleichung der Kapillarität
$n_{pls}, (\check{n}_{pls})$	Anzahl der Pulsationen (unter Modellbedingungen)
n	Porenzahl
n_α	Volumenfraktion der Phase α
$n_{\alpha,0}$	Volumenfraktion der Phase α vor der Stoßwelle
$n_\alpha^{0,0}$	Volumenfraktion der Phase α in der Anfangskonfiguration der Phase α
n^α	Volumenverhältnis der Phase α
n^s	Porenzahl
$n_c^s, (n_{c0}^s)$	Porenzahl des kritischen Zustandes (bei verschwindender Extraspannung / effektiver Spannung/ im Feststoff)
$n_i^s, (n_{i0}^s)$	Porenzahl der isotropen Kompression (bei verschwindender Extraspannung / effektiver Spannung/ im Feststoff)
$n_d^s, (n_{d0}^s)$	Porenzahl des kryptoplastischen Zustandes (bei verschwindender Extraspannung / effektiver Spannung/ im Feststoff)
\mathbf{n}	Normalvektor
\mathbf{n}_A	Normalvektor des infinitesimalen Flächenelementes dA
\mathbf{n}_{A_α}	Normalvektor des infinitesimalen Flächenelementes A_α
\mathbf{n}_Σ	Normalvektor der Stoßwellenfrontfläche $\Sigma(t)$
$\hat{\mathbf{n}}_\alpha$	Zuwachs des Dralls der Phase α durch Interaktion von Phasen im Gemisch
o , O	
\mathbf{o}	Nullvektor
\mathbf{O}	Nulltensor zweiter Ordnung
$\overset{n}{\mathbf{O}}$	Nulltensor n -ter Ordnung
\mathbf{O}	Symbolischer Nullvektor von kontextentsprechenden tensoriellen Nulltermen (Supernull)
Fortsetzung ...	

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
p , P	
p , P	Totaler Druck, (".“ beliebiger Index)
p^* , P^*	Dimensionsloser totaler Druck, (".“ beliebiger Index)
p_0^α	Referenzwert des wahren Druckes in der Phase α unter Normalbedingungen
p_0	Totaler Druck vor der Stoßwelle
p_0^*	Dimensionsloser totaler Druck vor der Stoßwelle
p_1	Totaler Druck hinter der Stoßwelle
p_1^*	Dimensionsloser totaler Druck hinter der Stoßwelle
P_{lmt}	Grenzwert des totalen Druckes
P_{msm}	Messbereich des Porendruckaufnehmers
p^c	Kapillarspannung
p_0^c	Kapillarspannung beim Grenzwert der residualen Fluidsättigung s_{f0}
p^e	Sprengschwadendruck
p_0^e	Sprengschwadendruck nach vollständiger Detonation des Sprengstoffes
P_{CJ}^e	Sprengschwadendruck am CHAPMAN-JOUGET-Punkt
P_N^e	Sprengschwadendruck am NEUMANN-Spike
p^α	Wahrer Phasendruck in der Phase α
p^f	Wahrer Phasendruck des Porenfluids
p^g	Wahrer Phasendruck des Porengases
$p^p , (\check{p}^p)$	Porendruck (unter Modellbedingungen)
$p_k^p , (\check{p}_k^p)$	Porendruck bei der Pulsation k des Schwadenhohlraumes (unter Modellbedingungen)
$P_{min,k}^p , (\check{P}_{min,k}^p)$	Minimalwert des Porendruckes bei der Pulsation k des Schwadenhohlraumes (unter Modellbedingungen)
$P_{max,k}^p , (\check{P}_{max,k}^p)$	Maximalwert des Porendruckes bei der Pulsation k des Schwadenhohlraumes (unter Modellbedingungen)
$P_{avg,k}^p , (\check{P}_{avg,k}^p)$	Durchschnittswert des Porendruckes bei der Pulsation k des Schwadenhohlraumes (unter Modellbedingungen)
p^s	Wahrer Druck in der Feststoffphase
p_E^s	Isotroper Extradruck (wirksame, effektive Druck) im porösen Feststoffkorngerüst
$P_{E,c}^s$	Isotroper wirksamer Konsolidationsdruck im porösen Feststoffkorngerüst
$\hat{P}_\alpha , \hat{P}'_\alpha$	Impulzuwachs der Phase α durch Interaktion von Phasen im Gemisch
$\hat{P}_f^{fs} , \hat{P}_f^{gs} , \hat{P}_g^{fs} , \hat{P}_g^{gs}$	Permeabilitätstensoren des porösen Feststoffkorngerüsts
P_ϕ	Symbolischer Term einer physikalischen Größe ϕ (des Gemisches)
P_{ϕ_α}	Symbolischer Term einer physikalischen Größe der Phase α
P_{η_α}	Symbolischer Term der Entropie der Phase α
\mathbf{P} , \mathbf{P}'	Symbolischer Vektor von Termen physikalischer Größen des Gemisches
$\tau_i \mathbf{P} , \tau_i \mathbf{P}'$	Symbolischer Vektor von Termen physikalischer Größen des Gemisches im geometrischen Diskretisierungspunkt i und zum diskreten Zeitpunkt τ
$\mathbf{P}_\alpha , \mathbf{P}'_\alpha$	Symbolischer Vektor von Termen physikalischer Größen der Phase α
$\tau_i \mathbf{P}_\alpha , \tau_i \mathbf{P}'_\alpha$	Symbolischer Vektor von Termen physikalischer Größen der Phase α im geometrischen Diskretisierungspunkt i und zum diskreten Zeitpunkt τ
q , Q	
\mathbf{q} , \mathbf{q}'	Wärmefluss im Gemisch
\mathbf{q}_I	Innerer Anteil des Wärmeflusses im Gemisch
\mathbf{q}_α	Wärmefluss der Phase α
Q	Skalare Einflussfunktion
Q^*	Dimensionslose skalare Einflussfunktion
Q_α	Drehtensor der Phase α
$Q_{\alpha N}$	Drehtensor der Deformationen aus der Änderung der Volumenfraktion der Phase α

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
$Q_{\alpha R}$	Drehtensor der mikroskopischen Deformationen des wahren Materials der Phase α
r , R	
R_k	Kornrundungsgrad nach ASTM D 2488
$R_{e,1}, R_{e,2}$	Erster und zweiter Eigenwert der Strömung der Schwadengaspartikel hinter der CHAPMAN-JOUGET Detonationsfront, sprengstoffspezifische Kalibrationskennwerte der JWL-Zustandsgleichung
r, r	Radiale Komponente des räumlichen Koordinatensystems, (".") beliebiger Index)
r^*, r^*	Dimensionslose radiale Komponente des räumlichen Koordinatensystems, (".") beliebiger Index)
r_0	Radiale Komponente der räumlichen Koordinate der Schwadenhohlraumwandung
r_0^*	Dimensionslose radiale Komponente der räumlichen Koordinate der Schwadenhohlraumwandung
$r_{0,max}$	Radiale Komponente der räumlichen Koordinate bei maximaler Ausdehnung des Schwadenhohlraumes
$r_{0,max}^*$	Dimensionslose radiale Komponente der räumlichen Koordinate bei maximaler Ausdehnung des Schwadenhohlraumes
r_1	Radiale Komponente der räumlichen Koordinate der Stoßwellenfront
r_1^*	Dimensionslose radiale Komponente der räumlichen Koordinate der Stoßwellenfront
$r_{1,max}$	Radiale Komponente der räumlichen Koordinate bei maximaler Ausdehnung der Stoßwellenfront
$r_{1,max}^*$	Dimensionslose radiale Komponente der räumlichen Koordinate bei maximaler Ausdehnung der Stoßwellenfront
r_{Δ}	Charakteristische Länge der geometrischen Auflösung des numerischen Lösungsmodells
$ijr, (ij\check{r})$	Betrag des Ortsvektors zwischen den geometrischen Diskretisierungspunkten i und j (unter Modellbedingungen)
$r, (\check{r})$	Ortsvektor im räumlichen Koordinatensystem (unter Modellbedingungen)
$r_e, (\check{r}_e)$	Ortsvektor des Sprengansatzpunktes im räumlichen Koordinatensystem (unter Modellbedingungen)
$r', (\check{r}')$	Hilfsortsvektor im räumlichen Koordinatensystem (unter Modellbedingungen)
$j r', (j \check{r}')$	Diskreter Hilfsortsvektor des Beobachtungspunktes j im räumlichen Koordinatensystem (unter Modellbedingungen)
r_{α}	Bewegungsfunktion der Phase α
r_{β}	Bewegungsfunktion des arbiträren Bezugssystems
$\hat{r}_{\alpha}, \check{r}_{\alpha}, \bar{r}_{\alpha}$	Ortsvektor des Koordinatensystems der Zwischenkonfiguration der Phase α
$i r, (i \check{r})$	Diskrete Ortskoordinate des Beobachtungspunktes i (unter Modellbedingungen)
$j r, (j \check{r})$	Diskrete Ortskoordinate des Beobachtungspunktes j (unter Modellbedingungen)
R	Radiale Komponente der materiellen Koordinate des Gemisches
R^*	Dimensionslose radiale Komponente der materiellen Koordinate des Gemisches
R_0	Radiale Komponente der materiellen Koordinate der Hohlraumwandung der Sprenggase
R_0^*	Dimensionslose radiale Komponente der materiellen Koordinate der Hohlraumwandung der Sprenggase
R_1	Radiale Komponente der materiellen Koordinate der Stoßwellenfront
R_1^*	Dimensionslose radiale Komponente der materiellen Koordinate der Stoßwellenfront
$R_{\rho}, (\check{R}_{\rho})$	Bestimmtheitsmaß der Approximationsfunktion der Dichte (unter Modellbedingungen)
$R_g, (\check{R}_g)$	Bestimmtheitsmaß der Approximationsfunktion der Schwereänderung infolge Sprengung (unter Modellbedingungen)

Fortsetzung ...

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
$R_{u,v}, (\tilde{R}_{u,v})$	Bestimmtheitsmaß der Approximationsfunktion der Vertikalverschiebungen (unter Modellbedingungen)
R_α	Rotationsrate der Phase α
R_ϕ	Symbolischer Produktionsterm einer beliebigen physikalischen Größe ϕ (des Gemisches)
R_{ϕ_α}	Symbolischer Produktionsterm einer beliebigen physikalischen Größe ϕ_α der Phase α
R_{η_α}	Produktionsterm der Entropie der Phase α
\hat{R}_{η_α}	Symbolischer Zuwachsterm der spezifischen Entropie der Phase α aus der Interaktion von Phasen im Gemisch
\hat{R}_{ϕ_α}	Symbolischer Zuwachsterm einer beliebigen physikalischen Größe der Phase α aus der Interaktion von Phasen im Gemisch
R, R'	Symbolischer Vektor von Produktionstermen physikalischer Größen des Gemisches
${}^\tau_i R, {}^\tau_i R'$	Symbolischer Vektor von Produktionstermen physikalischer Größen des Gemisches im geometrischen Diskretisierungspunkt i und zum diskreten Zeitpunkt τ
R_α, R'_α	Symbolischer Vektor von Produktionstermen physikalischer Größen der Phase α
${}^\tau_i R_\alpha, {}^\tau_i R'_\alpha$	Symbolischer Vektor von Produktionstermen physikalischer Größen der Phase α im geometrischen Diskretisierungspunkt i und zum diskreten Zeitpunkt τ
$\hat{R}_\alpha, \hat{R}'_\alpha$	Symbolischer Vektor von Zuwachstermen physikalischer Größen der Phase α aus der Interaktion von Phasen im Gemisch
${}^\tau_i \hat{R}_\alpha, {}^\tau_i \hat{R}'_\alpha$	Symbolischer Vektor von Zuwachstermen physikalischer Größen der Phase α aus der Interaktion von Phasen im Gemisch im geometrischen Diskretisierungspunkt i und zum diskreten Zeitpunkt τ
R_{pm}	Symbolischer Vektor postulierter unabhängiger Prozessvariablen eines beliebigen porösen Mediums
R_{tpm}	Symbolischer Vektor postulierter unabhängiger Prozessvariablen eines porösen Mediums, bestehend aus einem porösen Feststoff und einer Fluid- sowie einer Gasphase als Porenfüllung
R_{tpm}^α	Die der Phase α zugeordnete Untermenge des symbolischen Vektors postulierter unabhängiger Prozessvariablen eines porösen Mediums, bestehend aus einem porösen Feststoff und einer Fluid- sowie einer Gasphase als Porenfüllung
s, S	
$S_{\alpha,1}, S_{\alpha,2}, S_{\alpha,3}$	Materialspezifische Koeffizienten der GRÜNEISENSchen Zustandsgleichung
s	Sättigungsgrad
s_0	Fluidsättigungsgrad vor der Stoßwellenfront
s_1	Fluidsättigungsgrad hinter der Stoßwellenfront
$s_{avg}, (\tilde{s}_{avg})$	Durchschnittswert des Sättigungsgrades (unter Modellbedingungen)
$s_{min}, (\tilde{s}_{min})$	Minimalwert des Sättigungsgrades (unter Modellbedingungen)
$s_{max}, (\tilde{s}_{max})$	Maximalwert des Sättigungsgrades (unter Modellbedingungen)
$s_E, (\tilde{s}_E)$	Sättigungsgrad nach dem Einbau (unter Modellbedingungen)
$s_{E,avg}, (\tilde{s}_{E,avg})$	Durchschnittswert des Sättigungsgrades nach dem Einbau (unter Modellbedingungen)
$s_{E,min}, (\tilde{s}_{E,min})$	Minimalwert des Sättigungsgrades nach dem Einbau (unter Modellbedingungen)
$s_{E,max}, (\tilde{s}_{E,max})$	Maximalwert des Sättigungsgrades nach dem Einbau (unter Modellbedingungen)
s^f	Fluidsättigungsgrad
s_f	Residualer Fluidsättigungsgrad
s_{f0}	Virtueller Grenzwert residualer Fluidsättigung
s^g	Gassättigungsgrad
s_g	Residualer Gassättigungsgrad
s_r	Effektiver Fluidsättigungsgrad

Fortsetzung ...

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
$S_\phi, (\hat{S}_\phi)$	Standardabweichung der Größe ϕ des Gemisches (unter Modellbedingungen)
$S_{\phi_\alpha}, (\hat{S}_{\phi_\alpha})$	Standardabweichung der Größe ϕ_α der Phase α (unter Modellbedingungen)
S_r	Fluidsättigungsgrad
\hat{s}_α	Lokaler Impulszuwachs der Phase α durch Interaktion von Phasen im Gemisch
S_ϕ	Symbolischer Flussterm einer beliebigen physikalischen Größe ϕ (des Gemisches)
S_{ϕ_α}	Symbolischer Flussterm einer beliebigen physikalischen Größe der Phase α
S_{η_α}	Symbolischer Flussterm der Entropie der Phase α
\mathbf{S}, \mathbf{S}'	Symbolischer Vektor von Flusstermen physikalischer Größen des Gemisches
$\mathbf{S}_\alpha, \mathbf{S}'_\alpha$	Symbolischer Vektor von Flusstermen physikalischer Größen der Phase α
$\overset{\tau}{i} \mathbf{S}, \overset{\tau}{i} \mathbf{S}'$	Symbolischer Vektor von Flusstermen physikalischer Größen des Gemisches im geometrischen Diskretisierungspunkt i und zum diskreten Zeitpunkt τ
$\overset{\tau}{i} \mathbf{S}_\alpha, \overset{\tau}{i} \mathbf{S}'_\alpha$	Symbolischer Vektor von Flusstermen physikalischer Größen der Phase α im geometrischen Diskretisierungspunkt i und zum diskreten Zeitpunkt τ
t, T	
$t_{c,f}$	Wert der t-Statistik auf dem Konfidenzniveau c und bei einem Freiheitsgrad von f
$t, (\hat{t})$	Zeit (unter Modellbedingungen)
t^*	Dimensionslose Zeit
t_0	Anfangszeitpunkt
t_{max}	Grenzwert der Zeit
$t_{msm}, (\hat{t}_{msm})$	Messzeit (unter Modellbedingungen)
$t_{msm,atv}, (\hat{t}_{msm,atv})$	Messzeit der aktiven Messphase (unter Modellbedingungen)
$t_{msm,psv}, (\hat{t}_{msm,psv})$	Messzeit der passiven Messphase (unter Modellbedingungen)
$t_{rsd}, (\hat{t}_{rsd})$	Dissipationszeit residualer Porenüberdrücke (unter Modellbedingungen)
$t_{stm,amp}$	Einschwingzeit des Instrumentationsverstärkers
T_I, T_{II}, T_{III}	Erste, zweite und dritte Skalarinvariante des Spannungstensors \mathbf{T}
$T_{E,v}^\alpha, (\hat{T}_{E,v}^\alpha)$	Vertikale Komponente der Extraspannung der Phase α (unter Modellbedingungen)
\mathbf{T}, \mathbf{T}'	Totale Spannung des Gemisches
\mathbf{T}_0	Totale Spannung des Gemisches vor der Stoßwelle
\mathbf{T}_1	Totale Spannung des Gemisches hinter der Stoßwelle
\mathbf{T}_I	Innerer Anteil des totalen Spannungszustandes im Gemisch
$\mathbf{T}_\alpha, \mathbf{T}'_\alpha$	Partieller Spannungszustand der Phase α
T_E^α	Extraspannung der Phase α
$T_E^{\alpha\bullet}$	Isotroper Anteil der Extraspannung (effektiver Spannung) der Phase α
$T_E^{\alpha\nabla}$	Deviatorischer Anteil der Extraspannung (effektiver Spannung) der Phase α
\check{T}_E^α	Über ihre Spur normierte, dimensionslose Extraspannung (effektiven Spannung) der Phase α
$\check{T}_E^{\alpha\bullet}$	Isotroper Anteil der über ihre Spur normierten, dimensionslosen Extraspannung (effektiven Spannung) der Phase α
$\check{T}_E^{\alpha\nabla}$	Deviatorischer Anteil der über ihre Spur normierten, dimensionslosen Extraspannung (effektiven Spannung) der Phase α
\mathbf{T}^v	Totale Spannung aus der künstlichen Viskosität
\mathbf{T}_α^v	Partielle Spannung der Phase α aus der künstlichen Viskosität
u, U	
U	Ungleichförmigkeit des Granulates
u, u_i	Radiale Komponente der baryzentrischen Verschiebung im Gemisch, ("." beliebiger Index)
u^*, u_i^*	Dimensionslose radiale Komponente der baryzentrischen Verschiebung im Gemisch, ("." beliebiger Index)
u_0	Radiale Koordinate der Verschiebung der Hohlraumwandung
$u_h, (\hat{u}_h)$	Horizontalverschiebung (unter Modellbedingungen)
Fortsetzung ...	

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
$u_v, (\check{u}_v)$	Vertikalverschiebung (unter Modellbedingungen)
$u_{v,max}, (\check{u}_{v,max})$	Maximale Vertikalverschiebung (unter Modellbedingungen)
$u_{v,d}, (\check{u}_{v,d})$	Vertikalverschiebung an der Oberfläche infolge Entwässerung (unter Modellbedingungen)
$u_{v,w}, (\check{u}_{v,w})$	Vertikalverschiebung an der Oberfläche infolge Wassersättigung (unter Modellbedingungen)
$u_{v,msm}$	Wicklungshub des Partikelgeschwindigkeitsaufnehmers
$U_g, (\check{U}_g)$	NEWTONSches Volumenpotential (unter Modellbedingungen)
${}_i U_g, ({}_i \check{U}_g)$	Diskretes NEWTONSches Volumenpotential im diskreten Beobachtungspunkt i (unter Modellbedingungen)
\mathbf{u}	Verschiebung im Gemisch
\mathbf{u}_α	Verschiebung der Phase α
\mathbf{U}_α	Rechter Strecktensor der Phase α
$\mathbf{U}_{\alpha N}$	Rechter Strecktensor aus der Änderung der Volumenfraktion der Phase α
$\mathbf{U}_{\alpha R}$	Rechter Strecktensor der mikroskopischen Deformationen des wahren Materials der Phase α
\mathbf{v}, \mathbf{V}	
v, v_i	Radiale Komponente der baryzentrischen Geschwindigkeit des Gemisches (unter Modellbedingungen), ("." beliebig Index)
v^*, v_i^*	Dimensionslose radiale Komponente der baryzentrischen Geschwindigkeit des Gemisches, ("." beliebig Index)
v_0	Radiale Komponente der baryzentrischen Geschwindigkeit des Gemisches vor der Stoßwelle
v_1	Radiale Komponente der baryzentrischen Geschwindigkeit des Gemisches hinter der Stoßwelle
$v_\alpha, (\check{v}_\alpha)$	Betrag der Geschwindigkeit der Phase α (unter Modellbedingungen)
$v_{\alpha,C}, (\check{v}_{\alpha,C})$	Longitudinale Komponente der Geschwindigkeit der Phase α (unter Modellbedingungen)
$v_{\alpha,S}, (\check{v}_{\alpha,S})$	Transversale Komponente der Geschwindigkeit der Phase α (unter Modellbedingungen)
$v_{\alpha,SH}, (\check{v}_{\alpha,SH})$	Horizontal polarisierte transversale Komponente der Geschwindigkeit der Phase α (unter Modellbedingungen)
$v_{\alpha,SV}, (\check{v}_{\alpha,SV})$	Vertikal polarisierte transversale Komponente der Geschwindigkeit der Phase α (unter Modellbedingungen)
$v_{\alpha,C,k}, (\check{v}_{\alpha,C,k})$	Longitudinale Komponente der Geschwindigkeit der Phase α (unter Modellbedingungen) bei der Pulsation $n_{pls} = k$ des Schwadenhohlraumes
$v_{\alpha,S,k}, (\check{v}_{\alpha,S,k})$	Transversale Komponente der Geschwindigkeit der Phase α (unter Modellbedingungen) bei der Pulsation $n_{pls} = k$ des Schwadenhohlraumes
$v_{\alpha,SH,k}, (\check{v}_{\alpha,SH,k})$	Horizontal polarisierte transversale Komponente der Geschwindigkeit der Phase α (unter Modellbedingungen) bei der Pulsation $n_{pls} = k$ des Schwadenhohlraumes
$v_{\alpha,SV,k}, (\check{v}_{\alpha,SV,k})$	Vertikal polarisierte transversale Komponente der Geschwindigkeit der Phase α (unter Modellbedingungen) bei der Pulsation $n_{pls} = k$ des Schwadenhohlraumes
$v_C, (\check{v}_C)$	Longitudinale Komponente der baryzentrischen Geschwindigkeit des Gemisches (unter Modellbedingungen)
$v_S, (\check{v}_S)$	Transversale Komponente der baryzentrischen Geschwindigkeit des Gemisches (unter Modellbedingungen)
$v_{SH}, (\check{v}_{SH})$	Horizontal polarisierte transversale Komponente der baryzentrischen Geschwindigkeit des Gemisches (unter Modellbedingungen)
$v_{SV}, (\check{v}_{SV})$	Vertikal polarisierte transversale Komponente der baryzentrischen Geschwindigkeit des Gemisches (unter Modellbedingungen)
$v_{f,str}, (\check{v}_{f,str})$	Anstiegsgeschwindigkeit des Wassers bei Sättigung (unter Modellbedingungen)
v_{lmt}	Grenzwert der Geschwindigkeitszunahme an der Stoßwellenfront

Fortsetzung ...

Fortsetzung ...	
Symbol:	Bedeutung:
\mathbf{v}, \mathbf{v}'	Baryzentrische Geschwindigkeit des Gemisches
$\tilde{\mathbf{v}}$	Geschwindigkeit des arbiträren Bezugssystems
\mathbf{v}_α	Geschwindigkeit der Phase α
$\mathbf{v}_{\tilde{\alpha}}, \mathbf{v}_{\tilde{\alpha}}, \mathbf{v}_{\tilde{\alpha}}$	Geschwindigkeit der Zwischenkonfiguration der Phase α
$\hat{\mathbf{v}}_\alpha, \hat{\mathbf{v}}'_\alpha$	Diffusionsgeschwindigkeit der Phase α
\mathbf{v}_β	Geschwindigkeit der Phase β
$V, (dV)$	Volumen des Gemisches (eines infinitesimalen Volumenelementes im Gemisch)
${}_\tau V$	Volumen des zum geometrischen Diskretisierungspunkt i zugeordneten finiten Volumenelementes zum diskreten Zeitpunkt τ
${}_j V$	Volumen des zum geometrischen Diskretisierungspunkt j zugeordneten finiten Volumenelementes
dV_0	Infinitesimales Volumenelement des Gemisches in materieller Anfangskonfiguration des Gemisches
$V_\alpha, (dV_\alpha)$	Volumen (eines infinitesimalen Volumenelementes) der Phase α
$V_{\alpha,0}, (dV_{\alpha,0})$	Volumen (eines infinitesimalen Volumenelementes) der Phase α vor der Stoßwellenfront
$V_{\alpha,1}, (V_{\alpha,1})$	Volumen (eines infinitesimalen Volumenelementes) der Phase α hinter der Stoßwellenfront
$dV_\alpha^{0\alpha}$	Infinitesimales Volumenelement der Phase α in der materiellen Anfangskonfiguration der Phase α
$V_0, (dV_0)$	Volumen eines (infinitesimalen) Lockergesteinselementes vor der Stoßwellenfront
$V_1, (dV_1)$	Volumen eines (infinitesimalen) Lockergesteinselementes hinter der Stoßwellenfront
V_e	Spezifisches Volumen der Schwadengase
$V_{e,gep}$	Massenspezifisches Volumen der Schwadengase des Sprengstoffes
$V_{g,v}$	Beobachtungsgebiet des gravimetrischen Vorwärtsmodells
$V_{gep}, (\tilde{V}_{gep})$	Volumen der Schwadengase des Sprengstoffes (unter Modellbedingungen)
$V_{p,0}, (dV_{p,0})$	Porenvolumen eines (infinitesimalen) Lockergesteinselementes vor der Stoßwellenfront
$V_{p,1}, (dV_{p,1})$	Porenvolumen eines (infinitesimalen) Lockergesteinselementes hinter der Stoßwellenfront
\mathbf{V}_α	Linker Strecktensor der Phase α
$\mathbf{V}_{\alpha N}$	Linker Strecktensor aus der Änderung der Volumenfraktion der Phase α
$\mathbf{V}_{\alpha R}$	Linker Strecktensor der mikroskopischen Deformationen des wahren Materials der Phase α
\mathbf{w}, \mathbf{W}	
w	Wassergehalt
$w_{str,f}$	Wassergehalt bei voller Fluidsättigung ($s = 1$)
$w_E, (\tilde{w}_E)$	Einbauwassergehalt (unter Modellbedingungen)
W	Breite
\mathbf{W}	Drehrate des Gemisches
\mathbf{W}_α	Drehrate der Phase α
$\mathbf{W}_{\hat{\alpha}R}$	Drehrate der mikroskopischen Deformationen des wahren Materials der Phase α
\mathbf{x}, \mathbf{X}	
x^p, x_q	Kovariante und kontravariante Ortsvektorkomponenten des räumlichen Koordinatensystems
\mathbf{y}, \mathbf{Y}	
-	
\mathbf{z}, \mathbf{Z}	
-	

Anhang A

Geometrische Konfiguration der Messpunkte

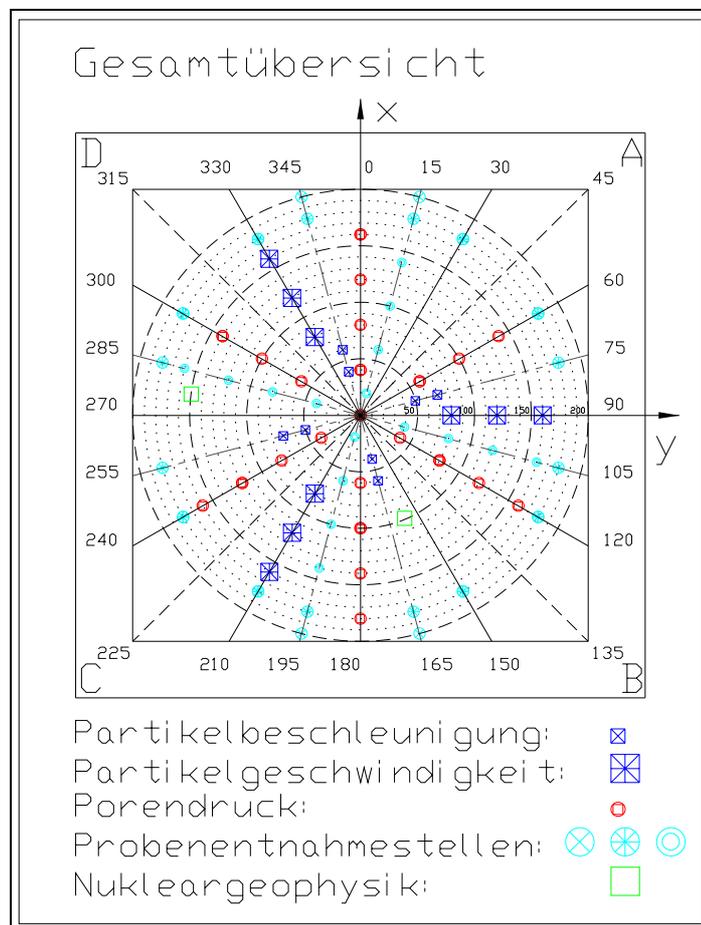


Abbildung A.1: **Geometrische Konfiguration der Messpunkte im Modellversuch**

Anhang B

Bodenphysikalische und geophysikalische Messungen

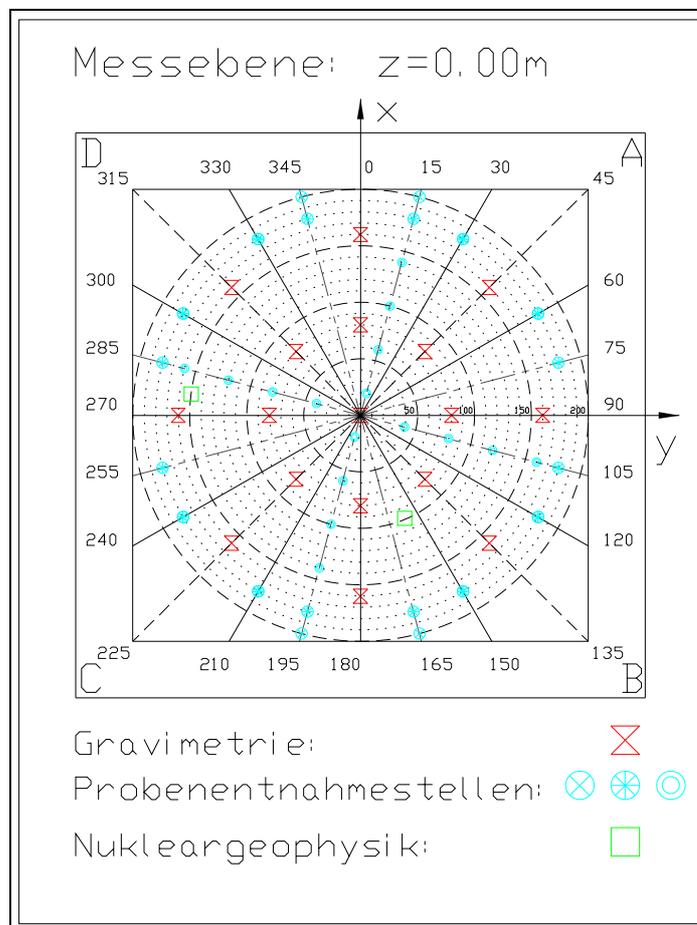


Abbildung B.1: Geometrische Konfiguration der nukleargeophysikalischen und gravimetrischen Messpunkte sowie der Entnahmestellen ungestörter Bodenproben

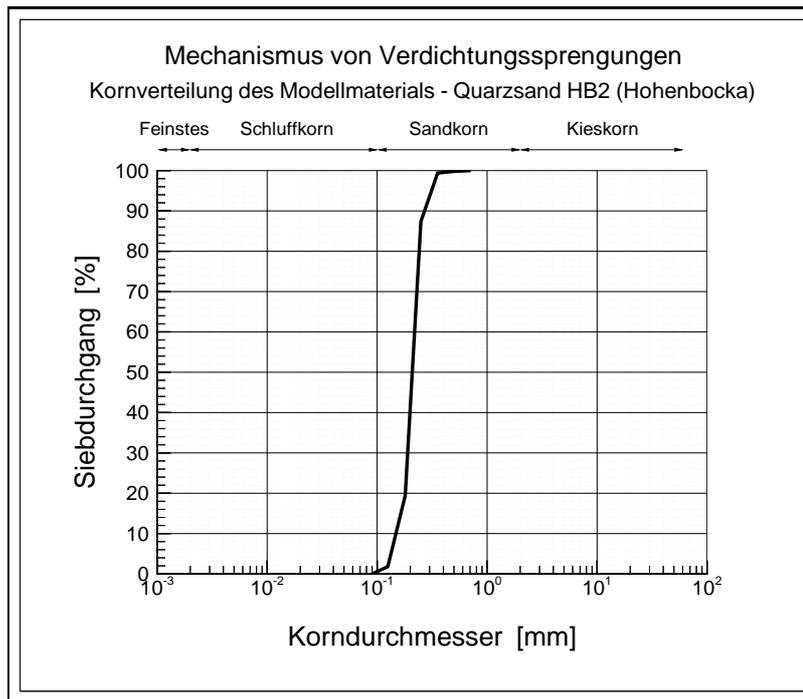


Abbildung B.2: **Kornverteilung des Modellmaterials**

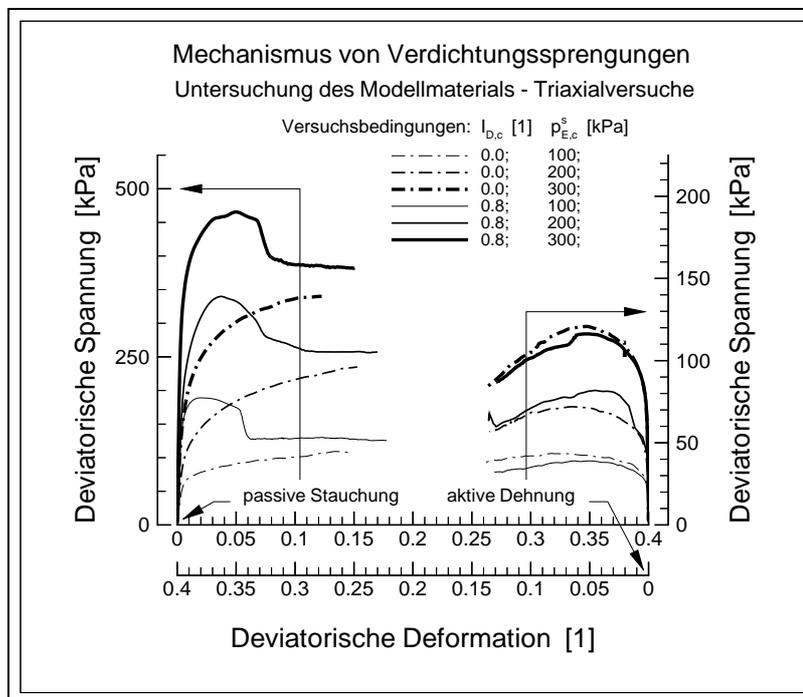


Abbildung B.3: **Triaxialversuche am Modellmaterial**

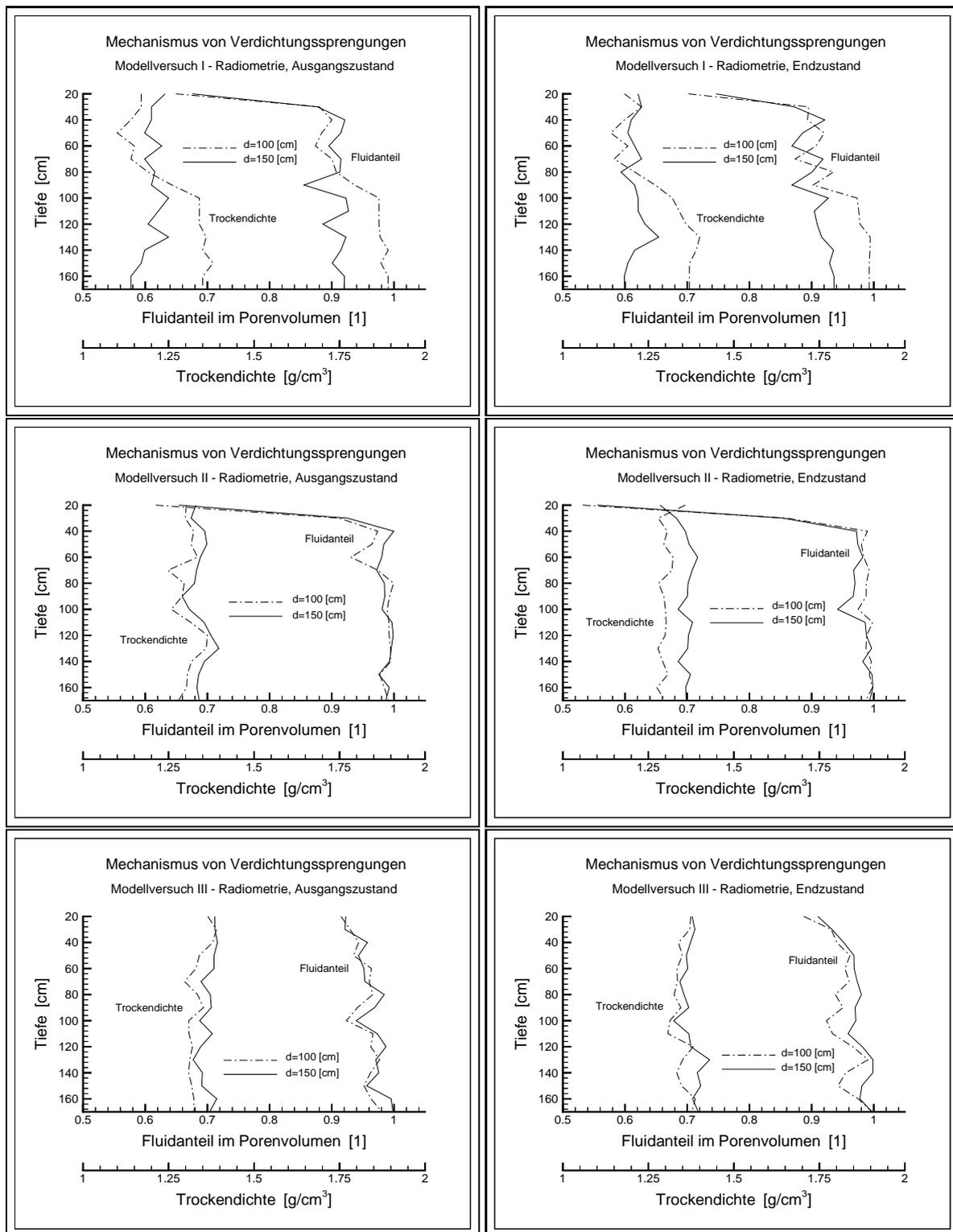


Abbildung B.4: Nukleargeophysikalische Messungen: Trockendichte und Sättigungsgrad

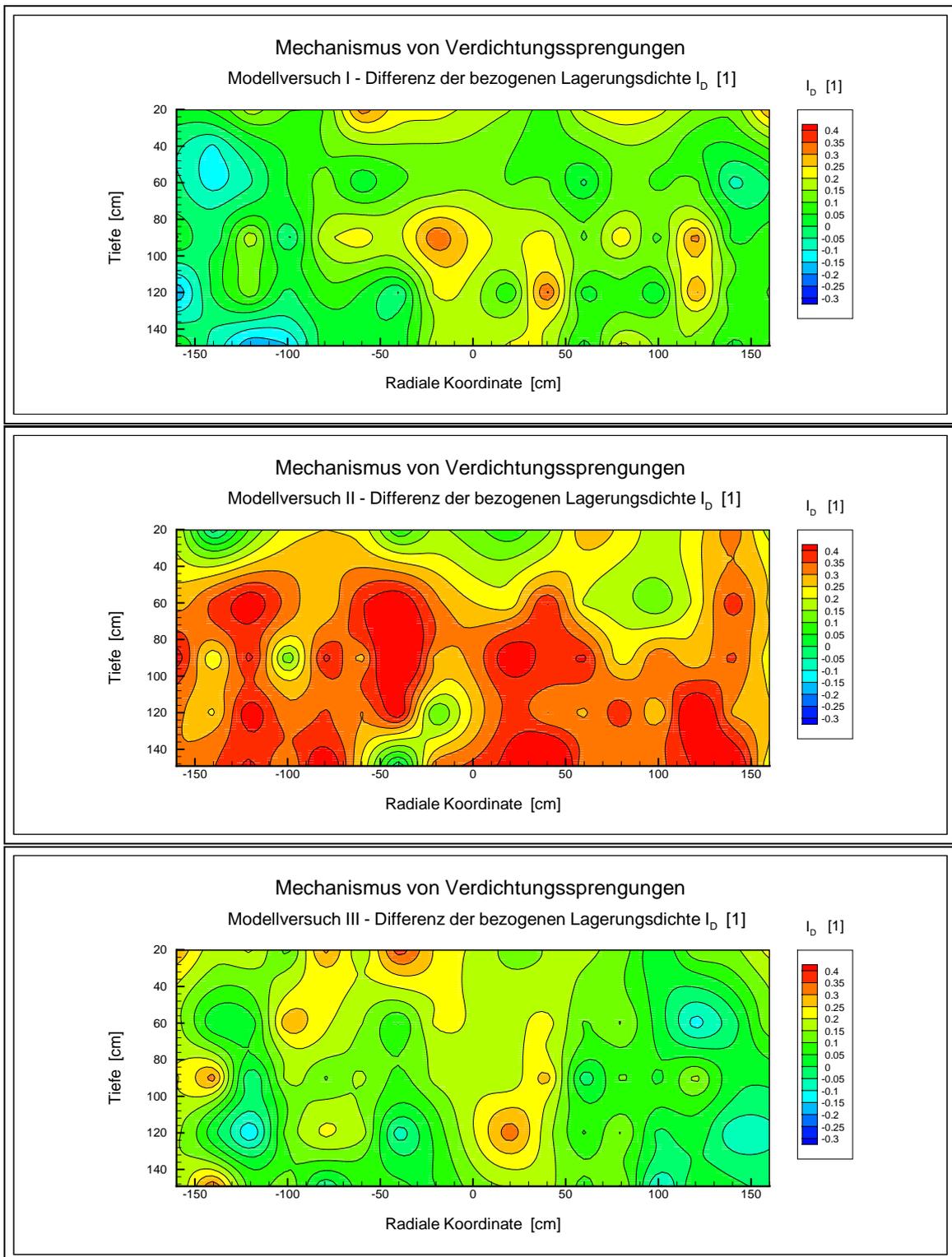


Abbildung B.5: **Bodenphysikalische Messungen: Änderung der bezogenen Lagerungsdichte infolge Sprengung**

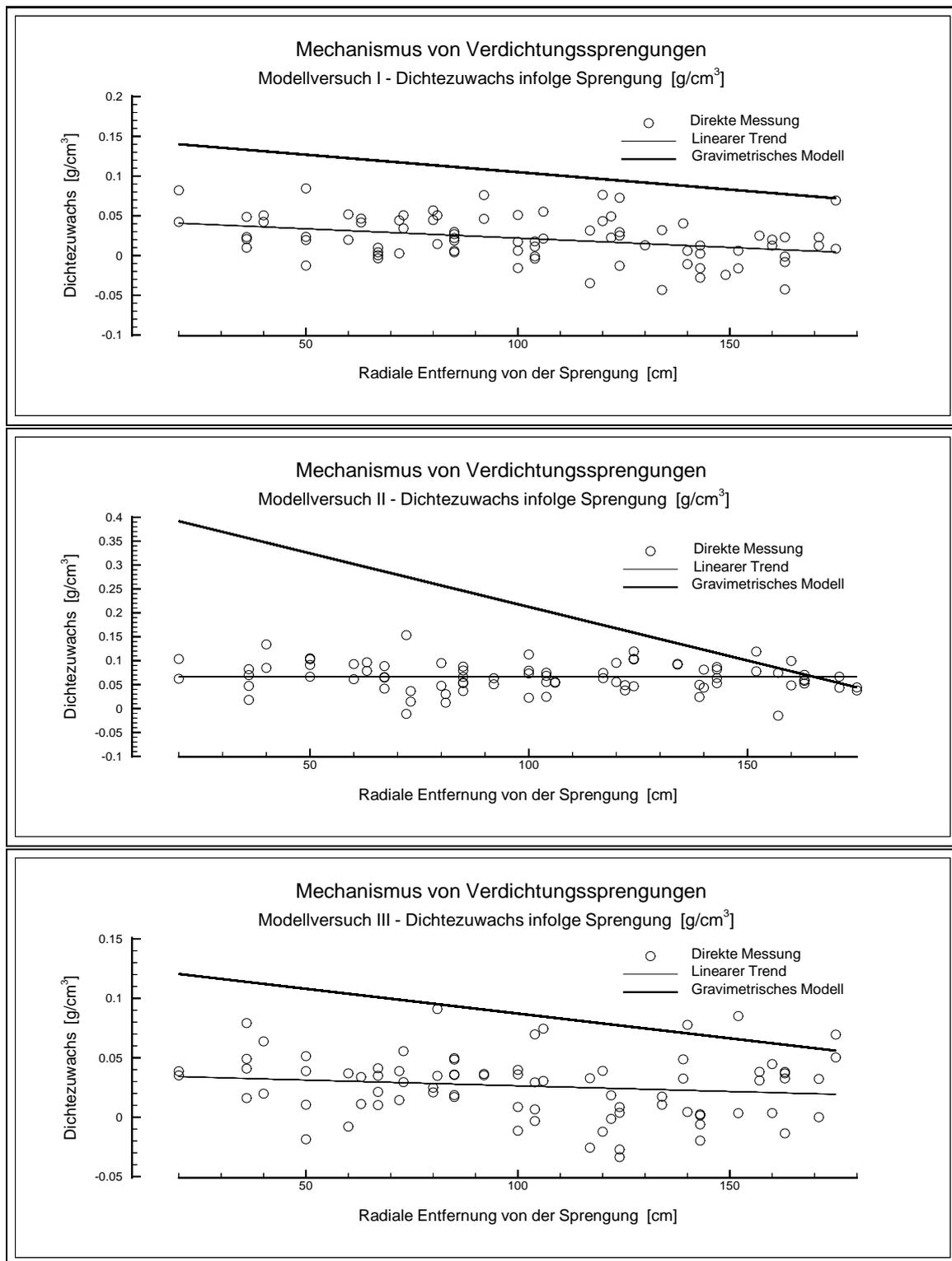


Abbildung B.6: **Bodenphysikalische Messungen: Dichtezuwachs infolge Sprengung**

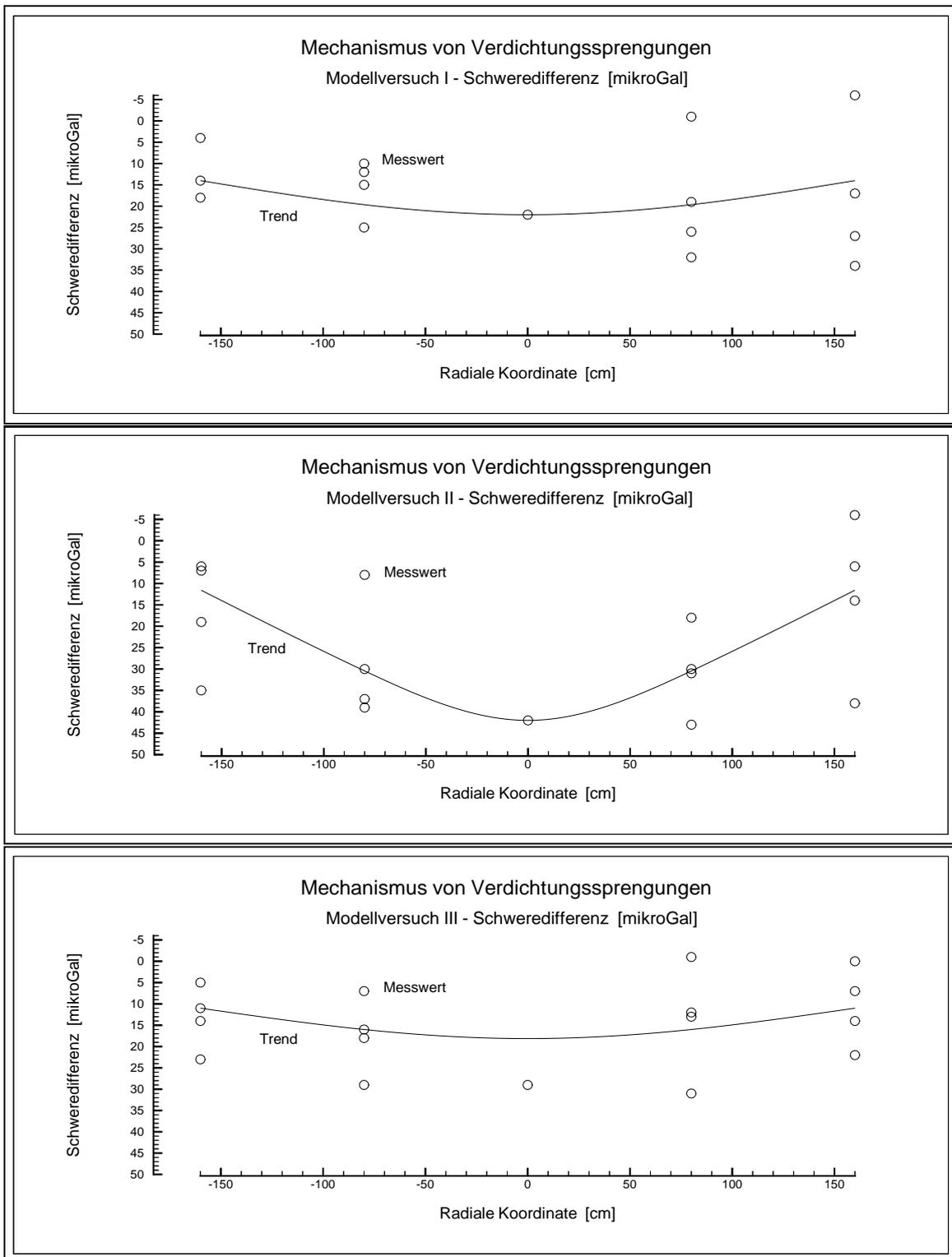


Abbildung B.7: Gravimetrische Messungen: Änderung der Schwere infolge Sprengung

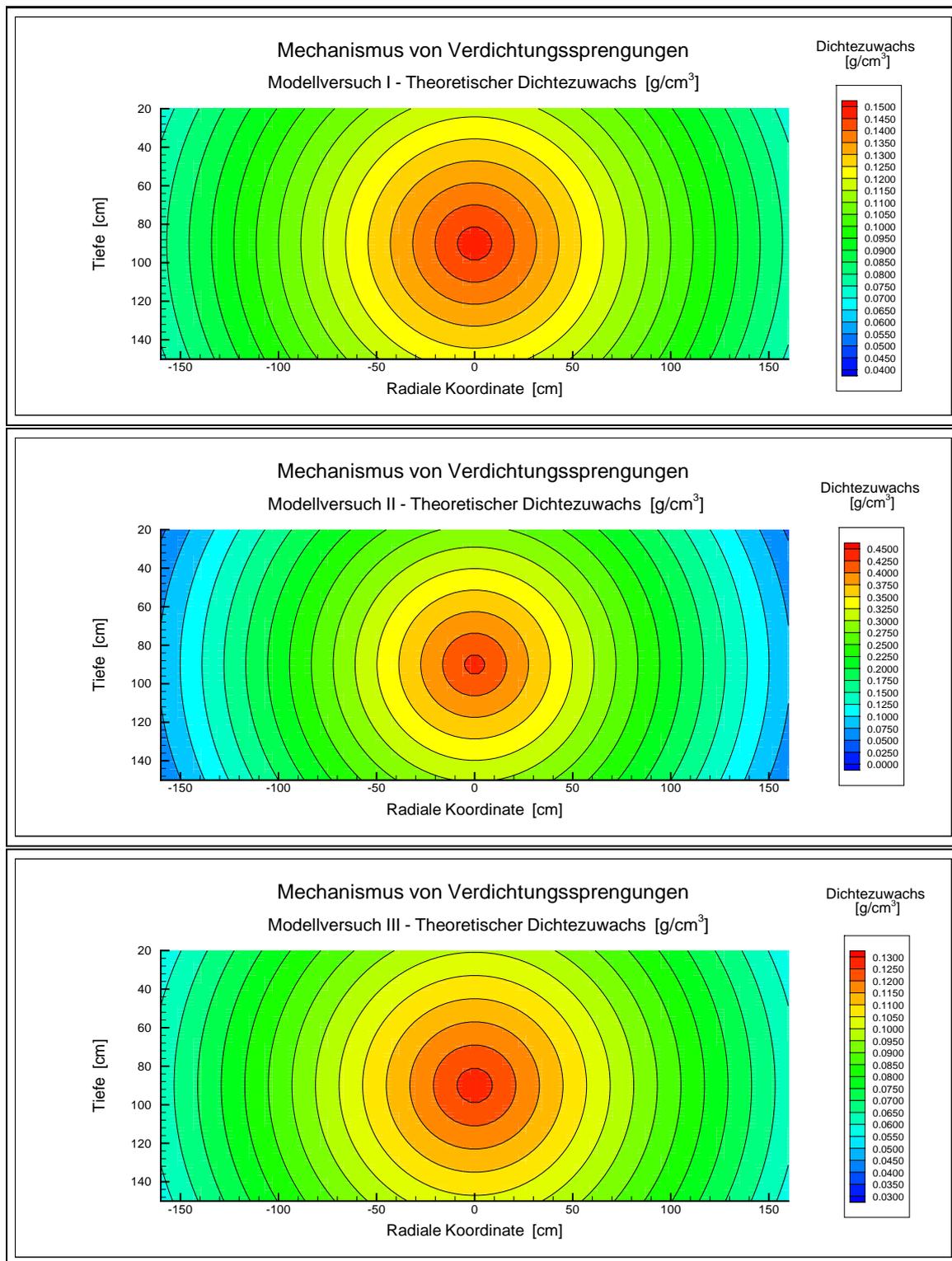


Abbildung B.8: Gravimetrische Messungen: Theoretisches Modell des räumlichen Dichtezuwachses infolge Sprengung

Anhang C

Bodendynamische Messungen

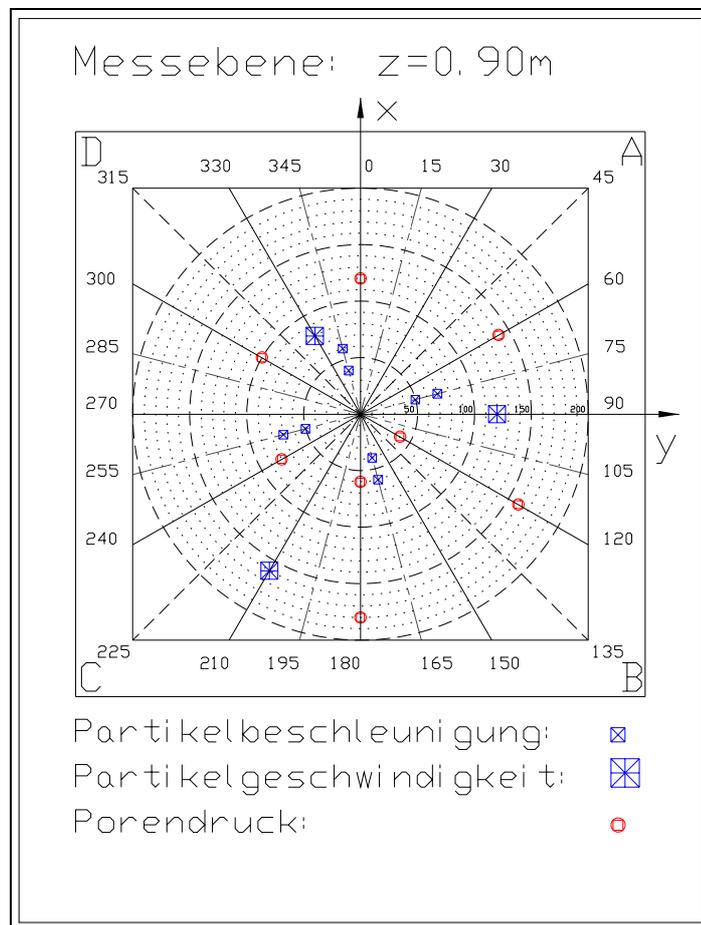


Abbildung C.1: **Geometrische Konfiguration der Partikelbewegungs- und Porendruckaufnehmer**

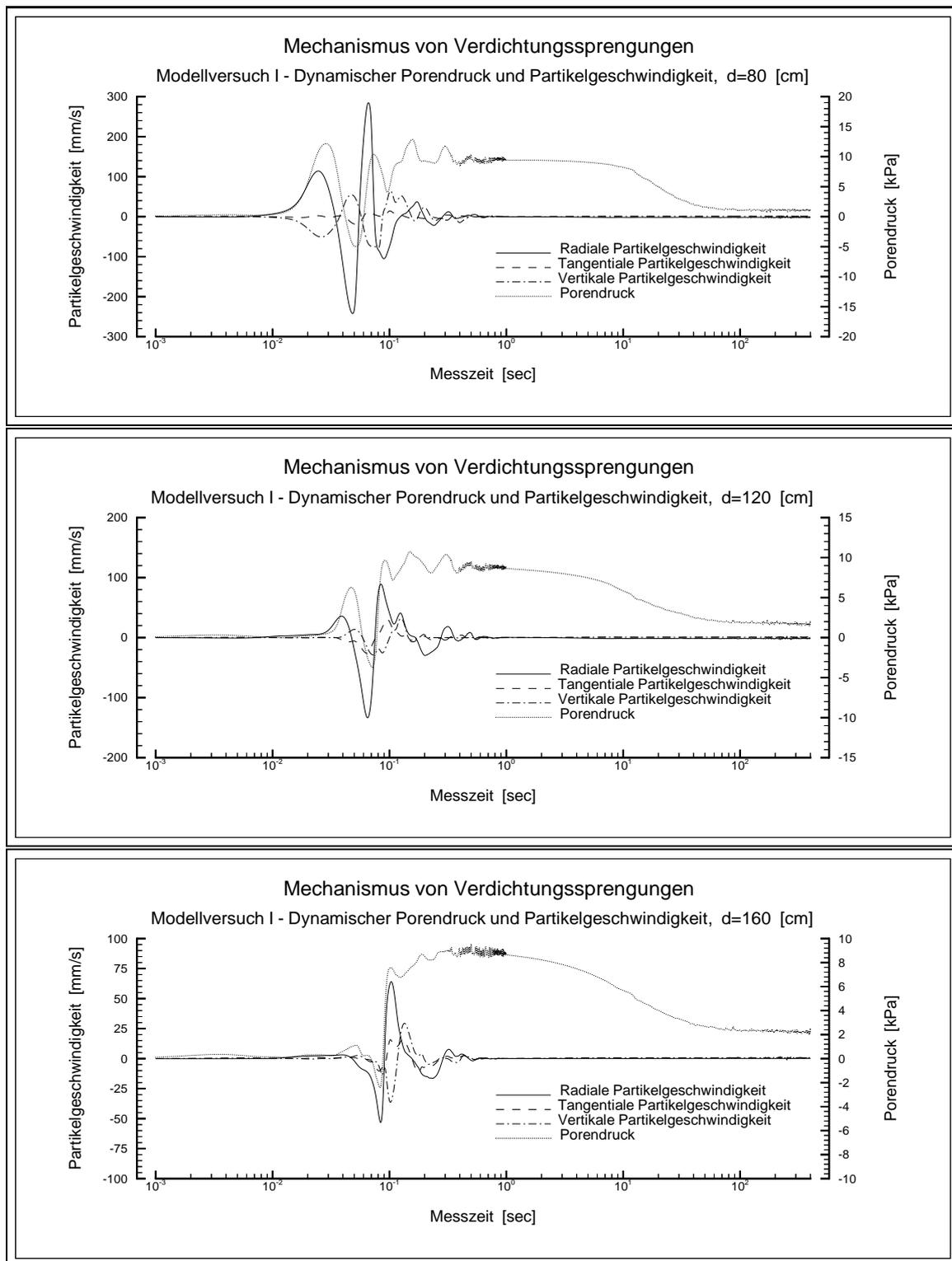


Abbildung C.2: **Bodendynamische Messungen: Modellversuch I - Porendruck und Partikelgeschwindigkeit**

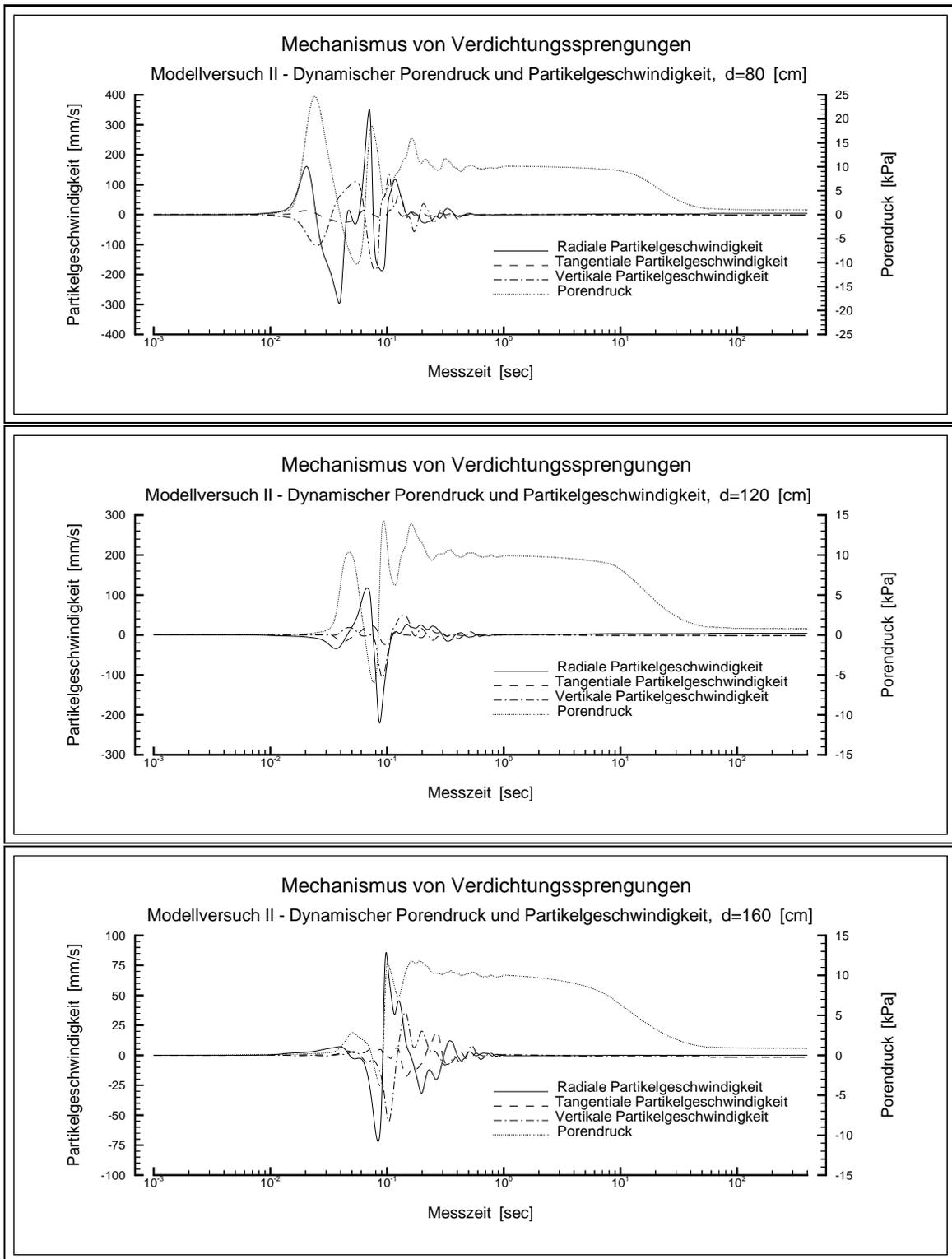


Abbildung C.3: **Bodendynamische Messungen: Modellversuch II - Porendruck und Partikelgeschwindigkeit**

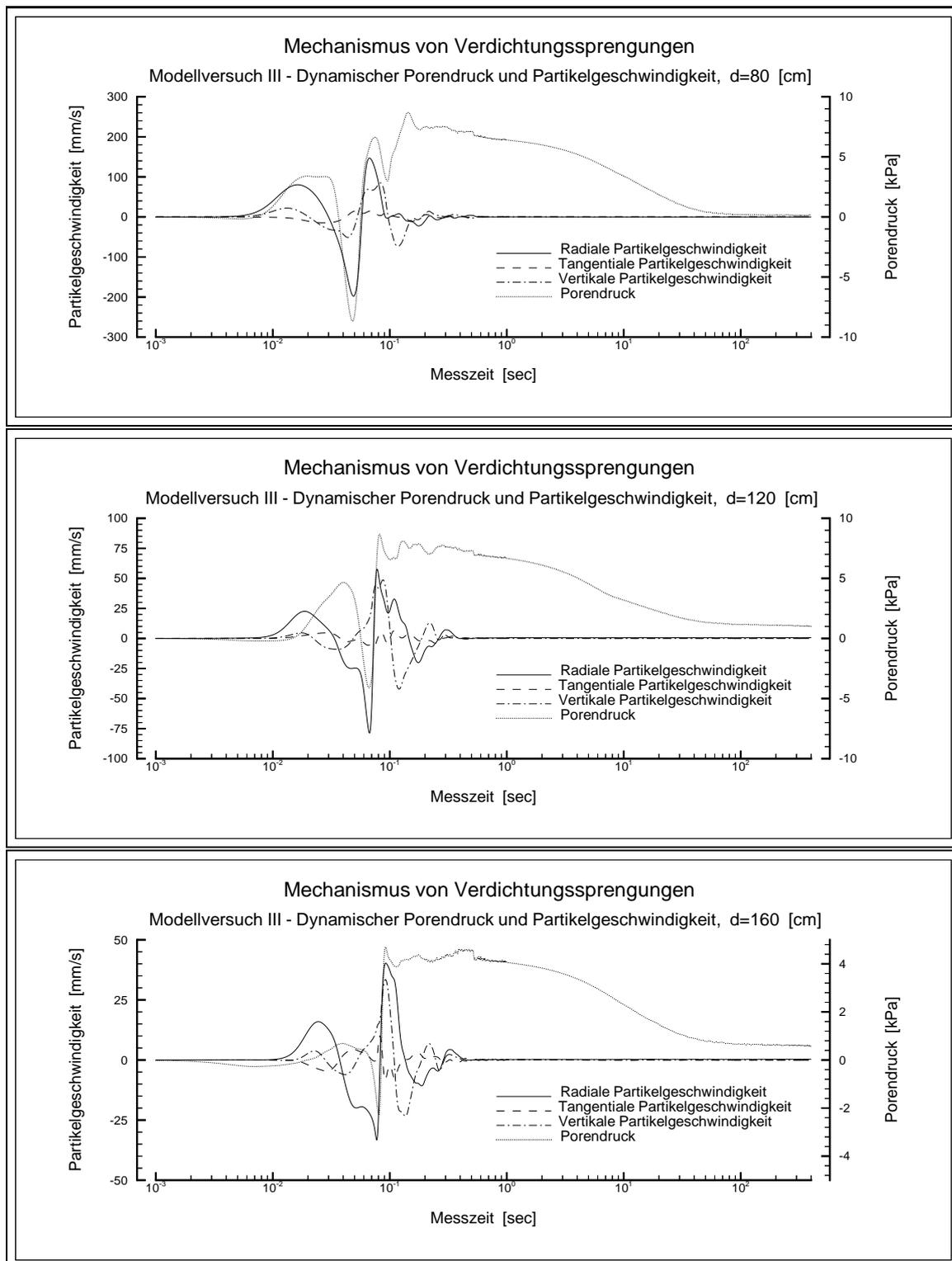


Abbildung C.4: **Bodendynamische Messungen: Modellversuch III - Porendruck und Partikelgeschwindigkeit**

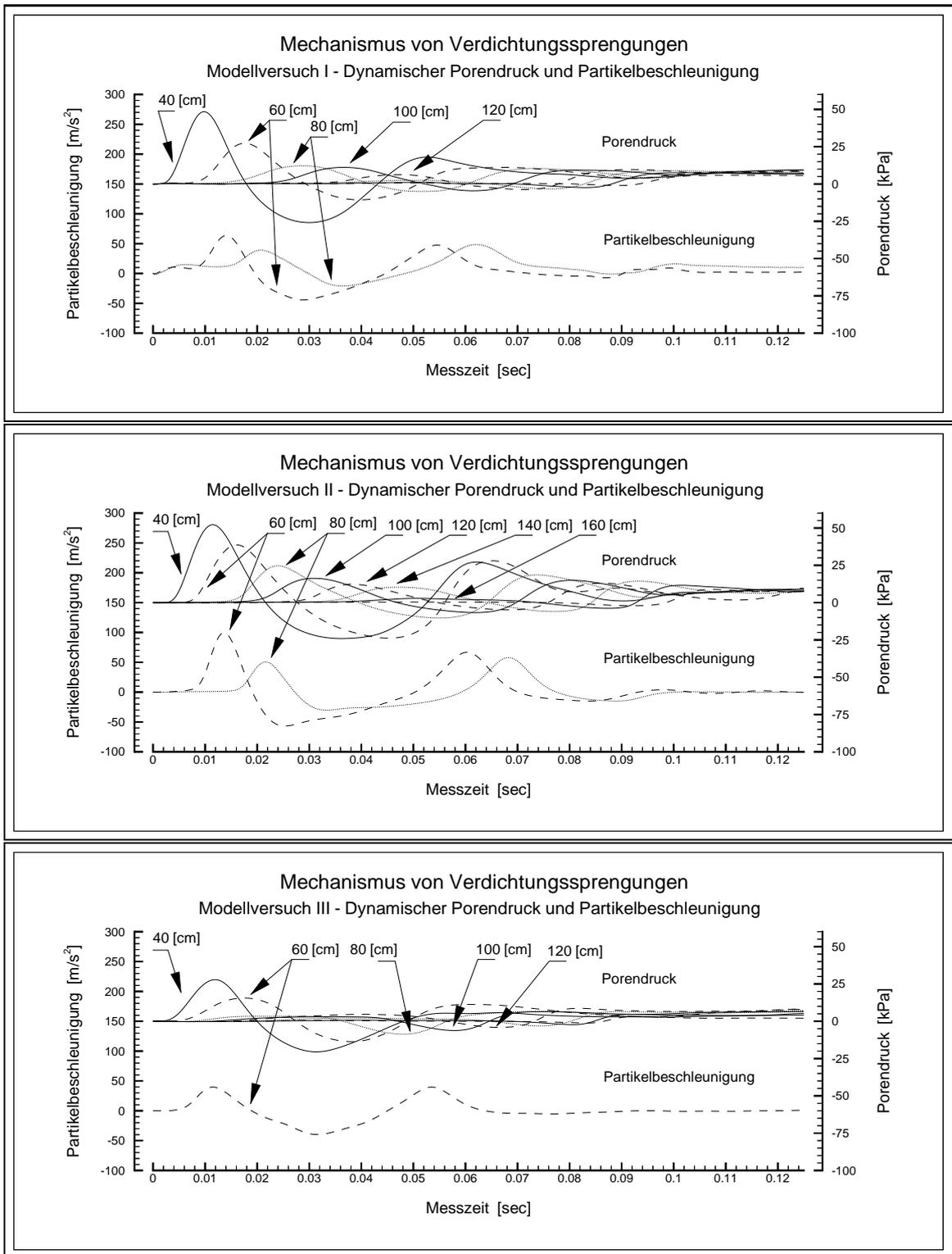


Abbildung C.5: Bodendynamische Messungen: Modellversuch I, II, III - Porendruck und Partikelbeschleunigung

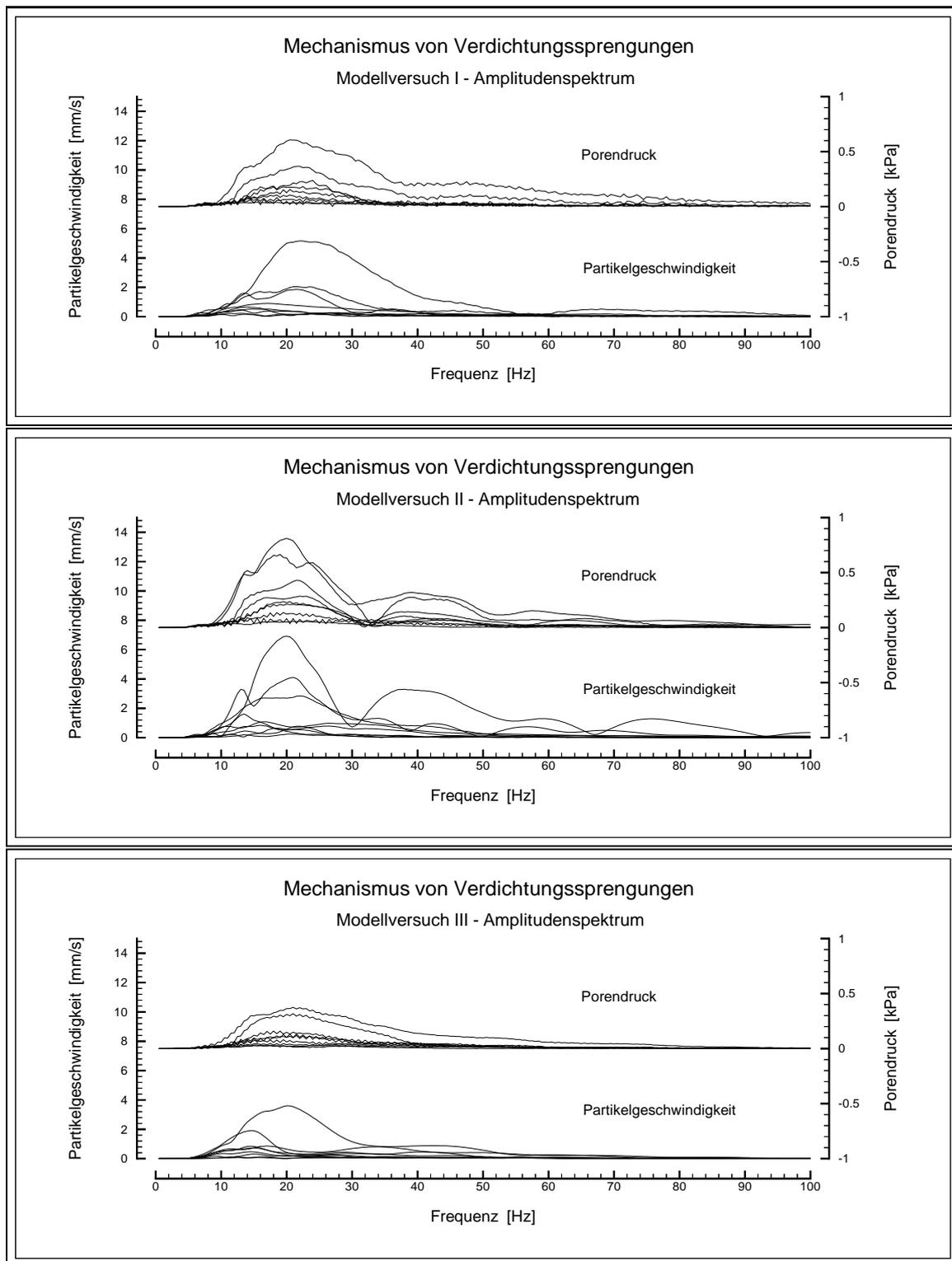


Abbildung C.6: **Bodendynamische Messungen: Amplitudenspektrum des Porendruckes und der Partikelgeschwindigkeit**

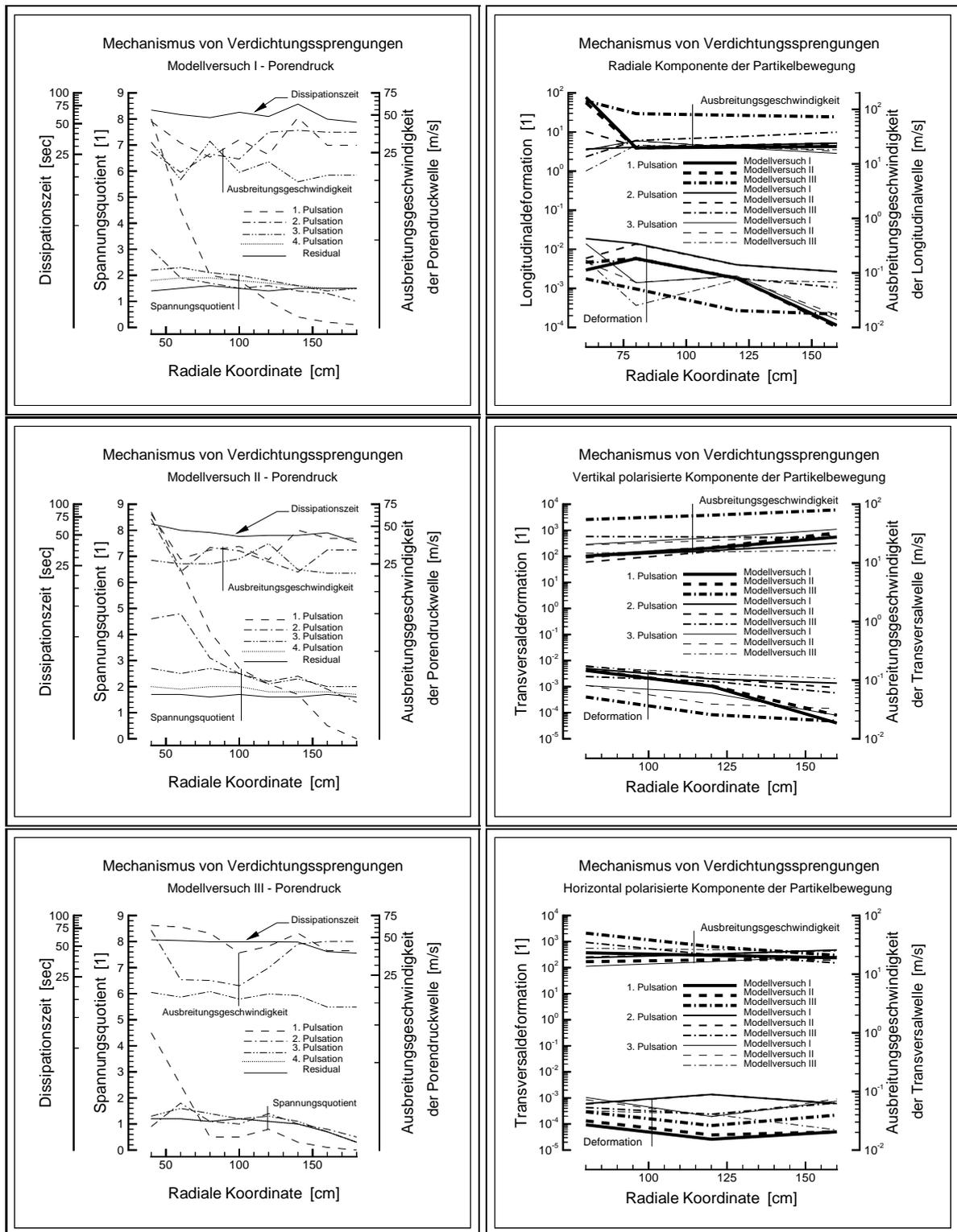


Abbildung C.7: **Bodendynamische Messungen: Quantitative Auswertung der Eigenschaften der Wellenfelder des Porendruckes und der Partikelbewegung**

Anhang D

Geodätische Messungen

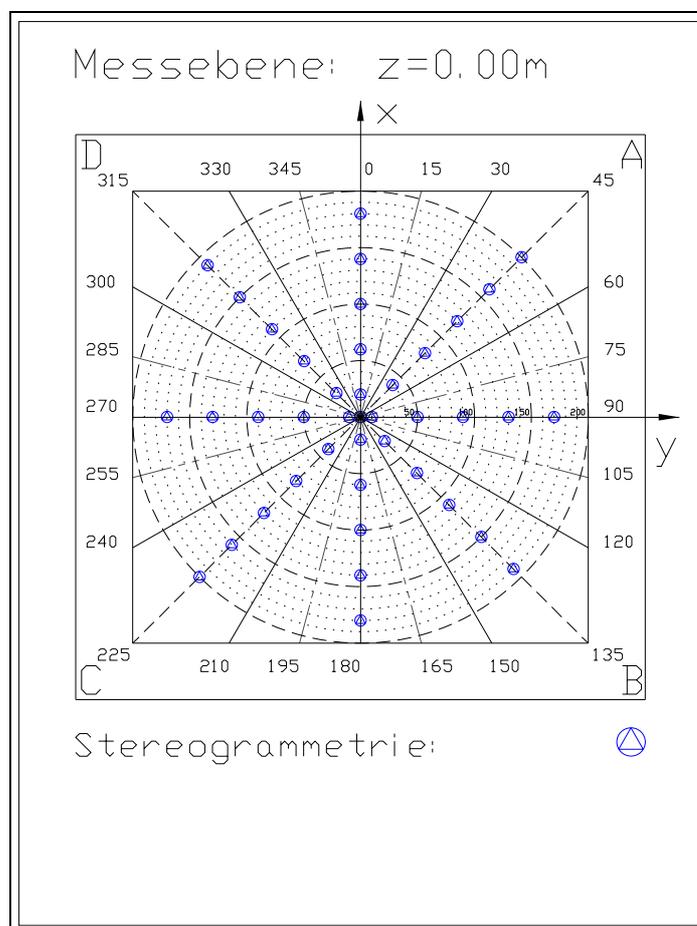


Abbildung D.1: **Geometrische Konfiguration der geodätischen Messpunkte**

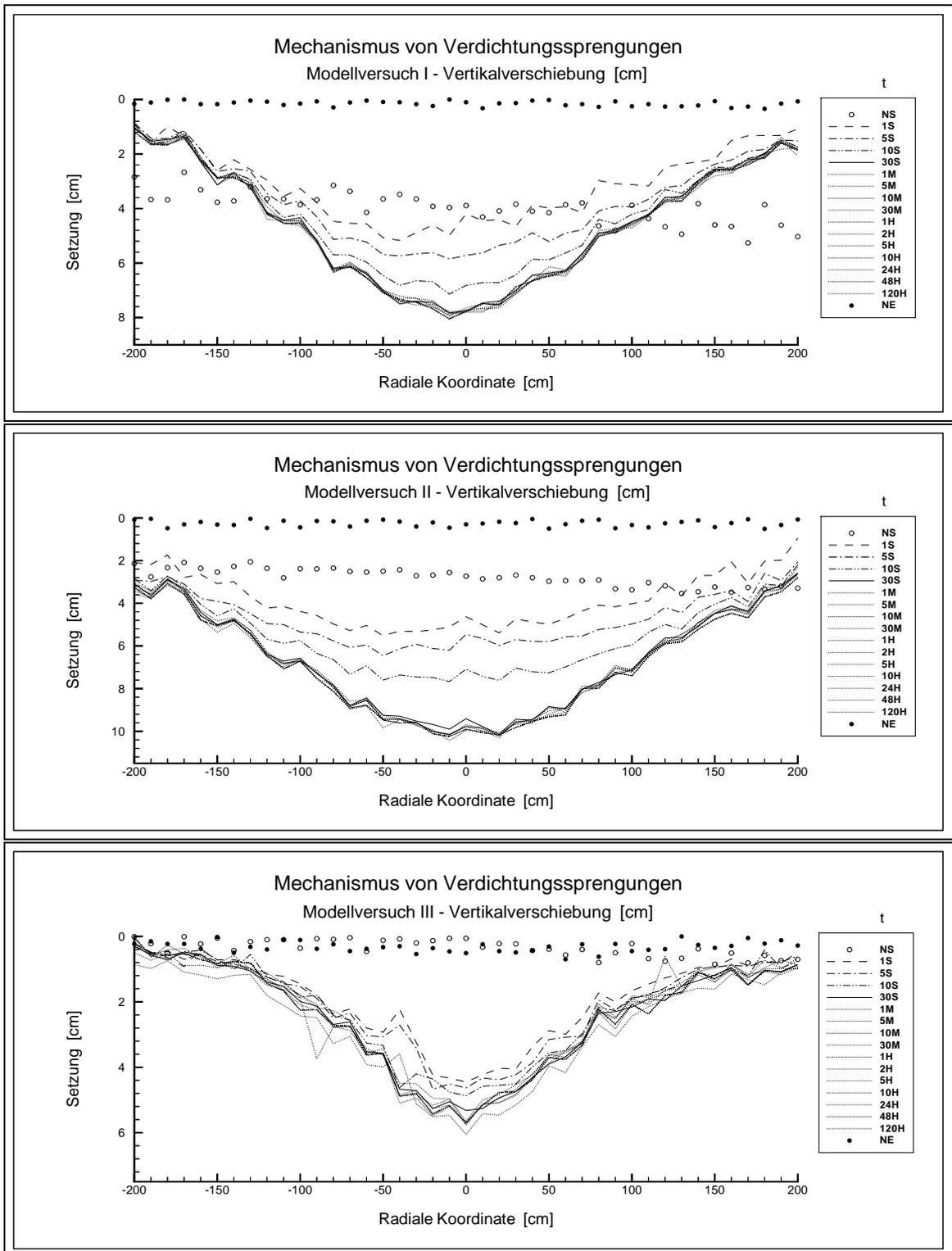


Abbildung D.2: Geodätische Messungen: Vertikalverschiebungen der Modelloberfläche

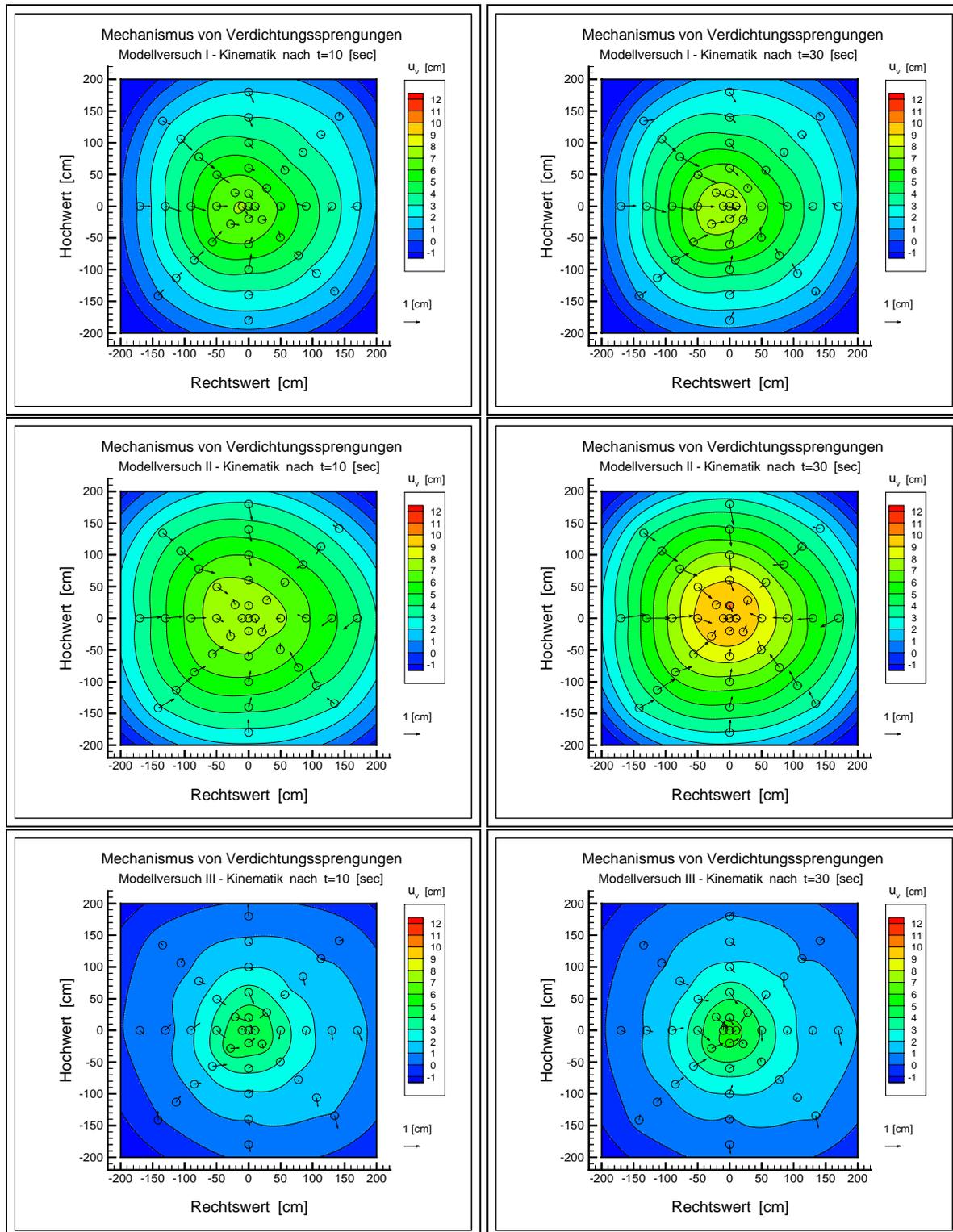


Abbildung D.3: Geodätische Messungen: Kurzzeitkinematik der Modell-
oberfläche

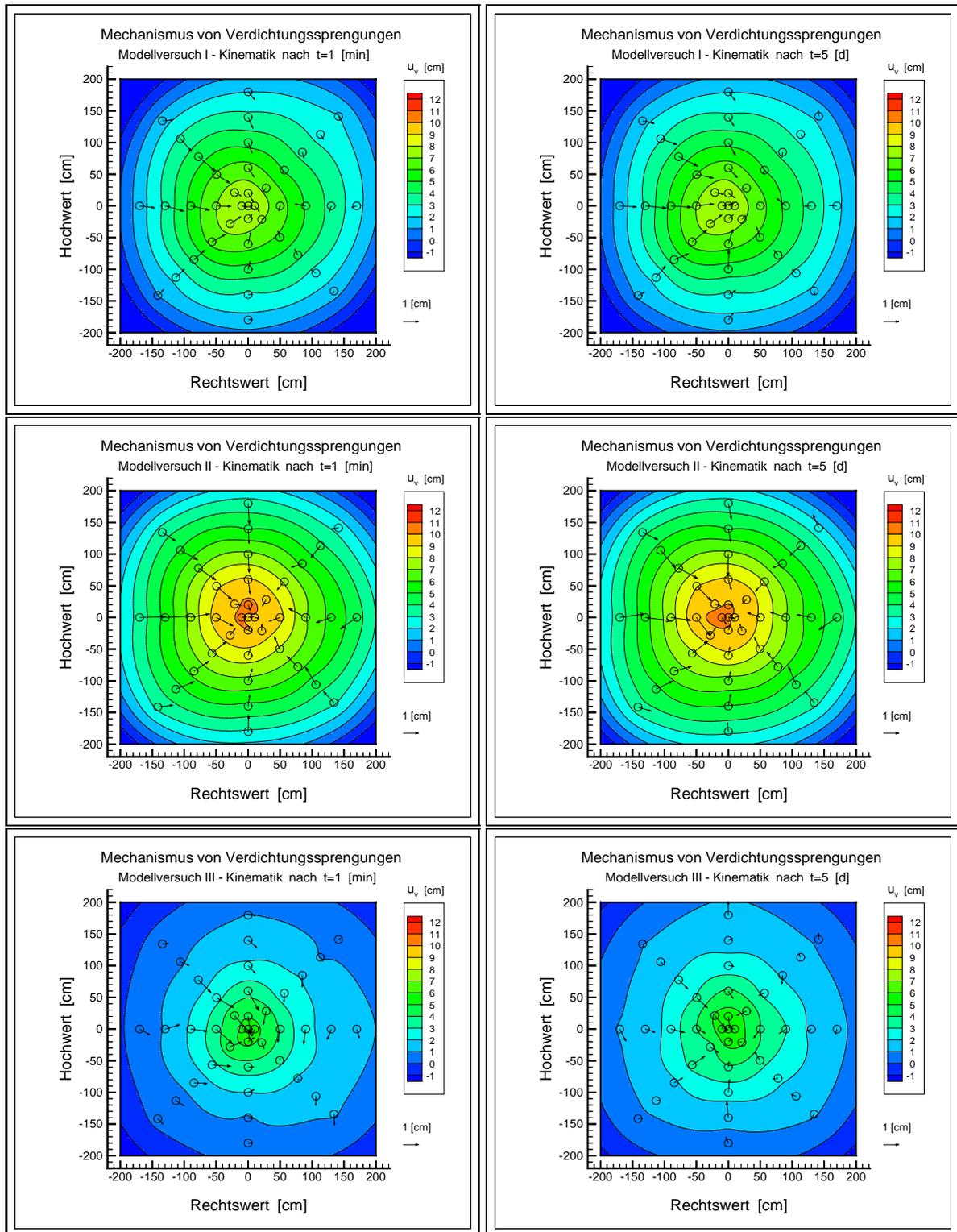


Abbildung D.4: Geodätische Messungen: Langzeitkinematik der Modelloberfläche

Anhang E

Theoretische Berechnungen

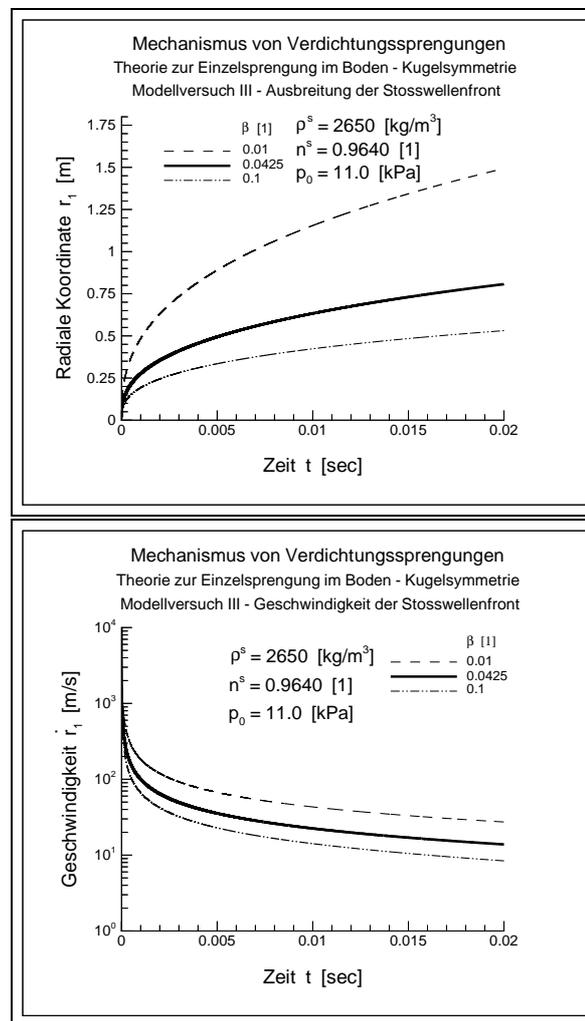


Abbildung E.1: **Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für die Bedingungen des Modellversuches III - Räumliche Koordinate und Geschwindigkeit der Stoßwellenfront**

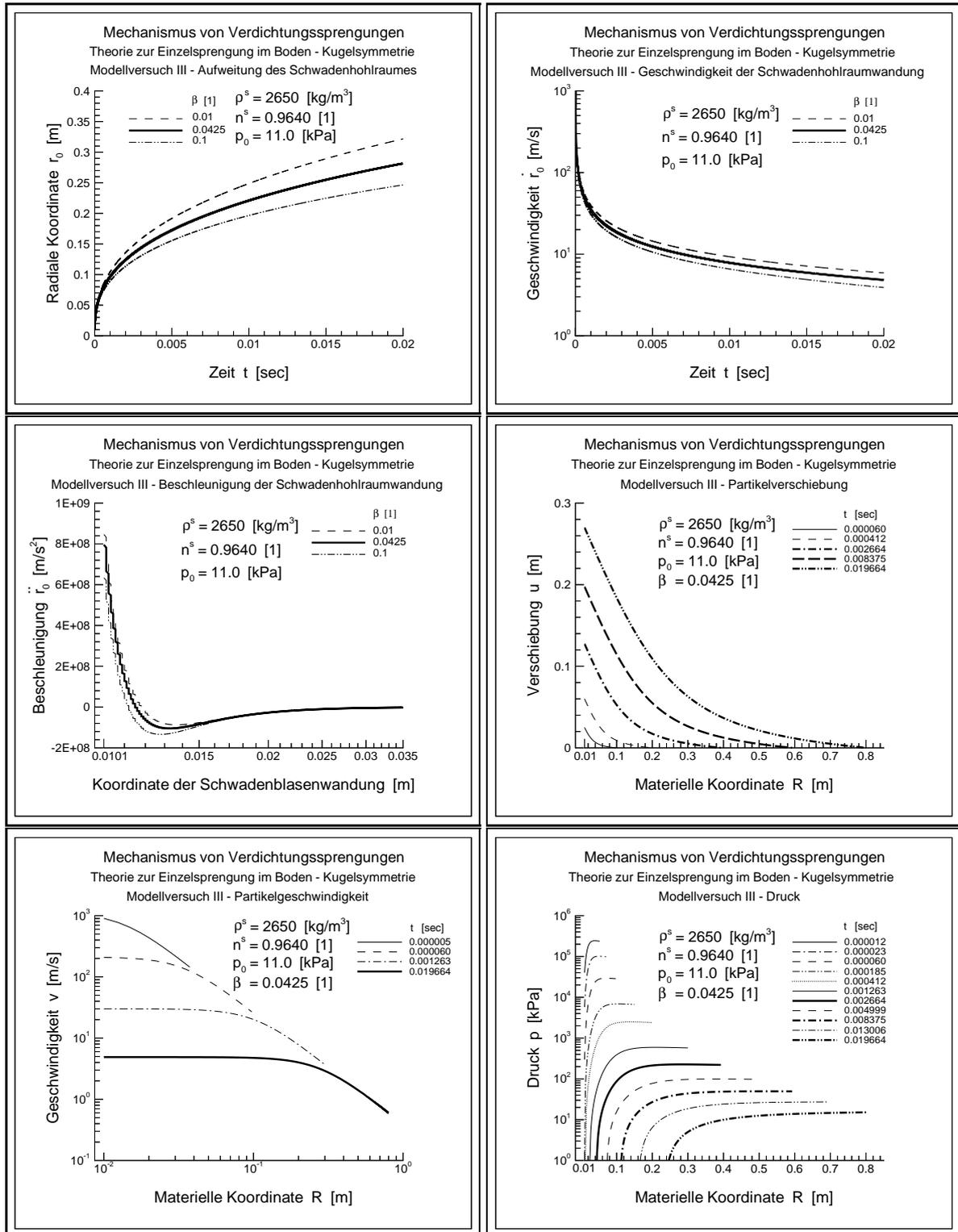


Abbildung E.2: Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für die Bedingungen des Modellversuches III - Räumliche Koordinate, Geschwindigkeit und Beschleunigung der Schwadenhohlraumwandung sowie Verschiebungs-, Geschwindigkeits- und Druckverteilung hinter der Stoßwellenfront

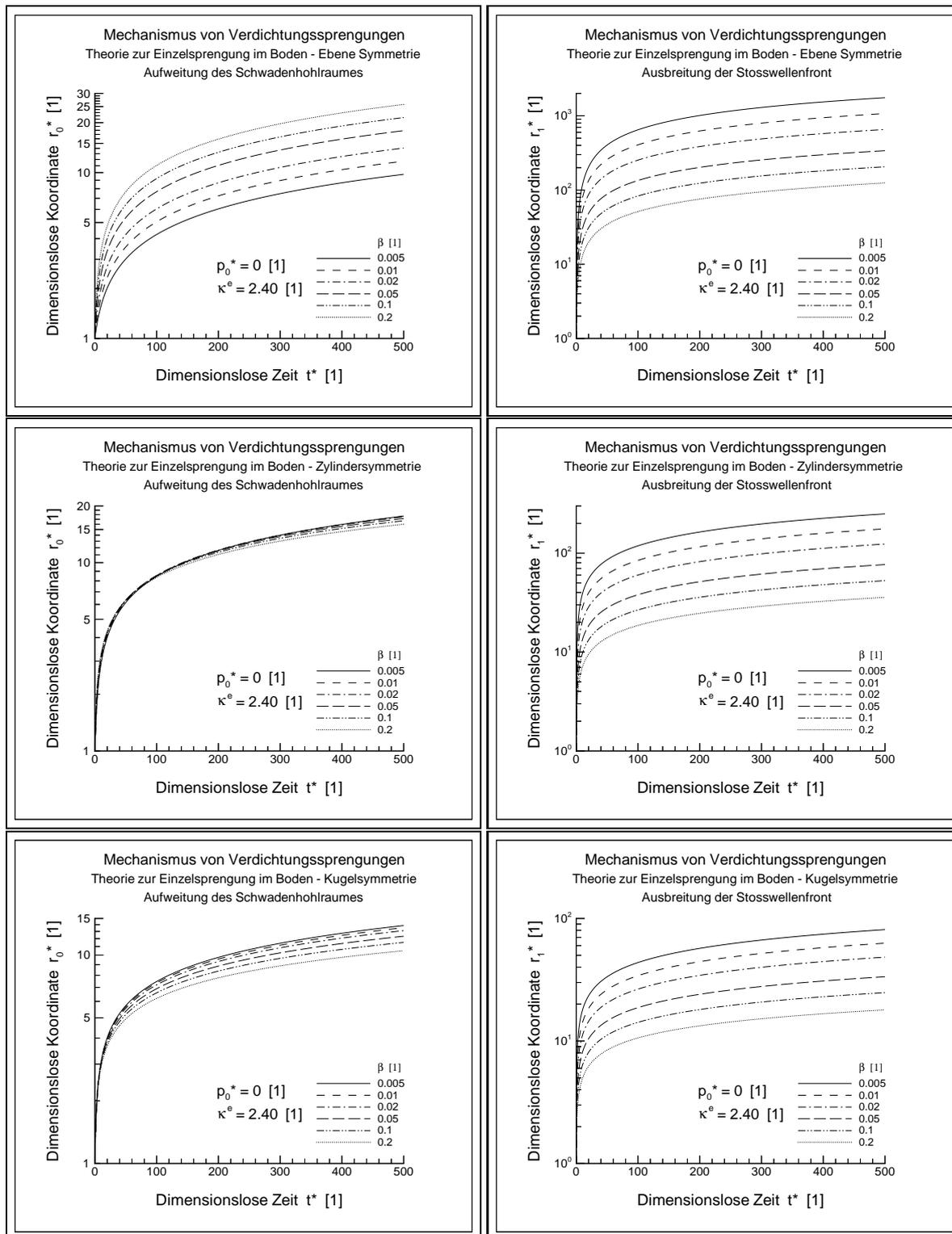


Abbildung E.3: **Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose räumliche Koordinate der Schwadenhohlraumwandung und der Stoßwellenfront**, $\beta = (0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2)$ [1], $\kappa^e = 2,40$ [1], $p_0^* = 0$ [1]

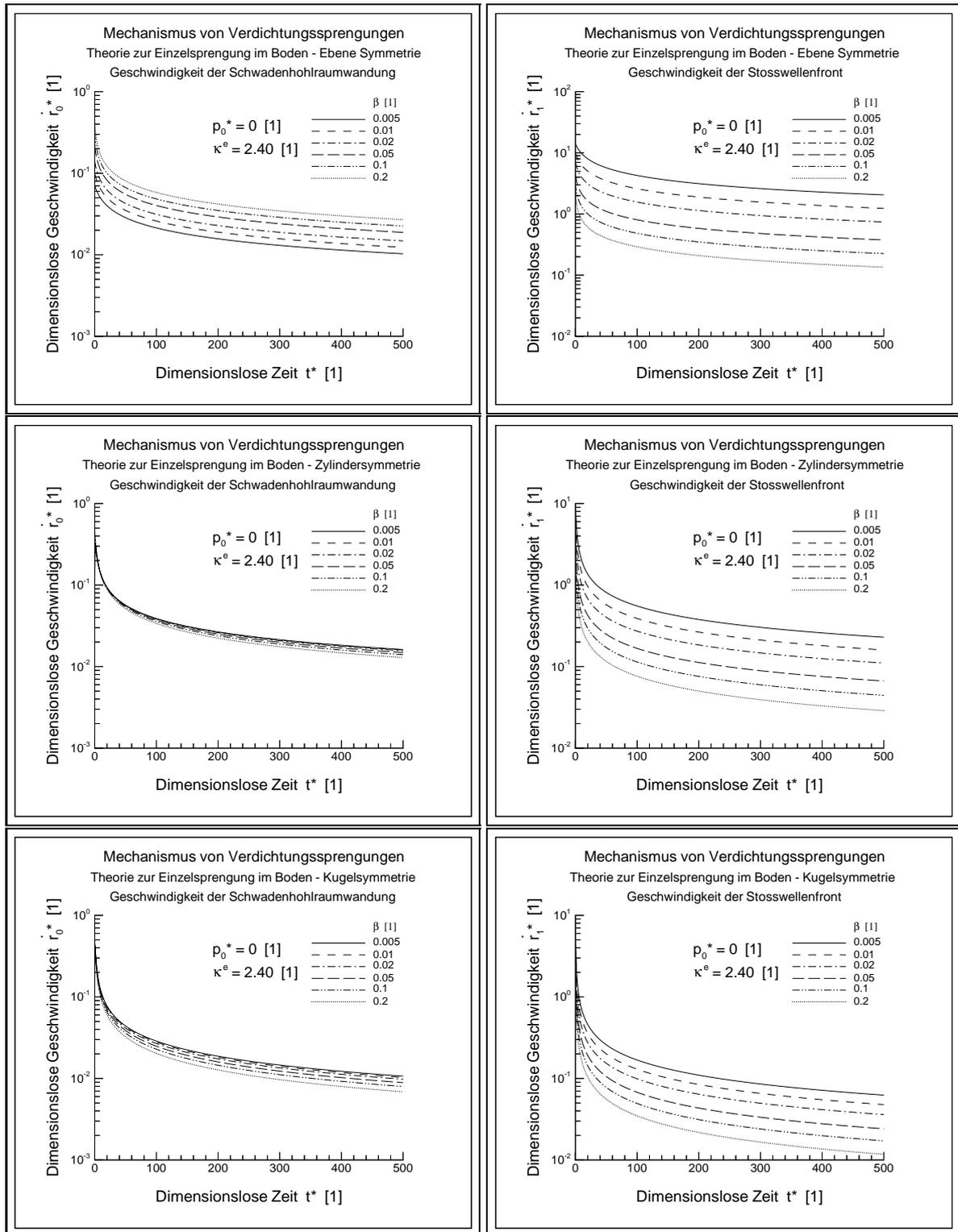


Abbildung E.4: **Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose Geschwindigkeit der Schwadenhohlraumwandung und der Stoßwellenfront, $\beta = (0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2) [1]$, $\kappa^e = 2,40 [1]$, $p_0^* = 0 [1]$**

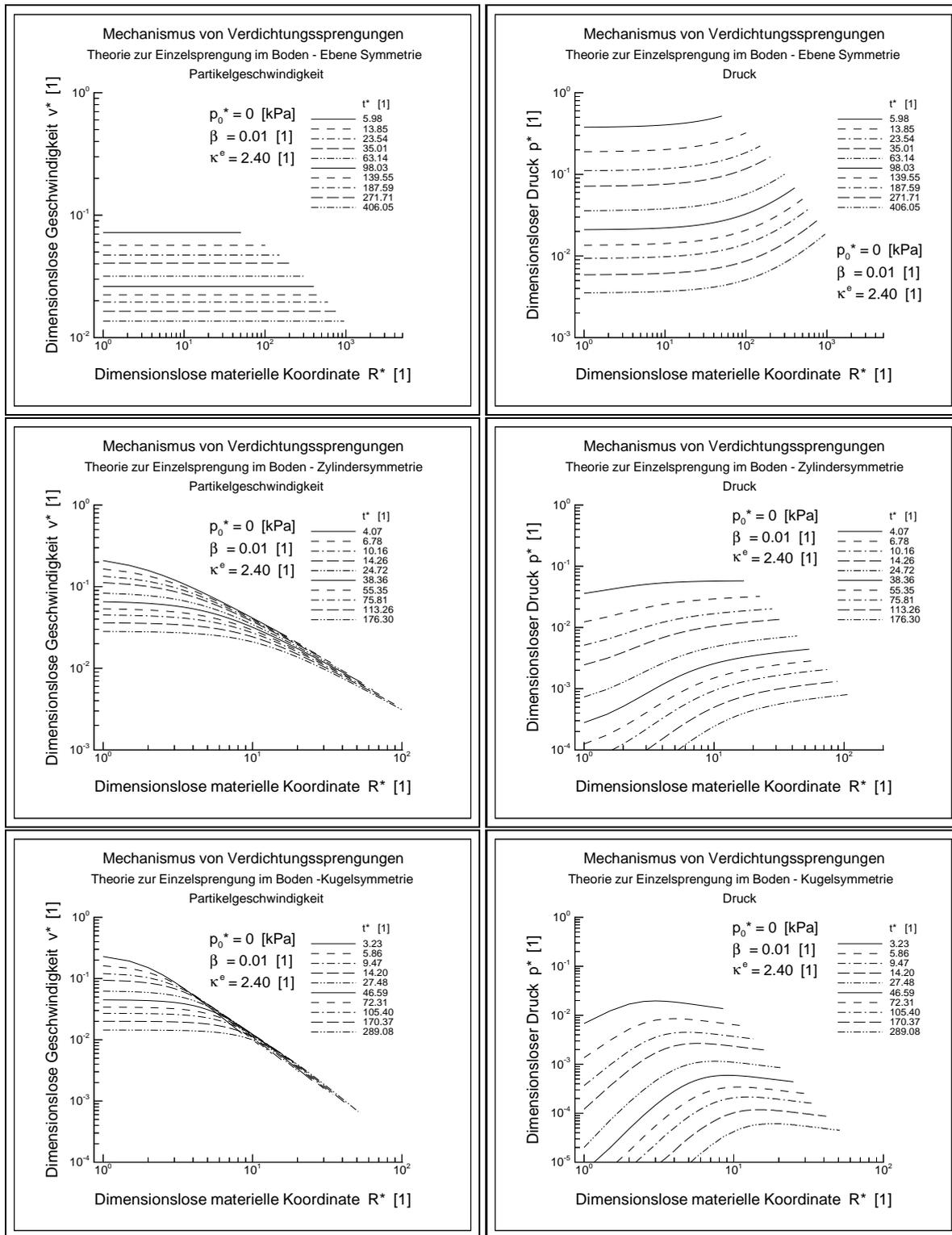


Abbildung E.5: Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose Geschwindigkeits- und Druckverteilung hinter der Stoßwellenfront, $\beta = 0,01$ [1], $\kappa^e = 2,40$ [1], $p_0^* = 0$ [1]

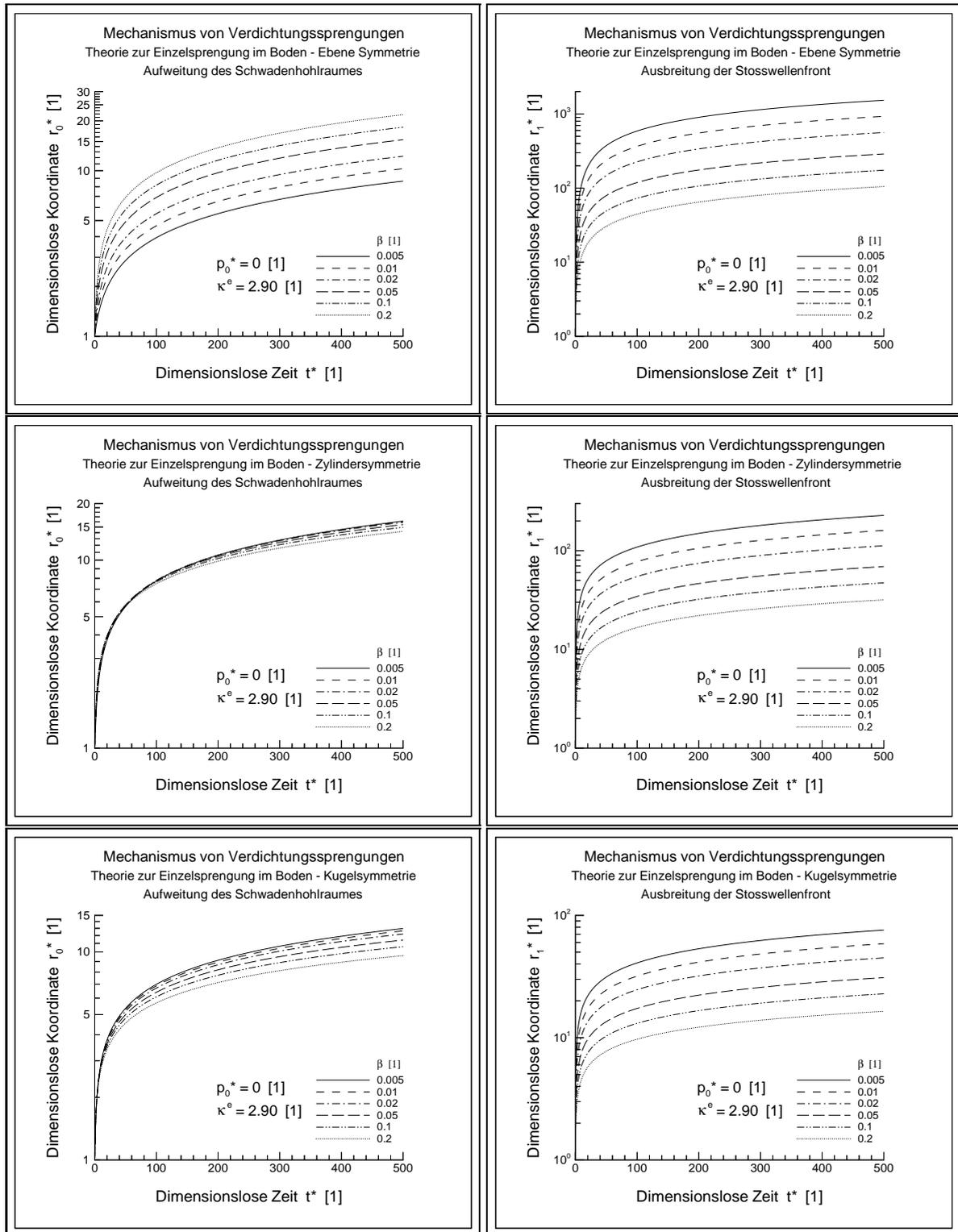


Abbildung E.6: **Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionlose räumliche Koordinate der Schwadenhohlraumwandung und der Stosswellenfront**, $\beta = (0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2)$ [1], $\kappa^e = 2,90$ [1], $p_0^* = 0$ [1]

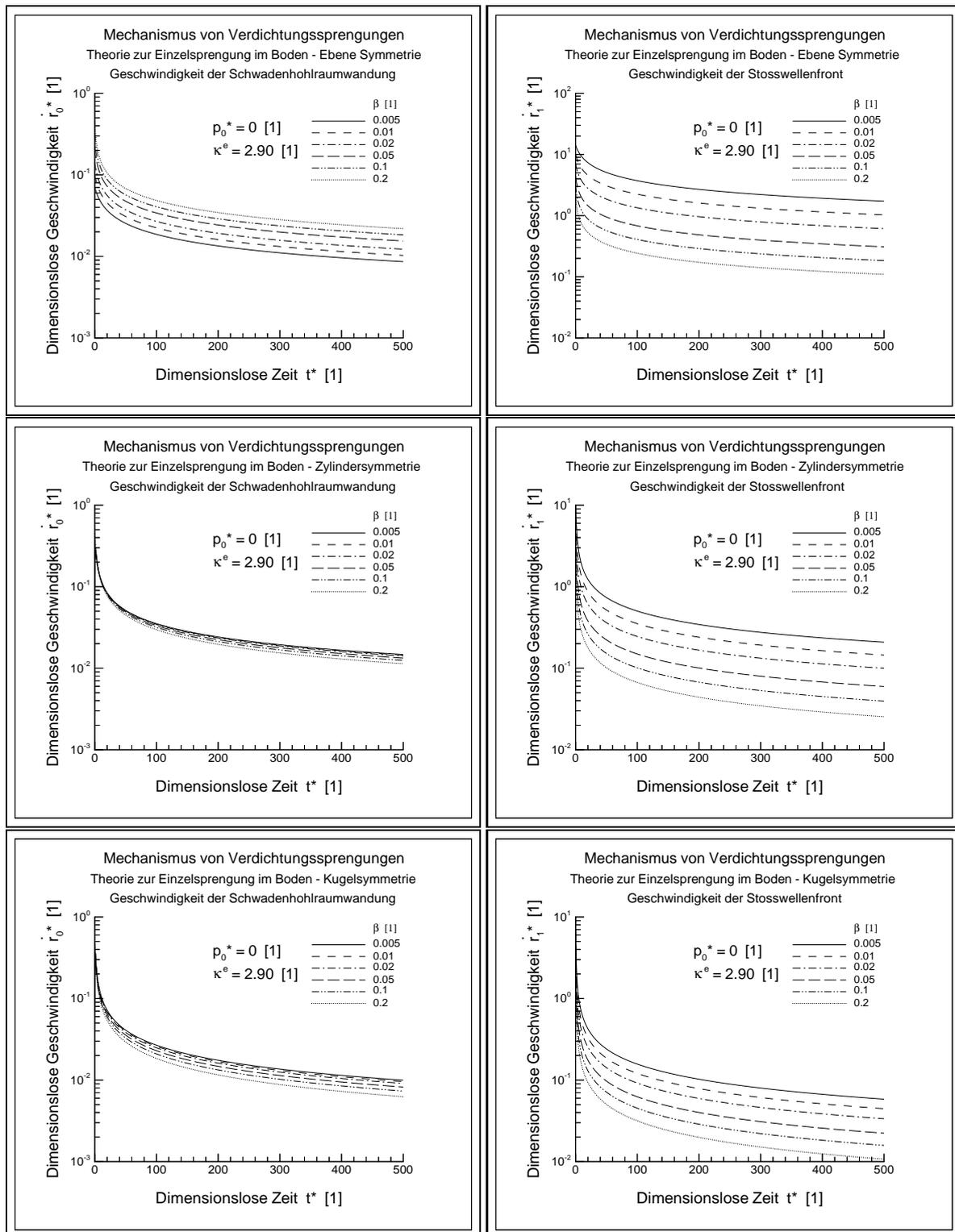


Abbildung E.7: **Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose Geschwindigkeit der Schwadenhohlraumwandung und der Stosswellenfront**, $\beta = (0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2) [1]$, $\kappa^e = 2,90 [1]$, $p_0^* = 0 [1]$

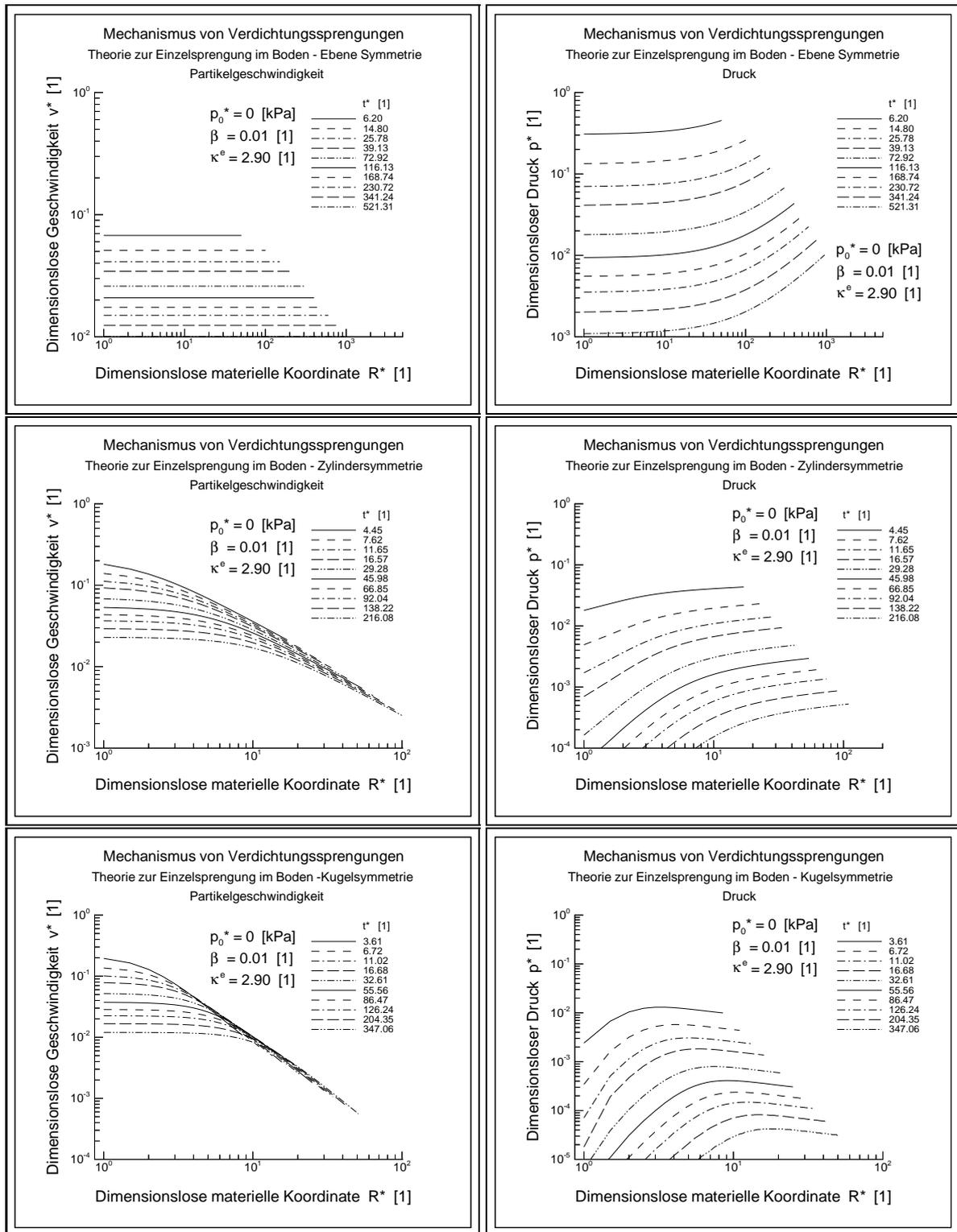


Abbildung E.8: Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose Geschwindigkeits- und Druckverteilung hinter der Stoßwellenfront, $\beta = 0,01$ [1], $\kappa^e = 2,90$ [1], $p_0^* = 0$ [1]

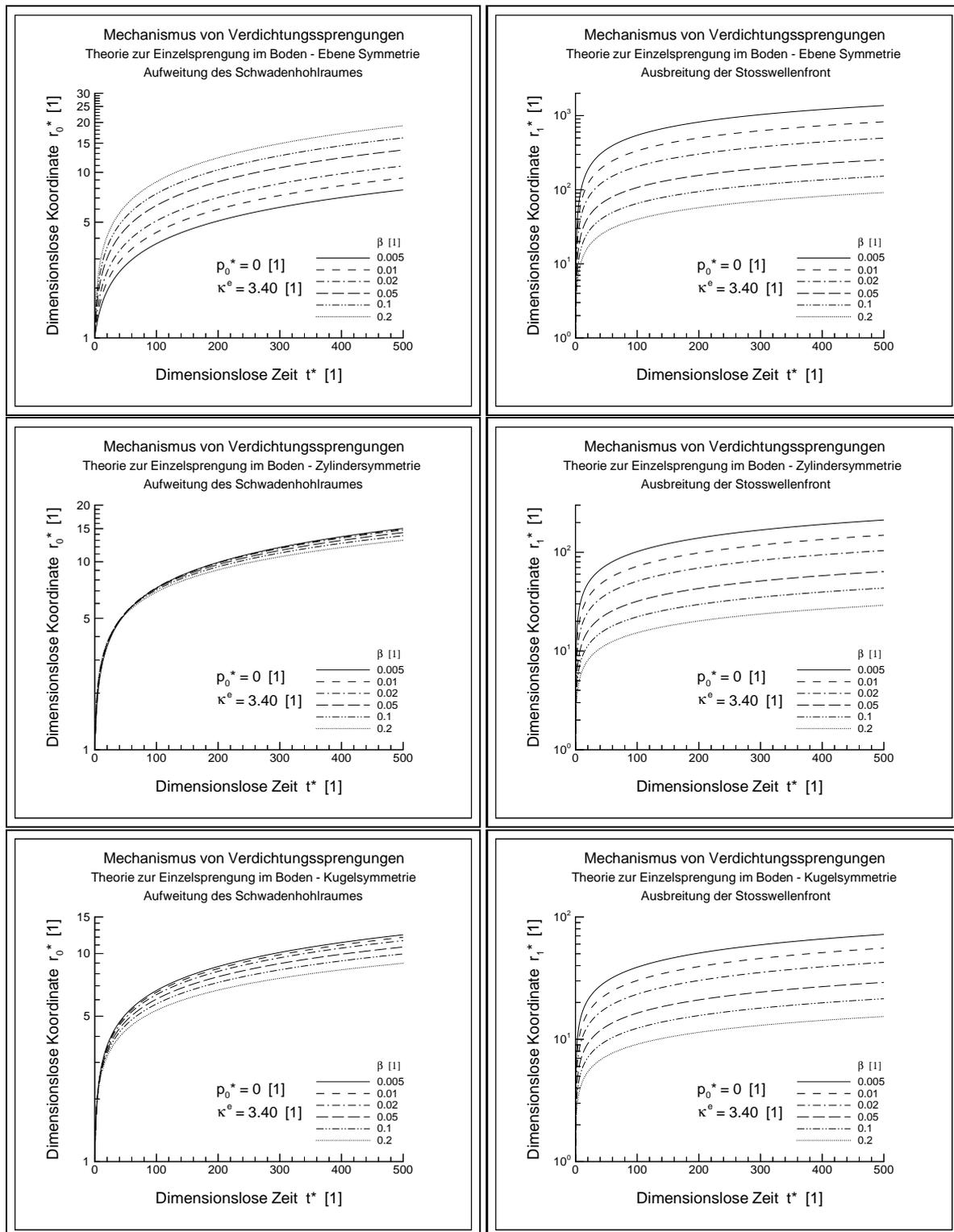


Abbildung E.9: **Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose räumliche Koordinate der Schwadenhohlraumwandung und der Stoßwellenfront**, $\beta = (0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2)$ [1], $\kappa^e = 3,40$ [1], $p_0^* = 0$ [1]

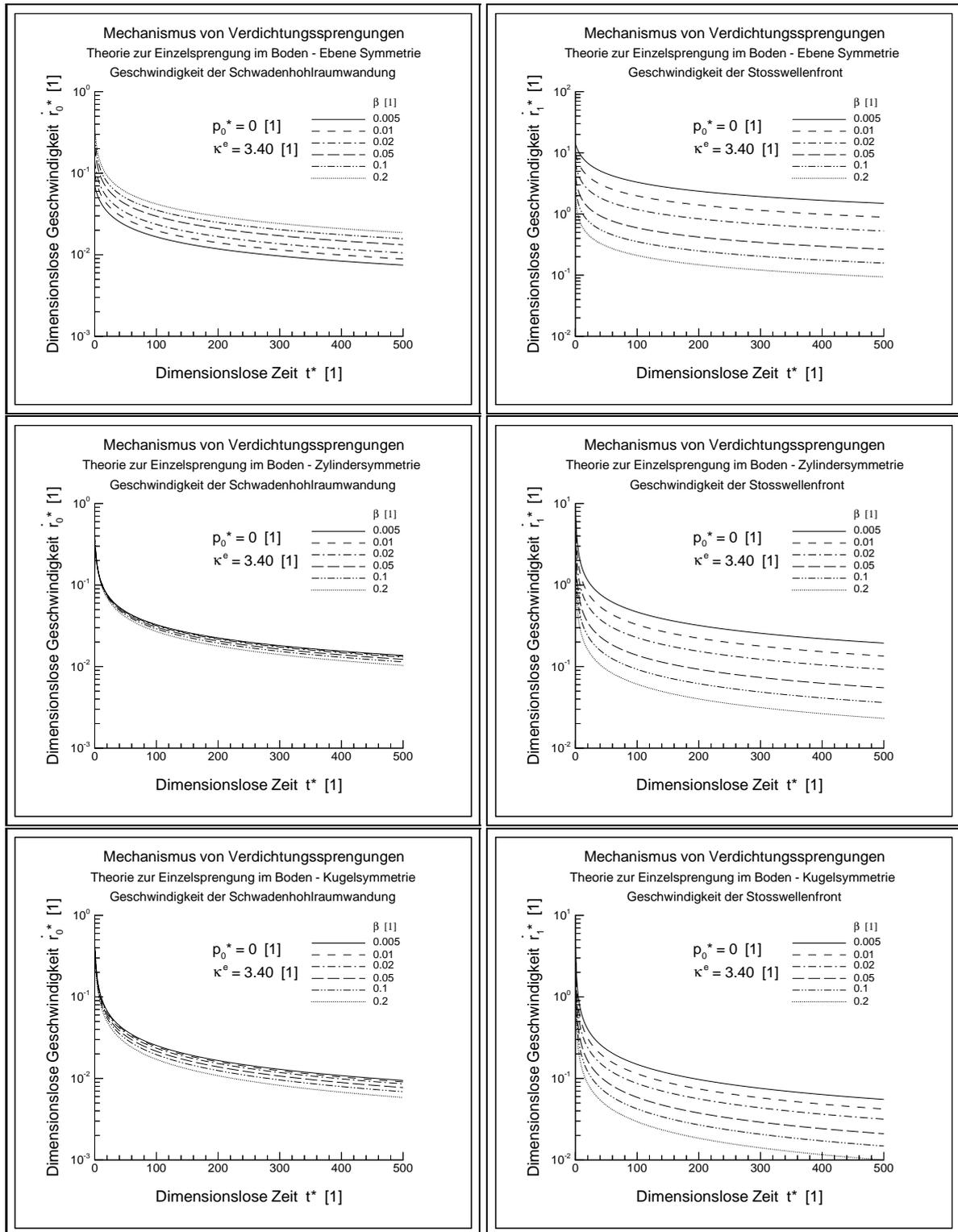


Abbildung E.10: **Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose Geschwindigkeit der Schwadenhohlraumwandung und der Stoßwellenfront, $\beta = (0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2)$ [1], $\kappa^e = 3,40$ [1], $p_0^* = 0$ [1]**

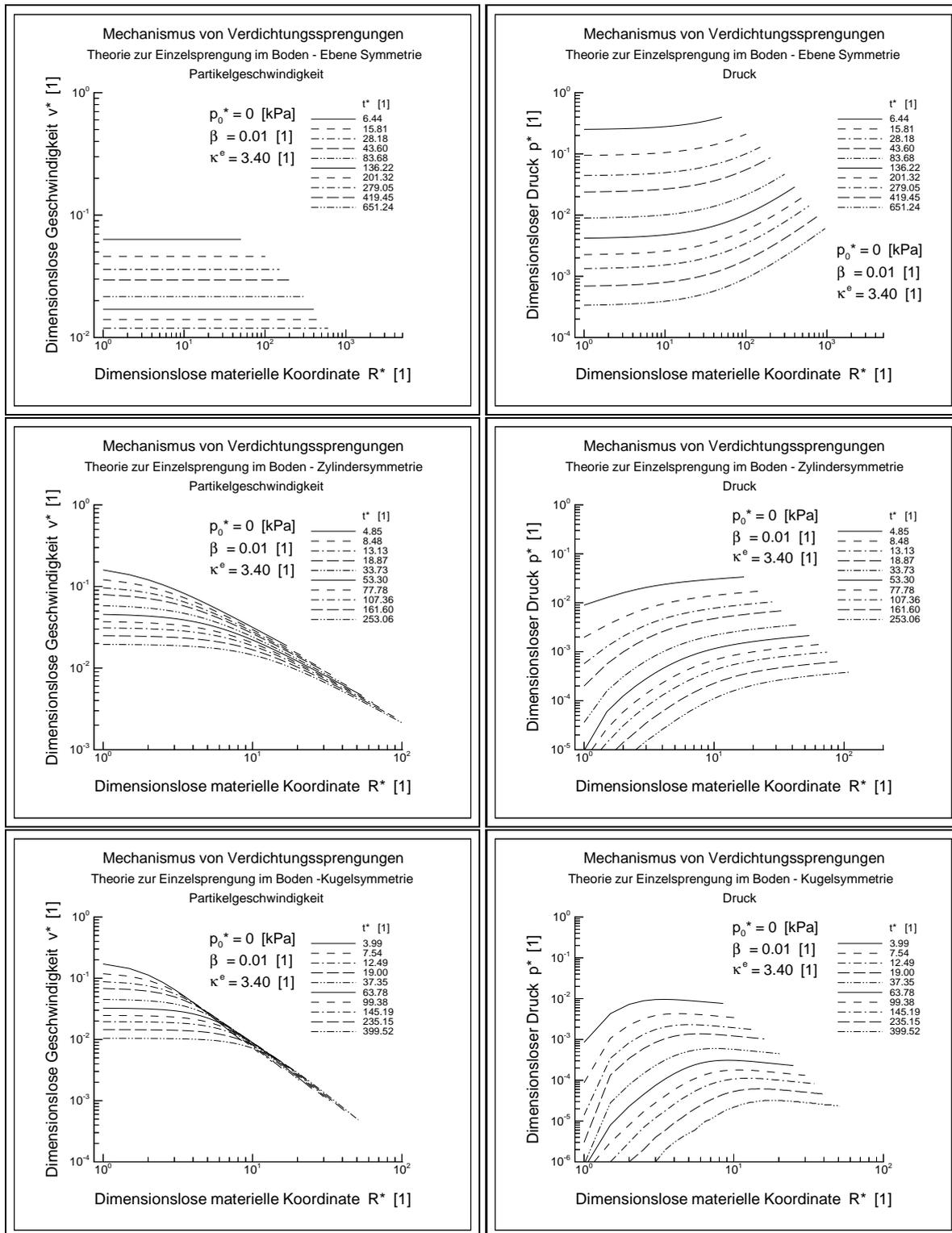


Abbildung E.11: Spezielle Nahfeldtheorie: Berechnung für allgemeine Bedingungen - Dimensionslose Geschwindigkeits- und Druckverteilung hinter der Stoßwellenfront, $\beta = 0,01$ [1], $\kappa^e = 3,40$ [1], $p_0^* = 0$ [1]

Anhang F

Theorie der Sprengbelastung von Böden

Die umfangreichen und im Textteil zitierten Ausführungen zur theoretischen Modellierung des Vorganges der Sprengbelastung von Lockergesteinen wurden aus didaktischen Gründen in den Anhang verlagert. Die im Folgenden entwickelte allgemeine und spezielle Theorie basiert grundlegend auf Erhaltungsgleichungen der mit dem Konzept der Volumenfraktionen erweiterten Theorie poröser Medien. Der kinematischen Beschreibung wurde eine ARBITRARY-LAGRANGIAN-EULERIAN-Formulierung zugrundegelegt und das Vorliegen von einer oder mehreren Stoßwellenfronten im untersuchten Beobachtungsgebiet berücksichtigt. Die zunächst für Mehrphasenkontinua mit beliebiger Anzahl von Phasen erarbeiteten Grundgleichungen werden auf den Fall eines porösen Feststoffkorngerüsts mit einer flüssigen sowie einer gasförmigen Porenfüllung angewendet. Die allgemeine Theorie der Sprengbelastung von Lockergesteinen entsteht durch Ergänzung des resultierenden Systems von Erhaltungsgleichungen mit deduktiven konstitutiven Gleichungen, die aus der Entropieungleichung des Gemisches für die vorliegenden konstitutiven Variablen in verschiedenen Fällen der mikroskopischen Kompressibilität der individuellen Phasen des Gemisches folgen. Durch Einführung von weiteren, induktiven konstitutiven Gleichungen sowie des Konzeptes der künstlichen Viskosität wird die allgemeine Theorie in eine spezielle Theorie überführt, deren Lösbarkeit durch den Vergleich der Anzahl von Unbekannten sowie der verfügbaren Gleichungen zumindest konzeptionell nachgewiesen werden konnte. Abschließend werden Wege zur numerischen Lösung der Aufgabe und zur experimentellen Bestimmung der material- sowie problemspezifischen Kennwerte andiskutiert, deren Kenntnis für die Anwendung der speziellen Theorie auf konkrete praktische Problemstellungen erforderlich ist.

F.1 Konsistente Theorie zum Verhalten von Lockergesteinen unter Sprengbelastung

Böden sind im Allgemeinen aus Partikeln verschiedener Größe, Flüssigkeit und Gas als Porenfüllung zusammengesetzt. Begründet durch die Eigengesetzlichkeiten ihres mechanischen Verhaltens müssen Lockergesteine im allgemeinen Fall als ein Dreiphasengemisch betrachtet werden, dessen Zustand durch die Mengenanteile, Spannungen und Geschwindigkeiten der einzelnen Phasen weitgehend bestimmt wird. Bei Vorgängen, in denen die Differenzbewegung der Porenfüllung relativ zum Korngerüst infolge transienter Strömungen eine Kopplung zwischen Korngerüstverschiebungen und Bewegung der Porenfüllung hervorruft, ist zur mechanischen

Beschreibung des Zusammenwirkens der Konstituenten ein gekoppeltes Feldproblem zu lösen. Zur Behandlung dieses Problems können die Gesetzmäßigkeiten der Theorie poröser Medien herangezogen werden, wenn die Bestandteile in einem Bodenelement sich aus mehreren, voneinander klar trennbaren (unvermischbaren) und zueinander beweglichen Bestandteilen (Phasen oder auch Konstituenten genannt) bestehen. Ein typischer Fall wäre zum Beispiel die Beschreibung des dynamischen Verhaltens von teil- oder vollgesättigten Sanden.

Ein korrektes mechanisches Modell für die Sprengbelastung von Lockergesteinen muss die beschriebenen Vorgänge infolge des Eintragens und Ausklingens von Deformationen sowie die Umwandlung der von dem Sprengstoff an das Lockergestein übertragenen Energie erfassen. Bei der theoretischen Modellbildung ist es sinnvoll, als Basis der Beschreibung eine konsistente Theorie anzustreben, die die Modellierung des gesamten Vorganges ermöglicht. Die folgenden Merkmale des mechanischen Vorganges sind insbesondere zu berücksichtigen:

- **Charakteristische Belastungsphasen und ihre Hauptrichtungen:** Die Sprengbelastung von Lockergesteinen besteht aus zwei, aus mechanischer Sicht vollkommen unterschiedlichen Phasen. Durch eine intensive dynamische Anregung während einer *Entfestigungsphase* mit hohen Druck- und Scherdeformationen des Lockergesteinsfeststoffes und einer *der Ladungsform entsprechenden*, bevorzugt *symmetrischen Partikelbewegung* werden das ursprüngliche Korngerüst zerstört und die effektiven Spannungen durch residuale Porendrücke aufgehoben. Während der sich zeitlich unmittelbar anschließenden *Verfestigungsphase* mit diffusiven Separationseffekten zwischen Porenfüllung und Korngerüst und bevorzugt *vertikaler Partikelbewegung* des Lockergesteinsfeststoffes werden das Korngerüst neu geordnet und die *effektiven Spannungen* unter der Eigenlast des Lockergesteins wieder aufgebaut;
- **Lockergestein als Mehrphasenmedium:** Das mechanische Lockergesteinsverhalten unter Sprengbelastung ist stark von dem Medium abhängig, das die Porenfüllung bildet. Ein korrektes theoretisches Modell muss ein Dreiphasengemisch eines porösen Feststoffes mit einem Fluid und einem Gas als Porenfüllung berücksichtigen. Bei der Betrachtung der Luft unter hohen Drücken durch die Sprengung ist weniger das Vorhandensein der Gasphase als die Unvollständigkeit der Fluidphase im Porenraum entscheidend (DRUMHELLER [125]). (Bekanntermaßen werden Verdichtungseffekte mit abnehmendem Grad der Sättigung schlechter und unterhalb eines Schwellwertes an Sättigung tritt keine Verdichtung durch Sprengbelastung ein.) Die hohe Kompressibilität der Gasphase führt zu einer Abminderung der niedrigen Kompressibilität der Fluidphase. Kapillare Effekte beeinflussen den Konsolidierungsvorgang unter sehr niedrigen wirksamen Spannungen.

Die Aufgabe der theoretischen Modellierung ist die Beschreibung einer *transienten, konvektiv-diffusiven, super-, trans- und subsonischen Mehrphasenströmung* mit Differenzbewegungen zwischen den Konstituenten bei voller geometrischer und materieller Nichtlinearität. Als theoretische Grundlage wird die mit dem Konzept der Volumenfraktionen erweiterte Theorie poröser Medien benutzt. Wegen der Behandlung materiell nichtlinearer Vorgänge kommt nur eine Beschreibung im Zeitbereich in Frage.

Die ersten theoretischen Modelle zum Verhalten von Mehrphasenkontinua sind von TERZAGHI und FILLUNGER [50], [54], TRUESDELL/TOUPIN [330] und BOWEN [65] bekannt. Eine große Übersicht über den Fortschritt der theoretischen Entwicklung geben BEDFORD/DRUMHELLER [20]. Die klare Trennung zwischen dem mechanischen Verhalten des Korngerüsts und der Porenfüllung erscheint in der klassischen, bodenmechanischen Theorie in der Aufspaltung des totalen Spannungszustandes in wirksame Spannungen des Korngerüsts und neutrale Spannungen der Porenfüllung von TERZAGHI [200]. Mit Hilfe dieser Spannungsformulierung wurden theoretische Ansätze für die Erweiterung des TERZAGHischen Konsolidationsproblems auf den räumlichen Fall und für die Bewegung von porösen, isotrop und anisotrop elastischen Medien von BIOT mit einer geometrisch linearen Deformationsformulierung und Annahme der Kompressibilität der Konstituenten vorgelegt [26], [27], [28], [29], [30]. Durch Beachtung der geometrischen Nichtlinearität des Deformationsvorganges sowie der Kompressibilität unterschiedlicher Phasen des Gemisches wurden weitere Ansätze zum dynamischen Verhalten von fluidgesättigten porösen Medien von BOWEN [57], [66], [67], DE BOER [45], DE BOER/KOWALSKI [48], [40], [42], DE BOER/EHLERS/KOWALSKI/PLISCHKA [43], BREUER [69], [70], COUSSY [88], [89], DIEBELS/EHLERS [114], [115], DRUMHELLER [123] [125], DOBRAN [118], EHLERS [127], [128], EHLERS/KUBIK [129], [130], EHLERS/DIEBELS [132], KOWALSKI, [214], PLISCHKA [267], PRABUCKI [270], PRABUCKI/WUNDERLICH [271], PRÉVOST [275], erarbeitet. Das Verhalten von partiell mit Gas- und Fluid gesättigten, porösen Medien wurde unter Anderen in Arbeiten von CRAMER/WUNDERLICH [91], DE BOER/EHLERS [39], [41], DE BOER [53], VARDOULAKIS/BESKOS [337] und ZIENKIEWICZ/HUMPHESON/LEWIS [362] beschrieben. Erste theoretische Untersuchungen zur Modellierung von Stoßwellen in Mehrphasenkontinua wurden von BOWEN [58], BOWEN/CHEN [59], [60], [61], [62], [64], BOWEN/RANKIN [63] durchgeführt. Das Verhalten von Beschleunigungswellen in wassergesättigten, granularen Medien wurde von DE BOER/LIU [47], [49] für den allgemeinen Fall untersucht. Die Eigenschaften ebener Wellen in einem Gemisch mit einer inkompressiblen Feststoff- und Fluidphase beschrieben DE BOER/EHLERS/LIU [44] und DE BOER/LIU [46]. Die Dissipationseigenschaften ebener inhomogener Wellen untersuchten LIU/BLUHM/DE BOER [231]. Eine umfangreiche Zusammenfassung der theoretischen Entwicklungen auf dem Gebiet elastischer poröser Medien mit kompressiblen und inkompressiblen Konstituenten gibt DE BOER [50], [54]. Abhängig von der Kompressibilitätsformulierung der Konstituenten können die bisherigen Entwicklungen auf dem Gebiet der Theorie poröser Medien zu Modellen rein *inkompressibler* Konstituenten, Modellen rein *kompressibler* Konstituenten und zu den *hybriden* Modellen, die sowohl kompressible als auch inkompressible Konstituenten berücksichtigen, zugeordnet werden. Kerngedanke konstitutiver Theorien zur Beschreibung des Verhaltens mikroskopisch kompressibler Phasen in Mischkörpern besteht aus der von BLUHM/DE BOER [35] vorgeschlagenen multiplikativen Zerlegung des Deformationsgradienten einer Phase in einen Anteil zur Erfassung mikroskopischer Deformationen auf makroskopischer Ebene und einen Anteil zur Erfassung von Deformationen aus der Änderung der Volumenfraktion. Das daraus resultierende Ergebnis einer konstitutiven Theorie zu hybriden Modellen aus einem elastischen, porösen Medium mit Fluidsättigung stellt DE BOER in [51] und [52] vor. Diese konstitutive Theorie wurde durch die zusätzliche Berücksichtigung der Konstituenten Gas und Eingrenzen der konstitutiven Variablen durch BLUHM [33], [34] erweitert und lässt sich mit der BIOTschen Konsolidationstheorie mit kompressiblen Feststoff- und Fluidphasen verbinden [36]. Die Grundgedanken dieser geschlossenen, konsistenten und deduktiven konstitutiven Theorie *kompressibler* und *hybrider* Gemischmodelle mit den Konstituenten Feststoff, Fluid und Gas

werden im Folgenden zur Beschreibung des Verhaltens von Lockergesteinen unter der Belastung von Sprengungen mit dem Postulat genutzt, dass die Theorie auch bei hypoplastischem Deformationsverhalten des Feststoffkorngerüsts gilt.

Die konstitutive Theorie der Hypoplastizität zur Beschreibung des Deformationsverhaltens in einem granularen, porösen Medium besteht aus der Erweiterung der Hypoelastizität auf irreversible Deformationen und wurde ausgehend von dem Repräsentationstheorem von WANG [343] durch Anregungen aus der Theorie von konstitutiven Gleichungen des Ratentyps von SIMO/PISTER [297] und aus der endochronen Theorie von VALANIS [335], [336] auf induktiv-experimenteller Basis von KOLYMBAS [204], [205], [206], [207] erarbeitet. Als Ergebnis der Weiterentwicklung durch GUDEHUS [158], [159], [160], WU/KOLYMBAS [353], WU [355], WU/BAUER/KOLYMBAS [356], BAUER/WU [15], [16], BAUER [14], [17], KOLYMBAS/HERLE/VON WOLFFERSDORFF [209], HERLE [170] und VON WOLFFERSDORFF [350], [351] liegt eine induktive konstitutive Theorie zur Beschreibung des Deformationsverhaltens von einfachen Korngerüsten mit der Besonderheit vor, dass das inkrementell nichtlineare Stoffgesetz den Einfluss des isotropen Spannungsniveaus (*Barotropie*), der Dichte (*Pyknotropie*) und der Deformationsrate (*Argotropie*) auf die inkrementelle Steifigkeit berücksichtigt und die Fließbedingung von MATSUOKA/NAKAI [240], [249] erfüllen kann. Die konstitutive Gleichung enthält die Porenzahl als Zustandsvariable, womit die Erfassung sowohl der Kontraktanz als auch der Dilatanz möglich ist. Besonderer Vorzug der hypoplastischen konstitutiven Gleichung ist, dass der überwiegende Teil der Kalibrationskennwerte als beschreibende oder mechanische granulatespezifische Größen identifizierbar sind.

Bei der Formulierung der Bewegungsgleichungen für *geometrisch lineare* oder *geometrisch begrenzt nichtlineare* Gesamtdeformationen im Korngerüst erwies es sich in vielen theoretischen Ansätzen als vorteilhaft, die Bewegung der Feststoffphase als LAGRANGESches Bezugssystem zu wählen und die Bewegung der Porenfüllung als Differenzbewegung zum Feststoff in einer EULERSchen kinematischen Formulierung zu beschreiben (LAGRANGE-EULER-Modell). Zur Formulierung des theoretischen Modells für den Bewegungsvorgang von Böden unter der Belastung durch Sprengungen ist ein derartiges Vorgehen wegen Besonderheiten des mechanischen Vorganges ungenügend:

- **Charakter des Vorganges und Freiheitsgrade:** Aus dem Mechanismus der Sprengverdichtung geht hervor, dass ein theoretisches Modell, welches die Beschreibung des gesamten Vorganges anstrebt, mindestens zweidimensional formuliert werden muss. Während der Belastungsvorgang bevorzugt in radialer Richtung von der Sprengladung ausgeht, erfolgt die Verdichtung bevorzugt in vertikaler Richtung;
- **Zerstörung von Kornkontakten und Abnahme wirksamer Spannungen (Fluidisierung):** In der Umgebung der Sprengladung tritt durch Versagen der Kornkontakte unter hohem Druck der Schwadengase und hohen induzierten Porenüberdrücken eine Fluidisierung des Lockergesteins ein. Sie führt zu einer starken Abnahme der effektiven Spannungen sowie der Steifigkeit des Korngerüsts. In der Feststoffphase sind damit sehr große Deformationen und Verschiebungen zu erwarten, womit die Feststoffphase als LAGRANGESches Bezugssystem für die geometrische Beschreibung nicht mehr geeignet ist;

- **Entmischung von Materialien:** Aus dem Charakter des Verdichtungs Vorganges geht hervor, dass die Konstituenten des Lockergesteins während der Bewegung zeitweilig durchmischt oder separiert werden. Zur Beschreibung derartiger Prozesse ist eine EULERSche Formulierung der Kinematik vorteilhaft;
- **Materielle Grenzflächen als Randbedingungen:** In einem mechanischen Modell ist zur Formulierung von Randbedingungen an materiellen Flächen eine LAGRANGESche, an räumlich festen Punkten eine EULERSche kinematische Beschreibung mathematisch günstiger. Beim Verfolgen der Bewegungen des Schwadenhohlraumes werden die dem Hohlraum benachbarten Lockergesteinspartikel als eine materielle Grenzfläche betrachtet. Die Belastung aus dem Druck der Schwadengase wird als Randbedingung auf diese Grenzfläche eingetragen. Weiterhin kann die Verschiebung von materiellen Punkten innerhalb des Beobachtungsgebietes gesucht sein, wie zum Beispiel die der freien Oberfläche (Setzungen). Zur Beschreibung von materiellen Oberflächen ist eine reine LAGRANGESche Formulierung der Kinematik vorteilhaft, weil in einer EULERSchen Formulierung die Bewegung von materiellen Flächen oder freier Oberflächen nur kompliziert verfolgt werden kann.

Aus den Betrachtungen geht hervor, dass für die Modellierung von Sprengungen eine kombinierte LAGRANGESche und EULERSche Formulierung zweckmäßig ist, die es nicht erfordert, die materiellen Punkte einer ausgewählten Konstituenten unmittelbar als Bezugssystem zu verfolgen. Zu einer kombinierten LAGRANGESchen und EULERSchen Formulierung muss ein zusätzliches arbiträres Koordinatensystem als Bezugssystem eingeführt werden, das es ermöglicht, die kinematische Formulierung in dem Lösungsgebiet dem Problem angepasst zu gestalten. Dieses mathematische Vorgehen ist unter dem Begriff ARBITRARY-LAGRANGIAN-EULERIAN-Methode bekannt (BELYTSCHKO/LIU, HUGHES/LIU/ZIMMERMANN [25], [179], LIU/CHEN/MARTICH/BELYTSCHKO/HUERTA [228], LIU/HUANG [229], PIJAUDIER-CABOT/BODÉ [264]), STILLMAN [307], WANG/GADALA [344], und wurde vielfach zur Lösung von Aufgabenstellungen der Umformtechnik mit extrem hohen nichtlinearen Deformationen erfolgreich eingesetzt. Die Anwendung der ARBITRARY-LAGRANGIAN-EULERIAN-Methode zur Berechnung einer intensiven Explosion in Gas wird von HIRT/AMSDEN/COOK [174], zur Berechnung von Unterwassersprengungen von DONEA [121] und von MOLYNEAUX/LI/FIRTH [246] beschrieben.

Im Folgenden wird die Erweiterung einer von LIU/BELYTSCHKO/CHANG [227] für deformationspfadabhängige Materialien erarbeiteten ARBITRARY-LAGRANGIAN-EULERIAN-Formulierung der Bewegungsgleichungen der Kontinuumsmechanik auf den Fall eines von einer Stoßwelle gestreiften Mehrphasenkontinuums angewendet, die die Grundlage einer neuartigen theoretischen Behandlung des Problems der Sprengbelastung von teil- und vollgesättigten Lockergesteinen bildet. Grundlegende Ausführungen werden für den allgemeinsten Fall durch Entwicklung von Erhaltungsgleichungen aus der Theorie poröser Medien vorgestellt. Durch deduktive konstitutive Analyse eines Dreiphasengemisches mit kompressiblen und inkompressiblen Konstituenten werden konstitutive Gleichungen für unbekannte konstitutive Größen des Vorganges abgeleitet. Die allgemeine, deduktive Theorie poröser Medien wird durch zusätzliches Einführen von induktiven konstitutiven Gleichungen in eine spezielle Theorie überführt. Abschließend werden die Bewegung des arbiträren Bezugssystems sowie ein Ansatz zur numerischen Diskretisierung und Lösung der geschlossenen mathematischen Problemstellung der entwickelten speziellen Theorie zur Sprengbelastung von Lockergesteinen diskutiert.

F.2 Allgemeine Theorie der Sprengbelastung von Lockergesteinen

F.2.1 Volumenfraktionen und volumenspezifische Größen

In der Theorie der Mehrphasenkontinua wird das Verhalten des Gemisches von $\alpha = (1 \dots n)$ Phasen, die ein infinitesimales Volumenelement dV gleichzeitig einnehmen, untersucht. Das Gemisch wird als unvermischbar vorausgesetzt, womit jeder Phase α ein Volumenanteil dV_α des Gemischvolumenelementes dV zugeordnet werden kann. Mit dem Verhältnis der Volumina der Phase und des Gemisches ist die Volumenfraktion der Phase α definiert

$$(F.1) \quad n_\alpha = \frac{dV_\alpha}{dV} \approx \frac{dA_\alpha}{dA} ,$$

deren Gültigkeit auch für das Verhältnis der der Phase α zugeordneten Teilfläche dA_α einer ebenen infinitesimalen Oberfläche dA vorausgesetzt wird [275]. Die Summe aller partiellen Volumina n_α erfüllt die Bedingung der Volumenerhaltung

$$(F.2) \quad \sum_{\alpha}^n n_\alpha = 1 .$$

Als weitere partielle Größe im Gemisch ergibt sich das Volumenverhältnis n^α der Phase α aus der Definition

$$(F.3) \quad n^\alpha = \frac{dV - dV_\alpha}{dV_\alpha} = \frac{1 - n_\alpha}{n_\alpha} .$$

Lockergesteine werden häufig als ein Dreiphasengemisch modelliert, in dem der Porenraum einer porösen Feststoffphase $\alpha = s$ gleichzeitig mit einer benetzenden Fluid- $\alpha = f$ (Porenfluid, Wasser) und einer nicht benetzenden Fluidphase $\alpha = g$ (Porengas, Luft) gefüllt ist. Ein mit Wasser teilgesättigter, reiner Sand kann zum Beispiel mit Quarz als Feststoffphase, Wasser als Fluidphase und Luft als Gasphase modelliert werden. Die Bedingung der Volumenerhaltung (F.2) lautet in diesem Fall

$$(F.4) \quad n_s + n_f + n_g = 1 .$$

Das infinitesimale Porenvolumen dV_p in einem infinitesimalen Lockergesteinselement ergibt sich aus der Summe des Volumens der Fluid- dV_f und der Gasphase dV_g mit

$$(F.5) \quad dV_p = dV_f + dV_g .$$

Die Porosität ist durch das Verhältnis des Porenvolumens dV_p zum Gesamtvolumen dV in einem infinitesimalen Lockergesteinselement definiert und ergibt sich aus

$$n = \frac{dV_p}{dV} = n_f + n_g .$$

Der Fluid- s^f und Gassättigungsgrad s^g ist mit dem Verhältnis des durch Fluid oder Gas eingenommenen Porenvolumenanteils zum Gesamtporenvolumen

$$(F.6) \quad s^f = \frac{dV_f}{dV_p} = \frac{n_f}{n} = s , \quad s^g = \frac{dV_g}{dV_p} = \frac{n_g}{n} = (1 - s)$$

definiert. Der Fluidsättigungsgrad s^f entspricht dem in der Bodenmechanik als Sättigungsgrad s (oder S_r) bekannten beschreibenden Kennwert. Mit Hilfe der Porosität n und dem Sättigungsgrad s lassen sich die Volumenanteile der Phasen ausdrücken

$$(F.7) \quad n_s = (1 - n) , \quad n_f = n s , \quad n_g = n (1 - s) .$$

Einzelnen Phasen des Gemisches α , die in einem infinitesimalen Volumenelement dV vorliegen, können Massen dm_α zugeordnet werden. Die wahre Dichte einer Phase ϱ^α ist bestimmt durch

$$\varrho^\alpha = \frac{dm_\alpha}{dV_\alpha} .$$

Mit dem Verhältnis der Masse m_α der Phase α mit dem infinitesimalen Volumen des Gemisches dV ist die partielle Dichte ϱ_α der Phase α definiert, welche mit der wahren Dichte über die Volumenfraktion n_α verbunden ist

$$(F.8) \quad \varrho_\alpha = \frac{dm_\alpha}{dV} = n_\alpha \varrho^\alpha .$$

Durch Summation der partiellen Dichten ϱ_α aller ($1 \dots n$) am Gemisch beteiligten Phasen α erhält man die Dichte des Gemisches ϱ , welche durch den Quotienten der Masse dm und des Volumens dV in einem infinitesimalen Gemischelement

$$\varrho = \frac{dm}{dV} = \sum_{\alpha} \frac{dm_\alpha}{dV} = \sum_{\alpha} n_\alpha \frac{dm_\alpha}{dV_\alpha} = \sum_{\alpha} n_\alpha \varrho^\alpha = \sum_{\alpha} \varrho_\alpha$$

definiert ist. Das Einsetzen der beschreibenden Kennwerte aus den Gleichungen (F.7)₁₋₃ für die Volumenfraktionen führt zu einer Bestimmungsgleichung für die Dichte des Dreiphasengemisches

$$(F.9) \quad \varrho = (1 - n) \varrho^s + n s \varrho^f + n (1 - s) \varrho^g .$$

Die Anwendung der Definitionsgleichung (F.3) auf die Feststoffphase $\alpha = s$ ergibt den in der Bodenmechanik häufig gebrauchten beschreibenden Kennwert Porenzahl n^s (oder e)

$$n^s = \frac{dV - dV_s}{dV_s} = \frac{dV_p}{dV_s} = \frac{1 - n_s}{n_s} .$$

Bei der mechanischen Beschreibung eines Lockergesteins mit mikroskopisch inkompressibler Feststoffphase (konstante wahre Dichte der Feststoffphase ρ^α) ist die Erfassung des Porenvolumens mit der Porenzahl n^s vorteilhafter als mit der Porosität n oder mit der Volumenfraktion des Feststoffes n_s . Bei der Betrachtung eines Lockergesteins mit mikroskopisch kompressibler Feststoffphase sind die genannten Volumenverhältnisse aus mathematischer Sicht äquivalent. (Zur exakten Definition der mikroskopischen Kompressibilität von Phasen des Gemisches wird auf den Abschnitt F.2.4 verwiesen).

F.2.2 Koordinatensysteme, Zeitableitungen und Nabla-Operatoren

Bei der mathematischen Beschreibung eines mechanischen Vorganges, die aus der Bestimmung der Orts- und Zeitabhängigkeit von einer Reihe von physikalischen Größen besteht, ist es vorteilhaft, unterschiedliche Bezugssysteme zu nutzen. Mit Hilfe der Ortsvektoren ρ des LAGRANGESchen (materiellen) Koordinatensystems

$$\rho = \chi^K \gamma_K = \chi_L \gamma^L$$

werden materielle Punkte eines Kontinuums durch kovariante χ^K oder kontravariante χ_L Koordinaten und ein kovariantes γ_K oder kontravariantes γ^L Basisvektorsystem beschrieben. Für übereinstimmende tief- und hochgestellte Indizes in multiplikativen Termen gilt hier und im Folgenden die Summationskonvention. In dem LAGRANGESchen Koordinatensystem können der materielle Nabla-Operator

$$\nabla_\rho = \frac{\partial}{\partial \rho} = \frac{\partial}{\partial \chi^K} \gamma^K$$

und die materielle Zeitableitung einer orts- und zeitveränderlichen Größe ϕ beliebiger tensorieller Ordnung definiert werden

$$\frac{D}{dt} \phi = \dot{\phi} = \left. \frac{\partial}{\partial t} \phi \right|_\rho .$$

Mit Hilfe der Ortsvektoren \mathbf{r} des EULERSchen (räumlichen) Koordinatensystems

$$\mathbf{r} = x^p \mathbf{g}_p = x_q \mathbf{g}^q$$

werden Punkte mit räumlich fester Lage durch kovariante x^p oder kontravariante x_q Koordinaten und ein kovariantes \mathbf{g}_p oder kontravariantes \mathbf{g}^q Basisvektorsystem beschrieben. In dem EULERSchen Koordinatensystem können ein räumlicher Nabla-Operator

$$\nabla_{\mathbf{r}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} = \frac{\partial}{\partial x^p} \mathbf{g}^p$$

und die räumliche Zeitableitung einer orts- und zeitveränderlichen Größe ϕ definiert werden

$$\frac{\partial}{\partial t} \phi = \overset{\circ}{\phi} = \dot{\phi} = \left. \frac{\partial}{\partial t} \phi \right|_{\mathbf{r}} .$$

Zur vorteilhaften Beschreibung eines mechanischen Vorganges ist zusätzlich die Definition eines arbiträren Koordinatensystems

$$\tilde{\boldsymbol{\rho}} = \tilde{\chi}^K \tilde{\boldsymbol{\gamma}}_K = \tilde{\chi}_L \tilde{\boldsymbol{\gamma}}^L$$

durch kovariante $\tilde{\chi}^K$ oder kontravariante $\tilde{\chi}_L$ Koordinaten und ein kovariantes $\tilde{\boldsymbol{\gamma}}_K$ oder kontravariantes $\tilde{\boldsymbol{\gamma}}^L$ Basisvektorsystem möglich. In dem arbiträren Koordinatensystem können ein arbiträrer Nabla-Operator

$$\nabla_{\tilde{\boldsymbol{\rho}}} = \frac{\partial}{\partial \tilde{\boldsymbol{\rho}}} = \frac{\partial}{\partial \tilde{\chi}^K} \tilde{\boldsymbol{\gamma}}^K$$

und die arbiträre Zeitableitung einer orts- und zeitveränderlichen Größe ϕ definiert werden

$$\frac{\delta}{dt} \phi = \overset{*}{\phi} = \left. \frac{\partial}{\partial t} \phi \right|_{\tilde{\boldsymbol{\rho}}} .$$

Für die Beschreibung der Orts- und Zeitabhängigkeit einer beliebigen physikalischen Größe ϕ sind die eingeführten Koordinatensysteme gleichwertig

$$(F.10) \quad \phi(\mathbf{r}, t) = \phi^*(\tilde{\boldsymbol{\rho}}, t) = \phi^{**}(\boldsymbol{\rho}, t) .$$

In Abhängigkeit von dem gewählten Ortskoordinatensystem, in dem die Beschreibung der Größe erfolgt, wird von einer in der Fluidmechanik weit verbreiteten rein EULERSchen (ϕ), einer arbiträren (ϕ^*) oder in der Festkörpermechanik weit verbreiteten rein LAGRANGESchen (ϕ^{**}) kinematischen Beschreibung gesprochen.

F.2.3 Tensorielle Größen und Operationen

In den eingeführten Koordinatensystemen können skalarwertige (gekennzeichnet durch Kleinbuchstaben, wie t), vektorielle Größen (gekennzeichnet durch fette Kleinbuchstaben, wie \mathbf{v}) und tensorielle Größen zweiter Ordnung (gekennzeichnet durch fette Großbuchstaben, wie \mathbf{T}),

dritter Ordnung (gekennzeichnet durch Kalligraphische Schrift, wie \mathcal{C}), vierter Ordnung (gekennzeichnet durch fette Kalligraphische Schrift, wie \mathcal{C}) definiert werden. Zur Systematisierung und Vereinfachung der Schreibweise werden Terme physikalischer Größen in Ersatzsymbolen zusammengefasst (gekennzeichnet mit serifenloser Schrift, wie \mathbf{P} oder kleine griechische Buchstaben, wie ϕ) und die Ersatzsymbole in weiter unten zu spezifizierenden symbolischen Vektoren (gekennzeichnet mit fetter serifenloser Schrift, wie \mathbf{P}) organisiert. In der analytischen Notation wird eine indexlose Schreibweise allgemeiner Gültigkeit, unabhängig von der Festlegung einer konkreten, kovarianten oder kontravarianten Darstellung oder Wahl eines Koordinatensystems bevorzugt. Bei Operationen, die eine Kontraktion über Indizes eines Tensors oder mehrerer multiplikativ verbundener tensorieller Terme verlangen, wird die Übereinstimmung kovarianter und kontravarianter Indizes vorausgesetzt und die Summationskonvention angewendet. Zwischen den tensoriellen Größen \mathbf{T} und \mathbf{S} wird das tensorielle Produkt (ohne Operatorsymbol) mit

$$\mathcal{C} = \mathbf{T} \mathbf{S} , \quad C_{q s}^{p r} = T_q^p S_s^r$$

das Skalarprodukt \cdot durch die Kontraktion über einen benachbarten Index

$$\mathbf{C} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{S} , \quad C_q^p = T_r^p S_q^r$$

das doppelte Skalarprodukt $\cdot \cdot$ (dreifache $\cdot \cdot \cdot$, vierfache $\cdot \cdot \cdot \cdot$, usw.) durch die gleichzeitige Kontraktion über zwei (drei, vier, usw.) benachbarte Indizes

$$c = \mathbf{T} \cdot \cdot \mathbf{S} , \quad c = T_q^p S_p^q$$

und das vektorielle Produkt \times durch die skalare Kontraktion der benachbarten Indizes mit dem Permutationstensor \mathcal{E}_{pqr} dritter Ordnung

$$\mathcal{C} = \mathbf{T} \times \mathbf{S} , \quad C_{pv}^u = \mathcal{E}_{pqr} T^{uq} S_v^r$$

definiert. In einem Ausdruck mit mehreren multiplikativen Termen wird die Präzedenzreihenfolge (1) vektorielles Produkt (\times), (2) tensorielles Produkt (*kein Operator*) und (3) skalares Produkt (\cdot) vorausgesetzt. Die Auswertung von Operationen gleicher Präzedenz wird von links nach rechts vorgenommen. Änderungen in der Präzedenzreihenfolge sowie die Gruppierung von Operanden wird mit einer entsprechenden Klammerung gekennzeichnet. (Das Symbol \times wird weiterhin auch zum Übertrag der Multiplikation zwischen Zeilen langer, skalarer Formel-ausdrücke genutzt.)

Nullgrößen werden neben dem skalaren Null 0, dem tensoriellen Kontext entsprechend, mit dem Nullvektor \mathbf{o} , Nulltensor zweiter Ordnung \mathbf{O} sowie Nulltensor n -ter Ordnung $\overset{n}{\mathbf{O}}$ bezeichnet. Den diagonalen Einheitstensor zweiter Ordnung repräsentiert das Symbol $\mathbf{1}$. Mit dem KRONECKERSchen Symbol δ_q^p gilt

$$\mathbf{1} = \delta_q^p .$$

Der rechte Gradient (oder rechte tensorielle Ableitung) einer tensoriellen Größe \mathcal{C} in einem beliebigen Koordinatensystem ist durch das tensorielle Produkt mit dem entsprechenden Nabla-Operator ∇_* definiert und lautet an einem Tensor dritter Ordnung \mathcal{C} verdeutlicht

$$\mathcal{D} = \mathcal{C} \nabla_* , \quad D_{rs}^{pq} = C_{r;s}^{pq} ,$$

wo $C_{r;s}^{pq}$ die kovariante Ableitung des Tensors \mathcal{C} darstellt, welche sowohl die Ableitung des Tensors als auch die der Basisvektoren über die entsprechenden CHRISTOFFELschen Symbole berücksichtigt. Durch die kovariante Ableitung wird die Ordnung des abgeleiteten Tensors um die Ordnung der Ableitung erhöht und die hinzukommenden kovarianten Indizes durch jeweils ein vorangestelltes Semikolon gekennzeichnet. Durch tensorielle, skalare oder vektorielle Multiplikation mit dem Nabla-Operatoren ∇_* kann der linke oder rechte Gradient, die linke oder rechte Divergenz und die linke oder rechte Rotation eines Tensors definiert werden, die an einem Tensor dritter Ordnung $\mathcal{C} = C_{pr}^q$ dargestellt wie folgt lauten

$$\mathcal{G} = \nabla_* \mathcal{C} , \quad G_{spr}^q = C_{;spr}^q , \quad \mathcal{G} = \mathcal{C} \nabla_* , \quad G_p^{qrs} = C_p^{qrs} ,$$

$$\mathbf{D} = \nabla_* \cdot \mathcal{C} , \quad D_r^q = C^{;pqr} , \quad \mathbf{D} = \mathcal{C} \cdot \nabla_* , \quad D_p^q = C_p^{q;r} ,$$

$$\mathcal{W} = \nabla_* \times \mathcal{C} , \quad W_m^{rq} = \mathcal{E}^{rnp} C_{;np}^q , \quad \mathcal{W} = \mathcal{C} \times \nabla_* , \quad W_p^{qs} = \mathcal{E}^{srn} C_p^{q;n} .$$

Durch mehrfache tensorielle Operationen zwischen den Nabla-Operatoren eines beliebigen Koordinatensystems ∇_* und eines Tensors ist es möglich, kovariante Ableitungen beliebig hoher Ordnung zu definieren, was am Beispiel eines Vektors (Tensors erster Ordnung) verdeutlicht die folgende Form annimmt

$$\mathcal{G} = \mathbf{v} \nabla_* \nabla_* \nabla_* , \quad G_{qrs}^p = v^p_{;qrs} .$$

Weil tensorielle Operationen sich bei der gewählten Notation auf benachbarte Symbole beschränken, wird ihre Erweiterung auf mehrere Operanden mit einer entsprechenden Klammerung verdeutlicht. Das Operatorsymbol (*) gekennzeichnet eine beliebige tensorielle Operation in allgemeingültigen Aussagen.

Bei Tensoren zweiter oder höherer Ordnung kann die Reihenfolge der Indizes durch Transponieren des Tensors mit dem Transponierungsoperator geändert werden. Bei Tensoren höherer Ordnung wird die Reihenfolge der zu transponierenden Indizes am Operator angegeben, bei Vektoren und Tensoren zweiter Ordnung ist die Operation eindeutig

$$\mathcal{C} = C_{rs}^{pq} , \quad \mathcal{C}^{\top_{13}} = C_r^{qp} ,$$

$$\mathbf{T} = T_q^p , \quad \mathbf{T}^{\top_{12}} = \mathbf{T}^\top = T_q^p .$$

Die erste Skalarinvariante T_I oder Spur eines Tensors zweiter Ordnung \mathbf{T} ist durch das doppelte Skalarprodukt mit dem diagonalen Einheitstensor $\mathbf{1}$

$$T_I = \text{tr } \mathbf{T} = \mathbf{T} \cdot \cdot \mathbf{1} = T^p_p ,$$

die zweite Skalarinvariante T_{II} eines Tensors zweiter Ordnung \mathbf{T} durch die skalare Kontraktion über zwei Indizes zweier, einmal skalar kontrahierter Permutationstensoren dritter Ordnung $\mathcal{E} = \mathcal{E}^{klm} = \mathcal{E}_{pqr}$ mit

$$T_{II} = \frac{1}{2!} \mathcal{E}^{klm} \mathcal{E}_{pqr} T^p_k T^q_l T^r_m ,$$

die dritte Skalarinvariante T_{III} oder Determinante eines Tensors zweiter Ordnung \mathbf{T} durch die doppelte skalare Kontraktion über alle Indizes zweier Permutationstensoren dritter Ordnung mit

$$T_{III} = \det \mathbf{T} = \frac{1}{3!} \mathcal{E}^{klm} \mathcal{E}_{pqr} T^p_k T^q_l T^r_m$$

und die EUKLIDISCHE Norm eines Tensors zweiter Ordnung \mathbf{T} durch die Quadratwurzel der doppelten skalaren Kontraktion des Tensors mit sich selbst

$$\|\mathbf{T}\| = \sqrt{\mathbf{T} \cdot \cdot \mathbf{T}}$$

definiert.

Zur kompakten Schreibweise werden weiterhin *symbolische Vektoren* eingeführt, die mehrere physikalische Größen oder Terme physikalischer Größen zusammenfassend darstellen, wie das an den symbolischen Vektoren \mathbf{P} und \mathbf{Q} mit jeweils drei Elementen demonstrieren lässt

$$\mathbf{P} = \{ \mathbf{vT}, \mathbf{RC}, \mathbf{Sv} \}^T, \quad \mathbf{Q} = \{ \mathbf{T}, \mathcal{C}, \mathcal{S} \}^T .$$

Mathematische Operationen zwischen physikalischen Größen und symbolischen Vektoren, sowie zwischen symbolischen Vektoren gelten jeweils für jedes Element des (der) symbolischen Vektors (Vektoren) einzeln, **ohne Anwendung der Summationskonvention** auf die Elemente des (der) symbolischen Vektors (Vektoren). Beispielsweise lauten die Expansionen der mit symbolischen Vektoren in kompakter Schreibweise formulierten Ausdrücke

$$\mathbf{T} \cdot \mathbf{P} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{T} \cdot \{ \mathbf{vT} \} \\ \mathbf{T} \cdot \{ \mathbf{RC} \} \\ \mathbf{T} \cdot \{ \mathbf{Sv} \} \end{array} \right\}, \quad \mathbf{Q} \times \nabla_* = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{T} \times \nabla_* \\ \mathcal{C} \times \nabla_* \\ \mathcal{S} \times \nabla_* \end{array} \right\},$$

$$\mathbf{P} \mathbf{Q} = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{vT} \mathbf{T} \\ \mathbf{RC} \mathcal{C} \\ \mathbf{Sv} \mathcal{S} \end{array} \right\}, \quad \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{Q}} = \left\{ \frac{\partial \{ \mathbf{vT} \}}{\partial \mathbf{T}}, \frac{\partial \{ \mathbf{RC} \}}{\partial \mathcal{C}}, \frac{\partial \{ \mathbf{Sv} \}}{\partial \mathcal{S}} \right\}^T .$$

Zwischen symbolischen Vektoren wird das symbolische tensorielle Produkt (Operator \circ), das symbolische vektorielle Produkt (Operator: \otimes) und die symbolische skalare Kontraktion (Operator: \odot), **mit Anwendung der Summationskonvention** auf die Elemente der symbolischen

Vektoren definiert. Beispielsweise lautet die Expansion der symbolischen skalaren Kontraktion zwischen zwei symbolischen Vektoren \mathbf{P} und \mathbf{Q} als

$$\mathbf{P} \odot \mathbf{Q} = \mathbf{vT} \cdot \mathbf{T} + \mathbf{Rc} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{Sv} \cdot \mathbf{S} .$$

Die symbolische volle skalare Kontraktion (Operator: \bullet) zweier symbolischer Vektoren verkörpert eine Reihe skalarer Kontraktionen **mit Anwendung der Summationskonvention** auf die Elemente der symbolischen Vektoren. Die Anzahl der skalaren Kontraktionen entspricht dabei jeweils der niedrigeren tensoriellen Ordnung der skalar kontrahierten Operanden. Als Beispiel sei die Expansion des folgenden Ausdruckes genannt

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{Q}} \bullet \mathbf{Q} = \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{T}} \cdots \mathbf{T} + \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{c}} \cdots \mathbf{c} + \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{S}} \cdots \mathbf{S} .$$

In einer numerischen Beschreibung werden die bisher behandelten Notationen mit *numerischen Indizes vor dem Symbol* ergänzt. Das Index *links oben* vor dem Symbol bezeichnet einen diskreten Zeitpunkt ($t = \tau$) oder Iterationsschritt (n), das Index *links unten* vor dem Symbol eine diskrete Ortskoordinate ($r = {}_i r$, mit i als Ordinalzahl der räumlichen Diskretisierungspunkte)

$$\phi|_{r={}_i r, t=\tau} = {}^{\tau}_i \phi, \quad \mathbf{v}|_{r={}_i r, t=\tau} = {}^{\tau}_i \mathbf{v}, \quad \mathbf{T}|_{r={}_i r, t=\tau} = {}^{\tau}_i \mathbf{T}, \quad \mathbf{P}|_{r={}_i r, t=\tau} = {}^{\tau}_i \mathbf{P} .$$

Mehrdimensionale Felder numerisch diskretisierter Größen sind durch ihre gleichzeitige Zugehörigkeit zu mehreren diskretisierten Ortskoordinaten gekennzeichnet (mehrere Indizes links unten). Zwischen übereinstimmenden numerischen Indizes der Ortskoordinate wird **die Summationskonvention nur bei den mit Querstrich markierten Indizes** angewendet. Bei der Expansion wird sowohl tensoriellen als auch symbolischen Operationen eine höhere Priorität gegenüber der numerischen Summation eingeräumt. An einem Beispiel verdeutlicht lautet die Summation über den Index $j = (1 \dots 3)$ als

$${}^{\tau}_{ij} \mathbf{P} \odot {}^{\tau}_j \mathbf{Q} = {}^{\tau}_{i1} \mathbf{P} \odot {}^{\tau}_1 \mathbf{Q} + {}^{\tau}_{i2} \mathbf{P} \odot {}^{\tau}_2 \mathbf{Q} + {}^{\tau}_{i3} \mathbf{P} \odot {}^{\tau}_3 \mathbf{Q} .$$

Der symbolische Vektor \mathbf{O} verkörpert die Zusammenstellung von Nulltermen, deren Anzahl und tensorielle Ordnung im Einzelnen durch den mathematischen Kontext spezifiziert wird (Supernull).

F.2.4 Kinematische Beschreibung

In der Theorie der Mehrphasenkontinua wird jeder in dem Gemisch vorhandenen Phase eine eigene materielle Koordinate ρ_α zugeordnet, die die Konfiguration der Partikel der Phase α zu Beginn des Bewegungsvorganges $t = t_0$ festlegt. Die materielle Zeitableitung einer der Phase α zugeordneten physikalischen Größe ϕ_α nach der Bewegung der Phase α ist an festen materiellen Koordinaten definiert durch

$$\frac{D_\alpha}{dt} \phi_\alpha = \frac{\bullet}{\phi_\alpha} = \frac{\partial}{\partial t} \phi_\alpha \Big|_{\rho_\alpha} .$$

Zur Beschreibung der räumlichen Lage \mathbf{r} eines Partikels einer im Gemisch vorhandenen Phase α wird eine Bewegungsfunktion benutzt

$$(F.11) \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_\alpha(\boldsymbol{\rho}_\alpha, t) .$$

Die einmalige materielle Zeitableitung der Bewegungsfunktion der Phase α ergibt die Geschwindigkeit \mathbf{v}_α , die zweimalige materielle Zeitableitung die Beschleunigung \mathbf{a}_α der Partikel der Phase α

$$(F.12) \quad \mathbf{v}_\alpha = \frac{D_\alpha}{dt} \mathbf{r}_\alpha, \quad \mathbf{a}_\alpha = \frac{D_\alpha}{dt} \mathbf{v}_\alpha .$$

Die Bewegungsfunktion (F.11) überführt Kontinuumelemente der Phase α aus der mit den materiellen Koordinaten $\boldsymbol{\rho}_\alpha$ charakterisierten *Anfangskonfiguration* der Phase α in die durch die räumlichen Koordinaten \mathbf{r} charakterisierte *aktuelle Konfiguration*. Die Deformation von Linienelementen der Phase α wird mit dem Deformationsgradienten \mathbf{F}_α charakterisiert

$$\mathbf{F}_\alpha = \frac{\partial \mathbf{r}_\alpha}{\partial \boldsymbol{\rho}_\alpha} = \mathbf{r}_\alpha \nabla \boldsymbol{\rho}_\alpha .$$

Die Bewegungsfunktion beschreibt nur dann eine zulässige Bewegung für die Phase α , wenn die Determinante des Deformationsgradienten \mathbf{F}_α nicht verschwindet

$$(F.13) \quad J_\alpha = \det \mathbf{F}_\alpha \neq 0 .$$

Die Determinante des Deformationsgradienten \mathbf{F}_α verbindet ein beliebiges, der Phase α zugeordnetes Partialvolumen in der aktuellen Konfiguration dV_α und in der Anfangskonfiguration $dV_\alpha^{0\alpha}$ der Phase α durch

$$dV_\alpha = J_\alpha dV_\alpha^{0\alpha} .$$

Die materielle Zeitableitung des JACOBIschen Determinanten J_α der Phase α ist durch die Divergenz des Geschwindigkeitsfeldes \mathbf{v}_α der Konstituenten α bestimmt

$$(F.14) \quad \frac{D_\alpha}{dt} J_\alpha = J_\alpha \mathbf{v}_\alpha \cdot \nabla_{\mathbf{r}} .$$

Mit Hilfe des JACOBIschen Determinanten J_α kann der Deformationsgradient \mathbf{F}_α der Phase α in einen sphärischen Anteil rein volumetrischer \mathbf{F}_α^o und in einen asphärischen Anteil rein volumentreuer Deformationen \mathbf{F}_α^∇ multiplikativ zerlegt werden

$$\mathbf{F}_\alpha = \mathbf{F}_\alpha^o \cdot \mathbf{F}_\alpha^\nabla ,$$

wo die multiplikativen Anteile \mathbf{F}_α^o und \mathbf{F}_α^∇ die folgenden Bedingungen erfüllen

$$(F.15) \quad \mathbf{F}_\alpha^\circ = J_\alpha^{\frac{1}{3}} \mathbf{1} \quad , \quad \det \mathbf{F}_\alpha^\nabla = 1 \quad .$$

In einer kompressiblen Phase α ändert sich das Partialvolumen dV_α der Phase α durch die gleichzeitige Änderung der Volumenfraktion n_α und der wahren Dichte ϱ^α , die von dem Deformationsgradienten \mathbf{F}_α integral erfasst werden. Zur Erfassung der mikroskopischen Kompressibilität und Inkompessibilität von Phasen ist es nach dem Vorschlag von BLUHM/DE BOER [32], BLUHM [33], [34], [35], [36] und DE BOER [50], [51], [53], [54] zweckmäßig, den Deformationsgradienten \mathbf{F}_α multiplikativ in einen Anteil $\mathbf{F}_{\alpha R}$, der die mikroskopischen Deformationen des wahren Materials der Phase α auf makroskopischer Ebene und in einen Anteil $\mathbf{F}_{\alpha N}$, der die Änderung der Volumenfraktion der Phase α erfasst, zu zerlegen

$$(F.16) \quad \mathbf{F}_\alpha = \mathbf{F}_{\alpha N} \cdot \mathbf{F}_{\alpha R} \quad .$$

Diese nach der Kettenregel eingeführte Zerlegung verkörpert einen zusammengesetzten Deformationsvorgang, in dem die Partikel der Phase α von der Anfangskonfiguration $\boldsymbol{\rho}_\alpha$ mit dem Deformationsgradienten

$$\mathbf{F}_{\alpha R} = \frac{\partial \hat{\mathbf{r}}_\alpha}{\partial \boldsymbol{\rho}_\alpha} = \hat{\mathbf{r}}_\alpha \nabla \boldsymbol{\rho}_\alpha$$

in eine Zwischenkonfiguration $\hat{\mathbf{r}}_\alpha$ nur durch mikroskopische Veränderungen des wahren Materials der Phase α auf makroskopischer Ebene und mit dem Deformationsgradienten

$$\mathbf{F}_{\alpha N} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \hat{\mathbf{r}}_\alpha} = \mathbf{r} \nabla_{\hat{\mathbf{r}}_\alpha}$$

von der Zwischenkonfiguration $\hat{\mathbf{r}}_\alpha$ in die aktuelle Konfiguration \mathbf{r} nur durch Änderung der Volumenfraktion n_α bewegt werden. Hier wurde der mit den Koordinaten der Zwischenkonfiguration $\hat{\mathbf{r}}_\alpha$ definierte Nabla-Operator benutzt

$$\nabla_{\hat{\mathbf{r}}_\alpha} = \frac{\partial}{\partial \hat{\mathbf{r}}_\alpha} \quad .$$

Die Zerlegung des Deformationsgradienten ist nur in dem Fall homogener Deformationen zulässig, wenn die Zwischenkonfiguration $\hat{\mathbf{r}}_\alpha$ existiert und die Größe $\mathbf{F}_{\alpha R}$ die Eigenschaft eines Deformationsgradienten besitzt. Unter der Voraussetzung der Gültigkeit dieser Bedingungen wird die Erfassung der mikroskopischen Deformationen des wahren Materials der Phase α auf makroskopischer Ebene durch den Deformationsgradienten $\mathbf{F}_{\alpha R}$ postuliert.

Die Zugehörigkeit einer physikalischen Größe ϕ_α zu einer Zwischenkonfiguration, wie $\hat{\mathbf{r}}_\alpha$ wird mit einem Symbol ($\hat{\cdot}$) über dem Index der Phase ϕ_α gekennzeichnet. Die durch Veränderungen am wahren Material eintretende Zwischenkonfiguration ist bei verschiedenen in einem Gemisch zugleich vorliegenden Phasen nicht identisch und wird, dem eingangs für den Boden

eingeführten Dreiphasengemisch entsprechend, bei der porösen Feststoffphase mit dem Symbol $(\hat{\cdot})$ und Ortsvektor $\hat{\mathbf{r}}_s$, beim Fluid mit dem Symbol $(\tilde{\cdot})$ und Ortsvektor $\tilde{\mathbf{r}}_f$, bei der Gasphase mit dem Symbol $(\bar{\cdot})$ und Ortsvektor $\bar{\mathbf{r}}_g$ modelliert.

Der Deformationsgradient $\mathbf{F}_{\alpha R}$ der Änderung des wahren Materials und der Deformationsgradient $\mathbf{F}_{\alpha N}$ der Änderung der Volumenfraktion der Phase α kann multiplikativ in einen sphärischen Anteil $\mathbf{F}_{\alpha R}^o$ und $\mathbf{F}_{\alpha N}^o$ sowie einen volumentreuen Anteil $\mathbf{F}_{\alpha R}^\nabla$ und $\mathbf{F}_{\alpha N}^\nabla$ zerlegt werden

$$\mathbf{F}_{\alpha R} = \mathbf{F}_{\alpha R}^o \cdot \mathbf{F}_{\alpha R}^\nabla \quad , \quad \mathbf{F}_{\alpha N} = \mathbf{F}_{\alpha N}^o \cdot \mathbf{F}_{\alpha N}^\nabla \quad ,$$

wo die daraus resultierenden Deformationsgradienten die folgenden Bedingungen erfüllen

$$\mathbf{F}_{\alpha R}^o = (J_{\alpha R})^{\frac{1}{3}} \mathbf{1} \quad , \quad \det \mathbf{F}_{\alpha R}^\nabla = 1 \quad ,$$

$$\mathbf{F}_{\alpha N}^o = (J_{\alpha N})^{\frac{1}{3}} \mathbf{1} \quad , \quad \det \mathbf{F}_{\alpha N}^\nabla = 1 \quad .$$

Die materiellen Zeitableitungen der Deformationsgradienten \mathbf{F}_α , $\mathbf{F}_{\alpha N}$ und $\mathbf{F}_{\alpha R}$ ergeben sich mit

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\mathbf{F}}_\alpha}{\mathbf{F}_\alpha} &= \frac{D_\alpha}{dt} \mathbf{r}_\alpha \nabla \rho_\alpha = \mathbf{v}_\alpha \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \rho_\alpha} = \mathbf{v}_\alpha \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r} \nabla \rho = \mathbf{L}_\alpha \cdot \mathbf{F}_\alpha \quad , \\ (F.17) \quad \frac{\dot{\mathbf{F}}_{\alpha N}}{\mathbf{F}_{\alpha N}} &= \frac{D_\alpha}{dt} \mathbf{r} \nabla_{\hat{\mathbf{r}}_\alpha} = \mathbf{L}_{\alpha N} \cdot \mathbf{F}_{\alpha N} \quad , \\ \frac{\dot{\mathbf{F}}_{\alpha R}}{\mathbf{F}_{\alpha R}} &= \frac{D_\alpha}{dt} \hat{\mathbf{r}}_\alpha \nabla \rho_\alpha = \mathbf{v}_{\hat{\alpha}} \nabla_{\hat{\mathbf{r}}_\alpha} \cdot \frac{\partial \hat{\mathbf{r}}_\alpha}{\partial \rho_\alpha} = \mathbf{v}_{\hat{\alpha}} \nabla_{\hat{\mathbf{r}}_\alpha} \cdot \hat{\mathbf{r}}_\alpha \nabla \rho = \mathbf{L}_{\hat{\alpha} R} \cdot \mathbf{F}_{\alpha R} \quad , \end{aligned}$$

wo $\mathbf{v}_{\hat{\alpha}}$ das der Zwischenkonfiguration zugeordnete Geschwindigkeitsfeld

$$(F.18) \quad \mathbf{v}_{\hat{\alpha}} = \frac{D_\alpha}{dt} \hat{\mathbf{r}}_\alpha$$

der mikroskopischen Änderungen des wahren Materials auf makroskopischer Ebene, \mathbf{L}_α den in dem räumlichen Koordinatensystem definierten Geschwindigkeitsgradienten der Phase α , und $\mathbf{L}_{\hat{\alpha} R}$ den im Koordinatensystem der Zwischenkonfiguration definierten Geschwindigkeitsgradienten des Geschwindigkeitsfeldes $\mathbf{v}_{\hat{\alpha}}$ darstellen

$$(F.19) \quad \mathbf{L}_\alpha = \mathbf{v}_\alpha \nabla_{\mathbf{r}} \quad , \quad \mathbf{L}_{\hat{\alpha} R} = \mathbf{v}_{\hat{\alpha}} \nabla_{\hat{\mathbf{r}}_\alpha} \quad .$$

Der Term

$$\mathbf{L}_{\alpha N} = \frac{\dot{\mathbf{F}}_{\alpha N}}{\mathbf{F}_{\alpha N}} \cdot \mathbf{F}_{\alpha N}^{-1}$$

hat nicht die Eigenschaft eines Geschwindigkeitsgradienten [33]. Die Geschwindigkeitsgradienten \mathbf{L}_α und $\mathbf{L}_{\hat{\alpha}R}$ lassen sich als eine Summe

$$(F.20) \quad \mathbf{L}_\alpha = \mathbf{D}_\alpha + \mathbf{W}_\alpha, \quad \mathbf{L}_{\hat{\alpha}R} = \mathbf{D}_{\hat{\alpha}R} + \mathbf{W}_{\hat{\alpha}R}$$

der symmetrischen Deformationsraten \mathbf{D}_α und $\mathbf{D}_{\hat{\alpha}R}$ sowie der schiefsymmetrischen Drehraten \mathbf{W}_α und $\mathbf{W}_{\hat{\alpha}R}$ additiv zerlegen, die durch die Definitionen

$$(F.21) \quad \begin{aligned} \mathbf{D}_\alpha &= \frac{1}{2} (\mathbf{L}_\alpha + \mathbf{L}_\alpha^\top), & \mathbf{D}_{\hat{\alpha}R} &= \frac{1}{2} (\mathbf{L}_{\hat{\alpha}R} + \mathbf{L}_{\hat{\alpha}R}^\top), \\ \mathbf{W}_\alpha &= \frac{1}{2} (\mathbf{L}_\alpha - \mathbf{L}_\alpha^\top), & \mathbf{W}_{\hat{\alpha}R} &= \frac{1}{2} (\mathbf{L}_{\hat{\alpha}R} - \mathbf{L}_{\hat{\alpha}R}^\top) \end{aligned}$$

gegeben sind. Nach Bilden des Determinanten auf beiden Seiten der Gleichung (F.16) der multiplikativen Zerlegung des Deformationsgradienten und Nutzung der Gleichung (F.13) entsteht der Zusammenhang

$$(F.22) \quad J_\alpha = \det \mathbf{F}_{\alpha N} \det \mathbf{F}_{\alpha R} = J_{\alpha N} J_{\alpha R}$$

für die multiplikative Zerlegung der JACOBIschen Determinanten J_α der Phase α in eine JACOBIsche Determinante $J_{\alpha R}$

$$J_{\alpha R} = \det \mathbf{F}_{\alpha R},$$

die den Anteil der Volumenänderung aus mikroskopischen Veränderungen des wahren Materials der Phase α und in eine JACOBIsche Determinante $J_{\alpha N}$

$$J_{\alpha N} = \det \mathbf{F}_{\alpha N},$$

die den Anteil der Volumenänderung aus der Änderung der Volumenfraktion erfasst. Die materielle Zeitableitung der JACOBIschen Determinanten der Veränderungen am wahren Material $J_{\alpha R}$ ist durch das in der Gleichung (F.18) definierten Geschwindigkeitsfeld gegeben

$$(F.23) \quad \dot{J}_{\alpha R}^\alpha = J_{\alpha R} \mathbf{v}_{\hat{\alpha}} \cdot \nabla \dot{\mathbf{r}}_\alpha.$$

Mit Hilfe der Gleichungen (F.19)₁₋₂, (F.20)₁₋₂ und (F.21)₁₋₂ kann die materielle Zeitableitung der JACOBIschen Determinanten J_α der Phase α aus der Gleichung (F.14) in die Form

$$(F.24) \quad \dot{J}_\alpha^\alpha = J_\alpha (\mathbf{L}_\alpha \cdot \cdot \mathbf{1}) = J_\alpha (\mathbf{D}_\alpha \cdot \cdot \mathbf{1})$$

und die materielle Zeitableitung der JACOBIschen Determinanten $J_{\alpha R}$ des wahren Materials der Phase α aus der Gleichung (F.23) in die Form

$$(F.25) \quad \frac{\dot{\cdot}^\alpha}{J_{\alpha R}} = J_{\alpha R} (\mathbf{L}_{\hat{\alpha}R} \cdot \cdot \mathbf{1}) = J_{\alpha R} (\mathbf{D}_{\hat{\alpha}R} \cdot \cdot \mathbf{1})$$

überführt werden.

Die eingeführten Deformationsgradienten der gesamten Deformationen \mathbf{F}_α , der Änderung des wahren Materials $\mathbf{F}_{\alpha R}$ und der Änderung der Volumenfraktionen $\mathbf{F}_{\alpha N}$ der Phase α können mit einer multiplikativen Polarzerlegung in einen Anteil reiner Rotationen mit den orthogonalen Drehtensoren \mathbf{Q}_α , $\mathbf{Q}_{\alpha R}$ und $\mathbf{Q}_{\alpha N}$ sowie in einen Anteil reiner Verzerrungen mit den rechten Strecktensoren \mathbf{U}_α , $\mathbf{U}_{\alpha R}$, $\mathbf{U}_{\alpha N}$ und den linken Strecktensoren \mathbf{V}_α , $\mathbf{V}_{\alpha R}$, $\mathbf{V}_{\alpha N}$ aufgespalten werden

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_\alpha &= \mathbf{Q}_\alpha \cdot \mathbf{U}_\alpha = \mathbf{V}_\alpha \cdot \mathbf{Q}_\alpha, \\ \mathbf{F}_{\alpha R} &= \mathbf{Q}_{\alpha R} \cdot \mathbf{U}_{\alpha R} = \mathbf{V}_{\alpha R} \cdot \mathbf{Q}_{\alpha R}, \\ \mathbf{F}_{\alpha N} &= \mathbf{Q}_{\alpha N} \cdot \mathbf{U}_{\alpha N} = \mathbf{V}_{\alpha N} \cdot \mathbf{Q}_{\alpha N}. \end{aligned}$$

Mit den Deformationsgradienten oder den rechten und linken Strecktensoren können die rechten \mathbf{C}_α und linken \mathbf{B}_α CAUCHY-GREENSchen Deformationstensoren für die gesamte Deformation der Phase α , für den Deformationsanteil der Änderungen am wahren Material $\mathbf{C}_{\alpha R}$, $\mathbf{B}_{\hat{\alpha}R}$ und für den Deformationsanteil der Änderung der Volumenfraktion $\mathbf{C}_{\hat{\alpha}N}$, $\mathbf{B}_{\alpha N}$ der Phase α definiert werden

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_\alpha &= \mathbf{F}_\alpha^\top \cdot \mathbf{F}_\alpha = \mathbf{U}_\alpha \cdot \mathbf{U}_\alpha, & \mathbf{B}_\alpha &= \mathbf{F}_\alpha \cdot \mathbf{F}_\alpha^\top = \mathbf{V}_\alpha \cdot \mathbf{V}_\alpha, \\ \mathbf{C}_{\alpha R} &= \mathbf{F}_{\alpha R}^\top \cdot \mathbf{F}_{\alpha R} = \mathbf{U}_{\alpha R} \cdot \mathbf{U}_{\alpha R}, & \mathbf{B}_{\hat{\alpha}R} &= \mathbf{F}_{\alpha R} \cdot \mathbf{F}_{\alpha R}^\top = \mathbf{V}_{\alpha R} \cdot \mathbf{V}_{\alpha R}, \\ \mathbf{C}_{\hat{\alpha}N} &= \mathbf{F}_{\alpha N}^\top \cdot \mathbf{F}_{\alpha N} = \mathbf{U}_{\alpha N} \cdot \mathbf{U}_{\alpha N}, & \mathbf{B}_{\alpha N} &= \mathbf{F}_{\alpha N} \cdot \mathbf{F}_{\alpha N}^\top = \mathbf{V}_{\alpha N} \cdot \mathbf{V}_{\alpha N}. \end{aligned}$$

Die rechten CAUCHY-GREENSchen Deformationstensoren \mathbf{C}_α und $\mathbf{C}_{\alpha R}$ sind in dem materiellen Koordinatensystem $\boldsymbol{\rho}_\alpha$ der Anfangskonfiguration, die linken CAUCHY-GREENSchen Deformationstensoren \mathbf{B}_α und $\mathbf{B}_{\alpha N}$ im räumlichen Koordinatensystem \mathbf{r} der aktuellen Konfiguration, die linken und rechten CAUCHY-GREENSchen Deformationstensoren $\mathbf{C}_{\hat{\alpha}N}$ und $\mathbf{B}_{\hat{\alpha}R}$ in dem Koordinatensystem der Zwischenkonfiguration $\hat{\mathbf{r}}_\alpha$ definiert.

Die Rotationsrate \mathbf{R}_α ist durch die einmalige skalare Kontraktion der materiellen Zeitableitung des Drehtensors \mathbf{Q}_α nach der Bewegung der Phase α mit der Inversen (Transponierten) des orthogonalen Drehtensors

$$(F.26) \quad \mathbf{R}_\alpha = \frac{\dot{\cdot}^\alpha}{\mathbf{Q}_\alpha} \cdot \mathbf{Q}_\alpha^{-1} = \frac{\dot{\cdot}^\alpha}{\mathbf{Q}_\alpha} \cdot \mathbf{Q}_\alpha^\top$$

definiert. Der rechte CAUCHY-GREENScher Deformationstensor C_α der Phase α kann multiplikativ in einen Anteil rein volumetrischer C_α^o und in einen Anteil rein volumentreuer Deformationen C_α^∇ zerlegt werden

$$C_\alpha = C_\alpha^o \cdot C_\alpha^\nabla .$$

Die multiplikativen Anteile des rechten CAUCHY-GREENSchen Deformationstensors C_α^o und C_α^∇ erfüllen die Bedingungen

$$(F.27) \quad C_\alpha^o = (J_\alpha)^{\frac{2}{3}} \mathbf{1} \quad , \quad \det C_\alpha^\nabla = 1 \quad .$$

Die materielle Zeitableitung des rechten CAUCHY-GREENSchen Deformationstensors C_α der Phase α und des wahren Materials $C_{\alpha R}$ der Phase α ergeben sich mit Hilfe der Gleichungen (F.17)₁₋₃ und (F.21)₁₋₄ aus

$$\dot{\overline{C}}_\alpha^\alpha = (\mathbf{L}_\alpha \cdot \mathbf{F}_\alpha)^\top \cdot \mathbf{F}_\alpha + \mathbf{F}_\alpha^\top \cdot (\mathbf{L}_\alpha \cdot \mathbf{F}_\alpha) = 2 \mathbf{F}_\alpha^\top \cdot \mathbf{D}_\alpha \cdot \mathbf{F}_\alpha \quad ,$$

$$\dot{\overline{C}}_{\alpha R}^\alpha = (\mathbf{L}_{\hat{\alpha}R} \cdot \mathbf{F}_{\alpha R})^\top \cdot \mathbf{F}_{\alpha R} + \mathbf{F}_{\alpha R}^\top \cdot (\mathbf{L}_{\hat{\alpha}R} \cdot \mathbf{F}_{\alpha R}) = 2 \mathbf{F}_{\alpha R}^\top \cdot \mathbf{D}_{\hat{\alpha}R} \cdot \mathbf{F}_{\alpha R} \quad .$$

Der rechte CAUCHY-GREENSche Deformationstensor der Änderungen des wahren Materials $C_{\alpha R}$ und der rechte CAUCHY-GREENSche Deformationstensor der Änderungen der Volumenfractionen $C_{\hat{\alpha}N}$ kann in einen Anteil rein volumetrischer Deformationen $C_{\alpha R}^o$ und $C_{\hat{\alpha}N}^o$ sowie rein volumentreuer Deformationen $C_{\alpha R}^\nabla$ und $C_{\hat{\alpha}N}^\nabla$ zerlegt werden

$$(F.28) \quad C_{\alpha R} = C_{\alpha R}^o \cdot C_{\alpha R}^\nabla \quad , \quad C_{\hat{\alpha}N} = C_{\hat{\alpha}N}^o \cdot C_{\hat{\alpha}N}^\nabla \quad ,$$

wo die multiplikativen Anteile $C_{\alpha R}^o$, $C_{\alpha R}^\nabla$, $C_{\hat{\alpha}N}^o$ und $C_{\hat{\alpha}N}^\nabla$ folgenden Bedingungen genügen

$$(F.29) \quad C_{\alpha R}^o = (J_{\alpha R})^{\frac{2}{3}} \mathbf{1} \quad , \quad \det C_{\alpha R}^\nabla = (\det \mathbf{F}_{\alpha R}^\nabla)^2 = 1 \quad ,$$

$$C_{\hat{\alpha}N}^o = (J_{\alpha N})^{\frac{2}{3}} \mathbf{1} \quad , \quad \det C_{\hat{\alpha}N}^\nabla = (\det \mathbf{F}_{\alpha N}^\nabla)^2 = 1 \quad .$$

In einem besonderen Deformationsvorgang, bei dem sich das wahre Material der Konstituenten α *inkompressibel* verhält, treten nur rein volumentreue Deformationen in der Phase α ein, woraus die Identität

$$C_{\alpha R} = C_{\alpha R}^\nabla$$

und mit Berücksichtigung der Gleichungen (F.28) und (F.29)₁, die Bedingungen

$$C_{\alpha R}^{\circ} = \mathbf{1}$$

und

$$(F.30) \quad J_{\alpha R} = 1$$

folgen. Diese Inkompressibilitätsformulierung lässt volumentreue mikroskopische Deformationen auf makroskopischer Ebene zu und ist allgemeiner als die für eine inkompressible Phase α vorausgesetzte Identität, welche die materielle Zeitableitung der wahren Dichte ϱ^{α} in den Erhaltungsgleichungen zu Null setzt

$$\frac{\dot{\varrho}^{\alpha}}{\varrho^{\alpha}} = 0 \quad .$$

Aus der materiellen Zeitableitung der Gleichung (F.30) nach der Bewegung der Phase α folgt mit Nutzung der Gleichung (F.25) eine zusätzliche, für die folgenden Betrachtungen wichtige Bedingung der mikroskopisch inkompressiblen Deformationen einer Phase α auf makroskopischer Ebene mit

$$(F.31) \quad \frac{\dot{J}_{\alpha R}}{J_{\alpha R}} = J_{\alpha R} (\mathbf{D}_{\hat{\alpha}R} \cdot \cdot \mathbf{1}) = 0 \quad , \quad (\mathbf{D}_{\hat{\alpha}R} \cdot \cdot \mathbf{1}) = 0 \quad .$$

Eine gegebene Phase α heißt im Folgenden *inkompressibel*, wenn sie die Inkompressibilitätsbedingung (F.31)₂ während des gesamten betrachteten Deformationsvorganges erfüllt. Andernfalls wird die Phase *kompressibel* genannt.

Aus der Gesamtheit der materiellen Koordinaten ρ_{α} und aus den Bewegungsfunktionen (F.11) der Phasen α ist das *baryzentrische* materielle Koordinatensystem ρ und die baryzentrische Bewegungsfunktion

$$(F.32) \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}(\rho, t)$$

für das Gemisch eindeutig gegeben. Die ein- sowie zweimalige materielle Zeitableitung der baryzentrischen Bewegungsgleichung des Gemisches nach der baryzentrischen materiellen Koordinate ergibt die baryzentrische Geschwindigkeit \mathbf{v} und die baryzentrische Beschleunigung \mathbf{a} des Gemisches

$$(F.33) \quad \mathbf{v} = \frac{D}{dt} \mathbf{r} \quad , \quad \mathbf{a} = \frac{D}{dt} \mathbf{v} \quad .$$

Die als lokale massenbezogene Schwerpunktgeschwindigkeit des Mischkörpers definierte baryzentrische Geschwindigkeit \mathbf{v} ist durch die partielle Dichte ϱ_{α} und die Geschwindigkeit \mathbf{v}_{α} der im Gemisch vorhandenen Phasen über die Gleichung

$$(F.34) \quad \mathbf{v} = \frac{1}{\varrho} \sum_{\alpha} \varrho_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha} = \frac{1}{\varrho} \sum_{\alpha} n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha}$$

definiert, womit gleichzeitig die baryzentrische Bewegungsgleichung (F.32) vorgeschrieben wird. In der Gleichung (F.34) wurde die Definitionsgleichung der partiellen Dichte ϱ_{α} der Phase α in Gleichung (F.8) beachtet. Mit Hilfe der baryzentrischen Geschwindigkeit des Gemisches kann die Diffusionsgeschwindigkeit $\hat{\mathbf{v}}_{\alpha}$ der Phase α definiert werden durch

$$(F.35) \quad \hat{\mathbf{v}}_{\alpha} = \mathbf{v}_{\alpha} - \mathbf{v} .$$

Nach Multiplikation mit der partiellen Dichte ϱ_{α} der Phase α , Beachtung der Gleichung (F.8), Summation über alle Phasen des Gemisches und Nutzung der Gleichung (F.34) resultiert die wichtige Identität

$$(F.36) \quad \sum_{\alpha} n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \hat{\mathbf{v}}_{\alpha} = \sum_{\alpha} n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha} - \mathbf{v} \sum_{\alpha} n_{\alpha} \varrho^{\alpha} = \mathbf{0} .$$

F.2.5 Arbiträre Zeitableitung

Bei der Betrachtung eines mechanischen Vorganges in der Theorie der Mehrphasenkontinua wird die Bewegung von $\alpha = (1 \dots n)$ Phasen einzeln und insgesamt verfolgt, wobei jede Phase über ein eigenes materielles Koordinatensystem $\boldsymbol{\rho}_{\alpha}$ und über eine eigene Bewegungsfunktion nach der Gleichung (F.11) verfügt. Damit wären bei der Modellierung genauso viele materielle Koordinaten zu berücksichtigen, wie Phasen an dem mechanischen Vorgang beteiligt sind. Bei der Modellierung in einem ARBITRARY-LAGRANGIAN-EULERIAN-Kontext wird die Beschreibung der Bewegung aller Phasen einheitlich in einem zusätzlichen, mit dem arbiträren Koordinatensystem charakterisierten arbiträren Bezugssystem vorgenommen, dessen Bewegung mit Hilfe einer für die Betrachtung des mechanischen Vorganges vorteilhaften Bewegungsfunktion vorgeschrieben wird

$$(F.37) \quad \tilde{\boldsymbol{\rho}} = \tilde{\boldsymbol{\rho}}_{\alpha}(\boldsymbol{\rho}_{\alpha}, t) .$$

Die Größe $\tilde{\boldsymbol{\rho}}$ repräsentiert den Ortsvektor des arbiträren Koordinatensystems und $\boldsymbol{\rho}_{\alpha}$ die materielle Koordinate einer im Mehrphasenkörper vorliegenden *beliebig ausgewählten* Phase α . Zur Beschreibung der Bewegung des arbiträren Bezugssystems sind die materiellen Koordinaten der einzelnen Phasen des Gemisches gleichwertig. Das arbiträre Koordinatensystem mit dem Ortsvektor $\tilde{\boldsymbol{\rho}}$ beschreibt die Anfangskonfiguration des arbiträren Bezugssystems. Zwischen räumlichen Koordinaten \mathbf{r} und arbiträren Koordinaten $\tilde{\boldsymbol{\rho}}$ kann mit Hilfe der Gleichungen (F.11) und (F.37) eine von der materiellen Koordinate $\boldsymbol{\rho}_{\alpha}$ der ausgewählten Phase α unabhängige Bewegungsfunktion des arbiträren Bezugssystems

$$(F.38) \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_{\tilde{\boldsymbol{\rho}}}(\tilde{\boldsymbol{\rho}}, t)$$

eingeführt werden. Infinitesimale Elemente des arbiträren Koordinatensystems werden aus der mit den arbiträren Koordinaten $\tilde{\rho}$ charakterisierten Anfangskonfiguration in die in räumlichen Koordinaten \mathbf{r} gegebene aktuelle Konfiguration mit dem arbiträren Deformationsgradienten $\mathbf{F}_{\tilde{\rho}}$ überführt

$$\mathbf{F}_{\tilde{\rho}} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \tilde{\rho}} = \mathbf{r} \nabla \tilde{\rho} \quad .$$

Die Determinante des arbiträren Deformationsgradienten $\mathbf{F}_{\tilde{\rho}}$ ergibt die JACOBIsche Determinante $J_{\tilde{\rho}}$ des arbiträren Bezugssystems, deren Nichtverschwinden eine Bedingung für die zulässige Bewegung des arbiträren Bezugssystems darstellt

$$J_{\tilde{\rho}} = \det \mathbf{F}_{\tilde{\rho}} \neq 0 \quad .$$

Die materielle Zeitableitung der arbiträren Ortskoordinate $\tilde{\rho}$ nach der materiellen Koordinate der Phase α führt auf das in arbiträren Koordinaten angegebene konvektive Geschwindigkeitsfeld $\tilde{\mathbf{v}}_{\alpha}$ mit

$$\tilde{\mathbf{v}}_{\alpha} = \frac{D_{\alpha}}{dt} \tilde{\rho} \quad .$$

Für die Überführung der materiellen Zeitableitung einer in EULERSchen Koordinaten gegebenen, der Phase α zugeordneten physikalischen Größe $\phi_{\alpha}(\mathbf{r}, t)$ nach der Bewegung der Phase α in eine arbiträre Zeitableitung lässt sich eine Quasi-EULERSche Formulierung mit Hilfe der Gleichung (F.10) herleiten, wenn die physikalischen Größen $\phi_{\alpha}^{**}(\rho_{\alpha}, t)$ und $\phi_{\alpha}^{*}(\tilde{\rho}, t)$ in EULERScher Beschreibung $\phi_{\alpha}(\mathbf{r}, t)$ eingesetzt werden und bei der Differentiation nach der arbiträren Koordinate $\tilde{\rho}$ die Kettenregel angewendet wird

$$\frac{D_{\alpha}}{dt} \phi_{\alpha}^{**} = \frac{\delta}{dt} \phi_{\alpha}^{*} + \phi_{\alpha}^{*} \nabla \tilde{\rho} \cdot \tilde{\mathbf{v}}_{\alpha} = \frac{D_{\alpha}}{dt} \phi_{\alpha} = \frac{\delta}{dt} \phi_{\alpha} + \phi_{\alpha} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{r} \nabla \tilde{\rho} \cdot \tilde{\mathbf{v}}_{\alpha} \quad .$$

Der letzte Term dieser Gleichung ist das in räumliche Koordinaten überführte konvektive Geschwindigkeitsfeld

$$\mathbf{r} \nabla \tilde{\rho} \cdot \tilde{\mathbf{v}}_{\alpha} = \mathbf{F}_{\tilde{\rho}} \cdot \tilde{\mathbf{v}}_{\alpha} \quad .$$

Zu seiner Bestimmung wird für die physikalische Größe ϕ_{α} die räumliche Koordinate \mathbf{r} eingesetzt, woraus die Gleichung

$$\frac{D_{\alpha}}{dt} \mathbf{r} = \frac{\delta}{dt} \mathbf{r} + \mathbf{r} \nabla \tilde{\rho} \cdot \tilde{\mathbf{v}}_{\alpha}$$

folgt. Die materielle Zeitableitung des Ortsvektors des räumlichen Koordinatensystems \mathbf{r} führt zu der in Gleichung (F.12)₁ definierten Partikelgeschwindigkeit \mathbf{v}_{α} der Phase α in räumlichen

Koordinaten. Die arbiträre Zeitableitung des räumlichen Ortsvektors ergibt das Geschwindigkeitsfeld des arbiträren Bezugssystems $\tilde{\mathbf{v}}$ in räumlichen Koordinaten

$$\tilde{\mathbf{v}} = \frac{\delta}{dt} \mathbf{r} .$$

Für das konvektive Geschwindigkeitsfeld resultiert die Bestimmungsgleichung

$$\mathbf{r} \nabla_{\tilde{\rho}} \cdot \tilde{\mathbf{v}}_{\alpha} = \frac{D_{\alpha}}{dt} \mathbf{r} - \frac{\delta}{dt} \mathbf{r} = \mathbf{v}_{\alpha} - \tilde{\mathbf{v}} ,$$

woraus der fundamentale Zusammenhang zur Überführung der materiellen Zeitableitung einer beliebigen, in EULERScher Beschreibung gegebenen physikalischen Größe $\phi_{\alpha}(\mathbf{r}, t)$ der Phase α in eine arbiträre Zeitableitung in der folgenden Form hervorgeht

$$(F.39) \quad \frac{D_{\alpha}}{dt} \phi_{\alpha} = \frac{\delta}{dt} \phi_{\alpha} + \phi_{\alpha} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}_{\alpha} - \tilde{\mathbf{v}}) .$$

Daraus ist ersichtlich, dass zusätzliche Größen aus der Differenzbewegung des materiellen und arbiträren Bezugssystems beim Übergang vom räumlichen auf das arbiträre Bezugssystem in der kinematischen Beschreibung resultieren, die mit dem zusätzlichen *konvektiven Term* erfasst werden. Aus der Gleichung (F.39) resultiert eine wichtige Identität für die Transformation materieller Zeitableitungen, wenn das arbiträre Koordinatensystem dem materiellen Koordinatensystem einer anderen Phase des Gemisches β durch Einführung der Bedingungen $\tilde{\rho} = \rho_{\beta}$ und $\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v}_{\beta}$ gleichgesetzt wird

$$(F.40) \quad \frac{D_{\alpha}}{dt} \phi_{\alpha} = \frac{D_{\beta}}{dt} \phi_{\alpha} + \phi_{\alpha} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}_{\alpha} - \mathbf{v}_{\beta}) .$$

Die JACOBISCHE Determinante des arbiträren Bezugssystems verbindet ein in räumlichen Koordinaten gegebenes Volumenelement dV mit dem dementsprechenden Volumenelement $dV_{\tilde{\rho}}$ in der Anfangskonfiguration des arbiträren Bezugssystems

$$dV = J_{\tilde{\rho}} dV_{\tilde{\rho}} .$$

Die arbiträre Zeitableitung der arbiträren JACOBISCHEN Determinanten ist durch die Divergenz des arbiträren Geschwindigkeitsfeldes $\tilde{\mathbf{v}}$ bestimmt

$$(F.41) \quad \frac{\delta}{dt} J_{\tilde{\rho}} = J_{\tilde{\rho}} \tilde{\mathbf{v}} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} .$$

Die arbiträre Zeitableitung von Größen in der Anfangskonfiguration des arbiträren Bezugssystems verschwindet. Mit Hilfe des JACOBISCHEN Determinanten des arbiträren Bezugssystems kann die arbiträre Zeitableitung des Integrals einer physikalischen Größe über ein in räumlichen Koordinaten gegebenes Gebiet Γ wie folgt vereinfacht werden

$$(F.42) \quad \frac{\delta}{dt} \int_{\Gamma} \phi_{\alpha} dV = \int_{\Gamma} \frac{1}{J_{\tilde{\rho}}} \frac{\delta}{dt} J_{\tilde{\rho}} \phi_{\alpha} dV .$$

Die Festlegung des arbiträren Koordinatensystems $\tilde{\rho}$, der Bewegungsgleichungen (F.37), (F.38) und damit des Geschwindigkeitsfeldes für das arbiträre Bezugssystem \tilde{v} stellt *einen zusätzlichen Freiheitsgrad* bei der Modellierung eines mechanischen Vorganges in einer ARBITRARY-LAGRANGIAN-EULERIAN-Beschreibung dar. Für das arbiträre Bezugssystem und Geschwindigkeitsfeld ergeben sich zwei Sonderfälle:

- **Übergang in eine rein EULERSche Beschreibung** mit $\tilde{\rho} = \mathbf{r}$ und $\tilde{v} = \mathbf{0}$:

$$\frac{\delta}{dt} \phi_{\alpha} = \frac{\partial}{\partial t} \phi_{\alpha} , \quad J_{\tilde{\rho}} = 1 .$$

- **Übergang in eine rein LAGRANGESche Beschreibung** nach der Bewegung der Phase α mit $\tilde{\rho} = \rho_{\alpha}$ und $\tilde{v} = \mathbf{v}_{\alpha}$:

$$\frac{\delta}{dt} \phi_{\alpha} = \frac{D_{\alpha}}{dt} \phi_{\alpha} , \quad J_{\tilde{\rho}} = J_{\alpha} .$$

Daraus geht hervor, dass mit Hilfe geeigneter Bedingungen für die Bewegung des arbiträren Bezugssystems sowohl die Vorteile einer rein LAGRANGESchen als auch einer rein EULERSchen Beschreibung in einem und demselben mechanischen Modell genutzt werden können.

Eine weitere bedeutsame Gleichung für die Formulierung von Erhaltungsgleichungen in arbiträrer kinematischer Beschreibung entsteht, wenn die materielle Zeitableitung

$$\frac{D_{\alpha}}{dt} \int_{\Gamma_{\alpha}} \phi_{\alpha} dV_{\alpha} = \int_{\Gamma_{\alpha}} \frac{D_{\alpha}}{dt} \phi_{\alpha} dV_{\alpha} + \int_{\Gamma_{\alpha}} \phi_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} dV_{\alpha}$$

und die arbiträre Zeitableitung

$$\frac{\delta}{dt} \int_{\Gamma_{\alpha}} \phi_{\alpha} dV_{\alpha} = \int_{\Gamma_{\alpha}} \frac{\delta}{dt} \phi_{\alpha} dV_{\alpha} + \int_{\Gamma_{\alpha}} \phi_{\alpha} \tilde{\mathbf{v}} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} dV_{\alpha}$$

des Integrals einer physikalischen Größe ϕ_{α} über ein in räumlichen Koordinaten angegebenes, der Phase α zugeordnetes Untersuchungsgebiet Γ_{α} betrachtet wird. Durch Subtraktion und Umformen der materiellen Zeitableitung, Einsetzen der Gleichung (F.39) und Nutzung der für die mit der beliebigen tensoriellen Operation (*) verbundenen beliebigen tensoriellen Größen ϕ und ψ gültigen Beziehung

$$(F.43) \quad \{ \phi * \psi \} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} = \phi \nabla_{\mathbf{r}} * \psi + \phi * \psi \cdot \nabla_{\mathbf{r}} ,$$

geht der fundamentale Zusammenhang

$$\frac{D_\alpha}{dt} \int_{\Gamma_\alpha} \phi_\alpha dV_\alpha = \frac{\delta}{dt} \int_{\Gamma_\alpha} \phi_\alpha dV_\alpha + \int_{\Gamma_\alpha} \{ \phi_\alpha (\mathbf{v}_\alpha - \tilde{\mathbf{v}}) \} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} dV_\alpha$$

zur Überführung der materiellen Zeitableitung nach der Bewegung der Phase α in die arbiträre Zeitableitung hervor. Mit dem Satz von GAUSS kann der letzte Term dieser Gleichung in ein Oberflächenintegral durch die Berücksichtigung der geschlossenen Oberfläche Ω_α des Gebietes Γ_α umgeformt werden

$$\frac{D_\alpha}{dt} \int_{\Gamma_\alpha} \phi_\alpha dV_\alpha = \frac{\delta}{dt} \int_{\Gamma_\alpha} \phi_\alpha dV_\alpha + \int_{\Omega_\alpha} \{ \phi_\alpha (\mathbf{v}_\alpha - \tilde{\mathbf{v}}) \} \cdot \mathbf{n}_{A_\alpha} dA_\alpha ,$$

wo die Größe \mathbf{n}_{A_α} die Flächennormale des infinitesimalen Flächenelementes dA_α der geschlossenen Oberfläche der Integration Ω_α darstellt. Durch Einführung der Definitionsgleichung der Volumenfraktionen (F.1) kann das Gebiet der Integration auf ein dem gesamten Gemisch zugeordnetes Untersuchungsgebiet Γ erweitert werden

$$\frac{D_\alpha}{dt} \int_{\Gamma} n_\alpha \phi_\alpha dV = \frac{\delta}{dt} \int_{\Gamma} n_\alpha \phi_\alpha dV + \int_{\Omega} \{ n_\alpha \phi_\alpha (\mathbf{v}_\alpha - \tilde{\mathbf{v}}) \} \cdot \mathbf{n}_A dA ,$$

wo die Größe \mathbf{n}_A die Flächennormale des infinitesimalen Flächenelementes dA der geschlossenen Oberfläche der Integration Ω darstellt. Nach Umformung des Terms mit der arbiträren Zeitableitung durch die Identität aus der Gleichung (F.42) lautet die Überführung der materiellen Zeitableitung des Integrals einer der Phase α zugeordneten physikalischen Größe ϕ_α nach der Bewegung der Phase α in arbiträre Zeitableitung

$$(F.44) \quad \frac{D_\alpha}{dt} \int_{\Gamma} n_\alpha \phi_\alpha dV = \int_{\Gamma} \frac{1}{J_{\tilde{\rho}}} \frac{\delta}{dt} J_{\tilde{\rho}} n_\alpha \phi_\alpha dV + \int_{\Omega} \{ n_\alpha \phi_\alpha (\mathbf{v}_\alpha - \tilde{\mathbf{v}}) \} \cdot \mathbf{n}_A dA .$$

Mit analoger Argumentation resultiert für die Überführung der Zeitableitung des Integrals einer dem Gemisch zugeordneten physikalischen Größe ϕ nach der baryzentrischen Bewegung des Gemisches in arbiträre Zeitableitung in der Form

$$(F.45) \quad \frac{D}{dt} \int_{\Gamma} \phi dV = \int_{\Gamma} \frac{1}{J_{\tilde{\rho}}} \frac{\delta}{dt} J_{\tilde{\rho}} \phi dV + \int_{\Omega} \{ \phi (\mathbf{v} - \tilde{\mathbf{v}}) \} \cdot \mathbf{n}_A dA .$$

F.2.6 Erhaltungsgleichungen von Mehrphasenkontinua unter der Belastung von Stoßwellen

In der Theorie der Mehrphasenkontinua gelten Erhaltungsgleichungen sowohl für physikalische Größen ϕ_α , die die speziellen Eigenschaften einer gegebenen Phase α als auch für physikalische Größen ϕ , die die integralen Eigenschaften des gesamten Gemisches charakterisieren. Zu einer integralen physikalischen Größe des Gemisches ϕ existiert ein Satz entsprechender, physikalischer Größen der individuellen Phasen ϕ_α . In einem Gemisch von $\alpha = (1 \dots n)$ Konstituenten liegen damit für eine gegebene physikalische Größe des Gemisches ϕ und für die zugehörigen

physikalischen Größen der jeweiligen Konstituenten ϕ_α insgesamt $n + 1$ Erhaltungsgleichungen vor. Wird das Gemisch von einer oder mehreren Diskontinuitäten gestreift, an dessen Wellenfront oder an deren Wellenfronten die physikalischen Größen der Phasen α und des Gemisches eine sprunghafte Änderung erleiden, gelten $n + 1$ zusätzliche Erhaltungsgleichungen an jeder Wellenfront.

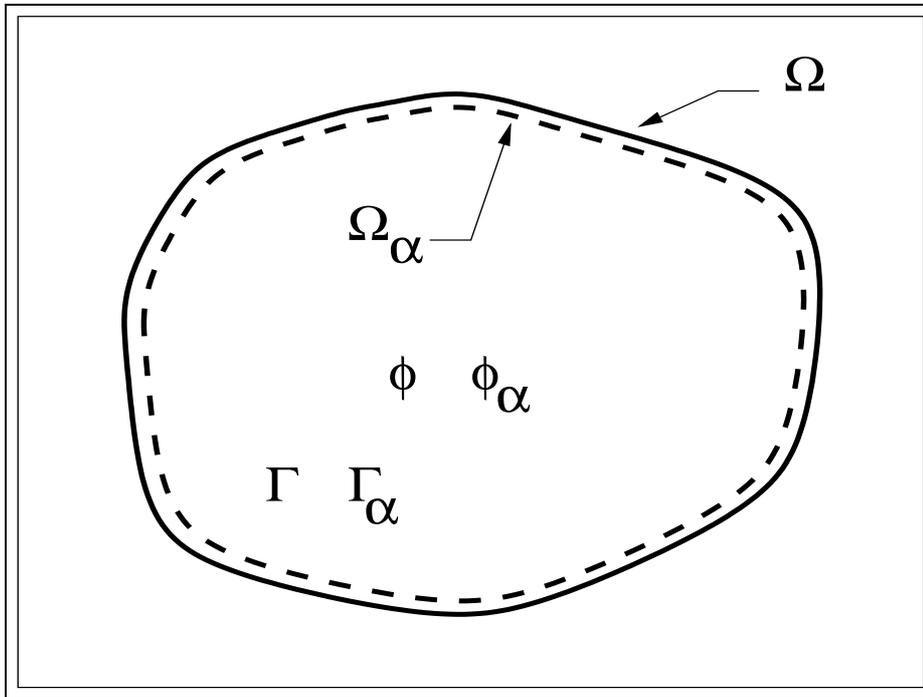


Abbildung F.1: **Beliebiges Beobachtungsgebiet**

Die Erhaltungsgleichung einer dem Gemisch zugeordneten physikalischen Größe ϕ und einer der Phase α zugeordneten physikalischen Größe ϕ_α lautet in einem von der geschlossenen Oberfläche Ω begrenzten beliebigen Beobachtungsgebiet Γ in allgemeiner Form (siehe Bild F.1)

$$(F.46) \quad \frac{D}{dt} \int_{\Gamma} \phi \, dV = \int_{\Omega} S_{\phi} \cdot \mathbf{n}_A \, dA + \int_{\Gamma} R_{\phi} \, dV$$

und

$$(F.47) \quad \frac{D_{\alpha}}{dt} \int_{\Gamma} n_{\alpha} \phi_{\alpha} \, dV = \int_{\Omega} S_{\phi_{\alpha}} \cdot \mathbf{n}_A \, dA + \int_{\Gamma} R_{\phi_{\alpha}} \, dV + \int_{\Gamma} \hat{R}_{\phi_{\alpha}} \, dV .$$

Durch Einsetzen entsprechender, konkreter Terme physikalischer Größen für ϕ und ϕ_α , für die *Flussterme* S_{ϕ} und S_{ϕ_α} , für die *Produktionsterme* R_{ϕ} und R_{ϕ_α} sowie für den *Interaktionsterm* \hat{R}_{ϕ_α} können alle Bewegungsgleichungen, Hauptsätze der Thermodynamik und physikalische Evolutionsgleichungen für das Mehrphasenkontinuum dargestellt werden. Der Interaktionsterm quantifiziert die Übertragung der physikalischen Größe ϕ_α zwischen Konstituenten des

Gemisches. Die notwendige und hinreichende Bedingung zum Übergang der Erhaltungsgleichungen individueller Phasen des Gemisches α in der Summe über alle Phasen α in eine einzige Erhaltungsgleichung des gesamten Gemisches bildet das Verschwinden von Interaktionseffekten durch Erfüllung einer entsprechenden Summenbedingung.

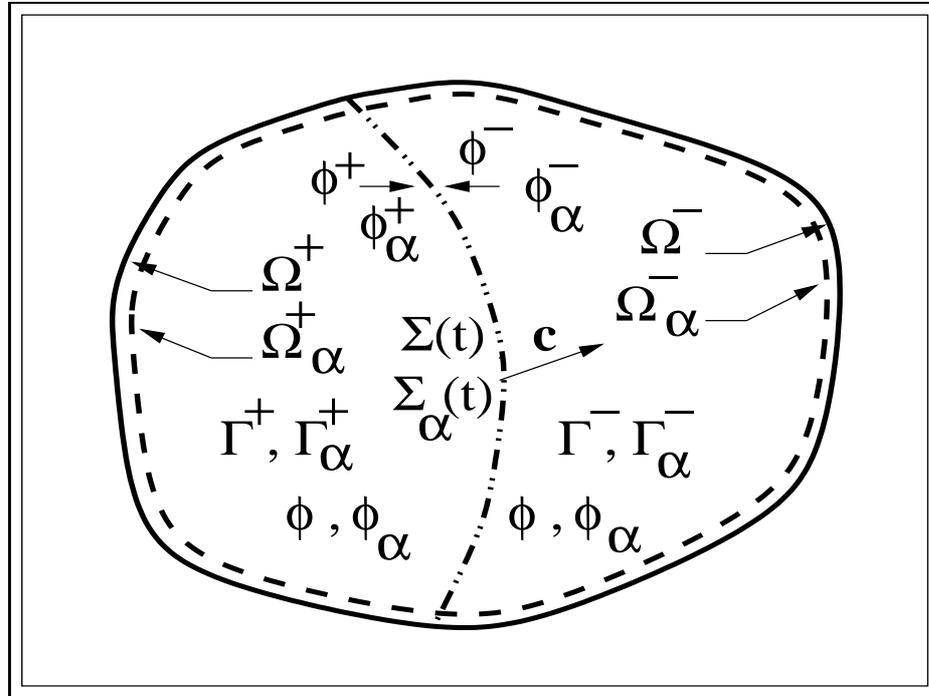


Abbildung F.2: **Beliebiges Beobachtungsgebiet mit Diskontinuität**

Im Folgenden wird der Fall betrachtet, dass das in räumlichen Koordinaten gegebene Lockergesteinsgebiet Γ des Gemisches von einer Stoßwelle gestreift wird. Nach der allgemeinen Definition bildet eine Welle n -ter Ordnung eine propagierende Wellenfront, an der die $(n-1)$ -te Ableitung der physikalischen Größen im Gebiet Γ eine Unstetigkeit aufweist. Eine Stoßwelle stellt in diesem Sinne eine Welle *erster* Ordnung dar, womit die physikalischen Größen selbst eine sprunghafte Änderung erleiden. Die Stoßwellenfront wird von einer Fläche $\Sigma(t)$ gebildet, deren Punkte zu einem beliebigen Zeitpunkt t die geometrische Bedingung

$$f_\Sigma(\mathbf{r}, t) = 0$$

erfüllen und deren Normale \mathbf{n}_Σ durch die folgende Gleichung bestimmt wird

$$\mathbf{n}_\Sigma = \frac{\nabla_{\mathbf{r}} f_\Sigma(\mathbf{r}, t)}{\|\nabla_{\mathbf{r}} f_\Sigma(\mathbf{r}, t)\|} .$$

Der Geschwindigkeitsvektor \mathbf{c} der Partikel an der Wellenfront $\Sigma(t)$ und der Betrag seiner Normalkomponente c_Σ ergeben sich aus folgenden Gleichungen

$$\mathbf{c} = \frac{\partial c_{\Sigma}}{\partial \mathbf{n}_{\Sigma}} \quad , \quad c_{\Sigma} = -\frac{1}{\|\nabla_{\mathbf{r}} f_{\Sigma}(\mathbf{r}, t)\|} \frac{\partial}{\partial t} f_{\Sigma}(\mathbf{r}, t) \quad .$$

Das beliebig ausgewählte Beobachtungsgebiet Γ mit der geschlossenen Oberfläche Ω wird von der Fläche der Wellenfront $\Sigma(t)$ in ein bereits von der Wellenfront gestreiftes Gebiet Γ^+ hinter der Wellenfront und in ein von der Wellenfront noch nicht gestreiftes Gebiet Γ^- vor der Wellenfront in der Weise geteilt, dass die Fläche der Wellenfront $\Sigma(t)$ Teil sowohl der geschlossenen Oberfläche des Gebietes Γ^+ als auch der geschlossenen Oberfläche des Gebietes Γ^- bildet. Die geschlossene Oberfläche des Gebietes Γ^+ besteht außerhalb der Fläche der Wellenfront $\Sigma(t)$ aus dem Oberflächenteil Ω^+ und die geschlossene Oberfläche des Gebietes Γ^- besteht außerhalb der Fläche der Wellenfront $\Sigma(t)$ aus dem Oberflächenteil Ω^- . Innerhalb der Gebiete Γ^+ und Γ^- sowie der Flächen Ω^+ und Ω^- sind einer Phase α die Teilgebiete Γ_{α}^+ und Γ_{α}^- sowie die Teilflächen Ω_{α}^+ und Ω_{α}^- zugeordnet. In der Fläche der Stoßwellenfront $\Sigma(t)$ nimmt die Phase α die Teilfläche $\Sigma_{\alpha}(t)$ ein. Die Geschwindigkeit der Partikel an der Stoßwellenfront $\Sigma(t)$ entspricht der Ausbreitungsgeschwindigkeit der Stoßwelle \mathbf{c} (siehe Bild F.2).

Die Diskontinuität von physikalischen Größen an der Wellenfront $\Sigma(t)$ führt zu zusätzlichen Übergangsbedingungen zwischen den Gebieten Γ^+ und Γ^- bei der Formulierung von Erhaltungsgleichungen für das Beobachtungsgebiet Γ . Die im Gebiet Γ^+ und Γ^- stetigen, dem Gemisch sowie der Phase α zugeordneten physikalischen Größen ϕ und ϕ_{α} erleiden eine sprunghafte Änderung an der Fläche der Wellenfront $\Sigma(t)$. Wird die Fläche $\Sigma(t)$ aus dem Gebiet Γ^+ oder Γ^- angenähert, haben die physikalischen Größen des Gemisches ϕ und der Phasen ϕ_{α} die Grenzwerte ϕ^+ und ϕ_{α}^+ sowie ϕ^- und ϕ_{α}^- . Die an der Stoßwellenfront eintretende sprunghafte Änderung der physikalischen Größen beträgt

$$[\phi] = \phi^- - \phi^+ \quad , \quad [\phi_{\alpha}] = \phi_{\alpha}^- - \phi_{\alpha}^+ \quad .$$

Der hier eingeführte Operator $[\cdot]$ kennzeichnet den Betrag der sprunghaften Änderung der Größe (\cdot) . Der Sprung der physikalischen Größen an der Fläche der Stoßwellenfront $\Sigma(t)$ muss in dem GAUSSSchen Satz der Integraltransformation beachtet werden, der für das von der Stoßwelle gestreifte Gebiet Γ für eine beliebige physikalische Größe ϕ wie folgt lautet

$$(F.48) \quad \int_{\Omega-\Sigma(t)} \phi \cdot \mathbf{n}_A \, dA = \int_{\Gamma-\Sigma(t)} \phi \cdot \nabla_{\mathbf{r}} \, dV + \int_{\Sigma(t)} [\phi] \cdot \mathbf{n}_A \, dA \quad .$$

Bei der Überführung von materiellen Zeitableitungen in eine arbiträre Zeitableitung in den Gebieten Γ^+ und Γ^- muss die Partikelgeschwindigkeit \mathbf{c} an der Fläche der Stoßwellenfront $\Sigma(t)$ zusätzlich berücksichtigt werden, womit für den Fall der Stoßwellenbelastung des Beobachtungsgebietes die Gleichung (F.45) der Zeitableitung nach der baryzentrischen materiellen Koordinate die Form

$$(F.49) \quad \begin{aligned} \frac{D}{dt} \int_{\Gamma-\Sigma(t)} \phi \, dV &= \frac{\delta}{dt} \int_{\Gamma-\Sigma(t)} \phi \, dV + \\ &+ \int_{\Omega-\Sigma(t)} \{ \phi (\mathbf{v} - \tilde{\mathbf{v}}) \} \cdot \mathbf{n}_A \, dA + \int_{\Sigma(t)} [\phi] (\mathbf{c} - \tilde{\mathbf{v}}) \cdot \mathbf{n}_A \, dA \end{aligned}$$

und die Gleichung (F.44) der Zeitableitung nach der materiellen Koordinate der Phase α die Form

$$(F.50) \quad \begin{aligned} \frac{D_\alpha}{dt} \int_{\Gamma-\Sigma(t)} n_\alpha \phi_\alpha dV &= \frac{\delta}{dt} \int_{\Gamma-\Sigma(t)} n_\alpha \phi_\alpha dV + \\ &+ \int_{\Omega-\Sigma(t)} \{ n_\alpha \phi_\alpha (\mathbf{v}_\alpha - \tilde{\mathbf{v}}) \} \cdot \mathbf{n}_A dA + \int_{\Sigma(t)} [n_\alpha \phi_\alpha] (\mathbf{c} - \tilde{\mathbf{v}}) \cdot \mathbf{n}_A dA \end{aligned}$$

annehmen. Für den Fall des von einer Stoßwelle gestreiften Gebietes Γ entstehen allgemein formulierte Erhaltungsgleichungen in einer ARBITRARY-LAGRANGIAN-EULERIAN-Beschreibung, wenn die linke Seite der Erhaltungsgleichungen (F.46) und (F.47) mit Hilfe der Gleichungen (F.42), (F.49) und (F.50) in arbiträre Zeitableitung überführt und der modifizierte Satz von GAUSS aus der Gleichung (F.48) sowohl auf die konvektiven Terme der linken Seite als auch auf das Oberflächenintegral der Flussterme S_ϕ sowie S_{ϕ_α} der rechten Seite angewendet wird. Mit Berücksichtigung der zusätzlichen Bedingung

$$[\mathbf{c} - \tilde{\mathbf{v}}] = \mathbf{o}$$

und der daraus folgenden Identitäten

$$[\phi] (\mathbf{c} - \tilde{\mathbf{v}}) = [\phi (\mathbf{c} - \tilde{\mathbf{v}})] , \quad [\phi_\alpha] (\mathbf{c} - \tilde{\mathbf{v}}) = [\phi_\alpha (\mathbf{c} - \tilde{\mathbf{v}})]$$

resultiert eine allgemeine Erhaltungsgleichung für eine dem Gemisch zugeordneten Größe ϕ in der Form

$$(F.51) \quad \begin{aligned} \int_{\Gamma-\Sigma(t)} \left\{ \frac{1}{J_{\tilde{\rho}}} \frac{\delta}{dt} (J_{\tilde{\rho}} \phi) + \{ \phi (\mathbf{v} - \tilde{\mathbf{v}}) - S_\phi \} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} - R_\phi \right\} dV + \\ + \int_{\Sigma(t)} [\phi (\mathbf{v} - \mathbf{c}) - S_\phi] \cdot \mathbf{n}_A dA = 0 \end{aligned}$$

und für eine der Konstituenten α zugeordneten Größe ϕ_α in der Form

$$(F.52) \quad \begin{aligned} \int_{\Gamma-\Sigma(t)} \left\{ \frac{1}{J_{\tilde{\rho}}} \frac{\delta}{dt} (J_{\tilde{\rho}} n_\alpha \phi_\alpha) + \{ n_\alpha \phi_\alpha (\mathbf{v}_\alpha - \tilde{\mathbf{v}}) - S_{\phi_\alpha} \} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} - R_{\phi_\alpha} - \hat{R}_{\phi_\alpha} \right\} dV + \\ + \int_{\Sigma(t)} [n_\alpha \phi_\alpha (\mathbf{v}_\alpha - \mathbf{c}) - S_{\phi_\alpha}] \cdot \mathbf{n}_A dA = 0 . \end{aligned}$$

Das Beobachtungsgebiet Γ kann im Kontinuum beliebig gewählt werden, womit die über das Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$ betrachteten Volumenintegrale als auch die über die Fläche $\Sigma(t)$ betrachteten Oberflächenintegrale gleichzeitig verschwinden müssen. Für den Fall eines von einer Stoßwelle

gestreiften Kontinuums entsteht für das Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$ eine Gleichung zur Erhaltung einer beliebigen, dem Gemisch zugeordneten physikalischen Größe ϕ mit

$$(F.53) \quad \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \frac{1}{J_{\tilde{\rho}}} \frac{\delta}{dt} J_{\tilde{\rho}} \phi \, dV + \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \{ \phi (\mathbf{v} - \tilde{\mathbf{v}}) - S_{\phi} \} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} \, dV = \int_{\Gamma - \Sigma(t)} R_{\phi} \, dV$$

sowie zur Erhaltung einer beliebigen, der Phase α des Gemisches zugeordneten physikalischen Größe ϕ_{α} mit

$$(F.54) \quad \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \frac{1}{J_{\tilde{\rho}}} \frac{\delta}{dt} J_{\tilde{\rho}} n_{\alpha} \phi_{\alpha} \, dV + \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \{ n_{\alpha} \phi_{\alpha} (\mathbf{v}_{\alpha} - \tilde{\mathbf{v}}) - S_{\phi_{\alpha}} \} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} \, dV = \\ = \int_{\Gamma - \Sigma(t)} R_{\phi_{\alpha}} \, dV + \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \hat{R}_{\phi_{\alpha}} \, dV .$$

Zusätzlich gelten an der Wellenfrontfläche $\Sigma(t)$ *dynamische Kompatibilitätsbedingungen*, die für eine beliebige, dem Gemisch zugeordnete physikalische Größe ϕ die Form

$$(F.55) \quad \left[\phi (\mathbf{v} - \mathbf{c}) - S_{\phi} \right] \cdot \mathbf{n}_{\Sigma} = 0$$

und für eine beliebige, der Phase α des Gemisches zugeordnete physikalische Größe ϕ_{α} die Form

$$(F.56) \quad \left[n_{\alpha} \phi_{\alpha} (\mathbf{v}_{\alpha} - \mathbf{c}) - S_{\phi_{\alpha}} \right] \cdot \mathbf{n}_{\Sigma} = 0$$

annehmen. Die dynamischen Kompatibilitätsbedingungen sind auch als *Sprungbedingungen* bekannt, weil sie die Größe der Änderung der physikalischen Größen an der Wellenfront unmittelbar quantifizieren.

Für die Beschreibung der Bewegung eines Gemisches unter der Belastung einer Stoßwelle entsteht ein System von Erhaltungsgleichungen, wenn die Gleichungen (F.53) und (F.54) im Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$ sowie die Gleichungen (F.55) und (F.56) an der Wellenfront $\Sigma(t)$ auf die Dichte ϱ , volumenspezifischen Impuls $\varrho \mathbf{v}$, Drall $\varrho (\mathbf{r} \times \mathbf{v})$ und Energie $\varrho (\epsilon + \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v})$ des gesamten Gemisches, sowie auf die wahre Dichte ϱ^{α} , volumenspezifischen Impuls $\varrho^{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha}$, Drall $\varrho^{\alpha} (\mathbf{r} \times \mathbf{v}_{\alpha})$ und Energie $\varrho^{\alpha} (\epsilon_{\alpha} + \frac{1}{2} \mathbf{v}_{\alpha} \cdot \mathbf{v}_{\alpha})$ der einzelnen Phasen des Gemisches α unter Berücksichtigung entsprechender Fluss-, Produktions- und Interaktionsterme angewendet werden. Auf diese Weise entstehen Kontinuitätsgleichungen, die als erste und zweite CAUCHYSche Bewegungsgleichungen bekannten Impulserhaltungs-, Drehimpulserhaltungsgleichungen und die aus dem ersten Hauptsatz der Thermodynamik resultierenden Energieerhaltungsgleichungen. In den Gleichungen (F.54) und (F.56) wird das Verhalten der genannten physikalischen Größen zusätzlich von der Volumenfraktion n_{α} der betrachteten Phase α beeinflusst. Das entstehende Gleichungssystem gilt unabhängig von der Anzahl berücksichtigter Phasen und kann mit Hilfe der bisher dargelegten Argumentation auch auf den Fall erweitert werden, dass das Gebiet Γ von *beliebig*

vielen Stoßwellenfronten $\Sigma^1(t) \dots \Sigma^m(t)$ gestreift wird. In diesem Fall muss für jede Stoßwellenfront ($1 \dots m$) ein den Gleichungen (F.55) und (F.56) äquivalenter Satz von dynamischen Kompatibilitätsbedingungen berücksichtigt werden.

Die genannten Erhaltungsgrößen werden in den symbolischen Vektoren \mathbf{P} für das gesamte Gemisch und \mathbf{P}_α für die einzelnen Phasen α zusammengefasst und lauten

$$\mathbf{P} = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho \mathbf{v} \\ \rho (\mathbf{r} \times \mathbf{v}) \\ \rho (\epsilon + \frac{1}{2} \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}) \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{P}_\alpha = \begin{Bmatrix} n_\alpha \varrho^\alpha \\ n_\alpha \varrho^\alpha \mathbf{v}_\alpha \\ n_\alpha \varrho^\alpha (\mathbf{r} \times \mathbf{v}_\alpha) \\ n_\alpha \varrho^\alpha (\epsilon_\alpha + \frac{1}{2} \mathbf{v}_\alpha \cdot \mathbf{v}_\alpha) \end{Bmatrix}.$$

Die über die partielle Dichte der Phasen gewichtete Summe der spezifischen inneren Energie ϵ_α der Phasen α bildet den inneren Anteil der spezifischen inneren Energie ϵ_I des Gemisches

$$\epsilon_I = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha} n_\alpha \varrho^\alpha \epsilon_\alpha.$$

Die spezifische innere Energie des Gemisches ϵ kann mit Hilfe der Gleichungen (F.35) und (F.36) ermittelt werden und lautet

$$\epsilon = \frac{1}{\rho} \sum_{\alpha} n_\alpha \varrho^\alpha (\epsilon_\alpha + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{v}}_\alpha \cdot \hat{\mathbf{v}}_\alpha) = \epsilon_I + \frac{1}{2\rho} \sum_{\alpha} n_\alpha \varrho^\alpha \hat{\mathbf{v}}_\alpha \cdot \hat{\mathbf{v}}_\alpha.$$

Die Flussterme, welche den physikalischen Größen in den symbolischen Vektoren \mathbf{P} und \mathbf{P}_α zugehören, werden in den symbolischen Vektoren \mathbf{S} und \mathbf{S}_α für das Gemisch und für die einzelnen Phasen α zusammengefasst und lauten

$$\mathbf{S} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{T} \\ \mathbf{r} \times \mathbf{T} \\ \mathbf{v} \cdot \mathbf{T} - \mathbf{q} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{S}_\alpha = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{T}_\alpha \\ \mathbf{r} \times \mathbf{T}_\alpha \\ \mathbf{v}_\alpha \cdot \mathbf{T}_\alpha - \mathbf{q}_\alpha \end{Bmatrix}.$$

Die tensoriellen Größen \mathbf{T}_α bezeichnen die den individuellen Phasen α des Gemisches zugeordneten partiellen Spannungen. Die Summe der partiellen Spannungen \mathbf{T}_α über alle Phasen des Gemisches mit Beachtung von Diffusionseffekten aus der Differenzgeschwindigkeit von Phasen ergibt den totalen Spannungszustand \mathbf{T} des Gemisches

$$(F.57) \quad \mathbf{T} = \sum_{\alpha} \mathbf{T}_\alpha - n_\alpha \varrho^\alpha \hat{\mathbf{v}}_\alpha \hat{\mathbf{v}}_\alpha = \mathbf{T}_I - \sum_{\alpha} n_\alpha \varrho^\alpha \hat{\mathbf{v}}_\alpha \hat{\mathbf{v}}_\alpha.$$

Die Summe der Partialspannungen bilden den inneren Anteil \mathbf{T}_I des totalen Spannungstensors im Gemisch

$$\mathbf{T}_I = \sum_{\alpha} \mathbf{T}_{\alpha} .$$

Die vektoriellen Größen \mathbf{q}_{α} sind die den Phasen α zugeordneten Wärmeflussfelder und können zu einem Wärmeflussfeld des Gemisches \mathbf{q} mit der folgenden Gleichung überführt werden

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_I - \sum_{\alpha} \hat{\mathbf{v}}_{\alpha} \cdot \mathbf{T}_{\alpha} - n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \hat{\mathbf{v}}_{\alpha} \left(\epsilon_{\alpha} + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{v}}_{\alpha} \cdot \hat{\mathbf{v}}_{\alpha} \right) ,$$

wo \mathbf{q}_I den inneren Anteil des Wärmeflussvektors im Gemisch darstellt, der sich aus der Summe der Wärmeflussvektoren der Phasen ergibt

$$(F.58) \quad \mathbf{q}_I = \sum_{\alpha} \mathbf{q}_{\alpha} .$$

Die Produktionsterme, welche den physikalischen Größen in den symbolischen Vektoren \mathbf{P} und \mathbf{P}_{α} zugehören, werden in den symbolischen Vektoren \mathbf{R} und \mathbf{R}_{α} für das Gemisch und für die einzelnen Phasen α zusammengestellt und lauten

$$\mathbf{R} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \varrho \mathbf{b} \\ \varrho \mathbf{r} \times \mathbf{b} \\ \varrho \mathbf{v} \cdot \mathbf{b} + \varrho h \end{array} \right\} , \quad \mathbf{R}_{\alpha} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \mathbf{b}_{\alpha} \\ n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \mathbf{r} \times \mathbf{b}_{\alpha} \\ n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha} \cdot \mathbf{b}_{\alpha} + n_{\alpha} \varrho^{\alpha} h_{\alpha} \end{array} \right\} .$$

Die vektoriellen Größen \mathbf{b}_{α} und \mathbf{b} erfassen die lokale Wirkung von äußeren Kräften auf die Bewegung der Phase α sowie des Gemisches und sind miteinander über die Gleichung

$$\mathbf{b} = \frac{1}{\varrho} \sum_{\alpha} n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \mathbf{b}_{\alpha}$$

verbunden. Die skalaren Größen h_{α} bedeuten die lokale Wärmeproduktion in den einzelnen Phasen α und werden durch den folgenden Zusammenhang in einen Wärmeproduktionsterm h für das gesamte Gemisch zusammengefasst

$$h = \frac{1}{\varrho} \sum_{\alpha} n_{\alpha} \varrho^{\alpha} h_{\alpha} + n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \hat{\mathbf{v}}_{\alpha} \cdot \mathbf{b}_{\alpha} = h_I + \frac{1}{\varrho} \sum_{\alpha} n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \hat{\mathbf{v}}_{\alpha} \cdot \mathbf{b}_{\alpha} .$$

Die Größe h_I verkörpert den inneren Anteil der lokalen Wärmeproduktion in dem Gemisch und ist durch die Gleichung

$$h_I = \frac{1}{\varrho} \sum_{\alpha} n_{\alpha} \varrho^{\alpha} h_{\alpha}$$

definiert. Die Interaktionsterme zur Beschreibung der Übertragung von Masse $\hat{\rho}_\alpha$, Impuls $\hat{\mathbf{p}}_\alpha$, Drall $\hat{\mathbf{n}}_\alpha$ und Energie \hat{e}_α zwischen den Phasen bei der Bewegung des Gemisches wurden in dem symbolischen Vektor $\hat{\mathbf{R}}_\alpha$ zusammengefasst

$$\hat{\mathbf{R}}_\alpha = \begin{Bmatrix} \hat{\rho}_\alpha \\ \hat{\mathbf{p}}_\alpha \\ \hat{\mathbf{n}}_\alpha \\ \hat{e}_\alpha \end{Bmatrix} .$$

Durch Einführen der symbolischen Vektoren physikalischer Größen \mathbf{P} , \mathbf{P}_α , der Flussterme \mathbf{S} , \mathbf{S}_α , der Produktionsterme \mathbf{R} , \mathbf{R}_α sowie der Interaktionsterme $\hat{\mathbf{R}}_\alpha$ in die Gleichungen (F.53), (F.54), (F.55) und (F.56) entsteht ein System von Erhaltungsgleichungen für das Gemisch und für die Konstituenten α in dem Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$

$$(F.59) \quad \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \frac{1}{J_{\tilde{\rho}}} \frac{\delta}{\delta t} J_{\tilde{\rho}} \mathbf{P} dV + \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \{ \mathbf{P} (\mathbf{v} - \tilde{\mathbf{v}}) - \mathbf{S} \} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} dV = \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \mathbf{R} dV ,$$

$$(F.60) \quad \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \frac{1}{J_{\tilde{\rho}}} \frac{\delta}{\delta t} J_{\tilde{\rho}} \mathbf{P}_\alpha dV + \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \{ \mathbf{P}_\alpha (\mathbf{v}_\alpha - \tilde{\mathbf{v}}) - \mathbf{S}_\alpha \} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} dV =$$

$$= \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \mathbf{R}_\alpha dV + \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \hat{\mathbf{R}}_\alpha dV$$

und ein System von dynamischen Kompatibilitätsbedingungen an der Wellenfrontfläche $\Sigma(t)$

$$(F.61) \quad \left[\mathbf{P} (\mathbf{v} - \mathbf{c}) - \mathbf{S} \right] \cdot \mathbf{n}_\Sigma = \mathbf{O} ,$$

$$(F.62) \quad \left[\mathbf{P}_\alpha (\mathbf{v}_\alpha - \mathbf{c}) - \mathbf{S}_\alpha \right] \cdot \mathbf{n}_\Sigma = \mathbf{O} .$$

Der symbolische Nullvektor (Supernull) \mathbf{O} verkörpert eine Gesamtheit von Nulltermen, deren Anzahl und tensorielle Ordnung dem mathematischen Kontext entspricht.

Die Summe der Erhaltungsgleichungssysteme (F.60) und (F.62) über alle Phasen α des Gemisches muss in das einzige Erhaltungsgleichungssystem für das Gemisch (F.59) und (F.61) exakt übergehen. Zur Erfüllung dieser Forderung ist es *notwendig und hinreichend*, wenn die einmalige skalare Kontraktion des Permutationstensors mit den Übertragungstermen in der Summe über alle Phasen des Gemisches gleichzeitig verschwindet

$$(F.63) \quad \sum_{\alpha} \hat{\mathbf{R}}_\alpha = \mathbf{O} .$$

F.2.7 Entropiegleichung

Zusätzlich zu den Erhaltungsgleichungen führt der zweite Hauptsatz der Thermodynamik auf Entropiegleichungen sowohl im Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$ als auch an der Wellenfrontfläche $\Sigma(t)$,

die die Änderung der spezifischen Entropie η_α der einzelnen Phasen α und damit die Richtung der dissipativen thermodynamischen Vorgänge angeben. Im Gegensatz zu den Erhaltungsgleichungen genügt die Betrachtung einer einzigen, aus der Summe der Entropiegleichungen der Phasen entstehenden Entropiegleichung des Gemisches [43]. Mit den Größen

$$P_{\eta_\alpha} = n_\alpha \varrho^\alpha \eta_\alpha, \quad S_{\eta_\alpha} = -\frac{1}{\Theta_\alpha} \mathbf{q}_\alpha, \quad R_{\eta_\alpha} = \frac{1}{\Theta_\alpha} n_\alpha \varrho^\alpha h_\alpha, \quad \hat{R}_{\eta_\alpha} = \hat{\varrho}_\alpha \eta_\alpha,$$

wo Θ_α die Temperatur in der Phase α , S_{η_α} den Fluss-, R_{η_α} den Produktions- und \hat{R}_{η_α} den Interaktionsterm der im symbolischen Term P_{η_α} dargestellten volumenspezifischen Entropie der Phase α bezeichnen, nimmt die Entropiegleichung im Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$ die Form

$$(F.64) \quad \sum_\alpha \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \frac{1}{J_{\tilde{\rho}}} \frac{\delta}{dt} J_{\tilde{\rho}} P_{\eta_\alpha} dV + \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \{ P_{\eta_\alpha} (\mathbf{v}_\alpha - \tilde{\mathbf{v}}) - S_{\eta_\alpha} \} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} dV - \\ - \int_{\Gamma - \Sigma(t)} R_{\eta_\alpha} dV + \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \hat{R}_{\eta_\alpha} dV \succeq 0$$

an. Die sprungartige Änderung der spezifischen Entropie η_α der Phasen α erfüllt an der Wellenfrontfläche $\Sigma(t)$ in der Summe über alle Phasen die dynamische Kompatibilitätsbedingung

$$(F.65) \quad \sum_\alpha \left[P_{\eta_\alpha} (\mathbf{v}_\alpha - \mathbf{c}) - S_{\eta_\alpha} \right] \cdot \mathbf{n}_\Sigma \succeq 0.$$

F.2.8 Lokale Form der Erhaltungsgleichungen und der Entropiegleichung

Die in den Gleichungen (F.59) und (F.60) angegebene allgemeine Form der Erhaltungsgleichungen für das Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$ kann durch Vereinfachungen in eine lokale Form überführt werden. Die dynamischen Kompatibilitätsbedingungen aus den Gleichungen (F.61) und (F.62) gelten an der Fläche der Stosswellenfront $\Sigma(t)$ in unveränderter Form und entsprechen bereits einer lokalen Formulierung. Die folgenden Ausführungen zu lokalen Formulierungen beziehen sich deshalb auf das Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$. Lediglich die Betrachtungen zur lokalen Form der Entropiegleichung werden mit der Formulierung einer, für die folgenden Betrachtungen wichtigen dynamischen Kompatibilitätsbedingung für die spezifische Entropie η_α der Phasen α durch Expansion der symbolischen Terme in der Gleichung (F.65) ergänzt.

Die Erhaltungsgleichung der Masse (Kontinuitätsgleichung) für das Gemisch und für die Phasen α lautet in lokaler Formulierung

$$(F.66) \quad \frac{\delta}{dt} \varrho + \varrho \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v} - \tilde{\mathbf{v}}) + \varrho \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} = 0,$$

$$(F.67) \quad \frac{\delta}{dt} n_\alpha \varrho^\alpha + \{ n_\alpha \varrho^\alpha \} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}_\alpha - \tilde{\mathbf{v}}) + n_\alpha \varrho^\alpha \mathbf{v}_\alpha \cdot \nabla_{\mathbf{r}} = \hat{\varrho}_\alpha.$$

Die notwendige und hinreichende Bedingung (F.63) zur Gültigkeit der Gleichung der Massenerhaltung für das gesamte Gemisch erfordert das Verschwinden der Summe der Massenübertragungsterme zwischen Konstituenten über alle Phasen α des Gemisches

$$\sum_{\alpha} \hat{\varrho}_{\alpha} = 0 .$$

In dem Sonderfall, dass zwischen Phasen eines unvermischbaren Gemisches kein Massenaustausch während des Bewegungsvorganges erfolgt $\hat{\varrho}_{\alpha} = 0$, kann die lokale Formulierung der Kontinuitätsgleichung der Phase α durch Übergang auf die materielle Zeitableitung nach der Bewegung der Phase α mit $\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v}_{\alpha}$ und Beachtung der Gleichungen (F.14) und (F.22) in die Form

$$\varrho^{\alpha} \left\{ \frac{D_{\alpha}}{dt} n_{\alpha} + n_{\alpha} \frac{1}{J_{\alpha N}} \frac{D_{\alpha}}{dt} J_{\alpha N} \right\} + n_{\alpha} \left\{ \frac{D_{\alpha}}{dt} \varrho^{\alpha} + \varrho^{\alpha} \frac{1}{J_{\alpha R}} \frac{D_{\alpha}}{dt} J_{\alpha R} \right\} = 0$$

gebracht werden. Mit der Forderung, dass die Ausdrücke in den geschweiften Klammern gleichzeitig verschwinden, führt die Integration der einzelnen Beziehungen auf das Ergebnis

$$(F.68) \quad J_{\alpha N} = \frac{n_{\alpha}^{0\alpha}}{n_{\alpha}} , \quad J_{\alpha R} = \frac{\varrho_{0\alpha}^{\alpha}}{\varrho^{\alpha}} ,$$

wo die Größe $n_{\alpha}^{0\alpha}$ die Volumenfraktion und die Größe $\varrho_{0\alpha}^{\alpha}$ die wahre Dichte der Phase α in der durch die materielle Koordinate $\boldsymbol{\rho}_{\alpha}$ charakterisierten Anfangskonfiguration der Phase α bedeuten [33], [34], [35], [50].

Die erste CAUCHYSche Bewegungsgleichung für das Gemisch und für die Phasen α lauten in lokaler Formulierung in dem Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$

$$(F.69) \quad \varrho \frac{\delta}{dt} \mathbf{v} + \varrho \mathbf{v} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v} - \tilde{\mathbf{v}}) = \mathbf{T} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} + \varrho \mathbf{b} ,$$

$$(F.70) \quad n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \frac{\delta}{dt} \mathbf{v}_{\alpha} + n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}_{\alpha} - \tilde{\mathbf{v}}) = \mathbf{T}_{\alpha} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} + n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \mathbf{b}_{\alpha} + \hat{\mathbf{s}}_{\alpha} .$$

Der lokale Impulszuwachs $\hat{\mathbf{s}}_{\alpha}$ der Phase α ergibt sich aus der Differenz der Impulsübertragungsterme

$$(F.71) \quad \hat{\mathbf{s}}_{\alpha} = \hat{\mathbf{p}}_{\alpha} - \hat{\varrho}_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha} .$$

Die notwendige und hinreichende Bedingung (F.63) zur Gültigkeit der ersten CAUCHYSchen Bewegungsgleichung für das gesamte Gemisch erfordert das Verschwinden der Impulsübertragungseffekte zwischen den Konstituenten $\hat{\mathbf{p}}_{\alpha}$ in der Summe über alle Phasen des Gemisches

$$(F.72) \quad \sum_{\alpha} \hat{\mathbf{p}}_{\alpha} = \sum_{\alpha} \hat{\mathbf{s}}_{\alpha} + \hat{\varrho}_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha} = \mathbf{o} .$$

Die zweiten CAUCHYSchen Bewegungsgleichungen für das Gemisch und für die Phasen α lauten in lokaler Formulierung

$$(F.73) \quad \mathbf{1} \times \cdot \mathbf{T} = \mathbf{o} ,$$

$$(F.74) \quad \mathbf{1} \times \cdot \mathbf{T}_\alpha = -\hat{\mathbf{m}}_\alpha .$$

Der lokale Drallzuwachs $\hat{\mathbf{m}}_\alpha$ der Phase α ergibt sich aus den Drall- und Impulsübertragungstermen durch

$$\hat{\mathbf{m}}_\alpha = \hat{\mathbf{n}}_\alpha - \mathbf{r} \times \hat{\mathbf{p}}_\alpha = \hat{\mathbf{n}}_\alpha - \mathbf{r} \times \hat{\mathbf{s}}_\alpha - \hat{\varrho}_\alpha \mathbf{r} \times \mathbf{v}_\alpha .$$

Die lokale Drallerhaltung des nichtpolaren Gemisches in der Gleichung (F.73) fordert die Symmetrie des totalen Spannungstensors \mathbf{T} . Die vektorielle Kontraktion beider Seiten der lokalen Drallerhaltungsgleichung (F.74) der Phasen α mit dem Einheitstensor $\mathbf{1}$ ergibt

$$\mathbf{1} \times \mathbf{1} \times \cdot \mathbf{T}_\alpha = -\mathbf{1} \times \hat{\mathbf{m}}_\alpha .$$

Durch Einführung des lokalen Drallübertragungstensors $\hat{\mathbf{M}}_\alpha$ als die vektorielle Kontraktion des Einheitstensors $\mathbf{1}$ mit dem Vektor des lokalen Drallzuwachses $\hat{\mathbf{m}}_\alpha$ der Phasen α

$$\hat{\mathbf{M}}_\alpha = \mathbf{1} \times \hat{\mathbf{m}}_\alpha$$

und Ausführung der tensoriellen Operationen auf der linken Seite erhält man, dass der lokale Drallzuwachs zwischen den Phasen eine Schiefsymmetrie der partiellen Spannungstensoren \mathbf{T}_α verursacht

$$\mathbf{T}_\alpha - \mathbf{T}_\alpha^\top = -\hat{\mathbf{M}}_\alpha .$$

Der lokale Drallzuwachs $\hat{\mathbf{m}}_\alpha$ stellt damit einen Axialvektor des lokalen Drallübertragungstensors $\hat{\mathbf{M}}_\alpha$ dar. Die Bedingung der Drallerhaltung im Gemisch (F.63)₃ lautet

$$\sum_\alpha \hat{\mathbf{n}}_\alpha = \sum_\alpha \hat{\mathbf{m}}_\alpha + \mathbf{r} \times \hat{\mathbf{p}}_\alpha = \sum_\alpha \hat{\mathbf{m}}_\alpha + \mathbf{r} \times \hat{\mathbf{s}}_\alpha + \hat{\varrho}_\alpha \mathbf{r} \times \mathbf{v}_\alpha = \mathbf{o}$$

und ist mit der Symmetrie partieller Spannungen

$$\mathbf{T}_\alpha = \mathbf{T}_\alpha^\top$$

sowie dem Verschwinden der lokalen Drallübertragungstensoren der Phasen

$$(F.75) \quad \hat{\mathbf{M}}_\alpha = \mathbf{O}$$

durch die sich in Summe über alle Phasen aufhebenden Impulsübertragungseffekte im Gemisch (F.72) trivial erfüllt. Bei der Gültigkeit der Bedingung (F.75) ist die Lösung der Erhaltungsgleichungen des Dralls der Phasen α und des Gemisches nicht erforderlich.

Die Energieerhaltungsgleichung für das Gemisch und für die Phasen α kann in lokaler Formulierung in die folgende Gestalt gebracht werden

$$(F.76) \quad \varrho \frac{\delta}{dt} \epsilon + \varrho \epsilon \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v} - \tilde{\mathbf{v}}) = \mathbf{L} \cdot \cdot \mathbf{T} - \mathbf{q} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} + \varrho h ,$$

$$(F.77) \quad n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \frac{\delta}{dt} \epsilon_{\alpha} + n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \epsilon_{\alpha} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}_{\alpha} - \tilde{\mathbf{v}}) = \mathbf{L}_{\alpha} \cdot \cdot \mathbf{T}_{\alpha} - \mathbf{q}_{\alpha} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} + n_{\alpha} \varrho^{\alpha} h_{\alpha} + \hat{\epsilon}_{\alpha} .$$

Der lokale Zuwachs der spezifischen inneren Energie $\hat{\epsilon}_{\alpha}$ ergibt sich aus der Differenz der Energieübertragungseffekte, die unter Beachtung der Gleichung (F.71) umgeformt werden kann

$$(F.78) \quad \begin{aligned} \hat{\epsilon}_{\alpha} &= \hat{\epsilon}_{\alpha} - \mathbf{v}_{\alpha} \cdot \hat{\mathbf{s}}_{\alpha} - \hat{\varrho}_{\alpha} \left(\epsilon_{\alpha} + \frac{1}{2} \mathbf{v}_{\alpha} \cdot \mathbf{v}_{\alpha} \right) = \\ &= \hat{\epsilon}_{\alpha} - \mathbf{v}_{\alpha} \cdot \hat{\mathbf{p}}_{\alpha} - \hat{\varrho}_{\alpha} \left(\epsilon_{\alpha} - \frac{1}{2} \mathbf{v}_{\alpha} \cdot \mathbf{v}_{\alpha} \right) . \end{aligned}$$

Die notwendige und hinreichende Bedingung (F.63) zur Gültigkeit der Gleichung der Energieerhaltung im gesamten Gemisch erfordert das Verschwinden der Energieübertragungseffekte zwischen den Konstituenten $\hat{\epsilon}_{\alpha}$ in der Summe über alle Phasen des Gemisches

$$(F.79) \quad \sum_{\alpha} \hat{\epsilon}_{\alpha} = \sum_{\alpha} \hat{\epsilon}_{\alpha} + \mathbf{v}_{\alpha} \cdot \hat{\mathbf{s}}_{\alpha} + \hat{\varrho}_{\alpha} \left(\epsilon_{\alpha} + \frac{1}{2} \mathbf{v}_{\alpha} \cdot \mathbf{v}_{\alpha} \right) = 0 .$$

Die Entropiegleichung für das gesamte Gemisch (F.64) lautet in lokaler Formulierung in dem Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha} n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \frac{\delta}{dt} \eta_{\alpha} + n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \eta_{\alpha} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}_{\alpha} - \tilde{\mathbf{v}}) + \\ + \left\{ \frac{1}{\Theta_{\alpha}} \mathbf{q}_{\alpha} \right\} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} - \frac{1}{\Theta_{\alpha}} n_{\alpha} \varrho^{\alpha} h_{\alpha} + \hat{\varrho}_{\alpha} \eta_{\alpha} \succeq 0 . \end{aligned}$$

Durch Einführung der spezifischen, HELMHOLTZschen freien Energie

$$\psi_{\alpha} = \epsilon_{\alpha} - \Theta_{\alpha} \eta_{\alpha}$$

kann für die arbiträre Zeitableitung der spezifischen Entropie η_{α} der Phase α die Gleichung

$$\frac{\delta}{dt} \eta_{\alpha} = \frac{1}{\Theta_{\alpha}} \left(\frac{\delta}{dt} \epsilon_{\alpha} - \frac{\delta}{dt} \psi_{\alpha} - \eta_{\alpha} \frac{\delta}{dt} \Theta_{\alpha} \right)$$

formuliert werden, womit sich die Entropieungleichung für das Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$ in die folgende lokale Form überführen lässt

$$\sum_{\alpha} \frac{1}{\Theta_{\alpha}} \left\{ -n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \frac{\delta}{dt} \psi_{\alpha} - n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \psi_{\alpha} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}_{\alpha} - \tilde{\mathbf{v}}) - \right. \\ \left. - n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \eta_{\alpha} \frac{\delta}{dt} \Theta_{\alpha} - n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \eta_{\alpha} \Theta_{\alpha} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}_{\alpha} - \tilde{\mathbf{v}}) + \right. \\ \left. + n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \frac{\delta}{dt} \epsilon_{\alpha} + n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \epsilon_{\alpha} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}_{\alpha} - \tilde{\mathbf{v}}) - \right. \\ \left. - \hat{\varrho}_{\alpha}(\psi_{\alpha} - \epsilon_{\alpha}) - n_{\alpha} \varrho^{\alpha} h_{\alpha} + \Theta_{\alpha} \left\{ \frac{1}{\Theta_{\alpha}} \mathbf{q}_{\alpha} \right\} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} \right\} \succeq 0 .$$

Mit der lokalen Form der Energieerhaltungsgleichung (F.77) der Phase α und der Bestimmungsgleichung des lokalen Zuwachses der spezifischen inneren Energie aus der Gleichung (F.78) kann diese Form der Entropieungleichung weiter umgeformt werden in

$$\sum_{\alpha} \frac{1}{\Theta_{\alpha}} \left\{ -n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \frac{\delta}{dt} \psi_{\alpha} - n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \psi_{\alpha} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}_{\alpha} - \tilde{\mathbf{v}}) - \right. \\ \left. - n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \eta_{\alpha} \frac{\delta}{dt} \Theta_{\alpha} - n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \eta_{\alpha} \Theta_{\alpha} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}_{\alpha} - \tilde{\mathbf{v}}) + \mathbf{L}_{\alpha} \cdot \cdot \mathbf{T}_{\alpha} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\Theta_{\alpha}} (\Theta_{\alpha} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{q}_{\alpha}) - \hat{\varrho}_{\alpha}(\psi_{\alpha} - \frac{1}{2} \mathbf{v}_{\alpha} \cdot \mathbf{v}_{\alpha}) - \mathbf{v}_{\alpha} \cdot \hat{\mathbf{p}}_{\alpha} + \hat{\epsilon}_{\alpha} \right\} \succeq 0 .$$

Mit Hilfe der Gleichung (F.39) können die arbiträren Zeitableitungen in der Entropieungleichung auf eine materielle Zeitableitung nach der Bewegung der jeweiligen Phase zurückgeführt werden. Damit lautet die zu einer deduktiven konstitutiven Analyse vorteilhaftere lokale Form der Entropieungleichung in dem Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$

$$\sum_{\alpha} \frac{1}{\Theta_{\alpha}} \left\{ -n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \frac{D_{\alpha}}{dt} \psi_{\alpha} - n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \eta_{\alpha} \frac{D_{\alpha}}{dt} \Theta_{\alpha} - \hat{\varrho}_{\alpha}(\psi_{\alpha} - \frac{1}{2} \mathbf{v}_{\alpha} \cdot \mathbf{v}_{\alpha}) + \right. \\ \left. + \mathbf{L}_{\alpha} \cdot \cdot \mathbf{T}_{\alpha} - \mathbf{v}_{\alpha} \cdot \hat{\mathbf{p}}_{\alpha} + \Theta_{\alpha} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \frac{1}{\Theta_{\alpha}} \mathbf{q}_{\alpha} + \hat{\epsilon}_{\alpha} \right\} \succeq 0 .$$

(F.80)

Die dynamische Kompatibilitätsbedingung (F.65) der Entropie an der Stoßwellenfront $\Sigma(t)$ gilt als zusätzliche Entropieungleichung in der folgenden Form

$$\sum_{\alpha} \left[n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \eta_{\alpha} (\mathbf{v}_{\alpha} - \mathbf{c}) + \frac{1}{\Theta_{\alpha}} \mathbf{q}_{\alpha} \right] \cdot \mathbf{n}_{\Sigma} \succeq 0 .$$

(F.81)

F.2.9 Methodik der deduktiven konstitutiven Modellierung hybrider poröser Medien

Aus der Untersuchung der vorgestellten Erhaltungsgleichungen geht hervor, dass die Anzahl der verfügbaren Gleichungen bei bekannter Größe der Wirkung äußerer Kräfte \mathbf{b}_{α} und äußerer

thermischer Einwirkungen h_α nicht ausreichend ist, um alle Unbekannten des Problems zu ermitteln. Zur Verbindung der unbekannt Felder partieller Größen und der Übertragungsterme der vorgestellten Kopplungsmechanismen mit Feldern von mechanischen und thermischen Größen sowie ihrer Ableitungen müssen konstitutive Gleichungen gewonnen werden, die den Hauptsätzen der Thermodynamik genügen.

Ein mechanisches Problem gilt als *abgeschlossen*, wenn die Anzahl der gesuchten Felder gleich der Anzahl der bekannten Erhaltungsgleichungen und konstitutiver Gleichungen ist. Für eine individuelle Konstituente α aus einem Gemisch mit $\alpha = (1 \dots n)$ Phasen, die als einziges Kontinuum ein Beobachtungsgebiet ausfüllt, ist es mit Hilfe der Prinzipien der Kontinuumsmechanik grundsätzlich möglich, eine abgeschlossene mechanische Beschreibung aufzustellen. Durch die Betrachtung von n *verschmierten* Phasen in einem Beobachtungsgebiet mit Hilfe der Volumenfractionen n_α werden der Problemstellung $(n - 1)$ unbekannte Felder zugeführt, weil die Bedingung der Volumenerhaltung des Gemisches (F.2) als zusätzliche Gleichung zur Verfügung steht [54]. Das daraus resultierende *Abschlussproblem* kann durch Formulierung von Zwangsbedingungen unter Beachtung der Kompressibilität oder Inkompressibilität individueller Phasen α des porösen Mediums und ihrer additiven Einführung in die Entropiegleichungen (F.80) und (F.81) behoben werden [50]. Deduktive konstitutive Gleichungen für thermodynamisch zulässige Vorgänge in porösen Medien können aus der Auswertung der Entropiegleichungen (F.80) und (F.81) und aus der Berücksichtigung der Gültigkeit eines annähernden thermodynamischen Gleichgewichtszustandes aufgestellt werden.

Unabhängig von der Kompressibilität oder Inkompressibilität der individuellen Phasen ist die in der Gleichung (F.2) formulierte Bedingung der Volumenerhaltung in einem Gemisch immer erfüllt und bildet eine für alle porösen Medien geltende *grundlegende* Zwangsbedingung. Die in Raten formulierte und mit dem LAGRANGESchen Multiplikator π erweiterte Bedingung der Volumenerhaltung führt zu der *lokalen* Zwangsbedingung

$$\sum_{\alpha} \pi \left\{ \frac{\delta}{dt} n_{\alpha} \right\} = 0 ,$$

die in die Entropiegleichung (F.80) des Gebietes $\Gamma - \Sigma(t)$ additiv eingeführt werden muss. Zur deduktiven konstitutiven Analyse ist es vorteilhaft, das arbiträre Bezugssystem an die Bewegung einer *bevorzugten Phase des Gemisches* β anzukoppeln ($\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v}_{\beta}$) und die arbiträre Zeitableitung der physikalischen Größen n_{α} in der Zwangsbedingung aus der Volumenerhaltung jeweils auf die materielle Zeitableitung nach der Bewegung der zugehörigen Phasen α zurückzuführen. Durch wiederholte Nutzung der Gleichung (F.39) und Berücksichtigung der Gleichung (F.40) lautet die Zwangsbedingung aus der Bedingung der Volumenerhaltung in der allgemeinen lokalen Form

$$\sum_{\alpha} \pi \left\{ \frac{D_{\alpha}}{dt} n_{\alpha} - n_{\alpha} \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}_{\alpha} - \mathbf{v}_{\beta}) \right\} = 0 .$$

Unter der Annahme des verschwindenden Massenaustausches zwischen Konstituenten in dem Gemisch $\hat{\rho}_{\alpha} = 0$ und mit der Anwendung der Gleichungen (F.22) und (F.68)₁₋₂ lautet die materielle Zeitableitung der partiellen Volumina n_{α}

$$\frac{D_\alpha}{dt} n_\alpha = n_\alpha^{0\alpha} \frac{D_\alpha}{dt} J_\alpha^{-1} J_{\alpha R} = -n_\alpha J_\alpha^{-1} \frac{D_\alpha}{dt} J_\alpha + n_\alpha J_{\alpha R}^{-1} \frac{D_\alpha}{dt} J_{\alpha R}$$

und durch Einführung der Gleichungen (F.19)₁₋₂, (F.20)₁₋₂, (F.24) und (F.25) resultiert

$$(F.82) \quad \frac{D_\alpha}{dt} n_\alpha = -n_\alpha \mathbf{D}_\alpha \cdot \cdot \mathbf{1} + n_\alpha \mathbf{D}_{\hat{\alpha}R} \cdot \cdot \mathbf{1} .$$

Die Zwangsbedingung aus der Bedingung der Volumenerhaltung erhält mit Beachtung der Vorzeichen die allgemeine lokale Form

$$(F.83) \quad \sum_\alpha \pi \left\{ n_\alpha \mathbf{D}_\alpha \cdot \cdot \mathbf{1} - n_\alpha \mathbf{D}_{\hat{\alpha}R} \cdot \cdot \mathbf{1} + n_\alpha \nabla_r \cdot (\mathbf{v}_\alpha - \mathbf{v}_\beta) \right\} = 0 .$$

Die durch die einzelnen Phasen nach der mikroskopischen Deformationen eingenommenen Zwischenkonfigurationen (symbolisiert durch ($\hat{\cdot}$) in $\mathbf{D}_{\hat{\alpha}R}$) sind im allgemeinen Fall für jede Phase des Gemisches unterschiedlich.

Durch Betrachtung der lokalen Form der Bedingung der Volumenerhaltung (F.83) an beiden Seiten der Stoßwellenfront, Subtraktion, Multiplikation mit dem Einheitstensor zweiter Ordnung $\mathbf{1}$ und skalarer Kontraktion mit dem Normalen der Stoßwellenfront n_Σ erhält man die allgemeine *Differenzform* der Zwangsbedingung der Volumenerhaltung im Gemisch

$$(F.84) \quad \sum_\alpha \left[\pi \left\{ n_\alpha \mathbf{D}_\alpha \cdot \cdot \mathbf{1} - n_\alpha \mathbf{D}_{\hat{\alpha}R} \cdot \cdot \mathbf{1} + n_\alpha \nabla_r \cdot (\mathbf{v}_\alpha - \mathbf{v}_\beta) \right\} \mathbf{1} \right] \cdot n_\Sigma = 0 ,$$

die in die Entropiegleichung (F.81) aus der dynamischen Kompatibilitätsbedingung an der Stoßwellenfront $\Sigma(t)$ additiv eingeführt werden muss. Das Vorgehen zum Ableiten der jeweiligen Differenzform weiterer Zwangsbedingungen aus der lokalen Form ist dem dargelegten Vorgehen analog und wird im Folgenden ohne gesonderte Betrachtungen vorausgesetzt.

Die in den Erhaltungsgleichungen zunächst als unbekannt vorliegenden konstitutiven Größen des porösen Mediums werden in dem symbolischen Vektor \mathbf{C}_{pm} und die postulierten Prozessvariablen, welche das mechanische Verhalten des porösen Mediums in einem konkreten mechanischen Vorgang bestimmen, in dem symbolischen Vektor \mathbf{R}_{pm} zusammengestellt. Das Index "pm" steht für "porous medium". Zwischen den konstitutiven Größen und den Prozessvariablen wird ein allgemeiner funktionaler Zusammenhang angenommen

$$\mathbf{C}_{pm} = \mathbf{C}_{pm}(\mathbf{R}_{pm})$$

und im Ergebnis der konstitutiven Analyse in Form von thermodynamischen Restriktionen sowie von deduktiven konstitutiven Gleichungen präzisiert.

Zur Behebung des Abschlussproblems ist die Formulierung und additive Einführung weiterer Zwangsbedingungen in die Entropiegleichungen mit Hilfe von LAGRANGESchen Multiplikatoren erforderlich. In Anhängigkeit von der Kompressibilitätsformulierung der Konstituenten des Gemisches lassen sich Zwangsbedingungen mit der folgenden Argumentation aufstellen [33]:

- **Kompressible Konstituenten:** Bei Berücksichtigung der auf mikroskopischer Ebene stattfindenden Deformationen des wahren Materials einer kompressiblen Konstituenten ist der rechte CAUCHY-GREENSche Deformationstensor der mikroskopischen Deformationen des wahren Materials eine konstitutive Variable $C_{\alpha R} \in \mathbf{C}_{pm}$. Als Zwangsbedingung aus der Kompressibilität der Phase α wird die materielle Zeitableitung des rechten CAUCHY-GREENSchen Deformationstensors mikroskopischer Deformationen $C_{\alpha R}$ nach der Bewegung der Phase α in die Entropiegleichungen mit einem tensoriellen LAGRANGESchen Multiplikator zweiter Ordnung $\pi_{\alpha R}$ additiv eingeführt

$$(F.85) \quad \pi_{\alpha R} \cdot \cdot \left\{ \frac{D_{\alpha}}{dt} C_{\alpha R} - \frac{D_{\alpha}}{dt} C_{\alpha R}(\mathbf{R}_{pm}) \right\} = 0 .$$

Wird nur das rein volumetrische Kompressibilitätsverhalten des wahren Materials einer Konstituenten mit $C_{\alpha R}^{\nabla} = 1$ berücksichtigt, reduziert sich der rechte CAUCHY-GREENSche Deformationstensor der mikroskopischen Deformationen des wahren Materials nach Gleichung (F.28)₁ auf den sphärischen Anteil und $C_{\alpha R} = C_{\alpha R}^{\circ}$. Entsprechend Gleichung (F.29)₁ genügt es in diesem Fall die JACOBISCHE Determinante $J_{\alpha R}$ der mikroskopischen Deformationen des wahren Materials der Phase α als konstitutive Variable $J_{\alpha R} \in \mathbf{C}_{pm}$ zu betrachten. Als Zwangsbedingung der Kompressibilität der Phase α wird die materielle Zeitableitung der JACOBISCHEN Determinanten $J_{\alpha R}$ nach der Bewegung der Phase α mit einem skalaren LAGRANGESchen Multiplikator $\pi_{\alpha R}$ in die Entropiegleichungen additiv eingeführt

$$(F.86) \quad \pi_{\alpha R} \left\{ \frac{D_{\alpha}}{dt} J_{\alpha R} - \frac{D_{\alpha}}{dt} J_{\alpha R}(\mathbf{R}_{pm}) \right\} = 0 .$$

- **Inkompressible Konstituenten:** Bei inkompressiblen Konstituenten verschwinden die volumetrischen Deformationen des wahren Materials auf mikroskopischer Ebene mit $C_{\alpha R}^{\circ} = 1$ und der rechte CAUCHY-GREENSche Deformationstensor mikroskopischer Deformationen des wahren Materials $C_{\alpha R}$ reduziert sich nach Gleichung (F.28)₁ auf den Anteil rein volumentreuer Deformationen $C_{\alpha R} = C_{\alpha R}^{\nabla}$. Die Zwangsbedingung aus der Inkompressibilität der Phase α lautet

$$(F.87) \quad \pi_{\alpha R} \cdot \cdot \left\{ \frac{D_{\alpha}}{dt} C_{\alpha R}^{\nabla} - \frac{D_{\alpha}}{dt} C_{\alpha R}^{\nabla}(\mathbf{R}_{pm}) \right\} = 0 .$$

Aus der in Gleichung (F.31)₂ formulierten Inkompressibilitätsbedingung folgt eine für jede inkompressible Konstituente α geltende, zusätzliche Zwangsbedingung, die mit dem LAGRANGESchen Multiplikator $\kappa_{\alpha R}$ und der Volumenfraktion der Phase n_{α} multipliziert

$$(F.88) \quad n_{\alpha} \kappa_{\alpha R} (\mathbf{D}_{\dot{\alpha} R} \cdot \cdot \mathbf{1}) = 0$$

in die Entropiegleichungen additiv eingeführt werden muss. Das Einbeziehen der als nicht verschwindend vorausgesetzten Volumenfraktion der Phase n_{α} ist für die konstitutive Analyse in Anbetracht der Form der entsprechenden Terme in den Gleichungen (F.83) und (F.84) vorteilhaft [52].

Zur Entwicklung von konstitutiven Gleichungen für poröse Medien sind die fundamentalen Prinzipien der klassischen Kontinuumsmechanik von Einphasenkontinua (Kausalität, Determinismus, Äquipräsenz, lokale Wirkung, materielle Objektivität, Dissipation und physikalische

Konsistenz [7]) gleichwertig verfügbar. Das Ableiten von thermodynamischen Restriktionen und konstitutiven Gleichungen aus den Entropiegleichungen (F.80) und (F.81), die mit den diskutierten Zwangsbedingungen zur Behebung des Abschlussproblems additiv erweitert werden, führt zu einem konformen Ergebnis. Ein Teil der aus der konstitutiven Analyse resultierenden, deduktiven konstitutiven Gleichungen kann zur Formulierung einer geschlossenen speziellen Theorie der Sprengbelastung von Lockergesteinen konkret verwendet werden. Für konstitutive Variablen sowie Vorgänge, die durch die deduktive konstitutive Analyse nur unzureichend geklärt werden, ist die zusätzliche Formulierung induktiver konstitutiver Gleichungen erforderlich.

F.2.10 Deduktive konstitutive Modellierung des Lockergesteinsverhaltens

Die Entwicklung konstitutiver Gleichungen zur Beschreibung des dynamischen Verhaltens von teil- und annähernd vollgesättigten Lockergesteinen und der Aufstellung der zusätzlichen Zwangsbedingungen für die Entropiegleichungen zur Lösung des Abschlussproblems wird auf das von BLUHM entwickelte Vorgehen der deduktiven konstitutiven Analyse gestützt, wobei abweichend von seinem Vorgehen, viskose Effekte des Porenfluids aus den Betrachtungen ausgeklammert werden. Zu ihrer Berücksichtigung wird auf die Referenz [33] verwiesen. Im Folgenden wird damit das Verhalten eines aus kompressiblen sowie inkompressiblen Phasen gebildeten Dreiphasengemisches einer porösen *elastischen* Feststoffphase ($\alpha = s$) sowie einer *elastischen* Fluid- ($\alpha = f$) und *elastischen* Gasphase ($\alpha = g$) als Porenfüllung untersucht. Als zusätzliche, vereinfachende Annahmen werden eine einheitliche Gemischtemperatur $\Theta_\alpha = \Theta$ in allen Phasen sowie der Ausschluss von Massen- $\hat{\rho}_\alpha = 0$ und Drallübertragungseffekten $\hat{m}_\alpha = \mathbf{o}$ zwischen den Konstituenten vorausgesetzt. In den symbolischen Vektoren \mathbf{C}_{tpm} und \mathbf{R}_{tpm} werden die Prozessvariablen des Dreiphasengemisches zusammengefasst, welche in Abhängigkeit vom Kompressionsverhalten der im Gemisch vorliegenden Phasen unterschiedlich formuliert werden müssen. Das Index "tpm" steht für "ternary porous medium". Die konstitutiven Variablen, Prozessvariablen und die erforderlichen, zusätzlichen Zwangsbedingungen zur Lösung des Abschlussproblems haben für die verschiedenen Gemischmodelle, welche für die Belastung von Lockergesteinen durch Sprengungen relevant sind, die folgende Form [33], [43], [52]:

- **Kompressibles Dreiphasenmodell** (*kompressibles* Korngerüst, *kompressibles* Porenfluid und *kompressibles* Porenngas): Die konstitutiven Variablen erhalten die Form

$$\mathbf{C}_{tpm} = \{ \psi_\alpha, \eta_\alpha, \mathbf{T}_\alpha, \mathbf{q}_\alpha, \hat{\mathbf{p}}_f, \hat{\mathbf{p}}_g, \mathbf{C}_{sR}, \mathbf{J}_{gR} \}^T.$$

Die Prozessvariablen werden mit den folgenden, physikalisch objektiven Größen postuliert

$$\mathbf{R}_{tpm} = \{ \Theta, \Theta \nabla_{\mathbf{r}}, \mathbf{C}_s, \mathbf{J}_f, \mathbf{J}_{fR}, \mathbf{J}_g, \mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s, \mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s \}^T,$$

woraus sich durch gesonderte Betrachtung der Größen \mathbf{C}_s , \mathbf{J}_f und \mathbf{J}_g in dem symbolischen Vektor der postulierten Prozessvariablen die hier und im Folgenden nützlichen Untermengen \mathbf{R}_{tpm}^s , \mathbf{R}_{tpm}^f und \mathbf{R}_{tpm}^g mit den Definitionen

$$(F.89) \quad \mathbf{R}_{tpm} = \{ \mathbf{C}_s, \mathbf{R}_{tpm}^s \}^T = \{ \mathbf{J}_f, \mathbf{R}_{tpm}^f \}^T = \{ \mathbf{J}_g, \mathbf{R}_{tpm}^g \}^T$$

bilden lassen und für das kompressible Dreiphasenmodell die folgende Form annehmen

$$\mathbf{R}_{tpm}^s = \{ \Theta, \Theta \nabla_{\mathbf{r}}, J_f, J_{fR}, J_g, \mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s, \mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s \}^T,$$

$$\mathbf{R}_{tpm}^f = \{ \Theta, \Theta \nabla_{\mathbf{r}}, \mathbf{C}_s, J_{fR}, J_g, \mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s, \mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s \}^T,$$

$$\mathbf{R}_{tpm}^g = \{ \Theta, \Theta \nabla_{\mathbf{r}}, \mathbf{C}_s, J_f, J_{fR}, \mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s, \mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s \}^T.$$

Unter Berücksichtigung der entsprechenden postulierten Prozessvariablen \mathbf{R}_{tpm} können die Größen \mathbf{R}_{tpm}^s , \mathbf{R}_{tpm}^f und \mathbf{R}_{tpm}^g für die im Folgenden behandelten weiteren Dreiphasenmodelle analog hergeleitet werden.

Mit den LAGRANGESchen Multiplikatoren π_{sR} und π_{gR} werden die zusätzlichen Zwangsbedingungen für die Kompressibilität der Feststoff- und der Gasphase unter Beachtung der Gleichungen (F.85) und (F.86) formuliert

$$\pi_{sR} \cdots \left\{ \frac{\dot{\mathbf{C}}_{sR}}{\mathbf{C}_{sR}} - \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}}{\partial \mathbf{C}_s} \cdots \frac{\dot{\mathbf{C}}_s}{\mathbf{C}_s} - \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}(\mathbf{R}_{tpm}^s)}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^s} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^s}{\mathbf{R}_{tpm}^s} \right\} = 0,$$

$$\pi_{gR} \left\{ \frac{\dot{\mathbf{J}}_{gR}}{\mathbf{J}_{gR}} - \frac{\partial \mathbf{J}_{gR}}{\partial \mathbf{J}_g} \frac{\dot{\mathbf{J}}_g}{\mathbf{J}_g} - \frac{\partial \mathbf{J}_{gR}(\mathbf{R}_{tpm}^g)}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^g} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^g}{\mathbf{R}_{tpm}^g} \right\} = 0.$$

- **Hybrides Dreiphasenmodell erster Art** (*kompressibles Korngerüst, inkompressibles Porenfluid und kompressibles Poren gas*): Die konstitutiven Variablen erhalten die Form

$$\mathbf{C}_{tpm} = \{ \psi_\alpha, \eta_\alpha, \mathbf{T}_\alpha, \mathbf{q}_\alpha, \hat{\mathbf{p}}_f, \hat{\mathbf{p}}_g, \mathbf{C}_{sR} \}^T.$$

Als Prozessvariablen werden die folgenden, physikalisch objektiven Größen postuliert

$$\mathbf{R}_{tpm} = \{ \Theta, \Theta \nabla_{\mathbf{r}}, \mathbf{C}_s, J_f, J_g, J_{gR}, \mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s, \mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s \}^T.$$

Mit den LAGRANGESchen Multiplikatoren π_{sR} , π_{gR} und κ_{fR} werden die zusätzlichen Zwangsbedingungen aus der Kompressibilität der Feststoff- sowie Gasphase und Inkompressibilität der Fluidphase unter Beachtung der Gleichungen (F.85), (F.86) und (F.88) sowie der Definitionen in Gleichung (F.89) formuliert

$$\pi_{sR} \cdots \left\{ \frac{\dot{\mathbf{C}}_{sR}}{\mathbf{C}_{sR}} - \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}}{\partial \mathbf{C}_s} \cdots \frac{\dot{\mathbf{C}}_s}{\mathbf{C}_s} - \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}(\mathbf{R}_{tpm}^s)}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^s} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^s}{\mathbf{R}_{tpm}^s} \right\} = 0,$$

$$\pi_f \kappa_{fR} (\mathbf{D}_{fR} \cdots \mathbf{1}) = 0,$$

$$\pi_{gR} \left\{ \frac{\dot{\mathbf{J}}_{gR}}{\mathbf{J}_{gR}} - \frac{\partial \mathbf{J}_{gR}}{\partial \mathbf{J}_g} \frac{\dot{\mathbf{J}}_g}{\mathbf{J}_g} - \frac{\partial \mathbf{J}_{gR}(\mathbf{R}_{tpm}^g)}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^g} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^g}{\mathbf{R}_{tpm}^g} \right\} = 0.$$

- **Hybrides Dreiphasenmodell zweiter Art** (*inkompressibles* Korngerüst, *kompressibles* Porenfluid und *kompressibles* Porengas): Die konstitutiven Variablen erhalten die Form

$$\mathbf{C}_{tpm} = \{ \psi_\alpha, \eta_\alpha, \mathbf{T}_\alpha, \mathbf{q}_\alpha, \hat{\mathbf{p}}_f, \hat{\mathbf{p}}_g, \mathbf{C}_{sR}^\nabla, \mathbf{J}_{gR} \}^\top .$$

Die Prozessvariablen werden mit den folgenden, physikalisch objektiven Größen postuliert

$$\mathbf{R}_{tpm} = \{ \Theta, \Theta \nabla_{\mathbf{r}}, \mathbf{C}_s, \mathbf{J}_f, \mathbf{J}_{fR}, \mathbf{J}_g, \mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s, \mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s \}^\top .$$

Mit den LAGRANGESchen Multiplikatoren π_{sR} , κ_{sR} und π_{gR} werden die zusätzlichen Zwangsbedingungen aus der Inkompressibilität der Feststoff- und der Kompressibilität der Gasphase mit Beachtung der Gleichungen (F.86), (F.87) und (F.88) sowie der Definitionen in Gleichung (F.89) formuliert

$$\pi_{sR} \cdot \cdot \left\{ \frac{\dot{\mathbf{C}}_{sR}^\nabla}{\mathbf{C}_{sR}^\nabla} - \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}^\nabla}{\partial \mathbf{C}_s} \cdot \cdot \frac{\dot{\mathbf{C}}_s}{\mathbf{C}_s} - \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}^\nabla(\mathbf{R}_{tpm}^s)}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^s} \bullet \mathbf{R}_{tpm}^s \right\} = 0 ,$$

$$n_s \kappa_{sR} (\mathbf{D}_{sR} \cdot \cdot \mathbf{1}) = 0 ,$$

$$\pi_{gR} \left\{ \frac{\dot{\mathbf{J}}_{gR}}{\mathbf{J}_{gR}} - \frac{\partial \mathbf{J}_{gR}}{\partial \mathbf{J}_g} \frac{\dot{\mathbf{J}}_g}{\mathbf{J}_g} - \frac{\partial \mathbf{J}_{gR}(\mathbf{R}_{tpm}^g)}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^g} \bullet \mathbf{R}_{tpm}^g \right\} = 0 .$$

- **Quasiinkompressibles Dreiphasenmodell** (*inkompressibles* Korngerüst, *inkompressibles* Porenfluid und *kompressibles* Porengas): Die konstitutiven Variablen erhalten die Form

$$\mathbf{C}_{tpm} = \{ \psi_\alpha, \eta_\alpha, \mathbf{T}_\alpha, \mathbf{q}_\alpha, \hat{\mathbf{p}}_f, \hat{\mathbf{p}}_g, \mathbf{C}_{sR}^\nabla \}^\top .$$

Als Prozessvariablen werden die folgenden, physikalisch objektiven Größen postuliert

$$\mathbf{R}_{tpm} = \{ \Theta, \Theta \nabla_{\mathbf{r}}, \mathbf{C}_s, \mathbf{J}_f, \mathbf{J}_g, \mathbf{J}_{gR}, \mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s, \mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s \}^\top .$$

Mit den LAGRANGESchen Multiplikatoren π_{sR} , κ_{sR} , κ_{fR} und π_{gR} werden die zusätzlichen Zwangsbedingungen aus der Inkompressibilität der Feststoff- und Fluidphase sowie Kompressibilität der Gasphase unter Beachtung der Gleichungen (F.86), (F.87) und (F.88) sowie der Definitionen in Gleichung (F.89) formuliert

$$\pi_{sR} \cdot \cdot \left\{ \frac{\dot{\mathbf{C}}_{sR}^\nabla}{\mathbf{C}_{sR}^\nabla} - \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}^\nabla}{\partial \mathbf{C}_s} \cdot \cdot \frac{\dot{\mathbf{C}}_s}{\mathbf{C}_s} - \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}^\nabla(\mathbf{R}_{tpm}^s)}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^s} \bullet \mathbf{R}_{tpm}^s \right\} = 0 ,$$

$$n_s \kappa_{sR} (\mathbf{D}_{sR} \cdot \cdot \mathbf{1}) = 0 , \quad n_f \kappa_{fR} (\mathbf{D}_{fR} \cdot \cdot \mathbf{1}) = 0 ,$$

$$\pi_{gR} \left\{ \frac{\dot{\mathbf{J}}_{gR}}{\mathbf{J}_{gR}} - \frac{\partial \mathbf{J}_{gR}}{\partial \mathbf{J}_g} \frac{\dot{\mathbf{J}}_g}{\mathbf{J}_g} - \frac{\partial \mathbf{J}_{gR}(\mathbf{R}_{tpm}^g)}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^g} \bullet \mathbf{R}_{tpm}^g \right\} = 0 .$$

- **Inkompressibles Dreiphasenmodell** (*inkompressibles* Korngerüst, *inkompressibles* Porenfluid und *inkompressibles* Porengas): Die konstitutiven Variablen erhalten die Form

$$\mathbf{C}_{tpm} = \{ \psi_\alpha, \eta_\alpha, \mathbf{T}_\alpha, \mathbf{q}_\alpha, \hat{\mathbf{p}}_f, \hat{\mathbf{p}}_g, \mathbf{C}_{sR}^\nabla \}^\top .$$

Die Prozessvariablen werden mit den folgenden, physikalisch objektiven Größen postuliert

$$\mathbf{R}_{tpm} = \{ \Theta, \Theta \nabla_{\mathbf{r}}, \mathbf{C}_s, \mathbf{J}_f, \mathbf{J}_g, \mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s, \mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s \}^\top .$$

Mit den LAGRANGESchen Multiplikatoren π_{sR} , κ_{sR} , κ_{fR} und κ_{gR} werden die zusätzlichen Zwangsbedingungen aus der Inkompressibilität der Feststoff-, Fluid- und Gasphase unter Berücksichtigung der Gleichungen (F.87) und (F.88) sowie der Definitionen in Gleichung (F.89) formuliert

$$\pi_{sR} \cdot \cdot \left\{ \frac{\dot{\mathbf{C}}_{sR}^\nabla}{\mathbf{C}_{sR}^\nabla} - \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}^\nabla}{\partial \mathbf{C}_s} \cdot \cdot \frac{\dot{\mathbf{C}}_s}{\mathbf{C}_s} - \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}^\nabla(\mathbf{R}_{tpm}^s)}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^s} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^s}{\mathbf{R}_{tpm}^s} \right\} = 0 ,$$

$$n_s \kappa_{sR} (\mathbf{D}_{sR} \cdot \cdot \mathbf{1}) = 0 ,$$

$$n_f \kappa_{fR} (\mathbf{D}_{fR} \cdot \cdot \mathbf{1}) = 0 , \quad n_g \kappa_{gR} (\mathbf{D}_{gR} \cdot \cdot \mathbf{1}) = 0 .$$

Durch Ausführen der Summation in der Entropiegleichung (F.80) für das Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$ und der Entropiegleichung (F.81) für die Stoßwellenfront $\Sigma(t)$, additiver Einführung der Zwangsbedingungen aus der Bedingung der Volumenerhaltung mit der Feststoffphase als bevorzugte Phase $\beta = s$ sowie der formulierten Zwangsbedingungen zur Behebung des Abschlussproblems bei verschiedenen Gemischmodellen sowohl in lokaler als auch in Differenzform resultieren nach Annahme eines verschwindenden Massenaustausches zwischen Phasen $\hat{\rho}_\alpha = 0$, einer einheitlichen Gemischtemperatur $\Theta_\alpha = \Theta$ in allen Phasen, Voraussetzung der Symmetrie der Partialspannungstensoren mit der Gleichung (F.75), Berücksichtigung der Gleichungen (F.40), (F.58), (F.72), (F.79) und der folgenden Expansionen für die materiellen Zeitableitungen der spezifischen HELMHOLTZschen freien Energien der Phasen nach der Kettenregel

$$\frac{\dot{\psi}_s}{\psi_s} (\mathbf{R}_{tpm}) = 2 \mathbf{F}_s \frac{\partial \psi_s}{\partial \mathbf{C}_s} \mathbf{F}_s^\top \cdot \cdot \mathbf{D}_s + \frac{\partial \psi_s}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^s} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^s}{\mathbf{R}_{tpm}^s} ,$$

$$\frac{\dot{\psi}_f}{\psi_f} (\mathbf{R}_{tpm}) = \frac{\partial \psi_s}{\partial \mathbf{J}_f} \mathbf{J}_f \mathbf{D}_f \cdot \cdot \mathbf{1} + \frac{\partial \psi_f}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^f} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^f}{\mathbf{R}_{tpm}^f} ,$$

$$\frac{\dot{\psi}_g}{\psi_g} (\mathbf{R}_{tpm}) = \frac{\partial \psi_g}{\partial \mathbf{J}_g} \mathbf{J}_g \mathbf{D}_g \cdot \cdot \mathbf{1} + \frac{\partial \psi_g}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^g} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^g}{\mathbf{R}_{tpm}^g}$$

eine generalisierte Form der Entropiegleichung für das Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$ mit

$$\begin{aligned}
& -n_s \varrho^s \frac{\partial \psi_s}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^s} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^s}{\mathbf{R}_{tpm}^s} - n_f \varrho^f \frac{\partial \psi_f}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^f} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^f}{\mathbf{R}_{tpm}^f} - n_g \varrho^g \frac{\partial \psi_g}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^g} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^g}{\mathbf{R}_{tpm}^g} - \\
& - \frac{\dot{\Theta}}{\Theta} (n_s \varrho^s \eta_s + n_f \varrho^f \eta_f + n_g \varrho^g \eta_g) + \\
& + \Theta \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \{n_f \varrho^f \eta_f (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) + n_g \varrho^g \eta_g (\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s) + \frac{1}{\Theta} \mathbf{q}_I\} + \\
& + \mathbf{D}_s \cdot \cdot \left(\mathbf{T}_s + n_s \pi \mathbf{1} - 2 \mathbf{F}_s \cdot \{ \boldsymbol{\pi}_{sR} \cdot \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}}{\partial \mathbf{C}_s} \} \cdot \mathbf{F}_s^T - 2 n_s \varrho^s \mathbf{F}_s \cdot \frac{\partial \psi_s}{\partial \mathbf{C}_s} \cdot \mathbf{F}_s^T \right) - \\
& - \boldsymbol{\pi}_{sR} \cdot \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^s} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^s}{\mathbf{R}_{tpm}^s} + \mathbf{D}_f \cdot \cdot \left(\mathbf{T}_f + n_f \pi \mathbf{1} - n_f \varrho^f J_f \frac{\partial \psi_f}{\partial J_f} \mathbf{1} \right) + \\
\text{(F.90)} \quad & + \mathbf{D}_g \cdot \cdot \left(\mathbf{T}_g + n_g \pi \mathbf{1} - \pi_{gR} J_g \frac{\partial J_{gR}}{\partial J_g} \mathbf{1} - n_g \varrho^g J_g \frac{\partial \psi_g}{\partial J_g} \mathbf{1} \right) - \pi_{gR} \frac{\partial J_{gR}}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^g} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^g}{\mathbf{R}_{tpm}^g} - \\
& - \{ \hat{\mathbf{p}}_f - \pi n_f \nabla_{\mathbf{r}} \} \cdot (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) - \{ \hat{\mathbf{p}}_g - \pi n_g \nabla_{\mathbf{r}} \} \cdot (\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s) - \\
& - \mathbf{D}_{sR} \cdot \cdot \{ n_s (\pi - \kappa_{sR}) \mathbf{1} - 2 \mathbf{F}_{sR} \cdot \boldsymbol{\pi}_{sR} \cdot \mathbf{F}_{sR}^T \} - \\
& - \mathbf{D}_{fR} \cdot \cdot \{ n_f (\pi - \kappa_{fR}) \mathbf{1} \} - \mathbf{D}_{gR} \cdot \cdot \{ n_g (\pi - \kappa_{gR}) \mathbf{1} - \pi_{gR} J_{gR} \mathbf{1} \} \succeq 0
\end{aligned}$$

und eine generalisierte Form der Entropiegleichung als dynamische Kompatibilitätsbedingung an der Stoßwellenfront $\Sigma(t)$ mit

$$\begin{aligned}
& \left[\{ n_s \varrho^s \eta_s (\mathbf{v}_s - \mathbf{c}) + n_f \varrho^f \eta_f (\mathbf{v}_f - \mathbf{c}) + n_g \varrho^g \eta_g (\mathbf{v}_g - \mathbf{c}) + \frac{1}{\Theta} \mathbf{q}_I \} + \right. \\
& + \pi \mathbf{1} n_f \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) + \pi \mathbf{1} n_g \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s) - \boldsymbol{\pi}_{sR} \cdot \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^s} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^s}{\mathbf{R}_{tpm}^s} \mathbf{1} + \\
& + \mathbf{D}_s \cdot \cdot \left(n_s \pi \mathbf{1} - 2 \mathbf{F}_s \cdot \{ \boldsymbol{\pi}_{sR} \cdot \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}}{\partial \mathbf{C}_s} \} \cdot \mathbf{F}_s^T \right) \mathbf{1} + \mathbf{D}_f \cdot \cdot (n_f \pi \mathbf{1}) \mathbf{1} + \\
& + \mathbf{D}_g \cdot \cdot \left(n_g \pi \mathbf{1} - \pi_{gR} J_g \frac{\partial J_{gR}}{\partial J_g} \mathbf{1} \right) \mathbf{1} - \pi_{gR} \frac{\partial J_{gR}}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^g} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^g}{\mathbf{R}_{tpm}^g} \mathbf{1} - \\
\text{(F.91)} \quad & - \mathbf{D}_{sR} \cdot \cdot \{ n_s (\pi - \kappa_{sR}) \mathbf{1} - 2 \mathbf{F}_{sR} \cdot \boldsymbol{\pi}_{sR} \cdot \mathbf{F}_{sR}^T \} \mathbf{1} - \mathbf{D}_{fR} \cdot \cdot \{ n_f (\pi - \kappa_{fR}) \mathbf{1} \} \mathbf{1} - \\
& \left. - \mathbf{D}_{gR} \cdot \cdot \{ n_g (\pi - \kappa_{gR}) \mathbf{1} - \pi_{gR} J_{gR} \mathbf{1} \} \mathbf{1} \right] \cdot \mathbf{n}_{\Sigma} \succeq 0 .
\end{aligned}$$

Aus den generalisierten Formen der Entropiegleichungen kann jede zum jeweiligen diskutierten Gemischttyp zugehörige *spezielle Formulierung* dadurch gewonnen werden, dass die LAGRANGESchen Multiplikatoren $\pi_{\alpha R}$, $\kappa_{\alpha R}$ aus den Inkompressibilitätsbedingungen der individuellen Phasen α nach Tabelle F.1 entsprechend korrekt eingeführt werden. Bei Inkompressibilität des wahren Materials der Feststoffphase reduziert sich der Deformationsgradient \mathbf{F}_{sR} sowie der rechte CAUCHY-GREENSche Deformationstensor \mathbf{C}_{sR} des wahren Materials der Feststoffphase jeweils auf den Anteil volumentreuer Deformationen \mathbf{F}_{sR}^∇ und \mathbf{C}_{sR}^∇ . In der Tabelle F.1 ist zusätzlich aufgeführt, ob die JACOBISchen Determinanten der Änderungen des wahren Materials in der Fluid- sowie Gasphase J_{fR} und J_{gR} in Abhängigkeit von der Annahme einer inkompressiblen oder kompressiblen Fluidphase als konstitutive Variable oder Prozessvariable in die Betrachtung eingehen müssen.

Tabelle F.1: Größen in der deduktiven konstitutiven Modellierung

	$\phi :$ $\phi \in \mathbf{C}_{tpm}$	$\phi :$ $\phi \in \mathbf{R}_{tpm}$	$\phi :$	LAGRANGESche Multiplikatoren:						
Konstitutives Gemischmodell:	\mathbf{C}_{sR}	J_{gR}	J_{fR}	J_{gR}	\mathbf{F}_{sR}	κ_{sR}	κ_{fR}	κ_{gR}	π_{sR}	π_{gR}
Kompressibles Dreiphasenmodell	\mathbf{C}_{sR}	J_{gR}	J_{fR}	-	\mathbf{F}_{sR}	0	0	0	π_{sR}	π_{gR}
Hybrides Dreiphasenmodell erster Art	\mathbf{C}_{sR}	-	-	J_{gR}	\mathbf{F}_{sR}	0	κ_{fR}	0	π_{sR}	0
Hybrides Dreiphasenmodell zweiter Art	\mathbf{C}_{sR}^∇	J_{gR}	J_{fR}	-	\mathbf{F}_{sR}^∇	κ_{sR}	0	0	π_{sR}	π_{gR}
Quasiinkompressibles Dreiphasenmodell	\mathbf{C}_{sR}^∇	-	-	J_{gR}	\mathbf{F}_{sR}^∇	κ_{sR}	κ_{fR}	0	π_{sR}	0
Inkompressibles Dreiphasenmodell	\mathbf{C}_{sR}^∇	-	-	-	\mathbf{F}_{sR}^∇	κ_{sR}	κ_{fR}	κ_{gR}	π_{sR}	0

Die gesuchten konstitutiven Gleichungen für die formulierten Gemischmodelle entstehen durch Auswertung der Entropiegleichungen für das Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$ und für die Stoßwellenfront $\Sigma(t)$ mit Hilfe der Argumentation von COLEMAN/NOLL [85], wonach die Entropiegleichungen (F.90) und (F.91) in thermodynamisch zulässigen Prozessen für fixierte Werte der Prozessvariablen des symbolischen Vektors \mathbf{R}_{tpm} und für beliebige Werte der sogenannten freien Variablen, die die Ableitungen der Prozessvariablen nach Zeit und Raum verkörpern, erfüllt werden müssen. Für thermodynamisch zulässige Prozesse im Mehrphasenkontinuum ist damit *notwendig*, dass die geschlossen formulierte Bedingung

$$(F.92) \quad n_s \varrho^s \frac{\partial \psi_s}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^s} \bullet \dot{\mathbf{R}}_{tpm}^s + \dot{\Theta} (n_s \varrho^s \eta_s + n_f \varrho^f \eta_f + n_g \varrho^g \eta_g) +$$

$$+ n_f \varrho^f \frac{\partial \psi_f}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^f} \bullet \dot{\mathbf{R}}_{tpm}^f + n_g \varrho^g \frac{\partial \psi_g}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^g} \bullet \dot{\mathbf{R}}_{tpm}^g \succeq 0$$

erfüllt ist und die die freien Variablen des symbolischen Vektors

$$\mathbf{F}_{tpm} = \{ \mathbf{D}_s, \mathbf{D}_f, \mathbf{D}_g, \mathbf{D}_{sR}, \mathbf{D}_{fR}, \mathbf{D}_{gR} \}^T$$

einschließenden Terme der Entropiegleichungen (F.90) und (F.91) einzeln nichtnegativ sind [43], [48]. Zur Konsistenz von Gemischmodellen mit kompressiblen und inkompressiblen Phasen muss zusätzlich die *notwendige Bedingung* erfüllt werden, dass der LAGRANGESche Multiplikator π nicht als konstitutive Größe sondern als ein unabhängiger Effekt zur Sicherung

der Bedingung der Volumenerhaltung aus der konstitutiven Analyse hervorgeht. Dieser Forderung wird durch Einführung eines von BLUHM vorgelegten Postulates entsprochen, wonach die Ableitungen der konstitutiven Variablen C_{sR} , C_{sR}^∇ und J_{gR} nach den unabhängigen Prozessvariablen in Termen einzeln verschwinden müssen, in denen mit den LAGRANGESchen Multiplikatoren π_{sR} und π_{gR} eine multiplikative Verbindung vorliegt [33]. Die Einführung des genannten Postulates in die Entropieungleichung (F.90) fordert das Verschwinden der Terme

$$\pi_{sR} \cdot \frac{\partial C_{sR}}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^s} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^s}{\mathbf{R}_{tpm}^s} = 0, \quad \pi_{gR} \frac{\partial J_{gR}}{\partial \mathbf{R}_{tpm}^g} \bullet \frac{\dot{\mathbf{R}}_{tpm}^g}{\mathbf{R}_{tpm}^g} = 0$$

und verhindert implizit, dass der LAGRANGESche Multiplikator π beim Vorhandensein kompressibler Phasen im Gemisch in eine konstitutive Größe übergeht.

In Abhängigkeit vom zugrundegelegten Gemischmodell ist zur Erfüllung der Entropieungleichungen (F.90) und (F.91) *hinreichend*, wenn eine Reihe von Symmetrie- und Schiefsymmetriebedingungen sowie thermodynamischen Restriktionen erfüllt werden, woraus die folgenden deduktiven konstitutiven Gleichungen für die konstitutiven Variablen und eingeführten LAGRANGESchen Multiplikatoren in dem Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$ und an beiden Seiten der Stoßwellenfront $\Sigma(t)$ hervorgehen:

- **Feststoffphase:** Der LAGRANGEScher Multiplikator π_{sR} ergibt sich für eine *kompressible Feststoffphase* mit

$$(F.93) \quad \pi_{sR} = \frac{1}{2} n_s \pi C_{sR}^{-1}.$$

Für die konstitutive Abhängigkeit des rechten CAUCHY-GREENSchen Deformationstensors der mikroskopischen Deformationen des wahren Materials der kompressiblen Feststoffphase C_{sR} resultiert die thermodynamische Restriktion

$$(F.94) \quad C_{sR} = C_{sR}(C_s).$$

Für eine *inkompressible Feststoffphase* ergibt sich der LAGRANGEScher Multiplikator π_{sR} zu

$$(F.95) \quad \pi_{sR} = \frac{1}{2} n_s (\pi - \kappa_{sR}) C_{sR}^{\nabla-1}.$$

Die thermodynamische Restriktion für den rechten CAUCHY-GREENSchen Deformationstensor der volumentreuen mikroskopischen Deformationen des wahren Materials der inkompressiblen Feststoffphase C_{sR}^∇ lautet

$$C_{sR}^\nabla = C_{sR}^\nabla(C_s).$$

Für den LAGRANGESchen Multiplikator aus der Inkompressibilitätsbedingung der Feststoffphase κ_{sR} resultiert aus der Theorie keine konstitutive Gleichung. Für die spezifische, HELMHOLTZsche freie Energie der Feststoffphase ψ_s folgt, unabhängig von der Kompressibilität oder Inkompressibilität, die einheitliche thermodynamische Restriktion

$$\psi_s = \psi_s(\Theta, \Theta \nabla_r, C_s).$$

- **Fluid- und Gasphase:** Beim Vorliegen einer *kompressiblen Fluidphase* mit einer *kompressiblen Gasphase* im Porenraum, ist der JACOBISCHE Determinante der Änderungen des wahren Materials der Fluidphase J_{fR} eine Prozessvariable. Der LAGRANGESCHE Multiplikator π ergibt sich aus der Gleichung

$$\pi = -\rho^f J_{fR} \frac{\partial \psi_f}{\partial J_{fR}} .$$

Für die spezifische, HELMHOLTZsche freie Energie der Fluid- ψ_f und Gasphase ψ_g resultieren die thermodynamischen Restriktionen

$$\psi_f = \psi_f(\Theta, \Theta \nabla_r, J_f, J_{fR}), \quad \psi_g = \psi_g(\Theta, \Theta \nabla_r, J_g) .$$

Der LAGRANGESCHER Multiplikator π_{gR} der kompressiblen Gasphase ist durch folgende Gleichung bestimmt

$$(F.96) \quad \pi_{gR} = n_g J_{gR}^{-1} \pi .$$

Die thermodynamische Restriktion für den JACOBISCHEN Determinanten J_{gR} der Änderungen des wahren Materials der kompressiblen Gasphase lautet

$$J_{gR} = J_{gR}(J_g) .$$

Im Fall einer *inkompressiblen Fluidphase*, die mit einer *kompressiblen Gasphase* im Porenraum vorliegt, ist der JACOBISCHE Determinante der Änderungen des wahren Materials der Gasphase J_{gR} eine Prozessvariable. Die LAGRANGESCHEN Multiplikatoren π und κ_{fR} sind bestimmt durch

$$(F.97) \quad \kappa_{fR} = \pi = -\rho^g J_{gR} \frac{\partial \psi_g}{\partial J_{gR}} .$$

Für den LAGRANGESCHEN Multiplikator aus der Inkompressibilitätsbedingung der Fluidphase κ_{fR} resultiert aus der Theorie keine konstitutive Gleichung. Für den LAGRANGESCHEN Multiplikator π_{gR} der kompressiblen Gasphase gilt weiterhin Gleichung (F.96). Für die spezifische, HELMHOLTZsche freie Energie der Fluid- und Gasphase bestehen die thermodynamischen Restriktionen

$$\psi_f = \psi_f(\Theta, \Theta \nabla_r, J_f), \quad \psi_g = \psi_g(\Theta, \Theta \nabla_r, J_g, J_{gR}) .$$

Beim Vorliegen einer *inkompressiblen Fluidphase* mit einer *inkompressiblen Gasphase* im Porenraum sind die JACOBISCHEN Determinanten der Änderungen des wahren Materials der Fluid- J_{fR} und der Gasphase J_{gR} keine Prozessvariablen. Für die LAGRANGESCHEN Multiplikatoren π , κ_{fR} und κ_{gR} gilt die Bedingung

$$(F.98) \quad \kappa_{fR} = \kappa_{gR} = \pi .$$

Für die LAGRANGESCHEN Multiplikatoren der Bedingung der Volumenerhaltung π sowie der Inkompressibilitätsbedingung der Fluid- κ_{fR} und Gasphase κ_{gR} resultiert aus der Theorie keine konstitutive Gleichung. Die thermodynamischen Restriktionen für die spezifische, HELMHOLTZsche freie Energie der Fluid- ψ_f und Gasphase ψ_g lauten

$$\psi_f = \psi_f(\Theta, \Theta \nabla_r, J_f), \quad \psi_g = \psi_g(\Theta, \Theta \nabla_r, J_g) .$$

Für die partiellen Spannungen der Feststoff- \mathbf{T}_s , Fluid- \mathbf{T}_f und Gasphase \mathbf{T}_g ergeben sich bei den untersuchten Gemischmodellen die folgenden deduktiven konstitutiven Gleichungen in genereller Form

$$(F.99) \quad \begin{aligned} \mathbf{T}_s &= -n_s \pi \mathbf{1} + 2 \mathbf{F}_s \cdot \left\{ \boldsymbol{\pi}_{sR} \cdot \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}}{\partial \mathbf{C}_s} \right\} \cdot \mathbf{F}_s^T + \mathbf{T}_E^s, \\ \mathbf{T}_f &= -n_f \pi \mathbf{1} + \mathbf{T}_E^f, \\ \mathbf{T}_g &= -n_g \pi \mathbf{1} + \pi_{gR} J_g \frac{\partial J_{gR}}{\partial J_g} \mathbf{1} + \mathbf{T}_E^g, \end{aligned}$$

wo die Größen \mathbf{T}_E^f , \mathbf{T}_E^g und \mathbf{T}_E^s die Extraspannungsanteile der Feststoff-, Fluid- und Gasphase darstellen und durch folgende konstitutive Gleichungen bestimmt sind

$$(F.100) \quad \begin{aligned} \mathbf{T}_E^s &= 2 n_s \varrho^s \mathbf{F}_s \cdot \frac{\partial \psi_s}{\partial \mathbf{C}_s} \cdot \mathbf{F}_s^T, \\ \mathbf{T}_E^f &= n_f \varrho^f J_f \frac{\partial \psi_f}{\partial J_f} \mathbf{1}, \\ \mathbf{T}_E^g &= n_g \varrho^g J_g \frac{\partial \psi_g}{\partial J_g} \mathbf{1}. \end{aligned}$$

Für die spezifische Entropie der Feststoff- η_s , Fluid- η_f und Gasphase η_g folgen aus der Bedingung (F.92) für alle Gemischmodelle die einheitlichen thermodynamischen Restriktionen

$$(F.101) \quad \eta_s = -\frac{\partial \psi_s}{\partial \Theta}, \quad \eta_f = -\frac{\partial \psi_f}{\partial \Theta}, \quad \eta_g = -\frac{\partial \psi_g}{\partial \Theta}.$$

Aus der dynamischen Kompatibilitätsbedingung der spezifischen Entropie an der Stoßwellenfront (F.91) gehen dynamische Kompatibilitätsbedingungen hervor, die die eingeführten LAGRANGESchen Multiplikatoren π , κ_{sR} , κ_{fR} , $\boldsymbol{\pi}_{sR}$ und π_{gR} sowie der innere Anteil des Wärmeflusses im Gemisch \mathbf{q}_I an der Stoßwellenfront $\Sigma(t)$ zusätzlich erfüllen müssen:

- **Feststoffphase:** Die dynamische Kompatibilitätsbedingung der Feststoffphase lautet in genereller Form

$$\left[n_s (\pi - \kappa_{sR}) \mathbf{1} - 2 \mathbf{F}_{sR} \cdot \boldsymbol{\pi}_{sR} \cdot \mathbf{F}_{sR}^T \right] \cdot \mathbf{n}_\Sigma = \mathbf{0}$$

und kann mit Hilfe der Gleichungen (F.93) sowie (F.95), die auf beiden Seiten der Stoßwellenfront gelten, für den Fall einer kompressiblen oder inkompressiblen Feststoffphase konkretisiert werden. Die dynamische Kompatibilitätsbedingung für den Fall einer *kompressiblen Feststoffphase* lautet

$$\left[n_s \pi \left(\mathbf{1} - \mathbf{F}_s \cdot \left\{ \mathbf{C}_{sR}^{-1} \cdot \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}}{\partial \mathbf{C}_s} \right\} \cdot \mathbf{F}_s^T \right) \right] \cdot \mathbf{n}_\Sigma = \mathbf{0}$$

und erhält bei einer *inkompressiblen Feststoffphase* die Gestalt

$$\left[n_s \pi \left(\mathbf{1} - \mathbf{F}_s \cdot \left\{ \mathbf{C}_{sR}^{\nabla-1} \dots \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}^{\nabla}}{\partial \mathbf{C}_s} \right\} \cdot \mathbf{F}_s^T \right) + \right. \\ \left. + n_s \kappa_{sR} \mathbf{F}_s \cdot \left\{ \mathbf{C}_{sR}^{\nabla-1} \dots \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}^{\nabla}}{\partial \mathbf{C}_s} \right\} \cdot \mathbf{F}_s^T \right] \cdot \mathbf{n}_{\Sigma} = \mathbf{0} .$$

- **Fluid- und Gasphase:** Die dynamische Kompatibilitätsbedingung lautet für eine *kompressible Fluidphase*

$$[n_f \pi] = 0$$

und für eine *kompressible Gasphase*

$$\left[n_g \pi - \pi_{gR} J_g \frac{\partial J_{gR}}{\partial J_g} \right] = 0 .$$

Das Einsetzen der Gleichung (F.96), die auf beiden Seiten der Stoßwellenfront gilt, resultiert die dynamische Kompatibilitätsbedingung der kompressiblen Gasphase mit

$$\left[n_g \pi \left(1 - J_{gN} \frac{\partial J_{gR}}{\partial J_g} \right) \right] = 0 .$$

Bei *Inkompressibilität der Fluidphase* geht die dynamische Kompatibilitätsbedingung durch Nutzung der auf beiden Seiten der Stoßwellenfront geltenden Gleichung (F.97) in die Form

$$[n_f \kappa_{fR}] = [n_f \pi] = 0$$

über. Bei *Inkompressibilität der Gasphase* lautet die dynamische Kompatibilitätsbedingung durch Nutzung der auf beiden Seiten der Stoßwellenfront geltenden Gleichung (F.98) in der Form

$$[n_g \kappa_{gR}] = [n_g \pi] = 0 .$$

- **Innerer Anteil des Wärmeflusses im Gemisch:** Für den inneren Anteil des Wärmeflusses im Gemisch \mathbf{q}_I gilt unter Berücksichtigung der thermodynamischen Restriktionen der spezifischen Entropie der einzelnen Phasen in den Gleichungen (F.101)₁₋₃ die dynamische Kompatibilitätsbedingung

$$\left[-n_s \varrho^s \frac{\partial \psi_s}{\partial \Theta} (\mathbf{v}_s - \mathbf{c}) - n_f \varrho^f \frac{\partial \psi_f}{\partial \Theta} (\mathbf{v}_f - \mathbf{c}) - n_g \varrho^g \frac{\partial \psi_g}{\partial \Theta} (\mathbf{v}_g - \mathbf{c}) + \frac{1}{\Theta} \mathbf{q}_I \right] \cdot \mathbf{n}_{\Sigma} \succeq 0 .$$

Für das Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$ entsteht aus der Entropieungleichung (F.90) eine einheitliche Dissipationsungleichung für alle behandelten Gemischmodelle in der Form

$$(F.102) \quad \Theta \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \left\{ n_f \varrho^f \eta_f (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) + n_g \varrho^g \eta_g (\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s) + \frac{1}{\Theta} \mathbf{q}_I \right\} - \\ - \left\{ \hat{\mathbf{p}}_f - \pi n_f \nabla_{\mathbf{r}} \right\} \cdot (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) - \left\{ \hat{\mathbf{p}}_g - \pi n_g \nabla_{\mathbf{r}} \right\} \cdot (\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s) \succeq 0 .$$

Aus der dynamischen Kompatibilitätsbedingung der spezifischen Entropie (F.91) an der Stoßwellenfront $\Sigma(t)$ folgt eine einheitliche Dissipationsungleichung für alle behandelten Gemischmodelle in Form einer dynamischen Kompatibilitätsbedingung

$$\left[\pi n_f \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) + \pi n_g \nabla_{\mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s) \right] \succeq 0 ,$$

die sich mit Beachtung der aus der Bedingung der Volumenerhaltung (F.2) für ein Dreiphasengemisch aus Feststoff, Fluid und Gas hervorgehenden Identitäten

$$n_s \nabla_{\mathbf{r}} + n_f \nabla_{\mathbf{r}} + n_g \nabla_{\mathbf{r}} = \mathbf{0} , \quad \pi n_s \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{v}_s = -\pi (n_f + n_g) \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{v}_s$$

in folgende Form überführen lässt

$$\left[\pi n_s \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{v}_s + \pi n_f \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{v}_f + \pi n_g \nabla_{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{v}_g \right] \succeq 0 .$$

Durch Auswertung der Dissipationsungleichung (F.102) in der Nähe eines thermodynamischen Gleichgewichtszustandes entstehen deduktive konstitutive Gleichungen für die Impulsübertragungsterme der Feststoff- $\hat{\mathbf{p}}_s$, Fluid- $\hat{\mathbf{p}}_f$ und Gasphase $\hat{\mathbf{p}}_g$ in dem Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$ in der Form [33]

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{p}}_f &= \pi n_f \nabla_{\mathbf{r}} - \beta_f^\ominus \Theta \nabla_{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{P}}_f^{fs} \cdot (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) - \hat{\mathbf{P}}_f^{gs} \cdot (\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s) , \\ \hat{\mathbf{p}}_g &= \pi n_g \nabla_{\mathbf{r}} - \beta_g^\ominus \Theta \nabla_{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{P}}_g^{fs} \cdot (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) - \hat{\mathbf{P}}_g^{gs} \cdot (\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s) , \\ \hat{\mathbf{p}}_s &= -(\hat{\mathbf{p}}_f + \hat{\mathbf{p}}_g) . \end{aligned} \tag{F.103}$$

Die Größen β_f^\ominus und β_g^\ominus verkörpern die Einflussfunktionen der Wärmeleitfähigkeit auf die Impulsübertragung der Fluid- und Gasphase. Die Größen $\hat{\mathbf{P}}_f^{fs}$, $\hat{\mathbf{P}}_f^{gs}$, $\hat{\mathbf{P}}_g^{fs}$ und $\hat{\mathbf{P}}_g^{gs}$ repräsentieren die Permeabilitätstensoren des anisotrop durchlässigen, porösen Korngerüsts.

Unter Berücksichtigung der thermodynamischen Restriktionen der spezifischen Entropie der einzelnen Phasen (F.101)₁₋₃ ergibt sich aus der Auswertung der Dissipationsungleichung (F.102) in der Nähe eines thermodynamischen Gleichgewichtszustandes eine deduktive konstitutive Gleichung für den inneren Anteil des Wärmeflusses im Gemisch \mathbf{q}_I in dem Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$ mit

$$\mathbf{q}_I = -\alpha^\ominus \Theta \nabla_{\mathbf{r}} + \Theta \beta_f^\ominus (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) + \Theta \beta_g^\ominus (\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s) ,$$

wo α^\ominus die konstitutive Funktion der Wärmeleitfähigkeit im Gemisch darstellt [33].

Die deduktive konstitutive Analyse führt zu einem *konsistenten* Modell des *homogenen* Dreiphasenmediums einer porösen Feststoffphase mit einer Fluid- und einer Gasphase als Porenfüllung, in dem die mit Kompressibilität oder Inkompressibilität einzelner Konstituenten charakterisierten Gemischmodelle, in Abhängigkeit von der Kompressibilitätsformulierung, ineinander asymptotisch übergehen und den von DE BOER [52] entwickelten Fall vollständiger Wassersättigung als Sonderfall mit Porengasanteil Null beinhalten. Die Gültigkeit der entwickelten

deduktiven konstitutiven Gleichungen bleibt auf die Beschreibung des Verhaltens *homogener poröser Medien* in thermodynamisch zulässigen Prozessen begrenzt, weil die materiellen Koordinaten der einzelnen Phasen ρ_α in keinem der Gemischmodelle als Prozessvariable postuliert worden ist.

F.2.11 Induktive konstitutive Modellierung des Lockergesteinsverhaltens

Der unmittelbaren Anwendbarkeit des deduktiven konstitutiven Modells auf eine praktische Problemstellung sind dahingehend Grenzen gesetzt, dass die konstitutiven Funktionen mit den entwickelten thermodynamischen Restriktionen zum gegenwärtigen Stand der Forschung nur für spezielle Fälle des Materialverhaltens vorliegen [32]. Zur Überführung der allgemeinen, deduktiven Theorie poröser Medien in eine geschlossene mathematische Problemstellung zur Sprengbelastung von Lockergesteinen müssen die unbekanntenen thermodynamischen Restriktionsfunktionen, gestützt durch experimentelle Erfahrung, mit halbempirisch formulierten, *induktiven konstitutiven Gleichungen* ergänzt oder durch sie ersetzt werden.

Zur Anwendung des deduktiven konstitutiven Modells für den Fall der Sprengbelastung von teil- und vollgesättigten Lockergesteinen sind folgende Annahmen und ergänzende theoretische Betrachtungen erforderlich:

- **Thermodynamisches Gleichgewicht unter Stoßwellenbelastung:** Die annähernde Gültigkeit eines thermodynamischen Gleichgewichtszustandes bei Stoßwellenbelastung des untersuchten Mischungskörpers muss vorausgesetzt werden [338];
- **Mikroskopisches Deformationsverhalten:** Obwohl das elastische Deformationsmodell für mikroskopische Deformationen in weiten Druckbereichen zutrifft, gilt es bei der Belastung der Phasen des Mischkörpers mit Stoßwellen nur annähernd. Das mikroskopische Deformationsverhalten der Phasen unter der Stoßwellenbelastung muss durch die zusätzliche Einführung von *induktiven* konstitutiven Gleichungen (*Zustandsgleichungen*) modelliert werden [187], [188];
- **Makroskopisches Deformationsverhalten:** Das makroskopische Deformationsverhalten des Korngerüsts wird vor allem durch die effektiven Spannungen im porösen Feststoff T_E^s und durch den Feststoffanteil n_s bestimmt. Weil elastisches Korngerüstverhalten in Granulaten nur als Grenzwert auf verschwindend niedrigem Deformationsniveau existiert, muss zur Beschreibung des makroskopischen Deformationsverhaltens die Gültigkeit einer *induktiven* konstitutiven Gleichung im Rahmen des konsistenten konstitutiven Modells für das Gemisch postuliert werden.

Unter Voraussetzung der Gültigkeit der genannten Annahmen wird das deduktive poröse Dreiphasenmodell mit Hilfe von induktiven konstitutiven Gleichungen weiterentwickelt und in das geschlossene Gleichungssystem einer *speziellen Theorie* der Sprengbelastung von Lockergesteinen überführt. Aus den deduktiven konstitutiven Gleichungen der partiellen Spannungen werden *wahre Phasendrucke* p^α in der Fluid-, Gas- und Feststoffphase abgeleitet und der unbekannte, in allen Phasen wirkende Druck π mit einem *durchschnittlichen Porendruck* p^p ersetzt. Zur Erfassung der Kopplung zwischen dem wahren Phasendruck p^α und der wahren Dichte ρ^α in kompressiblen Phasen werden *Zustandsgleichungen* einbezogen. Durch Einführung

des induktiven konstitutiven Modells der *künstlichen Viskosität* kann die mathematische Problemstellung mit der Elimination der dynamischen Kompatibilitätsbedingungen erheblich vereinfacht werden. Die Drücke in der Porenfüllung bei Teilsättigung des Lockergesteins werden über ein *Modell der Kapillarität* bestimmt. Durch Voraussetzung eines annähernden thermodynamischen Gleichgewichtszustandes in dem durch eine Stoßwelle gestreiften Lockergestein können die erarbeiteten deduktiven konstitutiven Gleichungen für die Impulsübertragung zwischen Phasen (F.103)₁₋₂ genutzt werden. Das aus dem eingeführten Kapillaritätsmodell hervorgehende *Modell der relativen Permeabilität* wird zur Formulierung der diffusiven Impulsübertragungseffekte zwischen der Gas-, Fluid- und Feststoffphase angewendet. Zur Beschreibung des baro-, pykno- und argotropen Korngerüstverhaltens in dem porösen Feststoff wird eine inkrementell nichtlineare, *hypoplastische konstitutive Gleichung* als Evolutionsgleichung der Extraspannungen der Feststoffphase \mathbf{T}_E^s postuliert.

F.2.11.1 Konzept der künstlichen Viskosität

Die durch die dynamischen Kompatibilitätsbedingungen des Gemisches (F.61) und der Konstituenten (F.62) quantifizierten Sprünge der physikalischen Variablen an der Front der Stoßwelle $\Sigma(t)$ sind mathematisch eine Singularität und physikalisch eine Wellenfrontfläche mit unendlicher Steilheit. In einer partikulären theoretischen Formulierung besteht die Möglichkeit, die dynamischen Kompatibilitätsbedingungen in die mathematische Problemstellung konkret einzuführen. Nachteil dieses Vorgehens ist, dass die bei Mehrphasenproblemen ohnehin hohe Komplexität des mathematischen Problems mit jeder Stoßwellenfront erheblich anwächst. Ein anderer, viel praktikablerer Weg ist die Einführung zusätzlicher physikalischer Mechanismen, mit deren Hilfe das Auftreten von Wellenfronten annähernd unendlicher Steilheit als Grenzwert zugelassen wird, ohne die Lösung quantitativ zu beeinflussen. Ein derartiges Verfahren ist das Zuweisen eines *künstlichen* Viskositätsverhaltens für die durch Stoßwelle belasteten Materialien. Die Konzeption der künstlichen Viskosität bietet die Möglichkeit zur Berücksichtigung von Diskontinuitäten mit einem einfachen mathematischen Apparat, ohne zusätzlich die Anzahl der gleichzeitig im Beobachtungsgebiet vorhandenen Stoßwellenfronten zu begrenzen. Letzteres hat für die Modellierung von Sprengungen in Lockergesteinen insofern eine große Bedeutung, als durch das Pulsationsverhalten des Sprengschwadenhohlraumes in der unmittelbaren Sprengumgebung in kurzem zeitlichen Abstand hintereinander mehrere Stoßwellenfronten entstehen können.

HERRMANN/BERTHOLF [172] fassten die Familie der induktiven konstitutiven Gleichungen der künstlichen Viskosität in der allgemeinen Form

$$(F.104) \quad \mathbf{T}_\alpha^v = \zeta_{\alpha,0}^v \mathbf{1} + \zeta_{\alpha,1}^v \mathbf{D}_\alpha^\nabla + \zeta_{\alpha,2}^v \mathbf{D}_\alpha^\nabla \cdot \mathbf{D}_\alpha^\nabla$$

zusammen. Die Größe \mathbf{T}_α^v ist die aus dem künstlichen Viskositätseffekt resultierende, zusätzliche viskose partielle Spannung der Phase α . Der deviatorischer Anteil der Deformationsrate \mathbf{D}_α^∇ der Phase α ist durch die Zerlegung

$$\mathbf{D}_\alpha = \mathbf{D}_\alpha^\bullet + \mathbf{D}_\alpha^\nabla, \quad \mathbf{D}_\alpha^\bullet = \frac{1}{3} (\text{tr} \mathbf{D}_\alpha) \mathbf{1}, \quad \mathbf{D}_\alpha^\nabla = \mathbf{D}_\alpha - \frac{1}{3} (\text{tr} \mathbf{D}_\alpha) \mathbf{1}$$

definiert, wo $\mathbf{D}_\alpha^\bullet$ den isotropen Anteil der Deformationsrate darstellt. Die skalaren Koeffizienten $\zeta_{\alpha,0}^v$, $\zeta_{\alpha,1}^v$ und $\zeta_{\alpha,2}^v$ können nichtlineare Funktionen der Dichte, Temperatur und Invarianten der Deformationsrate \mathbf{D}_α sein. Die künstliche Viskosität wurde in ihrer ursprünglichen Form von VON NEUMANN/RICHTMYER isotrop, mit $\zeta_{\alpha,0}^v$ als *skalare* quadratische Funktion der ersten Invarianten der Deformationsrate eingeführt [253] und von LANDSHOFF durch einen zusätzlichen *skalaren*, in der ersten Invarianten der Deformationsrate linearen Term zur Dämpfung von Oszillationen hoher Wellenlänge hinter der Stoßwellenfront additiv erweitert. WILKINS ertüchtigte das Konzept der *isotropen* künstlichen Viskosität durch Erweiterung auf mehrdimensionale Probleme [347]. MAENCHEN/SACK sowie HERRMANN/BERTHOLF bildeten das *deviatorische* Komplement der isotropen konstitutiven Gleichungen von VON NEUMANN/RICHTMYER und LANDSHOFF und führten die zusätzlichen, im deviatorischen Anteil der Deformationsrate linearen und quadratischen Viskositätsterme in die konstitutive Gleichung (F.104) ein. Die künstliche Viskosität wird zur Modellierung von Diskontinuitäten in Mehrphasenkontinua mit den Koeffizientenfunktionen

$$(F.105) \quad \begin{aligned} \zeta_{\alpha,0}^v &= n_\alpha \varrho^\alpha b_{\alpha,l} c_{\alpha,C} r_\Delta \operatorname{tr} \mathbf{D}_\alpha + n_\alpha \varrho^\alpha b_{\alpha,q}^2 r_\Delta^2 |\operatorname{tr} \mathbf{D}_\alpha| \operatorname{tr} \mathbf{D}_\alpha, \\ \zeta_{\alpha,1}^v &= n_\alpha \varrho^\alpha b_{\alpha,d} c_{\alpha,C} r_\Delta, \quad \zeta_{\alpha,2}^v = n_\alpha \varrho^\alpha b_{\alpha,s}^2 r_\Delta^2 \end{aligned}$$

in allgemeiner Form eingeführt [172]. Die Größe r_Δ ist die charakteristische Länge der geometrischen Auflösung des geometrischen Diskretisierungsmodells in der numerischen Lösung, die Konstanten $b_{\alpha,l}$, $b_{\alpha,d} (\simeq 1)$, $b_{\alpha,q}$, $b_{\alpha,s} (\simeq 2)$ sind Wichtungsfaktoren für den linearen sowie für den quadratischen Funktionsanteil. Der Operator $|\cdot|$ repräsentiert den Absolutwert der Größe (\cdot) . Die Größe $c_{\alpha,C}$ steht für die materialspezifische Geschwindigkeit isentroper Störungen (Kompressionswellengeschwindigkeit) in der Phase α , welche nach WILKINS aus folgender Gleichung abgeschätzt werden kann

$$c_{\alpha,C} \approx \sqrt{\frac{|\operatorname{tr} \mathbf{T}_\alpha|}{\varrho^\alpha}}.$$

Aus der Einführung der künstlichen Viskosität resultiert ein zusätzlicher Dissipationseffekt (lokale Erwärmung), der jedoch nur in der engen Umgebung von Punkten des Beobachtungsgebietes quantitativ relevant wird, wo die Deformationsrate \mathbf{D}_α einen extrem hohen Wert annimmt. Anderenfalls bleibt der Einfluss der künstlichen Viskosität auf die Lösung wegen des niedrigen Wertes der Koeffizienten vernachlässigbar gering. HERRMANN/BERTHOLF heben die generelle positive Eigenschaft der dämpfenden Wirkung der künstlichen Viskosität auf numerische Oszillationen in der Lösung aus Rundungsfehlern hervor [172]. Der partielle Spannungsanteil aus der künstlichen Viskosität (F.104) mit den konstitutiven Funktionen aus (F.105)₁₋₃ wird durch Addition zu der partiellen Spannung der Phasen α in das Modell eingeführt

$$(F.106) \quad \mathbf{T}'_\alpha = \mathbf{T}_\alpha + \mathbf{T}_\alpha^v.$$

Die Anwendung der Gleichung (F.57) auf die mit dem Spannungsanteil aus der künstlichen Viskosität erweiterten partiellen Spannungen \mathbf{T}'_α der Phasen ergibt

$$\mathbf{T}' = \sum_{\alpha} \mathbf{T}'_{\alpha} - n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \hat{\mathbf{v}}_{\alpha} \hat{\mathbf{v}}_{\alpha} = \sum_{\alpha} \mathbf{T}_{\alpha} - n_{\alpha} \varrho^{\alpha} \hat{\mathbf{v}}_{\alpha} \hat{\mathbf{v}}_{\alpha} + \mathbf{T}_{\alpha}^v ,$$

wo die \mathbf{T}' die um einen integralen künstlichen Viskositätseffekt

$$\mathbf{T}^v = \sum_{\alpha} \mathbf{T}_{\alpha}^v$$

erweiterte totale Spannung des Gemisches darstellt. Durch Ersetzen der partiellen Spannungen \mathbf{T}_{α} und der totalen Spannungen \mathbf{T} durch die erweiterten partiellen Spannungen \mathbf{T}'_{α} und die erweiterte totale Spannung \mathbf{T}' in allen Termen der Erhaltungsgleichungen (F.59) und (F.60) für das Gebiet $\Gamma - \Sigma(t)$, wird die Gültigkeit der Erhaltungsgleichungen auf ein Gebiet Γ' mit der Besonderheit erweitert, dass die dynamischen Kompatibilitätsbedingungen (F.61) und (F.62) an allen im Gebiet Γ' vorliegenden Stoßwellenfronten $\Sigma^1(t) \dots \Sigma^m(t)$ als erfüllt betrachtet werden können.

F.2.11.2 Wahre Phasendrucke und durchschnittlicher Porendruck

In dem Gemisch kann ein wahrer Druck der Fluidphase p^f und der Gasphase p^g ermittelt werden, womit sich die partiellen Spannungszustände der Fluid- und Gasphase vereinfachen lassen. Für den wahren Druck der Fluid- und Gasphase resultieren aus der deduktiven konstitutiven Analyse

- in einem **kompresiblen Dreiphasengemisch** und einem **hybriden Dreiphasengemisch zweiter Art** die konstitutiven Gleichungen

$$p^f = -\varrho^f J_{fR} \frac{\partial \psi_f}{\partial J_{fR}} - \varrho^f J_f \frac{\partial \psi_f}{\partial J_f} ,$$

$$p^g = -\varrho^f J_{fR} \frac{\partial \psi_f}{\partial J_{fR}} \left(1 - J_{gN} \frac{\partial J_{gR}}{\partial J_g} \right) - \varrho^g J_g \frac{\partial \psi_g}{\partial J_g} ,$$

- in einem **hybriden Dreiphasengemisch erster Art** und einem **quasiinkompressiblen Dreiphasengemisch** die konstitutiven Gleichungen

$$p^f = -\varrho^g J_{gR} \frac{\partial \psi_g}{\partial J_{gR}} - \varrho^f J_f \frac{\partial \psi_f}{\partial J_f} ,$$

$$p^g = -\varrho^g J_{gR} \frac{\partial \psi_g}{\partial J_{gR}} \left(1 - J_{gN} \frac{\partial J_{gR}}{\partial J_g} \right) - \varrho^g J_g \frac{\partial \psi_g}{\partial J_g}$$

- sowie in einem **inkompressiblen Dreiphasengemisch** die konstitutiven Gleichungen [48]

$$p^f = -\pi - \varrho^f J_f \frac{\partial \psi_f}{\partial J_f} , \quad p^g = -\pi - \varrho^g J_g \frac{\partial \psi_g}{\partial J_g} .$$

Die partielle Spannung in der Fluid- und Gasphase ist damit rein isotrop

$$(F.107) \quad \mathbf{T}_f = -n_f p^f \mathbf{1} \quad , \quad \mathbf{T}_g = -n_g p^g \mathbf{1} \quad .$$

Der unbekannte, in allen Phasen wirkende Gemischdruck π wird in den weiteren deduktiven konstitutiven Gleichungen durch den empirischen, durchschnittlichen Porendruck p^p ersetzt, der durch Wichtung der wahren Phasendrucke der Fluid- p^f und Gasphase p^g über die Porenquerschnittsflächenanteile unter Beachtung der Gleichungen (F.6)₁₋₂ und (F.7)₁₋₃ mit

$$(F.108) \quad \pi \approx p^p = s p^f + (1 - s) p^g = \frac{n_f}{1 - n_s} p^f + \frac{n_g}{1 - n_s} p^g$$

definiert wird [91]. Zur Modellierung von Kompressibilitätseffekten in der Feststoffphase wird der wahre Druck der Feststoffphase p^s mit dem durchschnittlichen Porendruck p^p eingeführt

$$(F.109) \quad p^s = p^p \approx \pi \quad .$$

Mit Hilfe dieser induktiven konstitutiven Gleichungen gehen die von BIOT [36], ŠUKLJE [34], [313] und NUR/BYERLEE [33], [257] entwickelten induktiven Deformationsmodelle eines Gemisches mit kompressibler Feststoffphase als Spezialfall des hybriden Dreiphasenmodells erster Art aus der konsistenten deduktiven konstitutiven Theorie hervor.

F.2.11.3 Modellierung der Kompressibilität der Phasen

Wegen der weiten Grenzen des Niveaus herrschender Spannungen bei der Sprengbelastung eines Lockergesteins bildet die Formulierung der Kompressibilität und Inkompressibilität von Lockergesteinsphasen eine sehr wichtige Frage der Modellierung. Die entfestigende Einwirkung einer Sprengung führt in ihrer Lockergesteinsumgebung lokal zum denkbar höchsten Spannungsniveau der Belastung, das in ein Lockergestein eingetragen werden kann. Die Verfestigung des Korngerüsts erfolgt auf einem Spannungsniveau, das der Größenordnung geostatischer Spannungen entspricht. Solange von der Kompressibilität der Gasphase während des gesamten Vorganges ausgegangen werden kann, bedarf die Entscheidung über die Kompressibilitätsbetrachtung in der Feststoff- und Fluidphase der Berücksichtigung des Niveaus herrschender wahrer Phasendrucke.

Die hergeleiteten deduktiven konstitutiven Gleichungen sind konsistent und gelten unabhängig von der Kompressibilitätsformulierung der Phasen des Lockergesteins. Die bei inkompressiblen Phasen schwache und bei kompressiblen Phasen starke Kopplung zwischen der wahren Dichte ϱ^α und dem wahren Druck p^α muss durch induktive Modellierung einbezogen werden. Der Zusammenhang zwischen herrschendem wahren Druck p^α und wahrer Dichte ϱ^α einer kompressiblen Phase α wird durch eine Zustandsgleichung beschrieben [174], [187], [188], [227], [338], die allgemein in der Form

$$p^\alpha = p^\alpha(\varrho^\alpha, \epsilon_\alpha)$$

angegeben werden kann. Durch zusätzliche Berücksichtigung der spezifischen inneren Energie ϵ_α der Phase α in der Zustandsgleichung werden thermodynamische Vorgänge einbezogen, die die Dichteänderung begleiten. Mit vereinfachenden Annahmen zum thermodynamischen Vorgang kann der Einfluss der inneren Energie eliminiert werden. Unter Voraussetzung einer isentropen Zustandsänderung beschreibt die Zustandsgleichung

$$\frac{p^\alpha}{p_0^\alpha} = (\delta_\alpha)^{\kappa_\alpha}$$

die Abhängigkeit des wahren Druckes p^α von der wahren Dichte ρ^α der Phase α mit Hilfe des materialspezifischen Isentropenexponenten κ_α . Die Größe δ_α verkörpert die spezifische Dichteänderung der Phase α mit

$$(F.110) \quad \delta_\alpha = \frac{\rho^\alpha}{\rho_0^\alpha},$$

wo die Größe ρ_0^α den Referenzwert der wahren Dichte der Phase α unter dem Referenzdruck p_0^α bedeutet.

Die Zustandsgleichung von TAIT modelliert eine verallgemeinerte polytrope Zustandsänderung des wahren Materials der Phase α mit dem Zusammenhang

$$(F.111) \quad p^\alpha = p_0^\alpha + \frac{(c_{\alpha,0})^2 \rho_0^\alpha}{\kappa_\alpha} \{ (\delta_\alpha)^{\kappa_\alpha} - 1 \}.$$

Die TAITsche Zustandsgleichung entspricht einem Potenzansatz für die Abhängigkeit der Stoßwellengeschwindigkeit von der Partikelgeschwindigkeit der Phase $c(v_\alpha)$ und ist in Druckbereichen validiert, deren Größenordnung in der des elastischen Kompressionsmoduls des modellierten Materials liegt. Der Referenzwert der wahren Dichte ρ_0^α und der Ausbreitungsgeschwindigkeit isentroper Störungen $c_{\alpha,0}$ der Phase α sind unter Normalbedingungen, beim Referenzdruck p_0^α definiert. Die Zustandsänderung der Phase α wird mit dem Polytropenexponenten κ_α beschrieben. Großer Vorteil der Zustandsgleichungen (F.110) und (F.111) ist, dass sie die Beschreibung mechanischer Vorgänge unter den Bedingungen ihrer Gültigkeit ohne die Lösung der Erhaltungsgleichung der Energie ermöglichen.

Tabelle F.2: Parameter der TAITschen und GRÜNEISENSchen Zustandsgleichung nach [255] und [246]

Kennwert:		ρ_0^α	$c_{\alpha,0}$	κ_α	γ_α	a_α	C_α	$S_{\alpha,1}$	$S_{\alpha,2}$	$S_{\alpha,3}$
$\alpha =$	Konstituent:	$[\frac{kg}{m^3}]$	$[\frac{m}{s}]$	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
<i>s</i>	Quarz	2.650	4.500	5,00	?	?	?	?	?	?
<i>f</i>	Wasser	1.000	1.500	7,00	0,11	3,00	0,1484	1,9790	0,0000	0,0000
<i>g</i>	Luft	1,29	330	1,40	?	?	?	?	?	?

Die GRÜNEISENSche Zustandsgleichung modelliert die Abhängigkeit der Stoßwellengeschwindigkeit von der Partikelgeschwindigkeit $c(v_\alpha)$ in einer Phase mit einem kubischen Funktionsansatz. Die Zustandsgleichung beschreibt das Druckverhalten des wahren Materials der Phase α bis in extrem hohe Druckbereiche und lautet für die Kompressionsbelastung der Phase α

$$(F.112) \quad p^\alpha = (C_\alpha)^2 \varrho_0^\alpha (\delta_\alpha - 1) \left\{ \delta_\alpha + \frac{\gamma_\alpha}{2} (\delta_\alpha - 1) - \frac{a_\alpha}{2} (\delta_\alpha - 1)^2 \right\} \times \\ \times \left\{ \delta_\alpha - S_{\alpha,1} (\delta_\alpha - 1) - S_{\alpha,2} \frac{(\delta_\alpha - 1)^2}{\delta_\alpha} - S_{\alpha,3} \frac{(\delta_\alpha - 1)^3}{(\delta_\alpha)^2} \right\}^{-2} + \\ + \{ \gamma_\alpha + a_\alpha (\delta_\alpha - 1) \} \epsilon_\alpha .$$

Für das Material der Phase α müssen die wahre Dichte ϱ_0^α unter Normalbedingungen, das GRÜNEISENSche Gamma γ_α und seine Volumenkorrektur erster Ordnung a_α , der Abszissenwert C_α und die Koeffizienten $S_{\alpha,1}$, $S_{\alpha,2}$, $S_{\alpha,3}$ des halbempirischen kubischen Zusammenhanges der Stoßwellen- und der Partikelgeschwindigkeit aus experimentellen Untersuchungen ermittelt werden. Einige bekannte Parameter der Zustandsgleichung von TAIT und GRÜNEISEN für Quarz, Wasser und Luft sind in der Tabelle F.2 zusammengestellt. Zum gegenwärtigen Stand des Wissens gelten die materialspezifischen Kennwerte der GRÜNEISENSchen Zustandsgleichung für reale Lockergesteinsfeststoffe als unerforscht.

F.2.11.4 Mobilität der Phasen in der Porenfüllung und Modellierung der Impulsübertragung

Bei Teilsättigung eines Lockergesteins sind die Poren des Feststoffes zugleich mit Porengas und Porenfluid gefüllt. In einem weiten Bereich zwischen Extremwerten des Sättigungsgrades der residualen Porengas- s_g und der residualen Porenfluidsättigung s_f bilden Porengas- und Porenfluid eine kontinuierliche Phase im Porenraum und bewegen sich entsprechend ihrer eigenen Erhaltungsgleichungen. Wenn der Sättigungsgrad des Lockergesteins gegen einen der beiden Extremwerte läuft, wird die freie Beweglichkeit einer der beiden Phasen unterbunden. Beim gleichzeitigen Vorhandensein einer Porenfluid- und Porengasphase im Lockergestein treten kapillare Effekte auf und verursachen eine definierte, als Kapillardruck (oder als Saugspannung) p^c bekannte Differenz

$$(F.113) \quad p^c = p^g - p^f$$

zwischen dem wahren Druck der Porengas- p^g und Porenfluidphase p^f . Die Bewegungsfreiheit der Phasen sowie die kapillaren Effekte zeigen ein sättigungsgradabhängiges Verhalten, was bei der Modellierung wie folgt berücksichtigt werden muss (siehe Tabelle F.3):

- **Bereich der residualen Porengassättigung** $s \succeq s_g$: Wenn der Anteil des Porenfluids soweit zunimmt, dass der Sättigungsgrad den Wert der residualen Porengassättigung s_g überschreitet, werden die zusammenhängenden Kanäle des Porengases unterbrochen und eine freie Porengasbewegung kann nicht mehr stattfinden. Das Porengas befindet sich im

Tabelle F.3: Mobilität der Phasen und Kapillaritätseffekte

Sättigungsfall:	s	\mathbf{v}_f	\mathbf{v}_g	p^c
Residuale Gassättigung	$s \succeq s_g$	frei	$\mathbf{v}_g = \mathbf{v}_s$	$p^c = 0, p^g = p^f$
Partielle Fluid- und Gassättigung	$s_f \preceq s \preceq s_g$	frei	frei	$p^c = p^g - p^f$
Residuale Fluidsättigung	$s \preceq s_f$	$\mathbf{v}_f = \mathbf{v}_s$	frei	$p^c = p^g - p^f = p_0^c$

Porenraum in Form von Gasbläschen und haftet am Korngerüst. *Die Bewegung der Poren gasphase ist durch die Bewegung des Korngerüstes vollständig bestimmt.* Der im Porenraum eingeschlossene Poren gasanteil ist für das mechanische Verhalten des Porenwassers bedeutsam, weil dadurch die Kompressibilität des Porenfluids um Größenordnungen vermindert wird. Der wahre Druck der Gasphase wird dem wahren Druck der Fluidphase gleichgesetzt und die kapillaren Effekte verschwinden $p^c = 0$;

- **Bereich partieller Fluid- und Gassättigung** $s_f \preceq s \preceq s_g$: Die Fluid- und Gasphase der Porenfüllung sind mobil. Die Fluidphase hat jederzeit die Möglichkeit, sich in Richtung der Gasphase zu entspannen, wodurch sich der wahre Druck in beiden Phasen durch die sättigungsgradabhängige und materialspezifische Kapillarspannung $p^c(s)$ voneinander unterscheidet;
- **Bereich der residualen Porenfluidsättigung** $s \preceq s_f$: Wenn der Anteil des Poren gasses soweit zunimmt, dass der Sättigungsgrad den Wert der residualen Porenfluidsättigung s_f unterschreitet, werden die Kanäle des Porenfluids unterbrochen und eine freie Porenfluidbewegung kann nicht mehr stattfinden. Das Porenfluid befindet sich im Porenraum in Form von Fluidschichten, die an den Körnern des Feststoffes haften. *Die Bewegung der Porenfluidphase ist durch die Bewegung des Korngerüstes vollständig bestimmt.* Die Größe der Kapillarspannung wird im Bereich der residualen Porenfluidsättigung durch einen konstanten Wert $p^c = p_0^c$ modelliert.

Der Kapillardruck p^c verkörpert den Widerstand der Fluidphase gegenüber der Bewegung der Gasphase. Die Abhängigkeit des Kapillardruckes von dem Sättigungsgrad kann mit einer von VAN GENUCHTEN vorgeschlagenen konstitutiven Funktion modelliert werden [149], deren Parameter für eine Reihe von Bodenarten verfügbar sind. Die Sättigungsbereiche begrenzter Fluid- sowie Gasphasenmobilität werden, abweichend von der ursprünglichen Form der konstitutiven Gleichung von VAN GENUCHTEN, statt des effektiven Wassergehaltes mit einem effektiven Sättigungsgrad s_r berücksichtigt

$$s_r = \frac{s - s_f}{s_g - s_f} .$$

Das VAN GENUCHTENSche induktive konstitutive Modell der Kapillarität nimmt die folgende Form an

$$(F.114) \quad p^c(s_r) = p_0^c \left((s_r)^{-\frac{1}{m_c}} - 1 \right)^{\frac{1}{n_c}} .$$

Die Konstante p_0^c repräsentiert die Größe der Kapillarspannung bei einem beliebigen Referenzwert des Sättigungsgrades und die Exponenten m_c sowie n_c sind materialspezifische Kalibrationsgrößen. Aus mathematischer Sicht ist diese Funktionsform zweifach nachteilig. Die konstitutive Gleichung lässt sich über den Sättigungsgrad nur in Sonderfällen der Kalibrationskennwerte m_c und n_c geschlossen integrieren. In dem von MUALEM vorgelegten Sonderfall mit

$$n_c = \frac{1}{1 - m_c}$$

verringert sich die Anzahl unabhängiger Materialparameter um eins und die konstitutive Funktion erhält die im Folgenden genutzte Form

$$(F.115) \quad p^c(s_r) = p_0^c \left\{ (s_r)^{-\frac{1}{m_c}} - 1 \right\}^{1-m_c} .$$

Ein weiterer mathematischer Nachteil der konstitutiven Gleichung (F.114) ist, dass sie nur zwischen den Grenzwerten der residualen Fluid- s_f und Gassättigung s_g definiert ist, wo die effektive Sättigung einen Wertebereich von $0 \preceq s_e \preceq 1$ durchläuft. Damit ist ein stetiger Übergang in den Bereich residualer Fluid- oder Gassättigung nicht möglich. Zusätzlich läuft die Kapillarspannung beim Verschwinden der effektiven Sättigung gegen unendlich. Zur Behebung dieser mathematischen Probleme wird eine modifizierte Definitionsgleichung der effektiven Sättigung zugrundegelegt

$$s_r = \begin{cases} 1 , & \text{wenn } s \succeq s_g , \\ \frac{s - s_{f0}}{s_g - s_{f0}} , & \text{wenn } s_{f0} \preceq s \preceq s_g , \\ 0 , & \text{wenn } s \preceq s_{f0} \end{cases}$$

und das Anwachsen der kapillaren Spannung über jedes Maß hinaus in der konstitutiven Gleichung (F.115) wird mit der Einführung eines virtuellen Grenzwertes der residualen Fluidsättigung in der Größenordnung $s_{f0} \approx s_f$ verhindert

$$(F.116) \quad p^c(s_r) = \begin{cases} 0 , & \text{wenn } s \succeq s_g , \\ p_0^c \left\{ (s_r)^{-\frac{1}{m_c}} - 1 \right\}^{1-m_c} , & \text{wenn } s_{f0} \preceq s \preceq s_g , \\ p_0^c , & \text{wenn } s \preceq s_{f0} . \end{cases}$$

Der materialspezifische Kennwert p_0^c wird mit Hilfe der Bedingung

$$p_0^c = p^c(s = s_{f0})$$

exakt definiert und gilt als der Maximalwert der Kapillarspannung unterhalb des virtuellen Grenzwertes der residualen Fluidsättigung s_{f0} . Ein äquivalentes Vorgehen zur Berücksichtigung

der Kapillaritätseffekte bei verschwindender Fluidsättigung wurde von CRAMER/WUNDERLICH empfohlen [91].

Durch Vernachlässigung thermischer Effekte mit $\beta_f^\ominus = \beta_g^\ominus = 0$ und der Kopplungseffekte zwischen der Differenzbewegung zwischen Gas- und Fluidphase mit $\hat{\mathbf{P}}_f^{gs} = \hat{\mathbf{P}}_g^{fs} = \mathbf{O}$ vereinfachen sich die Impulsübertragungsterme der Phasen in den Gleichungen (F.103)₁₋₃ zu

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{p}}'_f &= p^p n_f \nabla_{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{P}}_f^{fs} \cdot (\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) , \\ \hat{\mathbf{p}}'_g &= p^p n_g \nabla_{\mathbf{r}} - \hat{\mathbf{P}}_g^{gs} \cdot (\mathbf{v}_g - \mathbf{v}_s) , \\ \hat{\mathbf{p}}'_s &= -(\hat{\mathbf{p}}'_f + \hat{\mathbf{p}}'_g) . \end{aligned} \quad (\text{F.117})$$

Die Impulsübertragungseffekte bestehen aus einem dem Gradienten der partiellen Volumina n_α proportionalen Anteil und aus dem der Differenzgeschwindigkeit der Fluid-, Gas- und Feststoffphase proportionalen, diffusiven STOKESSchen Sog. Im Fall eines anisotrop durchlässigen Korngerüsts werden die diffusiven Anteile der Impulsübertragung unter der Annahme der Gültigkeit des Gesetzes von D'ARCY zur Beschreibung der Fluid- und Gasbewegung in dem Porenraum mit den Permeabilitätstensoren

$$\hat{\mathbf{P}}_f^{fs} = \mu_f \frac{n_f^2}{k_f^r(s_r)} \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{n}) , \quad \hat{\mathbf{P}}_g^{gs} = \mu_g \frac{n_g^2}{k_g^r(s_r)} \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{n}) \quad (\text{F.118})$$

modelliert [41], [43], [50], [53], [69], [70], [91], [114], [115], [132], [270], [271]. Die Größen μ_f und μ_g repräsentieren die dynamischen Viskositäten der Fluid- und der Gasphase. Die Größe $\mathbf{K}(\mathbf{n})$ steht für den porositätsabhängigen, absoluten Permeabilitätstensor des anisotrop durchlässigen, porösen Korngerüsts. Die Größen $k_f^r(s_r)$ und $k_g^r(s_r)$ verkörpern die fluid- sowie gassättigungsabhängigen, relativen Fluid- und Gaspermeabilitäten, welche sich aus dem Zusammenhang zwischen Sättigungsgrad und Kapillarspannung mit Hilfe des Ansatzes von MUALEM geschlossen aus den Gleichungen

$$\begin{aligned} k_f^r(s_r) &= (s_r)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\int_0^{s_r} \frac{1}{p^c(\lambda)} d\lambda}{\int_0^1 \frac{1}{p^c(\lambda)} d\lambda} \right]^2 = (s_r)^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 - \left(1 - (s_r)^{\frac{1}{m_c}} \right)^{m_c} \right\}^2 , \\ k_g^r(s_r) &= (1 - s_r)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\int_{s_r}^1 \frac{1}{p^c(\lambda)} d\lambda}{\int_0^1 \frac{1}{p^c(\lambda)} d\lambda} \right]^2 = (1 - s_r)^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 - (s_r)^{\frac{1}{m_c}} \right\}^{2m_c} \end{aligned} \quad (\text{F.119})$$

errechnen lassen [149]. Die Größe λ ist die Parametervariable der Integration. Für den Sonderfall isotroper Permeabilität des Korngerüsts vereinfacht sich der absolute Permeabilitätstensor des anisotropen Korngerüsts zu

$$\mathbf{K}(\mathbf{n}) = k(\mathbf{n}) \mathbf{1} ,$$

wo $k(n)$ den porositätsabhängigen, absoluten Permeabilitätsbeiwert des isotrop durchlässigen, porösen Korngerüsts darstellt. Für den diffusiven Anteil der Impulsübertragung gelten im isotrop durchlässigen, porösen Feststoff als Sonderfall der Gleichungen (F.118)₁₋₂ die Permeabilitätstensoren

$$(F.120) \quad \hat{\mathbf{P}}_f^{fs} = \mu_f \frac{n_f^2}{k(n) k_f^r(s_r)} \mathbf{1} \quad , \quad \hat{\mathbf{P}}_g^{gs} = \mu_g \frac{n_g^2}{k(n) k_g^r(s_r)} \mathbf{1} \quad .$$

F.2.11.5 Modellierung des Verhaltens der Feststoffphase

Aus der deduktiven konstitutiven Analyse resultiert für die partielle Spannung der kompressiblen elastischen Feststoffphase die konstitutive Gleichung

$$(F.121) \quad \mathbf{T}_s = -n_s \pi \left(\mathbf{1} - \mathbf{F}_s \cdot \left\{ \mathbf{C}_{sR}^{-1} \dots \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}}{\partial \mathbf{C}_s} \right\} \cdot \mathbf{F}_s^T \right) + \mathbf{T}_E^s$$

und für die partielle Spannung der inkompressiblen elastischen Feststoffphase die konstitutive Gleichung

$$(F.122) \quad \mathbf{T}_s = -n_s \pi \left(\mathbf{1} - \mathbf{F}_s \cdot \left\{ \mathbf{C}_{sR}^{\nabla-1} \dots \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}^{\nabla}}{\partial \mathbf{C}_s} \right\} \cdot \mathbf{F}_s^T \right) - \\ - n_s \kappa_{sR} \mathbf{F}_s \cdot \left\{ \mathbf{C}_{sR}^{\nabla-1} \dots \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}^{\nabla}}{\partial \mathbf{C}_s} \right\} \cdot \mathbf{F}_s^T + \mathbf{T}_E^s \quad .$$

Die tensorwertigen konstitutiven Funktionen zur Übertragung der mikroskopischen Deformationseffekte aus der Kompressibilität sowie Inkompressibilität der Feststoffphase auf makroskopischer Ebene können in dem Sonderfall vereinfacht werden, wenn nur die sphärischen Deformationsanteile in der thermodynamischen Restriktion (F.94) und in den Deformationsgradienten \mathbf{F}_{sR} und \mathbf{F}_s berücksichtigt werden

$$\mathbf{C}_{sR}^o = \mathbf{C}_{sR}^o(\mathbf{C}_s^o) \quad , \quad \mathbf{F}_{sR}^{\nabla} = \mathbf{1} \quad , \quad \mathbf{F}_s^{\nabla} = \mathbf{1} \quad , \quad \mathbf{C}_{sR}^{\nabla} = \mathbf{1} \quad , \quad \mathbf{C}_s^{\nabla} = \mathbf{1} \quad .$$

Durch Anwendung der Gleichungen (F.15)₁, (F.27)₁ und (F.29)₁ auf die Feststoffphase ($\alpha = s$) kann der tensorielle Ausdruck umgeformt werden

$$\mathbf{F}_s \cdot \left\{ \mathbf{C}_{sR}^{-1} \dots \frac{\partial \mathbf{C}_{sR}}{\partial \mathbf{C}_s} \right\} \cdot \mathbf{F}_s^T = J_s^{\frac{1}{3}} \mathbf{1} \cdot \left\{ J_{sR}^{-\frac{2}{3}} \mathbf{1} \dots \frac{\partial J_{sR}^{\frac{2}{3}}}{\partial J_s^{\frac{2}{3}}} \mathbf{1} \mathbf{1} \right\} \cdot J_s^{\frac{1}{3}} \mathbf{1} \quad .$$

Die Ausführung der trivialen tensoriellen Operationen, Anwendung der Kettenregel und Differentiation sowie Berücksichtigung der Gleichung (F.22) vereinfacht den Ausdruck auf einen isotropen Tensor zweiter Ordnung

$$J_s^{\frac{1}{3}} \left\{ J_{sR}^{-\frac{2}{3}} \frac{\partial J_{sR}^{\frac{2}{3}}}{\partial J_s} \frac{\partial J_s}{\partial J_s^{\frac{2}{3}}} \right\} J_s^{\frac{1}{3}} \mathbf{1} = J_s^{\frac{1}{3}} \left\{ J_{sR}^{-\frac{2}{3}} \frac{2}{3} J_{sR}^{-\frac{1}{3}} \frac{\partial J_{sR}}{\partial J_s} \frac{3}{2} J_s^{\frac{1}{3}} \right\} J_s^{\frac{1}{3}} \mathbf{1} = J_{sN} \frac{\partial J_{sR}}{\partial J_s} \mathbf{1} ,$$

der im Falle einer inkompressiblen Feststoffphase verschwindet [50]. Aus der materiellen Zeitableitung des JACOBIschen Determinanten des wahren Materials der Feststoffphase J_{sR} nach der Bewegung der Feststoffphase erhält man durch Anwendung der Kettenregel und Umstellung die Definitionsgleichung für den Kompressibilitätsfaktor der Feststoffphase Λ_{sR} mit

$$(F.123) \quad \frac{D_s}{dt} J_{sR} = \frac{\partial J_{sR}}{\partial J_s} \frac{D_s}{dt} J_s , \quad \frac{\partial J_{sR}}{\partial J_s} = \left(\frac{D_s}{dt} J_{sR} \right) \left(\frac{D_s}{dt} J_s \right)^{-1} = \Lambda_{sR} ,$$

der sinngemäß für jede Phase verallgemeinert werden kann. Durch Berücksichtigung der Gleichungen (F.22), (F.24) und (F.25) erhält man die Definitionsgleichung des Kompressibilitätsfaktors $\Lambda_{\alpha R}$ der Phase α mit

$$(F.124) \quad \Lambda_{\alpha R} \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{D_\alpha}{dt} J_{\alpha R} \right) \left(\frac{D_\alpha}{dt} J_\alpha \right)^{-1} = \frac{1}{J_{\alpha N}} \frac{\mathbf{D}_{\dot{\alpha}R} \cdot \cdot \mathbf{1}}{\mathbf{D}_\alpha \cdot \cdot \mathbf{1}} = \frac{1}{J_{\alpha N}} \frac{\text{tr} \mathbf{D}_{\dot{\alpha}R}}{\text{tr} \mathbf{D}_\alpha} .$$

Durch Einführung des wahren Druckes der Feststoffphase mit dem durchschnittlichen Porendruck $p^s = p^p$ aus der Gleichung (F.108) lautet die partielle Spannung in der kompressiblen Feststoffphase

$$(F.125) \quad \mathbf{T}_s = -n_s p^s \{ 1 - J_{sN} \Lambda_{sR} \} \mathbf{1} + \mathbf{T}_E^s$$

und geht asymptotisch beim Verschwinden der mikroskopischen Deformationen auf makroskopischer Ebene mit $\Lambda_{sR} \rightarrow 0$ in die konstitutive Gleichung der partiellen Spannung der inkompressiblen Feststoffphase

$$(F.126) \quad \mathbf{T}_s = -n_s p^s \mathbf{1} + \mathbf{T}_E^s$$

über (DE BOER/EHLERS [39], [41], DE BOER [52], [53], [54], CRAMER/WUNDERLICH [91], EHLERS [127], [128], PRABUCKI [270], [271], PRÉVOST [275]). Die Ermittlung des Kompressibilitätsfaktors der Feststoffphase Λ_{sR} ist aus der Definitionsgleichung (F.123)₂ in einem ARBITRARY-LAGRANGIAN-EULERIAN-Kontext nicht vorteilhaft, weil die Bestimmung der materiellen Zeitableitung der JACOBIschen Determinanten nach der Bewegung der Feststoffphase einen zusätzlichen mathematischen Aufwand mit sich bringt. Eine analytische Lösung des Problems ist nach dem Vorschlag von DE BOER [49] mit dem induktiven konstitutiven Ansatz

$$J_{sR} (J_s) = (J_s)^{\frac{K_s}{K_{sR}}}$$

möglich, wo K_{sR} der elastische Kompressionsmodul des wahren Materials der Feststoffphase und K_s der elastische Kompressionsmodul des granularen Partialkörpers bedeuten. Durch Ausführen der Differentiation entsteht die folgende geschlossene Form des Kompressibilitätsfaktors der Feststoffphase

$$\Lambda_{sR} = \frac{\partial J_{sR}}{\partial J_s} = \frac{K_s}{K_{sR}} (J_s)^{\frac{K_s}{K_{sR}} - 1} = \frac{1}{J_{sN}} \frac{K_s}{K_{sR}} .$$

Durch Einsetzen in die Gleichung (F.125), Beachtung der Gleichungen (F.57), (F.107)₁₋₂, (F.108) und (F.109) und Vernachlässigen der diffusiven Anteile der totalen Spannung $n_\alpha \varrho^\alpha \hat{\mathbf{v}}_\alpha \hat{\mathbf{v}}_\alpha$ folgt unmittelbar die Verallgemeinerung der von ŠUKLJE [313] entwickelten konstitutiven Gleichung der totalen Spannung für den Fall eines Dreiphasengemisches mit kompressibler Feststoffphase. Bei analogem Vorgehen führt der von BLUHM [33] vorgelegte induktive, konstitutive Ansatz

$$J_{sR}(J_s) = \frac{K_s (J_s - 1)}{n_s^{0s} K_{sR}} + 1$$

auf die Verallgemeinerung der von NUR/BYERLEE [257] für den Bereich hoher Spannungen experimentell verifizierten, induktiven konstitutiven Gleichung der totalen Spannungen für den Fall eines Dreiphasengemisches mit einer kompressiblen Feststoffphase.

Die materielle Zeitableitung der konstitutiven Gleichung der Extraspannung der Feststoffphase \mathbf{T}_E^s in der Gleichung (F.100)₁ nach der Bewegung der Feststoffphase lautet

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{T}}_E^s = & 2 \frac{\dot{\cdot}}{(n_s \varrho^s)} \mathbf{F}_s \cdot \frac{\partial \psi_s}{\partial \mathbf{C}_s} \cdot \mathbf{F}_s^\top + 2 n_s \varrho^s \left\{ \mathbf{L}_s \cdot \mathbf{F}_s \cdot \frac{\partial \psi_s}{\partial \mathbf{C}_s} \cdot \mathbf{F}_s^\top + \right. \\ & \left. + \mathbf{F}_s \cdot \left(\frac{\partial \psi_s}{\partial \mathbf{C}_s} \right) \cdot \mathbf{F}_s^\top + \mathbf{F}_s \cdot \frac{\partial \psi_s}{\partial \mathbf{C}_s} \cdot \mathbf{F}_s^\top \cdot \mathbf{L}_s^\top \right\} . \end{aligned}$$

Für die Modellierung des barotropen, pyknotropen und argotropen Verhaltens von Korngerüsten granularer Lockergesteine ist eine geschlossene Funktion der spezifischen, HELMHOLTZschen freien Energie der Feststoffphase ψ_s nicht bekannt. Der Term der rechten Seite wird durch ein inkrementell formuliertes, induktives Stoffgesetz \mathbf{H}_E^s ersetzt

$$\overset{\Delta^s}{\mathbf{T}}_E^s = \mathbf{H}_E^s = \mathbf{H}_E^s(\mathbf{T}_E^s, \mathbf{D}_s, n^s) .$$

Mit einer zusätzlichen konstitutiven Funktion \mathbf{G}_E^s wird die physikalisch objektive materielle Zeitableitung der Extraspannung der Feststoffphase nach der Bewegung der Feststoffphase

$$\frac{\Delta^s}{dt} \mathbf{T}_E^s = \overset{\Delta^s}{\mathbf{T}}_E^s$$

mit der materiellen Zeitableitung nach der Bewegung der Feststoffphase verbunden, womit das induktive konstitutive Modell die Form

$$(F.127) \quad \dot{\mathbf{T}}_E^s = \mathbf{H}_E^s + \mathbf{G}_E^s$$

annimmt. Die konstitutive Gleichung der Extraspannung der Feststoffphase ist wegen der inkrementellen Formulierung eine Evolutionsgleichung, die in einem ARBITRARY-LAGRANGIAN-EULERIAN-Kontext in eine Erhaltungsgleichung für die Extraspannung der Feststoffphase übergeht [227]. Zur Entwicklung der Erhaltungsgleichung wird die inkrementelle konstitutive Gleichung (F.127) mit der partiellen Dichte der Feststoffphase $n_s \varrho^s$ multipliziert und durch Nutzung der lokalen Kontinuitätsgleichung (F.67) der Feststoffphase in rein LAGRANGEScher Formulierung nach der Bewegung der Feststoffphase ($\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v}_s$) in die folgende lokale Form überführt

$$\frac{D_s}{dt} n_s \varrho^s \mathbf{T}_E^s + n_s \varrho^s \mathbf{T}_E^s (\mathbf{v}_s \cdot \nabla_{\mathbf{r}}) = n_s \varrho^s \mathbf{H}_E^s + n_s \varrho^s \mathbf{G}_E^s + \hat{\varrho}_s \mathbf{T}_E^s .$$

Nach Integration über das Gebiet Γ wird die materielle Zeitableitung nach der Bewegung der Feststoffphase vor das Volumenintegral gebracht

$$\frac{D_s}{dt} \int_{\Gamma} n_s \varrho^s \mathbf{T}_E^s dV = \int_{\Gamma} n_s \varrho^s \mathbf{H}_E^s dV + \int_{\Gamma} n_s \varrho^s \mathbf{G}_E^s dV + \int_{\Gamma} \hat{\varrho}_s \mathbf{T}_E^s dV .$$

Der Vergleich mit der allgemeinen Form von Erhaltungsgleichungen (F.47) für die Feststoffphase mit $\alpha = s$ liefert die Identitäten für den Fluss- S_{ϕ_s} , Produktions- R_{ϕ_s} und Interaktionsterm \hat{R}_{ϕ_s} der physikalischen Größe ϕ_s als

$$\phi_s = \varrho^s \mathbf{T}_E^s , \quad S_{\phi_s} = 0 , \quad R_{\phi_s} = n_s \varrho^s (\mathbf{H}_E^s + \mathbf{G}_E^s) , \quad \hat{R}_{\phi_s} = \hat{\varrho}_s \mathbf{T}_E^s .$$

Durch Nutzung der Gleichungen (F.54) und (F.56) erhält man für das von einer Stoßwelle gestreifte Gebiet Γ eine Erhaltungsgleichung der Extraspannung der Feststoffphase in dem Bereich $\Gamma - \Sigma(t)$

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \frac{1}{J_{\tilde{\rho}}} \frac{\delta}{dt} J_{\tilde{\rho}} n_s \varrho^s \mathbf{T}_E^s dV + \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \{ n_s \varrho^s \mathbf{T}_E^s (\mathbf{v}_s - \tilde{\mathbf{v}}) \} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} dV = \\ = \int_{\Gamma - \Sigma(t)} n_s \varrho^s \mathbf{H}_E^s dV + \int_{\Gamma - \Sigma(t)} n_s \varrho^s \mathbf{G}_E^s dV + \int_{\Gamma - \Sigma(t)} \hat{\varrho}_s \mathbf{T}_E^s dV \end{aligned}$$

und eine dynamische Kompatibilitätsbedingung der Extraspannung der Feststoffphase an der Stoßwellenfront $\Sigma(t)$

$$(F.128) \quad \left[n_s \varrho^s \mathbf{T}_E^s (\mathbf{v}_s - \mathbf{c}) \right] \cdot \mathbf{n}_{\Sigma} = \mathbf{0} .$$

Bei hohen Deformationen mit $\mathbf{F}_s \not\approx \mathbf{1}$ oder $\mathbf{F}_s \not\approx \mathbf{1}$ kann das GREEN-NAGHDISCHE konstitutive Modell $\mathbf{G}_{E,GN}^s$ zur Überführung der physikalisch objektiven materiellen Zeitableitung der Extraspannung der Feststoffphase in eine materielle Zeitableitung nach der Bewegung der Feststoffphase genutzt werden, welches bei Beachtung der Definition der Rotationsrate \mathbf{R}_s der Feststoffphase aus Gleichung (F.26) folgende Form annimmt

$$(F.129) \quad \mathbf{G}_E^s = \mathbf{G}_{E,GN}^s = \mathbf{R}_s \cdot \mathbf{T}_E^s - \mathbf{T}_E^s \cdot \mathbf{R}_s \ .$$

Unter den Bedingungen begrenzter Deformationen des Feststoffes mit $F_s \approx 1$ geht das GREEN-NAGHDISCHE in das JAUMANNSCHE $\mathbf{G}_{E,J}^s$ konstitutive Modell

$$(F.130) \quad \mathbf{G}_E^s = \mathbf{G}_{E,J}^s = \mathbf{W}_s \cdot \mathbf{T}_E^s - \mathbf{T}_E^s \cdot \mathbf{W}_s$$

der mitgedrehten Spannungsrate über. Eine geschlossene mathematische Form der konstitutiven Gleichung \mathbf{H}_E^s ist aus der Theorie der Hypoplastizität bekannt und wurde sowohl in bodenmechanischen Elementversuchen als auch in Feldversuchen vielfach verifiziert [350].

Die hypoplastische konstitutive Gleichung ist positiv homogen annähernd erster Ordnung in der Deformationsrate \mathbf{D}_s und homogen der Ordnung m in der effektiven Korngerüstspannung \mathbf{T}_E^s . Mit einem beliebigen positiven Skalar λ gilt

$$\lambda \mathbf{H}_E^s(\mathbf{T}_E^s, \mathbf{D}_s, n^s) \approx \mathbf{H}_E^s(\mathbf{T}_E^s, \lambda \mathbf{D}_s, n^s) \ ,$$

$$\lambda^m \mathbf{H}_E^s(\mathbf{T}_E^s, \mathbf{D}_s, n^s) = \mathbf{H}_E^s(\lambda \mathbf{T}_E^s, \mathbf{D}_s, n^s) \ .$$

Durch Erfüllung dieser Bedingungen werden mit der hypoplastischen konstitutiven Gleichung proportionale Dehnungspfade bei proportionalen Spannungspfaden und proportionale Spannungspfade bei proportionalen Dehnungspfaden beschrieben [17]. Die konstitutive Gleichung \mathbf{H}_E^s setzt sich aus einem in der Deformationsrate der Feststoffphase \mathbf{D}_s linearen, hypoelastischen Anteil \mathbf{H}_{EL}^s und einem nichtlinearen, hypoplastischen Anteil \mathbf{H}_{EN}^s zusammen

$$(F.131) \quad \mathbf{H}_E^s(\mathbf{T}_E^s, \mathbf{D}_s, n^s) = \mathbf{H}_{EL}^s(\mathbf{T}_E^s, \mathbf{D}_s, n^s) + \mathbf{H}_{EN}^s(\mathbf{T}_E^s, \mathbf{D}_s, n^s) \ ,$$

die zur Erfassung des konstitutiven Verhaltens von *einfachen Korngerüsten* in der folgenden Form postuliert werden (HERLE [170], VON WOLFFERSDORFF [350], [351])

$$\mathbf{H}_{EL}^s = f_b^s f_e^s \frac{(F_\vartheta^s)^2 \mathbf{D}_s + (F_\varphi^s)^2 \check{\mathbf{T}}_E^s \operatorname{tr}(\check{\mathbf{T}}_E^s \cdot \mathbf{D}_s)}{\operatorname{tr}(\check{\mathbf{T}}_E^s \cdot \check{\mathbf{T}}_E^s)} \ ,$$

$$\mathbf{H}_{EN}^s = f_b^s f_e^s f_d^s \frac{F_\vartheta^s F_\varphi^s (\check{\mathbf{T}}_E^s + \check{\mathbf{T}}_E^{s\nabla})}{\operatorname{tr}(\check{\mathbf{T}}_E^s \cdot \check{\mathbf{T}}_E^s)} \|\mathbf{D}_s\| \ .$$

Die Größe $\check{\mathbf{T}}_E^s$ stellt die über die Spur normierte dimensionslose Extraspannung des Feststoffes, $\check{\mathbf{T}}_E^{s\bullet}$ ihren isotropen und $\check{\mathbf{T}}_E^{s\nabla}$ ihren deviatorischen Anteil dar

$$\check{\mathbf{T}}_E^s = \frac{\mathbf{T}_E^s}{\operatorname{tr} \mathbf{T}_E^s} = \check{\mathbf{T}}_E^{s\bullet} + \check{\mathbf{T}}_E^{s\nabla} \ , \quad \check{\mathbf{T}}_E^{s\bullet} = \frac{1}{3} \mathbf{1} \ , \quad \check{\mathbf{T}}_E^{s\nabla} = \check{\mathbf{T}}_E^s - \frac{1}{3} \mathbf{1} \ ,$$

die aus der äquivalenten additiven Zerlegung der Extraspannung der Feststoffphase \mathbf{T}_E^s in einen isotropen $\mathbf{T}_E^{s\bullet}$ und einen deviatorischen Anteil $\mathbf{T}_E^{s\nabla}$ resultieren

$$\mathbf{T}_E^s = \mathbf{T}_E^{s\bullet} + \mathbf{T}_E^{s\nabla}, \quad \mathbf{T}_E^{s\bullet} = \frac{1}{3} (\text{tr } \mathbf{T}_E^s) \mathbf{1}, \quad \mathbf{T}_E^{s\nabla} = \mathbf{T}_E^s - \frac{1}{3} (\text{tr } \mathbf{T}_E^s) \mathbf{1}.$$

Die skalarwertigen Funktionen F_ϑ^s und F_φ^s sind durch die Fließbedingung von MATSUOKA/NAKAI [240], [249] bestimmt und mit den Gleichungen

$$F_\vartheta^s \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{8} \tan^2 \vartheta_s + \frac{2 - \tan^2 \vartheta_s}{2 + \sqrt{2} \tan \vartheta_s \cos 3\theta_s}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \tan \vartheta_s,$$

$$F_\varphi^s \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sqrt{3} (3 - \sin \varphi_{s,c})}{2\sqrt{2} \sin \varphi_{s,c}}$$

definiert [350], [351]. Die Winkel ϑ_s und θ_s ergeben sich aus den Definitionsgleichungen

$$\tan \vartheta_s \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{3} \|\check{\mathbf{T}}_E^{s\nabla}\|, \quad \cos 3\theta_s \stackrel{\text{def}}{=} -\sqrt{6} \frac{\text{tr} (\check{\mathbf{T}}_E^{s\nabla} \cdot \check{\mathbf{T}}_E^{s\nabla} \cdot \check{\mathbf{T}}_E^{s\nabla})}{\{\text{tr} (\check{\mathbf{T}}_E^{s\nabla} \cdot \check{\mathbf{T}}_E^{s\nabla})\}^{\frac{3}{2}}}.$$

Mit der skalarwertigen Pyknotropiefunktion f_d^s wird der residuale Reibungswinkel $\varphi_{s,c}$ porenzahlabhängig in einen Bruchreibungswinkel $\varphi_{s,p}$ korrigiert und das typische Volumendeformationsverhalten des Granulates in Abhängigkeit vom Verhältnis der momentanen Porenzahl n^s zu den spannungsabhängigen, charakteristischen Porenzahlen der kritischen n_c^s und der dichtesten Lagerung n_d^s erfasst

$$f_d^s \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{n^s - n_d^s}{n_c^s - n_d^s} \right)^{\alpha_s}.$$

Das Pyknotropieexponent α_s ist eine materialspezifische Größe, deren typischer Wertebereich für reale Granulate in $\alpha_s = (0, 1 \dots 0, 3)$ [1] liegt [160]. In dem Porenzahlbereich überkritischer Lagerung ($n^s > n_c^s$) wird ein kontraktiles, in dem Porenzahlbereich unterkritischer Lagerung ($n^s < n_c^s$) ein dilatantes Volumendeformationsverhalten im Korngerüst beschrieben. Mit der skalarwertigen Pyknotropiefunktion f_e^s wird der Porenzahleinfluss auf die inkrementelle Steifigkeit des Granulates modelliert

$$f_e^s \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{n_c^s}{n^s} \right)^{\beta_s}.$$

Das Pyknotropieexponent β_s ist eine materialspezifische Größe und nimmt für reale Granulate einen typischen und engen Wertebereich von $\beta_s = (1, 0 \dots 1, 1)$ [1] an [160]. Die Abhängigkeit der charakteristischen Porenzahlen der *rein isotropen Kompression* n_i^s , des *kritischen Zustandes* n_c^s und der *dichtesten Lagerung* n_d^s des Korngerüsts von dem Niveau der im Korngerüst herrschenden Extraspannungen wird mit einem von BAUER [14] postulierten, induktiven, isotropen Kompressionsgesetz erfasst

$$(F.132) \quad \frac{n_i^s}{n_{i0}^s} = \frac{n_c^s}{n_{c0}^s} = \frac{n_d^s}{n_{d0}^s} = \exp \left\{ - \left(- \frac{\text{tr} \mathbf{T}_E^s}{h_E^s} \right)^{\varkappa_s} \right\} .$$

Die Größen n_{i0}^s , n_{c0}^s und n_{d0}^s sind granulatspezifische Anfangswerte der charakteristischen Potenzahlen bei verschwindendem isotropem Anteil der Extraspannung des Korngerüsts ($\text{tr} \mathbf{T}_E^s = 0$). Die Granulathärte h_E^s und das Kompressionsexponent \varkappa_s sind materialspezifische Kalibrationsgrößen, deren gute Anpassung an experimentelle Ergebnisse in einem Spannungsbereich von $\text{tr} \mathbf{T}_E^s = -(10^{-6} \dots 10^{-3}) \cdot h_E^s$ möglich ist [162].

Die skalare Funktion f_b^s ist der *Barotropiefaktor*, mit dem das spannungsabhängige, inkrementelle Steifigkeitsverhalten in der konstitutiven Gleichung berücksichtigt wird. Der Barotropiefaktor geht aus der Konsistenzbedingung hervor, dass bei einer reinen isotropen Kompression des Granulates unter den Bedingungen

$$(F.133) \quad n^s = n_i^s, \quad \mathbf{T}_E^s = \mathbf{T}_E^{s\bullet}, \quad \mathbf{D}_s = -\mathbf{1}$$

die konstitutive Gleichung (F.131) exakt in das Kompressionsgesetz (F.132) übergehen muss. Zum Herleiten des Barotropiefaktors wird die materielle Zeitableitung des isotropen Anteils der Extraspannungen im Korngerüst $\mathbf{T}_E^{s\bullet}$ nach der Bewegung der Feststoffphase sowohl aus dem isotropen Kompressionsgesetz (F.132) mit

$$(F.134) \quad \dot{\mathbf{T}}_E^{s\bullet} = \frac{1}{3} \frac{\dot{n}_i^s}{n_i^s} \frac{h_E^s}{\varkappa_s} \left(- \frac{\text{tr} \mathbf{T}_E^s}{h_E^s} \right)^{1-\varkappa_s} \mathbf{1}$$

als auch aus dem hypoplastischen Stoffgesetz (F.131) durch Einführung der aus der isotropen Kompression (F.133)₁₋₃ resultierenden Bedingungen

$$(F.135) \quad \check{\mathbf{T}}_E^s = \mathbf{1}, \quad \check{\mathbf{T}}_E^{s\nabla} = \mathbf{O}, \quad F_\varphi^s = 1, \quad \text{tr} \mathbf{D}_s = -3$$

und Beachtung des isotropen Kompressionsgesetzes (F.132) in den Pyknotropiefaktoren mit

$$(F.136) \quad \check{\mathbf{T}}_E^{s\bullet} = f_b^s \left(\frac{n_{c0}^s}{n_{i0}^s} \right)^{\beta_s} \left\{ -3 - (F_\varphi^s)^2 + F_\varphi^s \sqrt{3} \left(\frac{n_{i0}^s - n_{d0}^s}{n_{c0}^s - n_{d0}^s} \right)^{\alpha_s} \right\} \mathbf{1}$$

gewonnen. Durch Gleichsetzen der Gleichungen (F.134) und (F.136) resultiert die skalarwertige Funktion f_b^s zur Erfassung der barotropen Effekte des Korngerüsts nach Umstellung

$$(F.137) \quad f_b^s = \frac{1}{3} \frac{\dot{n}_i^s}{n_i^s} \frac{h_E^s}{\varkappa_s} \left(\frac{n_{i0}^s}{n_{c0}^s} \right)^{\beta_s} \left(- \frac{\text{tr} \mathbf{T}_E^s}{h_E^s} \right)^{1-\varkappa_s} \times \\ \times \left\{ -3 - (F_\varphi^s)^2 + F_\varphi^s \sqrt{3} \left(\frac{n_{i0}^s - n_{d0}^s}{n_{c0}^s - n_{d0}^s} \right)^{\alpha_s} \right\}^{-1} .$$

Zur Eliminierung der materiellen Zeitableitung der Porenzahl der isotropen Kompression auf der rechten Seite wird die materielle Zeitableitung der Porenzahl nach der Bewegung der Feststoffphase mit Hilfe der Definitionsgleichung (F.3) betrachtet und die Gleichung (F.82) für die darin erscheinende materielle Zeitableitung der Volumenfraktion der Feststoffphase nach der Bewegung der Feststoffphase eingeführt

$$\frac{\dot{n}^s}{n^s} = -\frac{\dot{n}_s^s}{(n_s^s)^2} = (1 + n^s) (\text{tr } \mathbf{D}_s - \text{tr } \mathbf{D}_{sR}) .$$

Durch Berücksichtigung des Kompressibilitätsfaktors der Feststoffphase Λ_{sR} aus der Anwendung der Gleichung (F.124) auf den Feststoff ($\alpha = s$) folgt

$$\frac{\dot{n}^s}{n^s} = (1 + n^s) (1 - J_{sN} \Lambda_{sR}) \text{tr } \mathbf{D}_s .$$

Nach Einsetzen in die Gleichung (F.137) und Beachten der Bedingungen für die Porenzahl und für die Spur der Deformationsrate bei isotroper Kompression in der Gleichung (F.135)₄ resultiert die Definitionsgleichung eines allgemeinen, sowohl für kompressible als auch für inkompressible Feststoffphase geltenden Barotropiefaktors

$$(F.138) \quad f_b^s = \frac{h_E^s}{\varkappa_s} \left(\frac{n_{i0}^s}{n_{c0}^s} \right)^{\beta_s} \frac{(1 + n_i^s)}{n_i^s} (1 - J_{sN} \Lambda_{sR}) \left(-\frac{\text{tr } \mathbf{T}_E^s}{h_E^s} \right)^{1-\varkappa_s} \times \\ \times \left\{ 3 + (F_\varphi^s)^2 - F_\varphi^s \sqrt{3} \left(\frac{n_{i0}^s - n_{d0}^s}{n_{c0}^s - n_{d0}^s} \right)^{\alpha_s} \right\}^{-1} .$$

Es ist interessant anzumerken, dass der in dem Barotropiefaktor f_b^s erscheinende Term zur Erfassung der Effekte aus der Kompressibilität der Feststoffphase

$$(1 - J_{sN} \Lambda_{sR})$$

auch in die deduktive konstitutive Gleichung (F.125) der partiellen Spannungen des Korngerüsts mit kompressibler Feststoffphase in identischer Gestalt eingeht. Für den Fall der Inkompressibilität der Feststoffphase ($\text{tr } \mathbf{D}_{sR} \rightarrow 0$ und $\Lambda_{sR} \rightarrow 0$) geht der Barotropiefaktor in (F.138) asymptotisch in die von VON WOLFFERSDORFF unter der Annahme eines Korngerüsts mit inkompressibler Feststoffphase entwickelte Form über [350], [351]. Die vorliegende Erweiterung des Barotropiefaktors zur Berücksichtigung der Kompressibilität der Feststoffphase in der hypoplastischen konstitutiven Gleichung ermöglicht die Lockerung der von HERLE [170] formulierten Forderungen eines *einfachen Korngerüsts* insofern, dass der Zustand des Korngerüsts neben den Extraspannungen der porösen Feststoffphase \mathbf{T}_E^s und der Porenzahl n^s durch den Kompressibilitätsfaktor der Feststoffphase Λ_{sR} bestimmt ist. Die Permanenz von Körnern des Korngerüsts ist wegen mikroskopischen Deformationen in dem wahren Material der Feststoffphase nicht gegeben, womit makroskopische Deformationen des Korngerüsts auch auf eine rein mikroskopische Deformation des wahren Materials der Feststoffphase beruhen können.

Durch die Berücksichtigung der Pyknotropie kann die hypoplastische konstitutive Gleichung (F.131) das durch den *kritischen Zustand*

$$\dot{\mathbf{T}}_E^s = \mathbf{0} \quad , \quad \dot{n}^s = 0 \quad , \quad n^s = n_c^s \quad , \quad f_d^s = f_e^s = 1$$

definierte stationäre Fließen des granularen Korngerüsts der Feststoffphase beschreiben. Damit ist es theoretisch möglich, mit der konstitutiven Gleichung auch Verdichtungseffekte in dem modellierten, sprengbelasteten Lockergestein zu erfassen.

Bei der Modellierung von Sprengungen in Böden muss die wichtige mathematische Eigenschaft der in der Gleichung (F.131) vorliegenden Form der hypoplastischen konstitutiven Gleichung berücksichtigt werden, dass die Beschreibung des mechanischen Vorganges der Sprengbelastung nur unter der Bedingung

$$\max(\operatorname{tr} \mathbf{T}_E^s) \ll \max(p^s)$$

möglich ist. Bei der Sprengbelastung von locker gelagerten, rolligen Lockergesteinen mit annähernd voller Wassersättigung kann von der Gültigkeit dieser Bedingung ausgegangen werden, weil sich die durch Sprengbelastung eingetragene Zunahme der totalen Spannungen, wegen des bevorzugt kontraktiven Korngerüstverhaltens, in einem erheblichen Anteil auf den Porendruck verlagern wird. Wegen der Kompressibilität der Gasphase wächst die Erhöhung der effektiven Spannungen mit abnehmender Fluidsättigung an. Obwohl das isotrope Kompressionsgesetz (F.132) aus mathematischer Sicht für isotrope effektive Spannungen von $0 \leftarrow \operatorname{tr} \mathbf{T}_E^s \rightarrow \infty$ konsistent ist, werden wegen des verstärkten Einsetzens von Kornbruchvorgängen unrealistisch hohe isotrope Verdichtungseffekte beim Verlassen des Bereiches optimaler Anpassung in Richtung hohe wirksame Spannungen modelliert [162]. Unter den Bedingungen, dass das Korngerüst einen hohen Anteil des durch die Stoßwelle eingetragenen Druckes tragen muss, wird das isotrope Kompressionsgesetz in eine Zustandsgleichung der Form

$$(F.139) \quad p_E^s = p_E^s(\varrho_s, \epsilon_s)$$

übergehen, in der die spezifische innere Energie des Korngerüsts zur Erfassung irreversibler thermodynamischer Vorgänge im Korngerüst (wie Kornbruchvorgänge) unter hoher isotroper Druckbelastung als zusätzliche unabhängige Variable erscheint. Die Größe p_E^s repräsentiert den isotropen effektiven Druck (Extradruck) im Korngerüst und ergibt sich aus der Gleichung

$$p_E^s = -\frac{1}{3} \operatorname{tr} \mathbf{T}_E^s \quad .$$

Durch Einführung des isotropen effektiven Druckes in das isotrope Kompressionsgesetz (F.132) und Umstellung kann leicht gezeigt werden, dass es einen Sonderfall der Zustandsgleichung (F.139) darstellt. Eine konkrete und experimentell verifizierte Form der Zustandsgleichung (F.139) ist zum gegenwärtigen Stand des Wissens nicht bekannt. Aus umfangreichen experimentellen Untersuchungen von TRUNIN mit Stoßwellen geht hervor, dass die Beschreibung des

Verhaltens von porösem Quarz (SiO_2) bei aus geotechnischer Sicht relevanten Ausgangsdichten von $\varrho_{s,0} = (1,15 \dots 2,13) [g/cm^3]$ in einem Druckbereich von $p_E^s \leq 10 [GPa]$ mit einer mathematisch stetigen Zustandsgleichung prinzipiell möglich ist. In Anbetracht des Detonationsdruckes bekannter Sprengmittel (siehe Tabelle 4.1) wäre der Druckbereich $p_E^s \leq 10 [GPa]$ zur mathematischen Modellierung in praktisch relevanten Problemstellungen der Sprengbelastung von Lockergesteinen bei niedriger Wassersättigung bereits ausreichend. Eine Modellierung in höheren Druckbereichen könnte bei brisanten Sprengstoffen mit extrem hohem Detonationsdruck erforderlich werden. In dem Druckbereich von $p_E^s = (10 \dots 20) [GPa]$ wird die mathematisch stetige Beschreibung des Kompressionsverhaltens von porösem Quarz bei Stoßwellenbelastung durch eine sprungartige Dichteänderung erschwert, die von TRUNIN mit Phasenübergängen erster Ordnung begründet werden [331].

Die Erweiterung des isotropen Kompressionsgesetzes sowie ihre Verifizierung für Spannungsbereiche $\text{tr } \mathbf{T}_E^s \gtrsim h_E^s$ erfordert theoretische Weiterentwicklung und die Anwendung fortschrittlicher experimenteller Techniken für die Erfassung der mechanischen Eigenschaften von Lockergesteinen bei einer unter bodenmechanisch definierten Ausgangsbedingungen eingetragenen Stoßwellenbelastung [287]. Weiterhin ist die Eingrenzung des Wertebereiches zulässiger Fluidsättigungsgrade erforderlich, bei denen die hypoplastische konstitutive Gleichung in der vorliegenden Form zur Beschreibung des Vorganges der Sprengbelastung von granularen Lockergesteinen eignet, ohne die von HERLE formulierten und zur Erfassung der Kompressibilität der Feststoffphase erweiterten Bedingungen eines einfachen Korngerüsts zu verletzen [170].

F.3 Spezielle Theorie der Sprengbelastung von Lockergesteinen

Die spezielle Theorie der Bewegung eines teilgesättigten, rolligen Lockergesteins unter Sprengbelastung wird unter Zugrundelegung der aus der mit dem Konzept der Volumenfraktionen erweiterten Theorie poröser Medien hervorgehenden allgemeinen Theorie eines Dreiphasengemisches mit kompressiblen sowie inkompressiblen Phasen formuliert. Die bisher eingeführten vereinfachenden Annahmen der verschwindenden Massenübertragung $\hat{\rho}_\alpha = 0$, verschwindenden Drallübertragung $\hat{m}_\alpha = \mathbf{o}$, $\mathbf{T}_\alpha = \mathbf{T}_\alpha^\top$ sowie der einheitlichen Gemischtemperatur $\Theta_\alpha = \Theta$ werden durch die Vernachlässigung thermischer Effekte $h_\alpha = 0$, $\mathbf{q}_\alpha = \mathbf{o}$, $\alpha^\ominus = \beta_f^\ominus = \beta_g^\ominus = 0$ und der lokalen Übertragung der spezifischen inneren Energie $\hat{e}_\alpha = 0$ zwischen den Konstituenten des Gemisches erweitert. Durch Einführung des zusätzlichen Spannungsanteils aus der künstlichen Viskosität in die partiellen \mathbf{T}_α und damit in die totalen Spannungen \mathbf{T} mit der Gleichung (F.106) können die dynamischen Kompatibilitätsbedingungen aus den Gleichungen (F.61), (F.62) und (F.128) an der Wellenfrontfläche $\Sigma(t)$ als erfüllt betrachtet werden. Ausgehend von den entwickelten deduktiven und induktiven konstitutiven Gleichungen sowie Berücksichtigung der Gleichungen (F.59) und (F.60) lautet das System von Erhaltungsgleichungen in der speziellen Theorie der Sprengbelastung von Lockergesteinen in dem Gebiet $\Gamma' = \Gamma$ für das gesamte Gemisch

$$(F.140) \quad \int_{\Gamma'} \frac{1}{J_{\tilde{\rho}}} \frac{\delta}{dt} J_{\tilde{\rho}} \mathbf{P}' dV + \int_{\Gamma'} \{ \mathbf{P}' (\mathbf{v}' - \tilde{\mathbf{v}}) \} \cdot \nabla_r dV = \int_{\Gamma'} \mathbf{S}' \cdot \nabla_r dV + \int_{\Gamma'} \mathbf{R}' dV$$

und für die einzelnen Konstituenten α des Gemisches

$$(F.141) \quad \int_{\Gamma'} \frac{1}{J_{\tilde{\rho}}} \frac{\delta}{dt} J_{\tilde{\rho}} \mathbf{P}'_{\alpha} dV + \int_{\Gamma'} \{ \mathbf{P}'_{\alpha} (\mathbf{v}_{\alpha} - \tilde{\mathbf{v}}) \} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} dV = \int_{\Gamma'} \mathbf{S}'_{\alpha} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} dV + \\ + \int_{\Gamma'} \mathbf{R}'_{\alpha} dV + \int_{\Gamma'} \hat{\mathbf{R}}'_{\alpha} dV .$$

Das an die Symbole herangestellte Apostroph deutet hier und im folgenden die Einführung der künstlichen Viskosität sowie die Konkretisierung von Größen im Rahmen der speziellen Theorie an. Die baryzentrische Geschwindigkeit des Dreiphasengemisches ist definiert durch

$$(F.142) \quad \mathbf{v}' = \frac{1}{\varrho} (n_s \varrho^s \mathbf{v}_s + n_f \varrho^f \mathbf{v}_f + n_g \varrho^g \mathbf{v}_g) ,$$

womit die Diffusionsgeschwindigkeit der einzelnen Phasen ermittelt werden kann

$$\hat{\mathbf{v}}'_f = \mathbf{v}_f - \mathbf{v}' , \quad \hat{\mathbf{v}}'_g = \mathbf{v}_g - \mathbf{v}' , \quad \hat{\mathbf{v}}'_s = \mathbf{v}_s - \mathbf{v}' .$$

Die symbolischen Vektoren \mathbf{P}' , \mathbf{P}'_f , \mathbf{P}'_g und \mathbf{P}'_s enthalten die unbekanntenen physikalischen Größen des Gemisches und der Phasen

$$\mathbf{P}' = \left\{ \begin{array}{c} \varrho \\ \varrho \mathbf{v}' \\ \varrho (\epsilon' + \frac{1}{2} \mathbf{v}' \cdot \mathbf{v}') \\ 0 \end{array} \right\} , \quad \mathbf{P}'_f = \left\{ \begin{array}{c} n_f \varrho^f \\ n_f \varrho^f \mathbf{v}_f \\ n_f \varrho^f (\epsilon_f + \frac{1}{2} \mathbf{v}_f \cdot \mathbf{v}_f) \\ 0 \end{array} \right\} , \\ \mathbf{P}'_g = \left\{ \begin{array}{c} n_g \varrho^g \\ n_g \varrho^g \mathbf{v}_g \\ n_g \varrho^g (\epsilon_g + \frac{1}{2} \mathbf{v}_g \cdot \mathbf{v}_g) \\ 0 \end{array} \right\} , \quad \mathbf{P}'_s = \left\{ \begin{array}{c} n_s \varrho^s \\ n_s \varrho^s \mathbf{v}_s \\ n_s \varrho^s (\epsilon_s + \frac{1}{2} \mathbf{v}_s \cdot \mathbf{v}_s) \\ n_s \varrho^s \mathbf{T}_E^s \end{array} \right\} .$$

Die innere Energie des Gemisches ϵ' kann aus dem Zusammenhang

$$(F.143) \quad \epsilon' = \frac{1}{\varrho} \left(n_f \varrho^f (\epsilon_f + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{v}}'_f \cdot \hat{\mathbf{v}}'_f) + n_g \varrho^g (\epsilon_g + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{v}}'_g \cdot \hat{\mathbf{v}}'_g) + n_s \varrho^s (\epsilon_s + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{v}}'_s \cdot \hat{\mathbf{v}}'_s) \right)$$

ermittelt werden. Die Flussterme für das gesamte Gemisch \mathbf{S}' sowie für die Konstituenten \mathbf{S}'_f , \mathbf{S}'_g und \mathbf{S}'_s lauten

$$\mathbf{S}' = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{T}' \\ \mathbf{v}' \cdot \mathbf{T}' - \mathbf{q}' \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{S}'_f = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{T}'_f \\ \mathbf{v}'_f \cdot \mathbf{T}'_f \\ 0 \end{Bmatrix},$$

$$\mathbf{S}'_g = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{T}'_g \\ \mathbf{v}'_g \cdot \mathbf{T}'_g \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{S}'_s = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{T}'_s \\ \mathbf{v}'_s \cdot \mathbf{T}'_s \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

Das Konzept der künstlichen Viskosität wird über die partiellen Spannungen in den totalen Spannungszustand des Gemisches \mathbf{T}' einbezogen, der sich aus der folgenden Gleichung ergibt

$$(F.144) \quad \mathbf{T}' = \mathbf{T}'_f - n_f \varrho^f \hat{\mathbf{v}}'_f \hat{\mathbf{v}}'_f + \mathbf{T}'_g - n_g \varrho^g \hat{\mathbf{v}}'_g \hat{\mathbf{v}}'_g + \mathbf{T}'_s - n_s \varrho^s \hat{\mathbf{v}}'_s \hat{\mathbf{v}}'_s.$$

Der Wärmefluss term des Gemisches \mathbf{q}' ergibt sich mit den eingeführten vereinfachenden Annahmen zu

$$\begin{aligned} \mathbf{q}' = & -\hat{\mathbf{v}}'_f \cdot \mathbf{T}'_f - n_f \varrho^f \hat{\mathbf{v}}'_f \left(\epsilon_f + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{v}}'_f \cdot \hat{\mathbf{v}}'_f \right) - \\ & -\hat{\mathbf{v}}'_g \cdot \mathbf{T}'_g - n_g \varrho^g \hat{\mathbf{v}}'_g \left(\epsilon_g + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{v}}'_g \cdot \hat{\mathbf{v}}'_g \right) - \\ & -\hat{\mathbf{v}}'_s \cdot \mathbf{T}'_s - n_s \varrho^s \hat{\mathbf{v}}'_s \left(\epsilon_s + \frac{1}{2} \hat{\mathbf{v}}'_s \cdot \hat{\mathbf{v}}'_s \right). \end{aligned}$$

Die Produktionsterme für das gesamte Gemisch \mathbf{R}' sowie für die Konstituenten \mathbf{R}'_f , \mathbf{R}'_g und \mathbf{R}'_s lauten

$$\mathbf{R}' = \begin{Bmatrix} 0 \\ \varrho \mathbf{b}' \\ \varrho \mathbf{v}' \cdot \mathbf{b}' + \varrho h' \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{R}'_f = \begin{Bmatrix} 0 \\ n_f \varrho^f \mathbf{b}_f \\ n_f \varrho^f \mathbf{v}'_f \cdot \mathbf{b}_f \\ 0 \end{Bmatrix},$$

$$\mathbf{R}'_g = \begin{Bmatrix} 0 \\ n_g \varrho^g \mathbf{b}_g \\ n_g \varrho^g \mathbf{v}'_g \cdot \mathbf{b}_g \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{R}'_s = \begin{Bmatrix} 0 \\ n_s \varrho^s \mathbf{b}_s \\ n_s \varrho^s \mathbf{v}'_s \cdot \mathbf{b}_s \\ n_s \varrho^s (\mathbf{H}_E^s + \mathbf{G}_E^s) \end{Bmatrix}.$$

Die Wirkung äußerer Kräfte auf den Bewegungsvorgang des Gemisches wird durch den Produktionsterm \mathbf{b}' aus der über die partielle Dichte gewichteten Summe der Wirkung äußerer Kräfte auf die einzelnen Phasen erfasst

$$\mathbf{b}' = \frac{1}{\varrho} (n_f \varrho^f \mathbf{b}_f + n_g \varrho^g \mathbf{b}_g + n_s \varrho^s \mathbf{b}_s).$$

Der Wärmeproduktionsterm des Gemisches h' erhält mit den eingeführten Vereinfachungen die Form

$$h' = \frac{1}{\varrho} (n_f \varrho^f \hat{\mathbf{v}}'_f \cdot \mathbf{b}_f + n_g \varrho^g \hat{\mathbf{v}}'_g \cdot \mathbf{b}_g + n_s \varrho^s \hat{\mathbf{v}}'_s \cdot \mathbf{b}_s) .$$

Die Interaktionsterme der Phasen $\hat{\mathbf{R}}'_f$, $\hat{\mathbf{R}}'_g$ und $\hat{\mathbf{R}}'_s$ erhalten die einfache Form

$$\hat{\mathbf{R}}'_f = \begin{Bmatrix} 0 \\ \hat{\mathbf{p}}'_f \\ \mathbf{v}_f \cdot \hat{\mathbf{p}}'_f \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{R}}'_g = \begin{Bmatrix} 0 \\ \hat{\mathbf{p}}'_g \\ \mathbf{v}_g \cdot \hat{\mathbf{p}}'_g \\ 0 \end{Bmatrix},$$

(F.145)

$$\hat{\mathbf{R}}'_s = \begin{Bmatrix} 0 \\ -\hat{\mathbf{p}}'_f - \hat{\mathbf{p}}'_g \\ -\mathbf{v}_f \cdot \hat{\mathbf{p}}'_f - \mathbf{v}_g \cdot \hat{\mathbf{p}}'_g \\ 0 \end{Bmatrix},$$

deren Verschwinden in der Summe über alle Konstituenten die notwendige und hinreichende Bedingung der Erfüllung der Erhaltungsgleichungen des Gemisches bildet

$$\hat{\mathbf{R}}'_f + \hat{\mathbf{R}}'_g + \hat{\mathbf{R}}'_s = \mathbf{0} .$$

Die spezielle Theorie der Sprengbelastung von Lockergesteinen wird durch die Evolutionsgleichung (F.41) für die JACOBIsche Determinante des arbiträren Bezugssystems $J_{\hat{\rho}}$, die Bedingung der Volumenerhaltung (F.4), die Zustandsgleichungen (F.110), (F.111) oder (F.112), die induktiven konstitutiven Gleichungen der Impulsübertragungsterme (F.117)₁₋₃, der Kapillarität (F.116), der relativen Durchlässigkeiten (F.119)₁₋₂, der Permeabilitätstensoren (F.118)₁₋₂ oder (F.120)₁₋₂, der partiellen Spannungen (F.107)₁₋₂ und (F.125), der künstlichen Viskosität (F.104) und (F.105)₁₋₃ sowie der effektiven Spannung der porösen Feststoffphase (F.127) mit der hypoplastischen konstitutiven Gleichung (F.131) und der Spannungsrate (F.129) oder (F.130) abgeschlossen. In der Tabelle F.4 sind die Unbekannten und zugehörigen Bestimmungsgleichungen zusammengestellt worden. Ordnungszahlen von Gleichungen eines Gleichungssystems wurden mit in geschweiften Klammern ($\{\cdot\}$) eingeschlossenen, tiefgestellten Indizes hinter den Gleichungsnummern gekennzeichnet. Zur Lösung der mathematischen Problemstellung der speziellen Theorie ist das Vorschreiben der gesuchten physikalischen Größen zum Beginn sowie ihres Verhaltens an gegebenen Punkten des Beobachtungsgebietes während des Deformationsvorganges in Form von Anfangs- und Randbedingungen, die Vorgabe der Kinematik des arbiträren Bezugssystems und die korrekte Einführung der materialspezifischen Kennwerte der konstitutiven Gleichungen erforderlich.

F.3.1 Ansatz zur Kinematik des arbiträren Bezugssystems

Zur Lösung einer in ARBITRARY-LAGRANGIAN-EULERIAN-Formulierung gegebenen mathematischen Problemstellung ist es erforderlich, ein Geschwindigkeitsfeld $\tilde{\mathbf{v}}$ für die Bewegung

Tabelle F.4: Bilanz von Gleichungen und Unbekannten in der speziellen Theorie

Größe:	Unbekannte(n):	Anzahl:	Gleichung(en):	Anzahl:
$J_{\tilde{\rho}}$:	$J_{\tilde{\rho}}$	1	(F.41)	1
n_{α} :	n_s, n_f, n_g	3	(F.141) _{1}	3
q :	q	1	(F.140) _{1} oder (F.9)	1
q^{α} :	q^s, q^f, q^g	3	(F.111) oder (F.112)	3
\mathbf{v}' :	\mathbf{v}'	1	(F.140) _{2} oder (F.142)	1
\mathbf{v}_{α} :	$\mathbf{v}_s, \mathbf{v}_f, \mathbf{v}_g$	3	(F.141) _{2}	3
ϵ' :	ϵ'	1	(F.140) _{3} oder (F.143)	1
ϵ_{α} :	$\epsilon_s, \epsilon_f, \epsilon_g$	3	(F.141) _{3}	3
\mathbf{T}' :	\mathbf{T}'	1	(F.144)	1
\mathbf{T}'_{α} :	$\mathbf{T}'_s, \mathbf{T}'_f, \mathbf{T}'_g$	3	(F.107) ₁₋₂ , (F.125) und (F.104) mit (F.105) ₁₋₃	3
p^{α} :	p^s, p^f, p^g	3	(F.4) und (F.109) mit (F.108), (F.113), (F.116)	3
$\mathbf{T}'_{\mathbb{E}}$:	$\mathbf{T}'_{\mathbb{E}}$	1	(F.141) _{4} mit (F.129) oder (F.130) und (F.131)	1
$\tilde{\mathbf{p}}'_{\alpha}$:	$\tilde{\mathbf{p}}'_s, \tilde{\mathbf{p}}'_f, \tilde{\mathbf{p}}'_g$	3	(F.117) ₁₋₃ mit (F.119) ₁₋₂ und (F.118) ₁₋₂ oder (F.120) ₁₋₂	3
\hat{e}'_{α} :	$\hat{e}'_s, \hat{e}'_f, \hat{e}'_g$	3	(F.145) _{1\{3\}} (F.145) _{2\{3\}} (F.145) _{3\{3\}}	3
Unbekannte insgesamt:		33	Gleichungen insgesamt:	33

diskreter Punkte des Bezugssystems im Lösungsgebiet vorzugeben. Die Festlegung des arbiträren Geschwindigkeitsfeldes ist in Punkten des Lösungsgebietes mit reiner arbiträrer kinematischer Beschreibung frei wählbar und in materiellen oder räumlichen Punkten vorgegeben. Die Kinematik des arbiträren Bezugssystems muss in der Weise vorgeschrieben werden, dass seine Verzerrung unter den eingetragenen Zwangsbedingungen minimal bleibt. Ein heuristisches Geschwindigkeitsfeld für das Bezugssystem wurde von DONEA vorgeschlagen [121], bei dem sich die Bewegung an den geometrischen Verhältnissen der Anfangskonfiguration orientiert. STILLMANN berichtet über ähnliches Vorgehen bei der numerischen Berechnung von Vorgängen mit sehr großen Deformationen [307]. In Punkten mit einer reinen LAGRANGESchen oder reinen EULERSchen Beschreibung unterliegt das arbiträre Geschwindigkeitsfeld folgenden Zwangsbedingungen:

- **Verfolgung des Zustandes materieller Punkte:** In Punkten des arbiträren Bezugssystems $\tilde{\rho} = \tilde{\rho}_{L\beta}$, in denen der Zustand eines gegebenen materiellen Punktes ρ_{β} einer ausgewählten Phase β gesucht ist, entspricht die Bewegung des arbiträren Bezugssystems der materiellen Geschwindigkeit \mathbf{v}_{β} dieser Phase

$$\tilde{\mathbf{v}}(\tilde{\rho}_{L\beta}, t) = \mathbf{v}_{\beta}(\tilde{\rho}_{L\beta}, t) .$$

In diesen Punkten geht die Beschreibung des mechanischen Vorganges in eine reine LAGRANGESche Formulierung nach der Bewegung der ausgewählten Phase β über. Bei der Sprengbelastung von Lockergesteinen sind Veränderungen in den Eigenschaften der Feststoffphase von besonderem Interesse, und es soll als ausgewählte Phase für gewisse Punkte des Bezugssystems gelten ($\beta = s$). Obwohl in einem gegebenen Punkt des arbiträren Bezugssystems zu einem gegebenen Zeitpunkt nur die Verfolgung einer einzigen, ausgewählten Phase möglich ist, ist der Beobachtung der Bewegung von materiellen Punkten mehrerer Phasen in unterschiedlichen Punkten des arbiträren Bezugssystems je-

doch zumindest keine theoretische Grenze gesetzt. In Punkten des arbiträren Bezugssystems $\tilde{\rho} = \tilde{\rho}_L$, in denen der Zustand des Gemisches mit der materiellen Koordinate ρ gesucht ist, wird die Bewegung des arbiträren Bezugssystems an die baryzentrische Geschwindigkeit des Gemisches gekoppelt

$$\tilde{\mathbf{v}}(\tilde{\rho}_L, t) = \mathbf{v}(\tilde{\rho}_L, t) .$$

- **Verfolgung des Zustandes räumlicher Punkte:** In Punkten des arbiträren Bezugssystems $\tilde{\rho} = \tilde{\rho}_E$, in denen der Zustand eines räumlich festen Punktes \mathbf{r} gesucht ist, wird die Bewegung des arbiträren Bezugssystems unterbunden

$$\tilde{\mathbf{v}}(\tilde{\rho}_E, t) = \mathbf{o} .$$

In diesen Punkten geht die kinematische Beschreibung des mechanischen Vorganges in eine reine EULERSche Formulierung über.

F.3.2 Ansatz zur numerischen Lösung

Die mit den Gleichungen (F.140) und (F.141) formulierte Aufgabenstellung der speziellen Theorie der Sprengbelastung von Lockergesteinen kann mit Hilfe der Finiten-Volumen-Methode in ein algebraisches Gleichungssystem überführt werden. Die mit der Methode der finiten Differenzen eng verwandte Finite-Volumen-Methode zeichnet sich durch die Besonderheiten aus, dass sie als einzige numerische Methode zur exakten Lösung von Erhaltungsgleichungen verfügbar ist und die leichte Einführung von komplizierten Randbedingungen ermöglicht. Die Finite-Volumen-Methode findet in der numerischen Lösung von Problemstellungen der Fluid-dynamik (CFD, Computational Fluid Dynamics) sehr häufig Anwendung [111], [338] und gewinnt in der Kontinuummechanik und -dynamik (CCD, Computational Continuum Dynamics) insbesondere bei der Lösung von Aufgabenstellungen mit stark nichtlinearen und zusammengesetzten physikalischen Effekten immer mehr an Bedeutung [9], [93], [94], [95], [112], [165], [180], [299], [334], [346].

Die Finite-Volumen-Methode basiert auf der Diskretisierung und Lösung von Erhaltungsgleichungen mit Hilfe eines geometrischen Diskretisierungsschemas, das das Beobachtungsgebiet zum diskreten Zeitpunkt $t = \tau$ in kleine, diskrete Volumenbereiche ${}^{\tau}V$ mit einem zugehörigen geschlossenen Rand ${}^{\tau}A$ aufteilt. Die exakte Erfüllung der diskreten Erhaltungsgleichungen in jedem finiten Volumenelement ${}^{\tau}V$ sichert die Konservativität der Lösung im gesamten Beobachtungsgebiet.

Die Änderung einer beliebigen, analytischen, physikalischen Größe ϕ wird an diskreten, im geometrischen Zentrum der finiten Volumina angeordneten räumlichen Punkten (Knoten) mit der diskreten räumlichen Ortskoordinate $\mathbf{r} = {}_i\mathbf{r}$ zu diskreten Zeitpunkten $t = \tau$ betrachtet

$$\phi \Big|_{\mathbf{r}={}_i\mathbf{r}, t=\tau} = \phi(\mathbf{r} = {}_i\mathbf{r}, t = \tau) = {}^{\tau}\phi .$$

Für die diskrete Form des Volumenintegrals einer beliebigen, analytischen, physikalischen Größe ϕ über ein finites Volumenelement gilt bei einer genügend feinen Auflösung des geometrischen Diskretisierungsschemas mit ${}^T_i V \rightarrow 0$ die Näherung

$$(F.146) \quad \int_V \phi \, dV \Big|_{r=i\mathbf{r}, t=\tau, V=iV} \approx {}^T_i \phi_i {}^T_i V .$$

Die Grundlage der Finite-Volumen-Diskretisierung von Erhaltungsgleichungen an einem gegebenen geometrischen Diskretisierungsschema bildet ein diskreter Differentialoperator, der aus der Verallgemeinerung des GAUSSSchen Satzes der Integraltransformation hergeleitet wird. Für eine physikalische Größe beliebiger tensorieller Ordnung, die durch eine beliebige tensorielle Operation (*) mit dem Nabla-Operator des räumlichen Koordinatensystems verbunden ist, gilt die Identität

$$(F.147) \quad \int_V \phi * \nabla_{\mathbf{r}} \, dV = \int_A \phi * \mathbf{n}_A \, dA .$$

Die Größe \mathbf{n}_A bedeutet die Flächennormale der geschlossenen Berandung A des Integrationsgebietes V. Durch Anwendung der Identität (F.147) auf die finiten Volumina des geometrischen Diskretisierungsschemas und sinngemäße Nutzung der Gleichung (F.146) zur Umformung des Volumenintegrals auf der linken Seite resultiert die fundamentale Beziehung der Finiten-Volumen-Methode zur numerischen Approximation von beliebigen tensoriellen Operationen (*) zwischen einer physikalischen Größe beliebiger tensorieller Ordnung und dem Nabla-Operator des räumlichen Koordinatensystems

$$\phi * \nabla_{\mathbf{r}} \Big|_{r=i\mathbf{r}, t=\tau, V=iV} = \frac{1}{{}^T_i V} \int_A \phi * \mathbf{n}_A \, dA \Big|_{r=i\mathbf{r}, t=\tau, A=iA} .$$

Die numerische Approximation des Oberflächenintegrals führt auf eine generelle diskrete Form beliebiger tensorieller Operationen mit dem Nabla-Operator des räumlichen Koordinatensystems mit

$$(F.148) \quad \phi * \nabla_{\mathbf{r}} \Big|_{r=i\mathbf{r}, t=\tau, V=iV, A=iA} \approx {}^T_i \phi * {}^T_i \boldsymbol{\xi} + \frac{{}^T_i \phi}{j} * {}^T_{ij} \boldsymbol{\zeta} ,$$

wo die vektoriellen Größen ${}^T_i \boldsymbol{\xi}$ und ${}^T_{ij} \boldsymbol{\zeta}$ den zentralen sowie den räumlichen Einflussfaktor des diskreten Differentialoperators der Finite-Volumen-Approximation darstellen. Die mit dem numerischen Index j gekennzeichneten diskreten Größen sind diskreten Punkten zugeordnet, die dem räumlich diskreten Punkt i in dem geometrischen Diskretisierungsschema *benachbart* sind. Über die mit dem Querstrich gekennzeichneten numerischen Indizes j wurde die Anwendung der Summationskonvention vorausgesetzt. Der zentrale ${}^T_i \boldsymbol{\xi}$ und der räumliche Einflussfaktor ${}^T_{ij} \boldsymbol{\zeta}$ des diskreten Differentialoperators werden aus dem geometrischen Diskretisierungsschema in der Weise ermittelt, dass die diskrete Form der Erhaltungsgleichungen die wichtigen Forderungen nach Konservativität (*Conservativity*), Transportivität (*Transportivity*) und Begrenztheit (*Boundedness*) erfüllt [338]. In der Kombination der Finite-Volumen-Diskretisierung der Erhaltungsgleichungen mit einer ARBITRARY-LAGRANGIAN-EULERIAN-Formulierung der kinematischen Beschreibung führt die Bewegung des arbiträren Bezugssystems zur Deformation

des geometrischen Diskretisierungsschemas und zur zeitabhängigen Änderung der finiten Volumina ${}^{\tau}V$ sowie ihrer geschlossenen Randflächen ${}^{\tau}A$, womit die zentralen ${}^{\tau}\xi$ und räumlichen ${}^{\tau}\zeta$ Einflussfaktoren des diskreten Differentialoperators als zeitveränderliche Größen betrachtet werden müssen.

Durch Einführung des diskreten Differentialoperators der Finite-Volumen-Approximation aus der Gleichung (F.148) in die Gleichungen (F.140) und (F.141) erhält man, ohne Einschränkungen zur Art des geometrischen Diskretisierungsschemas, die Erhaltungsgleichungen der mathematischen Problemstellung der speziellen Theorie in allgemeiner diskreter Form für das gesamte Gemisch als

$$\frac{{}^{t+\delta t}J_{\tilde{\rho}} \quad {}^{t+\delta t}\mathbf{P}' - {}^tJ_{\tilde{\rho}} \quad {}^t\mathbf{P}'}{{}^{\tau}J_{\tilde{\rho}} \quad \delta t} + \left\{ {}^{\tau}\mathbf{P}' \left({}^{\tau}\mathbf{v}' - {}^{\tau}\tilde{\mathbf{v}} \right) - {}^{\tau}\mathbf{S}' \right\} \cdot {}^{\tau}\xi + \\ + \left\{ {}^{\tau}\mathbf{P}' \left({}^{\tau}\mathbf{v}' - {}^{\tau}\tilde{\mathbf{v}} \right) - {}^{\tau}\mathbf{S}' \right\} \cdot {}^{\tau}\zeta = {}^{\tau}\mathbf{R}'$$

und für die einzelnen Phasen als

$$\frac{{}^{t+\delta t}J_{\tilde{\rho}} \quad {}^{t+\delta t}\mathbf{P}'_{\alpha} - {}^tJ_{\tilde{\rho}} \quad {}^t\mathbf{P}'_{\alpha}}{{}^{\tau}J_{\tilde{\rho}} \quad \delta t} + \left\{ {}^{\tau}\mathbf{P}'_{\alpha} \left({}^{\tau}\mathbf{v}_{\alpha} - {}^{\tau}\tilde{\mathbf{v}}_{\alpha} \right) - {}^{\tau}\mathbf{S}'_{\alpha} \right\} \cdot {}^{\tau}\xi + \\ + \left\{ {}^{\tau}\mathbf{P}'_{\alpha} \left({}^{\tau}\mathbf{v}_{\alpha} - {}^{\tau}\tilde{\mathbf{v}}_{\alpha} \right) - {}^{\tau}\mathbf{S}'_{\alpha} \right\} \cdot {}^{\tau}\zeta = {}^{\tau}\mathbf{R}'_{\alpha} + {}^{\tau}\hat{\mathbf{R}}'_{\alpha} .$$

Mit $\tau = t$ entsteht eine **explizite** mit $\tau = t + \delta t$ eine **implizite** und mit $\tau = t + \frac{1}{2}\delta t$ die CRANK-NICHOLSONSche Zeitintegration. Die implizite und die CRANK-NICHOLSONSche Zeitintegration zeichnen sich durch unbedingte Stabilität gegenüber der Wahl des Zeitschrittes δt aus. Die implizite Zeitintegration wird trotz des Fehlers erster Ordnung in dem Zeitschritt δt sowie des mathematischen Zusatzaufwandes oft bevorzugt. Bei einer rein expliziten numerischen Zeitintegration ist die Anwendung eines von HIRT erarbeiteten Vorgehens zur Lösung des Gleichungssystems vorteilhaft [121], [166], [172], [174], wonach die Integration nach der Zeit innerhalb eines numerischen Zeitschrittes in einen rein LAGRANGESchen und in einen rein *advectiven* Lösungsteilschritt zerlegt wird. Durch den Ansatz $\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v}_{\alpha}$ erfolgt zunächst ein Lösungsteilschritt in einer reinen LAGRANGESchen kinematischen Beschreibung der jeweiligen Phase α , der die zu lösende Gleichung zugehört. In dem nachfolgenden advectiven Teilschritt wird die Änderung der gesuchten physikalischen Feldgrößen bestimmt, welche aus der Differenzbewegung zwischen dem arbiträren Bezugssystem und den einzelnen Konstituenten resultiert. HIRT hebt die Nachteile einer rein expliziten Zeitintegration zur Lösung des Problems der Druck- und Geschwindigkeitskopplung hervor und weist auf die Notwendigkeit hin, die Zeitintegration zumindest zum Teil implizit durchführen zu müssen [174]. Als mathematische Strategie zur numerischen Lösung der Problemstellung der speziellen Theorie bei rein impliziter oder Anwendung der CRANK-NICHOLSONSchen Zeitintegration stehen die theoretischen Grundlagen der iterativen Methoden wie SIMPLE, SIMPLEC, SIMPLER oder ITA sowie der nichtiterativen Methoden wie SMAC, PISO und EPISO nach einer entsprechenden Erweiterung auf das Mehrphasenproblem zur Verfügung [139], [187], [188], [201], [338].

F.3.3 Eingangsgrößen und materialspezifische Kennwerte des theoretischen Modells

Zusammenfassend werden die zur quantitativen Lösung der speziellen Theorie der Sprengbelastung von Lockergesteinen erforderlichen Eingangsgrößen und materialspezifischen Kennwerte der eingeführten konstitutiven Gleichungen mit einem Hinweis zu einem möglichen Weg ihrer Ermittlung genannt:

- Hydraulische Materialparameter der Phasen:** Zur Beschreibung der Fluid- und Gasbewegung im porösen Korngerüst des Feststoffes sind die absolute, porositätsabhängige, anisotrope Permeabilität des porösen Feststoffes $\mathbf{K}(n)$, der Sättigungsgrad bei residualer Fluid- s_f und Gassättigung s_g , der virtuelle Sättigungsgrad residualer Fluidsättigung s_{f0} , der Referenzwert der Kapillarspannung p_0^c , das Exponent des Kapillaritätsgesetzes m_c sowie die dynamische Viskosität der Fluid- μ_f und der Gasphase μ_g erforderlich. Die Ermittlung der Durchlässigkeit von porösen Medien ist ein Standardversuch der Bodenmechanik. Die experimentelle Bestimmung der Kapillarspannung in Abhängigkeit vom Fluidsättigungsgrad kann durch das Messen der scheinbaren Kohäsion an Proben mit definiertem Wassergehalt in gezielt gestalteten Triaxialversuchen erfolgen. Ein effizientes Verfahren zur Ermittlung der Kapillaritätseigenschaften von porösen Medien mittels Zentrifugenversuche beschreiben SZABÓ/POHL [314];
- Konstitutive Materialparameter des Sprengstoffes:** Zur Beschreibung des Sprengstoffverhaltens nach dem vereinfachten Modell von STANJUKOVICH sind die Sprengstoffdichte unter Normalbedingungen $\varrho_{e,0}$, das CHAPMAN-JOUGET Isentropenexponent κ_{CJ}^e , die Detonationsgeschwindigkeit des Sprengstoffes $c_{e,D}$ und der Isentropenexponent der Expansion der Schwadengase κ^e erforderlich. Die Beschreibung des Sprengstoffverhaltens nach der JWL-Zustandsgleichung erfordert die Kenntnis der Sprengstoffdichte unter Normalbedingungen $\varrho_{e,0}$, der Detonationsenergie $e_{e,0}$ sowie der Expansionsparameter A_e , B_e , C_e , $R_{e,1}$, $R_{e,2}$ und ω_e . Die genannten Sprengstoffkennwerte sind für eine Reihe von elementaren Explosivstoffen bekannt aber für spezielle, in der Praxis genutzte Sprengmittel oft nicht verfügbar. Zu ihrer Ermittlung können die experimentellen Ergebnisse eines Zylinderausdehnungsversuches genutzt werden. Entsprechendes versuchstechnisches Vorgehen wird von LAN/HUNG/CHEN/NIU/SHIUAN vorgeschlagen [223], [224];
- Konstitutive Materialparameter der GRÜNEISENSCHEN, der TAITschen sowie der isentropen Zustandsgleichung für die Phasen im Gemisch:** Zur Erfassung des Zusammenhanges zwischen der wahren Dichte und dem wahren Druck in einer Phase α mit Hilfe der GRÜNEISENSCHEN Zustandsgleichung sind die wahre Dichte unter Normalbedingungen ϱ_0^α , das GRÜNEISENSCHE Gamma γ_α , die Volumenkorrektur a_α , die Koeffizienten $S_{\alpha,1}$, $S_{\alpha,2}$, $S_{\alpha,3}$ und der Abszissenwert C_α erforderlich. Zur Nutzung der TAITschen Zustandsgleichung, muss der Druck p_0^α , die wahre Dichte ϱ_0^α und die Ausbreitungsgeschwindigkeit isentroper Störungen $c_{\alpha,0}$ unter Normalbedingungen sowie der Polytropenexponent κ_α für die Phase α bekannt sein. Zur Erfassung einer rein isentropen Zustandsänderung wird der Druck p_0^α und die wahre Dichte ϱ_0^α unter Normalbedingungen sowie der Isentropenexponent κ^α für die Phase α benötigt. Die Aufnahme unbekannter

Kennwerte von Zustandsgleichungen erfolgt aus experimentellen Ergebnissen der eindimensionalen Stoßwellenbelastung in einem Rohr (*shock-tube*) unter der Annahme einer HUGONOT-Zustandsänderung, wie von TRUNIN [331], CHARLIE/VEYERA [80], [340], SCHALL [287] und STUDER/PRATER [310] beschrieben;

- **Konstitutive Materialparameter des Feststoffes:** Die Kennwerte der hypoplastischen konstitutiven Gleichung bestehen aus der maximalen Porenzahl der reinen isotropen Kompression n_{i0}^s , der kritischen n_{c0}^s sowie der dichtesten n_{d0}^s Lagerung bei verschwindender Extraspannung des Feststoffes, aus der Granulathärte h_E^s , dem isotropen Kompressions-exponent ν_s , dem residualen Reibungswinkel $\varphi_{s,c}$ sowie den Pyknotropieexponenten α_s und β_s . Die klare Zuordnung der Kennwerte der hypoplastischen konstitutiven Gleichung zu definierten granulometrischen Größen und mechanischen Zuständen erleichtert ihre experimentelle Ermittlung, deren Grundlage die Ergebnisse granulometrischer Untersuchungen und bodenmechanischer Versuche im Oedometer oder im Triaxialgerät bilden. Ein detailliertes Vorgehen zur Kalibration wird von HERLE [170] empfohlen;
- **Konstitutive Gleichung der künstlichen Viskosität:** Die geometrische Auflösung Δr des geometrischen Diskretisierungsschemas sowie die Volumenfraktion n_α und die wahre Dichte ρ^α der Phase α sind in der Momentankonfiguration aus der numerischen Lösung bekannt. Die lokale Anpassung der Koeffizienten $b_{\alpha,l}$, $b_{\alpha,q}$, $b_{\alpha,d}$, $b_{\alpha,s}$ zur geometrisch scharfen Abbildung von Stoßwellenfronten im Lösungsgebiet ist ein Optimierungsproblem, dessen Lösung zum gegenwärtigen Stand des Wissens nach dem TRIAL-AND-ERROR-Verfahren erfolgt. Eine detaillierte Beschreibung zur Anwendung der künstlichen Viskosität geben HERRMANN/BERTHOLF [172] und WILKINS [347];
- **Wirkung der Gravitation:** Die Vektoren b_α und b zur Erfassung der Wirkung äußerer Kräfte auf die Konstituenten α und des Gemisches ergeben sich mit dem Gravitationsvektor g als

$$\mathbf{b} = \mathbf{b}_\alpha = \mathbf{g} .$$