

Kennwert-Schätzung aus Georadar-Transmissionsdaten

Von der Fakultät für Geowissenschaften, Geotechnik und Bergbau

der Technischen Universität Bergakademie Freiberg

genehmigte

DISSERTATION

Zur Erlangung des akademischen Grades

doctor rerum naturalium

(Dr. rer. nat.)

vorgelegt

von Ir. Wahyudi Widyatmoko Parnadi, MSc.

geboren am 14. Oktober 1959 in Salatiga, Indonesien

Gutachter: Univ. Prof. Dr. B. Forkmann (Freiberg)

Univ. Prof. Dr. K. Spitzer (Freiberg)

Univ. Prof. Dr. A. Weller (Clausthal)

Tag der Verleihung: 29.06.2001

Kurzfassung

Neben der Ausbreitungsgeschwindigkeit ist die Absorption elektromagnetischer Wellen die wichtigste Parameter für die Bearbeitung und Interpretation von Georadar-Daten. Sowohl die Phasengeschwindigkeit v als auch der Absorptionskoeffizient α sind frequenzabhängig, was sich phänomenologisch in einer Energieabsorption und Wellendispersion ausdrückt. Ausgehend von der linearen Frequenzabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten α geologischer Materialien gilt die $Q = \text{const.}$ -Hypothese, wobei der Gütefaktor Q umgekehrt proportional dem Absorptionskoeffizient α ist und die materialspezifische Absorption unterschiedlicher Gesteine beschreibt. Für die realitätsnahe Beschreibung der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in Gesteinen eignet sich das Modell mit konstantem Q und dem Dispersionsansatz von v nach Futterman (1982).

Anhand von Modellrechnungen wird die Wirkung dieser Parameter auf Wavelets untersucht. Infolge der Dämpfung wird die Wellenamplitude bei gleichem Q mit zunehmendem Laufweg bzw. bei gleichem Laufweg mit abnehmendem Q kleiner (Absorption) und die Wellenform zunehmend gestreckt (Dispersion). Je größer der Laufweg bei gleichem Q bzw. je kleiner Q bei gleichem Laufweg ist, desto kleiner ist die Bandbreite transmittierter Wavelets. Gleichzeitig verschiebt sich ihre Peak-Frequenz hin zu kleineren Frequenzen. Anwendung eines inversen dispersiven Filter auf die synthetischen Daten verbessert deutlich die Dekonvolutionsergebnisse.

Die Ermittlung des die Absorption charakterisierenden Gütefaktors Q aus GPR-Transmissionsdaten erfolgt auf der Basis einer Erweiterung der Q -Definition. Die dazu benutzte Referenzfrequenz f_R ist eine Potenzfunktion zu vergleichender Amplitudendichten der entsprechenden Äquivalenzspektren.

Die Anwendbarkeit der danach benannten Methode der äquivalenten Bandbreite (ÄBB-Methode) wird an synthetischen Daten und an Meßergebnisse, die an einem Sandsteinblock und an anstehenden Gneis erhalten worden waren, überprüft. Die Untersuchungen an den

synthetischen Daten mittels der ÄBB-Methode im Vergleich mit der Spektrendivisionsmethode zeigen sowohl im rauschfreien Fall als auch im rauschbehafteten Fall und unter Betrachtung der verkürzten Signalen die Leistungsfähigkeit der ÄBB-Methode. Mit Hilfe der ÄBB-Methode und im Vergleich mit anderen Methoden können gute Q -Schätzungen aus Gneis-Daten erhalten werden. Untersuchungen an einem Sandsteinblock liefert nur weniger zuverlässige Schätzwerte für Q .

Es werden Möglichkeiten aufgezeigt, Querbeziehung zwischen Q -Werten und petrophysikalischen Parametern herzustellen.

Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	i
1 Einleitung	1
2 Ausbreitung elektromagnetischer Wellen	6
2.1 Grundlagen	6
2.1.1 Feldgleichungen	6
2.1.2 Telegraphengleichungen	7
2.1.3 Lösungsansatz	8
2.1.4 Grenzfälle	9
2.2 Radargleichung	10
2.3 Reflexion und Transmission an einer Grenzfläche	13
2.4 Auflösungsvermögen	15
3 Impulsantwort eines absorbierenden Mediums	17
3.1 Absorption und Dispersion	17
3.2 Frequenzabhängigkeit der elektrischen Kenngrößen	19
3.3 Relaxationsmodelle	26
3.4 Kenngrößen der Wellenausbreitung v und Q bzw. α	30
3.5 Impulsantwort	33
3.6 Konstant- Q -Modell und Geschwindigkeitsdispersion $v(f)$	38
4 Modellierung transmittierter Signale	41
4.1 Gewinnung des Modellsignals	41

4.2	Vorwärtsmodellierung	49
4.3	Inversion von Transmissionsdaten	53
4.3.1	Inverses Dispersives Filter	53
4.3.2	Dekonvolution	54
5	Q-Ermittlung aus GPR-Transmissionsdaten	58
5.1	Einige Methoden zur Q-Ermittlung	58
5.2	Spektrtrendsdivisionsmethode	61
5.3	Methode der äquivalenten Bandbreite	61
5.3.1	Frequenzcharakteristik eines Signals	62
5.3.2	Das Konzept der Methode der äquivalenten Bandbreite	64
5.3.3	Bestimmung der Referenzfrequenz f_R	66
5.4	Q-Ermittlung mittels der Methode der äquivalenten Bandbreite	72
5.4.1	Modellrechnung	72
5.5	Rekonstruktion der Q-Verteilung mittels Tomographie	81
5.5.1	Einleitung	81
5.5.2	Laufzeit-Tomographie	81
5.5.3	Dämpfungstomographie	82
5.5.4	Centroid Frequency Downshift-Methode	83
5.5.5	Methode der äquivalenten Bandbreite	84
5.6	Sensitivität der Q-Ermittlung	85
6	Untersuchungen an realen Daten	87
6.1	Testobjekt Reiche Zeche	87
6.2	Testobjekt Sandsteinblock	95
6.3	Diskussion	102
7	Möglichkeiten zur Ermittlung petrophysikalischer Kenngrößen	107
8	Zusammenfassung und Ausblick	110
	Literaturverzeichnis	115

A	Symbolverzeichnis	124
B	Äquivalenzmedium	128
C	Das Tomographie-Programm	130

Kapitel 1

Einleitung

In vielen Bereichen der Geowissenschaften können die Eigenschaften verdeckter Untersuchungsobjekte nicht direkt beobachtet werden. Es besteht deshalb die Notwendigkeit, geophysikalische Verfahren anzuwenden, um möglichst viele Detailinformationen über solche Objekte zu gewinnen. Schwerpunkte haben sich u. a. im Bereich oberflächennaher Problemstellungen herausgebildet, die mit dem Bedürfnis des Menschen einhergehen, seine Umgebung zu gestalten.

Eine relativ junge Disziplin in der angewandten Geophysik ist das sogenannte Georadar-Verfahren (engl. ground penetrating radar = GPR; auch elektromagnetisches Reflexionsverfahren genannt). Die Entwicklung dieses Verfahren begann mit Arbeiten von John Cook, der Ende der 50-er Jahre das Monozyklus-Radar als ein Werkzeug zur Messung der Mächtigkeit von Meereis aus einem Flugzeug einsetzte (Owen, 1995). Als Impulsverfahren beruht es auf ähnlichen Grundlagen wie die Reflexionsseismik. Infolge der Abstrahlung von hochfrequenz-elektromagnetischen Impulsen der Dauer von einigen 10 bis wenige Nanosekunden Impulslänge im Frequenzbereich von etwa 20 MHz bis 1 GHz zeichnet sich das GPR durch ein hohes räumliches Auflösungsvermögen aus. Aufgrund der dadurch möglichen Detailauflösung und wegen der Vorteile zerstörungsfreier Untersuchungen, aber auch durch die Mobilität und Anwendbarkeit unter verschiedenen Geländebedingungen hat sich das Georadar zu einem weit verbreiteten Verfahren der Erkundung oberflächennaher Objekte entwickelt. Sowohl moderne Methoden zur datentechnischen Bearbeitung

als auch verbesserte Darstellungsmöglichkeiten während der Messung haben zu einer Erleichterung in der Anwendung des Verfahren beigetragen.

Typische GPR-Anwendungen sind der Einsatz in der Hydrogeologie, Landwirtschaft, Geologie und Archäologie. Van Overmeeren (1994, 1998) beschreibt die Vorteile des GPR-Verfahrens bei der Erkundung von Grundwasser. Dünne, steil stehende, schlecht durchlässige, zwischen zwei sandhaltigen Schichten liegende Ton-schichten, die mittels Gleichstromgeoelektrik, Refraktions- bzw. Reflexionsseismik, und elektromagnetischen Verfahren nicht aufzulösen waren, konnten durch das GPR nachgewiesen werden (Van Overmeeren, 1994). Freeland et al. (1998) verwenden GPR als Hilfsmittel für die Bodenuntersuchung in der Landwirtschaft. Grasmück (1995, 1996) entwickelte ein System zur dreidimensionalen Vermessung in kristallinen Gesteinen. Um geologische Strukturen besser zu verstehen, gewinnt die dreidimensionale Visualisierung von GPR-Daten zunehmend an Bedeutung (Sigurdson & Overgaard, 1998; Triltzsch, 2000). Auch in der archäologischen Erkundung, in der zerstörungsfreie Verfahren zur Gewinnung von archäometrischen Informationen von großer Bedeutung sind, wurde das GPR erfolgreich eingesetzt (Sternberg & McGill, 1995; Gracia et al., 2000).

Neben den schon beschriebenen klassischen Anwendungen gewinnt der GPR-Einsatz auch in anderen Bereichen zunehmend an Bedeutung. Al-Nuaimy et al. (2000) beschreiben die Anwendung neuronaler Netzwerke in der Mustererkennung zur automatisierten Erkundung und Kartierung vergrabener Rohrleitungen, Kabel und Anti-Personen-Landminen. GPR-Untersuchungen können auch zur Erkundung und Auswertung des Strassenzustandes eingesetzt werden (Saaranketo & Scullion, 2000). Gelungene Anwendungen von GPR-Messungen sind allerdings von der apparativen Ausstattung, den Geländebedingungen, den Einstellungs- und Geometrieparametern, der Datenverarbeitung sowie der Umsetzung der Ergebnisse in der Interpretation abhängig (Fuß, et al., 1997).

Es besteht aber ein Nachteil in der mit zunehmender Frequenz immer größer werdenden Dämpfung elektromagnetischer Wellen im Boden. Beim Durchgang durch geologischen Medien werden elektromagnetische Wellen u. a. von Absorptionsvor-

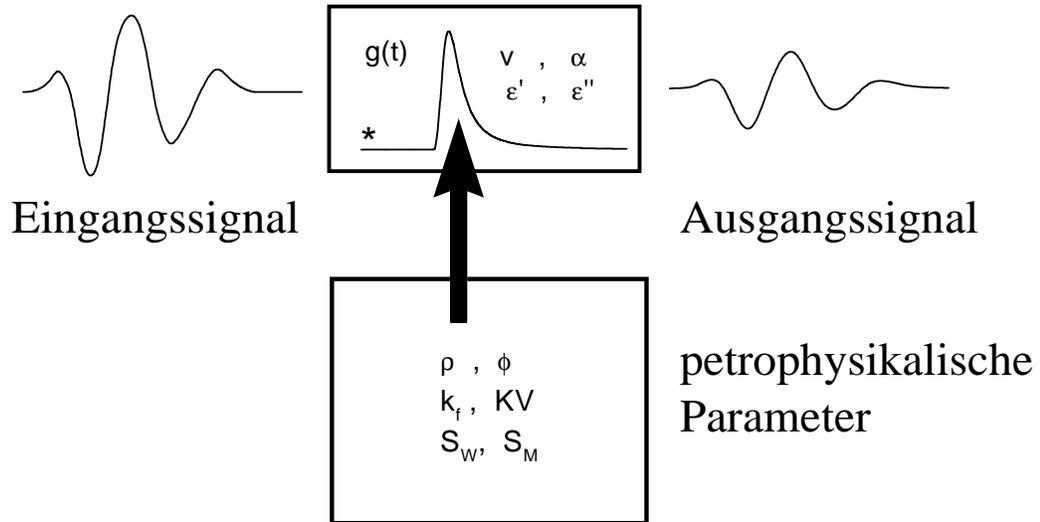


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung von physikalischer Ursache und Wirkung bei einer gedämpften Welle: Im Feld unten sind die petrophysikalischen Parameter dargestellt, die die Ausbreitungsparameter v und α beeinflussen. $*g(t)$ bezeichnet die Faltung mit der Impulsantwort des Mediums.

gängen beeinflusst, die eine Energieabnahme der Wellen bewirken. Infolge der Dämpfung wird die Wellenamplitude mit zunehmendem Laufweg kleiner (Absorption) und, da insbesondere dieser Vorgang stark frequenzabhängig ist, die Wellenform wird zunehmend gestreckt (Dispersion). Dadurch werden elektromagnetische Wellen zum Träger sowohl struktureller als auch petrophysikalischer Informationen über das Medium.

Abb. 1.1 zeigt die Dämpfung elektromagnetischer Wellen bei der Ausbreitung in einem Medium. Physikalisch ergibt sich das Ausgangssignal aus einer Faltung des Eingangssignals mit einer entsprechenden Impulsantwort des Mediums. Die Ausbreitung im Medium kann durch die Ausbreitungsparameter Phasengeschwindigkeit v und Absorptionskoeffizient α oder Realteil ϵ' bzw. Imaginärteil ϵ'' der komplexen Dielektrizitätszahl charakterisiert werden. Sowohl α als auch v sind frequenzabhängig, was sich phänomenologisch in einer Energieabsorption und Wellendispersion ausdrückt. Die Impulsantwort wird von petrophysikalischen Parametern wie Porosität

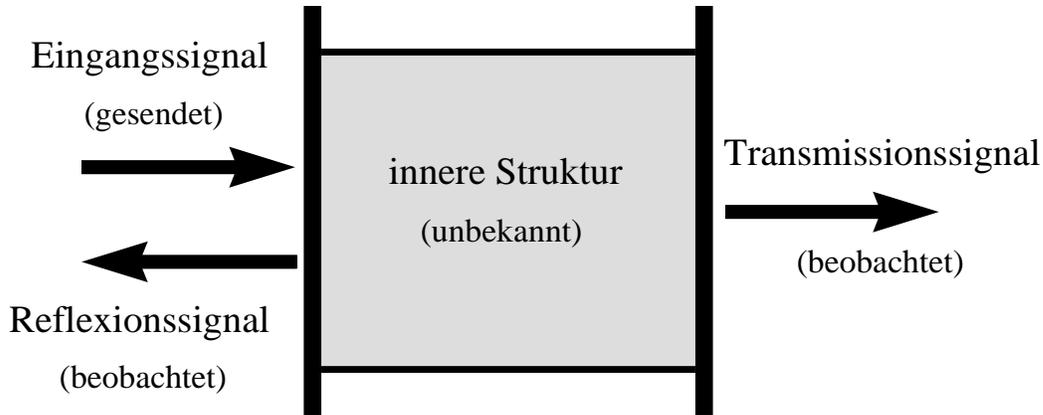


Abbildung 1.2: Beobachtete Vorgänge bei Wellenausbreitung in einem unbekanntem Medium (umgezeichnet nach Robinson, 1997)

ϕ , Dichte ρ , Permeabilität k_f , Kornverteilung KV , Wassersättigungsgrad S_W und Mineralisationsgrad S_M bestimmt, die für den Geologen und den Geotechnikern von Interesse sind. Deshalb eignet sich die Messung des Dämpfungsverhaltens elektromagnetischer Wellen sehr gut zur Differenzierung der Gesteine. Die Bestimmung von α gestattet aus diesem Grund neben einer strukturellen auch eine substantielle Interpretation des Mediums. Da beim GPR ähnlich wie in der Seismik in erster Näherung von einer linearen Frequenzabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten ausgegangen werden kann, gilt die $Q = const.$ -Hypothese. Der Gütefaktor Q ist umgekehrt proportional dem Absorptionskoeffizienten α und beschreibt eindeutig die „materialspezifische“ Absorption unterschiedlicher Gesteine.

Wie in Abb. 1.2 gezeigt wird, können infolge der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen zwei Vorgänge beobachtet werden. Beim Reflexionsvorgang treten Einflüsse der inneren Struktur auf (Reflexion, Streuung), die sich auf das empfangene Signal auswirken und deren Inversion bei komplizierten Strukturbau sehr schwierig sein kann. Um die Wirkung von Absorption und Dispersion genauer zu analysieren, wird in dieser Arbeit nur das Transmissionssignal berücksichtigt.

In der Literatur sind bereits einige Methoden zur Q -Bestimmung beschrieben.

Infolge der Dämpfung zeigt sich eine Veränderung der Signalform während der Ausbreitung. Deshalb kann Q aus dem Vergleich der Signalform bzw. der Spektren zweier Signale bei verschiedenen Einsätzen mit teilweise gleichem Laufweg bestimmt werden. Vergleichende Untersuchungen haben jedoch ergeben, daß eine einzelne Methode allein kein eindeutiges Ergebnis liefert. Die sogenannte Spektrendivisionsmethode funktioniert nur im rauschfreien Fall optimal. Die Methode des analytischen Signals (Engelhard, 1996) erweist sich als effektiv, wenn die wahren Amplituden vorliegen (Ding, 1991).

Es stellt sich daher die Aufgabe, in Bezug auf die gezeigten Probleme einen methodischen Beitrag zur Absorptionsbestimmung zu leisten. Das in dieser Arbeit vorgestellte neue Verfahren zeigt eine geringere Empfindlichkeit gegenüber dem Rauschen.

Als Ansatz zur Lösung des Problems werden zunächst im zweiten Kapitel die Grundlagen der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen beschrieben. Absorption, Dispersion und ihre Kenngrößen (Q bzw. v) werden im dritten Kapitel behandelt. Die theoretische Grundlage für die Annahme eines konstanten Q und einer Dispersion der Geschwindigkeit $v(f)$ wird betrachtet und danach eine analytische Darstellung der Übertragungsfunktion bzw. Impulsantwort vorgestellt. Eine Vorwärtsmodellierung mit Berücksichtigung von Absorption und Dispersion wird im vierten Kapitel durchgeführt. Das für die Modellierung benötigte, empirisch aus Luftmessungen gewonnene Eingangssignal, wird erläutert. Es wird ein inverses dispersives Filter untersucht und dessen Einsatz bei der Dekonvolution diskutiert. Im fünften Kapitel werden einige wichtige Methoden zur Absorptionsbestimmung erläutert. Danach wird das neue Verfahren zur Absorptionsbestimmung mittels der Methode der äquivalenten Bandbreite vorgestellt und mit Modellrechnungen getestet. Die Tauglichkeit des Verfahrens wird im sechsten Kapitel an realen Daten erprobt. Die Möglichkeit zur Ermittlung petrophysikalischer Kenngrößen aus der Information der Ausbreitungsparameter v bzw. Q wird im siebten Kapitel beschrieben. Schließlich erfolgt im achten Kapitel eine abschließende Bewertung des Verfahrens. In einem Anhang werden das Äquivalenzmedium und das benutzte Tomographie-Programm erläutert.

Kapitel 2

Ausbreitung elektromagnetischer Wellen

2.1 Grundlagen

2.1.1 Feldgleichungen

Alle elektromagnetische Phänomene basieren auf den vier MAXWELL-Gleichungen:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} , \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} , \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = q , \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 . \quad (2.4)$$

Es bedeuten :

\mathbf{H} - magnetische Feldstärke in A/m ,

\mathbf{E} - elektrische Feldstärke in V/m ,

\mathbf{D} - dielektrische Verschiebung in As/m^2 ,

\mathbf{B} - magnetische Induktion in Vs/m^2 ,

\mathbf{J} - Stromdichte in A/m^2 ,

q - Ladungsdichte in As/m^3 .

Die MAXWELL-Gleichungen (2.1) bis (2.4), die aus dem AMPÈREschen Durchflutungsgesetz und dem FARADAYschen Induktionsgesetz gewonnen werden, beschreiben die Verknüpfung bzw. die Quellenbedingungen der elektrischen und magnetischen Feldvektoren.

Es gelten zusätzlich die Materialgleichungen, in denen die elektrische und magnetische Eigenschaften des Übertragungsmediums auftreten :

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} , \quad (2.5)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon \mathbf{E} , \quad (2.6)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H} . \quad (2.7)$$

Es bedeuten:

σ - elektrische Leitfähigkeit in A/Vm ,

ϵ_0 - Dielektrizitätskonstante des Vakuums ($= 8,854 \cdot 10^{-12} As/Vm$) ,

ϵ - relative Dielektrizitätszahl ,

μ_0 - magnetische Permeabilität des Vakuums ($= 4\pi \cdot 10^{-7} Vs/Am$) ,

μ - relative magnetische Permeabilität .

Die Materialparameter σ , ϵ und μ sind von verschiedenen physikalischen Größen wie Frequenz f , elektrische Feldstärke \mathbf{E} oder magnetische Induktion \mathbf{B} , Ort r , Zeit t , Temperatur T und Druck p abhängig.

2.1.2 Telegraphengleichungen

Aus den Gleichungen (2.1) bis (2.7) lassen sich Differentialgleichungen für die Feldvektoren ableiten.

Für die elektrische Feldstärke ergibt sich :

$$\Delta \mathbf{E} - \sigma \mu_0 \mu \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} - \epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (2.8)$$

und für die magnetische Feldstärke :

$$\Delta \mathbf{H} - \sigma \mu_0 \mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} - \epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} = 0 , \quad (2.9)$$

wobei Δ der Laplace-Operator ist. Diese Gleichungen werden als Telegraphengleichungen bezeichnet, weil sie bei der Telegraphie eine große Rolle spielen (vgl. Thiele, 1992; Pawellek, 1997). Sie beschreiben die Ausbreitung des elektrischen bzw. magnetischen Feldes im leitfähigen und dielektrischen Medium und gelten deshalb als die Grundgleichungen für die Wellenausbreitung.

2.1.3 Lösungsansatz

Hier sollen zur Vereinfachung nur ebene Wellen in homogenen und isotropen Medien betrachtet werden. Damit verliert die Lösung nicht an Allgemeingültigkeit, weil sphärische Wellen als Überlagerung von ebenen Wellen betrachtet werden können. Die Lösung der Gleichungen (2.8) und (2.9) führt auf die komplexwertige Lösungsfunktion :

$$\underline{E} = E_0 e^{-j(\omega t - \underline{k} \cdot \underline{r})} . \quad (2.10)$$

Weil die Wellenzahl $\underline{k} = \beta + j\alpha$ eine komplexe Größe ist, tritt in (2.10) neben einem zeitlich und räumlich periodischen Faktor ein Dämpfungsfaktor auf :

$$\underline{E} = E_0 e^{-\alpha r} e^{-j\omega(t - \frac{\beta}{\omega} \cdot r)} . \quad (2.11)$$

Diese Gleichung beschreibt gedämpfte ebene Wellen, die sich in positiver r-Richtung ausbreiten.

Die Eindringtiefe wird definiert durch :

$$\tau = \frac{1}{\alpha} = \frac{c}{\omega \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} [\sqrt{1 + (\frac{\sigma}{\omega\epsilon_0\epsilon})^2} - 1]}} , \quad (2.12)$$

die Phasengeschwindigkeit durch :

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{c}{\sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2} [1 + (\frac{\sigma}{\omega\epsilon_0\epsilon})^2 + 1]}} , \quad (2.13)$$

wobei c die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit ist.

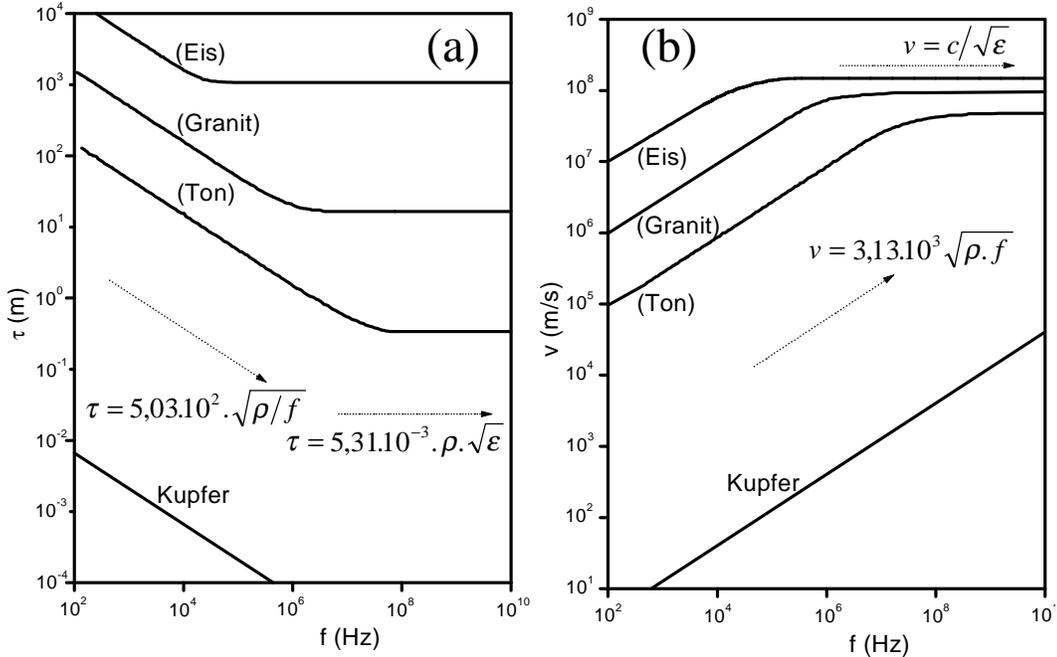


Abbildung 2.1: Eindringtiefe τ ($= \frac{1}{\alpha}$) (a) bzw. Phasengeschwindigkeit v (b) als Funktion der Frequenz (umgezeichnet nach Forkmann & Petzold, 1989). $\rho = \frac{1}{\sigma}$ ist der spezifische elektrische Widerstand, ϵ die relative Dielektrizitätszahl und c die Lichtgeschwindigkeit.

2.1.4 Grenzfälle

Der Quotient $\frac{\sigma}{\omega \epsilon_0 \epsilon}$, der dem Verhältnis der Beträge von Leitungsstrom und Verschiebungsstrom proportional ist, hat entscheidenden Einfluß in den Gleichungen (2.12) und (2.13). Im Niederfrequenzbereich (unterhalb der kritischen Frequenz $\frac{\sigma}{2 \pi \epsilon_0 \epsilon}$) zeigen v und τ eine starke Frequenzabhängigkeit, die im Falle von τ als Skin-Effekt bezeichnet wird. Im Hochfrequenzbereich (oberhalb der kritischen Frequenz $\frac{\sigma}{2 \pi \epsilon_0 \epsilon}$) ist diese Frequenzabhängigkeit vernachlässigbar. Die Frequenzabhängigkeit physikalischer Kenngrößen wird im allgemeinen als Dispersion bezeichnet. Abbildung 2.1 zeigt die Dispersion der Eindringtiefe τ bzw. der Phasengeschwindigkeit v für einige geologische Materialien. Im Sinne von Maxwell, der zunächst σ , ϵ und μ als konstante Größen betrachtet hat, ergeben sich die Dispersionskurven, die in der

Abbildung dargestellt werden. Insbesondere in geologischen Medien erfüllt diese Annahme jedoch nicht die real angetroffenen Bedingungen, weil die Kenngrößen σ , ϵ und μ im allgemeinen frequenzabhängig sind. Deshalb werden die orientierenden Materialzuordnungen in Abb. 2.1 in Klammern gesetzt.

2.2 Radargleichung

Die Eindringtiefe τ nach Gl. (2.12) ist als die Entfernung definiert, längs der die Amplitude um das $\frac{1}{e}$ -fache gedämpft wird. Als Relativmaß (Maßeinheit m/Np) ist sie für eine Aussage über die erzielbare Reichweite des Meßsystem ungeeignet. Der Leistungsfaktor des Meßsystems und der Antennengewinn müssen ebenfalls betrachtet werden, um eine solche Abschätzung vornehmen zu können. Diese Beziehungen sind in der Radargleichung miteinander verknüpft. Die Radargleichung beschreibt die Leistungsverluste durch Divergenz, Absorption und Reflexion während der Wellenausbreitung von der Quelle bis zum gesuchten Reflektor und zurück. Dabei wird der Reflektor als einzelner idealer Reflektor angenommen :

$$V = \frac{N_E}{N_S} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G^2 \cdot \frac{F}{(4\pi r^2)^2} \cdot e^{-4\alpha r} . \quad (2.14)$$

Es bedeuten :

- N_E - empfangene Signalleistung,
- N_S - gesendete Signalleistung,
- λ - abgestrahlte Wellenlänge in Luft,
- G - Antennengewinn,
- F - effektive Reflektorfläche,
- r - Reflektorentfernung,
- α - Absorptionskoeffizient .

Der Nachweis eines Radarechos ist möglich, solange der Leistungsfaktor ($LF = \frac{N_S}{N_{E,min}}$) größer als der Verlustfaktor $\frac{1}{V}$ ist :

$$(LF) > \frac{1}{V} = \frac{(4\pi)^3 \cdot r^4}{\lambda^2 \cdot G^2 \cdot F} e^{4\alpha r} . \quad (2.15)$$

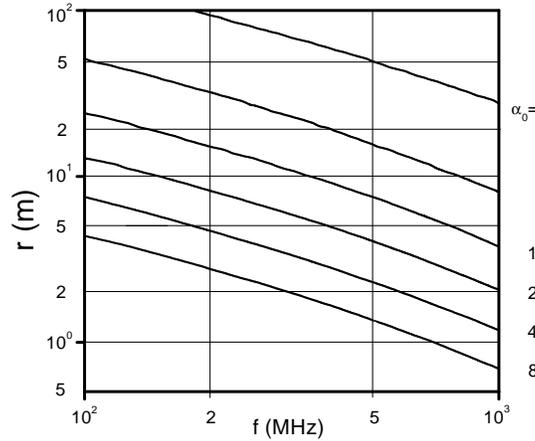


Abbildung 2.2: Reichweite r als Funktion der Frequenz (umgezeichnet nach Forkmann & Petzold, 1989). α_0 ist der normierte Absorptionskoeffizient. Die erzielbare Reichweite wird von der Frequenz und vom Absorptionskoeffizient stark beeinflusst.

Nach Einsetzen der ersten FRESNELSchen Zone für F

$$F = \pi \left(\frac{1}{2} \lambda r + \frac{\lambda^2}{16} \right) \approx \frac{\pi}{2} \lambda r \quad (2.16)$$

und dem Verhältnis von aktueller Antennenabsorptionsfläche zu fiktiver Kugelstrahlerfläche für G

$$G = \frac{a^2}{\lambda^2} \quad (2.17)$$

sowie der gültigen Näherung für λ

$$\lambda = \frac{c}{f\sqrt{\epsilon}} = \frac{v}{f} \quad (2.18)$$

in Gl. (2.15) und Umrechnung des Verlustfaktors in das dB-Maß ergibt sich (Forkmann & Petzold, 1989) :

$$(LF) > \frac{1}{V} = 10([\log 8 + 3 \log r] + [\log v(f) + \frac{1}{5}r\alpha(f) - 4 \log a(f) - \log f]) . \quad (2.19)$$

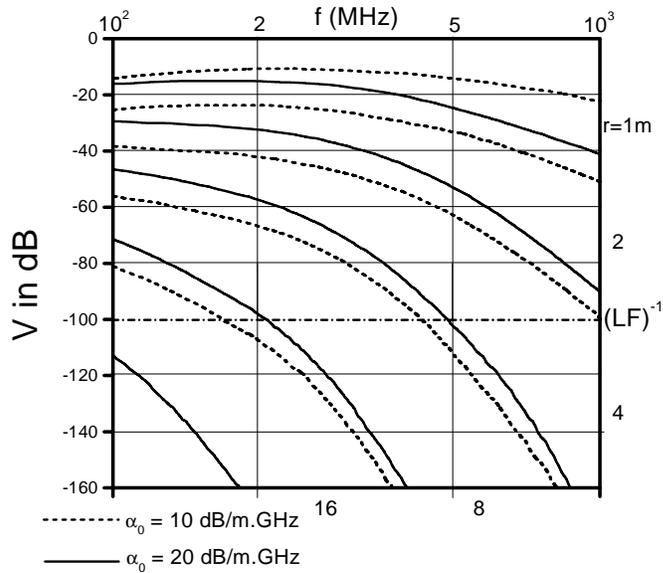


Abbildung 2.3: Filterfunktion (umgezeichnet nach Forkmann & Petzold, 1989). r ist die Reflektortiefe und α_0 ist der normierte Absorptionskoeffizient.

Gl. (2.19) beschreibt mit $(LF) = \frac{1}{V}$ eine transzendente Gleichung zur Ermittlung der Reichweite r . Mit $(LF)=100$ dB stellt Abb. 2.2 die Abhängigkeit der Reichweite r von der Frequenz mit dem normierten Absorptionskoeffizienten α_0 als Parameter dar. Interpretiert man die Verluste nach Gl. (2.19) als Funktion der Frequenz mit r und α_0 als Parameter, ergeben sich Filterfunktionen, wie sie in Abb. 2.3 dargestellt werden. In beiden Abbildungen werden folgende Näherungen eingesetzt : $v(f) \approx \frac{c}{\sqrt{9}}$ in m/s, $a(f) \approx 1$ m und $\alpha(f) \approx \alpha_0 \cdot f$ in dB/m. Aus der Abb. 2.2 ist zu ersehen, wie stark die Frequenz und der Absorptionskoeffizient die erzielbare Reichweite beeinflussen. Abb. 2.3 zeigt, wie die Tiefpaßwirkung der Gesteine bei größerer Reflektortiefe und stärkerer Absorption deutlich zunimmt.

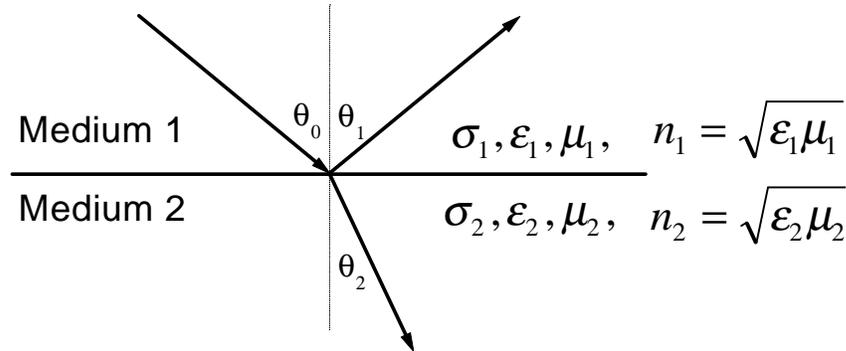


Abbildung 2.4: Einfallende, reflektierte und transmittierte Wellen an einer ebenen Grenzfläche

2.3 Reflexion und Transmission an einer Grenzfläche

Trifft eine linear polarisierte ebene Welle auf eine Grenzfläche zwischen zwei isotropen Medien (Abb. 2.4), so wird ein Teil der Wellenenergie reflektiert und der restliche Teil transmittiert. Die Reflexion und Transmission erfüllen die SNELLSchen und FRESNELSchen Gleichungen (s. Ward & Hohmann, 1987). Aus der SNELLSchen Gleichung lassen sich die Winkelbeziehungen ableiten :

$$\sin \theta_1 = \sin \theta_0 , \quad (2.20)$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 . \quad (2.21)$$

Die FRESNELSche Gleichung verknüpft die Amplituden beider Feldvektoren. Daraus lassen sich die Feldvektoren ableiten.

Für den Fall, daß die elektrische Feldstärke senkrecht zur Einfallsebene steht, gelten :

$$E_{1,\perp} = \frac{\mu_2 n_1 \cos \theta_0 - \mu_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_0}}{\mu_2 n_1 \cos \theta_0 + \mu_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_0}} E_{0,\perp} , \quad (2.22)$$

$$E_{2,\perp} = \frac{2\mu_2 n_1 \cos \theta_0}{\mu_2 n_1 \cos \theta_0 + \mu_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_0}} E_{0,\perp} . \quad (2.23)$$

Der Reflexionskoeffizient R ist als das Verhältnis zwischen der reflektierten und der einfallenden elektrischen Feldstärke definiert :

$$R_{\perp} = \frac{E_{1,\perp}}{E_{0,\perp}} = \frac{\mu_2 n_1 \cos \theta_0 - \mu_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_0}}{\mu_2 n_1 \cos \theta_0 + \mu_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_0}} , \quad (2.24)$$

und der Transmissionskoeffizient T als das Verhältnis zwischen der transmittierten und der einfallenden elektrischen Feldstärke :

$$T_{\perp} = \frac{E_{2,\perp}}{E_{0,\perp}} = \frac{2\mu_2 n_1 \cos \theta_0}{\mu_2 n_1 \cos \theta_0 + \mu_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_0}} . \quad (2.25)$$

Für den Fall, daß die elektrische Feldstärke parallel zur Einfallsebene orientiert ist, gelten :

$$R_{\parallel} = \frac{\mu_2 n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_0} - \mu_1 n_2^2 \cos \theta_0}{\mu_2 n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_0} + \mu_1 n_2^2 \cos \theta_0} , \quad (2.26)$$

$$T_{\parallel} = \frac{2\mu_1 n_2^2 \cos \theta_0}{\mu_2 n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_0} + \mu_1 n_2^2 \cos \theta_0} . \quad (2.27)$$

Gilt in beiden Medien $\mu_1 = \mu_2 = 1$ und $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ S/m für reines Dielektrikum, so sind

$$R_{\parallel} = \frac{\sqrt{\epsilon_1} \sqrt{\epsilon_2 - \epsilon_1 \sin^2 \theta_0} - \epsilon_2 \cos \theta_0}{\sqrt{\epsilon_1} \sqrt{\epsilon_2 - \epsilon_1 \sin^2 \theta_0} + \epsilon_2 \cos \theta_0} , \quad (2.28)$$

$$T_{\parallel} = \frac{2\epsilon_2 \cos \theta_0}{\sqrt{\epsilon_1} \sqrt{\epsilon_2 - \epsilon_1 \sin^2 \theta_0} + \epsilon_2 \cos \theta_0} . \quad (2.29)$$

Wenn die reflektierte Welle senkrecht auf der transmittierten Welle steht, wird ihre Amplitude zu Null ($R_{\parallel} = 0$). Dies ist erfüllt unter folgender Bedingung :

$$\theta_2 = 90^\circ - \theta_0 . \quad (2.30)$$

Den Einfallswinkel, der obige Bedingung erfüllt, bezeichnet man als Brewsterwinkel. Berechnet wird er durch :

$$\tan \theta_B = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} . \quad (2.31)$$

Abbildung 2.5 stellt als Beispiel Reflexionskoeffizient R_{\parallel} bzw. Transmissionskoeffizient T_{\parallel} an einer Grenzfläche zwischen Sand und Gneis unter der Annahme eines reinen Dielektrikums in Betrag und Phase dar.

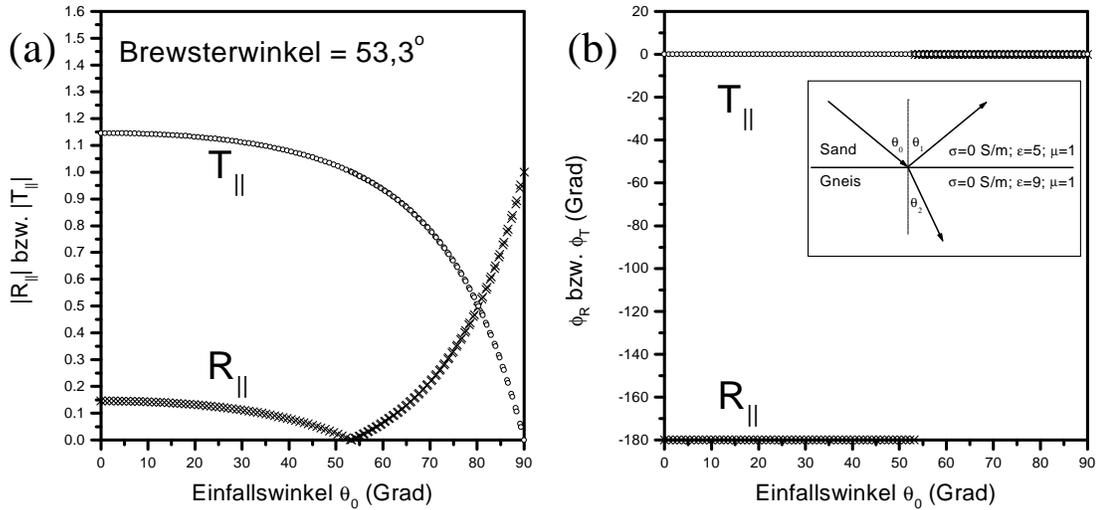


Abbildung 2.5: Betrag (a) und Phase (b) des Reflexionskoeffizienten $R_{||}$ bzw. des Transmissionskoeffizienten $T_{||}$ an einer Grenzfläche zwischen Sand und Gneis

2.4 Auflösungsvermögen

Für die Beurteilung des Radargramminhalts besonders wichtig ist die Kenntnis des vertikalen und des lateralen Auflösungsvermögens (Forkmann & Petzold, 1989). Für das minimal auflösbare Tiefenintervall Δz gilt :

$$\Delta z = \frac{v}{4 \widetilde{\Delta f}} , \quad (2.32)$$

wobei v die Geschwindigkeit und $\widetilde{\Delta f}$ die äquivalente Bandbreite ist. Das Konzept der äquivalenten Bandbreite wird erst in Kapitel 5 erläutert.

Weil die Geschwindigkeit v als Objektparameter durch den Untergrund festgelegt ist, kann eine höhere vertikale Auflösung nur durch Vergrößerung der äquivalenten Bandbreite $\widetilde{\Delta f}$ erreicht werden. Je höher die verwendete Arbeitsfrequenz ist, desto größer ist die absolute Bandbreite des abgestrahlten Radarsignals und desto kleiner ist Δz . Das bedeutet, für höhere Frequenzen ergibt sich eine bessere vertikale Auflösung.

Für die minimal auflösbare laterale Objektdimension Δx gilt :

$$\Delta x = d_F = \sqrt{2h\lambda + \frac{\lambda^2}{4}} , \quad (2.33)$$

wobei d_F der Durchmesser der ersten FRESNELzone, h die Reflektortiefe und λ die mittlere Wellenlänge ist. Die laterale Auflösungsgrenze vergrößert sich nach (2.33) mit zunehmender Wellenlänge λ und anwachsender Reflektortiefe. Die in der Meßpraxis zu fordernde Optimierung beider Auflösungsmaße stellt immer einen Kompromiß zwischen gewünschter Reichweite und erreichbarer Detailauflösung dar. Die Hauptgründe dafür sind die Tiefpaßwirkung des Untergrundes und das aktuelle Nutz/Stör-Verhältnis.

Kapitel 3

Impulsantwort eines absorbierenden Mediums

3.1 Absorption und Dispersion

Während der Ausbreitung in einem geologischen Medium werden elektromagnetische Wellen von Wechselwirkungsvorgängen beeinflusst und erfahren einen ständigen Energieverlust. Im Radargramm in Erscheinung tritt diese Tatsache in Form von mit der Laufzeit zunehmenden Signalveränderungen. Im Frequenzbereich wird dies in der Verschiebung der Hauptfrequenz des Signalspektrums zu kleineren Frequenzen bei gleichzeitiger Abnahme der Bandbreite erkennbar. Im allgemeinen wird dieser Energieverlust ohne spezielle Kenntnis der ablaufenden Vorgänge als Absorption bezeichnet. Mit der Absorption ist zwangsläufig eine Frequenzabhängigkeit der Ausbreitungsgeschwindigkeit verbunden. Diese Abhängigkeit wird als Geschwindigkeitsdispersion bezeichnet. In einem linearen System sind Absorption und Dispersion miteinander durch die Hilbert-Transformation verknüpft. Die Verknüpfungsbeziehung wird als Dispersionsrelation oder als Kramer-Kronig-Relation bezeichnet.

Die Wellenfunktion einer ebenen Welle in Richtung x mit Berücksichtigung der Dämpfung ist :

$$A = A_0 e^{-\alpha x} e^{j\omega(t - \frac{x}{v})} . \quad (3.1)$$

Es bedeuten :

- A - Amplitude ,
- t - Zeit ,
- x - Abstand ,
- v - Phasengeschwindigkeit ,
- A_0 - Amplitude bei $x = 0$ und $t = 0$,
- α - Absorptionskoeffizient ,
- ω - Kreisfrequenz ,
- j - Imaginäre Einheit, $j^2 = -1$.

Die Abnahme der Wellenamplitude infolge der Absorption wird durch den Absorptionskoeffizienten α ausgedrückt.

Andererseits wird der Gütefaktor Q als ein Maß des relativen Energieverlustes über eine Wellenlänge definiert (Johnston & Toksöz, 1981) :

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{2\pi}{Q} . \quad (3.2)$$

Damit ergibt sich für Q :

$$Q = \frac{2\pi}{\frac{\Delta E}{E}} = \frac{2\pi}{\frac{E_1 - E_2}{E_1}} = \frac{2\pi}{1 - \frac{E_2}{E_1}} , \quad (3.3)$$

wobei E_1 bzw. E_2 die monofrequente Energie einer elektromagnetischen Welle im Abstand der Wellenlänge λ darstellt. Für den Zusammenhang zwischen α und Q leitet sich daraus ab :

$$Q = \frac{\omega}{2 v \alpha} , \quad (3.4)$$

so daß (3.1) auch geschrieben werden kann :

$$A = A_0 e^{(-\frac{\omega x}{2vQ})} e^{i\omega(t - \frac{x}{v})} . \quad (3.5)$$

Die Ausbreitung einer elektromagnetischen Welle in einem geologischen Medium wird durch dessen Phasengeschwindigkeit und Gütefaktor charakterisiert.

3.2 Frequenzabhängigkeit der elektrischen Kenngrößen

Da die Magnetisierbarkeit μ der meisten nichtmagnetischen Gesteine angenähert als konstant mit dem Betrag 1 angesehen werden kann, entfällt eine Untersuchung dieser Größe. Wir können jetzt die Frequenzabhängigkeit der elektrischen Leitfähigkeit $\sigma(f)$ und der elektrischen Polarisierbarkeit $\epsilon(f)$ betrachten.

Die Ausbreitungsparameter v und Q für einige Gesteine sind im Radarfrequenzbereich, wie in Abbildung 2.1 dargestellt wird, nahezu frequenzunabhängig. Das Frequenzverhalten wird insbesondere durch den Wassergehalt bestimmt, und die Frequenzabhängigkeit beider Größen wird stark von der Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätszahl beeinflusst.

Als reale Stoffe sind Gesteine Träger sowohl freier als auch gebundener Ladungsträger. Die Zahl der freien Ladungsträger wird durch den Elektrolytgehalt bestimmt. Dies beeinflusst den Grad der Leitfähigkeit der Gesteine. Der Einfluß der Leitfähigkeit σ ist, wie in Abb. 2.1 gezeigt, im Radarfrequenzbereich nicht mehr groß. Dagegen spielt die elektrische Polarisierbarkeit eine große Rolle. Dies wird in der Abb. 3.1 gezeigt. Es gibt mehrere Typen der Polarisierbarkeit, nämlich Ladungstrennungspolarisation ϵ'_L , Dipolpolarisation ϵ'_D , Atompolarisation ϵ'_A und Elektronenpolarisation ϵ'_E .

Wie in der Abb. 3.1 dargestellt wird, spielen die Dipol- oder die Orientierungspolarisationen der permanenten Dipole der Wassermoleküle im Radarfrequenzbereich die größte Rolle. Der Grad der elektrischen Polarisierbarkeit wird durch verschiedene physikochemische Prozesse der Wasserbindung bestimmt. Im Frequenzbereich zwischen 10^9 - 10^{11} Hz sieht man eine stufenförmige Abnahme der Orientierungspolarisation ϵ'_D , die durch den Relaxationsprozeß der Orientierungspolarisation verursacht wird. Wirkt auf Moleküle ein elektrisches Feld ein, so eilt der Zeiger der Polarisationsdichte \mathbf{P} dem Zeiger der elektrischen Feldstärke \mathbf{E} nach (Forkmann & Petzold, 1989). Als Ergebnis muß die relative Dielektrizitätszahl ϵ als eine komplexe Größe betrachtet werden:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_0 (\epsilon' - j\epsilon''_{\omega}) \mathbf{E} . \quad (3.6)$$

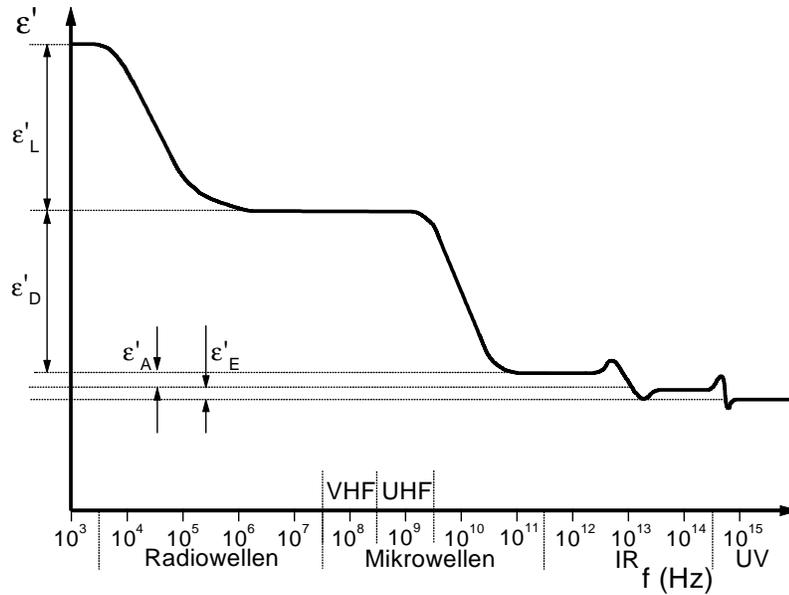


Abbildung 3.1: Dispersionsverlauf der relativen Dielektrizitätszahl des freien Wassers (umgezeichnet nach Schön, 1983)

Einsetzen von Gl. (3.6) in Gl. (2.5), wobei sich die Gesamtstromdichte $\mathbf{J} = \mathbf{J}_L + \mathbf{J}_V$ als Summe der Leistungsstromdichte \mathbf{J}_L und der Verschiebungsstromdichte $\mathbf{J}_V = j\omega \mathbf{D}$ ergibt, führt auf :

$$\mathbf{J} = j\omega \epsilon_0 (\epsilon' - j \epsilon''_{\sim}) \mathbf{E} + \sigma \mathbf{E} = j\omega \epsilon_0 \underline{\epsilon} \mathbf{E} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{J} = j\omega \epsilon_0 (\epsilon' - j (\epsilon''_{\sim} + \epsilon''_{-})) \mathbf{E} . \quad (3.8)$$

Der Imaginärteil der komplexen Dielektrizitätszahl ϵ'' ergibt sich aus dem Anteil ϵ''_{\sim} und dem Anteil ϵ''_{-} :

$$\epsilon'' = \epsilon''_{\sim} + \epsilon''_{-} . \quad (3.9)$$

Der Anteil ϵ''_{\sim} wird durch die Umrichtverluste der Orientierungspolarisation bestimmt. Der Anteil ϵ''_{-} , der durch Leitungsverluste der Orientierungspolarisation verursacht wird, ist :

$$\epsilon''_{-} = \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0} . \quad (3.10)$$

Für elektromagnetische Wellen ist der Verlustwinkel δ mit dem der Gütefaktor Q

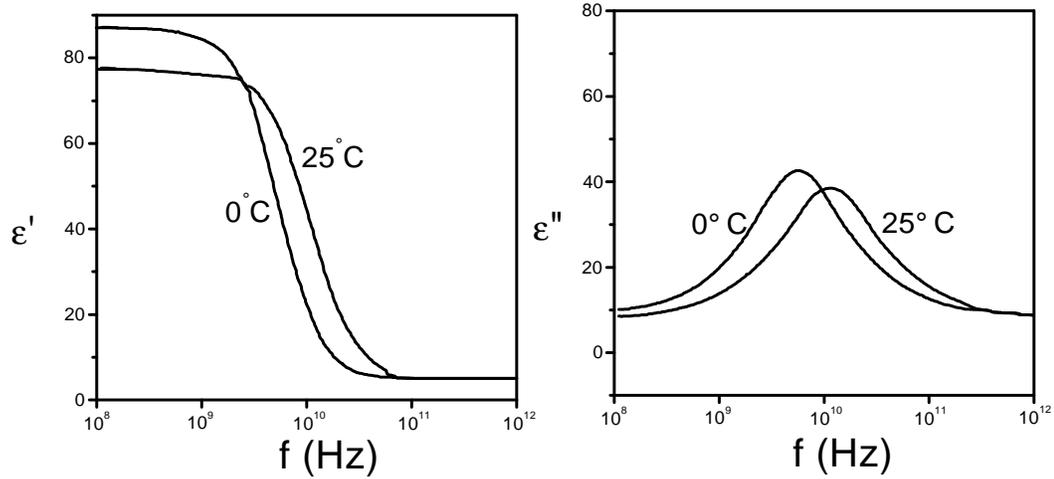


Abbildung 3.2: Relaxation des freien Wassers (umgezeichnet nach Forkmann & Petzold, 1989)

verknüpft, wobei Q bei Anordnung des Dielektrikums zwischen zwei Kondensatorplatten gemessen wird :

$$\tan \delta = \frac{1}{Q} = \frac{\epsilon''}{\epsilon'} . \quad (3.11)$$

Im Wechselfeld sind nur die Gesamtverluste ϵ'' meßbar :

$$\epsilon'' = \epsilon''_{\sim} + \epsilon''_{-} . \quad (3.12)$$

Mit $\mu \approx 1$, $\epsilon = \epsilon'$ und unter Berücksichtigung der Gleichungen (3.10) und (3.12) vereinfachen sich Gl. (2.12) und Gl. (2.13) zu :

$$\tau = \frac{1}{\alpha} = \frac{c\sqrt{2}}{\omega\sqrt{\sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2} - \epsilon'}} \quad (3.13)$$

und

$$v = \frac{c\sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt{\epsilon'^2 + \epsilon''^2} + \epsilon'}} . \quad (3.14)$$

Abb. 3.2 stellt den Dispersionsverlauf des freien Wassers dar. Im Relaxationsbereich, der bei ca. 10^{10} Hz liegt, erreichen die Gesamtverluste ϵ'' ein Maximum. Dagegen verringert sich der Realteil der komplexen Dielektrizitätszahl ϵ' . Bei größerer Temperatur verschiebt sich der Relaxationsbereich hin zu größeren Frequenzen.

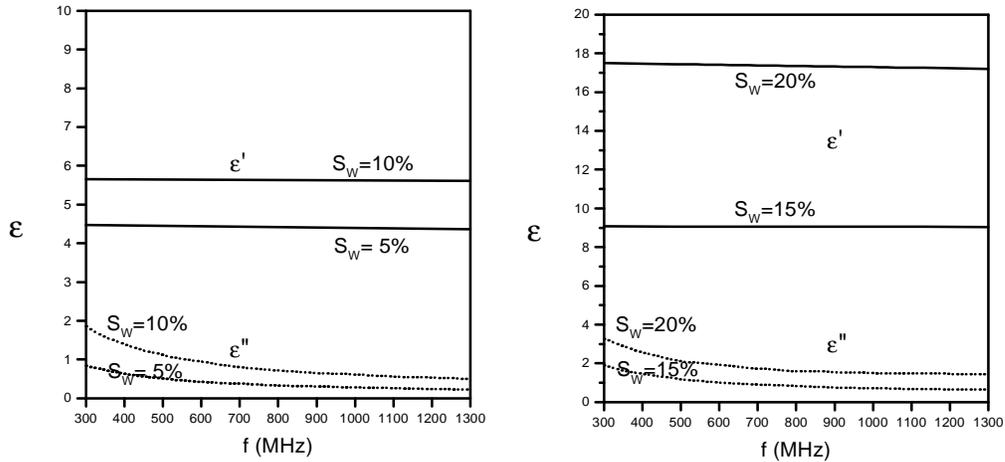


Abbildung 3.3: Dispersion elektrischer Kennwerte für Böden in Abhängigkeit von Wassersättigungsgrad S_W (umgezeichnet nach Peplinski et al., 1995)

Im Falle des gebundenen Wassers tritt eine zusätzliche Verschiebung des Relaxationsbereiches je nach Art der Wasserbindung ein (Forkmann & Petzold, 1989).

Abb. 3.3 stellt die Dispersion elektrischer Kennwerte für Böden in Abhängigkeit vom Wassersättigungsgrad dar. Es ist ersichtlich, daß mit zunehmendem Wassergehalt größere ϵ'' zu erwarten sind. Mit zunehmendem Wassergehalt ist eine Zunahme des Anteils des freien Wassers zu erwarten, und damit spielt das freie Wasser eine größere Rolle. Die Dispersion des Realteils und des Imaginärteils der Dielektrizitätszahl wird neben der Wassersättigung auch durch den Typ der Tonkomponenten beeinflusst (s. Abb. 3.4).

Abbildungen 3.5 und 3.6 zeigen die Dispersion elektrischer Kennwerte für Schluff bzw. Fettkohle. Bei quasi gleichem Wassergehalt sind die Relaxationsbereiche doch verschieden, was durch unterschiedliche Wasserbindung der stofflich und strukturell verschiedenen Gesteine zu erklären ist (Forkmann & Petzold, 1989). Weitere Parameterabhängigkeiten der Dispersion von ϵ' bzw. ϵ'' sind in den Abbildungen 3.7 und 3.8 sowie 3.9 und 3.10 zu finden.

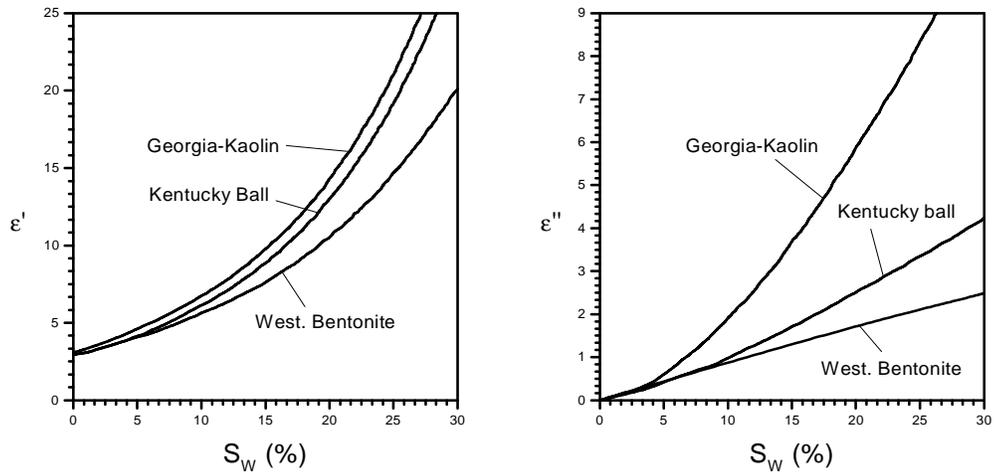


Abbildung 3.4: Sättigungsabhängigkeit elektrischer Kennwerte für Böden in Abhängigkeit von Tonkomponenten bei 700 MHz Frequenz (umgezeichnet nach Peplinski et al., 1995)

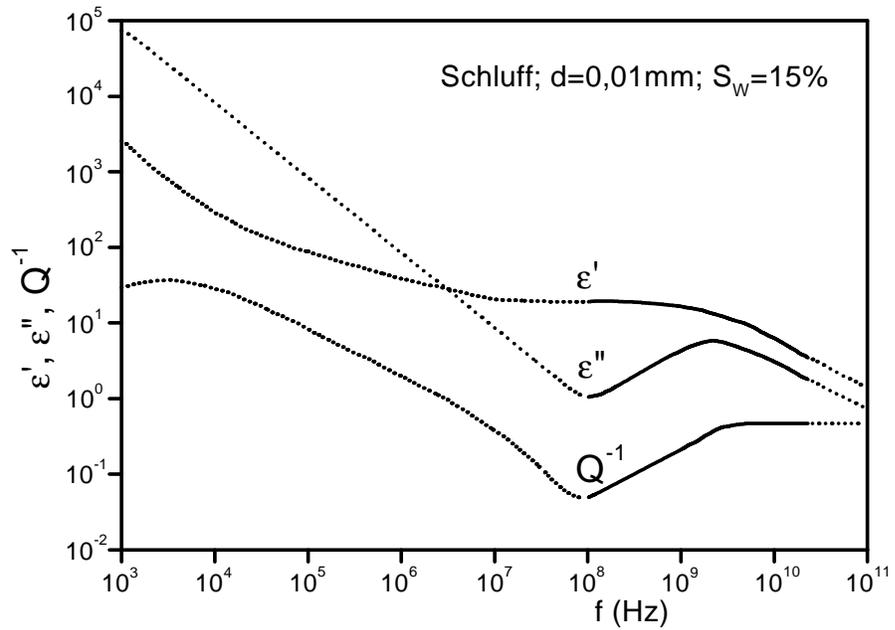


Abbildung 3.5: Dispersion elektrischer Kennwerte für Schluff (umgezeichnet nach Forkmann & Petzold, 1989)

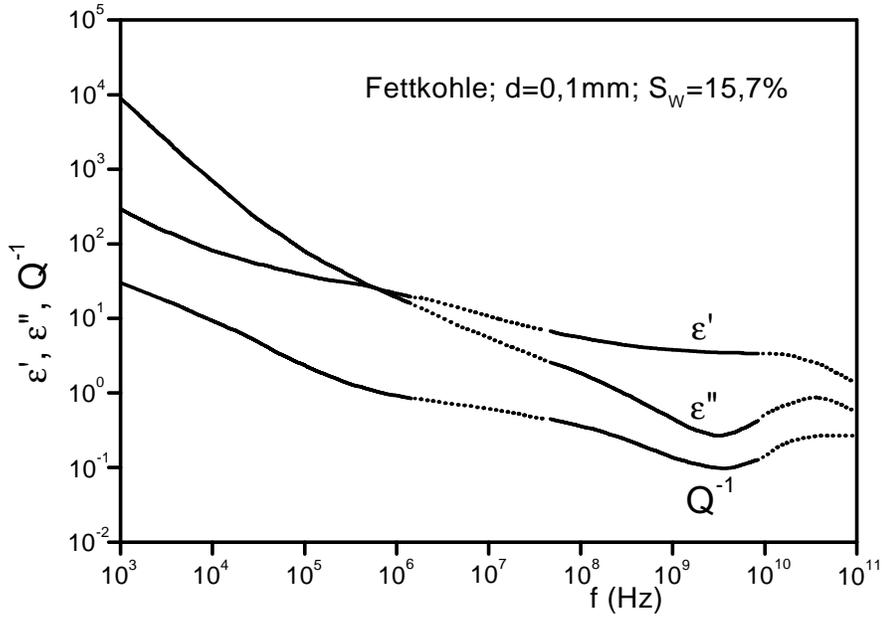


Abbildung 3.6: Dispersion elektrischer Kennwerte für Kohle (umgezeichnet nach Forkmann & Petzold, 1989)

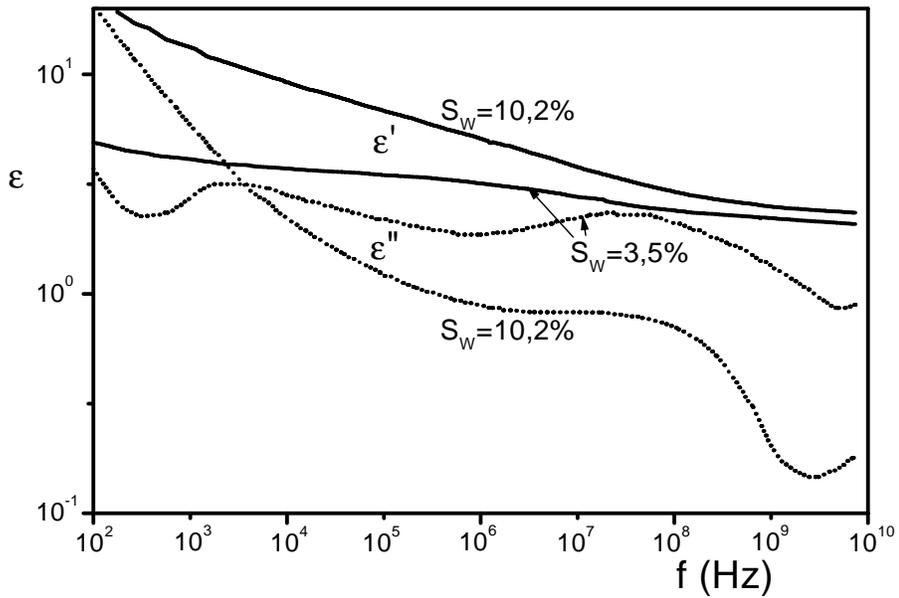


Abbildung 3.7: Abhängigkeit elektrischer Kennwerte für Gesteine von der Wassersättigungsgrad S_W (umgezeichnet nach Forkmann & Petzold, 1989)

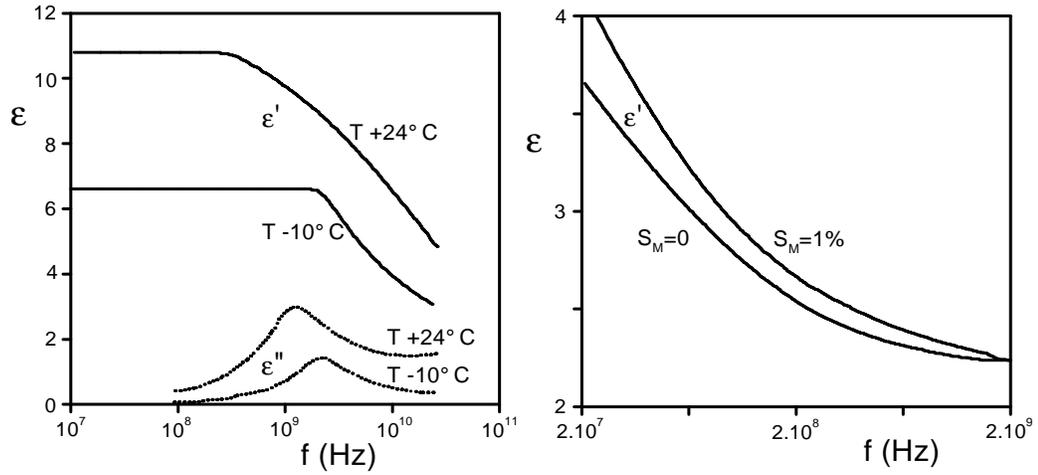


Abbildung 3.8: Abhängigkeit elektrischer Kennwerte von der Temperatur T (links) und vom Mineralisationsgrad S_M (rechts) (umgezeichnet nach Forkmann & Petzold, 1989)

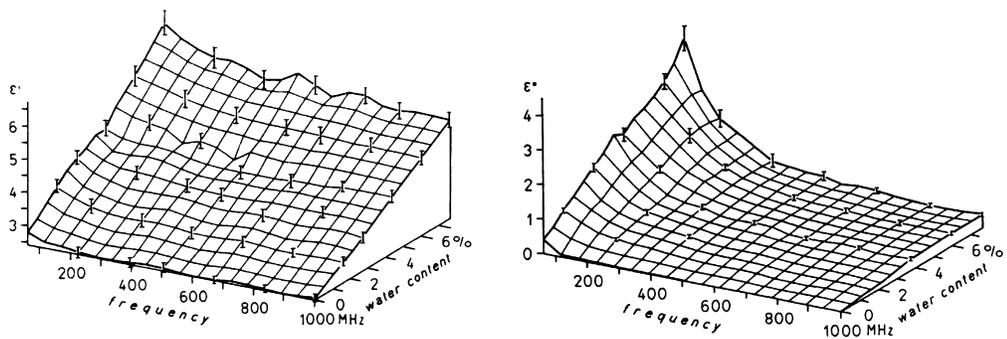


Abbildung 3.9: Real- bzw. Imaginärteil der Dielektrizitätszahl einer Sand-Probe (nach Fijas, Forkmann & Rappsilber, 1994)

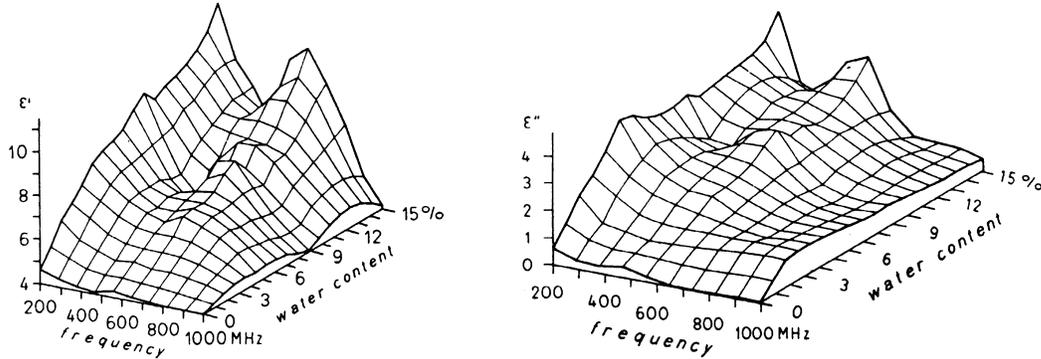


Abbildung 3.10: Real- bzw. Imaginärteil der Dielektrizitätszahl einer Ton-Probe (nach Fijas, Forkmann & Rappsilber, 1994)

3.3 Relaxationsmodelle

Zur Beschreibung der Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätszahl und damit verbundener Relaxation werden im Allgemeinen das empirische DEBYE'sche (1929), das COLE-COLE'sche (1941) oder das COLE-DAVIDSON'sche Modell (1951) benutzt. Für ein verlustbehaftetes polares Dielektrikum führt die Darstellung der komplexen Dielektrizitätszahl nach einem DEBYE'schen Relaxationsmodell auf :

$$\underline{\epsilon} - \epsilon_{\infty} = \frac{\epsilon_s - \epsilon_{\infty}}{1 + j\omega\tau_D} . \quad (3.15)$$

Dabei ist τ_D die Debye-Relaxationszeit und

$$\epsilon_{\infty} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \epsilon , \quad \epsilon_s = \lim_{\omega \rightarrow 0} \epsilon . \quad (3.16)$$

Die beiden Anteile der komplexen Dielektrizitätszahl ergeben sich zu

$$\epsilon' - \epsilon_{\infty} = \frac{\epsilon_s - \epsilon_{\infty}}{1 + \omega^2\tau_D^2} , \quad (\text{Realteil}) \quad (3.17)$$

$$\epsilon'' = \frac{(\epsilon_s - \epsilon_{\infty})\omega\tau_D}{1 + \omega^2\tau_D^2} . \quad (\text{Imaginärteil}) \quad (3.18)$$

In dieser Theorie, die nur einen Mechanismus der Polarisierbarkeit behandelt, wird der Unterschied zwischen ϵ_s und ϵ_{∞} als Dipolpolarisation betrachtet (Cole-Cole, 1941).

Cole & Cole (1941) haben aufgrund der möglichen Dispersion und Absorption in einem nichthomogenen Dielektrikum das modifizierte Modell vorgeschlagen :

$$\underline{\epsilon} - \epsilon_{\infty} = \frac{\epsilon_s - \epsilon_{\omega}}{1 + (j\omega\tau)^{1-\alpha}} , \quad (3.19)$$

wobei α eine Konstante ($0 \leq \alpha < 1$) und τ die Relaxationszeit ist.

Nach dem COLE-DAVIDSONSchen Modell (1951) gilt :

$$\underline{\epsilon} - \epsilon_{\infty} = \frac{\epsilon_0 - \epsilon_{\infty}}{(1 + j\omega\tau_0)^{\beta}} , \quad (3.20)$$

wobei β eine Konstante ist ($0 < \beta \leq 1$) . Auf dieser Grundlage sind einige modifizierte Modelle entstanden (Scaife, 1998). Abb. 3.11 zeigt die Darstellung der schon erwähnten Relaxationsmodelle in einem COLE-COLE-Diagramm, welches von den Autoren selbst als ARGAND-Diagramm bezeichnet wird. Dabei wird der Realteil ϵ' auf der Abszisse und der Imaginärteil ϵ'' auf der Ordinate abgetragen. In der komplexen ϵ -Ebene liefern die verschiedenen Frequenzen entsprechenden Wertepaare als Ortskurve einen Halbkreis für das DEBYE-Modell, einen kreisförmigen Bogen für das COLE-COLE-Modell und einen 'skewed' Bogen für das COLE-DAVIDSONSche Modell. Weil die DEBYEsche Formel und die abgeleiteten Formeln im wesentlichen den Mechanismus der bipolaren Polarisierbarkeit beschreiben, eignen sich die Modelle im Radarfrequenzbereich nicht für viele natürliche Gesteine, insbesondere nicht für Trockengesteine (Hollender & Tillard, 1998). Ein dazu passendes globales Modell ist die sogenannte 'universal dielectric response', die von Jonscher (1977) vorgeschlagen wurde. Das Modell nach Jonscher (1977) wird folgendermaßen beschrieben (Bano, 1996) :

$$\underline{\epsilon} - \epsilon_{\infty} = \epsilon' - \epsilon_{\infty} + j\epsilon'' = \epsilon_r \left(-j \frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} , \quad (3.21)$$

wobei $0 < n < 1$, $\omega_r = 2\pi f_r$ und ϵ_r Konstanten sind. f_r ist eine Bezugsfrequenz. Abb. 3.12 beschreibt das Modell nach Jonscher (1977). Beide Kurven zeigen das universelle Verhalten des Real- bzw. Imaginärteils der Dielektrizitätszahl in Abhängigkeit von ω^{n-1} bei größeren Frequenzen. (a) entspricht einer 'dipole-dominated response' und (b) einer 'carrier-dominated low-frequency response'.

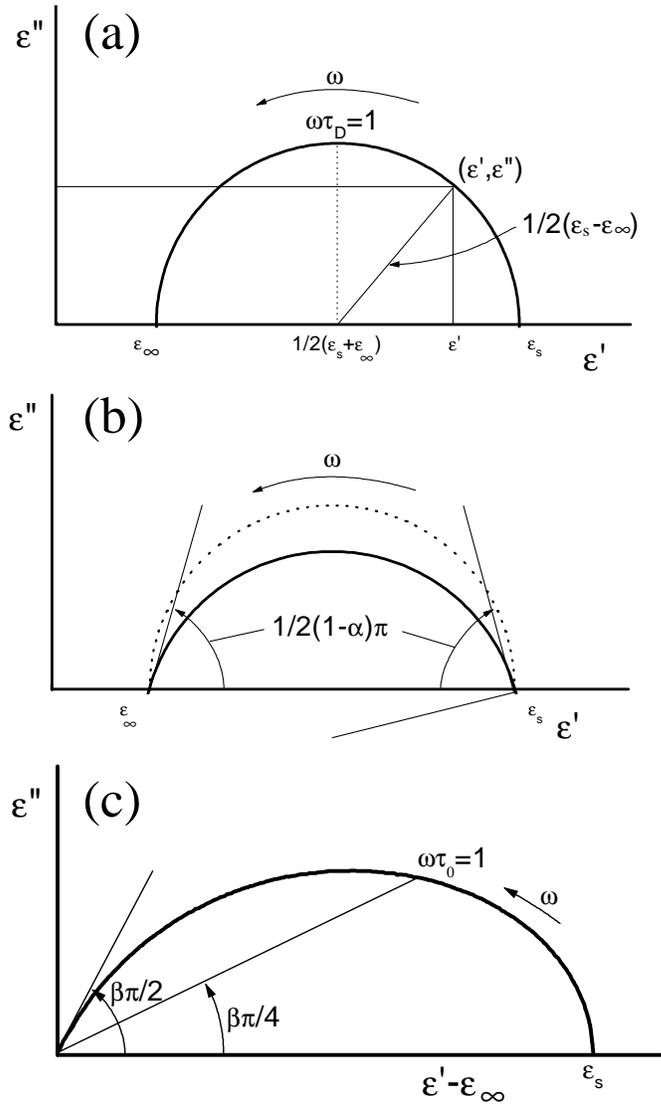


Abbildung 3.11: Darstellung der Modelle im COLE-COLE-Diagramm. (a) DEBYE'sches Modell (b) COLE-COLE'sches Modell und (c) COLE-DAVIDSON'sches Modell (umgezeichnet nach Scaife, 1998).

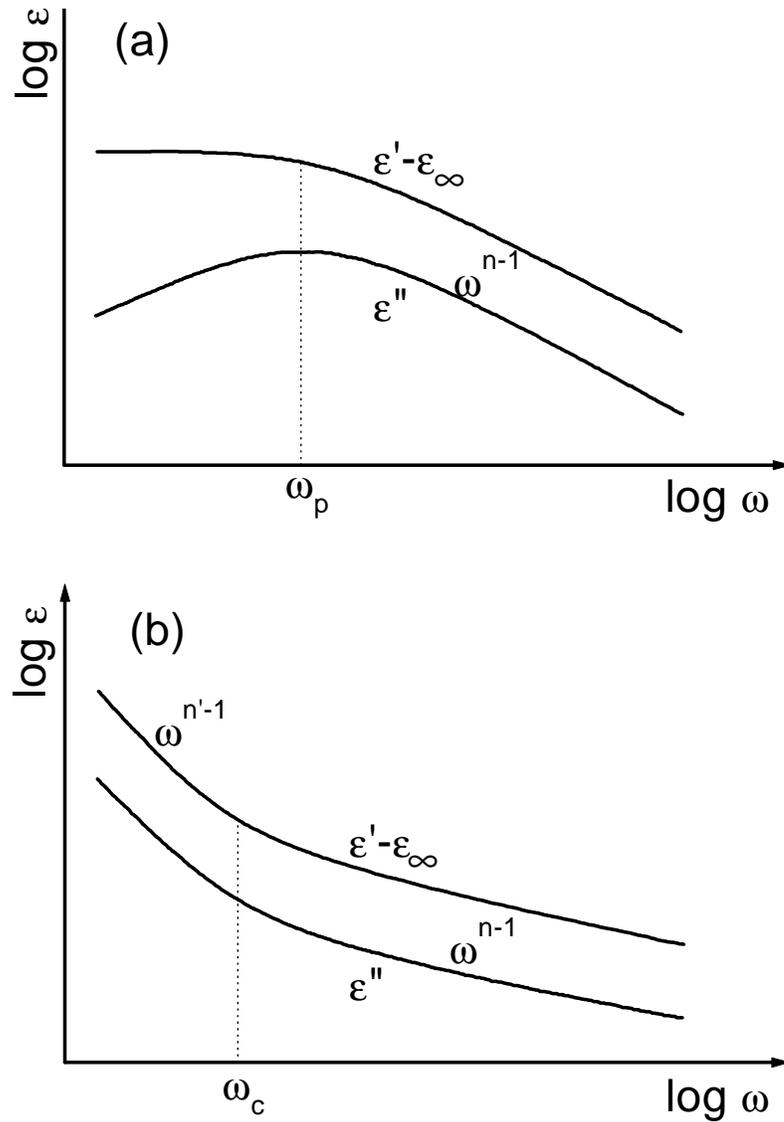


Abbildung 3.12: Dispersiver Verlauf der Dielektrizitätszahl für Materialien mit einer durch Dipolpolarisation dominierten Polarisierbarkeit mit einem maximalen Verlust bei ω_p (a) und für Materialien mit einer „Tiefrequenz“-Polarisierbarkeit mit einem Exponentwert ($n' < n$), der mit zunehmenden charakteristischen Frequenzen ω_c größer wird (b) nach Jonscher (1977). Beide Verläufe zeigen das universelle Verhalten bei höheren Frequenzen (umgezeichnet nach Bano, 1996).

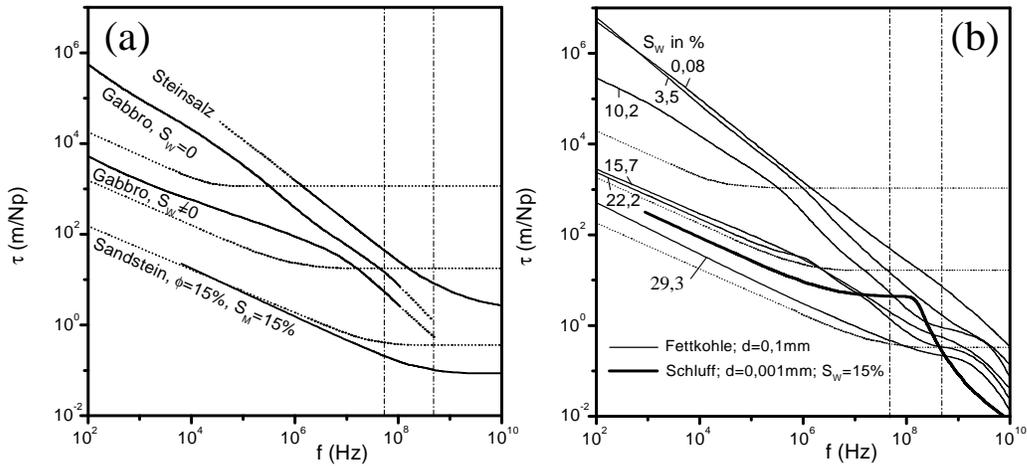


Abbildung 3.13: Dispersion der Eindringtiefe für Festgesteine (a) und für Lockergesteine (b) (umgezeichnet nach Forkmann, 1989)

Untersuchungen haben jedoch ergeben, daß die Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätszahl einiger geologischen Materialien durch das einfache DEBYEsche Modell angenähert werden kann (Turner & Siggins, 1994).

3.4 Kenngrößen der Wellenausbreitung v und Q bzw. α

Unter dem Einfluß der Dispersion der komplexen Dielektrizitätszahl ϵ verändert sich die Frequenzabhängigkeit sowohl der Eindringtiefe als auch der Phasengeschwindigkeit. Abb. 3.13 stellt beispielweise die Dispersion der Eindringtiefe für Festgesteine und für Lockergesteine dar. Zum Vergleich sind in dieser Abbildung die Kurven für den dispersionsfreien Fall nach Abb. 2.1a als unterbrochene Linien eingetragen. Nur für den Sandstein zeigt sich die Ähnlichkeit im Verlauf mit dem dispersionsfreien Fall. Hier wird vermutet, daß der Einfluß der Relaxation des freien Wassers erst oberhalb 10^{10} Hz liegt. Im Fall der Lockergesteine ist dieser Einfluß bei Schluff besonders klar erkennbar. Während sich die Richtung der Kurve deutlich zwischen $10^6 - 10^7$ Hz wegen des ausklingenden Skineffektes ändert, zeigt sich der Einfluß der Relaxation

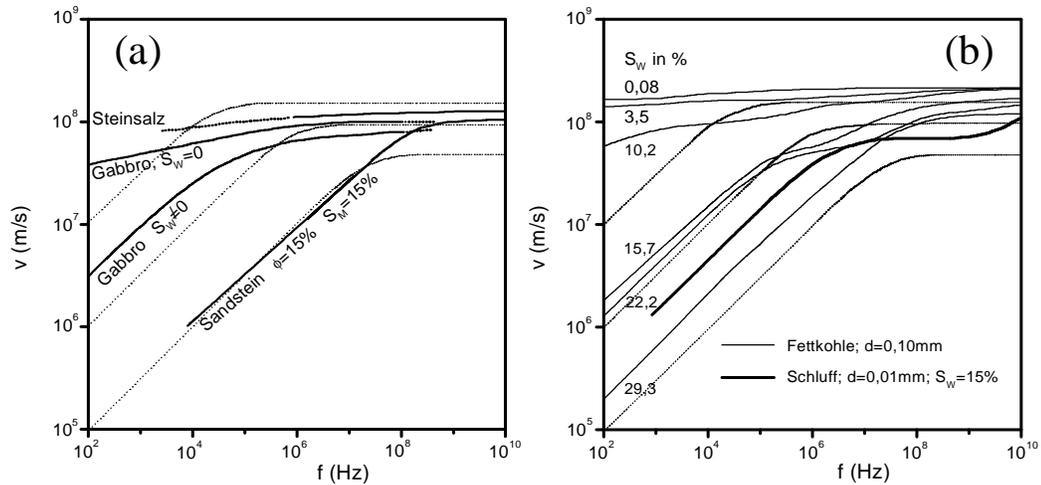


Abbildung 3.14: Dispersion der Phasengeschwindigkeit für Festgesteine (a) und für Lockergesteine (umgezeichnet nach Forkmann & Petzold, 1989)

des gebundenen Wassers bei 120 MHz durch die starke Abnahme der Eindringtiefe an. Bei anderen Gesteinen zeigt sich eine Überlagerung von Skineffekt und Relaxationseinfluß. Es ist festzustellen, daß bei niedrigerem Wassersättigungsgrad (bis zu 10%) die Eindringtiefe zwar größer ist als bei höherem Wassersättigungsgrad, aber sich auch eine stärkere Frequenzabhängigkeit zeigt. Es wird vermutet, daß der Unterschied dieses Verlaufes im Zusammenhang mit den verschiedenen Arten der Wasserbindungen im Gestein und der Abhängigkeit vom Wassersättigungsgrad liegt (Forkmann & Petzold, 1989).

Im Fall der Ausbreitungsgeschwindigkeit ist der Einfluß der Wassersättigung scheinbar noch deutlicher ausgeprägt als im Falle der Eindringtiefe. Abb. 3.14 zeigt Beispiele der Dispersion der Phasengeschwindigkeit für Festgesteine bzw. für Lockergesteine. Zum Vergleich werden in der Abbildung die Kurven für den dispersionsfreien Fall nach Abb. 2.1b als unterbrochene Linien eingetragen. Es zeigen sich deutlich die Unterschiede zwischen Gesteinen mit niedrigerem ($\leq 10\%$) und größerem Wassersättigungsgrad. Während der Dispersionsverlauf von Gesteinen mit niedrigerem Wassersättigungsgrad eine deutliche Abweichung von der Idealkurve und dadurch nur eine schwache Frequenzabhängigkeit im gesamten Frequenzbereich zeigt, zeigt er mit höherem Wassergehalt eine Ähnlichkeit mit den Idealkurven. Nach Abb. 3.14

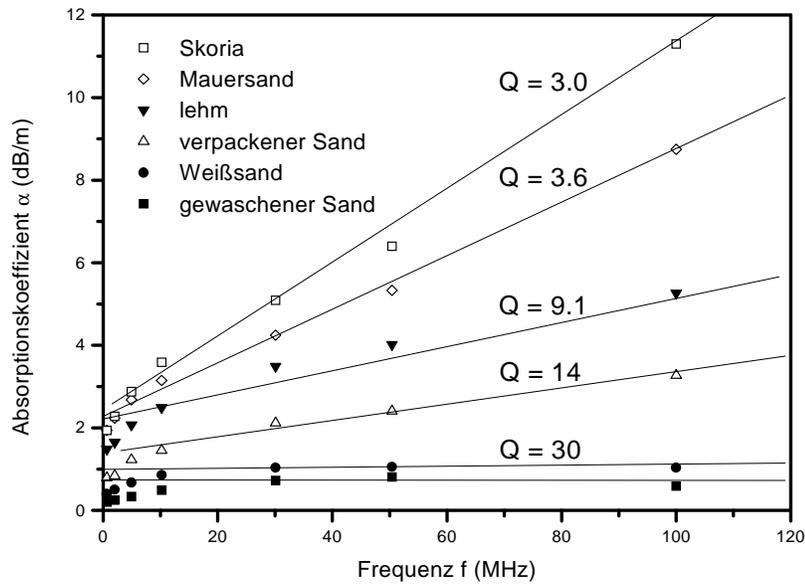


Abbildung 3.15: Absorptionskoeffizient einiger Sande als Funktion der Frequenz (umgezeichnet nach Turner & Siggins, 1994).

ist festzustellen, daß die Dispersion der Phasengeschwindigkeit im Radarfrequenzbereich bei höherem Wassersättigungsgrad nicht vernachlässigt werden kann.

Als Folge der komplizierten Frequenzabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten α kann auch der Gütefaktor Q frequenzabhängig sein. Inwieweit die Frequenzabhängigkeit des Gütefaktors Q von der Linearität abweicht, wird im Folgenden diskutiert.

Die Abbildungen 3.15 und 3.16 zeigen zunächst die Dispersion der Absorptionskoeffizienten für einige Sande bzw. für einige Gesteine. Es ist erkennbar, daß die Dispersionskurven nur quasilinear sind. Wenn die Dispersionskurve nur quasilinear ist, gilt die lineare Beschreibung nur für einen bestimmten Frequenzbereich. Für den Fall des Georadars, dessen Frequenz zwischen 10 und 1000 MHz liegen, ist eine Sekantenapproximation am zweckmäßigsten. Dadurch kann ein frequenzunabhängiger Gütefaktor Q aus dem Anstieg des linearen Zusammenhanges zwischen dem Absorptionskoeffizienten und der Frequenz definiert werden.

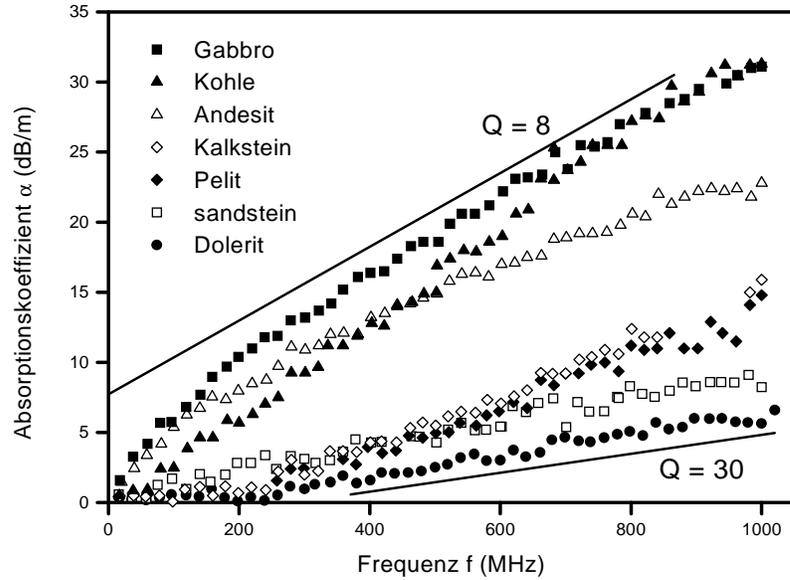


Abbildung 3.16: Absorptionskoeffizient einiger Gesteine als Funktion der Frequenz (umgezeichnet nach Turner & Siggins, 1994).

3.5 Impulsantwort

Die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in einem Medium kann als ein lineares System betrachtet werden. Abb. (3.17) faßt die Verknüpfungsbeziehungen dieses Systems zusammen. Das Medium wird durch eine Impulsantwort $g(t)$ oder ihre Übertragungsfunktion $G(\omega)$ charakterisiert. Das Ausgangssignal $y(t)$ ergibt sich aus einer Faltung zwischen dem Eingangssignal $x(t)$ und der Impulsantwort $g(t)$. Die Fouriertransformierte des Eingangssignals ist :

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt . \quad (3.22)$$

Wenn keine Absorption vorliegt, kann $y(t)$ wie folgt geschrieben werden :

$$y(t) = x\left(t - \frac{z}{v}\right) = x(t - t_0) , \quad (3.23)$$

wobei v und t_0 die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle bzw. die Laufzeit sind. Nach dem Verschiebungssatz der Fouriertransformation unterscheiden sich beide Fouriertransformierte $X(\omega)$ und $Y(\omega)$ nur um einen Phasenterm :

$$Y(\omega) = X(\omega) \cdot e^{-i\omega t_0} . \quad (3.24)$$

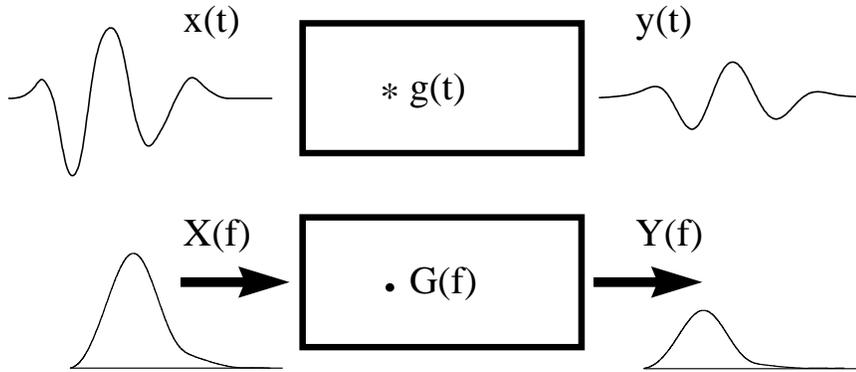


Abbildung 3.17: Verknüpfungsbeziehungen bei der Transmission im Zeit- (oben) bzw. im Frequenzbereich (unten)

Das Spektrum des Ausgangssignal ergibt sich aus einer Multiplikation zwischen dem Spektrum des Eingangssignals und der Übertragungsfunktion :

$$Y(\omega) = X(\omega) \cdot G(\omega) . \quad (3.25)$$

Für die Übertragungsfunktion ergibt sich :

$$G(\omega) = e^{-i\omega t_0} . \quad (3.26)$$

Für ein absorbierendes Medium muß die Übertragungsfunktion einen Dämpfungsterm beinhalten. Mit Berücksichtigung der Absorption lautet die Übertragungsfunktion (Doan, 1984) :

$$G(\omega) = e^{-\frac{\omega t_0}{2Q}} \cdot e^{-i\omega t_0} . \quad (3.27)$$

Daraus läßt sich die Impulsantwort durch Fourierrücktransformation leicht bestimmen :

$$g(t - t_0) = \frac{\frac{t_0}{2Q}}{\left(\frac{t_0}{2Q}\right)^2 + (t - t_0)^2} . \quad (3.28)$$

Aus dem Verlauf der Impulsantwort in Abb. 3.18 ist festzustellen, daß es sich dabei um eine Lorentzkurve handelt, deren Maximum bei $t = t_0$ liegt und symmetrisch dazu zu früheren und späteren Zeiten abfällt. Die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen muß aber durch einen physikalisch realisierbaren Vorgang beschrieben

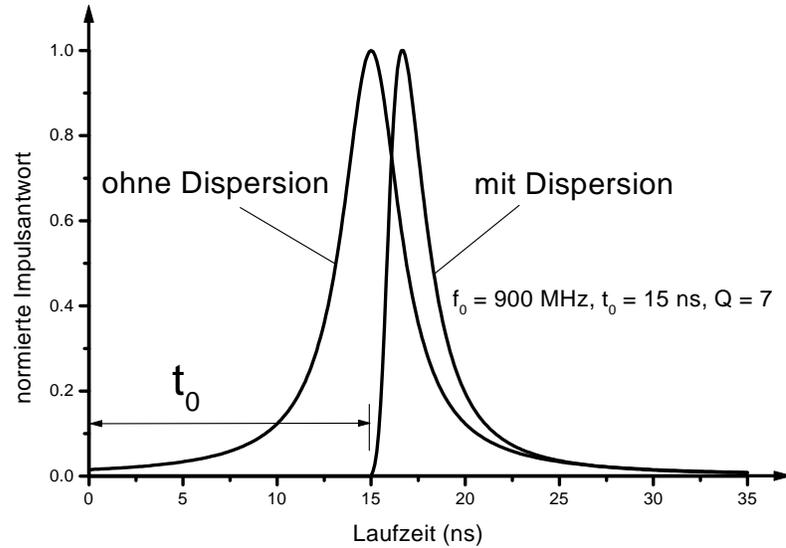


Abbildung 3.18: Impulsantwort ohne bzw. mit Dispersion

werden, wobei das Kausalitätsprinzip gilt. Deshalb muß für $t < 0$ die Impulsantwortfunktion verschwinden. Das verlangt eine Korrektur von Gl. (3.27). Dies wird erreicht durch Einführung einer Geschwindigkeitsdispersion in (3.27), wobei höhere Frequenzen schneller laufen als niedrigere (vgl. Doan, 1994). Für die mathematische Beschreibung dieses unterlinearen Dispersionsverlaufes gibt es eine Reihe unterschiedliche Ansätze. In der vorliegenden Arbeit wird die Dispersionsbeziehung von Futterman (1962) verwendet :

$$v(\omega) = v(\omega_0) \left[1 - \frac{1}{\pi Q} \ln \frac{\omega}{\omega_0} \right]^{-1} . \quad (3.29)$$

Gl. (3.29) lässt sich auch wie folgt schreiben :

$$\frac{1}{v(\omega)} = \frac{1}{v(\omega_0)} \left[1 - \frac{1}{\pi Q} \ln \frac{\omega}{\omega_0} \right] . \quad (3.30)$$

wobei $\omega_0 = 2\pi f_0$ eine Bezugsfrequenz ist. Einsetzen von Gl. (3.30) in Gl. (3.27) ergibt :

$$G(\omega) = e^{-\frac{\omega t_0}{2Q}} e^{-j\omega t_0} \left[1 - \frac{1}{\pi Q} \ln \frac{\omega}{\omega_0} \right] \quad (3.31)$$

oder

$$G(\omega, t_0) = A(\omega, t_0) e^{jP(\omega, t_0)} \quad (3.32)$$

mit

$$A(\omega, t_0) = e^{-\frac{\omega t_0}{2Q}} \quad (\text{Amplitudenspektrum}) \quad (3.33)$$

$$P(\omega, t_0) = -\omega t_0 - \phi(\omega, t_0) \quad (\text{Phasenspektrum}) \quad (3.34)$$

$$\phi(\omega, t_0) = -\frac{\omega t_0}{\pi Q} \ln \frac{\omega}{\omega_0} . \quad (3.35)$$

Die Bezugsfrequenz ω_0 tritt nur im Phasenspektrum auf und wird in dieser Arbeit zweckmäßigerweise der NYQUIST-Frequenz gleichgesetzt : $\omega_0 = \omega_{NY}$. Damit ergibt sich schließlich für die Übertragungsfunktion des absorbierenden, dispersionsbehafteten Mediums mit kausaler Impulsantwort :

$$G(\omega) = e^{-\frac{\omega t_0}{2Q}} e^{-j\omega t_0} \left[1 - \frac{1}{\pi Q} \ln \frac{\omega}{\omega_{NY}} \right] \quad (3.36)$$

oder

$$G(\omega) = e^{-\frac{\omega t_0}{2Q}} e^{-j\omega t_0} e^{j\frac{\omega t_0}{\pi Q} \ln \frac{\omega}{\omega_{NY}}} . \quad (3.37)$$

In Gl. (3.37)) stellt der erste Term den Dämpfungsfaktor, der zweite Term den Laufzeitfaktor und der dritte Term den Dispersionsfaktor dar. Abb. (3.19) zeigt den Einfluß des Gütefaktors Q auf die Verläufe des Amplituden- bzw. Phasenspektrums sowie die Impulsantwort. Insbesondere erkennt man die mit abnehmendem Q zunehmende Absorptions- und Dispersionswirkung.

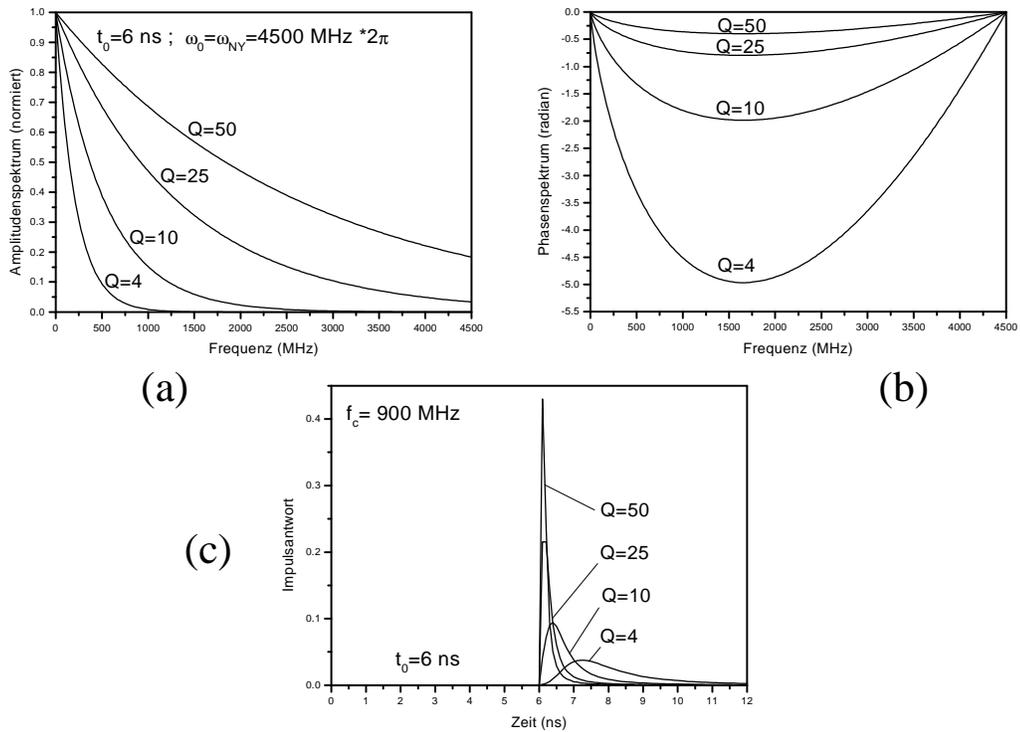


Abbildung 3.19: Übertragungsterme (Amplitudenspektrum (a) und Phasenspektrum (b) sowie Impulsantwort (c); Parameter = Gütefaktor Q ; Modelvorgaben: $t_0 = 6 \text{ ns}$, $\omega_0 = \omega_{NY}$ und $f_c = 900 \text{ MHz}$).

3.6 Konstant- Q -Modell und Geschwindigkeitsdispersion $v(f)$

Absorption und Dispersion sind über den Gütefaktor miteinander verknüpft. Hier werden die theoretischen Überlegungen nach Bano (1996), die auf der komplexen Dielektrizitätszahl nach dem Modell von Jonscher (1977) basieren, erläutert.

Das Modell eines konstanten Q -Wertes bedeutet, daß Realteil und Imaginärteil der Dielektrizitätszahl die gleiche Tendenz der Frequenzabhängigkeit aufweisen müssen. Es ist deshalb gerechtfertigt, eine komplexe Dielektrizitätszahl zu bilden, deren Real- und Imaginärteil über der Peak-Frequenz in doppelt-logarithmischer Darstellung als zwei parallele Geraden erscheinen, wie in der Abb. 3.12 dargestellt wird. Betrachtet man für das JONSCHER-Modell nach Gl. (3.21) nur die positiven Frequenzen, erhält man :

$$\epsilon = \epsilon_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} \cos \left[\frac{\pi}{2}(1-n) \right] + \epsilon_\infty + j \epsilon_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} \sin \left[\frac{\pi}{2}(1-n) \right] . \quad (3.38)$$

Für das Verhältnis von Imaginär- zu Realteil nach Gleichung (3.11) folgt daraus :

$$\frac{\epsilon''}{\epsilon'} = \frac{\epsilon_r \sin \left[\frac{\pi}{2}(1-n) \right] \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1}}{\epsilon_r \cos \left[\frac{\pi}{2}(1-n) \right] \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} + \epsilon_\infty} = \frac{1}{Q(\omega)} . \quad (3.39)$$

Gl. (3.39) beschreibt ein frequenzabhängiges Q .

Definiert man nun $Q = const. = Q_0$:

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{\epsilon''}{\epsilon' - \epsilon_\infty} = \tan \left[\frac{\pi}{2}(1-n) \right] \quad (3.40)$$

und setzt $\epsilon'_r = \epsilon_r \cos[\pi/2(1-n)]$ in Gl. (3.39) ein, erhält man

$$\frac{1}{Q(\omega)} = \frac{\epsilon'_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1}}{Q_0 \left[\epsilon'_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} + \epsilon_\infty \right]} . \quad (3.41)$$

Für eine schwache Dämpfung oder ein großes Q ($n \approx 1$) ist die Abhängigkeit des Q von der Frequenz zu vernachlässigen. Gl. (3.41) kann dann angenähert wie folgt geschrieben werden (Bano,1996) :

$$\frac{1}{Q_c} = \frac{\epsilon'_r}{Q_0(\epsilon'_r + \epsilon_\infty)} . \quad (3.42)$$

Gleichung (3.42) besitzt nun die gleiche Form wie die Näherung eines konstanten Q für elastische Wellen nach Kjartansson (1979).

Einsetzen von Gl. (3.41) in Gl. (3.38) ergibt

$$\underline{\epsilon} = \left[\epsilon'_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} + \epsilon_\infty \right] \left(1 + \frac{i}{Q(\omega)} \right). \quad (3.43)$$

Die komplexe Wellenzahl \underline{k} kann auch geschrieben werden als :

$$\underline{k} = \omega \sqrt{\mu \underline{\epsilon}}. \quad (3.44)$$

Wendet man Gl. (3.41) auf Gl. (3.44) an, kann sie wie folgt geschrieben werden :

$$\underline{k} = \omega \left[\mu \epsilon'_r \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} + \mu \epsilon_\infty \right]^{1/2} \left(1 + \frac{i}{Q(\omega)} \right)^{1/2}. \quad (3.45)$$

Unter der Annahme der schwachen Dämpfung kann der Tangens in Gl. (3.40) mit seinem Argument angenähert werden ($\tan \left[\frac{\pi}{2}(1-n) \right] \approx \frac{\pi}{2}(1-n)$). Gl. (3.40) wird dann zu

$$1 - n \approx \frac{2}{\pi Q_0}. \quad (3.46)$$

Die Reihenentwicklung von $(\omega/\omega_r)^{n-1}$ ergibt :

$$\left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{n-1} \approx \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right)^{-2/\pi Q_0} = 1 - \frac{2}{\pi Q_0} \ln \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right) + \frac{1}{2!} \left[\frac{2}{\pi Q_0} \ln \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right) \right]^2 - \dots \quad (3.47)$$

Einsetzen von Gl. (3.42) und (3.47) in Gl.(3.45) und Vernachlässigung aller Terme zweiter und höherer Ordnung der $1/Q_0$, und die Benutzung zweier Terme der Erweiterung der zweiten Wurzel in Gl.(3.45) ergibt :

$$\underline{k} = \frac{\omega}{v_0} \left[1 - \frac{1}{\pi Q_c} \ln \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right) + i \frac{1}{2Q_c} \right], \quad (3.48)$$

mit

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu(\epsilon'_r + \epsilon_\infty)}}. \quad (3.49)$$

Die komplexe Wellenzahl in Gl. (3.48) kann auch als $\underline{k} = \beta + i\alpha$ geschrieben werden. Daraus ergeben sich

$$\frac{1}{v(\omega)} = \frac{1}{v_0} \left[1 - \frac{1}{\pi Q_c} \ln \left(\frac{\omega}{\omega_r} \right) \right] \quad (3.50)$$

und

$$\alpha = \frac{\omega}{2v_0Q_c}, \quad (3.51)$$

wobei $\beta = \omega/v(\omega)$ ist .

Gl. (3.50) entspricht den Dispersiongesetz der Geschwindigkeit nach Futterman (1962) für die elastische Welle. Gl. (3.50) und (3.51) beschreiben den Zusammenhang zwischen Dispersion und Absorption.

Kapitel 4

Modellierung transmittierter Signale

Die Wirkung von Absorption und Dispersion läßt sich am besten an Modellsignalen studieren. Zunächst wird das Problem der Signalschätzung für ein Modellsignal, mit dem später synthetische Impulsantworten abgefaltet werden können, behandelt. Danach wird eine Vorwärtsmodellierung durchgeführt. Abschließend wird ein Ansatz für die Inversion von Transmissionsdaten mit Anwendung der sogenannten inversen dispersiven Filter vorgestellt.

4.1 Gewinnung des Modellsignals

Zur Ermittlung eines repräsentativen Modellsignals sind aus der Seismik bekannte Verfahren der Signalschätzung wenig geeignet, da die Signalschätzung aus Laufzeitregistrierungen nur ein bereits beeinflusstes Wavelet liefert. Benötigt wird aber ein möglichst unbeeinflusstes Quellensignal. Ein solches realitätsnahes Signal kann mittels direkter Messung in Luft gewonnen werden. Abb. 4.1 zeigt die Meßanordnung, die auf einem freien Parkplatz angewendet wurde. Dabei kamen bistatische Antennen mit 900-MHz- bzw. 450-MHz-Nennfrequenz (f_c) und das Meßgerät pulseEKKO-1000 zum Einsatz. Sende- und Empfangsantennen wurden möglichst hoch gehalten (1,85 m über den Boden), um das Transmissionssignal gut von Reflexionssignalen

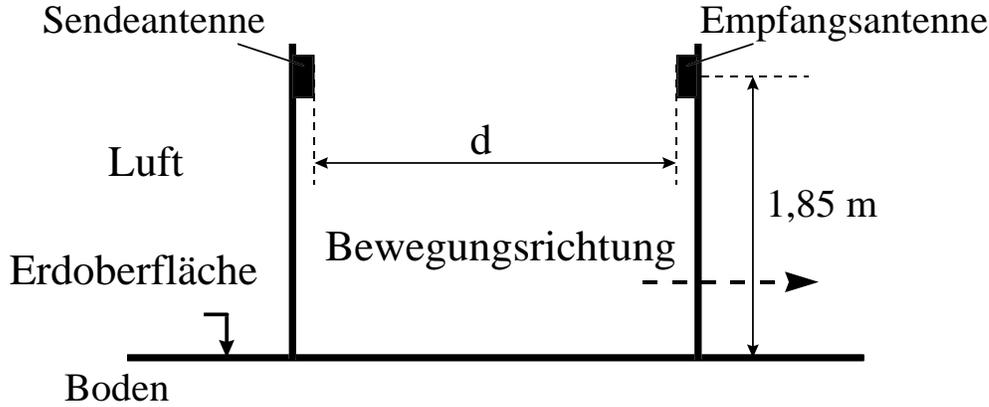


Abbildung 4.1: Meßanordnung zur Ermittlung des Modellsignals (Quellsignal). Die Sende- und Empfangsantennen sind senkrecht zur Bewegungsrichtung orientiert.

separieren zu können. Der Abstand zwischen Sende- und Empfangsanenne d wurde wie folgt variiert : 0,2 m ; 0,4 m ; 0,6 m ; 0,8 m ; 1,0 m ; 1,5 m ; 2,0 m ; 2,5 m ; 3,0 m.

Die tiefpaßgefilterten Signale sind in Abb. 4.2 bzw. 4.3 dargestellt. Die mit jeweils $0,3 f_{NY}$ gewählte Grenzfrequenz der Tiefpaßfilterung sichert eine relative Bandbreite von $\frac{\Delta f}{f_0} \approx 1$. Abb. 4.4 zeigt die für $d \geq 1m$ auf Null-Position zurückgerechneten Signale der 900-MHz-Antennen. Dabei werden aufgrund der sehr schwachen Dämpfung elektromagnetischer Wellen in Luft nur die divergenzbedingten Verluste kompensiert. Die Signalform dieser zurückgerechneten Signale zeigt eine befriedigende Übereinstimmung, so daß schließlich als Quellsignal für beide Nennfrequenzen das Signal bei $d = 2$ m ausgewählt wurde. Bei diesem Abstand ist nur mit einer relativ geringen gegenseitigen Beeinflussung von Sende- und Empfangsanenne zu rechnen und die Reflexion von der Erdoberfläche folgt mit 14 ns Laufzeit interferenzfrei hinter dem Transmissionssignal. Abb. 4.5 verdeutlicht die Äquivalenz der Signalform beider Modellsignale. Das Amplitudenniveau verhält sich wie 3 : 2.

Zum Vergleich wird hier die analytische Funktion nach Arcone (1991) zur Beschreibung eines GPR-Modellsignals gegenübergestellt :

$$A(t) = A_0 \{u(t) - u(t - 3t_0)\} \sin(\omega_c t) \left\{ \sin\left(\omega_c \frac{t}{6} + \frac{\pi}{8}\right) \right\}^2 . \quad (4.1)$$

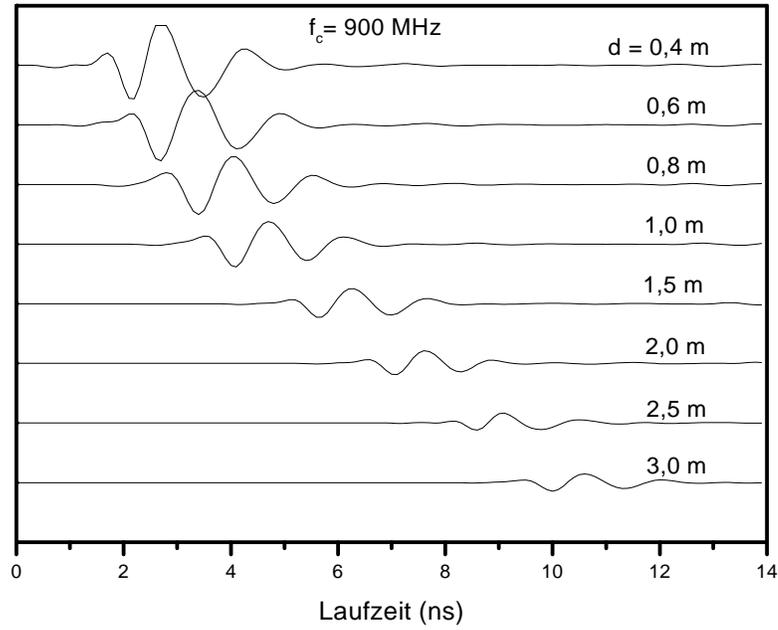


Abbildung 4.2: Gemessene Transmissionssignale aus Messungen in Luft mit Variation des Abstandes zwischen Sende- und Empfangsantenne d ; $f_c = 900$ MHz

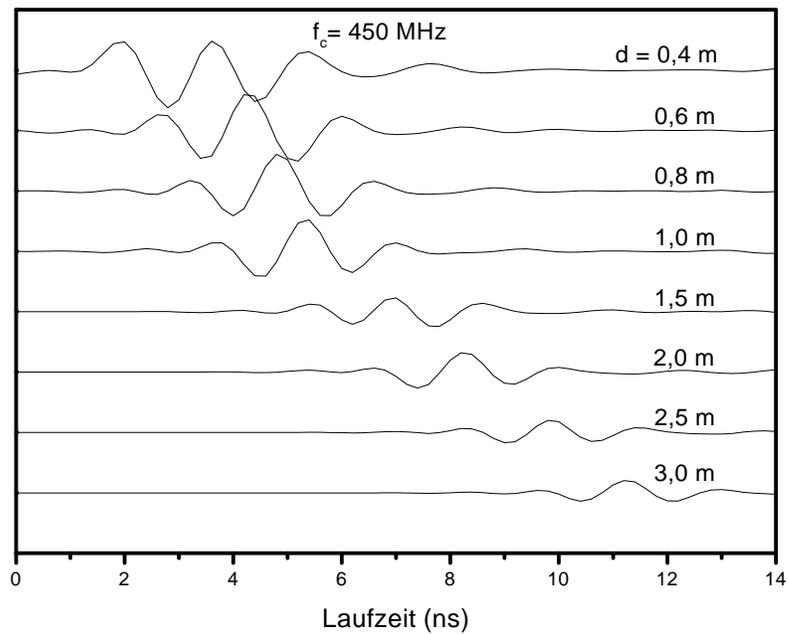


Abbildung 4.3: Gemessene Transmissionssignale aus Messungen in Luft mit Variation des Abstandes zwischen Sende- und Empfangsantenne d ; $f_c = 450$ MHz

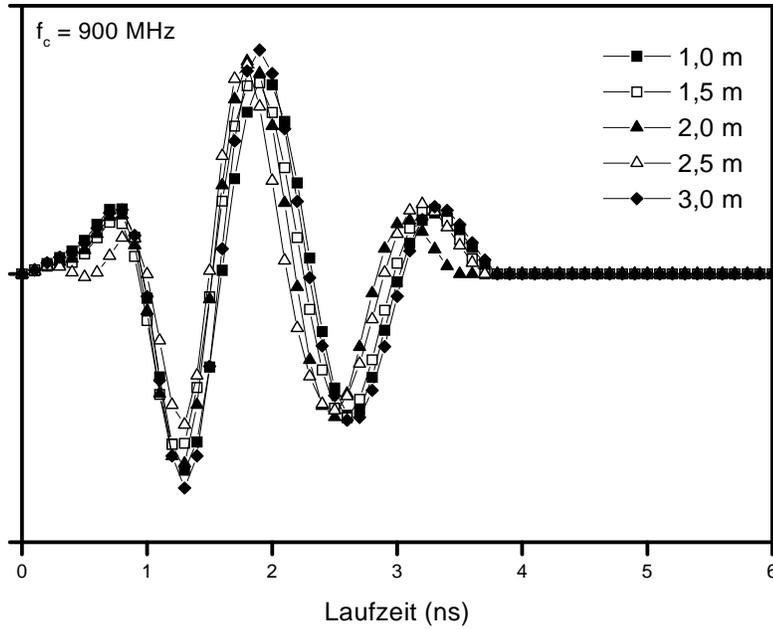


Abbildung 4.4: Auf Null-Position zurückgerechneten Transmissionssignale bei 900-MHz-Nennfrequenz

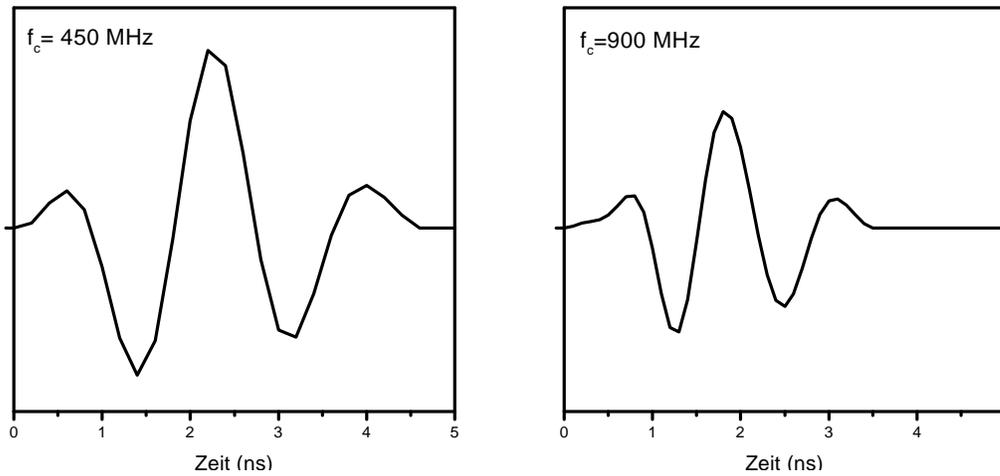


Abbildung 4.5: Bei $d = 2$ m extrahierte Quellsignale für die Nennfrequenz 450 MHz (links) und 900 MHz (rechts)

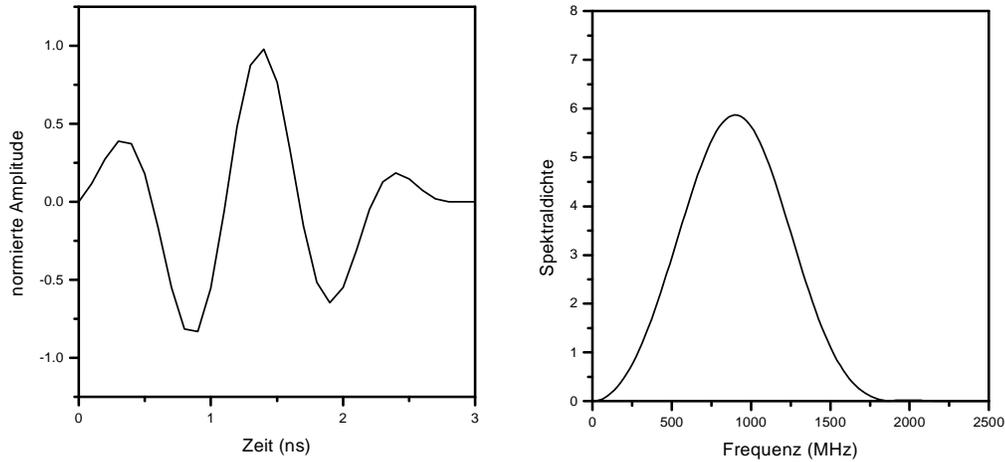


Abbildung 4.6: Analytisches Signal nach Arcone (1991) (links) und zugehöriges Frequenzspektrum bei 900-MHz-Nennfrequenz (rechts)

$u(t)$ ist die Stufenfunktion, mit welcher die modulierte Nennfrequenz ω_c ein- und nach 3 Zyklen ausgeschaltet wird. Durch die Quadrierung und die Phasenverschiebung im Modulationsterm kann die Signalform modifiziert werden. Abbildung (4.6) stellt das analytische Signal für 900-MHz-Nennfrequenz und das zugehörige Amplitudenspektrum dar. Das Signal hat eine Periodenlänge $T = \frac{2\pi}{\omega_c} = 1,11$ ns und eine Gesamtdauer von 3,0 ns. Aus dem Vergleich zwischen dem theoretischen Signal nach Arcone (1991) und dem empirisch aus Luftmessungen ermittelten Signal (Abb. 4.7) sieht man, daß das analytische Signal nach Arcone bis auf eine Zeitverschiebung Δt mit dem empirisch aus Luftmessungen ermittelten Signal sehr gut übereinstimmt. Wenn die Peak-Frequenz des Luftsignals für die Erzeugung des analytischen Signals ($f_{peak} = 781,24$ MHz) benutzt wird, verbessert sich das Ergebnis, das in der Abbildung 4.8 dargestellt wird. Die Zeitverschiebung Δt wird deutlich kleiner als die in der Abbildung 4.7. Weil in dieser Untersuchung ein möglichst realitätsnahes Signal benutzt werden sollte, wird das Signal nach Arcone nicht angewendet. Dieses berücksichtigt nicht den Typ der benutzten Antenne. Allerdings bietet es aufgrund der kleineren Zeitverschiebung im Vergleich mit dem Luftsignal die Möglichkeit zum Einsatz in der Modellierung mit beliebigen Frequenzen. Auch das Problem der Richtcharakteristik muß in Betracht gezogen werden. Aus der Meßanordnung

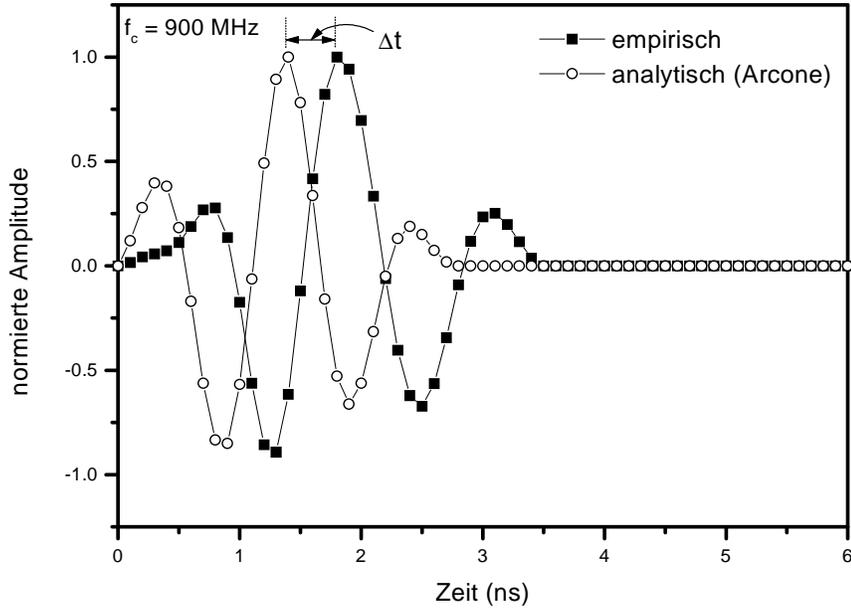


Abbildung 4.7: Vergleich zwischen dem analytischen Signal nach Arcone (1991) ($f_{peak} = 900$ MHz) und einem empirisch aus Luftmessungen ermittelten Signal bei 900-MHz-Nennfrequenz ($f_{peak} = 781,24$ MHz)

und den Winkelabhängigen Transmissionssignalen nach Abb. 4.9 ist festzustellen, daß die aufgenommenen Daten eine Abweichung zur Theorie aufzuweisen (Jiao et al., 2000). Bei einem Winkel von 90° zwischen Sende- und Empfangsdipol sollte theoretisch kein Signal mehr gemessen werden. Praktisch geht die elektrische Feldstärke aber nicht bis auf Null zurück. Das bedeutet, daß auch bei großem Einfallswinkel noch merkliche Transmissionssignale gemessen werden können.

Bei der praktischen Analyse von Transmissionssignalen entsteht die Frage, ob ein verkürztes Signal eine brauchbare Parameterschätzung liefert. Abb. 4.10 zeigt die Reduktion verschiedener Partialsignale auf einen Spike durch Dekonvolution. Für die Güte der einzelnen Signale und ihren Dekonvolutionsspike werden folgende Kriterien benutzt :

– für einzelne Signale

1. $\frac{a_{max}^2}{E}$
2. $\frac{N_{min}}{N}$

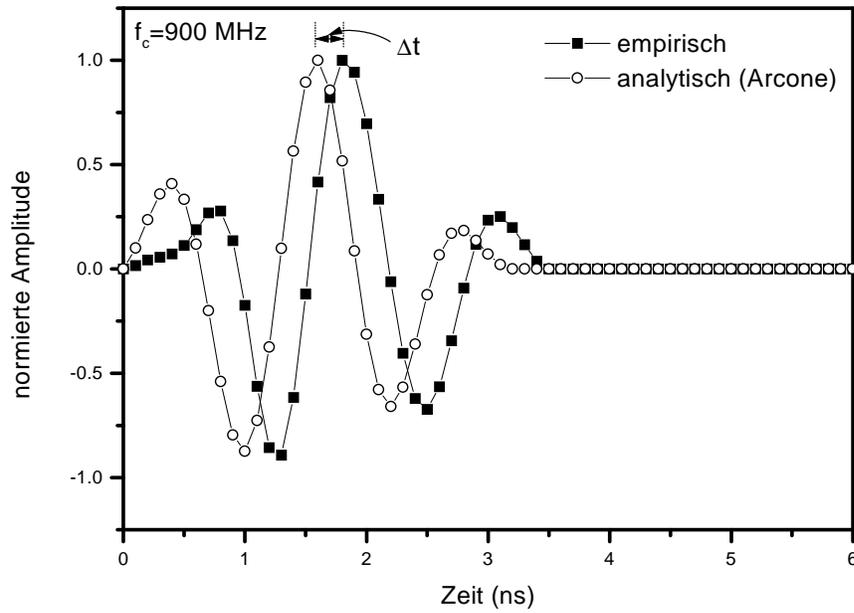


Abbildung 4.8: Vergleich zwischen dem analytischen Signal nach Arcone (1991) ($f_{peak} = 781,24 \text{ MHz}$) und einem empirisch aus Luftmessungen ermittelten Signal bei 900-MHz-Nennfrequenz ($f_{peak} = 781,24 \text{ MHz}$)

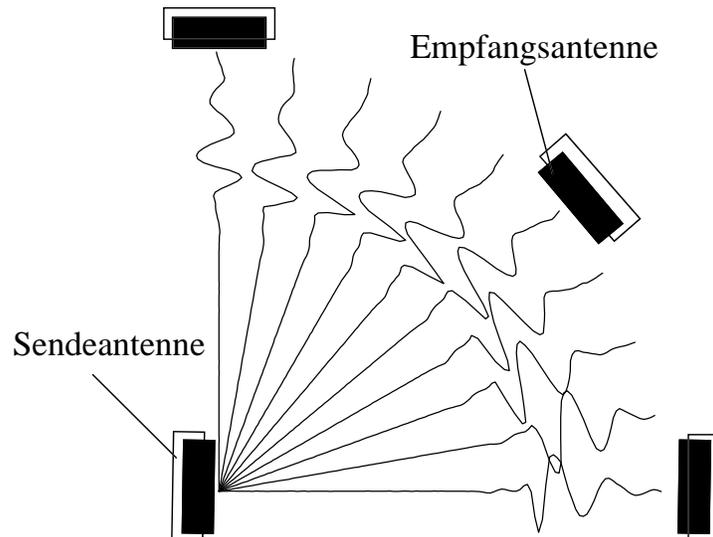


Abbildung 4.9: Winkelabhängigkeit der gemessenen Transmissionssignale

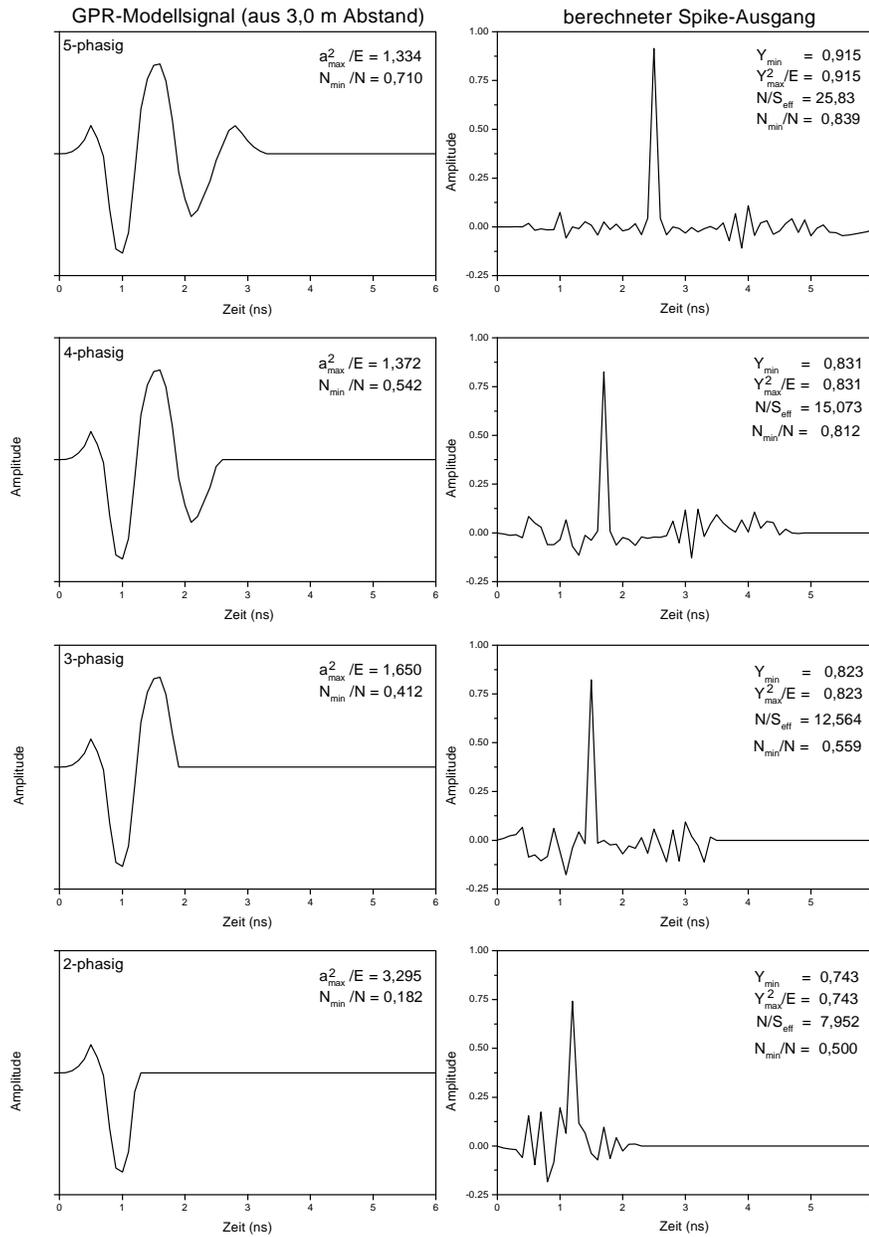


Abbildung 4.10: Partialsignale (links) und der Güte der Spike-Dekonvolution (rechts)

– für ihre Spikedekonvolution

1. $\frac{Y_{max}^2}{E}$
2. $\frac{Nutzsignal}{Störsignal} = \frac{Spikeamplitude}{Dekonvolutionsrauschen}$
3. $\frac{N_{min}}{N}$.

Dabei sind a_{max} und Y_{max} die maximale Signalamplitude bzw. die maximale Spikeamplitude. N_{min} ist die Anzahl der minimumphasigen Binome der einzelnen Signalen bzw. ihres Spikes in der z-Ebene und N die entsprechend Anzahl der gesamten Binome.

Der Quotient im ersten Kriterium gilt als ein Maß für das vertikale Auflösungsvermögen eines Signals P_a ($P_a = 2\widehat{\Delta f} = \frac{a_{max}^2}{E}$) nach dem Konzept des Äquivalenzspektrums von Widess (1982). Der Quotient $\frac{N_{min}}{N}$ beschreibt den Grad der Minimumphasigkeit des Signales und der Quotient $\frac{Nutzsignal}{Störsignal}$ beschreibt die Güte der Spikedekonvolution. Je länger das benutzte Signal ist, desto kleiner ist seine effektive Bandbreite und damit auch sein Auflösungsvermögen. Je länger das benutzte Signal ist, desto größer ist andererseits der Grad der Minimalphasigkeit und somit auch das Nutz/Störverhältnis des Dekonvolutionsergebnisses. Insbesondere aus letzterem Kriterium ist zu schließen, daß, je länger das benutzte Signal ist, desto besser ist das zu erwartende Ergebnis der Parameterschätzung.

4.2 Vorwärtsmodellierung

Die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in einem Medium als lineares System ist durch die Verknüpfungsbeziehung nach Gl. (4.2) zu beschreiben (s. Abb. 4.11) :

$$y(t) = x(t) * g(t) . \quad (4.2)$$

Die Daten für eine entsprechende Modellierung sind in Tabelle 4.1 zusammengefasst. Das Modellsignal A ist das aus Messungen in Luft gewonnene Signal mit 900-MHz-Nennfrequenz, und Modellsignal B ist das mit 450-MHz-Nennfrequenz. Die Impulsantwort wird bestimmt mittels FOURIER-Rücktransformation der Übertragungsfunktion :

$$g(t) \stackrel{FT^{-1}}{\longleftarrow} G(\omega) .$$

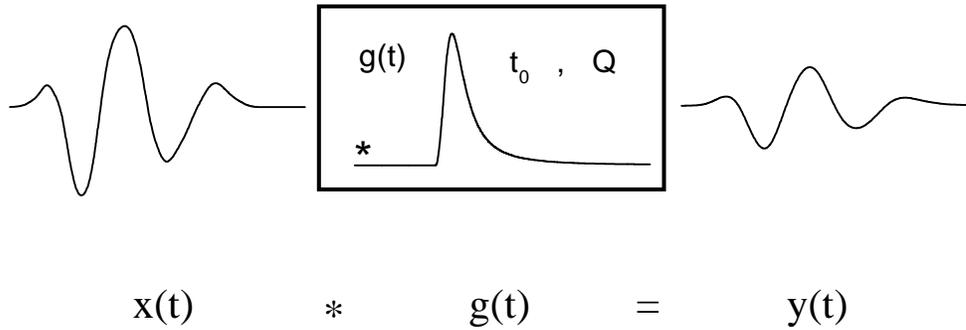


Abbildung 4.11: Modellvorstellung für die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in einem Medium als lineares System

Tabelle 4.1: Daten für die Modellierung

Fall	Eingangssignal $x(t)$	Laufzeit t_0 in ns
1	Modellsignal A (900 MHz)	3
2	Modellsignal A (900 MHz)	6
3	Modellsignal A (900 MHz)	9
4	Modellsignal A (900 MHz)	12
2b	Modellsignal B (450 MHz)	6
4b	Modellsignal B (450 MHz)	12

Die Übertragungsfunktion nach Gl. (3.37) beschreibt die Filtereigenschaften des Mediums als Frequenzfilter. parameter sind die Laufzeit t_0 und der Gütefaktor Q :

$$G(\omega, Q, t_0) = e^{\frac{\omega t_0}{2Q}} e^{-j\omega t_0} e^{j\frac{\omega t_0}{\pi Q} \ln \frac{\omega}{\omega_{NY}}} . \quad (4.3)$$

Abb. (4.12) stellt verschiedene Impulsantworten bei gleicher Laufzeit t_0 ($t_0 = 3 \text{ ns}$) dar. Aus der Abbildung erkennt man, daß für kleine Q (große Dämpfung) die Impulsantwort kleiner und breiter wird. Eine kleinere Impulsantwort bedeutet, daß mehr Energie absorbiert worden ist. Eine breitere Impulsantwort bedeutet, daß mehr Zeit gebraucht wird, um die Energie der elektromagnetischen Wellen zu übertragen. Das bedeutet auch, daß die Hauptenergie später übertragen wird.

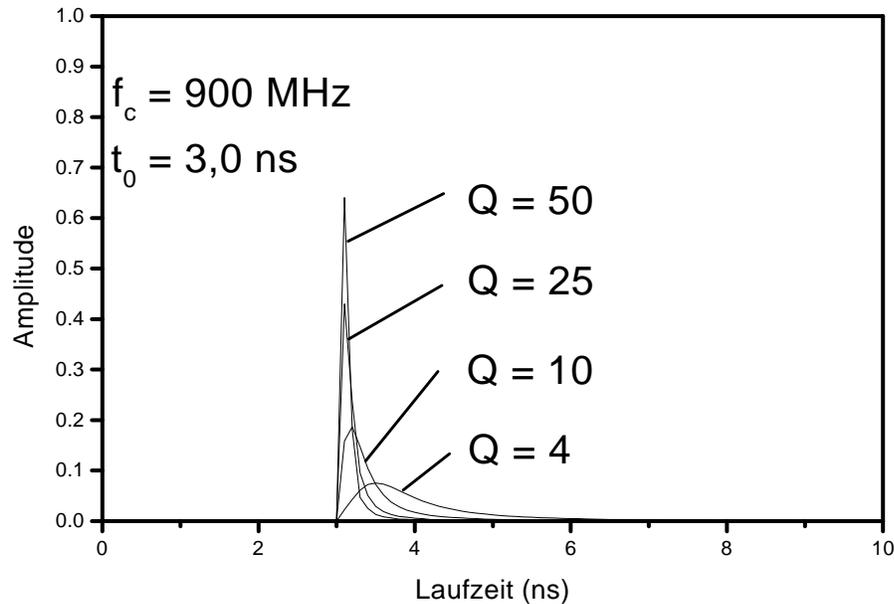


Abbildung 4.12: Impulsantworten bei gleicher Laufzeit t_0 ($t_0 = 3 \text{ ns}$) mit Variation der Q -Werte

Abb. (4.13) stellt die Ausgangssignale und ihre zugehörigen Frequenzspektren bei gleicher Laufzeit t_0 ($t_0 = 3 \text{ ns}$), aber mit unterschiedlichem Q dar. Mit abnehmendem Q -Wert wird das Ausgangssignal kleiner und breiter. Die Peak-Frequenz nimmt ab und wird zu niedrigeren Frequenzen hin verschoben. Das gleiche gilt für Impulsantworten bzw. Ausgangssignale bei gleichem Q -Wert ($Q = 50$) mit Zunahme der Laufzeit t_0 (s. Abb. 4.14 und 4.15). Mit zunehmender Laufzeit t_0 wird die Impulsantwort kleiner und breiter. Das bedeutet, eine elektromagnetische Welle wird bei gleichem Q um so mehr gedämpft, je länger sie sich im Medium ausbreitet. Die übertragbare Energie ist kleiner, und die Hauptenergie wird später übertragen. Mit zunehmender Laufzeit t_0 verschiebt sich die Peak-Frequenz hin zu kleineren Frequenzen.

In den Abbildungen 4.13 und 4.15 werden charakteristische Frequenzparameter eingetragen : die äquivalente Bandbreite $\widetilde{\Delta f}$, die Peak-Frequenz f_p , die Bandbreite $\Delta_{0,7}$ bei 0,707 maximaler Amplitude und die Bandbreite $\Delta_{0,5}$ bei 0,5 maximaler Amplitude. Übereinstimmend zeigt sich, daß, je größer der Q -Wert bei gleicher Laufzeit

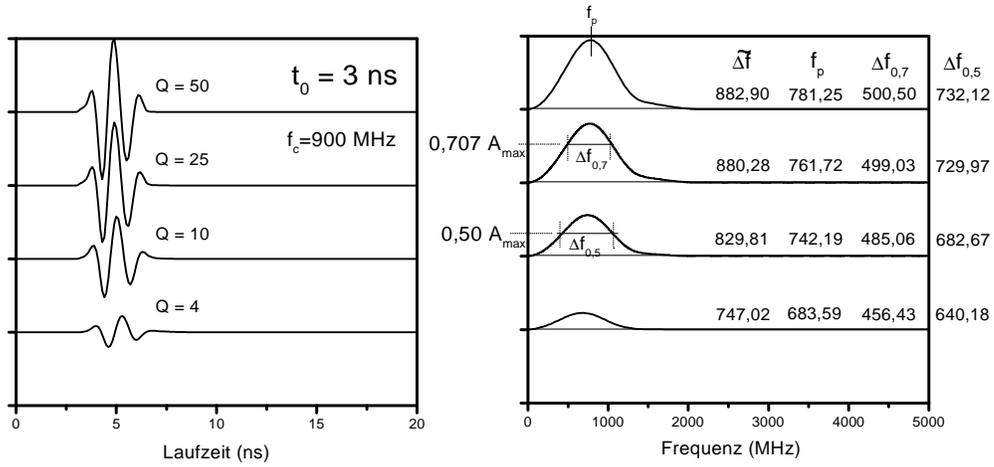


Abbildung 4.13: Ausgangssignale (links) und zugehörige Frequenzspektren bei gleicher Laufzeit t_0 ($t_0 = 3$ ns) mit Variation der Q -Werte

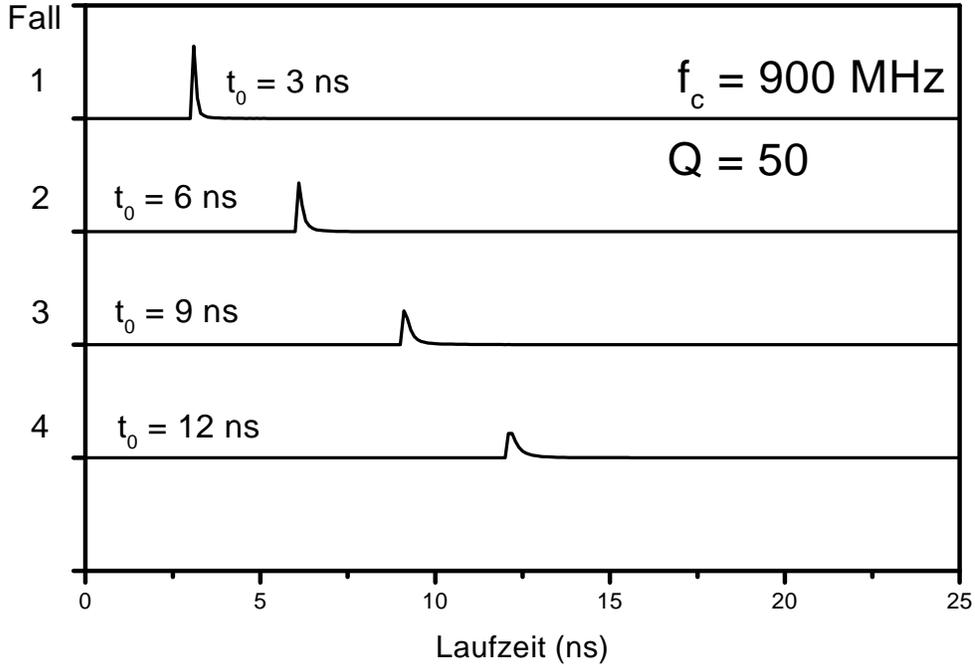


Abbildung 4.14: Impulsantworten bei gleichem Q -Wert ($Q = 50$) mit Variation der Laufzeit t_0

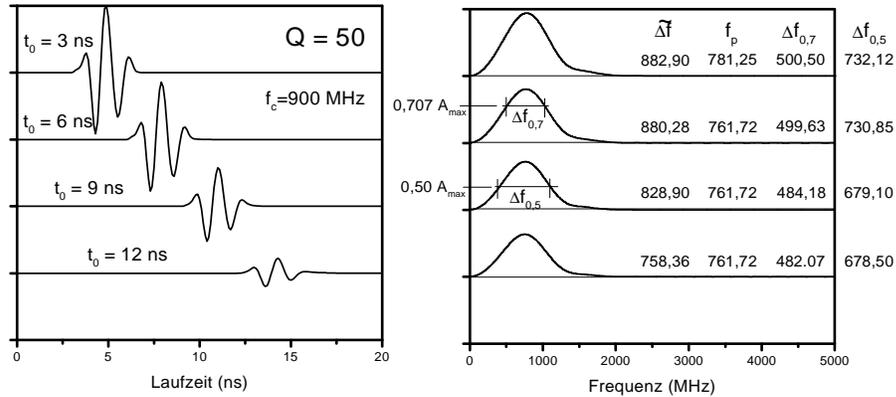


Abbildung 4.15: Ausgangssignale (links) und zugehörige Frequenzspektren bei gleichem Q -Wert ($Q = 50$) mit Variation der Laufzeit t_0

bzw. je größer die Laufzeit bei gleichem Q ist, desto kleiner ist die entsprechende Bandbreite bzw. Peak-Frequenz.

4.3 Inversion von Transmissionsdaten

Mittels Vorwärtsmodellierung ließ sich der Einfluß der Laufzeitverzögerung und des Gütefaktors auf das Ausgangssignal erklären. In der Praxis trifft man auf das inverse Problem zur Rückgewinnung der Impulsantwort aus den gemessenen Signalen mittels Dekonvolution. Im nächsten Abschnitt wird das inverse dispersive Filter, welches der Verbesserung des Dekonvolutionsergebnisses dient, erläutert.

4.3.1 Inverses Dispersives Filter

Nach der Dipoltheorie von Robinson (1967) kann man sich jedes Signal durch Faltung von vielen Elementarsignalen, sogenannten Binomen, entstanden denken, wobei man zwischen minimum- und maximumphasigen Binomen zu unterscheiden hat. Ein dispersive Filter ist ein Filter, das minimumphasige Binome $(1, c_i)$ in maximumphasige Binome $(c^*, 1)$ konvertiert. In der z -Ebene lässt sich das dispersive

Filter ausdrücken in der Form (Robinson & Treitel, 1980) :

$$D_N(z) = \frac{\prod_{i=1}^N (c_i^* + z)}{\prod_{i=1}^N (1 + c_i z)} z^N = z^N \frac{\sum_{i=0}^N \gamma_i z^{-i}}{\sum_{i=0}^N \gamma_i z^i} . \quad (4.4)$$

N steht für den Grad des Filters, und c^* ist die konjugiert komplexe Zahl von c . Ein inverses dispersives Filter (ID-Filter) ist der Kehrwert eines dispersiven Filters :

$$\Delta_N(z) = \frac{1}{D_N(z)} . \quad (4.5)$$

Die Wirkungsweise des ID-Filters besteht darin, daß maximumphasige Binome eines Signales durch entsprechende minimumphasige ersetzt bzw. Nullstellen der Z-Transformierten des Signales innerhalb des Einheitskreises an Orte außerhalb des Einheitskreises transformiert werden.

Das Prinzip der ID-Filterung kann folgendermaßen dargestellt werden :

$$y_t * \Delta_t * v_t = w . \quad (4.6)$$

In der z-Ebene kann man die Gl. (4.6) wie folgt darstellen :

$$Y(z) \bullet \boxed{\Delta(z)} \bullet \boxed{V(z)} \longrightarrow W(z)$$

$Y(z)$ ist ein Signal, $\Delta(z)$ ist ein inverses dispersives Filter und $V(z)$ steht für ein reines Verzögerungsfilter zur Beseitigung der vorausgreifenden Komponenten von Δ_t . Der Filteroperator eines inversen Filters ist durch entsprechende Rücktransformation zu gewinnen :

$$\Delta_t \xleftarrow{zT^{-1}} \Delta(z) .$$

4.3.2 Dekonvolution

Der Prozeß zur Rückgewinnung von g_t in Gl. (4.2) wird Dekonvolution genannt. Durch Einwirken eines inversen Filters b_t auf x_t erhält man :

$$\underbrace{b_t * x_t}_{\delta_{t1}} * g_t = b_t * y_t \quad (4.7)$$

und daraus die Impulsantwort :

$$g_{t_1} \cong b_t * y_t . \quad (4.8)$$

g_{t_1} kann optimal zurückgewonnen werden, wenn $b_t * x_t = \delta_t$. Diese Delta-Funktion kann nur gewährleistet werden, wenn das Signal x_t minimumphasig ist (Robinson, 1967).

Das Einwirken eines ID-Filter auf die δ_{t_1} dient dem Ziel, die Minimumphasigkeit des Signals zu erreichen :

$$\underbrace{\Delta_t * b_t * x_t}_{\delta_{t_2}} * g_t = \Delta_t * b_t * y_t . \quad (4.9)$$

Man erhält :

$$g_{t_2} \cong \Delta_t * b_t * y_t . \quad (4.10)$$

Es ist effektiver, die Maximumphasenanteile des Signals durch direkte Einwirkung des inversen dispersiven Filteroperators auf das gemischtphasige Wavelet zu beseitigen als durch Einwirkung auf das berechnete $b_t * x_t$:

$$\underbrace{\Delta_t * x_t}_{\delta_{t_3}} * g_t = \Delta_t * y_t , \quad (4.11)$$

$$x_{t \min} * g_t = \Delta_t * y_t , \quad (4.12)$$

$$\underbrace{b_{t \min} * x_{t \min}}_{\delta_{t_3}} * g_t = b_{t \min} * \Delta_t * y_t , \quad (4.13)$$

$$g_{t_3} \cong b_{t \min} * \Delta_t * y_t . \quad (4.14)$$

Abb. 4.16 und 4.17 zeigen Beispiele der Anwendung des inversen dispersiven Filters auf synthetische Daten. Für $Q = 10$ werden die Impulsantworten zurückgewonnen. Wenn wir das vollständige 5-phasige Modellsignal benutzen, erhalten wir die Impulsantwort, die in Abb. 4.16 dargestellt wird. Wenn nur das 3-phasige Signal berücksichtigt wird, erhalten wir die in der Abb. 4.17 dargestellte Impulsantwort. Die Impulsantworten ohne Anwendung des ID-Filter werden nach Gl. (4.8) berechnet und die Impulsantworten mit Anwendung des ID-Filter nach Gl. (4.14) berechnet. Die Anwendung des ID-Filter auf die Daten verbessert deutlich die Ergebnisse der

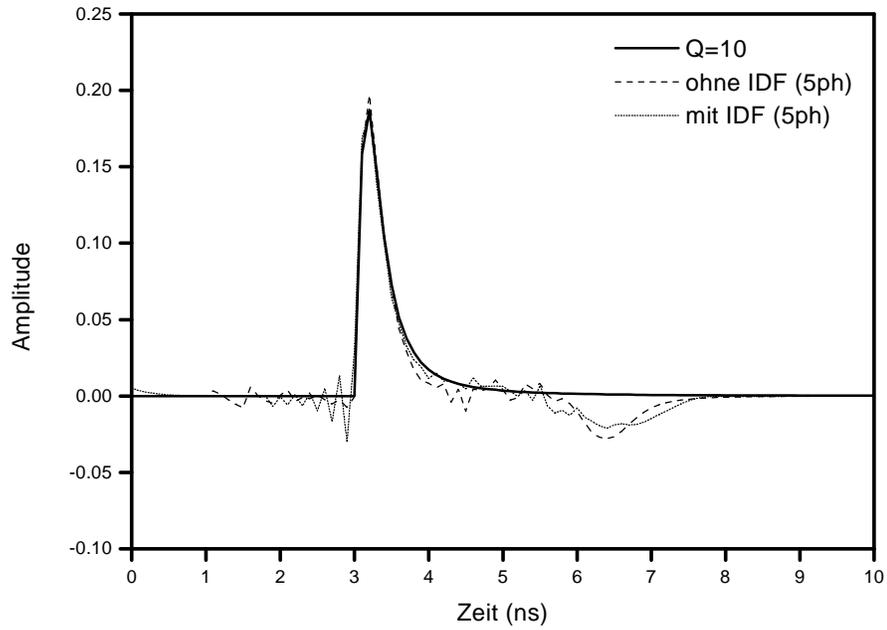


Abbildung 4.16: Zurückgewonnene Impulsantworten unter Berücksichtigung eines 5-phasigen Signales

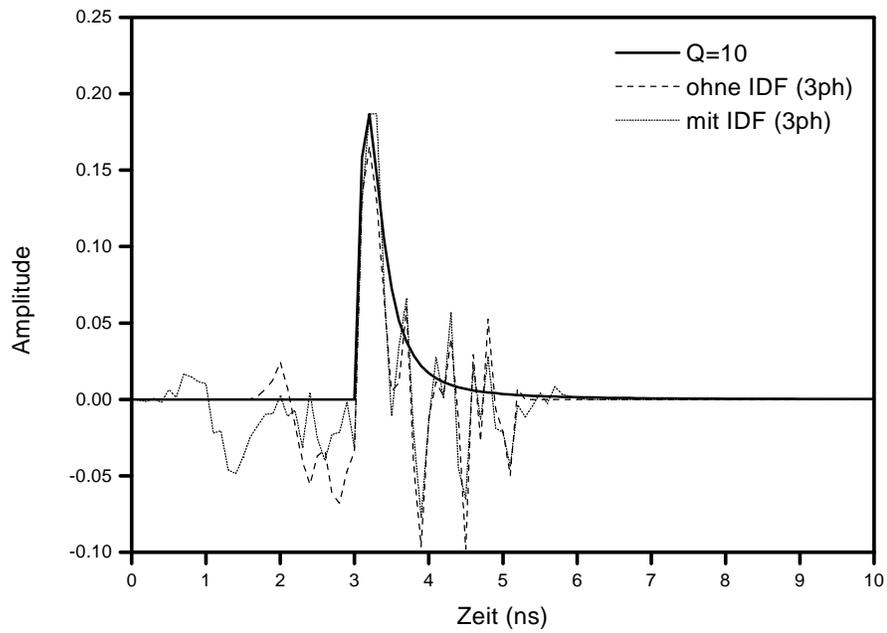


Abbildung 4.17: Zurückgewonnene Impulsantworten unter Berücksichtigung eines 3-phasigen Signales

Dekonvolution und damit die Rückgewinnung der Impulsantwort. Mit Anwendung des ID-Filter werden die Nebenimpulse besser unterdrückt werden als ohne Anwendung des Filter. Wenn nur ein Partialsignal benutzt wird, wird das Ergebnis schlechter. Deshalb ist empfehlenswert, ein vollständiges 5-phasiges Signal statt Partialsignale anzuwenden, um eine optimale Dekonvolution zu erzielen und möglicherweise zu einem besseren Ergebnis bei der Datenbearbeitung zu kommen.

Kapitel 5

Q-Ermittlung aus GPR-Transmissionsdaten

In diesem Kapitel werden kurz einige Methoden zur Q-Ermittlung diskutiert. Danach wird eine neue Methode zur Schätzung von Q vorgeschlagen und ein Vergleich mit der sogenannten Spektrendivisionsmethode auf der Basis von Modellrechnung durchgeführt. Anschließend wird ein neuer Ansatz der neu gewonnenen Methode zur tomographischen Rekonstruktion der Q-Verteilung vorgeschlagen und die Ergebnisse mit der sogenannten Centroid-Frequency Downshift-Methode (CFDS-Methode) verglichen.

5.1 Einige Methoden zur Q-Ermittlung

Bei einem linearen System (Abb. 5.1) ergibt sich das Ausgangssignal aus einer Faltung zwischen Eingangssignal und einer entsprechenden Impulsantwort. Im Frequenzbereich berechnet sich das Spektrum des Ausgangssignales aus einer Multiplikation zwischen dem Spektrum des Eingangssignales und einer entsprechenden Übertragungsfunktion. Aus dem Vergleich beider Signale bzw. Frequenzspektren läßt sich der Q-Faktor, der die Ausbreitung der Wellen charakterisiert, ermitteln.

Die einfachste Methode zur Q-Ermittlung ist die sogenannte Amplitudenverfallsmethode. Aus dem Verhältnis der Amplituden für zwei unterschiedliche Abstände

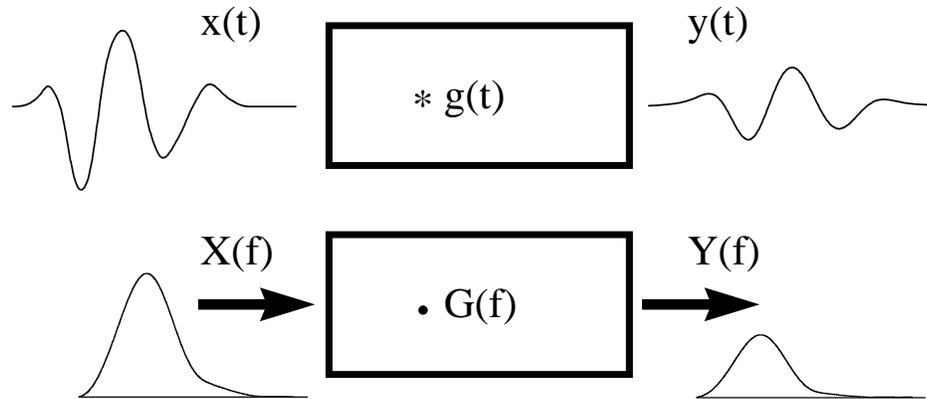


Abbildung 5.1: Schematische Darstellung für die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen in einem Medium als lineares System im Zeitbereich (oben) und im Frequenzbereich (unten)

x_1 und x_2 bzw. für Zeiten $t_1 = x_1/v$ und $t_2 = x_2/v$ ergibt sich :

$$Q = \frac{\pi f \Delta x}{v} \ln \left[\frac{a(x_1)}{a(x_2)} \right] = \pi f t_0 \ln \left[\frac{a(x_1)}{a(x_2)} \right] \quad (5.1)$$

mit f als der dominanten Frequenz und $t_0 = t_2 - t_1$ als Laufzeit. $a(x_1)$ und $a(x_2)$ sind die Signalamplituden bei x_1 bzw. x_2 . Diese Methode hat aber den Nachteil, daß sie nur bei vorhandenen wahren Amplituden anwendbar ist. Die dominante Frequenz oder Scheinfrequenz stellt uns eine Schätzgröße dar.

Engelhard (1996) hat eine Methode zur Q-Ermittlung vorgeschlagen, die auf der Analyse seismischer Komplexspuren basiert. Für zwei unterschiedliche Abstände x_1 und x_2 bzw. für die Zeiten $t_1 = x_1/v$ und $t_2 = x_2/v$ läßt sich Q mittels des analytischen Signals a ermitteln :

$$\ln \left[\frac{a_2(T)}{a_1(T)} \right] = \ln \left[\frac{G_2}{G_1} \right] - \frac{\pi t_0}{Q} \frac{f_1(T) + f_2(T)}{2} \quad (5.2)$$

mit T als interner Zeit, t_0 als Laufzeit und G als Divergenz. Die interne Zeit ist definiert als die Länge des ausgewählten Signals. Trotz der Anwendung im Zeitbereich zeigt diese Methode Ähnlichkeiten mit der Spektrendivisionsmethode, die erst im

folgenden Abschnitt erklärt wird. Die Bestimmung der internen Zeiten ist aufgrund von Dispersion problematisch (Ding, 1991).

Eine andere Methode ist die Wavelet-Modellierungsmethode, die von Jannsen et al. (1985) vorgeschlagen wurde. Das aufgenommene Signal wird mit einem synthetischen Signal verglichen. Unter Verwendung des Laufzeitunterschiedes und der Dispersionsbeziehung wird ein Referenzsignal im Abstand x_1 mit variierendem Q synthetisch modifiziert, bis eine optimale Anpassung an das aufgenommene Signal im Abstand x_2 erreicht (Tonn, 1991) ist. Dieser Vergleich kann entweder mit Hilfe der L_1 -Norm oder der L_2 -Norm ausgeführt werden.

Eine ähnliche Methode wird von Bano (1996) vorgeschlagen. Deren Unterschied zur vorhergehenden Methode liegt in der Arbeitsmethode zur Modellierung des theoretisch gedämpften Signals. Für eine gedämpfte Welle wird die Dielektrizitätszahl als eine komplexe Potenz-Funktion der Frequenz betrachtet.

Die wahrscheinlich bekannteste Methode zur Q -Ermittlung im Frequenzbereich ist die sogenannte Spektrendivisionsmethode. Diese Methode wird im nächsten Abschnitt erläutert.

Einen Vergleich einiger Methoden zur Q -Ermittlung findet man in Tonn (1991). An VSP-Daten (vertikale seismische Profilierung) wurden 10 verschiedene Methoden untersucht. Es hat sich gezeigt, daß es keine Methode gibt, die in jedem Fall ein hervorragendes Ergebnis liefert. Wenn wahre Amplituden vorhanden sind, ist das nach der Methode des analytischen Signales ermittelte Q zuverlässig. Wenn keine wahren Amplituden vorhanden sind, zeigt die Spektrendivisionsmethode die besten Ergebnisse. Im rauschfreien Fall eignet sich die Spektrendivisionsmethode am besten. Wenn Rauschen auftritt, zeigen sowohl die Spektrendivisionsmethode als auch die Spektralmodellierung nur mittelmäßige Ergebnisse. Darüber hinaus soll eine neue Methode zur Q -Ermittlung vorgeschlagen werden, die sowohl im rauschfreien als auch im rauschbehafteten Fall ein gutes Ergebnis liefern kann.

5.2 Spektrendivisionsmethode

Mit dieser am meisten verwendeten Methode werden die Absorptionseffekte im Frequenzbereich bestimmt. Sie beruht auf der Bildung des Amplitudenspektrenquotienten zweier Signale. Diese Methode wurden in den Arbeiten von Doan (1984) ausführlich beschrieben. Deshalb soll dieses Verfahren hier nur kurz erläutert und direkt für den Fall transmittierter Signale beschrieben.

Das Ausgangssignal $y(t)$ ergibt sich aus einer Faltung zwischen Eingangssignal $x(t)$ und einer entsprechenden Impulsantwort $g(t)$:

$$y(t) = x(t) * g(t) \quad (5.3)$$

und im Frequenzbereich :

$$Y(f) = X(f) \cdot G(f) . \quad (5.4)$$

Bildet man den Quotienten der Amplitudenspektren beider Signale und logarithmiert diesen, ergibt sich der Quotient entsprechend Futtermans Übertragungsfunktion nach Gl. (3.29) zu :

$$\ln \frac{|Y(f)|}{|X(f)|} = \text{Konstante} - \frac{\Delta t \pi f}{Q} , \quad (5.5)$$

wobei Δt der Laufzeitunterschied zwischen $y(t)$ und $x(t)$ ist. Aus der in der Abb. 5.2 dargestellten Steigung der linearen Funktion in Abhängigkeit von der Frequenz kann bei vorhandenem Laufzeitunterschied der Gütefaktor Q ermittelt werden. Q ist umgekehrt proportional zum Winkel ϕ : $\tan \phi \propto 1/Q$. Ein generelles Problem zur Q -Ermittlung bei dieser Methode besteht in der Bestimmung des Frequenzintervalls.

5.3 Methode der äquivalenten Bandbreite

Ausgehend von der Q -Definition nach Gl. (3.3), die für einen vollen Zyklus eines sinusförmigen Signal gilt, wird hier eine Methode zur Q -Ermittlung vorgeschlagen, die im allgemeinen für ein beliebiges polychromatisches Signal gilt :

$$Q = \frac{2\pi}{1 - \frac{E_2}{E_1}} \cdot t_0 \cdot f_R . \quad (5.6)$$

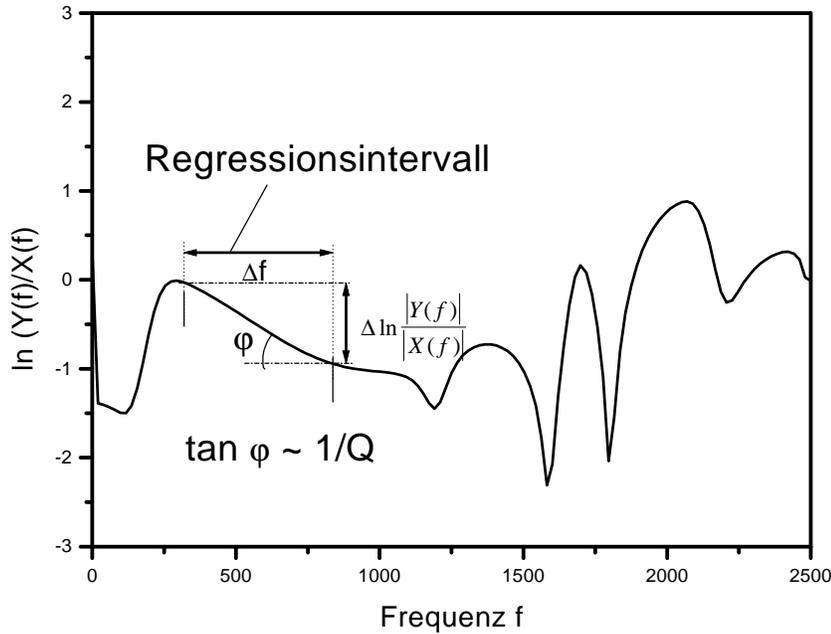


Abbildung 5.2: $\text{Log} \frac{S(f)_1}{S(f)_2}$ vs. f zur Q -Ermittlung mittels Spektrendivisionsmethode

Gl. (5.6) wurde gegenüber Gl. (3.3) um die Faktoren einer beliebigen Laufzeit t_0 und eine geeignet zu wählenden Referenzfrequenz f_R erweitert. E_1 und E_2 entsprechend der Energie des ersten Signales (Eingangssignal) bzw. der Energie des zweiten Signales (Ausgangssignal). Die Gültigkeit von Gl. (5.6) setzt einen Zusammenhang zwischen der charakteristischen Frequenz eines polychromatischen Signals und der Referenzfrequenz f_R voraus.

5.3.1 Frequenzcharakteristik eines Signals

Das Frequenzspektrum eines Signals ist im allgemeinen durch charakteristische Frequenzparameter zu beschreiben. Im Sinne eines Leistungsdichtespektrums unterscheidet man zwischen Center-Frequenz f_{center} , spektraler Bandbreite f_b und Dominanzfrequenz f_{RMS} (Barnes, 1993; Papoulis, 1991). Im Sinne eines Amplitudendichtespektrums sind zwei Größen zu unterscheiden : die Centroid-Frequenz $f_{centroid}$ und die Varianz σ (Liu et al., 1998; Quan & Harris, 1997). Diese Größen werden im

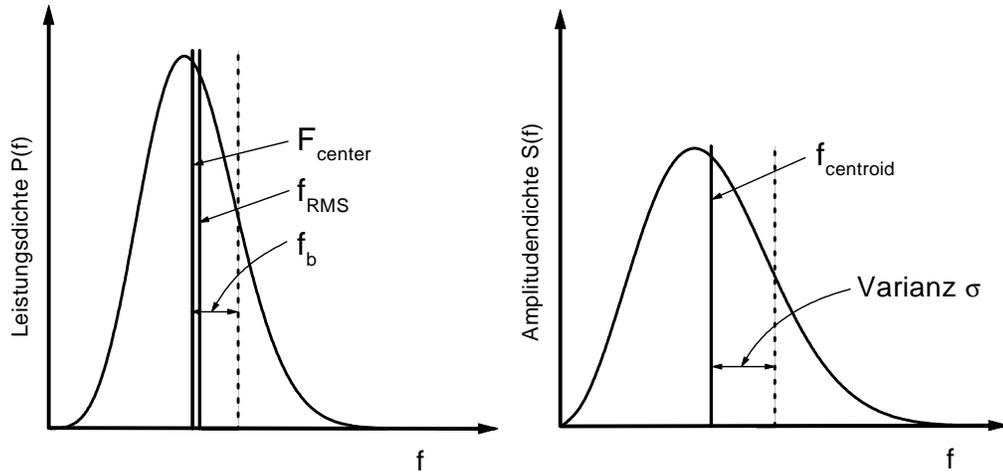


Abbildung 5.3: Charakteristische Frequenzparameter eines GPR-Modellsignals im Sinne eines Leistungsdichtespektrums (links) und eines Amplitudendichtespektrums (rechts).

Frequenzbereich ermittelt. Zur Veranschaulichung dient Abbildung 5.3.

Die Frequenzen f_{center} , f_b und f_{RMS} werden definiert als :

$$f_{center} = \frac{\int_0^{\infty} f P(f) df}{\int_0^{\infty} P(f) df}, \quad (5.7)$$

$$f_b^2 = \frac{\int_0^{\infty} (f - f_{center})^2 P(f) df}{\int_0^{\infty} P(f) df}, \quad (5.8)$$

$$f_{RMS}^2 = \frac{\int_0^{\infty} f^2 P(f) df}{\int_0^{\infty} P(f) df}, \quad (5.9)$$

mit $P(f)$ als Leistungsdichte.

Die Frequenz $f_{centroid}$ und Varianz σ werden definiert als :

$$f_{centroid} = \frac{\int_0^{\infty} f S(f) df}{\int_0^{\infty} S(f) df}, \quad (5.10)$$

$$\sigma = \frac{\int_0^{\infty} (f - f_{centroid})^2 S(f) df}{\int_0^{\infty} S(f) df} \quad (5.11)$$

mit $S(f)$ als Amplitudendichte.

Die bereits erwähnten Parameter haben im Sinne der Wahrscheinlichkeitstheorie eine äquivalente Bedeutung. Die Center-Frequenz f_{center} bzw. die Centroid-Frequenz $f_{centroid}$ sind Mittelwerte eines Spektrums. Die spektrale Bandbreite f_b bzw. die Varianz σ sind die Standardabweichungen bezüglich der Durchschnittsfrequenz f_{center} bzw. $f_{centroid}$. Die f_{RMS} ist das Moment 2. Ordnung. Alle diesen Größen sind für die ausführlichen Studien seismischer Daten von besonderer Bedeutung (Barnes, 1993).

5.3.2 Das Konzept der Methode der äquivalenten Bandbreite

Im Gegensatz zu den schon erwähnten Durchschnittsgrößen, die direkt im Frequenzbereich ermittelt werden, hat Widess (1982) eine praktisch sehr nützliche Lösung zur Charakterisierung eines Signalspektrums vorgeschlagen: das äquivalente Rechteckspektrum.

Die äquivalente bandbreite $\widetilde{\Delta f}$ eines Signals ist die Breite des äquivalenten Rechteckspektrums mit der selben Zeitauflösung wie das Ausgangssignal. Nach Widess (1982) gilt :

$$\widetilde{\Delta f} = \frac{P_a}{2} = \frac{a_m^2}{2E} \quad (5.12)$$

$$f_m = \frac{1}{2W} \quad (5.13)$$

mit

P_a - Auflösungsvermögen ,

a_m - maximale Signalamplitude ,

E - Signalenergie ,

f_m - Mittenfrequenz und

W - Breite des Zentralimpulses .

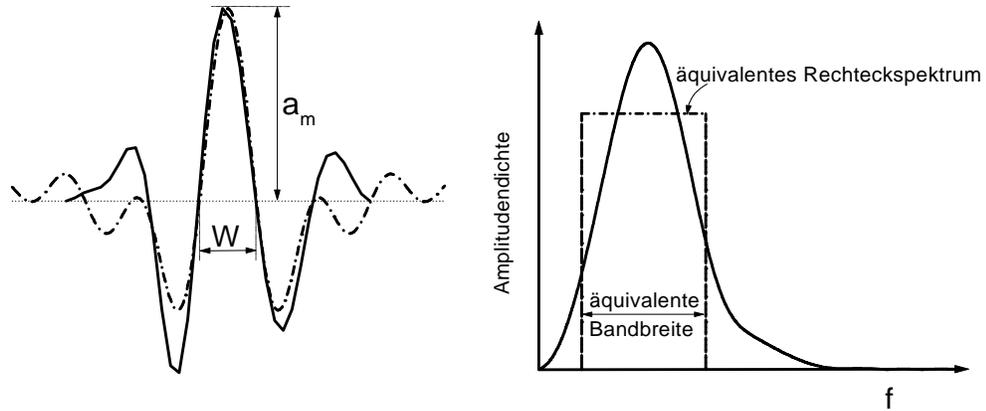


Abbildung 5.4: Modellsignal bzw. Äquivalenzsignal (links) und zugehörige Amplitudendichtespektren (rechts)

Das Äquivalenzsignal, dessen Spektrum ein Rechteckspektrum darstellt, ist die Spaltfunktion (sinc-Funktion). Als Äquivalenzkriterien gelten (vgl. Abb. 5.4) :

- gleicher P_a -Wert,
- gleiche maximale Signalamplitude a_m und
- gleiche Breite W des Zentralimpulses.

Daraus folgt für die obere und untere Grenzfrequenz f_1 bzw. f_2 :

$$f_1 = f_m - \frac{\widetilde{\Delta f}}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{W} - \frac{P_a}{2} \right), \quad (5.14)$$

$$f_2 = f_m + \frac{\widetilde{\Delta f}}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{W} + \frac{P_a}{2} \right). \quad (5.15)$$

Außerdem gilt für den Amplitudendichtewert \tilde{A} des äquivalenten Rechteckspektrums nach Widess (1982) :

$$\tilde{A} = \frac{a_m}{P_a} = \frac{a_m}{P_a}. \quad (5.16)$$

In Abb. 5.5 sind das GPR-Modellsignal und die charakteristischen Frequenzparameter zusammengestellt, die sich aus Gl. (5.7) bis (5.11) und (5.12) bis (5.15) ergeben.

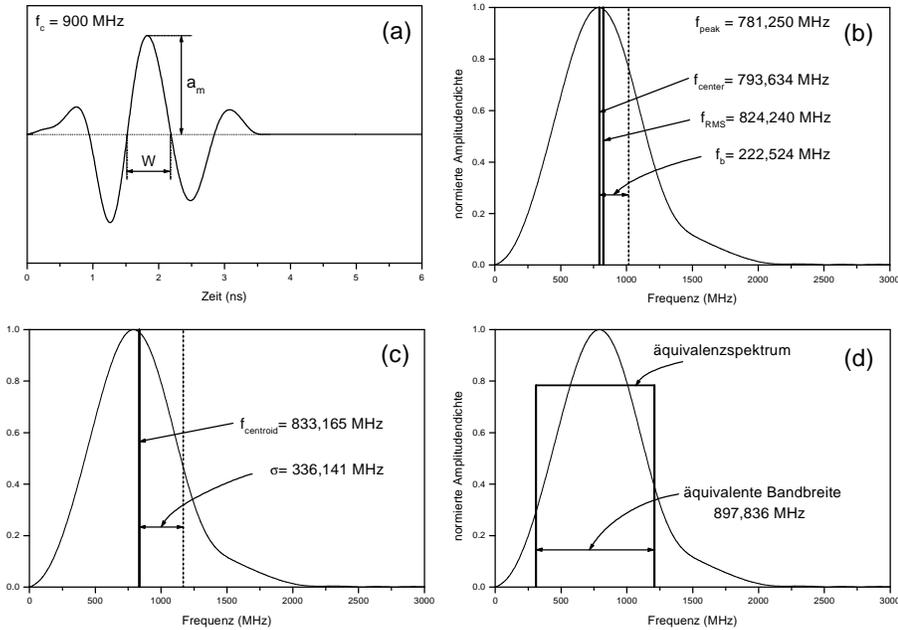


Abbildung 5.5: GPR-Modellsignal (Nennfrequenz 900 MHz) und zugehörige charakteristische Frequenzparameter

5.3.3 Bestimmung der Referenzfrequenz f_R

Aus Gl. (5.6) folgt für die Referenzfrequenz :

$$f_R = \frac{Q \left(1 - \frac{E_2}{E_1}\right)}{2\pi \cdot t_0} . \quad (5.17)$$

Die Untersuchung der zu ermittelnden Referenzfrequenz erfolgte für alle in Tab. 4.1 zusammengestellten Modellsignale. Für 900-MHz-Nennfrequenz ist das Ergebnis in Abb. 5.6 dargestellt. Je größer das vorgegebene Q ist, desto größer ist die Referenzfrequenz f_R . Je länger sich die Wellen in einem Medium bei konstantem Q ausbreiten, desto kleiner ist die Referenzfrequenz f_R . Abbildung 5.7 zeigt die berechneten charakteristischen Frequenzen für Fall 1. Aus der Abbildung ist zu erkennen, daß der Verlauf der Frequenzen f_{center} , f_{RMS} und der Amplitude des Äquivalenzspektrums eine stabile und systematische Entwicklung zeigt. Die Kurve der äquivalenten Bandbreite $\widetilde{\Delta f}$ zeigt für $Q \geq 6$ einen stetigen Verlauf. Bei kleineren Werten werden starke Schwankungen erkennbar. Die anderen Graphen zeigen nicht-stetige Verläufe.

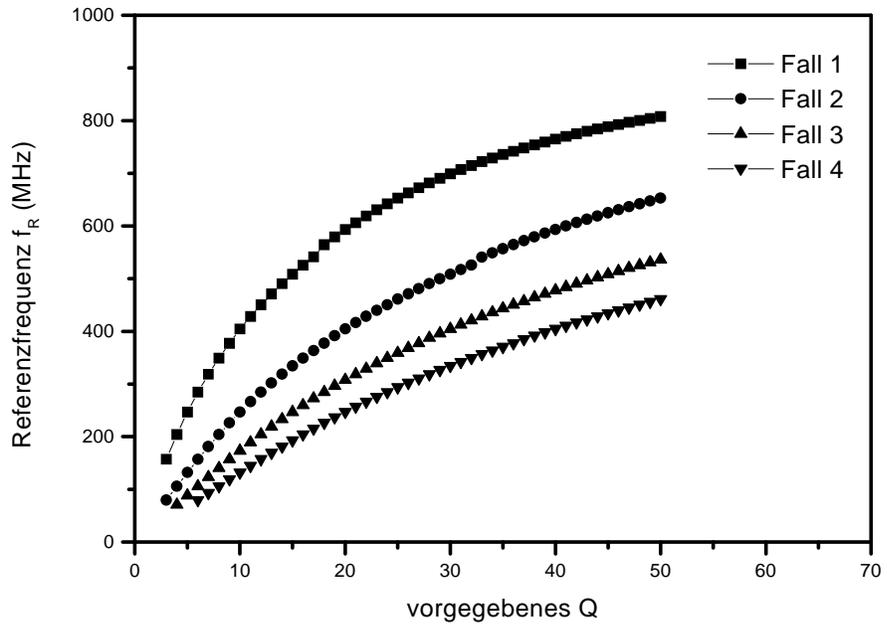


Abbildung 5.6: Berechnete Referenzfrequenz vs. vorgegebene Q für Fall 1 bis 4. Eingangsdaten s. Tab. 4.1.

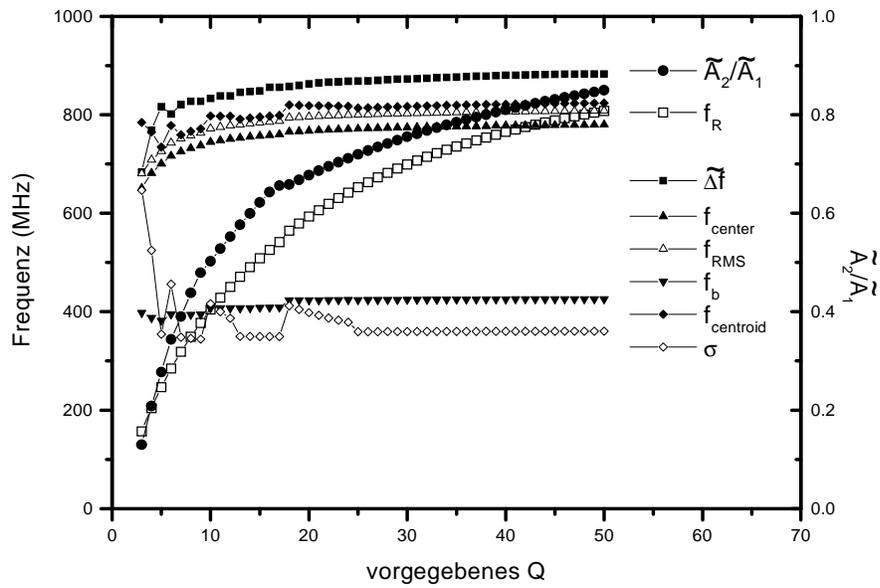


Abbildung 5.7: Charakteristische Frequenzen für Fall 1. Eingangsdaten s. Tab. 4.1.

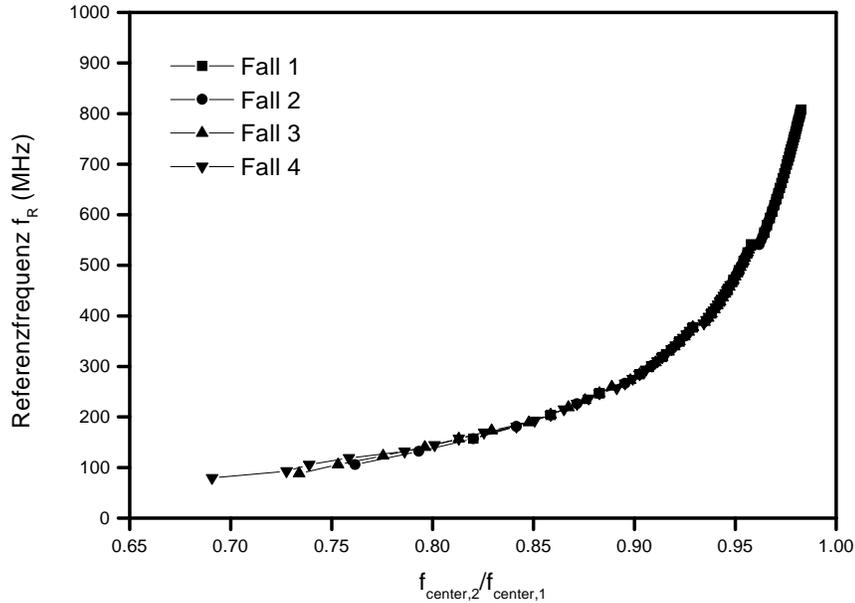


Abbildung 5.8: Zusammenhang zwischen der Referenzfrequenz f_R und $f_{center,2}/f_{center,1}$ für vier Fälle. $f_{center,2}/f_{center,1}$ ist das Verhältnis zwischen f_{center} des Ausgangssignals und der des Eingangssignals.

Die Abbildungen 5.8 bis 5.10 zeigen den Zusammenhang zwischen der berechneten Referenzfrequenz, den charakteristischen Frequenzen f_{center} bzw. f_{RMS} und der Amplitude des Äquivalenzspektrums. Da die Methode der äquivalenten Bandbreite im Mittelpunkt dieser Arbeit steht, wird hier nur der Zusammenhang zwischen Referenzfrequenz und den Amplituden des Äquivalenzspektrums berücksichtigt. Es ist festzustellen, daß aus dem Verlauf der Kurve f_R als Funktion von \tilde{A}_2/\tilde{A}_1 für die vier Fälle, die bei der Untersuchungen mit 900-MHz-Nennfrequenz eingesetzt wurden, und für die zwei Fälle bei 450-MHz-Nennfrequenz ein Zusammenhang zwischen beiden Kurven gefunden worden ist (Abb.5.10). Aus dem in Abb. 5.11 dargestellten Zusammenhang ergibt sich eine Gerade, die fast den Koordinatenursprung (Punkt 0,0) schneidet. Die Gerade wird nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate bestimmt. Mit der Güte der Regression R von 0,99791 und der Lage der Gerade zeigt sich der einfache Zusammenhang. Wie man aus dem Bild sieht, kann eine einfache Approximation der Abhängigkeit gefunden werden, wobei eine angepaßte Gerade

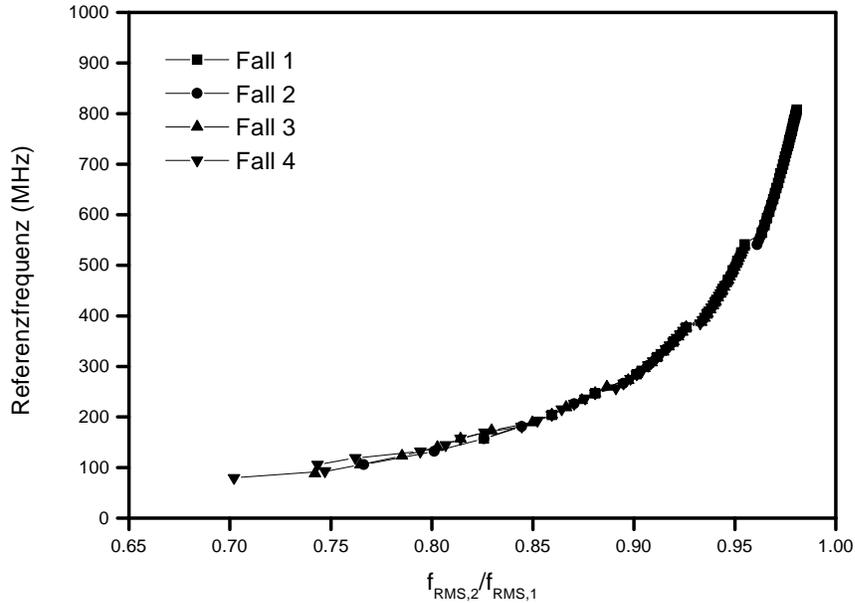


Abbildung 5.9: Zusammenhang zwischen der Referenzfrequenz f_R und $f_{RMS,2}/f_{RMS,1}$ für vier Fälle. $f_{RMS,2}/f_{RMS,1}$ ist das Verhältnis zwischen f_{RMS} des Ausgangssignals und der des Eingangssignals.

für den Zusammenhang gebildet wird ($f_{R,450} = \frac{1}{2}f_{R,900}$).

Für die Bestimmung des Zusammenhanges zwischen der Referenzfrequenz für die 900-MHz-Nennfrequenz ($f_{R,900}$) und der Referenzfrequenz für andere Frequenzen wird das analytische Signal nach Arcone (1991) benutzt. Transmittierte Signale wurden mit unterschiedlichen Laufzeiten bzw. Q-Werten für verschiedene Nennfrequenzen erzeugt. Daraus wurden die Referenzfrequenzen und das Verhältnis zwischen den Amplituden der Äquivalenzspektren des Eingangssignals und Ausgangssignals berechnet und die Ergebnisse in der Abb. 5.12 und 5.13 dargestellt. Aus dem Vergleich der Referenzfrequenzen mit den analytischen Signalen kann folgender linearen Zusammenhang ermittelt werden :

$$f_{R,f_c} = \frac{f_c}{900} \times f_{R,900} \quad (5.18)$$

mit f_{R,f_c} Referenzfrequenz für eine Nennfrequenz f_c . Alle Frequenzen werden in MHz eingegeben.

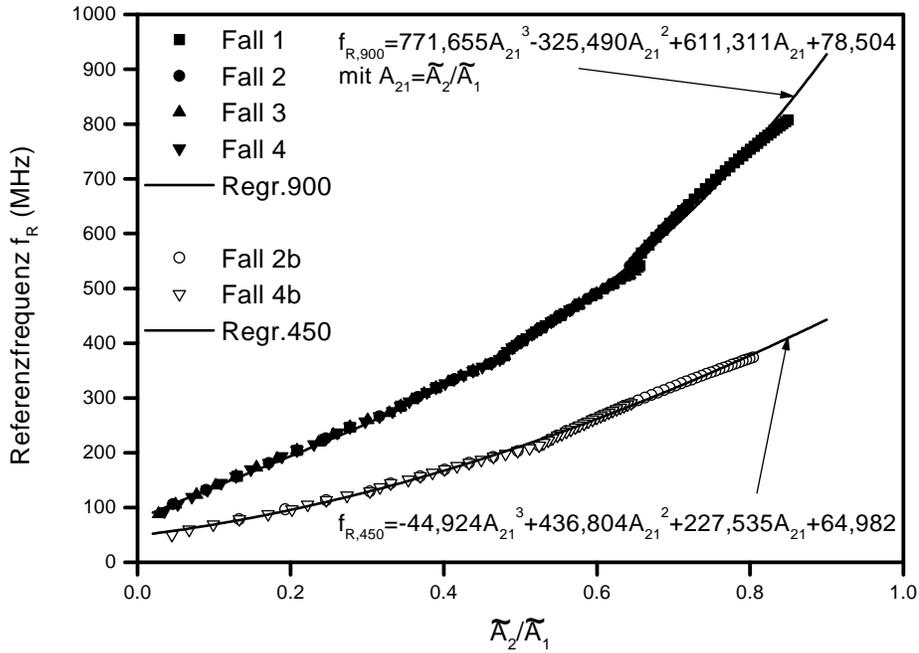


Abbildung 5.10: Zusammenhang zwischen der Referenzfrequenz f_R und \tilde{A}_2/\tilde{A}_1 . \tilde{A}_2/\tilde{A}_1 ist das Verhältnis zwischen der Amplitudendichte des Äquivalenzspektrum des Ausgangssignales und der des Eingangssignales.

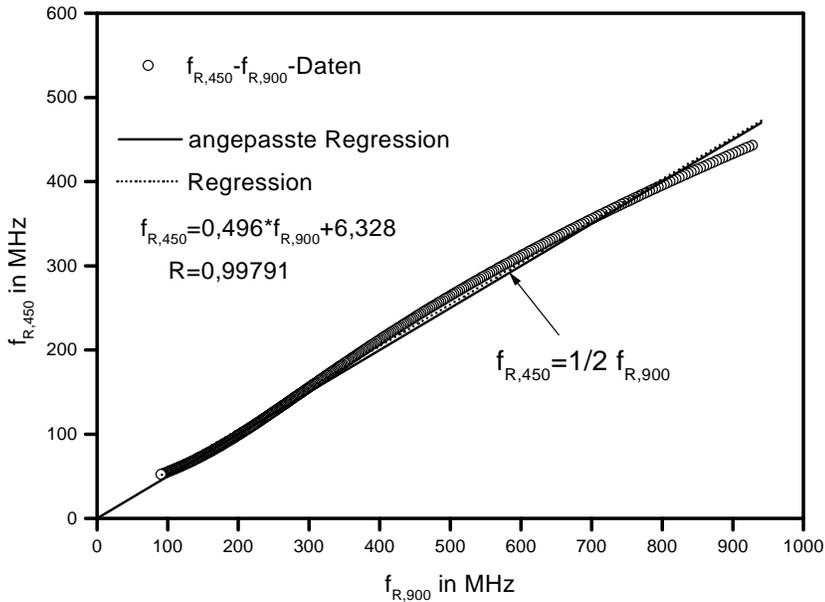


Abbildung 5.11: Zusammenhang zwischen $f_{R,450}$ und $f_{R,900}$. $f_{R,450} = \frac{1}{2} f_{R,900}$.

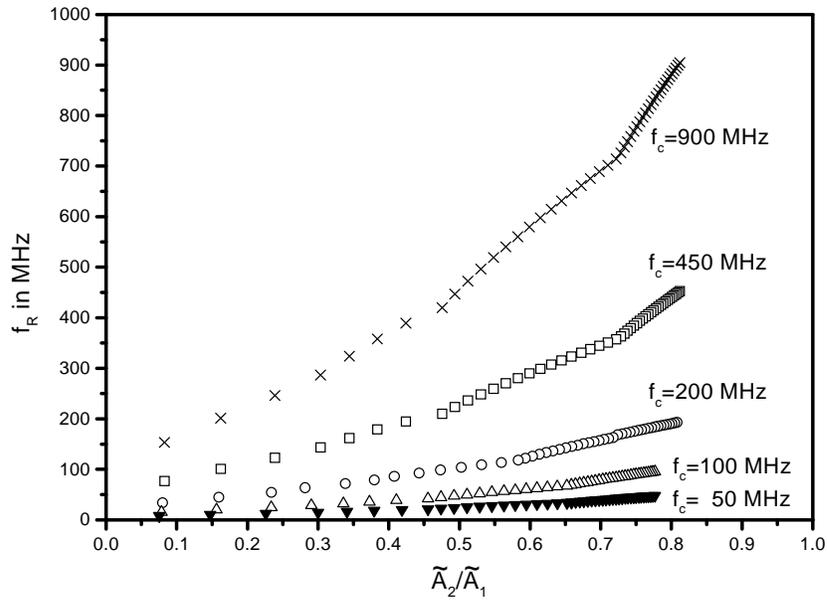


Abbildung 5.12: Referenzfrequenz f_R vs. \tilde{A}_2/\tilde{A}_1 für unterschiedliche Nennfrequenzen aus analytischen Signalen nach Arcone

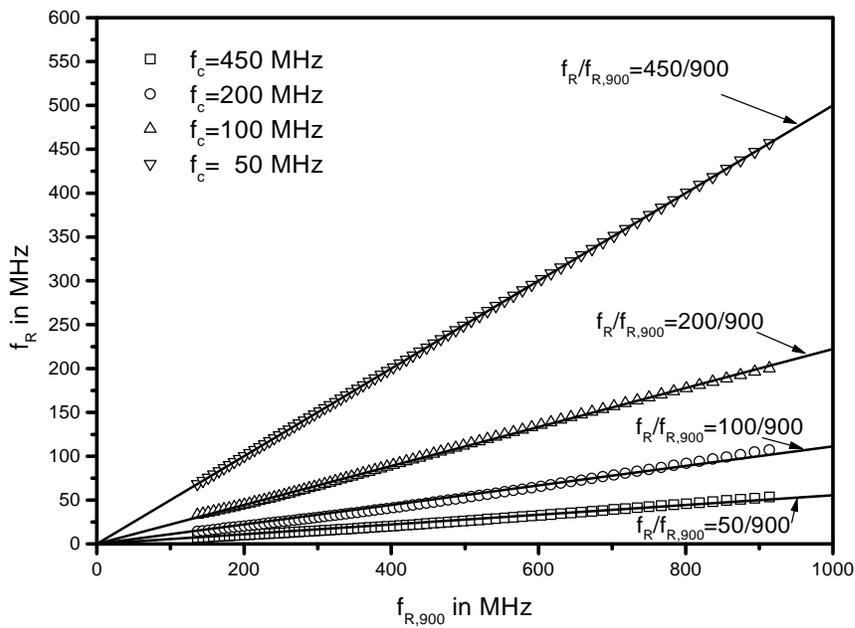


Abbildung 5.13: Zusammenhang zwischen f_R unterschiedlicher Nennfrequenzen und f_R für 900-MHz-Nennfrequenz $f_{R,900}$

5.4 Q-Ermittlung mittels der Methode der äquivalenten Bandbreite

Q wird wie in Gl. (5.6) ermittelt durch

$$Q = \frac{2\pi}{1 - \frac{E_2}{E_1}} \cdot t_0 \cdot f_R , \quad (5.19)$$

wobei die Referenzfrequenz f_R (in MHz) für Daten aus Messungen mit der 900-MHz-Antenne benutzt wird (s. Abb. 5.10) :

$$f_{R,900} = 771,655 \left(\frac{\tilde{A}_2}{\tilde{A}_1} \right)^3 - 325,490 \left(\frac{\tilde{A}_2}{\tilde{A}_1} \right)^2 + 611,311 \left(\frac{\tilde{A}_2}{\tilde{A}_1} \right) + 78,504 . \quad (5.20)$$

Für Daten aus Messungen mit der 450-MHz-Antenne gilt (s. auch Abb. 5.10) :

$$f_{R,450} = -44,924 \left(\frac{\tilde{A}_2}{\tilde{A}_1} \right)^3 + 436,804 \left(\frac{\tilde{A}_2}{\tilde{A}_1} \right)^2 + 227,535 \left(\frac{\tilde{A}_2}{\tilde{A}_1} \right) + 64,982 . \quad (5.21)$$

Außerdem kann auch der Zusammenhang zwischen entsprechenden Referenzfrequenzen genutzt werden :

$$f_{R,450} = \frac{1}{2} f_{R,900} . \quad (5.22)$$

5.4.1 Modellrechnung

Das Verfahren zur Q-Ermittlung mittels der Methode der äquivalenten Bandbreite (ÄBB-Methode) wird hier mit synthetischen Daten, die für die Modellierung im Kapitel 4 erzeugt wurden, getestet. Zum Vergleich wird die Q-Ermittlung mittels der im Abschnitt 5.2 beschriebenen Spektrendivisionsmethode (SD-Methode) herangezogen. Systematische Untersuchungen zur Q-Ermittlung mittels beider Methoden und der Vergleich der Ergebnisse werden folgendermaßen durchgeführt :

- Q-Ermittlung ohne Rauschen ,
- Q-Ermittlung mit Rauschen ,
- Q-Ermittlung mit Berücksichtigung eines Partialsignals .

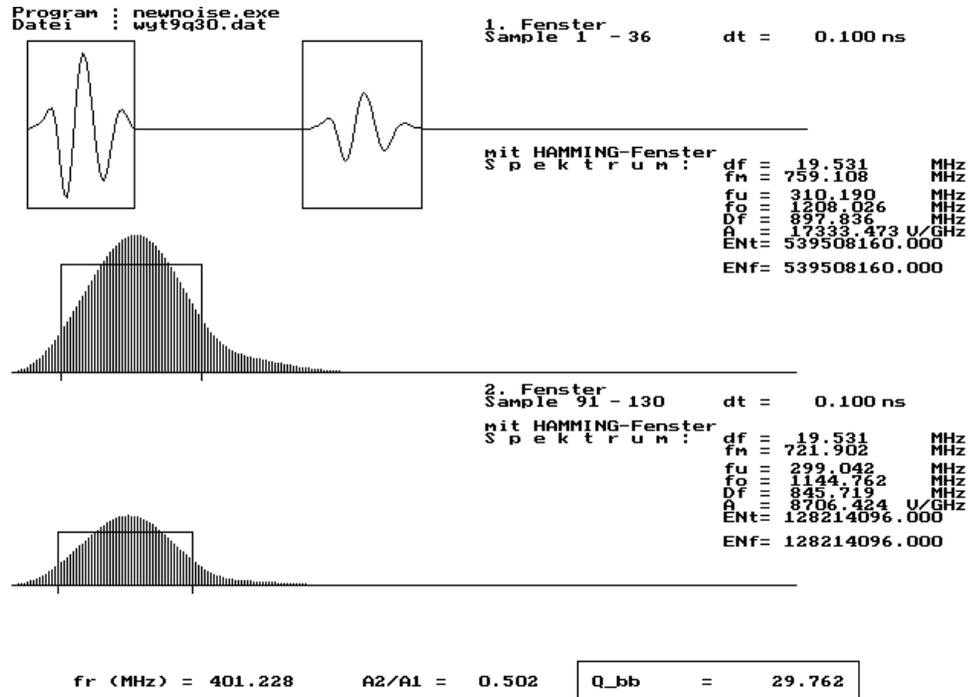


Abbildung 5.14: Analysebeispiel zur Q-Ermittlung mittels der ÄBB-Methode. Bei vorgegebenem $Q=30$ liefert die Methode das Ergebnis $Q=29,762$.

Um Q aus synthetischen Daten, die möglichst realistische Signale darstellen, zu ermitteln, werden die Daten künstlich verrauscht, wobei ein durch normalverteilte Zufallswerte bestimmtes Rauschen verwendet wird. Ein Analysebeispiel zur Q -Ermittlung mittels der ÄBB-Methode ohne Rauschen wird in Abb. 5.14 dargestellt. Bei vorgegebenem $Q = 30$ liefert die Methode ein gutes Ergebnis mit $Q = 29,762$. Das entspricht 0,79% Fehler, der vernachlässigt werden kann. Zur Q -Ermittlung mittels SD-Methode werden zuerst 2 verschiedene Ansätze benutzt : ohne Anwendung einer Fenster-Funktion und mit Anwendung einer Fenster-Funktion. Als Fenster-Funktion wird das HANNING-Fenster eingesetzt. Abb. 5.15 zeigt ein Analysebeispiel zur Q -Ermittlung mittels der SD-Methode. Bei vorgegebenem $Q=30$ liefert die

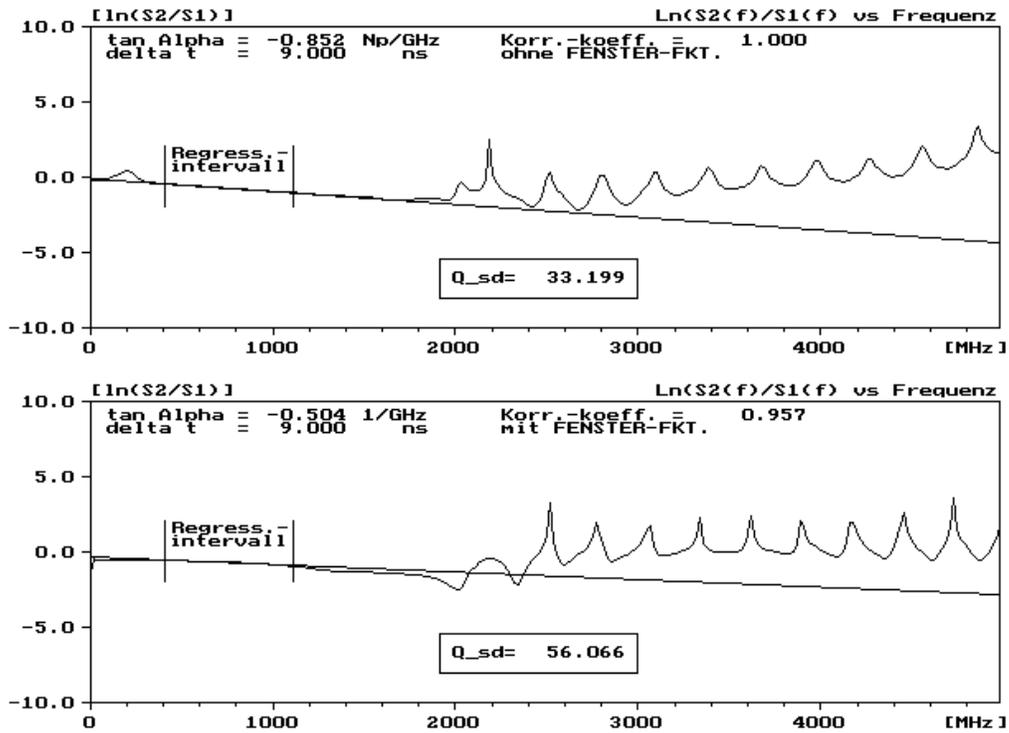


Abbildung 5.15: Analysebeispiel zur Q -Ermittlung mittels der SD-Methode. Bei vorgegebenem $Q=30$ werden 2 verschiedene Ergebnisse geliefert. Das Ergebnis ohne Anwendung einer Fenster-Funktion ist besser als das mit Anwendung einer Fenster-Funktion.

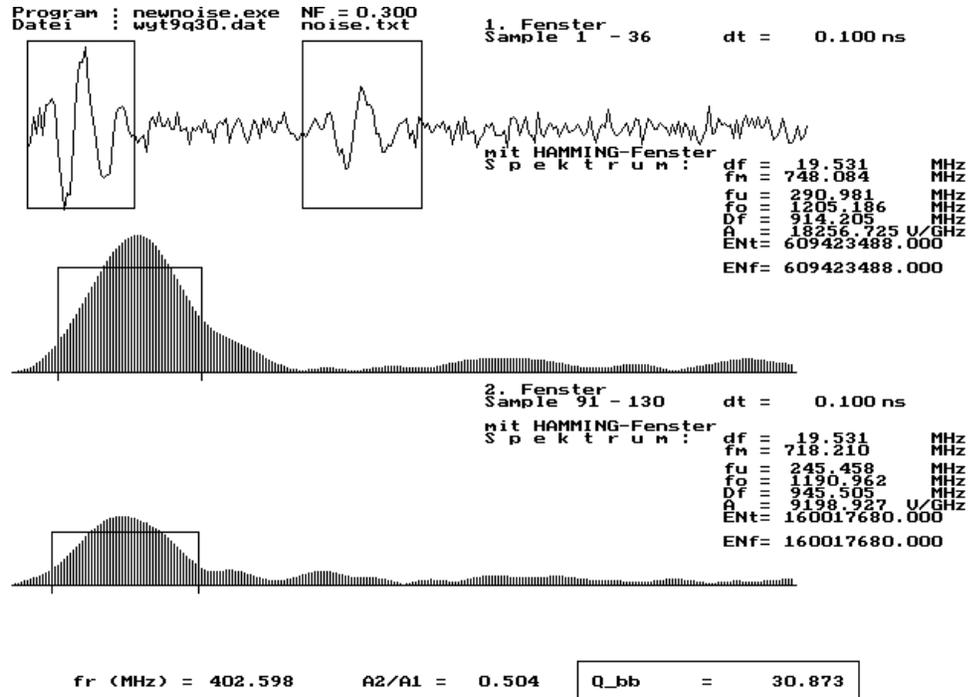


Abbildung 5.16: Analysebeispiel zur Q-Ermittlung mittels der ÄBB-Methode bei vorhandenem Rauschen. Bei vorgegebenem $Q=30$ liefert die Methode bei Rauschfaktor $NF=0,3$ das Ergebnis $Q=30,873$.

Methode ohne Anwendung der Fenster-Funktion das Ergebnis $Q=33,199$. Dies entspricht +10,66% Fehler. Dagegen liefert die Methode bei Anwendung einer Fenster-Funktion ein mit 166,88% Fehler behaftetes Ergebnis ($Q=56,066$). Dies bestätigt die Untersuchungen von Sams & Goldberg (1990), daß die Anwendung der Methode ohne Fenster-Funktion ein besseres Ergebnis liefert als die Anwendung mit Fenster-Funktion. Deswegen wird weiterhin die SD-Methode ohne Anwendung einer Fenster-Funktion zur Q-Ermittlung verwendet.

Abb. 5.16 zeigt ein Analysebeispiel zur Q-Ermittlung mittels der ÄBB-Methode bei vorhandenem Rauschen (Rauschfaktor $NF=0,300$). Bei vorgegebenem $Q=30$ liefert die Methode das Ergebnis $Q=30,873$ (Fehler 2,91%). Dagegen liefert die SD-

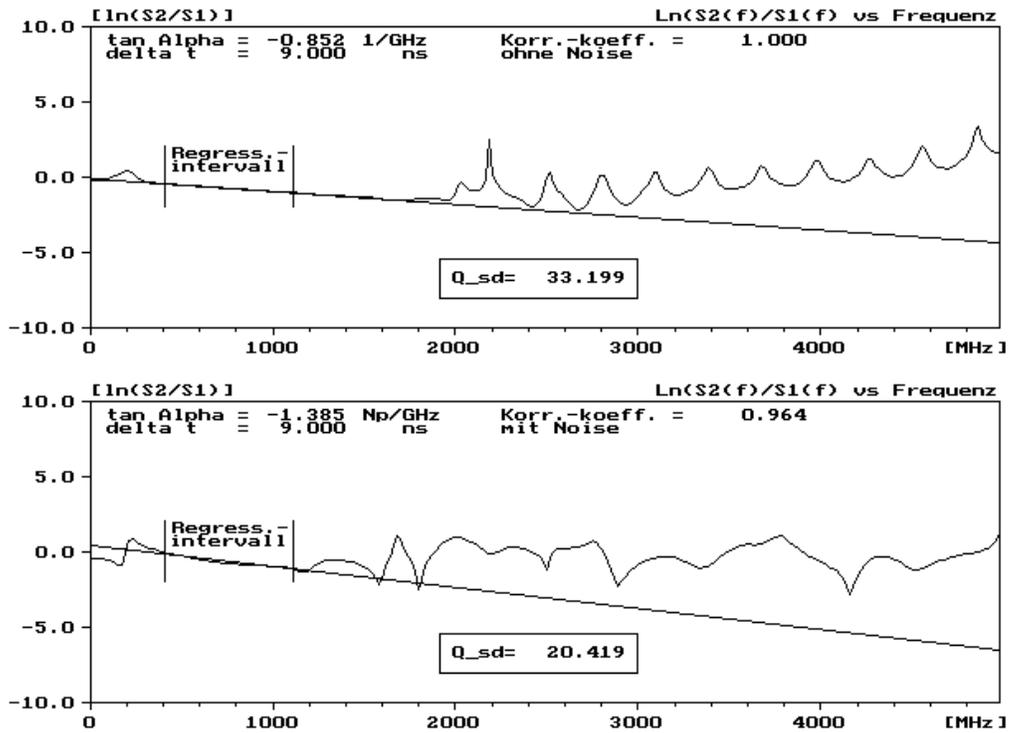


Abbildung 5.17: Analysebeispiel zur Q-Ermittlung mittels der SD-Methode bei vorhandenem Rauschen. Bei vorgegebenem $Q=30$ liefert die Methode mit Rauschfaktor $NF=0,3$ die Ergebnisse $Q=33,199$ (ohne Rauschen) und $Q=20,419$ (Rauschfaktor $0,3$).

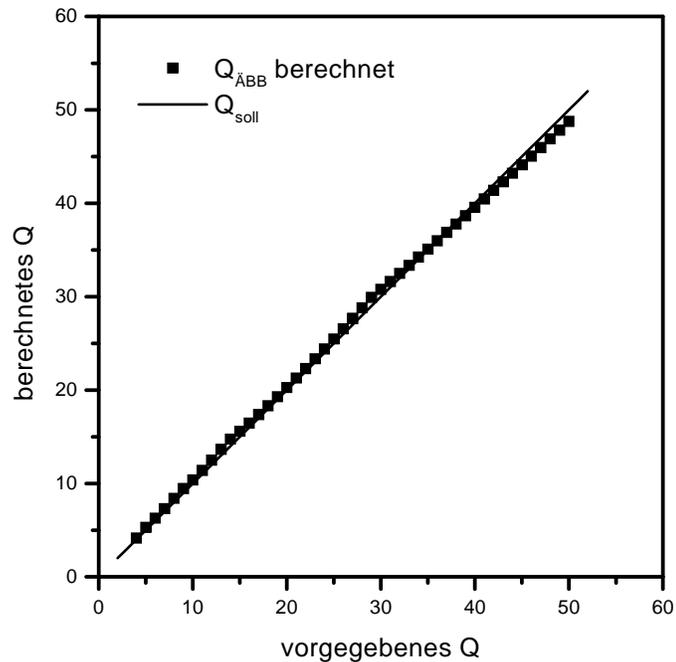


Abbildung 5.18: Verhältnis zwischen berechnetem Q und vorgegebenem Q aus synthetischen Transmissionssignalen ($t_0=4$ ns; Q beliebig zwischen 3 und 50; beliebiges GPR-Signal als Eingangssignal)

Methode das schlechtere Ergebnis (s. Abb. 5.17). Bei vorgegebenem $Q=30$ wird ein Ergebnis $Q=20,419$ errechnet (Fehler 41,90%). In der Abb. 5.17 wird auch das Ergebnis ohne Rauschen zum Vergleich dargestellt.

Die Potenzreihen zur Bestimmung der Referenzfrequenz f_R nach (5.20) und (5.21) wurden aus synthetischen Transmissiondaten unter Benutzung eines empirisch gewonnenen Signals als Modellsignal gewonnen. Untersuchungen mit einem beliebigen Signal zeigen jedoch die Gültigkeit der Formel zur Q -Ermittlung im allgemeinen Fall ohne Modellsignal (Abb. 5.18). Bei beliebigem Q -Wert (hier von 3 bis 50) können mit Hilfe der ÄBB-Methode gute Q -Schätzungen erhalten werden. Die vorgegebenen Q -Werte und die berechneten Q -Werte stimmen sehr gut überein.

Das Ergebnis der Berechnungen mit beiden Methoden bei beliebigen Q -Werten wird in Abb. 5.19 dargestellt. Es ist festzustellen, dass die ÄBB-Methode bessere Ergebnisse liefert als die SD-Methode. Mit Anwendung einer Fenster-Funktion

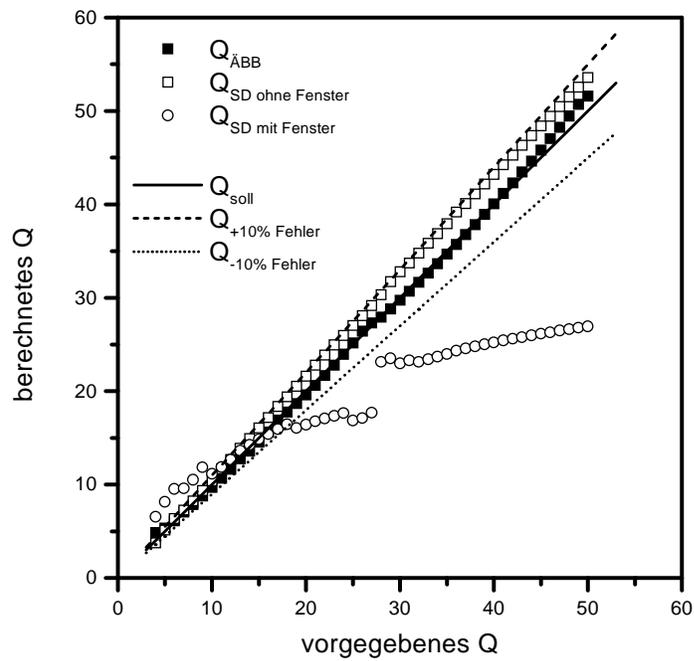


Abbildung 5.19: Verhältnis zwischen berechnetem Q und vorgegebenem Q für Fall 1. Ohne Rauschen ist das Ergebnis der beiden Methode identisch. Die ÄBB-Methode liefert das beste Ergebnis.

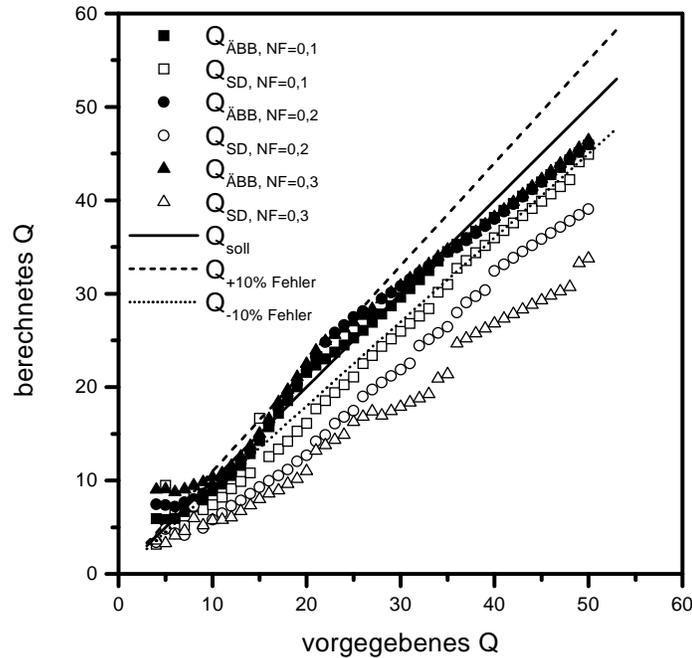


Abbildung 5.20: Verhältnis zwischen berechnetem Q und vorgegebenem Q für den Fall 1 mit Rauschen (NF=Rauschfaktor)

erhält man mit der SD-Methode die schlechtesten Ergebnisse. Das Ergebnis mit der ÄBB-Methode liegt innerhalb der 10% Fehler-Grenze. Bei der SD-Methode liegt das Ergebnis bei höheren Q-Werten in der Nähe der 10% Fehler-Grenzen, aber bei kleineren Q-Werten überspringt das Ergebnis diese Grenze.

Für den Fall, daß Rauschen vorhanden ist, ergeben sich schlechtere Ergebnisse, wie aus Abb. 5.20 zu entnehmen ist. Mit zunehmendem Noise-Faktor verschlechtern sich die mittels der SD-Methode berechneten Q-Werte schneller als die mittels der ÄBB-Methode bestimmten Werte. Das bedeutet, daß die ÄBB-Methode im Vergleich zur SD-Methode unempfindlicher ist gegenüber Rauschen.

Für den Fall, daß nur ein Partialsignal genutzt wird, verschlechtern sich die Ergebnisse mittels der SD-Methode schneller als die mittels der ÄBB-Methode. Das zeigt nochmal die bessere Eignung der ÄBB-Methode zur Q-Ermittlung im Vergleich zur SD-Methode (s. Abb. 5.21).

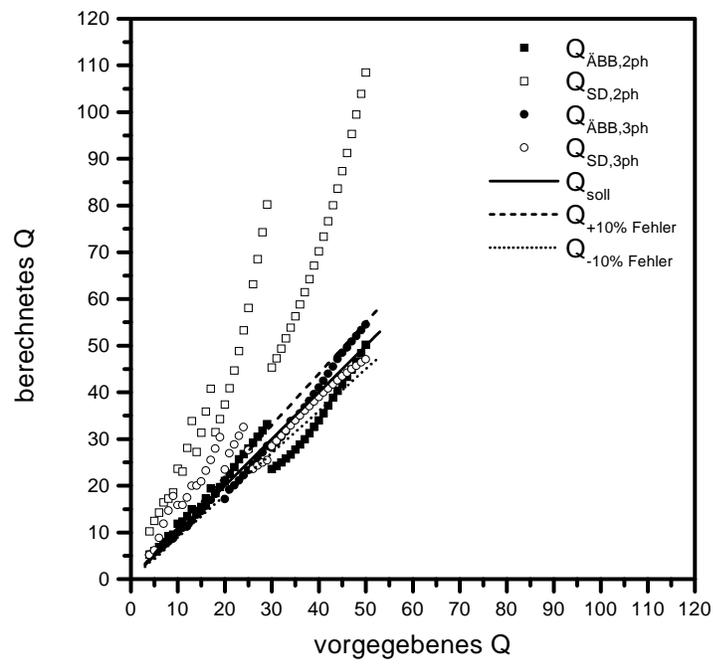


Abbildung 5.21: Verhältnis zwischen berechnetem Q und vorgegebenem Q für Fall 1 mit Partialsignal

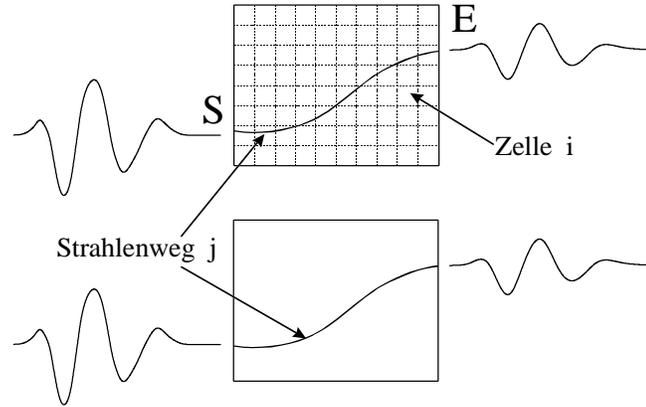


Abbildung 5.22: Strahlenweg R von Sender S bis zum Empfänger E. Oben ist das in Zellen zerlegte Medium und unten das entsprechende Äquivalenzmedium dargestellt.

5.5 Rekonstruktion der Q-Verteilung mittels Tomographie

5.5.1 Einleitung

Es soll hier der Algorithmus zur tomographischen Rekonstruktion der Geschwindigkeit v bzw. des Gütefaktors Q dargestellt werden. Zur Realisierung dieses Algorithmus wird in dieser Arbeit das Tomographie-Programm Migratom des US Bureau of Mine verwendet.

5.5.2 Laufzeit-Tomographie

Ziel ist hier die Verteilung der Geschwindigkeit abzuschätzen. Für jede Empfänger-Position E (Abbildung 5.22) spiegelt die gemessene Laufzeit die durchschnittliche Geschwindigkeit der elektromagnetischen Welle längst eines Strahlenwegs von Sender S bis Empfänger E wider. Mathematisch wird die Laufzeit geschrieben :

$$t = \int_S^E \frac{1}{v} \cdot dr = \int_S^E p \cdot dr \quad (5.23)$$

mit dr und p als Strahlenweg-Inkrement bzw. Langsamheit (Kehrwert der Geschwindigkeit). Mit Annäherung der kontinuierlichen Funktion an p bzw. v als eine Summe der diskreten Elemente p_j bzw. v_j wird Gl. (5.23) zu :

$$\sum_{j=1}^M \frac{1}{v_j^i} r_j^i = t^i \quad (i = 1 \cdot \cdot \cdot N) , \quad (5.24)$$

mit i als Strahlenweg und j als Zelle. Die näherungsweise Lösung des überbestimmten Gleichungssystems (5.24) liefert schließlich eine Schätzung der Geschwindigkeitsverteilung.

5.5.3 Dämpfungstomographie

Unter Annahme eines linearen Systems der Wellenausbreitung wird ein Ausgangssignal als eine Faltung zwischen einem Eingangssignals und einer entsprechenden Impulsantwort geschrieben (s. Abb. 5.1):

$$x(t) * g(t) = y(t) . \quad (5.25)$$

Im Frequenzbereich wird Gl. (5.25) geschrieben :

$$X(f) \cdot G(f) = Y(f) \quad (5.26)$$

oder :

$$G(f) = \frac{Y(f)}{X(f)} . \quad (5.27)$$

Die Übertragungsfunktion $G(f)$ kann auch geschrieben werden als :

$$G(f) = e^{-\int_S^E \alpha \cdot dr} . \quad (5.28)$$

mit $\alpha \cong \alpha_0 f$. Faßt man Gleichungen (5.27) und (5.28) zusammen, läßt sich einfach ableiten :

$$\int_S^E \alpha_0 \cdot dr = \frac{1}{f} \ln \frac{Y(f)}{X(f)} . \quad (5.29)$$

Gl. (5.29) gilt als Grundgleichung für die Dämpfungstomographie.

5.5.4 Centroid Frequency Downshift-Methode

Nach dieser Methode wird angenommen, daß sowohl das Amplitudenspektrum des Eingangssignals $X(f)$ als auch das des Ausgangssignals $Y(f)$ gaussverteilt sind. Damit gilt (Liu et al., 1998) :

$$X(f) = e^{-\frac{(f-f_{ceo,S})^2}{2\sigma_S^2}} \quad (5.30)$$

und

$$Y(f) = X(f) \cdot G(f) = A e^{-\frac{(f-f_{ceo,E})^2}{2\sigma_S^2}}, \quad (5.31)$$

mit

$$A = e^{-\frac{f_d}{2\sigma_S^2}} \quad (5.32)$$

und

$$f_d = 2f_o\sigma_S^2 - (\sigma_S^2 \int_S^E \alpha_0 dr)^2. \quad (5.33)$$

Einsetzen von Gl. (5.30) und Gl. (5.31) in Gl. (5.29) ergibt :

$$\int_S^E \alpha_0 \cdot dr = \frac{(f_{ceo,S} - f_{ceo,E})}{\sigma_S^2}. \quad (5.34)$$

In diskreter Form wird Gl. (5.34) zu :

$$\sum_{j=1}^M \alpha_{0j}^i r_j^i = \frac{f_{ceo,S} - f_{ceo,E}^i}{\sigma_S^2}. \quad (5.35)$$

Zur Anwendung des MIGRATOM-Programms kann Gl. (5.35) wie folgt geschrieben werden :

$$\sum_{j=1}^M \frac{1}{\alpha_{0j}^i} r_j^i = \frac{f_{ceo,S} - f_{ceo,E}^i}{\sigma_S^2}. \quad (5.36)$$

Sind die Centroid-Frequenzen und die Sender-Empfänger-Positionen gegeben, ist der normierte Absorptionskoeffizient jeder einzelner Zelle α_{0j} zu bestimmen. Das Q einzelner Zellen Q_j ist dann durch folgende Formel beschrieben :

$$Q_j = \frac{\pi}{v_j \alpha_{0j}}. \quad (5.37)$$

5.5.5 Methode der äquivalenten Bandbreite

Bei dieser Methode wird keine Annahme über die Form des Amplitudenspektrum benötigt. Unter Anwendung des Äquivalenzmediums (s. Anhang B) läßt sich Gl. (5.29) schreiben als :

$$\int_S^E \alpha_0 \cdot dr = \tilde{\alpha}_0 \cdot R \quad (5.38)$$

mit $\tilde{\alpha}_0$ als der normierte Absorptionskoeffizient des Äquivalenzmediums (s. Abb. 5.22) und R als die Länge des Strahlenweges in Äquivalenzmedium.

Mit

$$\tilde{\alpha}_0 = \frac{\pi}{v \tilde{Q}} \quad (5.39)$$

und $R/v = t_0$ wird Gl. (5.38) zu :

$$\sum_S^E \alpha_0 \cdot dr = \frac{\pi R}{v \tilde{Q}} = \frac{\pi}{\tilde{Q}} t_0 . \quad (5.40)$$

Im Sinne des Äquivalenzspektrums mit Anwendung eines Äquivalenzmediums kann der rechte Term in Gl. (5.40) leicht berechnet werden. \tilde{Q} berechnet man wie folgt :

$$\tilde{Q} = \frac{2\pi}{1 - \frac{\tilde{A}_2^2 \tilde{\Delta f}_2}{\tilde{A}_1^2 \tilde{\Delta f}_1}} \cdot t_0 \cdot f_R . \quad (5.41)$$

Die Referenzfrequenz f_R wird ermittelt gemäß Gl. (5.20). In diskreter Form ist Gl.(5.40)wie folgt zu schreiben :

$$\sum_{j=1}^M \alpha_{0,j}^i r_j^i = \frac{\pi}{\tilde{Q}^i} t_0^i \quad (5.42)$$

oder im Sinne des Migratom-Algorithmus:

$$\sum_{j=1}^M \frac{1}{\alpha_{0,j}^i} r_j^i = \tilde{Q}^i t_0^i . \quad (5.43)$$

Das Q einzelner Zelle ist dann mit Gl. (5.37) zu ermitteln.

5.6 Sensitivität der Q-Ermittlung

Das Dämpfungsmodell wird oft als ein minimumphasiger Filter modelliert, das vom Q-Faktor des Materials und der Bezugsfrequenz ω_0 abhängig ist (Duren & Trantham, 1997). Die Dämpfung verursacht große Verluste in den höheren Frequenzen des Signals. Dispersion ist eng mit der Dämpfung verbunden. Es entsteht die Forderung, den Dispersionseffekt zu beseitigen. Die Dispersion kann optimal beseitigt werden, wenn der Q-Wert genau bekannt ist. Duren & Trantham (1997) haben untersucht, inwieweit die Genauigkeit der Q-Schätzung einen Einfluß auf die Fehler der Dispersion hat.

Den dritten Term in der Gl. (3.37) nennt man Dispersionsfaktor. Die Dispersionskomponente der Phasen in dieser Gleichung wird definiert als (Duren & Trantham, 1997)

$$\gamma(\omega) = \frac{\omega t_0}{\pi Q} \ln \frac{\omega}{\omega_{NY}} . \quad (5.44)$$

Gl. (5.44), welche auch schon im Kapitel 3 dargestellt und im Kapitel 4 benutzt wurde, zeigt, daß schwache Dispersion existiert falls Q groß ist. Kleines Q bewirkt größere Dispersion.

Die ermittelten Q-Werte beinhalten Fehler der Q-Ermittlung ΔQ

$$Q = Q_{wahr} + \Delta Q \quad (5.45)$$

mit Q_{wahr} als wahres Q. Das bedeutet, daß es Fehler $\Delta_\gamma(\omega)$ in der geschätzten Dispersion gibt

$$\gamma(\omega) = \gamma_{wahr}(\omega) + \Delta\gamma(\omega) \quad (5.46)$$

mit γ als die geschätzte Dispersion und γ_{wahr} als die wahre Dispersion. Aus den Gleichungen (5.44), (5.45) und (5.46) läßt sich die Formel für den Dispersionsfehler ableiten :

$$\Delta_\gamma(\omega) = -\gamma_{wahr}(\omega) e \left(\frac{\Delta Q}{Q_{wahr}} \right) \quad (5.47)$$

mit

$$e \left(\frac{\Delta Q}{Q_{wahr}} \right) = \frac{\frac{\Delta Q}{Q_{wahr}}}{1 + \frac{\Delta Q}{Q_{wahr}}} . \quad (5.48)$$

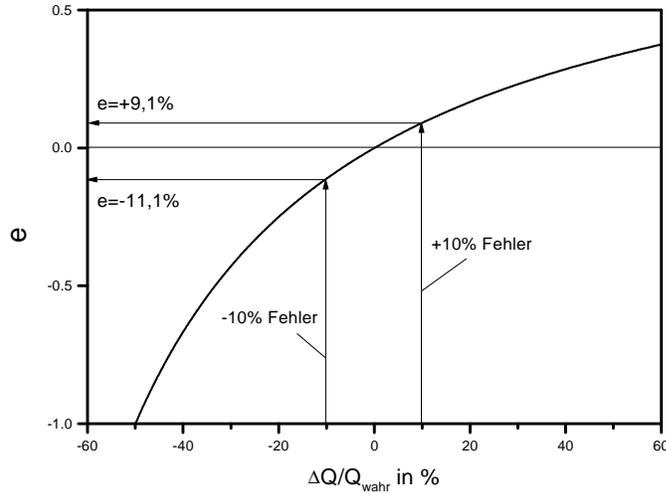


Abbildung 5.23: Verhältnis zwischen dem Phasenfehler und der wahren Dispersion, abgebildet als Funktion des Fehlers der Q-Schätzung (umgezeichnet nach Duren & Trantham, 1997).

Aus Gl. (5.47) folgt, daß der Fehler in der Dispersionsschätzung von der wahren Dispersion und einem Faktor $e(\Delta Q/Q_{wahr})$, der aus dem Fehler in der Q-Schätzung bestimmt wird, abhängt.

Wenn wir den Fehler in der Phase betrachten, haben wir den Phasenfehler ϑ :

$$\vartheta = \gamma_{wahr} - \gamma(\omega) = -\Delta\gamma(\omega) = \gamma_{wahr}(\omega)e\left(\frac{\Delta Q}{Q_{wahr}}\right). \quad (5.49)$$

Gl (5.49) zeigt, daß der Phasenfehler sich aus Multiplikation zwischen der wahren Dispersion und dem Faktor $e(\Delta Q/Q_{wahr})$ ergibt. Eine Überprüfung mit Hilfe von Gleichungen (5.49) und (5.48) hat ergeben, daß der Phasenfehler die wahre Dispersion approximiert, wenn $\Delta Q/Q_{wahr} \rightarrow \infty$. Falls wir Q überschätzen, haben wir einen Phasenfehler, der niemals größer ist als die wahre Dispersion. Abbildung 5.23 zeigt $e(\Delta Q/Q_{wahr})$ als Funktion der Fehler in der Q-Schätzung. Bei -10% Fehler in der Q-Schätzung liegt der Phasenfehler bei 11,1% und bei +10% Fehler bei 9,2% der wahren Dispersion. Daraus ist zu schliessen, daß es besser ist, Q etwas höher als zu niedrig zu schätzen.

Kapitel 6

Untersuchungen an realen Daten

Die Tauglichkeit der neu gewonnenen Methode der äquivalenten Bandbreite (ÄBB-Methode) wurde an realen Daten getestet. Zwei Messdaten-Sätze standen dafür zur Verfügung : Durchstrahlungsmessungen an anstehendem Gneis im Schacht Reiche Zeche (Freiberg) und Durchstrahlung- bzw. Tomographie-Daten aus Messungen an einem Sandsteinblock aus dem Elbsandsteingebirge. Zum Einsatz kam das Meßgerät pulseEkko-1000 mit 900 MHz bzw. 450 MHz Nennfrequenzen.

Alle Daten wurden einer Tiefpaßfilterung mit der oberen Grenzfrequenz gleich $0,3 f_{NY}$ unterzogen. Soweit nicht anders angegeben, wurde das empirisch in Luft ermittelte Signal (=Luftsignal) als Quellsignal verwendet. In wieweit diese Annahme gerechtfertigt ist, wird in den einzelnen Anwendungen diskutiert.

6.1 Testobjekt Reiche Zeche

Als kristallines Gestein ist Gneis wegen der geringen Dämpfung und somit grossen Eindringtiefe für elektromagnetischer Wellen ein ideales Testmedium für den Einsatz von Georadar (Grassmück, 1995). Das in Abb. 6.1 dargestellte Objekt befindet sich im Schacht Reiche Zeche im Gang „Schwarzer Hirsch“ in einer Tiefe von ca. 180 m. Das Testobjekt wurde so ausgewählt, daß es quasi-homogenes Medium repräsentiert. Die Oberfläche am Stoß war nicht glatt. Es war deshalb schwierig, die Antennenoberfläche auf dem Gneiss so zu positionieren, daß eine parallele Antennenführung

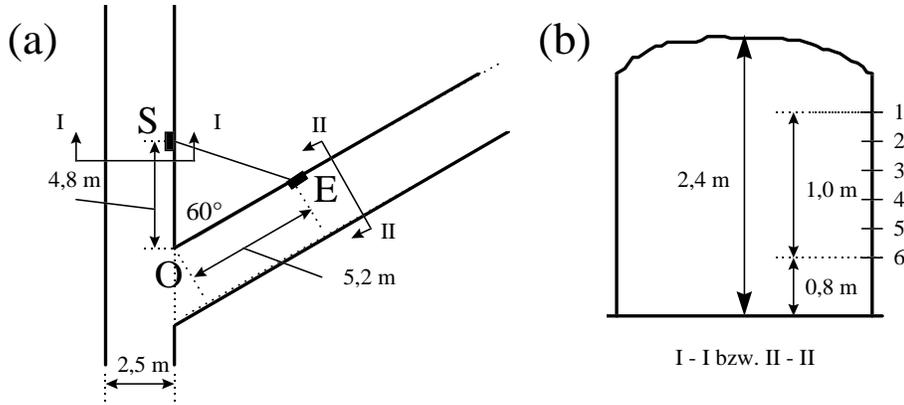


Abbildung 6.1: Lageskizze zur Messung (a) und Querschnitt I-I bzw. II-II (b). S ist die Position der Sendeantenne und E ist die der Empfangsantenne.

gewährleistet war. Trotz dieser Hindernisse sind die transmittierten Signale, die mit relativ großen Abstand gemessen wurden, bei der vertikalen Messung gut zu empfangen gewesen. Dagegen sind die Signale bei der horizontalen Messung so schlecht, daß nur einige Spuren analysiert werden können.

Zwei unterschiedlichen Messanordnungen wurden realisiert (vergl. Abb. 6.1). Bei der horizontalen Messung wurden die Sende- und Empfangsantennen in einer Höhe von ca. 120 cm von 150 cm von O nach S bzw. nach E mit 0,5 m Schrittweise synchron fortbewegt. Bei der vertikalen Messung, wurden die Antennen vom oben nach unten mit 20 cm Schrittweite (3 Spuren pro Sender-Empfänger-Anordnung) synchron geführt. Die Abbildungen 6.2 und 6.3 stellen die Meßergebnisse mit den 900-MHz-Antennen für die horizontale bzw. die vertikale Messung dar. Die Abbildungen 6.4 und 6.5 stellen die Meßergebnisse mit den 450-MHz-Antennen für die horizontale bzw. die vertikale Messung dar. Es ist festzustellen, daß insbesondere die mit den 450-MHz-Antennen erhaltenen Transmissionssignale erst bei größeren Übertragungsdistanzen hinreichend aufgelöst erscheinen. Daher werden hier nur der Messungen mit den 900-MHz-Antennen vorgestellt.

Um die Geschwindigkeit und die Dämpfung aus horizontalen Messungen erfassen zu können wurden die Spuren 5, 8, 9 und 12 benutzt (s. Abb. 6.2). Die wichtigsten

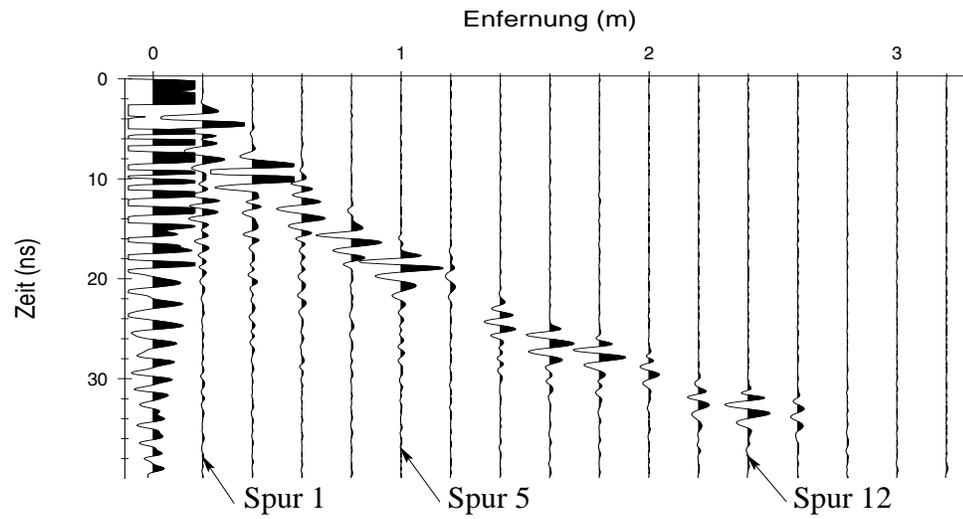


Abbildung 6.2: Mit den 900-MHz-Antennen gemessene Transmissionssignale (Horizontale Messung)

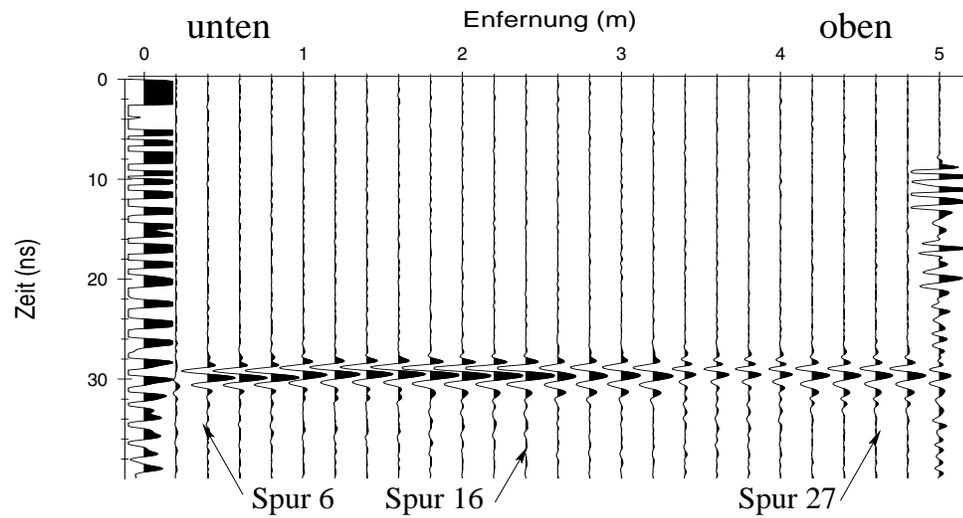


Abbildung 6.3: Mit den 900-MHz-Antennen gemessene Transmissionssignale (Vertikale Messung)

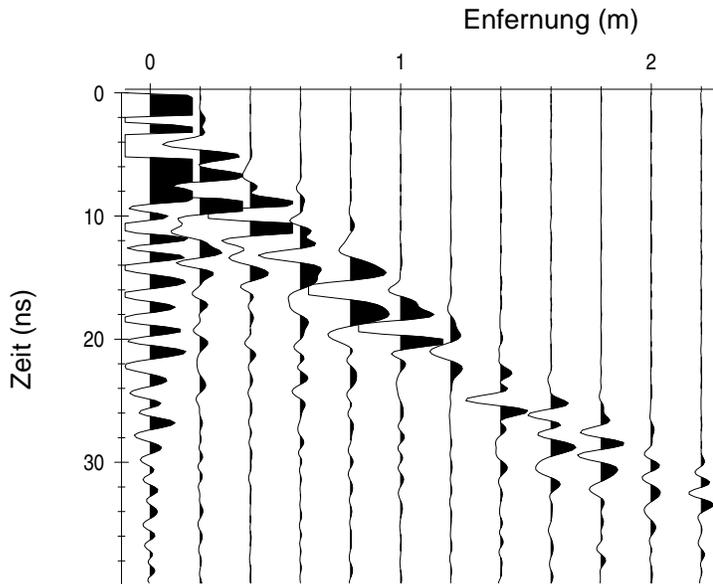


Abbildung 6.4: mit den 450-MHz-Antennen gemessene Transmissionssignale (Horizontale Messung)

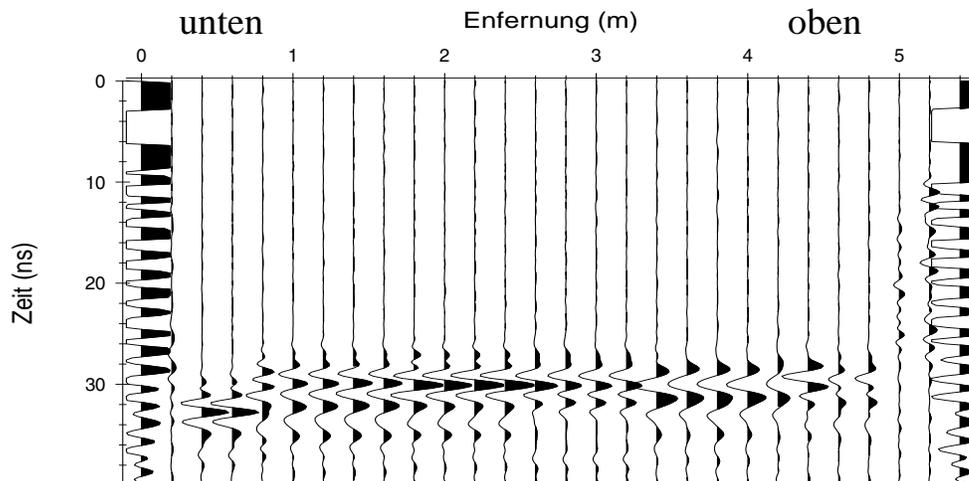


Abbildung 6.5: mit den 450-MHz-Antennen gemessene Transmissionssignale (Vertikale Messung)

Daten sind in Tab. 6.1 zusammengefaßt. Als mögliche Signale für das Eingangssignal

Tabelle 6.1: Wichtige Daten aus Spuren 5, 8, 9 und 12

<i>Spur</i>	$t_0(ns)$	v (m/ns)	\tilde{A}	$f_{peak}(MHz)$
5	17,0	17,12	978,05	624,99
8	24,3	17,74	649,10	585,93
9	26,1	18,31	563,07	585,93
12	31,6	18,53	484,36	484,36

stehen Spuren 4 und 5 zur Verfügung. Weil die Amplituden der Spur 5 größer sind als die der Spur 4, ist Spur 5 als Eingangssignal gewählt worden. Zur Q-Ermittlung wurde damit das Signal aus Spur 5 als das Eingangssignal und die Signale aus den Spuren 8, 9, bzw. 12 als Ausgangssignale betrachtet. Unter Anwendung der Gl. 5.19 wurde die Q-Werte mittels der ÄBB-Methode bestimmt und die Ergebnisse in der Tabelle 6.2 dargestellt. Aus drei verschiedenen Spuren wurden Q-Werte von über 40 geliefert.

Tabelle 6.2: Ergebnis der Q-Ermittlung mittels der ÄBB-Methode für die horizontale Meßanordnung

<i>Eingangssignal</i>	<i>Ausgangssignal</i>	$\Delta t_0(ns)$	$f_R(MHz)$	Q
<i>Spur 5</i>	Spur 8	7,3	566,404	40,694
<i>Spur 5</i>	Spur 9	9,1	469,802	40,166
<i>Spur 5</i>	Spur 12	14,6	395,139	45,716

Der Absorptionskoeffizient wurde aus dem Vergleich zweier unterschiedlicher Signale bestimmt :

$$\alpha = \frac{1}{x_2 - x_1} \ln \frac{a(x_1)}{a(x_2)} \quad (6.1)$$

in Neper/m oder

$$\alpha = \frac{1}{x_2 - x_1} \cdot 20 \log \frac{a(x_1)}{a(x_2)} \quad (6.2)$$

in dB/m.

Mit dem Signal aus Spur 5 als Eingangssignal und dem Signal aus Spur 8, 9 und

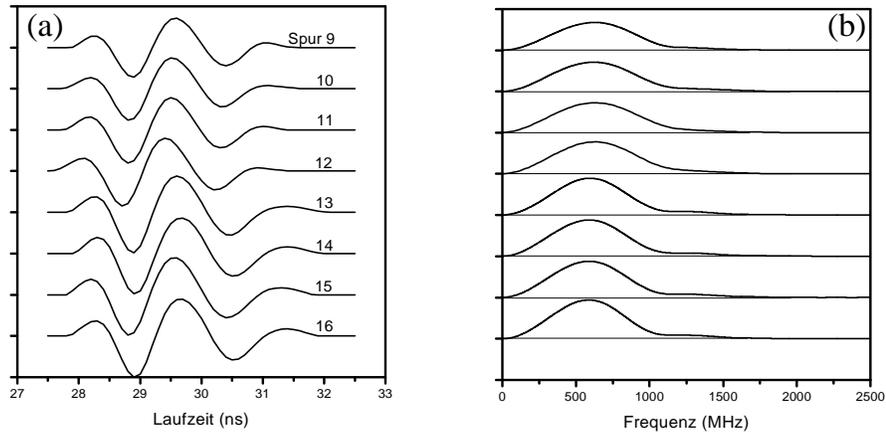


Abbildung 6.6: Mit den 900-MHz-Antennen gemessene Transmissionssignale und die zugehörigen Frequenzen (vertikale Messung)

12 als Ausgangssignal werden die Absorptionkoeffizienten nach Gl. (6.2) ermittelt. Der Q-Faktor kann dann mit Gl. (3.4) berechnet werden. Die Frequenz f wurde mit f_{peak} angenähert. Die Ergebnisse werden in Tabelle 6.3 zusammengefaßt. Dabei werden die Geschwindigkeitswerte aus der Tabelle 6.1 benutzt. Aus den Tabellen

Tabelle 6.3: Ergebnis der Q-Bestimmung aus der α -Bestimmung

<i>Eingangssignal</i>	<i>Ausgangssignal</i>	α in dB/m	Q
5	8	2,058	43,80
5	9	1,852	41,14
5	12	1,729	46,57

6.2 und 6.3 erkennt man, daß die berechnete Q-Daten gut übereinstimmen, wobei die ermittelten Q-Werte zwischen 40,166 und 46,57 liegt.

Abb. 6.6 zeigt ausgewählte transmittierte Signale aus der vertikalen Messung mit den 900-MHz-Antennen und deren zugehörige Spektren. Die Peak-Frequenzen für die Signale (Spuren 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 und 27) liegen zwischen 585,95 MHz und 605,47 MHz, die nur wenig kleiner als die Peak-Frequenz des Sendesignales von 781,24 MHz sind. Dies bedeutet, daß die elektromagnetische Welle im Gneis gering absorbiert wird bzw. daß Gneis ein Medium mit großen Q-Werten ist.

Zur Q-Ermittlung werden drei verschiedenen Methode angewendet : Q-Ermittlung mittels der ÄBB-Methode nach Gl. (5.19), der Dekonvolutionsmethode nach Gl. (4.14) und der Vorwärtsmodellierung nach Gl. (4.2). Als Eingangssignal wird das Luftsignal benutzt. Die ermittelten Q-Werte mittels der ÄBB-Methode sind in der Tabelle 6.4 zusammengefasst, wobei die ermittelte Q-Werte zwischen 31,07 und 34,31 liegen.

Tabelle 6.4: Ergebnis der Q-Ermittlung mittels der ÄBB-Methode für vertikale Messung

<i>Spur</i>	t_0 in ns	f_R in MHz	Q
<i>Spur 9</i>	27,7	92,38	32,39
<i>Spur 10</i>	27,6	93,38	32,52
<i>Spur 11</i>	27,6	93,72	32,64
<i>Spur 12</i>	27,6	94,83	32,79
<i>Spur 13</i>	27,7	96,94	33,84
<i>Spur 14</i>	27,8	96,81	33,96
<i>Spur 15</i>	27,8	96,87	33,87
<i>Spur 16</i>	27,7	98,13	34,31
<i>Spur 27</i>	27,9	88,29	31,07

Die Q-Werte aus der Ermittlung mittels Impulsantworten (Abb. 6.7) unter Anwendung der inversen dispersiven Filter liegen zwischen 31,07 und 34,31. Abb. 6.8 stellt das Ergebnis der Q-Ermittlung mittels der Vorwärtsmodellierung zusammen. Auch liegen die ermittelte Q-Werte im Mittel bei 32. Die Ergebnisse aus drei verschiedenen Methoden stimmen gut überein.

Wenn man diese Ergebnisse mit den Ergebnissen aus der horizontalen Messung vergleicht, besteht ein Unterschied von ca. 20%. Mögliche Ursache dafür ist die Orientierung der Empfangsantenne während der Messung. Bei der vertikalen Messung stimmt die Orientierung der Antennen bei gleicher Position gut überein, wobei auf jeder Position drei mal gemessen wurde. Das war bei der horizontalen Messung nicht so.

Zur Veranschaulichung werden die Ergebnisse in der Tabelle 6.5 im Vergleich mit den Literatur-Angaben zusammengefasst.

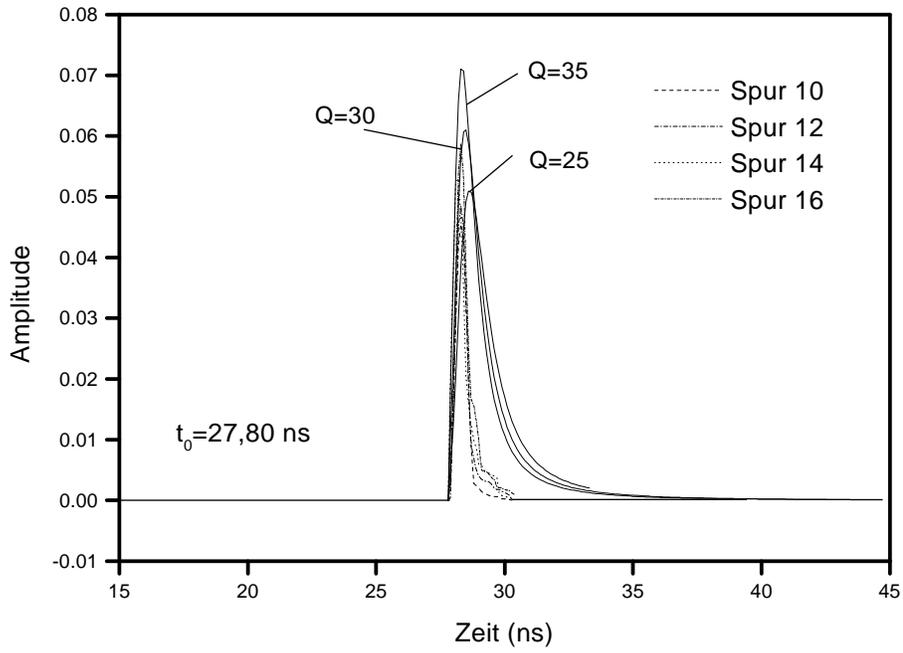


Abbildung 6.7: Q-Ermittlung mittels Impulsantworten

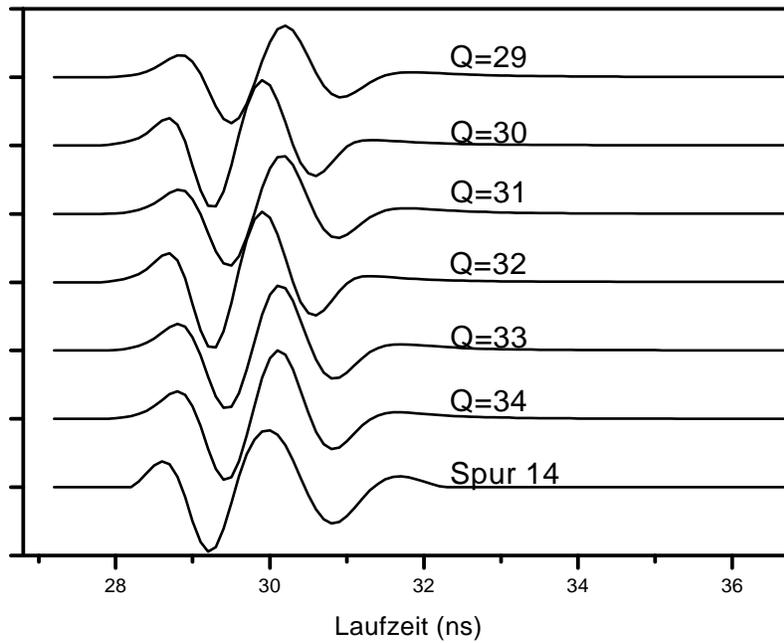


Abbildung 6.8: Vorwärtsmodellierung

Tabelle 6.5: Ergebnis der Parameterbestimmung v und α bzw. Q für Gneis

$v(m/ns)$	$\alpha(dB/m)$	Q	$f_c(MHz)$	Tiefe(m)	Quelle
0,17–0,18	1,7–2,1	30–46	900	180	diese Untersuchungen
0,10–0,12					Grasmück (1996)
0,116–0,118			100	bis 30	
0,17	2,6				Grandjean et al. (2000)
0,12	6,9				
0,17	1,5–4,5	30	300–900		
0,13	9,0–27,0	7			
0,08–0,11					Schön (1983)

6.2 Testobjekt Sandsteinblock

Das Testobjekt ist ein 30 cm x 30 cm x 30 cm großer Sandsteinblock aus dem Elbsandsteingebirge (Abb. 6.9). Die Oberfläche ist abgedichtet. Auf einer Seite werden Elektroden für eine Leitfähigkeitsmessung eingesteckt. Nur zwei gegenüber liegenden Seiten stehen zur Messung zur Verfügung. Bei der Synchronmessung werden Messungen in gleicher Höhe von Sender und Empfänger durchgeführt (Schrittweite 1 cm : von oben nach unten). Zur tomographischen Aufnahme wurden die Messungen so durchgeführt, daß aus einer jeden Sender-Position Daten an allen Empfänger-Positionen gemessen (s. Abb. 6.10) wurden. Die Messungen erfolgten mit einer pulseEKKO-1000-Apparatur und 900-MHz-Antennen.

Aufgrund des kleinen Testobjektes ist es unmöglich, vollständige 5-phasige Transmissionsignale zu erhalten. Die empfangenen Transmissionsignale werden von Reflexionssignalen von allen möglichen Oberflächen überlagert. Zur Veranschaulichung dient Abb. 6.11. Abb. 6.12 zeigt das Ergebnis einiger Testrechnungen für das aufgenommene Signal bei einer Sender-Empfänger-Position in der Mitte der Oberfläche des Objektes. Der Ersteinsatz des reflektierten Signales ist (rechts im Bild 6.12) deutlich zu sehen.

Die berechneten, in Abb. 6.13 dargestellten, Geschwindigkeitswerte aus den Daten der Synchronmessung zeigen eine deutliche Abnahme mit zunehmender Position, die mit dem nach unten zunehmenden Wassergehalt korreliert.

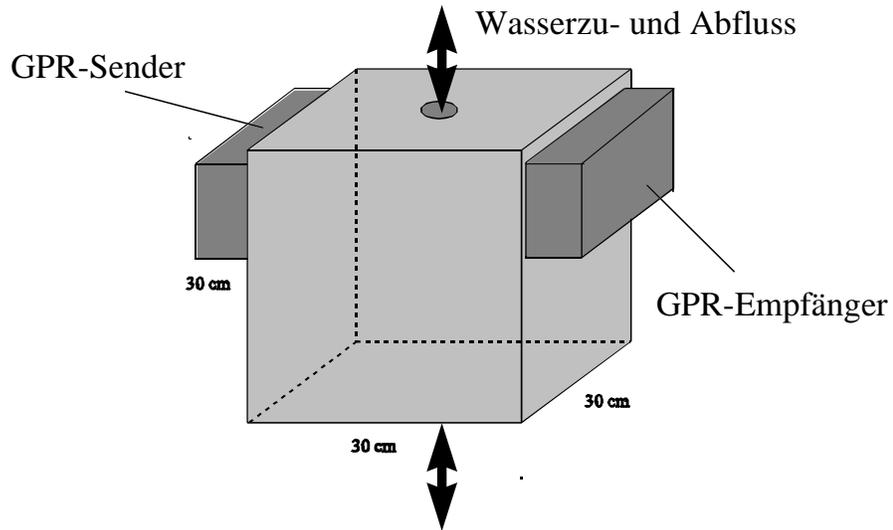


Abbildung 6.9: 30 cm x 30 cm x 30 cm Sandsteinbock als Testobjekt

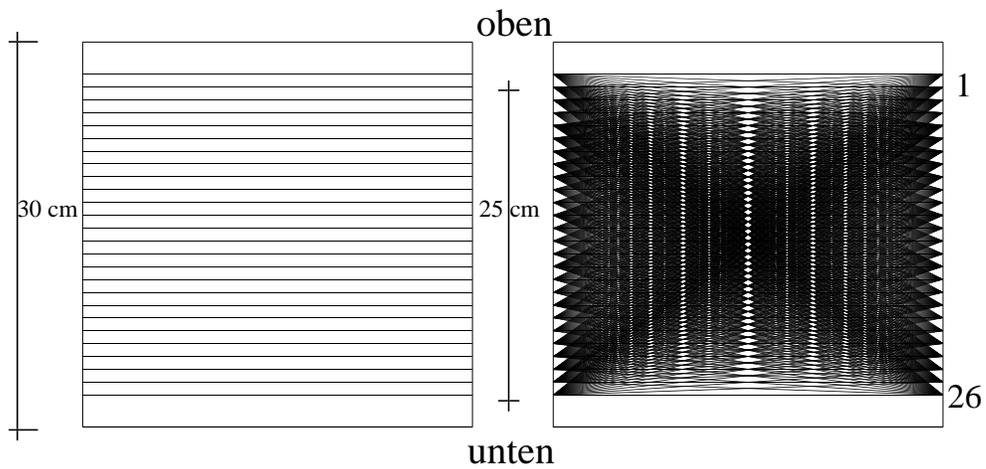


Abbildung 6.10: Idealisierte Strahlenwege bei Synchron- (links) und Tomographie-Messung (rechts). Punktabstand : 1 cm

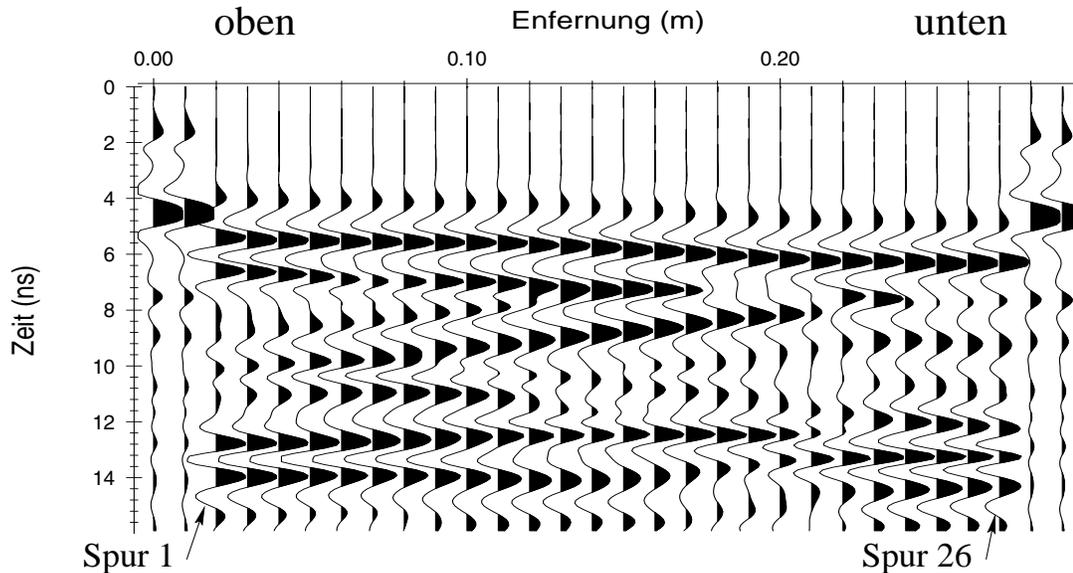


Abbildung 6.11: Gemessene Daten der Synchronmessung

Aus den Daten der Synchronmessung wurden mittels der Dekonvolutionsmethode Q-Werte berechnet. Als Eingangssignal wurde das Luftsignal benutzt. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 6.14 und 6.15 dargestellt. Infolge der kleinen Dimensionen des Sandsteinblocks interferiert die Transmission mit Reflexionssignalen von den Seitenflächen, so daß kein vollentwickeltes 5-phasiges Transmissionsignal zur Verfügung steht. Die Analyse kann daher nur mit Partialsignalen erfolgen. Die Dekonvolutionsmethode unter Berücksichtigung eines 2-phasigen Signales liefert ein besseres Ergebnis als die mit einem 3-phasigen Signal. Das ist darauf zurückzuführen, daß die 2-phasigen transmittierten Signale weniger von der Überlagerung der reflektierten Signalen gestört sind. Die berechnete Q-Werte liegen zwischen 5 und 10.

Um die Q-Verteilung zu rekonstruieren wurde zwei verschiedene Tomographie-Verfahren eingesetzt : ÄBB Methode und Centroid-Frequency-Downshift-Methode (CDFFS-Methode). Die Abbildungen 6.16 bis 6.18 zeigen charakteristische Frequenzen transmittierter Signale bei allen Frequenzen, wobei der Sender bei drei verschiedenen Positionen liegt. Die Schwankungen der Centroid-Frequenz fallen deutlich auf.

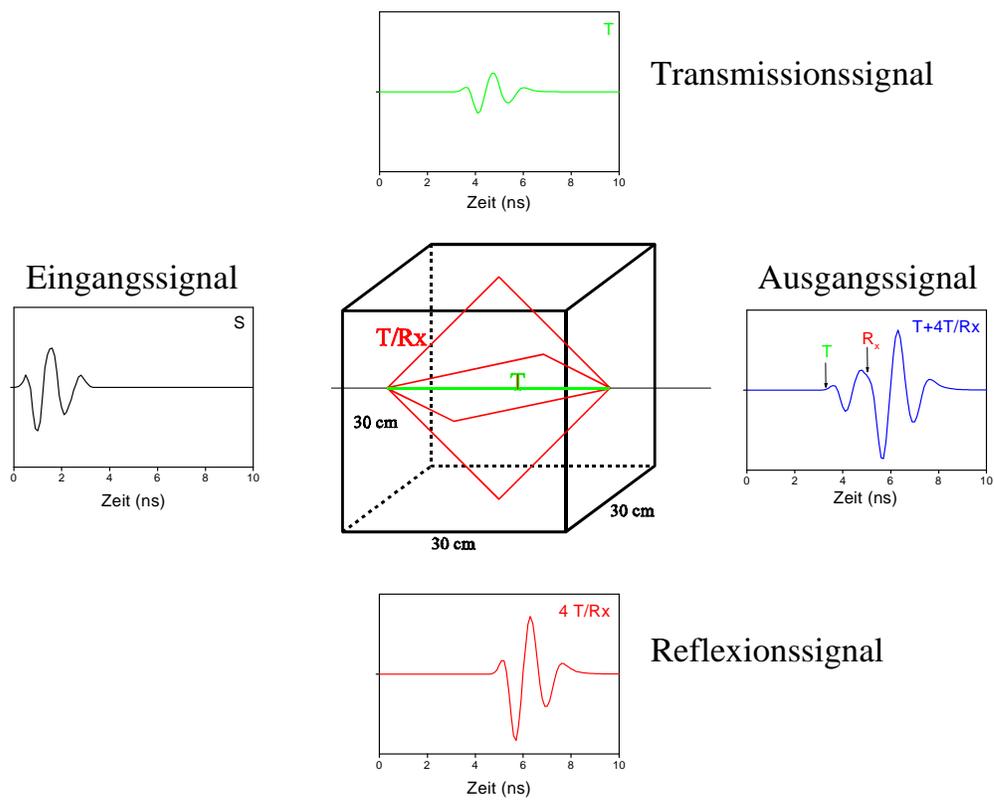


Abbildung 6.12: Überlagerung von Signalen mit unterschiedlichem Laufweg

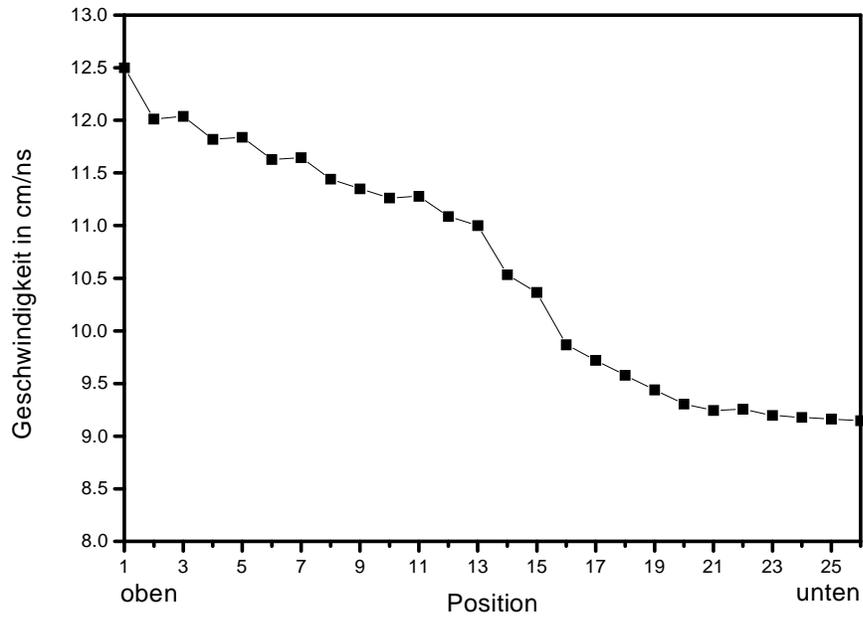


Abbildung 6.13: Geschwindigkeit aus den Synchrondaten

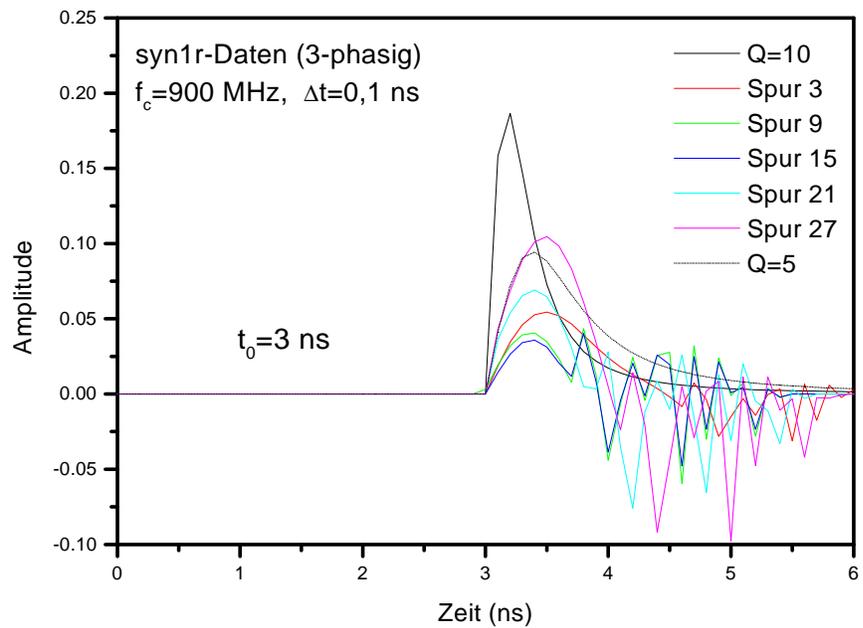


Abbildung 6.14: Berechnete Impulsantworten aus Daten der Synchronmessung für ein 3-phasig verkürztes Transmissionssignal

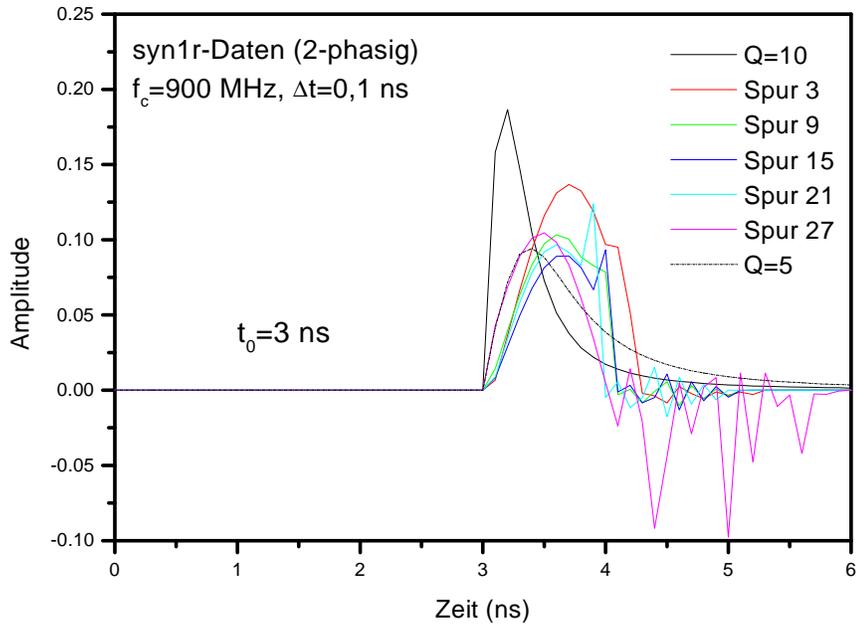


Abbildung 6.15: Berechnete Impulsantworten aus Daten der Synchronmessung für ein 2-phasig verkürztes Transmissionssignal

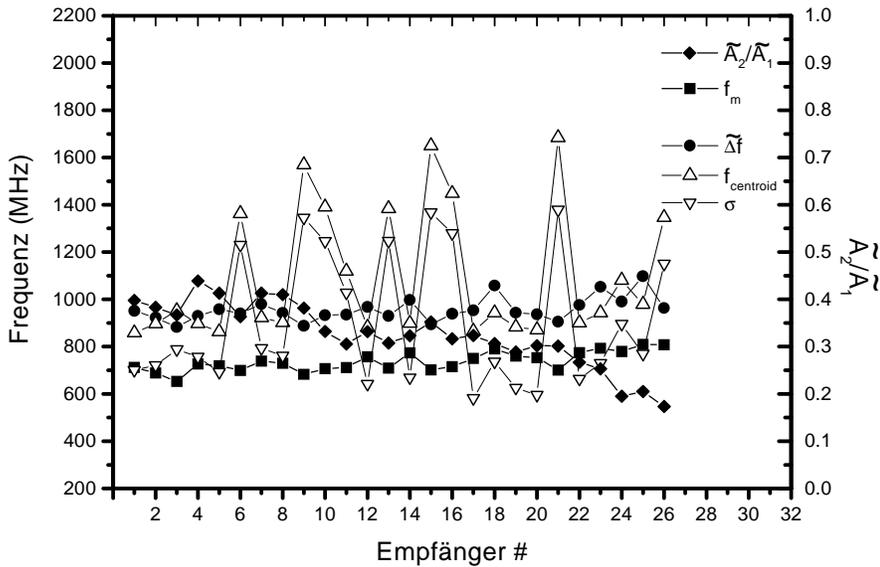


Abbildung 6.16: Charakteristische Frequenzen transmittierter Signale bei allen Empfängern. Sender liegt bei 1. Position.

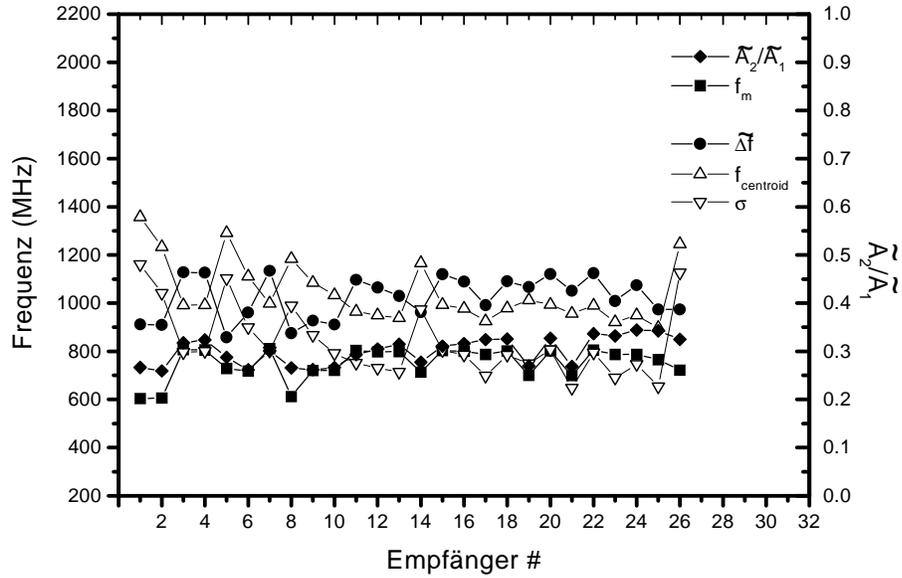


Abbildung 6.17: Charakteristische Frequenzen transmittierter Signale bei allen Empfängern. Sender liegt bei 13. Position

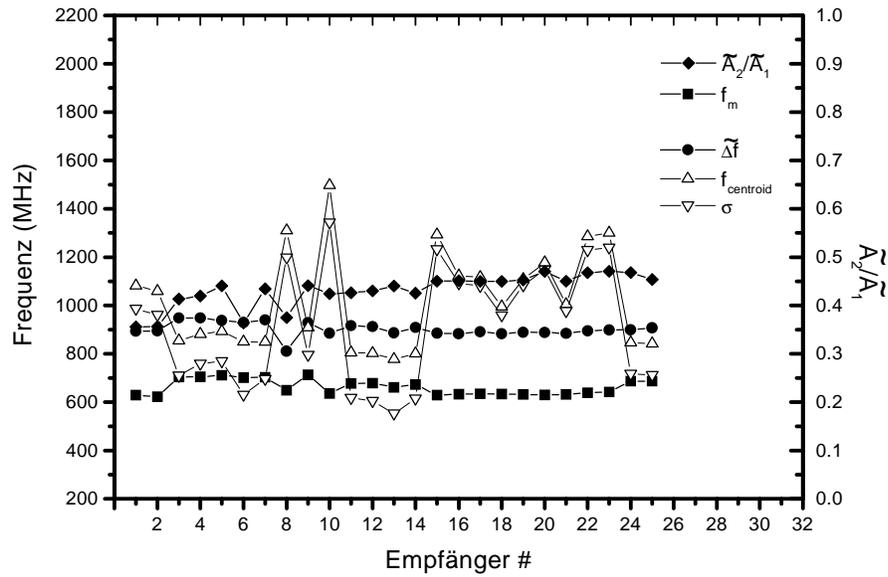


Abbildung 6.18: Charakteristische Frequenzen transmittierter Signale bei allen Empfängern. Sender liegt bei 26. Position

Dies kann auf Unsicherheiten bei der Q -Bestimmung mittels der CFDS-Methode zurückgeführt werden.

Zur Ermittlung der Geschwindigkeitsverteilung im Sandsteinblock wurde das Programm MIGRATOM verwendet. Das Ergebnis ist in Abb. 6.19 zu sehen. Man sieht die symmetrische Verteilung in horizontaler Richtung. Interessant sind die höheren Werte der Geschwindigkeit an allen Ecken. Die Geschwindigkeitsverteilung wurde für die Q -Bestimmung nach Gl. (5.37) über Gl. (5.42) für die ÄBB-Methode sowie über Gl. 5.35 für die CFDS-Methode benutzt. Trotz unterschiedlicher Verteilung der Q -Werte zeigt sowohl das Ergebnis mittels ÄBB-Methode als auch das mittels CFDS-Methode die gleiche Tendenz (grössere Q -Werte von der Mitte auf der linken Seite bis zum unteren Ende auf der rechten Seite).

6.3 Diskussion

Für die Q -Ermittlung bei dem Gneis-Testobjekt liefern drei verschiedene Methoden, nämlich die ÄBB-Methode, die Dekonvolutionsmethode und die Vorwärtsmodellierung gute Ergebnisse. Das ist verständlich, weil als Quellensignal sowohl ein selbst gemessenes transmittiertes Signal für die horizontale Messung als auch das Luftsignal für die vertikale Messung diente. Der bei ca. 20% liegende Unterschied zwischen den Ergebnissen aus der horizontalen und der vertikalen Messung liegt möglicherweise an der Orientierung der Antennen während der Messung und am Einsatz unterschiedlicher Signale für die Berechnungen. Sowohl die Ergebnisse des Gütefaktors Q als auch die der Geschwindigkeit v stimmen mit den Daten in der Literatur gut überein (s. Tab. 6.5).

Zuverlässige Werte der v -Verteilung wurden erhalten, wobei eine deutliche Abnahme der Geschwindigkeit nach unten zu beobachten ist. Dies stimmt mit der aus der Synchronmessung berechneten Geschwindigkeitsverteilung überein. Sowohl die ÄBB-Methode als auch die CFDS-Methode liefern nicht die zu erwartende deutliche Abnahme der Q -Werte mit der Tiefe. Beide Methoden zeigen aber die gleiche Tendenz. Es besteht 4 cm Unterschied zwischen den Positionen maximaler Q -Werte. Das zeigt die vergleichsweise große Unsicherheit der tomographischen Rekonstruktion

Tomogramm berechnet mit MIGRATOM
12 x 10 Elemente
30 Iterationen

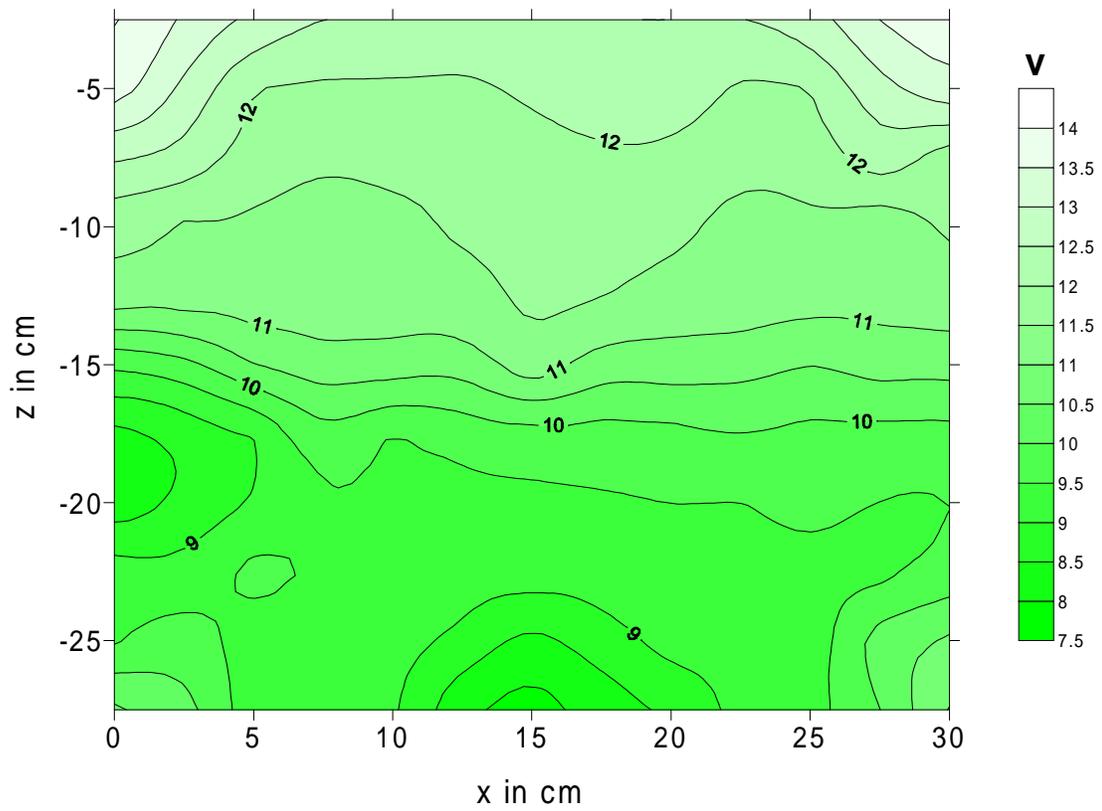


Abbildung 6.19: Geschwindigkeitsverteilung im Sandsteinblock

Tomogramm berechnet mit MIGRATOM
12 x 10 Elemente
8 Iterationen

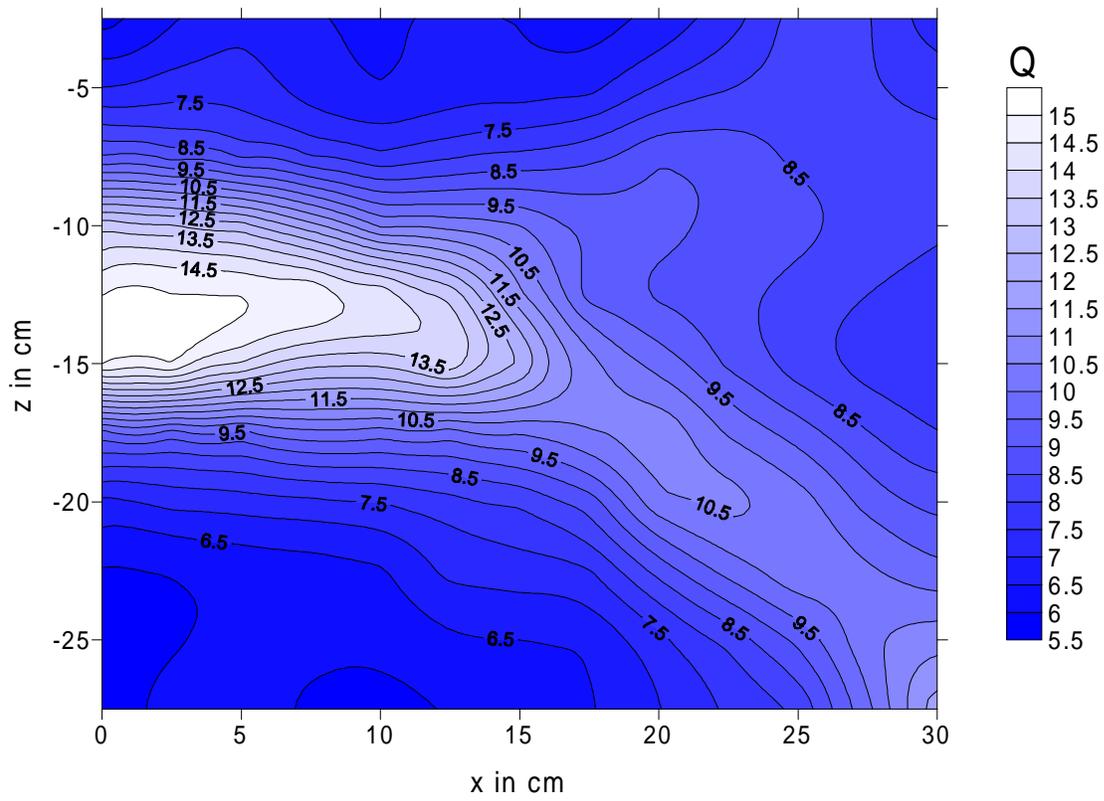


Abbildung 6.20: Q -Verteilung mittels der CFDS-Methode

Tomogramm berechnet mit MIGRATOM
12 x 10 Elemente
8 Iterationen

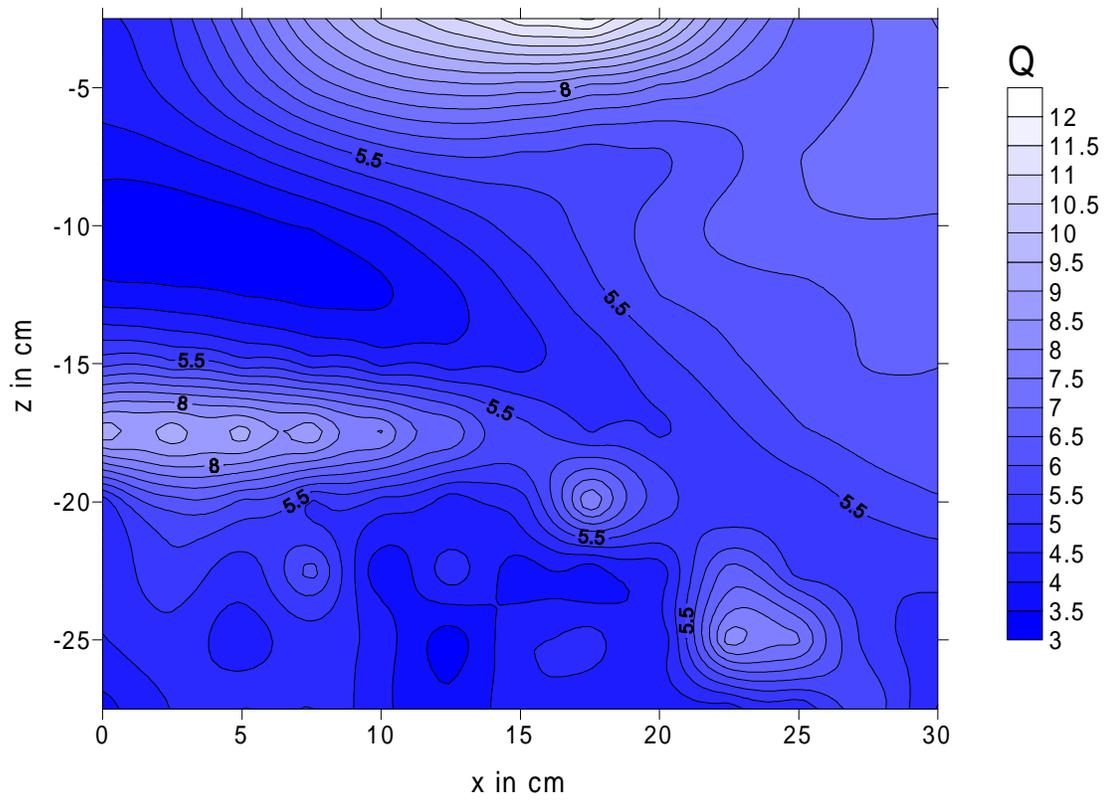


Abbildung 6.21: Q -Verteilung mittels der ÄBB-Methode.

von Q -Werten. Vermutlich spielt die Unsicherheit bei der Berechnung der Centroid-Frequenzen zur Q -Bestimmung mittels der CFDS-Methode eine noch größere Rolle (s. Abb. 6.16 bis 6.18).

Kapitel 7

Möglichkeiten zur Ermittlung petrophysikalischer Kenngrößen

Während der Zusammenhang zwischen den Ausbreitungsparametern v und Q bzw. α für elastische Wellen und den petrophysikalischen Kenngrößen wie Porosität ϕ , Dichte ρ , Permeabilität k_f , Kornverteilung KV , Wassersättigungsgrad S_W und Mineralisationsgrad S_M schon relativ gut bekannt ist (Schön, 1983; Mavko et al., 1998) gibt es für hochfrequente elektromagnetische Wellen noch kaum entsprechende Untersuchungen.

Eines der Beispiele für Arbeiten zu diesem Thema für elastische Wellen ist die Arbeit von Vernik (1997). Er stellt darin einen Zusammenhang zwischen Porosität und akustischer Geschwindigkeit in siliziklastischen Gesteinen her. Von Best et al. (1994) wird gezeigt, dass Q mit dem Ton- bzw. Karbonatgehalt in Sedimenten stark korreliert. Anhand von Daten aus 42 Sandsteinproben wird ein Zusammenhang zwischen dem Absorptionskoeffizienten α von Scherwellen und Tongehalt bzw. Porosität bei einer Frequenz von 1 MHz und unter einem Druck von 40 MPa hergestellt (Klimentov & McCann, 1990). Die Permeabilität korreliert mit dem Absorptionskoeffizienten α und nicht mit der Phasengeschwindigkeit v (Akbar et al., 1993).

In der Literatur ist ein solcher Zusammenhang bei hochfrequenten elektromagnetischen Wellen nur für v bekannt. Topp et al. (1980) haben anhand von vier

verschiedenen Mineralböden mit niedrigem Wassersättigungsgrad S_W eine empirische Beziehung zwischen S_W und der effektiven Dielektrizitätszahl ϵ_{eff} ($\epsilon_{eff} \approx \epsilon'$) für Böden aufgestellt :

$$S_W = -5,3 \times 10^{-2} + 2,92 \times 10^{-2} \epsilon_{eff} - 5,5 \times 10^{-4} \epsilon_{eff}^2 + 4,3 \times 10^{-6} \epsilon_{eff}^3 . \quad (7.1)$$

Bei schwacher Dämpfung ($\tan \delta \ll 1$) wird ϵ' berechnet aus

$$v \approx \frac{c}{\sqrt{\epsilon'}} . \quad (7.2)$$

Der Anwendungsvorteil dieser Formel besteht darin, daß keine zusätzlichen Bodenparameter außer den gebräuchlichen ϵ' -Werten benötigt werden. Werden die Geschwindigkeitswerte mittels Georadar-Messungen bestimmt, sind die ϵ' -Werte zu ermitteln. Allerdings konnte bisher die Allgemeingültigkeit dieser Formel für der gesamten Bereich möglicher Wassersättigungsgrade und Porositäten noch nicht bewiesen werden (Roth, et al. 1990).

Für den Zusammenhang zwischen den Ausbreitungsparametern und deren petrophysikalischen Kenngrößen können zwei verschiedenen Annäherungen durchgeführt werden : empirisch und theoretisch. Wie bereits für elastische Welle bekannt, kann der Zusammenhang zwischen beiden Größen empirisch abgeleitet werden. Dieser Weg hat Vorteile, da einzelne Kenngrößen allein experimentell bestimmt werden. Der Nachteil besteht aber darin, daß ein solcher Zusammenhang in vielen Fällen nur im engen Bereich mit Sonderbedingungen gültig ist. Auch werden viele Proben benötigt.

Bei realen Gesteinen sind die empirische Formeln oft nicht gut angepaßt, da sich die empirischen Konstanten manchmal nicht ohne weitere bestimmen lassen. Natürliche Gesteine sind auch heterogen und zeigen unkontrollierte Faktoren (Dunn, et al., 1999). In einigen Fällen liefert die theoretische Annäherung bessere Ergebnisse als einfache Beziehungen (Fauzi, 1997). Theoretische Modelle sind deshalb wichtig, um die physikalischen Phänomene besser zu verstehen und um die Ergebnisse für die Abschätzung petrophysikalischer Kenngrößen nutzen zu können.

Gesteine sind meistens poröse Medien. Die Geometrie der porösen Medien spielt

deshalb eine wichtige Rolle bei beiden Größen. Die sogenannte lokale Porositätstheorie (LPT), die ein neues theoretisches Konzept zur Charakterisierung der Geometrie poröser Medien beschreibt, wurde von Hilfer (1991, 1992) entwickelt, um einige Eigenschaften poröser Medien bezüglich der komplexen Dielektrizitätszahl und der Permeabilität zu erklären. Die LPT basiert auf der lokalen Porositätsverteilung. Die Porosität und die innere Oberfläche, die für die Berechnung der Permeabilität notwendig sind, werden aus der sogenannten „Two-point correlation functions“-Methode bestimmt. Eine Beschreibung der komplexen Dielektrizitätszahl künstlicher Gesteine wurde mit Hilfe der LPT im Frequenzbereich von 10 kHz bis 13 MHz erfolgreich durchgeführt (Haslund, et al., 1994). Die Theorie wurde auch zur Permeabilitätsabschätzung zum ersten Mal erfolgreich angewendet (Fauzi, 1997).

Der Gütefaktor Q ergibt sich nach Gl. (3.11) aus dem Quotienten zwischen Imaginär- und Realteil der komplexen Dielektrizitätszahl. Da die LPT auch den Gütefaktor und die Permeabilität miteinander verknüpft, kann sie zur Abschätzung der Permeabilität verwendet werden. Da es in der Literatur zahlreiche theoretische Beziehungen gibt, die die Permeabilität k_f mit anderen petrophysikalischen Parametern verknüpfen, können damit weitere petrophysikalische Größen ermittelt werden. Zum Beispiel ergibt sich die Dichte ρ der Gesteine aus der Porosität, der Dichte der Kornmatrix und der Dichte des Porenfluids. Damit ist es möglich, die Gesteinsdichte mit Hilfe der LPT und der abgeschätzten Porositätswerte zu ermitteln.

Eine Möglichkeit zur Verknüpfung der theoretischen Beziehungen wurde von Fauzi (1997) durchgeführt. Er hat die Abschätzung der Permeabilität und des Formationsfaktors mit der LPT anhand der Bildanalyse durchgeführt, um die benutzte Porosität und die anderen Gesteinsparameter (Korn- und Porengröße, Sortierungsgrad, innere Oberfläche) zu bestimmen. Es ist deshalb daraus zu schliessen, daß die neu entwickelte Theorie zur Abschätzung der petrophysikalischen Größen aus dem Gütefaktor Q anzuwenden ist.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit befaßt sich mit der Absorptionsbestimmung aus Transmissionsdaten des Georadars bezüglich eines neu entwickelten Verfahrens zur Q -Ermittlung auf der Basis der Äquivalenzspektren und der Möglichkeit zur Kennwerterschätzung aus der Absorptionsinformation. Im folgenden werden die wichtigsten Ergebnisse der Arbeit zusammengefaßt und Betrachtungen zur optimalen Anwendung der Methode vorgestellt.

Neben den vielen Vorteilen in der Anwendung des Georadar-Verfahrens besteht ein Nachteil in der mit zunehmender Frequenz immer größer werdenden Dämpfung elektromagnetischer Wellen im Boden. Die Ausbreitung im Medium wird durch die Ausbreitungsparameter Phasengeschwindigkeit v und Absorptionskoeffizient α charakterisiert. Sowohl α als auch v sind frequenzabhängig, was sich phänomenologisch in einer Energieabsorption und Wellendispersion ausdrückt. v und α werden von petrophysikalischen Parametern bestimmt, die für den Geologen und den Geotechnikern von Interesse sind. Deshalb eignet sich die Messung des Dämpfungsverhaltens elektromagnetischer Wellen sehr gut zur Differenzierung der Gesteine. Da beim GPR ähnlich wie in der Seismik in erster Näherung von einer linearen Frequenzabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten ausgegangen werden kann, gilt die $Q = \text{const.}$ -Hypothese. Der Gütefaktor Q ist umgekehrt proportional dem Absorptionskoeffizient α und beschreibt die materialspezifische Absorption unterschiedlicher Gesteine.

Theoretische und praktische Überlegungen für die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen im absorbierenden Medium führen zur Anwendung eines Modells mit konstantem Q und einer Geschwindigkeitsdispersion nach Futterman (1982).

Die Wirkung von Absorption und Dispersion wurde anhand von synthetischen Daten untersucht. Dabei wurde als möglichst unbeeinflusstes Quellensignal ein repräsentatives 5-phasiges Signal mittels direkter Messungen in Luft und unter Anwendung einer pulseEKKO-1000-Apparatur mit 900-MHz- bzw. 450-MHz-Antennen gewonnen. Dieses Luftsignal zeigt sich in guter Übereinstimmung mit einem analytischen Signal nach Arcone (1991). Eine Signalverkürzung, die infolge störender Interferenzen bei der praktischen Analyse u. U. zu diskutieren ist, liefert eine weniger brauchbare Parameterschätzung.

Mit der Vorwärtsmodellierung wird gezeigt, wie sich Absorption und Dispersion auf die Veränderung transmittierter Signale auswirken. Infolge der Dämpfung wird die Wellenamplitude bei gleichem Q mit zunehmendem Laufweg bzw. bei gleichem Laufweg mit abnehmendem Q kleiner (Absorption) und die Wellenform zunehmend gestreckt (Dispersion). Übereinstimmend zeigt sich, daß, je kleiner der Q -Wert bei gleichem Laufweg bzw. je größer der Laufweg bei gleichem Q ist, desto kleiner entsprechende Bandbreitemaße (die äquivalente Bandbreite $\widetilde{\Delta f}$, die Bandbreite $\Delta_{0,7}$ bei 0,707 maximaler Amplitude und die Bandbreite $\Delta_{0,5}$ bei 0,5 maximaler Amplitude) transmittierter Wavelets sind. Gleichzeitig verschieben sich ihre Peak-Frequenzen hin zu kleineren Frequenzen.

In der Praxis trifft man auf das inverse Problem zur Rückgewinnung der Impulsantwort aus den gemessenen Transmissionssignalen mittels der Dekonvolution. Anwendung eines inversen dispersiven Filter auf die mittels Vorwärtsmodellierung erzeugten Transmissionssignale (= synthetische Daten) verbessert deutlich die Ergebnisse der Dekonvolution. Dabei wird gezeigt, daß im Vergleich mit Partialsignalen erst die Betrachtung eines vollständigen 5-phasigen Signals ein optimales Dekonvolutionsergebnis liefert.

In der Literatur werden verschiedene Methoden zur Q -Bestimmung aus dem

Vergleich der Signalformen bzw. der Spektren zweier Signale beschrieben. Die Amplitudenverfallsmethode bestimmt Q aus dem Verhältnis der Amplituden, der Laufzeitunterschiede und der dominanten Frequenz. Diese Methode hat den Nachteil, daß sie nur für wahren Amplituden verwendbar ist. Außerdem stellt die dominante Frequenz oder Scheinfrequenz lediglich eine Schätzgröße dar. Die Spektrendivisionsmethode ist die am häufigsten verwendete Methode. Sie beruht auf der Ermittlung des Amplitudenspektrenquotienten. Q wird hier aus der Steigung der linearen Funktion der logarithmischen des Quotienten in Abhängigkeit von der Frequenz berechnet. Bei dieser Methode besteht ein generelles Problem in der Bestimmung des Frequenzintervalls. Das Verfahren ist empfindlich gegenüber Rauschen. Das in dieser Arbeit vorgestellte neue Verfahren zur Q -Ermittlung zeigt dagegen eine geringere Empfindlichkeit gegenüber Rauschen. Mit der Methode der äquivalente Bandbreite (ÄBB-Methode) wird Q aus der Energie des ersten Signals (Eingangssignal) bzw. der Energie des zweiten Signals (Ausgangssignal), der Laufzeit des transmittierten Signals und der empirisch ermittelten Referenzfrequenz bestimmt. Letztere ist eine Potenzfunktion von zu vergleichenden Amplitudendichten der entsprechenden Äquivalenzspektren beider Signale.

Die Untersuchungen an den synthetischen Daten und der Vergleich mit der Spektrendivisionsmethode (SD-Methode) haben die Leistungsfähigkeit der Q -Ermittlung mittels der ÄBB-Methode nachgewiesen.

Im rauschfreien Fall sind die Ergebnisse beider Methoden gut vergleichbar. Die ÄBB-Methode liefert jedoch bessere Ergebnisse, die innerhalb der 10% Fehlergrenze liegen. Bei der SD-Methode liegt das Ergebnis bei höheren Q -Werten in der Nähe der 10% Fehlergrenzen, aber bei kleineren Q -Werten ($Q < 8$) überspringen die Ergebnisse diese Grenze.

Im rauschbehafteten Fall sind die Ergebnisse mittels der ÄBB-Methode deutlich besser als die der SD-Methode. Mit zunehmendem Rauschfaktor verschlechtern sich die mittels der SD-Methode berechneten Q -Werte schneller als die mittels der ÄBB-Methode. Das bedeutet, daß die ÄBB-Methode im Vergleich zur SD-Methode unempfindlicher ist gegenüber Rauschen.

Für den Fall, daß nur ein Partialsignal genutzt wird, verschlechtern sich die Ergebnisse mittels der SD-Methode schneller als die mittels der ÄBB-Methode. Insgesamt zeigen die systematischen Untersuchungen die Überlegenheit der Q -Ermittlung nach der ÄBB-Methode im Vergleich zur SD-Methode.

Untersuchungen an realen Daten haben die Leistungsfähigkeit der Q -Ermittlung mittels der ÄBB-Methode ebenfalls nachgewiesen. Mit Hilfe der ÄBB-Methode und im Vergleich mit anderen Methoden können gute Q -Schätzungen erhalten werden. Aus den vertikal mit 900-MHz-Antennen gemessenen Durchstrahlungsdaten an anstehendem Gneis im Schacht „Reiche Zeche“ (Freiberg) liefert die ÄBB-Methode Ergebnisse von $Q \approx 40$. Die Ergebnisse sind vergleichbar mit Werten nach der Amplitudenverfallsmethode. Aus der horizontalen Messung werden die Ergebnisse mittels der ÄBB-Methode von $Q \approx 32$ gewonnen, die auch mit der Ergebnisse mittels der Vorwärtsmodellierung sowie der Dekonvolutionsmethode übereinstimmen. Die Ursache für den ca. 20% bestehenden Unterschied zwischen den Ergebnissen aus der horizontalen und der vertikalen Messung ist wahrscheinlich auf die Orientierung der Antennen während der Messung und den Einsatz der verschiedenen Eingangssignale für die Berechnungen zurückzuführen.

Untersuchungen an einem relativ kleinen Sandsteinblock aus dem Elbsandsteingebirge lieferten weniger verlässliche Q -Werte. Infolge der kleinen Dimensionen des Sandsteinblocks (30 cm x 30 cm x 30 cm) interferiert das Transmission mit Reflexionssignalen von den Seitenflächen, so daß kein vollentwickeltes 5-phasiges Transmissionssignal zur Verfügung steht. Q -Schätzungen aus der Daten der Synchronmessung erfolgten mittels der Dekonvolutionsmethode unter Berücksichtigung von verkürzteren Transmissionssignalen. Die Dekonvolutionsmethode unter Berücksichtigung eines 2-phasigen Signals liefert ein besseres Ergebnis ($Q = 5 - 10$) als die mit einem 3-phasigen Signal. Das ist darauf zurückzuführen, daß die 2-phasigen Transmissionssignale weniger von der Überlagerung von Reflexionssignalen gestört sind. Ein Algorithmus zur tomographischen Rekonstruktion der Q -Werte nach der ÄBB-Methode wurde abgeleitet und das Ergebnis der Rekonstruktion für den Sandsteinblock wurde mit dem Ergebnis nach der Centroid Frequency Downshift-Methode (CFDS-Methode) verglichen. Zuverlässige Werte der v -Verteilung wurden erhalten,

wobei die dargestellten v -Werte eine deutliche Abnahme mit zunehmender Position erkennen lassen, die mit dem nach unten zunehmenden Wassergehalt korreliert. Die Verteilung der Q -Werte mittels beider Methode zeigt zwar keine zu erwartende deutliche Abnahme mit der Tiefe, aber beide Methoden zeigen die gleiche Tendenz, wobei der Unterschied der Position maximaler Q -Werten bei 20% liegt. Das zeigt die vergleichsweise große Unsicherheit der tomographischen Rekonstruktion von Q -Werten.

Die Ausbreitungsparameter v und Q werden von petrophysikalischen Parametern wie Porosität ϕ , Dichte ρ , Permeabilität k_f , Kornverteilung KV , Wassersättigungsgrad S_W und Mineralisationsgrad S_M bestimmt. Die Geometrie der porösen Gesteine spielt eine wichtige Rolle bei der Verknüpfung zwischen beiden Größen. Mit Hilfe der sogenannten lokalen Porositätstheorie (LPT) kann man einige Eigenschaften poröser Medien bezüglich der komplexen Dielektrizitätszahl und der Permeabilität erklären. Die LPT basiert auf der lokalen Porositätsverteilung. Da der Gütefaktor Q selbst das Verhältnis zwischen Imaginär- und Realteil der komplexen Dielektrizitätszahl ist, kann die LPT auch zur Abschätzung der Permeabilität angewendet werden. Denn damit sind auch Gütefaktor Q und Permeabilität k_f verknüpft. Aufgrund der zahlreichen theoretischen bzw. empirischen Zusammenhängen zwischen den petrophysikalischen Größen, besteht die Möglichkeit, Querbeziehungen zwischen Q -Werten und anderen petrophysikalischen Parametern herzustellen.

Bibliography

- Akbar, N.; Dvorkin, J.; Nur, A.; 1993: Relating P-wave attenuation to permeability. *Geophysics*, **58**, 20–29.
- Al-Nuaimy, W.; Huang, Y.; Nakhkash, M.; Fang, M. T. C.; Nguyen, V. T.; Eriksen, A.; 2000: Automatic detection of buried utilities and solid objects with GPR using neural networks and pattern recognition. *J. Appl. Geophys.*, **43**, 157–165.
- Arcone, S. A.; 1991: Dielectric constant and layer-thickness interpretation of helicopter-borne short-pulse radarwaveforms reflected from wet and dry river-ice sheets. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, **29**, 768–777.
- Arcone, S. A.; 1995: Numerical studies of the radiation patterns of resistively loaded dipoles. *J. Appl. Geophys.*, **33**, 39–52.
- Atkins, P. W.; 1990: *Physical Chemistry*. Oxford Univ. Press, 4th ed.
- Bano, M.; 1996: Constant dielectric losses of ground-penetrating radar waves. *Geophys. J. Internat.*, **124**, 279–288.
- Bano, M.; Marquis, G.; Niviere, B.; Maurin, J. C.; Cushing, M.; 2000: Investigating alluvial and tectonic features with ground-penetrating radar and analyzing diffractions patterns. *J. Appl. Geophys.*, **43**, 33–41.
- Barnes, A. E.; 1993: Instantaneous spectral bandwidth and dominant frequency with applications to seismic reflection data. *Geophysics*, **58**, 419–428.
- Bernabini, M.; Pettinelli, E.; Pierdicca, N.; Piro, S.; Versino, L.; 1995: Field experiments for characterization of GPR antenna and pulse propagation. *J. Appl. Geophys.*, **33**, 63–76.

- Best, A. I.; McCann, C.; Sothcott, J.; 1994: The relationships between the velocities, attenuations and petrophysical properties of reservoir sedimentary rocks. *Geophys. Prosp.*, **42**, 151–178.
- Brunzell, H.; 1999: Detection of shallowly buried objects using impulse radar. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, **37**, 875–886.
- Claerbout, J. F.; 1992: *Earth soundings analysis : processing versus inversion*. Blackwell Scientific Publications, Inc.
- Cole, K. S.; Cole, R. H.; 1941: Dispersion and absorption in dielectrics. *J. Chem. Phys.*, **9**, 341–351.
- Daniels, D. J.; 1996: *Surface-penetrating radar*. The Institution of Elect. Eng.
- Davis, J. L.; Annan, A. P.; 1989: Ground-penetrating radar for high-resolution mapping of soil and rock stratigraphy. *Geophys. Prosp.*, **37**, 531–551.
- DGMK-Forschungsbericht 254; 1986: *Absorption seismischer Wellen (ASW) (DGMK-Project 254)*, Hamburg, Burkhardt, H.; Paffenholz, J.; Schütt, R. (Hrsg.).
- DGMK-Forschungsbericht 386; 1990: *Application of the absorption of seismic waves in hydrocarbon exploration*, DGMK-Report 386, Hamburg.
- Ding, H.; 1991: *Bestimmung der Absorption seismischer Wellen aus Filteroperatoren der Minimum-Entropie-Dekonvolution*. Diss., Bergakademie Freiberg.
- Doan, D.; 1984: *Untersuchungen zur Absorption seismischer Wellen mit der Spektrendivisions- und der Phasendifferenzmethode*. Diss., TU Braunschweig.
- Du, S.; 1996: *Determination of water content in the subsurface with the ground wave of ground penetrating radar*. Diss., Univ. München.
- Dunn, K.-J.; La Torraca, G. A.; Bergman, D. J.; 1999: Permeability relation with other petrophysical parameters for periodic porous media. *Geophysics*, **64**, 470–478.

- Duren, R. E.; Trantham, E. C.; 1997: Sensitivity of the dispersion correction to Q -error. *Geophysics*, **62**, 288–290.
- Engelhard, L.; 1979: Die Dämpfung seismischer Wellen und ihre Bestimmung aus Reflexionsseismogrammen. Habilitationsschrift, TU Braunschweig.
- Engelhard, L.; 1996: Determination of seismic-wave attenuation by complex trace analysis. *Geophys. J. Internat.*, **125**, 608–622.
- Fauzi, U.; 1997: Untersuchungen zur Charakterisierung der Porengeometrie von Gesteinen zur Abschätzung der hydraulischen Permeabilität und des Formationsfaktors mit Hilfe von Bildanalysen. Diss., Univ. Köln.
- Fijas, P.; Forkmann, B.; Rappsilber, I.; 1994: Laboratory method for determining the complex dielectric permittivity of loose rocks (Standing wave method). *Geophys. Trans.*, **39**, 35–44.
- Forkmann, B.; Petzold, H.; 1989: Prinzip und Anwendung des Gesteinsradars zur Erkundung des Nahbereiches. VEB Dt. Verl. für Grundstoffind., FFH C 432.
- Freeland, R. S.; Yoder, R. E.; Ammons, J. T.; 1998: Mapping shallow underground features that influence site specific agricultural production. *J. Appl. Geophys.*, **40**, 19–27.
- Fuß, Ch.; Hepp, W.; Du, Sh.; 1997: Georadarmessungen an Altlasten, *in* Beblo, M.; Hrsg., Umweltgeophysik. Ernst & Sohn.
- Futterman, W, I.; 1962: Dispersive body waves. *J. Geophys. Res.*, **67**, No. 13, 5279–5291.
- Gouly, N. R.; 1993: Controlled-source tomography for mining and engineering applications, *in* Iyer, H. M.; Hirahara, K.; Hrsg., *Seismic tomography: theory and practice*. Chapman & Hall, 797–813.
- Gracia, V. P.; Canas, J. A.; Pujades, L. G.; Clapés, J.; Caselles, O.; Garcia, F.; Osorio, R.; 2000: GPR survey to confirm the location of ancient structures under the Valencian Cathedral (Spain). *J. Appl. Geophys.*, **43**, 167–174.

- Grandjean, G.; Gourry, J. C.; Bitri, A.; 2000: Evaluation of GPR techniques for civil-engineering applications: study on a test site. *J. Appl. Geophys.*, **45**, 141–156.
- Grasmück, M. P.; 1995: Development of a georadar system for three-dimensional imaging of the subsurface and its application to studies of crystalline rock bodies. Diss., ETH Zürich.
- Grasmueck, M.; 1996: 3-D ground-penetrating radar applied to fracture imaging in Gneiss. *Geophysics*, **61**, 1050–1064.
- Haslund, E.; Hansen, B. D.; Hilfer, R.; Nost, B.; 1994: Measurement of local porosities and dielectric dispersion for a water-saturated porous medium. *J. App. Phys.*, **76**, 5473–5480.
- Hilfer, R.; 1991: Geometric and dielectric characterization of porous media. *Phys. Rev. B*, **44**, 60–75.
- Hilfer, R.; 1992: Local-porosity theory for flow in porous media. *Phys. Rev. B*, **45**, 7115–7121.
- Hollender, F.; Tillard, S.; 1998: Modeling ground-penetrating radar wave propagation and reflection with the Jonscher parameterization. *Geophysics*, **63**, 1933–1942.
- Kulenkampff, J.; 1994: Die komplexe elektrische Leitfähigkeit poröser Gesteine im Frequenzbereich von 10 Hz bis 1 MHz – Einflüsse von Porenstruktur und Porenfüllung. Diss., TU Clausthal.
- Jannsen, D.; Voss, J.; Theilen, F.; 1985: Comparison of methods to determine Q in shallow marine sediments from vertical reflection seismograms. *Geophys. Prosp.*, **33**, 479–497.
- Jeng, Y.; Tsai, J-Y.; Chen, S-H.; 1999: An improved method of determining near-surface Q . *Geophysics*, **64**, 1608–1617.

- Jiao, Y.; MecMechan, G. A.; Pettinelli, E.; 2000: In situ 2-D and 3-D measurements of radiation patterns of half-wave dipole GPR antennas. *J. Appl. Geophys.*, **43**, 69–89.
- Johnston, D. H.; Toksöz, M. N.; 1981: Definitions and Terminology, *in* Toksöz, M. N.; Johnston, D. H.; Hrsg., *Seismic wave attenuation*. Soc. Expl. Geophys., Geophys. Reprint Series, 1–5.
- Jonscher, A. K.; 1977: The 'universal' dielectric response. *Nature*, **267**, 673–679.
- Kjartansson, E.; 1979: Constant Q-wave propagation and attenuation. *J. Geophys. Res.*, **84**, No. B9, 4737–4748.
- Klimentos, T.; McCann, C.; 1990: Relationships between compressional wave attenuation, porosity, clay content and permeability of sandstones. *Geophysics*, **55**, 998–1014.
- Lázaro-Mancilla, O.; Gómez-Trévino, E.; 1996: Synthetic radargrams from electrical conductivity and magnetic permeability variations. *J. Appl. Geophys.*, **34**, 283–290.
- Liu, L.; Lane, J. W.; Quan, Y.; 1998: Radar attenuation tomography using the centroid frequency downshift method. *J. Appl. Geophys.*, **40**, 105–116.
- Lo, T.-W.; Inderwiesen, P. L.; 1994: *Fundamentals of seismic tomography*. SEG Monograph.
- Mavko, G.; Mukerji, T.; Dvorkin, J.; 1998: *The rock physics handbook – tools for seismic analysis in porous media*. Cambridge Univ. Press.
- Owen, T. E.; 1995: Editors' page Special Issue: Ground penetrating radar. *J. Appl. Geophys.*, **33**, 5–6.
- Pascal, H.; Pascal, F.; Rankin, D.; 1982: Some aspects of attenuation and dispersion of electromagnetic waves in fluid-saturated porous rocks and applications to dielectric constant well logging. *Geophysics*, **47**, 388–394.

- Peplinski, N. R.; Ulaby, F. T.; Dobson, M. C.; 1995: Dielectric properties of soils in the 0,3–1.3-GHz range. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, **33**, 803–807.
- Papoulis, A.; 1991: Probability, random variables, and stochastic processes. McGraw-Hill, Inc., 3rd ed.
- Pawellek, C.; 1997: Modellierung der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in 2D-Medien mit Finiten Differenzen und deren Anwendung auf theoretische und praktische Problemstellungen. Diss., TU Clausthal.
- Pelton, W. H.; Sill, W. R.; Smith, B. D.; 1983: Interpretation of complex resistivity and dielectric data: Part 1. *Geophys. Trans.*, **29**, 297–330.
- Peplinski, N. R.; Ulaby, F. T.; Dobson, M. C.; 1995: Dielectric properties of soils in the 0.3 - 1.3 GHz range. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, **33**, 803–807.
- Quan, Y.; Harris, J. M.; 1997: Seismic attenuation tomography using the frequency shift method. *Geophysics*, **62**, 895–905.
- Ram, A.; Narayan, J. P.; 1997: Synthetic seismograms for a layered earth geological model using the absorption and dispersion phenomena. *Pure Appl. Geophys.*, **149**, 541–551.
- Robinson, E. A.; 1967: Multichannel time series analysis with digital computer programs. Holden-Day, Inc.
- Robinson, E. A.; 1997: Transmitted deconvolution of reflected signals. *The Leading Edge*, **16**, No. 5, 503-506.
- Robinson, E. A.; Treitel, S.; 1980: Geophysical signal analysis. Prentice-Hall.
- Roth, K.; Schulin, R.; Flühler, H.; Attinger, W.; 1990: Calibration of time domain reflectometry for water content measurement using a composite dielectric approach. *Water resour. res.*, **26**, 2267–2273.
- Saaranketo, T.; Scullion, T.; 2000: Road evaluation with ground penetrating radar. *J. Appl. Geophys.*, **43**, 119–138.

- Sams, M.; Goldberg, D.; 1990: The validity of Q estimates from borehole data using spectral ratios. *Geophysics*, **55**, 97–101.
- Scaife, B. K. P.; 1998: Principles of dielectrics. Oxford Univ. Press, Inc.
- Schön, J.; 1983: Petrophysik. Akademie-Verlag.
- Sheriff, R. E.; 1991: Encyclopedic dictionary of exploration geophysics. Soc. Expl. Geophys.
- Sigurdsson, T.; Overgaard, T.; 1998: Application of GPR for 3-D visualization of geological and structural variation in a limestone formation. *J. Appl. Geophys.*, **40**, 29–36.
- Sternberg, B. K.; McGill, J. W.; 1995: Archaeology studies in southern Arizona using ground penetrating radar. *J. Appl. Geophys.*, **33**, 209–225.
- Sun, J.; Young, R. A.; 1995: Recognizing surface scattering in ground- penetrating radar data. *Geophysics*, **60**, 1378–1385.
- Thiele, T.; 1992: Die Inversion von Radardaten im Grenzbereich leitfähiger planparalleler Schichtung. Diss., TU Clausthal.
- Tillard, S.; 1994: Radar experiments in isotropic and anisotropic geological formations (granite and schists). *Geophys. Prosp.*, **42**, 615–636.
- Tonn, R.; 1991: The determination of the seismic quality factor Q from VSP data: a comparison of different computational methods. *Geophys. Prosp.*, **39**, 1–27.
- Topp, G. C.; Davis, J. L.; Annan, A. P.; 1980: Electromagnetic determination of soil water content: measurements in coaxial transmission lines. *Water resour. res.*, **16**, 574–582.
- Triltzsch, G.; 2000: 3D-Visualisierung von GPR-Daten. DGG-Mitteilungen, - Rundtischgespräch zum Thema: Georadar - Erfahrungen und Perspektiven, Sonderband I/2000, 97–100.

- Turner, G.; 1994: Subsurface radar propagation deconvolution. *Geophysics*, **59**, 215–223.
- Turner, G.; Siggins, A. F.; 1994: Constant Q attenuation of subsurface radar pulses. *Geophysics*, **59**, 1192–1200.
- Valle, S.; Zanzi, L.; Rocca, F.; 1999: Radar tomography for NDT: comparison of techniques. *J. Appl. Geophys.*, **41**, 259–269.
- Van Overmeeren, R. A.; 1994: Georadar for hydrology. *First Break*, **12**, No. 8, 401–408.
- Van Overmeeren, R. A.; 1998: Radar facies of unconsolidated sediments in the Netherlands: a radar stratigraphy interpretation method for hydrogeology. *J. Appl. Geophys.*, **40**, 1–18.
- Varela, C. L.; Rosa, A. L. R.; Ulrych, T. J.; 1993: Modeling of attenuation and dispersion. *Geophysics*, **58**, 1167–1173.
- Vernik, L.; 1997: Predicting porosity from acoustic velocities in siliciclastics: a new look. *Geophysics*, **62**, 118–128.
- Ward, S. H.; Hohmann, G. W.; 1987: Electromagnetic theory for geophysical applications, *in* Nabighian, M. N.; Hrsg., *Electromagnetic methods in applied geophysics*. Soc. Expl. Geophys.
- Wensink, W. A.; 1993: Dielectric properties of wet soils in the frequency range 1 – 3000 MHz. *Geophys. Prosp.*, **41**, 671–696.
- White, R. E.; 1992: The accuracy of estimating Q from seismic data. *Geophysics*, **57**, 1508–1511.
- Widess, M. B.; 1982: Quantifying resolving power of seismic systems. *Geophysics*, **47**, 1160–1173.

Witten, A. J.; Molyneux, J. E.; Nyquist, J. E.; 1994: Ground penetrating radar tomography: algorithms and case studies. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, **32**, 461–467.

Xiong, Z.; Tripp, A. C.; 1997: Ground-penetrating radar responses of dispersive models. *Geophysics*, **62**, 1127–1131.

Yilmaz, O.; 1987: *Seismic data processing*. Soc. Expl. Geophys.

Anhang A

Symbolverzeichnis

a	Amplitude
a_m	maximale Amplitude
\tilde{A}	Amplitudendichte des Äquivalenzspektrums
b	inverser Operator
B	magnetische Induktion
c	Lichtgeschwindigkeit
d_F	Durchmesser der 1. FRESNEL-Zone
D	dielektrische Verschiebung
E	Energie
E	elektrische Feldstärke
f	Frequenz
f_0	Bezugsfrequenz
f_c	Nennfrequenz der Antenne
f_{NY}	NYQUIST-Frequenz
f_R	Referenzfrequenz
F	Fläche
$g(t)$	Impulsantwort
$G(\omega)$	Übertragungsfunktion
H	magnetische Feldstärke
i	Gitternummer
j	imaginäre Einheit ; Strahlennummer

J	Stromdichte
J_L	Leitungsstromdichte
J_V	Verschiebungsstromdichte
<i>k</i>	Wellenzahl
<i>n</i>	Brechungsindex
<i>N_E</i>	Empfangsleistung
<i>N_S</i>	Sendeleistung
<i>P_a</i>	vertikales Auflösungsvermögen
P	Polarisationsdichte
<i>Q</i>	Gütefaktor
\tilde{Q}	äquivalenter Gütefaktor
<i>r</i>	Abstand ; Krümmungsradius
<i>l</i>	Weg
<i>S_M</i>	Mineralizationsgrad
<i>S_W</i>	Wassersättigungsgrad
<i>t</i>	Zeit
<i>t₀</i>	Laufzeit
<i>T</i>	Periode; Temperatur
<i>v</i>	Phasengeschwindigkeit
<i>W</i>	Breite des Zentralimpulses
<i>x</i>	Eingangssignal
<i>y</i>	Ausgangssignal
<i>z</i>	Operator der Z-Transformation
<i>α</i>	Absorptionskoeffizient
<i>α₀</i>	normierter Absorptionskoeffizient
$\tilde{\alpha}_0$	normierter äquivalenter Absorptionskoeffizient
<i>β</i>	Phasenmaß
<i>δ</i>	Verlustwinkel
<i>ε</i>	relative Dielektrizitätszahl
<i>ε₀</i>	absolute Dielektrizitätskonstante
<i>ε'</i>	Realteil der komplexen Dielektrizitätszahl
<i>ε''</i>	Imaginärteil der komplexen Dielektrizitätszahl

λ	Wellenlänge
μ	relative Permeabilitätszahl
μ_0	absolute Permeabilitätskonstante
ρ	spezifischer elektrischer Widerstand
σ	elektrische Leitfähigkeit ; Varianz
τ	Eindringtiefe; Integrationsvariable
φ	Winkel
ω	Kreisfrequenz
\hat{x}	normierte Größe
\mathbf{X}	vektorielle Größe
\underline{x}	komplexe Größe
Δf	Abtastfrequenz
$\widetilde{\Delta f}$	äquivalente Bandbreite
Δ_t	inverses dispersives Filter
Δt	Abtastintervall
$X(\omega)$	Amplitudenspektrum
$\theta(\omega)$	Phasenspektrum
$\underline{X}(\omega)$	komplexes Spektrum
FT	FOURIER-Transformierte
FT^{-1}	FOURIER-Rücktransformierte
ZT^{-1}	Z-Rücktransformierte

Anhang B

Äquivalenzmedium

Zwei Medien mit unterschiedlichen Absorptionskoeffizienten α bzw. Gütefaktoren Q können als ein homogenes Medium mit einem äquivalenten Absorptionskoeffizienten $\tilde{\alpha}$ bzw. einem äquivalenten Gütefaktor \tilde{Q} betrachtet werden. Das Medium 1 hat die Mächtigkeit z_1 , die Phasengeschwindigkeit v_1 und den Absorptionskoeffizienten α_1 bzw. den Gütefaktor Q_1 und das Medium 2 entsprechend z_2 , v_2 und α_2 bzw. Q_2 (siehe Abb. B.1).

Die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen in Medium 1 wird beschrieben durch :

$$A(z_1) = A_0 e^{-\alpha_1 z_1} \quad (\text{B.1})$$

und in Medium 2 :

$$A(z_2) = A_0 e^{-\alpha_1 z_1} e^{-\alpha_2 z_2} . \quad (\text{B.2})$$

Faßt man beide Medien zu einem Äquivalenzmedium zusammen :

$$A(z) = A_0 e^{-\tilde{\alpha} z} \quad (\text{B.3})$$

mit $z = z_1 + z_2$, folgt :

$$\tilde{\alpha} z = \alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 . \quad (\text{B.4})$$

Unter Annahme schwacher Dämpfung ist α und Q verknüpft durch :

$$\alpha = \frac{\omega}{2 v Q} = \frac{\pi f}{v Q} . \quad (\text{B.5})$$

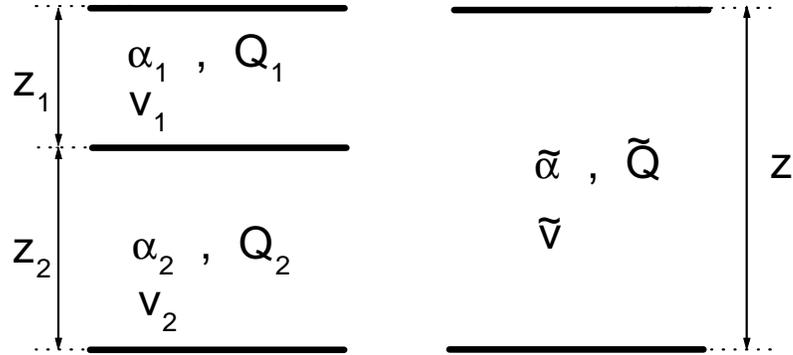


Abbildung B.1: Äquivalenzmedium (rechts) aus 2 Medien mit unterschiedlichen Ausbreitungsparametern v und α bzw. Q (links)

Setzt man Gl. (B.5) in Gl. (B.4) ein, ergibt sich :

$$\frac{\pi f}{\tilde{v} \tilde{Q}} z = \frac{\pi f_1}{v_1 Q_1} z_1 + \frac{\pi f_2}{v_2 Q_2} z_2 . \quad (\text{B.6})$$

Mit $z/v = t$ und $f_1 \cong f_2 \cong f$ wird Gl. (B.6) zu :

$$\frac{t}{\tilde{Q}} = \frac{t_1}{Q_1} + \frac{t_2}{Q_2} \quad (\text{B.7})$$

mit der Laufzeit im Äquivalenzmedium $t = t_1 + t_2$.

Für die gesamte Absorptionwirkung von N hintereinander geschalteten Schichten ist Gl. (B.7) durch die Summe :

$$\frac{t}{\tilde{Q}} = \sum_{i=1}^N \frac{t_i}{Q_i} \quad (\text{B.8})$$

mit $t = \sum_{i=1}^N t_i$ zu schreiben.

Gl. (B.8) stellt das Additionsgesetz für diskrete Absorptionsfaktoren dar.

Anhang C

Das Tomographie-Programm

In diesem Kapitel soll ergänzend auf das in dieser Arbeit benutzte Programm zur tomographischen Inversion eingegangen werden. In dieser Arbeit wurde das frei erhältliche Tomographie-Programm des US Bureau of Mines verwendet. Weil dieses Programm hauptsächlich zur Berechnung der tomographischen Inversion in der Arbeit diente, soll der Einsatz des Programms basierend auf den Bericht „Report of Investigations 9497 : MIGRATOM - Geophysical Tomography using Wavefront Migration and Fuzzy Constraints “ von Jackson & Tweeton (1992) hier kurz erläutert werden.

Auf jeder Sendepunkt S spiegelt die in Empfängspunkt E gemessene Laufzeit t die durchschnittliche Geschwindigkeit entlang des Weges von S und E wider. Mathematisch stellt jede Laufzeit t eine Linienintegral der Wellenslowness p (Kehrwert der Geschwindigkeit v) entlang des entsprechenden Strahlenweges r von S nach E dar:

$$t = \int_r \frac{1}{v} \cdot dr = \int_r p \cdot dr , \quad (\text{C.1})$$

wobei dr das Inkrement i. allgem. unbekanntem Strahlenweges ist.

Zur Rekonstruktion der Slowness-Verteilung $p(x, z)$ eines Objektes in der $x - z$ Ebene wird die kontinuierliche Funktion $p(x, z)$ durch ein Muster (Gitter) finiter Elemente (Zellen) mit konstanter Slowness p_j angenähert. Gleichung (C.1) kann wie folgt geschrieben werden:

$$t_i = \sum_{j=1}^M p_j d_{ij} \quad (i = 1 \cdot \cdot N) , \quad (\text{C.2})$$

mit t als Gesamtzeit für einen Strahl, d_{ij} als Länge des Strahlenweges i in der Zelle j und p_j als Slowness in der Zelle j . M ist die Anzahl der Zellen und N die Anzahl der Strahlen. Für die Gesamtheit der Strahlen, läßt sich Gl. (C.2) in Matrixform schreiben :

$$\mathbf{T} = \mathbf{D}\mathbf{P} \quad (\text{C.3})$$

mit \mathbf{T} und \mathbf{P} als Spaltenvektoren mit der Länge N bzw. M . \mathbf{D} ist eine $N \times M$ Rechteck-Matrix. Obwohl \mathbf{P} mathematisch eindimensional ist, verweist sie auf ein zwei oder dreidimensionales physikalisches Model.

Die Tomographie beschäftigt sich mit der Bestimmung der Slowness-Matrix \mathbf{P} aus einer gegebenen Laufzeit-Matrix \mathbf{T} . Dies setzt die Berechnung der Strahlenweg-Matrix \mathbf{D} voraus. Es werden sowohl die geradlinige als auch die gekrümmte behandelt. Das Programm nutzt die Ausbreitung der zweidimensionalen Wellenfront, die auf dem HUYGENSchen Prinzip basiert.

Das Programm arbeitet mit dem SIRT-Algorithmus. Für jede Zelle wird eine gleiche Anfangsgeschwindigkeit vorgegeben. Das berechnete Ergebnis wird iterativ solange verbessert, bis der Fehler zum Laufzeitvektor hinreichend klein geworden ist. Mit der Iteration ändern sich die Geschwindigkeitswerte einzelner Zelle.

Das Programm verwendet zwei Eingangsdateien : Datei der Meßwerte, bestehend aus den Koordinaten der Schuß- und Empfangspunkte und den Laufzeiten (oder den Amplituden) und eine Datei, die die Anfangsgeschwindigkeit (oder die Kehrwerte der Absorptionskoeffizienten) als Startmodell beinhaltet. Die Eingabeparameter für das Programm sind die Anzahl der Zellen, die Elementform (Rechteck oder Dreieck), die obere Grenze für die Iterationszahl, die Anzahl der Iteration und das Abbruchkriterium für den Algorithmus. Die Anzahl der Iteration für die gekrümmten Strahlenwege wird durch die Differenz zwischen der maximalen Iterationszahl und der Iterationszahl für die geradlinigen Strahlenwege bestimmt. Außerdem sind Einschränkungen für die Geschwindigkeit (oder den Kehrwert der Absorptionskoeffizienten) einzugeben.

Das Ergebnis wird entweder nach Überschreiten des Abbruchkriteriums oder bei Erreichen der maximalen Iterationszahl ausgegeben. Die wichtigste Ausgabedatei ist

die Datei für berechnete Geschwindigkeit (oder den Kehrwert der Absorptionskoeffizienten) im ASCII-Format, deren Daten mit einem Graphik-Programm bearbeitet und zur Ansicht gebracht werden können.

Danksagung

Herrn Prof. Dr. B. Forkmann danke ich für die Anregung zu diesem Thema und für seine Bemühungen und Geduld bei der Betreuung der vorliegenden Arbeit.

Ganz herzlich danke ich meiner Frau und meinen Kindern, die mich seit meiner Ankunft in Deutschland, während ihrer langjährigen Deutschland-Begleitung sowie während unseres 2,5 Jahren getrennten Lebens am Ende meiner Promotion bei jeder Situation unterstützt haben.

Meinen Eltern, die wesentlich mit ihrem Gebet und moralischer Unterstützung zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben danke ich ganz besonders herzlich.

Die Sprachlichen Korrekturen wurde von Frau Dipl. Geophys. Bianca Weihnacht, Herrn Gunnar Trlitzsch sowie Herrn Jens Messinger durchgeführt. Allen danke ich ganz herzlich.

Allen Kollegen und Mitarbeitern des Instituts für Geophysik danke ich für die gute Zusammenarbeit.

Bei dem Deutschen Akademischen Austauschdienst (DAAD) und besonders bei der indonesischen Regierung bedanke ich mich für die finanzielle Unterstützung während meines Studienaufenthaltes in Deutschland.