

Technische Universität Bergakademie Freiberg

**Untersuchung der Anregungseigenschaften eines
Gasfreistrahls auf die Oberflächenwellen eines
koaxialen Flüssigkeitsstrahls**

Von der Fakultät für Maschinenbau, Verfahrens- und Energietechnik
der Technischen Universität Bergakademie Freiberg

genehmigte

DISSERTATION

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Andreas Glathe

**Untersuchung der Anregungseigenschaften eines
Gasfreistrahls auf die Oberflächenwellen eines
koaxialen Flüssigkeitsstrahls**

Von der Fakultät für Maschinenbau, Verfahrens- und Energietechnik

der Technischen Universität Bergakademie Freiberg

genehmigte

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur

Dr.-Ing.

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Andreas Glathe

geboren am 04.04.1968 in Dortmund

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Günter Wozniak (Freiberg)
Prof. Dr.-Ing. habil. Volkmar Weise (Zittau)
Prof. Dr. K. G. Roesner (Darmstadt)

Tag der Verleihung: 22. Januar 2001

Danksagung:

Die vorliegende Arbeit entstand am Institut für Fluidmechanik und Fluidenergiemaschinen der TU-Bergakademie Freiberg. An dieser Stelle möchte ich allen denjenigen meinen herzlichen Dank aussprechen, die mich bei dieser Arbeit gefördert und unterstützt haben.

Herrn Prof. Wozniak danke ich für die gewährte wissenschaftliche Bewegungsfreiheit und daß er mir die Möglichkeit eingeräumt hat, diese Dissertation anzufertigen.

Weiterhin bin ich allen Mitarbeitern des Instituts für Fluidmechanik und Fluidenergiemaschinen, insbesondere Herrn Dr. Humberto Chaves für seine Anregungen und fachlichen Diskussionen sowie Herrn José Gamero, Herrn Hans-Georg Heiland, Herrn Clemens Kirmse, Herrn Dr. Ingo Riehl und Frau Marina Beer für ihre Unterstützung und die angenehme Zusammenarbeit, zu großem Dank verpflichtet.

Den Gutachtern und Prüfern möchte ich ebenfalls danken, daß sie für mich dieses Amt auf sich genommen haben.

Ganz besonders möchte ich auch meiner Frau Annette und meinen Kindern Fabian, Joachim und Miriam danken, die während dieser Zeit für mich ein Ansporn und ein Ausgleich für die wissenschaftliche Forschung waren.

Inhaltsverzeichnis

Verwendete Symbole	iii
1 Einleitung	1
1.1 Düsentypen	1
1.2 Struktur eines Sprays	3
2 Literaturüberblick	4
2.1 Phasen der Zerstäubung	4
2.2 Stabilität und Strahlaufbruch	5
2.3 Die primäre Zerstäubung	7
2.4 Die sekundäre Zerstäubung	8
2.5 Das Zerblasen von Einzeltropfen	9
2.6 Einfluß der Prozeßparameter und Fluideigenschaften	11
2.7 Einfluß der Düsengeometrie	13
2.8 Sprayeigenschaften	14
2.9 Verdunstung und Tropfenkoaleszenz	16
2.10 Analytische und numerische Modelle der Strahlzerstäubung	16
2.11 Natürliche und angeregte Oberflächenwellen	19
3 Zielsetzung	20
4 Theoretische Grundlagen	23
4.1 Der Druckverlust einer instationären Strömung gemäß der Stromfaden- theorie	23
4.2 Die Druckamplitude einer durch mechanische Schwingung angeregten ebenen Welle	23
4.3 Die Schallgeschwindigkeit im Fluid	24
4.4 Die Strahlanregung durch einen Piezokristall	25
5 Experimente	29
5.1 Versuchsaufbau	29
5.2 Die Düse	30
5.3 Aufnahme der Strahloberfläche	31
5.4 Auswertung der Videobilder	33
5.5 Faltung der ausgewerteten Oberflächen	34
5.6 Ableitungen der Oberflächenkontur	36
5.7 Berechnung des Krümmungsdruckes	36
5.7.1 Metrische Eigenschaften von Flächen	38
5.7.2 Krümmungseigenschaften von Flächen	38
5.7.3 Hauptkrümmungsradien	39
5.8 Lokale Kräftebilanz mittels einer Lösung der Potentialgleichung	40

5.9	Potentiale mit der Form eines Kegelmantels	42
6	Ergebnisse	45
6.1	Stabilität des Strahls	45
6.1.1	Grenzen der Potentiallösung auf der Basis von Punktquellen .	47
6.2	Phänomenologische Ergebnisse	49
6.3	Beschleunigung des Strahls und Anregung der Oberflächenwellen . . .	52
6.4	Frequenzdoppelung	55
6.5	Frequenztripelung	59
6.6	Beeinflussung zweier aufeinanderfolgender Wellen	63
6.7	Auswertung diffuser Bilder	69
6.8	Anregung des Gasstroms	72
6.9	Fehlerbetrachtung	74
7	Zusammenfassung und Diskussion	77
	Literaturverzeichnis	79
	Abbildungsverzeichnis	84
	Tabellenverzeichnis	85
8	Anhang	86
8.1	Stoffdaten und Konstanten	86

Verwendete Symbole

Lateinische Buchstaben

Symbol	Bedeutung	SI-Einheit
a	Beschleunigung	[m/s ²]
a	Amplitude der Oberflächenwellen	[m]
$\underline{\mathbf{a}}$	Matrix	[1/m ²]
a_{ij}	Elemente der Matrix $\underline{\mathbf{a}}$	[1/m ²]
A	Strömungsquerschnitt	[m]
\vec{b}	Ergebnisvektor	[m/s]
c	Schallgeschwindigkeit	[m/s]
$c_1 \dots c_9$	Koeffizienten (auch dimensionsbehaftet)	[–]
c_p	spezifische Wärme (isobar)	[s ² /m ² K]
d	Außendurchmesser (Flüssigkeitsstrahl)	[m]
D	Außendurchmesser Gasringstrahl	[m]
f	Anregungsfrequenz	[1/s]
$f()$	allgemeine Funktion	[–]
F	Kraft	[N]
\vec{F}	Ortsvektor eines Kegelmantels	[m]
g	Erdbeschleunigung	[m/s ²]
h	Membranabstand	[m]
I	Wert eines Integrals	[1/m ²]
k	Krümmung, Wellenzahl	[1/m]
l	normierte, dimensionslose Wellenlänge $l = \lambda/\pi d$	[–]
m	Masse	[kg]
\dot{m}	Massenstrom	[g/s]
N	Anzahl Quellen	[–]
p	Druck, Krümmungsdruck	[kg/ms ²]
p_{Dampf}	Dampfdruck der Flüssigkeit	[Pa]
p_{sum}	Summe aus Krümmungsdruck und statischem Druck	[Pa]
Δp	Druckverlust, Druckdifferenz	[kg/ms ²]
q	Quellstärke	[m ³ /s]
Q	Potential	[m ² /s]
\dot{Q}	Wärmestrom	[W/s]
R	Radius des Flüssigkeitsstrahls	[m]
R_1, R_2	Hauptkrümmungsradien	[m]

s	Ort	[m]
S	Schnelle	[m/s]
SMD	Sauterdurchmesser	[μm]
t	Zeit	[s]
T	Temperatur	[K]
Δt	Belichtungszeit	[s]
v	Geschwindigkeit	[m/s]
V	Volumen	[m ³]
\vec{V}	Geschwindigkeitsvektor	[m/s]
x	Koordinate in Strömungsrichtung	[m]
\vec{X}	Ortsvektor	[m]
y, z	Koordinaten senkrecht zur Strömungsrichtung (radial)	[m]

Griechische Buchstaben

Symbol	Bedeutung	SI-Einheit
α	dimensionslose Amplitude	[–]
δ	Grenzschichtdicke	[m]
Δ	Laplace-Operator	[–]
η	dynamische Viskosität	[m ² /s]
λ	Wellenlänge der Oberflächenwellen	[m]
λ	Wärmeleitfähigkeit der Luft	[W/m K]
ν	kinematische Viskosität	[m ² /s]
ξ	Schichtdicke	[m]
ρ	Dichte	[kg/m ³]
σ	Oberflächenspannung	[N/m]
τ	dimensionsloser Faktor	[–]
φ	Azimutwinkel	[–]
Φ	Potential	[m ² /s]
χ	Kompressibilität	[1/Pa]
ω	Kreisfrequenz	[1/s]

Indizes

Symbol	Bedeutung
0	Anfang (zeitlich, räumlich)

1..9	zur Kennzeichnung verschiedener Koeffizienten
1, 2, 3	Numerierung der Wellen
b	Wellenberg
f	Flüssigkeit
fl	Flanke
g	Gas
inst	instationär
i, j	allgemeine Indizes
k	Strahlkern
kr	Krümmung
max	obere Grenze, Maximum
r	relativ
R	Rayleigh
t	Wellental
turb	turbulent
T	Tropfen
w	Welle
x, y, z	Koordinatenrichtungen
λ	Auf die Wellenlänge bezogen

Dimensionslose Kennzahlen

Symbol	Bezeichnung	Definition
Fr	Froude-Zahl	$v_g^2 / g d_T$
M	Impulsstromverhältnis	$\varrho_g v_g^2 / \varrho_i v_i^2$
Ma	Mach-Zahl	v_g / c_g
Nu	Nusselt-Zahl	$\dot{Q} d_T / \lambda \Delta T$
Oh	Ohnesorge-Zahl	$\eta_f / \sqrt{\rho_f \cdot \sigma \cdot d_T}$
Pr	Prandtl-Zahl	$\eta_g c_p / \lambda$
Re	Reynolds-Zahl	$v_g d \rho_g / \eta_g$
Sc	Schmidt-Zahl	$\eta_f / \rho_f d_T$
We	Weber-Zahl	$v_g^2 d \rho_g / \sigma$

1 Einleitung

Die Zerstäubung von Flüssigkeiten wird in der Verfahrenstechnik für eine Vielzahl von Aufgaben verwendet. Mit der Zerstäubung wird aus einem kompakten Flüssigkeitsvolumen eine große Anzahl von Tropfen hergestellt, die in einem umgebenden Gas oder auch im Vakuum verteilt sind. Dies geht mit einer drastischen Vergrößerung der Flüssigkeitsoberfläche einher, an der Wärme- und Impulsaustausch sowie Stoffübergänge stattfinden.

Ziel eines Stoffüberganges ist zum Beispiel, die schnelle Verdunstung brennbarer Flüssigkeiten zur weiteren chemischen Reaktion mit dem umgebenden Sauerstoff im Gas zu erreichen, wie es bei Raketen und Turbinen der Fall ist. Bei der Sprüh- oder Gefriertrocknung ist die Trocknung von in der Flüssigkeit dispergierten Feststoffen das Ziel. Bei der Verbrennung von Kohle aus Kohle-Wasser-Suspensionen folgt nach der Trocknung noch der Verbrennungsprozess des Kohlestaubes. Zur Abgasreinigung wiederum wird die große Oberfläche der Tropfen benutzt, um Partikel und Gase zu absorbieren.

Der rasche Wärmeaustausch, der vor allem bei der Verdunstung durch die benötigte Verdunstungsenthalpie hohe Werte annimmt, wird zum Beispiel zur Prozeßsteuerung in Kraftwerken und Kühltürmen eingesetzt. Bei der Herstellung der kugelförmigen Partikel in Metall- oder Glaspulvern wird nach der Zerstäubung die Schmelztemperatur durch den Wärmeaustausch mit der umgebenden Luft unterschritten. Die Oberflächenspannung sorgt dabei für die gewünschte Verformung der Partikel zu Kugeln, sofern die Relativgeschwindigkeit zum Gas nicht zu groß ist.

Der Impulsaustausch mit dem Gas wird in vielen Anwendungen dazu genutzt, einen Tropfenschwarm definierter Dichte zu erzeugen, mit dem Oberflächen dünn und gleichmäßig beschichtet werden können, wie es bei der Lackierung und im Pflanzenschutz gewünscht wird.

1.1 Düsentypen

Prinzipiell unterscheidet man zwischen Einstoff- oder Druckdüsen und Zweistoffdüsen oder pneumatischen Zerstäubern, Abb. 1.1. Bei den Einstoffdüsen stammt die Energie zur Zerstäubung allein aus der kinetischen Energie der strömenden Flüssigkeit. Zweistoffdüsen zerstäuben mit zusätzlicher Energie von komprimiertem Gas, das die Flüssigkeit auseinanderreißt. Nicht näher behandelt werden sollen Zerstäuber, die ihre Zerstäubungsenergie aus mechanisch bewegten Teilen oder elek-

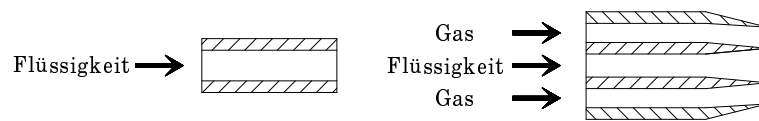


Abbildung 1.1: Schematische Darstellung einer Ein- und Zweistoffdüse

trischen Feldern beziehen wie z.B. Rotationszerstäuber, Ultraschallzerstäuber oder elektrostatische Zerstäuber.

Einstoff- bzw. Druckdüsen lassen sich in verschiedene Typen unterteilen, die sich auf die Strahlgeometrie bzw. die Dralleigenschaften der Düsen beziehen:

- Hohlkegeldruckdüsen finden vor allem in Pumpzerstäubern und Spraydosen ihren Einsatz, wenn es darum geht, kleine Mengen niedrigviskoser Flüssigkeiten in möglichst kleine Tropfen zu zerstäuben und dabei einen großen Sprühwinkel zu verwirklichen, was zu einem geringen Restimpuls des Sprays führt. Die Flüssigkeit wird tangential in eine zylindrische, sich zum Austritt hin verjüngende Vorkammer eingebracht. Dies hat zur Folge, daß die Winkelgeschwindigkeit der Filmströmung innerhalb der Vorkammer stark ansteigt und sich in Achsennähe ein Luftkern bildet. Der schnell rotierende Film verläßt die Vorkammer durch eine enge Bohrung und bildet eine Lamelle, die in viele kleine Tropfen zerreißt. Hohlkegeldruckdüsen sind aufgrund ihrer vielen Anwendungsmöglichkeiten und der damit verbundenen geringen Herstellungskosten weit verbreitet.

- Flachstrahldüsen haben eine langgestreckte schlitzförmige Öffnung, durch die die Flüssigkeit mit hoher Geschwindigkeit austritt und zunächst eine flache Lamelle bildet. Diese zerteilt sich in Ligamente, die wiederum in Tropfen zerfallen, welche sich mit hoher kinetischer Energie weiterbewegen. Aufgrund der Form des Sprays werden sie zum Beschichten oder zur Reinigung von Oberflächen benutzt. Im allgemeinen besitzen sie einen höheren Volumenstrom als Hohlkegeldruckdüsen, weil der Druckverlust in der Düse aufgrund des fehlenden Dralls geringer ist.

- Lochdüsen als einfachste Ausführung von Druckdüsen haben einen Zuströmkanal mit runder Öffnung, aus dem ein meist turbulenter Flüssigkeitsstrahl mit hoher Geschwindigkeit austritt. Bei dieser Art Düsen tritt in einigen Fällen Kavitation auf. Die entstandenen Blasen kollabieren teilweise erst außerhalb der Düse, was die Zerstäubung des Strahls unterstützt. Die Wechselwirkung mit dem stehenden, umgebenden Gas bewirkt eine Verstärkung der Inhomogenitäten auf der Oberfläche des Strahls. Schließlich wird der Strahl instabil und zerfällt in einzelne Tropfen. Typische Anwendungen sind z.B. die Diesel- oder Benzineinspritzung in Motoren.

Zweistoffdüsen haben die Eigenschaft, auch höherviskose Flüssigkeiten zerstäuben

zu können, da das schnell strömende Gas die Zerstäubung unterstützt. Grundsätzlich lassen sich zwei Typen von Zerstäubern unterscheiden:

Zweistoffdüsen bzw. pneumatische Zerstäuber mit innerer Mischung haben, wie der Name schon sagt, eine Mischkammer im Inneren der Düse, in der die beiden Phasen in Kontakt treten, um dann gemeinsam die Düse zu verlassen. Bei Zweistoffdüsen mit äußerer Mischung hingegen findet eine Interaktion der beiden Phasen erst außerhalb der Düse statt.

Des Weiteren kann man noch zwischen 'prefilming' und 'plain jet' Zerstäubern unterscheiden. Bei den ersteren liegen Gas und Flüssigkeit bis zum Düsenmund getrennt vor. Die Flüssigkeit wird als schubspannungsgetriebener Film bis zur Düsenmündung ausgedünnt, um dort an einer Zerstäuberante zerrissen zu werden.

Bei 'plain jet' Zerstäubern tritt Flüssigkeit als runder Freistrah aus, um dann durch intensiven Impulsaustausch mit dem Hochgeschwindigkeitsgasstrahl aufzubrechen. Wie bei den Druckdüsen sind verschiedene Bauformen bekannt, die dem Gas bzw. der Flüssigkeit einen Drall verleihen, bei denen die Flüssigkeit als kompakter Strahl austritt oder, ringförmig ausgebildet, von innen und außen mit Gas beaufschlagt wird. Die Anwendungen reichen von Turbinen und Raketenmotoren über Großfeuerungsanlagen bis zu Lackierpistolen.

1.2 Struktur eines Sprays

Je nachdem, mit welcher Düse und für welche Anwendung das Spray erzeugt wird, sind unterschiedliche Zielgrößen von Interesse. Wichtige Eigenschaften, die durch die Auslegung des Zerstäubers beeinflusst werden und die voneinander abhängen können, sind:

- Die Zerfallslänge des kompakten Flüssigkeitsvolumens
- Die Tropfengrößenverteilung, welche vor allem die entstehende Oberfläche des Tropfenschwarms bestimmt
- Die Partikeldichteverteilung des Sprays, die sowohl den Impulsaustausch mit dem umgebenden Gas als auch die Prozesse an der Oberfläche und die Koaleszenz von Tropfen beeinflusst
- Die Impulsverteilung im Tropfenschwarm, die für die weitere Ausbreitung und damit die Form des Sprühkegels verantwortlich ist und den Impulsaustausch

und damit das Mitreißen der umgebenden Luft¹ bestimmt

2 Literaturüberblick

Im folgenden soll auf Untersuchungen über die Zerstäubung eines Flüssigkeitsstrahls mit kreisförmigem Querschnitt und einer Relativgeschwindigkeit zur umgebenden Luft eingegangen werden. Dies beinhaltet im allgemeinen die Zerstäubung durch Einstoffdüsen als auch durch Zweistoffdüsen. Besonderes Gewicht soll jedoch auf die Zerstäubung durch Zweistoffdüsen gelegt werden, da sie Untersuchungsgegenstand dieser Arbeit ist.

2.1 Phasen der Zerstäubung

Die Zerstäubung einer Flüssigkeit läßt sich nach Faeth et al. [1] prinzipiell in vier Phasen aufteilen, die alle die Eigenschaften des Sprays beeinflussen können.

- Zunächst befindet sich das Fluid oder die Fluide im Inneren der Düse und sind den dortigen Rand- und Strömungsbedingungen unterworfen. Die Führung der Kanäle, die Wandrauigkeiten und die Querschnittsänderungen sowie das treibende Druckgefälle und die Eigenschaften der Fluide bestimmen, mit welchen Störungen sie in die Mischzone eintreten. Die Flüssigkeit kann hierbei turbulent oder laminar strömen, mit oder ohne Drall versehen sein und in einem kompakten Strahl oder zu einem dünnen Film ausgebreitet sein. Diese ‘Geschichte’ aus der Düseninnenströmung ist Anfangsbedingung für die zweite Phase der Zerstäubung, in der das kompakte Fluid in Lamellen zerrissen wird, um schließlich Tropfen zu bilden.

- Die primäre Zerstäubung² ist vor allem von den vorherrschenden Strömungsbedingungen der beteiligten Fluide abhängig. In der Modellvorstellung bilden sich aufgrund grobskaliger Turbulenzen Fluidfragmente, die von der Oberfläche des Strahls in die Luftströmung transportiert werden. Die Dichte der Zweiphasenströmung ist hier am größten, so daß Einblicke mit optischen Verfahren zumeist verwehrt werden. Die Prozesse in diesem Bereich des Strahls sind stochastischer Natur, weshalb deren Modellierung bislang die größten Probleme bereitet. In der Mitte des Strahls ist zumeist noch ein Flüssigkeitskern vorhanden, von dem aus weitere Ligamente in den Bereich der Zweiphasenströmung gerissen werden.

- Die dritte Phase, auch als sekundäre Zerstäubung³ bezeichnet, zerteilt die großen

¹Engl. ‘entrainment’.

²Engl. ‘primary breakup’.

³Engl. ‘secondary breakup’.

Flüssigkeitsfragmente, die aufgrund ihrer Relativgeschwindigkeit zum umgebenden Gas oder durch die Oberflächenspannung instabil sind, in kleine Tropfen. Wegen des intensiven Impulsaustausches verringert sich die Relativgeschwindigkeit zwischen Fluidpartikeln und umgebenden Gas. Ruhendes Gas in der Umgebung des Strahlkerns wird durch einen Impulsaustausch beschleunigt, was aufgrund der Massenerhaltung zum radialen Nachströmen von außen in Richtung des Kerns führt.

- In der vierten Phase bewegt sich der Tropfenschwarm mit seinem Eigenimpuls weiter und bildet den Sprühkegel, wobei Tropfenkoaleszenz⁴ auftreten kann. Die Relativgeschwindigkeit zwischen den Tropfen und dem Gas wird durch einen hohen Impulsaustausch stark verringert. Durch Wärmeübergang findet ein Temperaturausgleich statt. Aufgrund der großen Gesamtoberfläche der Tropfen und begünstigt durch den Krümmungsdruck verdunstet die Flüssigkeit, falls der Partialdruck im umgebenden Gas geringer ist als der Dampfdruck bei der Tropfentemperatur.

Trotz der intensiven Forschung über Jahrzehnte hinweg ist es bisher nicht gelungen, die physikalischen Phänomene der Zerstäubung hinreichend genau zu beschreiben und ein Modell zu entwickeln, mit dem alle benannten Phasen einer gekoppelten Berechnung zugeführt werden können. Die primäre Zerstäubung bereitet aufgrund der intensiven Austauschprozesse in der Zweiphasenströmung mit stark irregulär geformten Flüssigkeitsoberflächen die größten Probleme.

2.2 Stabilität und Strahlaufbruch

Abhängig von der Relativgeschwindigkeit zwischen Flüssigkeitsstrahl und Gasströmung wird in der Literatur [2, 3] zwischen vier verschiedenen Arten des Strahlaufbruchs unterschieden:

1. Rayleighzerfall $0 \leq We \leq 2$: Die Relativgeschwindigkeit zwischen Flüssigkeit und Gas ist sehr klein, so daß der Strahl - nur von der Oberflächenspannung getrieben - in Tropfen zerfällt, deren Größe vergleichbar mit dem Durchmesser des Strahls ist. Lord Rayleigh [4] hat eine erste theoretische Stabilitätsuntersuchung durchgeführt, indem er durch Linearisierung der Differentialgleichungen das Wachstum infinitesimal kleiner Störungen der Oberfläche untersucht hat. Wird die Wellenlänge dieser Störungen größer als der Umfang des Strahls $\lambda > \lambda_R = \pi d$, so erweist sich der Strahl als instabil.

⁴Kollision von Tropfen mit anschließender Vereinigung.

2. Erster windinduzierter Strahlaufbruch⁵ $2 \leq We \leq 1500$: Das Wachstum der Oberflächenwellen wird durch die Interaktion mit dem strömenden Gas stärker angefacht, und die Stabilitätsgrenze verschiebt sich zu kleineren Wellenlängen hin. Dies bedeutet, daß auch Wellen mit kleineren Wellenlängen als der Rayleighwellenlänge $\lambda < \lambda_R$ angefacht werden und zum Aufbruch des Strahls führen. Die entstehenden Tropfen haben wie beim Rayleighzerfall die Größenordnung des Strahldurchmessers.
3. Zweiter windinduzierter Strahlaufbruch⁶ $1500 \leq We \leq 15000$: Die Relativgeschwindigkeit zwischen der Flüssigkeit und dem Gas ist so hoch, daß der Strahl nach kurzer Lauflänge beginnt, in Fluidfragmente aufzubrechen, deren Größe nur ein Bruchteil des Strahldurchmessers ist. Die Strahllänge, auf der ein noch intakter Kern vorhanden ist, beträgt nur wenige Strahldurchmesser d . Auch sehr kleine Störungen werden angefacht und führen zur Instabilität des Strahls.
4. Prompte Zerstäubung⁷ $15000 \leq We$: Der Strahl zerstäubt unmittelbar nach dem Verlassen der Düse in kleinste Tropfen. Der intakte Flüssigkeitskern hat eine Länge, die mit dem Durchmesser des Strahls vergleichbar ist. Eine Anfachtung von Störungen ist nicht zu beobachten, da der Strahl sofort in Fragmente zerfällt.

Bei der prompten Zerstäubung ist nach P. K. Wu et al. [5] die sekundäre Zerstäubung innerhalb der dichten Zweiphasenströmung wichtig für das letztendliche Tropfenspektrum, wie ihre Messungen *nach* der primären Zerstäubung andeuten. Hierbei werden fast alle sich bildenden Tropfen einer weiteren Zerstäubung zugeführt. Lineare Theorien gäben die Tropfenverkleinerung in Abhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit als zu stark an.

Die Stabilität der Strahloberfläche aufgrund von Störungen ist also im wesentlichen von der Relativgeschwindigkeit und den Turbulenzeigenschaften der beiden Fluide bestimmt. Bei einer Zweistoffdüse muß nach Hoyt & Taylor [6] der Impulsfluß des Gases pro Volumeneinheit größer oder gleich dem Impulsfluß der Flüssigkeit sein, um die Instabilität des Flüssigkeitsstrahls beeinflussen zu können.

⁵Engl.: 'first wind - induced breakup'.

⁶Engl.: 'second wind - induced breakup'.

⁷Engl.: 'atomization'.

2.3 Die primäre Zerstäubung

Als primäre Zerstäubung bezeichnet man das Ablösen von Tropfen und Flüssigkeitsfragmenten von dem kompakten Strahl. In der Modellvorstellung geht man davon aus, daß sich an der Kontaktfläche zwischen Flüssigkeitsstrahl und Gas zwei Grenzschichten ausbilden. Die Grenzschicht des Flüssigkeitsstrahls wird von der Luftströmung beschleunigt und wächst mit zunehmendem Abstand von der Düsenöffnung an. Die großskaligen Turbulenzen, die durch die Vereinigung der Grenzschichten entstehen, bilden Fluidfragmente, die in die Luftströmung transportiert werden und deren Größe stromabwärts ebenfalls anwächst.

Die Ligamente zerfallen durch die Interaktion mit dem Gas und durch ein Einschnüren aufgrund der Oberflächenspannung in einzelne Tropfen. Infolgedessen ist die primäre Zerstäubung bestimmend für die Länge des intakten Flüssigkeitskerns. Die Eigenschaften der primären Zerstäubung definieren nach G.M. Faeth et al. [1] die Anfangsbedingungen für die Zweiphasenströmung im Bereich des dichten Sprays und verbinden somit die geometrischen Eigenschaften der Düse mit dem Ergebnis im Spray.

J. C. Lasheras et al. [7] bilden ein statistisches Modell aus der Vorstellung, daß die Flüssigkeitsfragmente von der Oberfläche des Strahls mit einer charakteristischen Frequenz abgeschält werden, die sie mit

$$f \approx \frac{\rho_g}{\rho_f} \cdot \frac{v_g}{\delta_{f,0}} \quad (2.1)$$

angeben. $\delta_{f,0}$ ist hierbei die Anfangsdicke der Flüssigkeitsgrenzschicht, die davon anhängig ist, ob die Flüssigkeitsströmung laminar ($\delta_{f,0} = \nu_g / \sqrt{c_1} \cdot v_g$) oder turbulent ($\delta_{f,0} = D - d$) ist⁸.

Die Grenzschicht der Flüssigkeitsströmung wächst soweit an, bis sie instabil wird und sich Ligamente bilden. Die charakteristische Frequenz wird durch die auf der Oberfläche entstehenden Wellen verursachte Brechung eines Lichtstrahls optisch aufgenommen und so experimentell verifiziert.

Die primäre Zerstäubung endet dort, wo kein kompakter Flüssigkeitskern mehr vorhanden ist. J. C. Lasheras et al. schätzen diese Länge in Abhängigkeit vom Impulsstromverhältnis M zu

$$\frac{x_k}{d} \approx \frac{6}{\sqrt{M}} \quad (2.2)$$

⁸ c_1 ist ein Schlupfkoeffizient nach Schlichting mit $c_1 = 5 \cdot 10^{-3}$.

ab. Messungen zeigen jedoch, daß diese Formel nur eine grobe Näherung darstellt und die Länge des Kerns in der Realität zeitlich nicht konstant ist.

Der Massenstrom \dot{m} einer abgeschälten Schicht der Dicke ξ beträgt $\dot{m} = \xi d \pi v_f$. Im Mittel existieren dann x_k/λ Schichten, die bis zur maximalen Kernlänge abgeschält werden können. ($\lambda = v_f/f$, f gemessen) Aus der Massenerhaltung folgt nun:

$$\xi = \frac{1}{4} \frac{d}{\sqrt{M}} \frac{\lambda}{x_k} \quad (2.3)$$

Die Tropfen, die sich aus diesen abgeschälten Schichten durch Rayleigh-Zerfall bilden, haben den Durchmesser

$$\xi' = \frac{d}{24(0.7 + d/\lambda)}. \quad (2.4)$$

Die experimentellen Untersuchungen von Wu et al. [5] zeigen, daß die linearen Theorien zum Strahlaufbruch nur schlecht mit den ermittelten Korrelationen zwischen den Tropfengrößen und den Parametern der Zerstäubung übereinstimmen.

2.4 Die sekundäre Zerstäubung

Nach G.M. Faeth et al. [1] lassen sich die Eigenschaften der sekundären Zerstäubung durch einen stochastischen Prozess beschreiben, dessen Prozessraten für die Zweiphasenströmung im Bereich des dichten Sprays bestimmend sind.

Die Fluidfragmente der primären Zerstäubung werden durch die Druck- und Scherkräfte in kleinere Fragmente aufgebrochen bzw. zerblasen.

Da diese Fragmente die Größenordnung der Strahllänge haben und damit einen großen Anteil an der Gesamtmasse bilden, ist die sekundäre Tropfenbildung aus diesen Fragmenten stark mitbestimmend für die letztendliche Tropfengrößenverteilung.

C. Engelbert et al. [8] monieren, daß zwar Messungen über das Nah- und das Fernfeld einer coaxialen Düse durchgeführt wurden, jedoch keine direkte Korrelation existiert, die das Nahfeld mit dem Fernfeld verbindet.

Mit ihren Messungen weisen sie nach, daß der Strahl primär durch *asymmetrische* Moden zerbricht. Die Oberflächenwellen führen insofern *nicht* zu einer Zerstäubung. Es entstehen Cluster, die bis zur doppelten Aufbruchlänge bestehen bleiben. Die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen diesen Clustern und der umgebenden Strömung, und damit die Weberzahl, ist Eingangsgröße für die nachfolgende, sekundäre Zerstäubung.

C. Engelbert et al. sind der Meinung, daß die Modelle noch stark verbessert werden müssen, um die experimentellen Daten widerzuspiegeln. Die beobachteten sinusoi-

dalen Moden haben viel größere Wellenlängen und Amplituden, als die varikosen Moden⁹. Dies führt zu großen Clustern, die die größte Menge des Fluidvolumens in sich bergen und durch Scherung zerteilt werden.

2.5 Das Zerblasen von Einzeltropfen

Folgt man der klassischen Aufteilung der turbulenten Strömung in einen zeitlichen Mittelwert und einen Schwankungsanteil, so kann man die Kräfte, die an einem Tropfen angreifen, in zwei korrespondierende Anteile zerlegen. Die erste wird durch die mittlere Geschwindigkeitsdifferenz (dem Schlupf) hervorgerufen, während die zweite auf die Turbulenz des Gases zurückzuführen ist. Sind diese Kräfte größer als die Kraft der Oberflächenspannung, die den Tropfen in Kugelform hält, so beginnt sich der Tropfen zu verformen und aufzubrechen¹⁰.

Wird ein Tropfen des Durchmessers d_T plötzlich einer laminaren Gasströmung mit einer relativ zu ihm konstanten Differenzgeschwindigkeit $(u_g - u_T)$ ausgesetzt, so wird er ab einer Grenzweberzahl der Größenordnung 10 zerstäubt.

$$We = \frac{\rho_f (u_g - u_T)^2 d_T}{\sigma} > 10. \quad (2.5)$$

Ist die Strömung turbulent und $v_g(d_T)$ die Geschwindigkeitsänderung über einen Tropfendurchmesser hinweg, so läßt sich die turbulente Weberzahl, oberhalb derer eine Zerstäubung stattfindet, mit

$$We_{\text{turb}} = \frac{\overline{\rho_g v_g (d_T)^2} d_T}{\sigma} > 1.0 \quad (2.6)$$

angeben.

G.M. Faeth et al. [1] beziehen sich auf verschiedene Untersuchungen und beschreiben in Abhängigkeit von der Anfangsweberzahl¹¹ eines Tropfens für die Auswirkungen einer Stoßwelle mit nachfolgender konstanter Strömungsgeschwindigkeit auf den Tropfen folgende Abhängigkeiten:

- $We = 0.6 \implies 5\%$ Deformation
- $We = 1.0 \implies 10\%$ Deformation
- $We = 2.1 \implies 20\%$ Deformation

⁹Axialsymmetrische Moden.

¹⁰Engl. 'shear and turbulent break-up'.

¹¹Die zu Beginn der Interaktion zwischen dem Tropfen und der Gasströmung berechnet wird.

- $We = 3.0 \implies$ oszillatorische Deformation
- $We = 13 \implies$ 'bag breakup'
- $We = 35 \implies$ 'multimode breakup'
- $We = 80 \implies$ 'shear breakup'

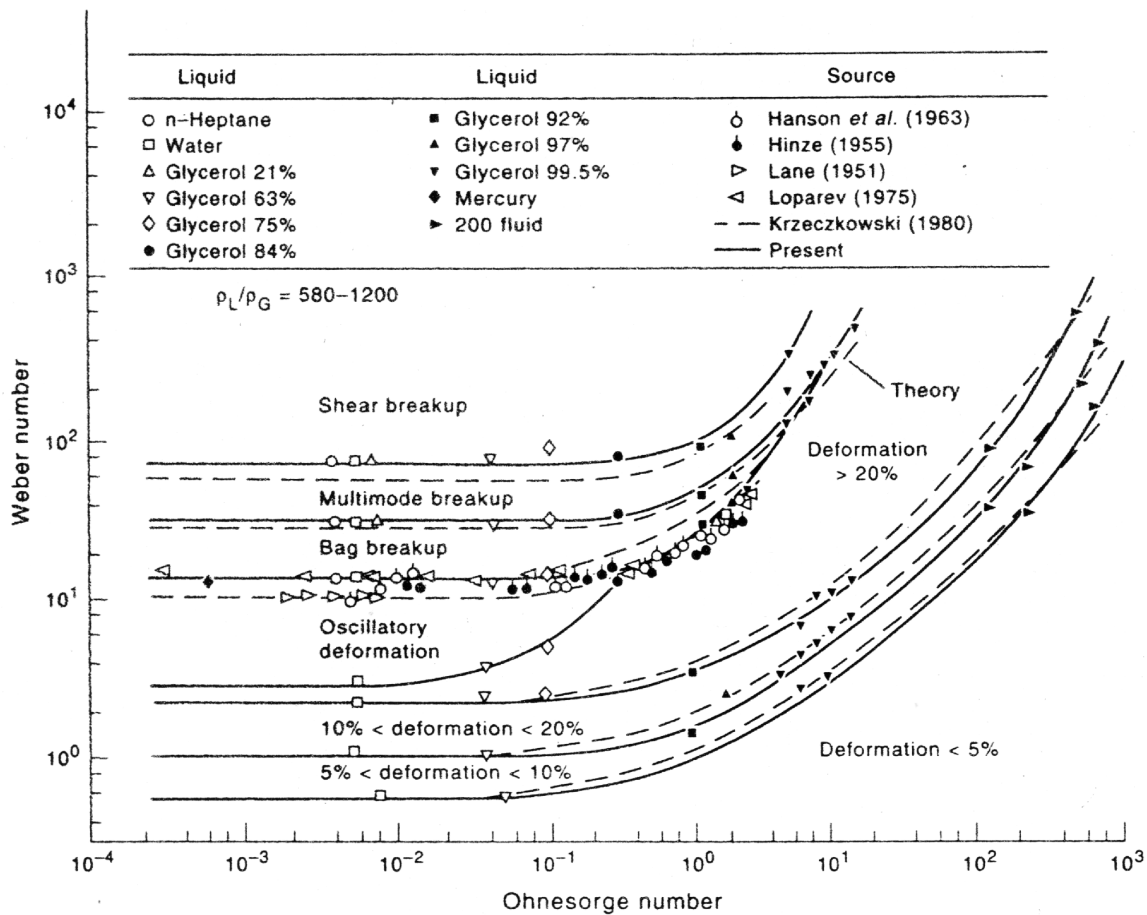


Abbildung 2.1: Weber - Ohnesorge - Diagramm von Faeth et al.

Diese Unterteilung kann als unabhängig von der Ohnesorgezahl bezeichnet werden, sofern sie kleiner als $Oh < 0.1$ ist. Für größere Ohnesorgezahlen beginnt eine starke Verschiebung der Stabilitätsgrenzen zu größeren Weberzahlen hin. Dazu kommt, daß ab $Oh \approx 0.3$ die oszillatorische Deformation und ab $Oh \approx 4$ der 'bag breakup' verschwindet. Der Haupteinfluß der Viskosität auf das Zerblasen eines Tropfens ist vor allem in der Verlangsamung des Deformationsprozesses zu sehen. Der Tropfen hat während der Deformation mehr Zeit, auf die Geschwindigkeit der umgebenden Strömung beschleunigt zu werden, so daß die Relativgeschwindigkeit in gleichem

Deformationsstadium geringer ist. Dies kann dazu führen, daß trotz identischer Anfangsweberzahl der viskosere Tropfen nicht zerblasen wird, sondern stabil bleibt.

Die analysierten Daten stammen aus verschiedenen Untersuchungen und wurden zu einem Datensatz zusammengefaßt, der in Abb. 2.1 dargestellt ist. Die theoretischen Vorhersagen sind durch eine empirisch abgeleitete Gleichung formuliert, die G.M. Faeth et al. wie folgt angeben:

$$We = (c_1/4)(1 + 4c_2 We_{cr}^{-1/2} \sqrt{\rho_g/\rho_f Oh}). \quad (2.7)$$

c_1 und c_2 sind hierbei empirische Faktoren, die über eine Minimierung der Fehlerquadrate zu den Datensätzen berechnet werden.

2.6 Einfluß der Prozeßparameter und Fluideigenschaften

Da die Fluideigenschaften und Prozeßparameter einen großen Einfluß auf die Zerstäubung haben, existieren zu diesem Thema zahlreiche experimentelle Untersuchungen an Zweistoffdüsen. Die Herangehensweise ähnelt sich bei den meisten Untersuchungen, bei denen durch Variation der Parameter und mit Hilfe der Dimensionsanalyse Korrelationen berechnet werden, die charakteristische Parameter des Sprays, wie den Sauter Mean Diameter (SMD), mit den Einflußgrößen verbindet. Der SMD bezeichnet den Tropfendurchmesser, der das gleiche Verhältnis von Volumen zu Oberfläche besitzt, wie das gesamte Spray. Da die Rate von Wärme- und Stoffübertragungsprozessen insbesondere von der vorhandenen Oberfläche abhängen, bietet sich der Sauterdurchmesser als Vergleichsgröße zwischen verschiedenen Sprays an.

Im Vordergrund steht dabei die Variation von Flüssigkeits- und Gasdichte, Oberflächenspannung, Viskositäten und vor allem das Massenstromverhältnis und die Gasgeschwindigkeit. Die ersten Untersuchungen befaßten sich mit einer globalen Betrachtung des Sprays [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15].

Shiro Nukiyama und Yasusi Tanasawa [9] variieren bei einem ‘plain-jet’ atomizer vor allem das Massenstromverhältnis sowie die Stoffdaten, wie in Tabelle 1 dargestellt, mit Alkohol - Glycerin - Wasser -Mischungen sowie Benzin und Schweröl. Sie ermittelten folgende Relation für den Sauterdurchmesser:

$$SMD/\mu m = 585 \frac{\sqrt{\sigma}}{v_f \sqrt{\rho_f}} + 597 \left(\frac{\eta_f}{\sqrt{\sigma \rho_f}} \right)^{0.45} \cdot \left(1000 \frac{\dot{V}_f}{\dot{V}_g} \right)^{1.5}. \quad (2.8)$$

G.E. Lorenzetto und A.H. Lefebvre [11] untersuchen die Zerstäubungseigenschaften eines Plain-Jet Atomizers und variierten die Parameter ebenfalls in weiten Bereichen.

Die empirisch gewonnene Gleichung für den Sauterdurchmesser geben sie mit

$$SMD = 0.95 \left[\frac{(\sigma \dot{m}_f)^{0.33}}{v_r \varrho_f^{0.37} \varrho_g^{0.30}} \right] \left[1 + \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_g} \right]^{1.7} + 0.13 \eta_f \left[\frac{d}{\sigma \varrho_f} \right]^{0.5} \left[1 + \frac{\dot{m}_f}{\dot{m}_g} \right]^{1.7} \quad (2.9)$$

an.

Autor	$\varrho_f/\text{kg/m}^3$	$\sigma/\text{mN/m}$	$\eta_f/\text{mPa s}$	$v_g/\text{m/s}$	\dot{m}_g/\dot{m}_f
Nukiyama [9]	700 ~ 900	19 ~ 37	3 ~ 500	-	
Lorenzetto [11]	794 ~ 2180	26 ~ 76	1 ~ 76	70 ~ 180	1 ~ 16

Tabelle 1: Parameterbereiche der Untersuchungen verschiedener Autoren

In den Untersuchungen [16, 17, 18, 19] wird die *lokale* Tropfengrößenverteilung von Zweistoffdüsen aufgenommen, wodurch die Struktur des Sprays viel genauer erfasst wird. Der Nachteil, der sich aus diesem Verfahren ergibt, ist darin zu sehen, daß eine große Anzahl von Daten geliefert wird, zu denen keine Korrelationsgleichungen mehr angegeben werden können.

Mit diesen Untersuchungen sind die grundsätzlichen Einflußgrößen auf die Zerstäubung gut dokumentiert. Für die Auslegung in der Praxis bieten sie umfangreiches Datenmaterial, mit dessen Hilfe Abschätzungen über Eigenschaften spezieller Zerstäuber möglich sind. Aufgrund der Vielzahl der eingesetzten Düsen, Medien und Betriebsparameter ist ein breites Spektrum der üblichen Anwendungen abgedeckt. Des weiteren ergeben sich Ansätze zu den physikalischen Grundmechanismen, die bei der Zerstäubung zum Tragen kommen.

S.C. Tsai und B. Viers [14] erweitern die Untersuchungen, indem sie Düsen einsetzen, bei denen der Gasstrom mit einem Drall beaufschlagt werden kann. Sie vergleichen ihre eigenen Untersuchungen mit denen anderer Autoren. Die Exponenten der wichtigsten Prozeßparameter sind in Tabelle 2 angegeben.

Tabelle 2 verdeutlicht zweierlei: Der Einfluß der Prozeßparameter aus verschiedenen Untersuchungen wird grundsätzlich übereinstimmend wiedergegeben: Eine niedrige Viskosität, eine niedrigere Oberflächenspannung und ein kleines Massenstromverhältnis von Flüssigkeit zu Gas führt zu einem kleinen Tropfenspektrum. Auf der anderen Seite sind die Unterschiede in den Exponenten so groß, daß die empirischen Korrelationen keine universelle Gültigkeit haben, sondern auf die speziellen Düsen und Anwendungen beschränkt sind.

Autor	η_f	σ	$1 + \dot{m}_f/\dot{m}_g$
Nukiyama [9]	0.5	0.45	1.5
Kim [10]	0.41	0.34	1.0
Lorenzetto [11]	1.0	0.33	1.7
Jasuja [20]	0.8	0.45	0.5 - 0.8
Rizk [21]	1.0	0.4	0.4 - 1.0
Lefebvre [22]	1.0	0.5	1.0
Tsai [23]	0.47 - 0.60	0.47-0.60	1.0
Tsai [23]	0.60 - 0.76	0.30-0.38	1.0

Tabelle 2: Bereiche der Stoffgrößen und Exponent des Massenstromverhältnisses in empirischen Gleichungen

2.7 Einfluß der Düsengeometrie

Wie in Kapitel 2.1 bereits angedeutet wurde, hat die Düseninnenströmung und die Art und Weise, wie die Flüssigkeit und das Gas miteinander in Kontakt gebracht werden, einen entscheidenden Einfluß auf die nachfolgenden Prozesse der Zerstäubung.

Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten, den Einfluß der Düsengeometrie auf das Spray zu untersuchen:

Einige Autoren benutzen eine Vielzahl von Düsen, die sich in ihrem Aufbau, ihrer Strömungsführung und in ihrem Typ unterscheiden, um für eine bestimmte Anwendung eine optimale Düse zu finden oder um die Mechanismen der Zerstäubung mit Hilfe der Unterschiede im Zerstäubungsverhalten zu analysieren.

Eine andere Herangehensweise ist die Variation einzelner Größen von ansonsten geometrisch ähnlichen Düsen, so daß ein charakteristischer Durchmesser des Sprays in Abhängigkeit dieser geometrischen Größe dargestellt werden kann.

Eine große Anzahl an Düsen verschiedenen Typs haben die Autoren der Veröffentlichungen [19, 22, 24, 25, 26] untersucht. Die Fragestellungen, die diese Untersuchungen motivieren, sind z.B. der Einfluß eines Dralls der Gasströmung [19, 24], der Unterschied zwischen innen- und außenmischenden Düsen [25] oder der Vergleich von Freistrahldüsen mit Prefilmingdüsen [22].

In den Untersuchungen [17, 19, 22, 27, 28] wird der Ansatz mit geometrisch ähnlichen Düsen unter Variation einzelner Größen gewählt. Grundsätzliches Ergebnis ist, daß die Dimension der Düse mit dem Tropfenspektrum korreliert, daß kleine Düsen also kleine Tropfendurchmesser erzeugen. N.K. Rizk und A.H. Lefebvre [22] gaben den Exponenten dieser Relation mit $c_1 = 0.2 \sim 0.5$ an ($SMD \propto d^{c_1}$). Ferner weisen ihre

Untersuchungen darauf hin, daß es vorteilhaft ist, wenn die Interaktion zwischen Gas und Flüssigkeit nicht direkt hinter dem Austritt der Flüssigkeit stattfindet, sondern dem Freistrahls Zeit gelassen wird, so daß sich Störungen entwickeln können. Darüberhinaus scheint es günstig zu sein, wenn der Winkel zwischen dem Gasstrom und der Rotationsachse möglichst klein ist. Andere Autoren [17, 19] zeigen, daß bei außenmischenden Zweistoffdüsen ein Zurückziehen der zentralen Flüssigkeitszufuhr zu einem feineren Spray führt.

Auch in diesen Untersuchungen ist zahlreiches Datenmaterial vorhanden, das in der Praxis angewendet werden kann, um Auslegungen zu unterstützen und generelle Unterschiede zwischen den Düseigenschaften abzuschätzen.

2.8 Sprayeigenschaften

Die Prozesse im Spray sind vor allem durch den hohen Impulsaustausch zwischen den dispersen Tropfen und der turbulenten Gasströmung, durch die Verdunstung sowie durch Koaleszenz gekennzeichnet. Schon koaxiale Gasstrahlen unterschiedlicher Dichte weisen komplizierte, turbulente Strukturen auf, die einen Bruch der Symmetrie hervorrufen.

M. Favre-Marinet et al. [29] untersuchen die Instabilitäten der Kombinationen Luft/Luft, Luft/SF₆ und Helium/Luft unter Verwendung eines LDA- und Lichtschnittverfahrens.

Weitere experimentelle Untersuchungen [30, 31, 32] gehen auf die Wechselwirkungen zwischen Tropfen und Gasströmung ein. Udo Fritsching und Klaus Bauckhage [30] verglichen die Eigenschaften von Sprühkegeln aus Ein- und Zweistoffdüsen und stellen fest, daß es prinzipielle Unterschiede in der Vergleichmäßigung der Tropfengeschwindigkeiten und des Impulsaustausches gibt.

Bei der Zweistoffdüse findet z.B. eine Richtungsumkehr des Impulsaustausches statt, die dadurch zustande kommt, daß die Partikel, die von dem schnell strömenden Gas zunächst stark beschleunigt werden, im weiteren Verlauf durch ihre größere Trägheit schneller sind als die umgebende Luft und diese wiederum beschleunigen.

Die Interaktion zwischen dem Spray einer Einstoffdüse und einem koaxialen Gasstrahl untersuchen Manfred Dannehl et al. [31] mit einem PDA und messen die lokalen Massenstromdichten und Tropfengrößen in Abhängigkeit von der Gasgeschwindigkeit. So bewirkt der äußere Gasstrom auf der einen Seite eine Vergrößerung des Sprühwinkels, auf der anderen Seite führt er jedoch zu einer zentralen Zone mit hohem Flüssigkeitsmassenstrom. Ferner können sie nachweisen, daß die Tropfen der

Einstoffdüse einer weiteren Zerstäubung zugeführt werden.

Diese experimentellen Daten sind eine wichtige Grundlage zur Validierung von analytischen und numerischen Modellen, wie sie die Arbeiten [33, 34, 35] vorstellen. S. Ghosh und J. C. R. Hunt [34] berechnen für die tropfengetriebene Strömung eine Geschwindigkeitsabnahme zu $v \propto x^{-1/2}$, während der normale Freistrahler eine Abhängigkeit von $v \propto x^{-1}$ aufweist.

Analytische Modelle haben zwar den Vorteil, daß sie globale Druck-, Geschwindigkeits- und Konzentrationsverläufe in geschlossener Form darstellen und die Abhängigkeiten von Einflußgrößen demonstrieren; zur detaillierten Analyse eines konkreten Problems taugen sie jedoch selten.

William A. Sirignano [35] hingegen stellt in seiner Arbeit die wichtigsten numerischen Modelle vor, mit denen eine Modellierung von Tropfenschwärmen gelungen ist. Euler-Lagrange-Modelle betrachten die gasförmige Phase als Kontinuum, welches mit den Tropfen wechselwirkt, die als diskrete Partikel behandelt werden. Der Impulsaustausch zwischen Tropfen und Gas tritt in der Impulsgleichung der kontinuierlichen Phase als Quellterm auf, während die Trajektorien der Partikel über die Integration der Bewegungsgleichungen gewonnen werden. Die Verdunstung des Tropfens wird durch einen Quellterm in der Kontinuitätsgleichung beschrieben.

Das Euler-Lagrange-Modell eignet sich für dünne Sprays, mit moderaten Stoffübergängen, da bei intensiver Kopplung der Phasen der Rechenaufwand stark ansteigt. Direkte Interaktion von Tropfen, sei es durch Koaleszenz oder auch nur durch den Nachlauf eines Tropfens, werden von dem Modell nicht erfaßt.

Im Bereich des dichten Sprays haben Euler-Euler-Modelle Vorteile, bei denen auch die disperse Phase als Kontinuum betrachtet wird. Die Differentialgleichungen beider Phasen haben dieselbe Struktur, so daß eine intensive Kopplung der Phasen zu keinem Mehraufwand führt. Allerdings ist diese Betrachtungsweise nur zulässig, solange sich in den betrachteten Volumina genügend Teilchen befinden, so daß mittlere statistische Größen zugeordnet werden können.

Die Behandlung turbulenter Größen bedeutet ein weiteres Problem der numerischen Lösungen. Der Einfluß der Turbulenz wird im allgemeinen mit dem Reynoldsspannungsmodell erfaßt, welches den intensiven Impulsaustausch benachbarter Regionen durch die Turbulenz als zusätzliche Viskosität des Gases modelliert. Die auftretenden Modellkonstanten der Schließungsansätze müssen für die unterschiedlichen Strömungstypen angepasst werden.

2.9 Verdunstung und Tropfenkoaleszenz

Das Problem der Verdunstung ist laut William Sirignano [35] durch die starke Kopplung der Phänomene auf verschiedenen Skalen geprägt. Die Lösung des Stoff-, Impuls- und Wärmeaustausches im gesamten Feld kann nicht gelöst werden, ohne detaillierte Kenntnisse der Prozesse auf kleinsten zeitlichen und räumlichen Skalen zu kennen, wie sie einzelne Tropfen darstellen.

So ist die Verdunstung eines Tropfens stark davon abhängig, ob die Zeitskala der Wärmeleitung größer oder kleiner ist als die Zeitskala der Verdampfung. Im ersteren Fall besitzt der Tropfen eine Temperaturgrenzschicht an der Oberfläche, die mit der Geschwindigkeit der Verdunstung nach innen wandert. Im zweiten Fall findet die Verdunstung unter der konstanten Psychrometertemperatur statt.

Diese Skalen hängen von den lokalen Temperatur- und Konzentrationsverhältnissen ab, die durch die Anwesenheit anderer Tropfen stark beeinflusst werden kann. So ist bei zwei benachbarten Tropfen die Beeinflussung stark davon abhängig, ob sich der eine Tropfen im Nachlauf des anderen Tropfens befindet oder nicht.

Sind die Bedingungen im Fernfeld bekannt, so ist der Wärme- und Stoffübergang nach Wilhelm Nusselt [36] durch ähnliche Gleichungen beschreibbar¹². Eine Grenze dieser Ähnlichkeit ist bei hohen Partialdruckgradienten gegeben, wo der Anteil der diffundierenden Masse an der gesamten konvektierenden Masse relevant wird. A. Heyser [37] konnte jedoch in Experimenten zeigen, daß der Bereich, in dem die volle Ähnlichkeit der Wärme- und Stoffübertragung gilt, viel größer ist, als bis dato angenommen.

2.10 Analytische und numerische Modelle der Strahlzerstäubung

Analytische Modelle zur Berechnung von Strahlinstabilitäten gehen von linearisierten Differentialgleichungen aus, die durch Einführung einer Stromfunktion gelöst werden. Die Stromfunktion wird als Summe von Besselfunktionen dargestellt. Der Strahl wird hierbei als infinit und die Oberfläche in der Form $R(x, t) = R_0 \cdot (1 + \alpha e^{i k x + \omega t})$ angenommen. Hierbei ist R_0 der Radius eines ungestörten Strahls, der mit Fourierkomponenten der Intensität α gestört wird. k ist die komplexe Wellenzahl und ω die komplexe Kreisfrequenz.

Im Ergebnis erhält man ein charakteristisches Polynom für ω und k . Die Wur-

¹²Der Wärmeübergang an Tropfen läßt sich über $Nu = 2.0 + 0.6Re^{1/2}Pr^{1/3}$ beschreiben.

zeln dieses Polynoms liefern die Lösungen für die Wellenzahl und die Kreisfrequenz. Die Realteile dieser Lösungen geben dann an, wie die Welle zeitlich und räumlich anwächst.

So gibt es eine Reihe von Veröffentlichungen, die sich mit dem zeitlichen und räumlichen Wachstum koaxialer Oberflächenwellen auf unendlich ausgedehnten Flüssigkeitsstrahlen beschäftigen [39, 40, 41, 42, 43, 44, 45]. E. Avital [46] wählt einen entsprechenden Ansatz für die *asymmetrischen* Moden eines Strahls.

Aus der Wachstumsrate in Abhängigkeit von der Wellenlänge ergibt sich die Dispersionsrelation der Wellen. Ist die Wachstumsrate positiv, so wird die Welle als instabil angesehen. Bei kurzen Wellenlängen ergibt sich ein ‘cut off’, oberhalb dessen die Amplituden der Wellen nicht mehr wachsen und die Wellen somit stabil sind.

Liegt ein ganzes Spektrum von Störungen vor, so ergeben sich aus der Grundamplitude der Störungen und der Dispersionsrelation die Wellenlängen, die als erste Amplituden von der Größenordnung des Strahldurchmessers erreichen.

Aus diesen Wellenlängen wird dann ein Tropfenspektrum unter der Annahme berechnet, daß die Tropfengrößen linear mit den Wellenlängen skalieren, die zur Zerstäubung führen. Bei diesen Analysen wird aufgrund der linearisierten Gleichungen eine Beeinflussung der Wellen untereinander ausgeschlossen. Ferner wird die Viskosität des Gases nicht berücksichtigt.

Die Veröffentlichungen gehen auf verschiedene Aspekte dieser linearen Lösungen ein. P. W. James [39] beispielsweise wählt einen Ansatz, in dem die Schubspannungsverteilung modelliert wird, um auch die Viskosität der Flüssigkeit berücksichtigen zu können. S. J. Leib und M. E. Goldstein [40] untersuchten den Einfluß von Strömungsprofilformen auf die Instabilität der Strahlen und fanden, daß ein Rechteckprofil der Strahlinnenströmung instabiler ist als ein Hagen-Poiseuille-Profil.

Einen anderen Ansatz wählten S. G. Chuech et al. [47]. Sie lösen die Erhaltungsgleichungen auf einem adaptiven, auf der Oberfläche des Strahls liegendem Gitter. Interne viskose Effekte werden vernachlässigt, die Schubspannung an der Oberfläche wird jedoch einbezogen. Die Gleichungen sind über ein lineares Modell mit der Außenströmung gekoppelt. Mit einem approximierten, nichtlinearen Modell ist im Anschluß die Berechnung des Strahlaufbruchs möglich. Der Hauptnachteil dieses Modells ist jedoch die Tatsache, daß es nur für kleine Störungen geeignet ist und die Modellierung des Strahlaufbruchs nur schlecht gelingt.

Christopher A. Spangler et al. [2] benutzen eine Randelementmethode, um den Einfluß der Umströmung auf einen koaxialen Strahl zu berechnen. Diese Methode hat

den Vorteil, daß die Oberfläche des Strahls abgebildet wird und eine Lösung bis zur Abschnürung des Strahls existiert. Somit sind direkte Vergleiche mit Messungen möglich, die jedoch gleichzeitig die Grenzen dieses Berechnungsverfahrens demonstrieren. Da sie innerhalb und außerhalb des Strahls eine Potentiallösung berechnen, wird die Viskosität sowohl der Flüssigkeit, als auch des Gases vernachlässigt.

Ihre Untersuchung deutet an, daß auch bei kleinen Weberzahlen die Interaktion mit der umströmenden Luft wichtig für die Form der Oberfläche ist. Sie stellen signifikante Unterschiede zu linearen Theorien fest, sobald die Amplitude der Störung 1% des Strahldurchmessers überschreitet.

Im Rayleigh-Regime hat die umgebende Luft nur sehr geringen Einfluß auf die Tropfengröße. Bei höherer Gasgeschwindigkeit sinkt der Tropfendurchmesser, während das Volumen des Satellitentropfens ansteigt.

Von G. Grabitz [48] stammt die Idee, das Verhalten von Oberflächenwellen eines modulierten Flüssigkeitsstrahls über einen Langrange-Ansatz zu berechnen. Er berücksichtigt weder die Gasströmung und die Viskosität der Flüssigkeit, noch die Oberflächenspannung. Trotzdem gelingt es, gute Übereinstimmung mit Experimenten zu erreichen. Dieser Ansatz ist jedoch nur für hohe Anregungsamplituden sowie geringe Viskositäten und Relativgeschwindigkeiten geeignet.

C. W. Hirth and B. D. Nichols [49] schlagen die ‘Volume of Fluid’ Methode vor, mit deren Hilfe die Strömung einer Flüssigkeit mit freier Oberfläche berechnet werden kann. Dazu wird eine Funktion f eingeführt, die angibt, wieviel Prozent einer Rechenzelle mit der Flüssigkeit gefüllt ist. Über eine Formulierung der Transporteigenschaften dieser Funktion kann die Berechnung der freien Oberfläche in einen Navier-Stokes-Lösungsalgorithmus integriert werden. Diese Methode ist inzwischen in den meisten kommerziellen Codes integriert, so daß eine Berechnung des Strahlauflaufs theoretisch möglich ist. Der numerische Aufwand ist aufgrund der großen Gitter und kleinen Zeitschritte extrem hoch, da die Prozesse bis in die kleinste Skala herab direkt simuliert werden müssen. Bisher sind erste Ansätze zur Berechnung von angeregten Flüssigkeitsfreistrahlen bei Einstoffdüsen von Albina et al. [50] gemacht worden. Die Ergebnisse zeigen, daß mit hohem Aufwand eine gute Übereinstimmung mit Experimenten erreicht werden kann (siehe Abbildung 2.2 und 2.3). Dennoch liegt die dreidimensionale Simulation des Strahlauflaufs mit prompter Zerstäubung und die nachfolgende Berechnung des dichten Sprays noch weit über den Kapazitäten heutiger Großrechner.

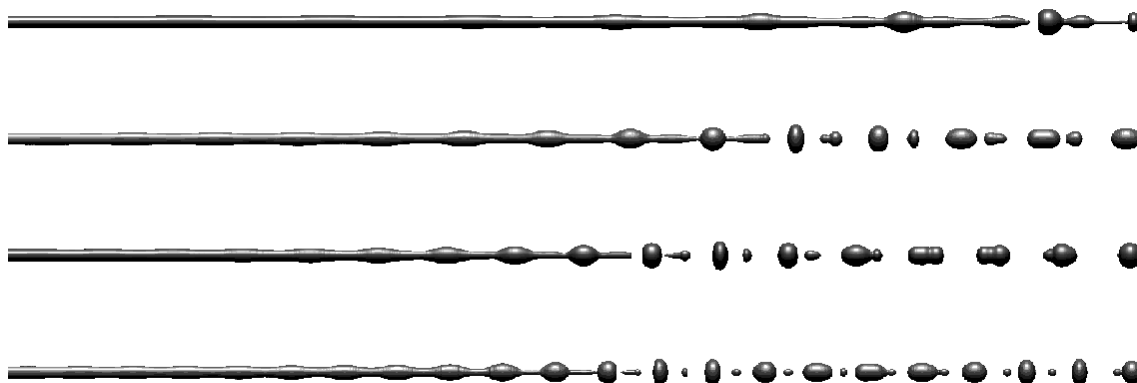


Abbildung 2.2: Berechneter Strahl im Rayleighregime [50]

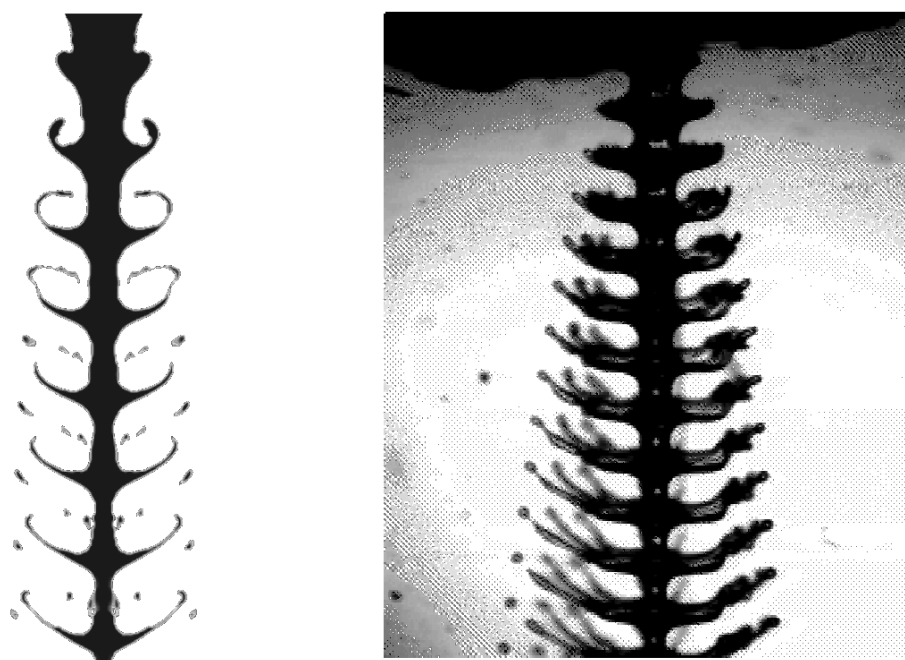


Abbildung 2.3: Berechneter Strahl [50] einer modulierten Einstoffdüse im Vergleich zum Experiment

2.11 Natürliche und angeregte Oberflächenwellen

Erste Untersuchungen zur Beeinflussung des Strahlaufbruchs durch modulierte Flüssigkeitsstrahlen stammen von K. C. Chaudhary und T. Maxworthy [51]. Sie untersuchen den Strahlaufbruch und die Bildung von Satellitentropfen im Rayleighregime, sowie die Beeinflussungsmöglichkeiten durch einen sinusförmig modulierten Strahl. M. Orme und E. P. Muntz [52] erweiterten diese Untersuchung durch eine Amplitudenmodulation, mit deren Hilfe sie die Bildung von Tropfengruppen und deren Koaleszenz steuerten.

Erst aus jüngerer Vergangenheit stammen experimentelle Untersuchungen über die

Zerstäubung mittels moduliertem Flüssigkeitsstrahl bei hoher Gasgeschwindigkeit. Shirley C. Tsai et al. [23, 53] konstruieren eine Düse, deren resonante Längsschwingungen eine Beeinflussung des Tropfenspektrums erlaubt. Anhand von Beugungsspektrometermessungen weisen sie nach, daß die entstehenden Tropfen mit der angeregten Frequenz und ihren Harmonischen korrelieren. Durch Abstimmung der Frequenz mit den natürlichen Frequenzen der Hochgeschwindigkeitsgasströmung erreichen sie ein enges Tropfenspektrum.

Masataka Arai et al. [54] untersuchen das Verhalten von Oberflächenwellen, die durch die Schubspannung zweier coaxialer Flüssigkeitsstrahlen entstehen. Neben einer kürzeren Strahlaufbruchlänge, die sich bei größeren Relativgeschwindigkeiten zwischen dem äußeren und dem inneren Strahl ergeben, nehmen sie die Frequenzen der Wellen mit Hilfe eines Lichtschnittes auf.

H. Eroglu und N. Chigier [55] beobachten den Strahlaufbruch mittels Fotografie und vermessen die natürlicherweise vorhandenen Oberflächenwellen auf der Ober- und Unterseite in ihrer Länge. Sie zeigen für verschiedene Strahlgeschwindigkeiten $v_f \sim 1 - 18 \text{ m/s}$, daß das Frequenzband mit hoher Gasgeschwindigkeit breiter wird. Es verschiebt sich sowohl bei größeren Gas- als auch bei größeren Strahlgeschwindigkeiten zu höheren Frequenzen.

3 Zielsetzung

Vor dem Hintergrund, daß es trotz intensiver Forschung bisher nicht gelungen ist, ein Gesamtmodell der Zerstäubung zu formulieren, stellt sich die Frage, in welchem Bereich noch Defizite vorhanden sind. Für die nichtkavitierende Düseninnenströmung, den sekundären Strahlaufbruch, das dünne Spray sowie die thermodynamischen Prozesse an Einzeltropfen existieren zufriedenstellende Modelle, die in kommerziellen Strömungsberechnungscodes implementiert sind.

Die linearen Modelle zur Strahlanregung und die Modelle des Strahlaufbruchs stimmen bislang nur mäßig mit den gemessenen Tropfenspektren überein. Daneben ist noch kein allgemeingültiges Modell entwickelt worden, daß alle beobachtbaren Phänomene beschreibt. R. D. Reitz und F. V. Bracco [56] haben versucht, verschiedene Modelle experimentell zu verifizieren bzw. zu widerlegen, was nur ansatzweise gelungen ist.

Es existieren zahlreiche Modelle zur Anregung von Oberflächenwellen durch die Interaktion mit dem umgebenden Gas, auf denen die Ansätze zum Strahlaufbruch

basieren. Ausgangspunkt hierbei ist immer die Betrachtung definierter Störungen, die durch Fourierreihen dargestellt werden.

So liegt es nahe, eine Düse zu konstruieren, mit der man definierte Oberflächenwellen auf einen ansonsten möglichst ungestörten Strahl aufbringen kann. Ein Vergleich der Störungsentwicklung mit linearen Theorien soll zeigen, inwieweit diese Theorien Gültigkeit besitzen und welche Effekte beobachtet werden können, die sich mit den Theorien nicht modellieren lassen.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit koaxialen Zweistoffdüsen, deren zentraler Flüssigkeitsstrahl durch einen Piezokristall moduliert wird. Um die deterministischen Prozesse der Entwicklung von Oberflächenwellen beobachten zu können, wird der Strahl stroboskopisch beleuchtet und mit einer Kamera aufgenommen. Aus den Bildern können dann die charakteristischen Größen der Wellen extrahiert werden, um sie einem Vergleich zuzuführen.

Unterschied zwischen Einstoff- und Zweistoffdüse

In den meisten Untersuchungen zur Stabilität von Wellen auf Strahloberflächen wird ein ruhendes Gas angenommen, in das der Flüssigkeitsstrahl mit hoher Geschwindigkeit eintritt. Die Theorien beschreiben prinzipiell sowohl die Einstoffdüse als auch die Zweistoffdüse, da die Wechselwirkungen zwischen dem Gas und dem Strahl allein auf die Relativgeschwindigkeit der beiden Medien zueinander zurückgeführt werden. In der Realität ist jedoch unterschiedliches Zerstäubungsverhalten zu beobachten. Vergleicht man eine einfache Lochdüse und eine koaxiale Zweistoffdüse mit zentraler Flüssigkeitszufuhr, so ergeben sich folgende Unterschiede:

Betrachtet man das Profil des Flüssigkeitsstrahls beim Verlassen der Düse, so ist die Strömungsgeschwindigkeit auf der Achse am größten und fällt zum Rand hin auf Geschwindigkeit null ab. Je nachdem, ob es sich um eine turbulente Strömung handelt oder nicht, wird eine Hagen-Poiseuille Strömung vorliegen oder ein turbulentes Profil vorhanden sein. Mit dem Verlassen der Düse ist ein Sprung der Randbedingung verbunden. Die Haftbedingung an der Wand fällt weg, dafür muß die Bedingung der Stetigkeit der Schubspannung erfüllt sein. Die kinematische Randbedingung wechselt zu einer Druckrandbedingung, die durch die Oberflächenspannung vorgegeben ist.

Bei der Einstoffdüse bleibt das Profil prinzipiell jedoch erhalten, da die umgebende Luft eine geringere Geschwindigkeit ausweist als der Strahl. Der Strahl hat wie zuvor bei der Rohrströmung auf der Achse die höchste Geschwindigkeit. Bei der Zweistoffdüse findet jedoch eine Umkehrung des Strömungsprofils innerhalb des Strahls

statt. Die viel schneller strömende Luft beschleunigt zunächst die äußersten Schichten des Strahls, so daß das Profil plötzlich zwei Wendepunkte besitzt und zwei unterschiedliche Scherschichten vorhanden sind, die den Strahl destabilisieren.

Nach Leib und Goldstein [40] ist die Stabilität eines Hagen - Poiseuille Profiles viel größer als die eines Rechteckprofils. R. D. Reitz und F. V. Bracco [56] untersuchen verschiedene in der Literatur erwähnte Wirkungsmechanismen. So ist auch der Sprung der Randbedingung als eine der primären Ursachen dafür beschrieben, daß die Strahlzerstäubung initiiert wird.

Einstoffdüsen beziehen die Energie zur Zerteilung des Strahls aus der kinetischen Energie, die der Strahl mit sich führt. Störungen des Strahls stammen deswegen vor allem aus den Strömungsbedingungen, denen die Flüssigkeit innerhalb der Düse unterworfen ist. Zweistoffdüsen, deren Energie vor allem aus der schnell strömenden Luft stammt, sind infolgedessen eher von den Störungen beeinflusst, die die Luftströmung mit sich trägt. Dies bedeutet, daß die Düseninnenströmung der Luft ebenfalls eine wichtige Einflußgröße für die Zerstäubungseigenschaften der Düse ist. Nach außen hin bildet der ringförmige Gasstrahl mit dem umgebenden Gas eine Scherschicht mit sehr starken Geschwindigkeitsgradienten, die instabil ist und zu starken Turbulenzen führt, was sich akustisch äußert. Diese Turbulenzen erreichen nach endlicher Lauflänge die Strahloberfläche und prägen dem Strahl zusätzliche Störungen auf.

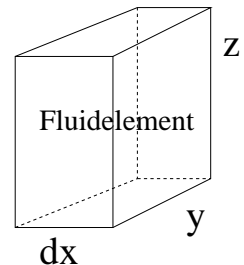
Die Schubspannungen auf der Oberfläche des Strahls führen zu einer Abbremsung im Fall der Einstoffdüse bzw. zu einer Beschleunigung im Falle der Zweistoffdüse. Die Wellenlänge der Störungen auf der Strahloberfläche wird gestaucht bzw. gestreckt und beeinflusst dadurch die Stabilitätseigenschaften des Strahls. Da die Form der Störungen durch die Tangentialspannungen ebenfalls einer Scherung unterworfen sind, bilden sich unterschiedliche Oberflächenwellen aus. Die sich bildenden Flüssigkeitsligamente und Tropfen werden bei der Einstoffdüse im umgebenden Gas stark abgebremst, während sie bei der Zweistoffdüse beschleunigt werden, wodurch sich ein unterschiedlicher Sprühwinkel ergibt. Zusätzlich werden sie in der Außenströmung unterschiedlichen Turbulenzgraden unterworfen, was die Sekundärzerstäubung beeinflusst. Die Ansätze der linearen Theorie zur Beschreibung der Interaktion zwischen einem Flüssigkeitsstrahl und umgebender Luft sind bei der Einstoffdüse und der Zweistoffdüse gleich. Die Weiterentwicklung von Störungen bis zum Aufbruch des Strahls ist jedoch unterschiedlichen Bedingungen unterworfen, so daß für ein verbessertes Modell unterschiedliche Beschreibungen gefunden werden müssen.

4 Theoretische Grundlagen

4.1 Der Druckverlust einer instationären Strömung gemäß der Stromfadentheorie

Sei A_0 der Querschnitt einer Stromröhre bei $x = 0$ und $A(x)$ die Querschnittsänderung in Stromrichtung. Eine inkompressible Strömung mit zeitlich veränderlicher Geschwindigkeit $v_0(t)$ führt entlang der Stromröhre zu einem Geschwindigkeitsverlauf $v(t, x) = v_0(t) \cdot A_0/A(x)$. Der Druckverlust, der bei einer instationären Strömung auftritt, wird durch die träge Masse des Fluids hervorgerufen, die der Beschleunigung eine Kraft entgegensetzt, die proportional zur Flüssigkeitsdichte ist.

Sei $dV = dx y z$ ein Flüssigkeitsvolumen, das - bedingt durch einen Druckgradienten $\partial p(x)/\partial x$ - beschleunigt wird. Die Kraft, die auf das Flüssigkeitsvolumen der Masse $dm = \rho_f \cdot dx y z$ wirkt, beträgt $dF = -(\partial p(x)/\partial x) \cdot dx \cdot (y \cdot z)$. Das heißt, durch den Druckgradienten $\partial p(x)/\partial x$ erfährt das Flüssigkeitsvolumen eine Beschleunigung von $a(x) = dF/dm = -(\partial p/\partial x)/\rho_f$.



Wird die gesamte Flüssigkeitssäule ($0 \leq x \leq x_{\max}$) der Stromröhre beschleunigt, so entsteht eine Druckdifferenz von:

$$\begin{aligned} \Delta p &= \int_{x=0}^{x_{\max}} \frac{\partial p}{\partial x} dx = \int_{x=0}^{x_{\max}} \rho_f a(x) dx = \int_{x=0}^{x_{\max}} \rho_f \frac{\partial v(t, x)}{\partial t} dx \\ &= \rho_f \frac{\partial v_0(t)}{\partial t} \int_{x=0}^{x_{\max}} \frac{A_0}{A(x)} dx. \end{aligned} \quad (4.1)$$

4.2 Die Druckamplitude einer durch mechanische Schwingung angeregten ebenen Welle

Benutzt man einen mechanischen Schwinger, um in einer Flüssigkeit eine ebene Schallwelle zu erzeugen, so ist die Druckamplitude sowohl vom Hub h des Schwingers als auch von der Frequenz f abhängig. Sei $s(t) = h \cdot \sin(2\pi ft)$ die Position der Oberfläche des Schwingers als Funktion der Zeit, so ist die Geschwindigkeit $v(t) = 2\pi fh \cos(2\pi ft)$.

Da sich die Schallwelle mit Schallgeschwindigkeit ausbreitet, lautet die Gleichung für die Geschwindigkeit der Welle $v(x, t) = 2\pi fh \cos(2\pi(ft - x/\lambda))$ mit $\lambda = c_f/f$. Benutzt man nun die Gleichung des instationären Druckverlustes aus Gleichung

4.1 und integriert über ein Viertel einer Wellenlänge, so erhält man die maximale Druckamplitude der Welle:

$$\begin{aligned}
 \Delta p_{\text{inst}} &= \int_{x=0}^{\lambda/4} \rho_f \cdot \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} dx = \int_{x=0}^{\lambda/4} -4\pi^2 \rho_f f^2 h \sin(2\pi(ft - x/\lambda)) dx \\
 &= 2\pi \rho_f \lambda f^2 h \underbrace{[\cos(2\pi(ft - x/\lambda))]_0^{\lambda/4}}_{=1} = 2\pi \rho_f \lambda f^2 h \\
 &= 2\pi \rho_f c_f f h.
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Unter der Voraussetzung, daß an der Oberfläche des Piezoschwingers keine Kavitation eintreten soll, darf die Frequenz bei Normdruck 1013 hPa und einem Hub von $h = 100 \text{ nm}$ nicht höher als $f \approx (p_0 - p_{\text{Dampf}})/(2\pi \rho_f c_f \cdot h) \approx 170 \text{ kHz}$ sein.

4.3 Die Schallgeschwindigkeit im Fluid

Da in der Literatur im allgemeinen nur Werte zur Dichte und zur Kompressibilität von Fluiden aufgeführt werden, soll eine allgemeingültige Herleitung zeigen, wie sich die Schallgeschwindigkeit auch von Mischphasen berechnen läßt.

Sei $p(x, t) = p_{\text{max}} \cdot \sin(2\pi(ft - x/\lambda))$ der Druckverlauf einer ebenen Welle, die sich im Fluid in x -Richtung fortbewegt. Auf ein Fluidelement mit den Ausdehnungen $dV = dx \cdot y \cdot z$ wirkt die resultierende Druckkraft $F = (p(x, t) - p(x + dx)) \cdot y \cdot z$. Da das Fluidelement die Masse $m = \rho_f dx \cdot y \cdot z$ besitzt, wirkt auf das Fluidelement die Beschleunigung:

$$a = F/m = \frac{(p(x, t) - p(x + dx, t)) \cdot y \cdot z}{\rho_f dx \cdot y \cdot z} = -\frac{1}{\rho_f} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \Rightarrow \tag{4.3}$$

$$a(x, t) = -\frac{2\pi p_{\text{max}}}{\lambda \rho_f} \cdot \cos(2\pi(ft - x/\lambda)). \tag{4.4}$$

Die Geschwindigkeit erhält man durch Integration über t :

$$v(x, t) = \int a(x, t) dt = -\frac{p_{\text{max}}}{f \lambda \rho_f} \cdot \sin(2\pi(ft - x/\lambda)). \tag{4.5}$$

Die Volumenänderung, der das Fluidelement unterworfen ist, ist durch das Integral des Geschwindigkeitsunterschieds zwischen der rechten und der linken Seite des Volumenelements über die Zeit gegeben:

$$\begin{aligned}
 \frac{\Delta dV}{dV} &= \int \frac{(v(x, t) - v(x + dx, t)) \cdot y \cdot z}{dx \cdot y \cdot z} dt = \int \frac{\partial v(x, t)}{\partial x} dt \\
 &= \int \frac{2\pi p_{\text{max}}}{f \lambda^2 \rho_f} \cdot \cos(2\pi(ft - x/\lambda)) dt \\
 &= \frac{p_{\text{max}}}{f^2 \lambda^2 \rho_f} \cdot \sin(2\pi(ft - x/\lambda)).
 \end{aligned} \tag{4.6}$$

Die maximale relative Volumenänderung (Kompression) beträgt also:

$$\left(\frac{\Delta dV}{dV}\right)_{\max} = \frac{p_{\max}}{f^2 \lambda^2 \varrho_f} = \chi \cdot p_{\max}. \quad (4.7)$$

Mit der bekannten Kompressibilität für Äthanol, welches bei den Versuchen wegen seiner geringeren Oberflächenspannung im Vergleich zu Wasser benutzt wurde, $\chi \approx 1.1 \cdot 10^{-9}/\text{Pa}$ und $\lambda = c_f/f$ folgt schließlich:

$$\frac{1}{f^2 \lambda^2 \varrho_f} = \frac{1}{c_f^2 \varrho_f} = \chi \quad \Rightarrow \quad c_f = \sqrt{\frac{1}{\chi \varrho_f}} \approx 1076 \text{ m/s}. \quad (4.8)$$

Bei einer maximalen Resonanzlänge von 20 cm des Resonanzvolumens¹³ ergibt sich eine Frequenz von ca. 5.4 kHz, oberhalb derer eine Längenresonanz möglich ist.

Zweiphasengemische haben durch den Gasanteil im Fluidgemisch eine stark vergrößerte Kompressibilität. Im Verhältnis dazu ändert sich die Dichte nur geringfügig. Dies führt zu einer kleinen Schallgeschwindigkeit.

Als Beispiel wird die Schallgeschwindigkeit für ein Gemisch aus 5 % Vol. Gas und 95% Vol. Wasser berechnet:

Die Kompressibilität des Gemisches ist durch die Kompressibilität der Luft vorgegeben, die sich bei 1 bar Überdruck im Volumen um 50% verringert. Das Gesamtvolumen schrumpft hierbei um 2.5%: $\chi_T = 0.025/101325 \text{ Pa} \approx 2.4 \cdot 10^{-7}/\text{Pa}$. Die Dichte ist die mittlere Dichte aus Gas und Flüssigkeit und somit ca. $\varrho_f = 995 \text{ kg/m}^3$. Für die Schallgeschwindigkeit folgt somit: $c_f = \sqrt{1/\chi \varrho_f} \approx 63.8 \text{ m/s}$.

4.4 Die Strahlanregung durch einen Piezokristall

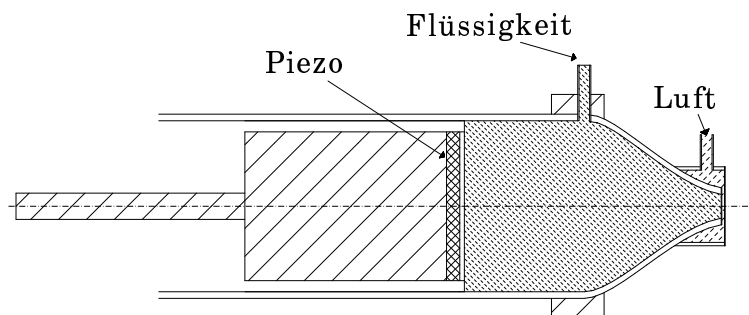


Abbildung 4.1: Schematischer Versuchsaufbau der Zweistoffdüse

Nimmt man Abb. 4.1 als prinzipiellen Aufbau der Versuchseinrichtung an, so ergibt sich die Frage, wie man die Schwingungen, die der Piezokristall erzeugt, am effektivsten in die Modulation des Flüssigkeitsfreistrahls umsetzt.

¹³Wie es im Versuchsaufbau benutzt wurde.

Die sinusförmigen Schwingungen des Piezokristalls an der hinteren Wand des Resonanzraumes rufen eine periodische Druckänderung hervor. Im quasistationären Fall¹⁴ und unter der Annahme einer inkompressiblen Flüssigkeit sowie starre Wände kann die Amplitude dieser Druckänderung mit Hilfe des instationären Druckverlustes über die gesamte Länge des Fluidraumes ausgerechnet werden. Das Ziel ist, an dem Auslaß eine möglichst hohe Schnelleamplitude zu erreichen.

In einem Strömungsraum mit veränderlichem Querschnitt tritt an der engsten Stelle die größte Geschwindigkeit auf. Eine spitz zulaufende Düse bewirkt hierbei eine Schnelletransformation um einen Faktor, der durch das Flächenverhältnis gegeben ist:

Sei A_0 die Querschnittsfläche am Piezokristall und $A(x)$ der Querschnittsverlauf in Strömungsrichtung, sowie v_0 die Geschwindigkeit des Piezokristalls. Nach Gleichung (4.1) folgt für den instationären Druckverlust:

$$\Delta p_{\text{inst}} = \rho_f \cdot \frac{\partial v_0}{\partial t} \cdot \int_{x=0}^{x_{\text{max}}} \frac{A_0}{A(x)} dx = 4\pi^2 \rho_f h f^2 \cdot \int_{x=0}^{x_{\text{max}}} \frac{A_0}{A(x)} dx. \quad (4.9)$$

Diese Druckamplitude entsteht im Resonanzraum aufgrund der Schnelle $S = h \cdot f$ am Piezokristall. Wie man leicht erkennt, kann man diese Amplitude über die Geometrie bzw. die Frequenz oder den Hub des Piezokristalls theoretisch beliebig hoch treiben.

In der Realität werden jedoch die Wände des Gefäßes nachgeben. Bei einer Amplitude, die den Druck zeitweilig unter den Dampfdruck fallen läßt, tritt Kavitation auf. Diese Effekte dämpfen dann die Schnelle am Austritt bzw. begrenzen die erreichbare Druckamplitude im Resonanzraum. Geht man auf der anderen Seite von einer

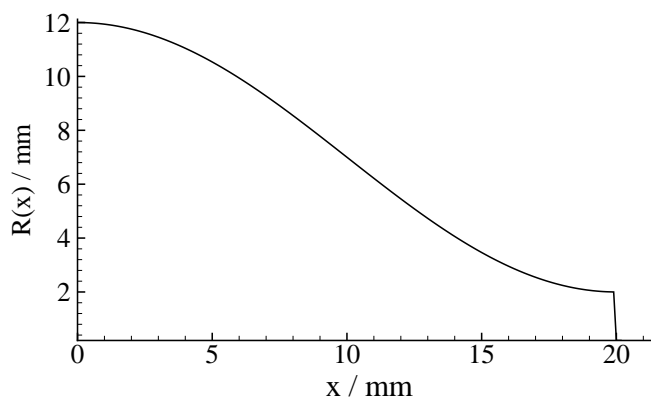


Abbildung 4.2: Düsenform

so kurzen Wellenlänge aus, daß eine Resonanzbedingung im Fluidraum erfüllt ist, so wird man immer die maximale Amplitude¹⁵ d.h. ca. 1000 hPa erreichen. Die Glei-

¹⁴In dem die Wellenlänge groß gegen die Abmessungen des Raumes ist.

¹⁵Die maximale mögliche Amplitude ist durch das Einsetzen von Kavitation im Resonanzraum beschränkt und ist somit gleich dem Druck im Resonanzraum verringert um den Dampfdruck, der ca. 23 hPa beträgt.

chung für den Druckverlust gibt dann an, welcher Hub am Piezokristall für die Schnelletransformation angesetzt werden muß.

Es wurde eine Düse mit der in Gleichung (4.10) dargestellten Konturform eingesetzt, deren Verlauf in Abb. 4.2 dargestellt ist. Das Integral über das Flächenverhältnis ist ein Zehntel so groß, wie der Wert, der für eine bis auf den Endradius ausgezogene Düse berechnet wird. Dies bedeutet, daß der instationäre Druckverlust ebenfalls nur ein Zehntel beträgt.

Unter der Annahme einer verlustlosen Schnelletransformation kann aus dem Hub $h = 100 \text{ nm}$ des Piezokristalls¹⁶, der Querschnittsfläche der schwingenden Membran¹⁷ $A = 450 \text{ mm}^2$ und der Frequenz $2 \text{ kHz} \leq f \leq 32 \text{ kHz}$ die Schnelle am Austritt der Düse berechnet werden. Für kleine Frequenzen wird dabei von dem quasistationären Fall ausgegangen, da die Wellenlänge der akustischen Welle zu groß ist, um eine Resonanz einzustellen.

Für Frequenzen über 6 kHz wird selbst im quasistationären Fall der maximale Modulationsdruck von 1 bar erreicht, so daß hier die reduzierte Schnelle am Piezo angesetzt wird, um über die Schnelletransformation die Verhältnisse am Austritt zu berechnen:

$$R(z) = R_{x_{\max}} + (R_0 - R_{x_{\max}}) \cdot \frac{\cos(\pi \cdot x/x_{\max}) + 1}{2} \quad 0 \leq x \leq x_{\max}. \quad (4.10)$$

In Abb.4.3 sind die Ergebnisse beider Ansätze für die verwendete Düse dargestellt. Bei kleinen Frequenzen (1) reicht der Hub des Piezokristalls nicht aus, um eine große-

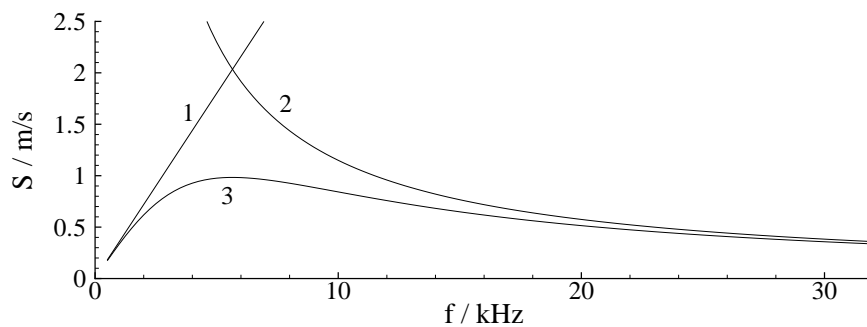


Abbildung 4.3: Schnelle S am Austritt der Düse

re Schnelle am Austritt¹⁸ zu erreichen, da aufgrund der großen Wellenlänge der akustischen Welle keine Resonanz erreicht werden kann. Bei hohen Frequenzen, Kurve

¹⁶Durch die erreichbare elektrische Spannung und die Anzahl der Piezokristalle vorgegeben.

¹⁷Durch den Durchmesser des Resonanzvolumens vorgegeben.

¹⁸Die Schnelle am Austritt ist durch $S = h f \cdot A_0/A(x_{\max})$ gegeben.

(2), begrenzt die Kavitation die maximale Druckamplitude im Resonanzraum. Der instationäre Druckverlust, der mit der Frequenz stark ansteigt, läßt hier die Schnelle am Austritt kleiner werden. Bedingt durch den konstanten Versuchsparameter ‘Umgebungsdruck’ läßt sich mit dem beschriebenen Aufbau nur eine beschränkte Schnellemodulation erreichen, wie sie in Abb. 4.3 als Kurve (3) skizziert ist.

5 Experimente

5.1 Versuchsaufbau

Zum Betrieb der Zweistoffdüse wird komprimierte Luft aus einem Kompressor über ein Ventil und durch kalibrierte Schwebekörperdurchflußmesser zur Düse herangeführt. Die Schwebekörperdurchflußmesser haben eine Auflösung von 10 l/h, wobei die bei der Kalibrierung gemessene Standardabweichung 3% beträgt. Vor der Düse findet eine Druck- und Temperaturmessung des Gases statt.

Als Versuchsfluid wird Alkohol eingesetzt, da es im Vergleich zu Wasser eine geringere Oberflächenspannung besitzt und der Strahl somit leichter zu destabilisieren ist. Eine Schlauchpumpe saugt den Alkohol aus einem Vorratsbehälter und pumpt ihn zur Düse. Die Tropfen des zerstäubten Strahls werden gesammelt und in den Vorratsbehälter zurückgeführt. So entsteht ein Flüssigkeitskreislauf, der lange Versuchszeiten erlaubt. Diese sind nur durch die Verdunstung des Alkohols beschränkt.

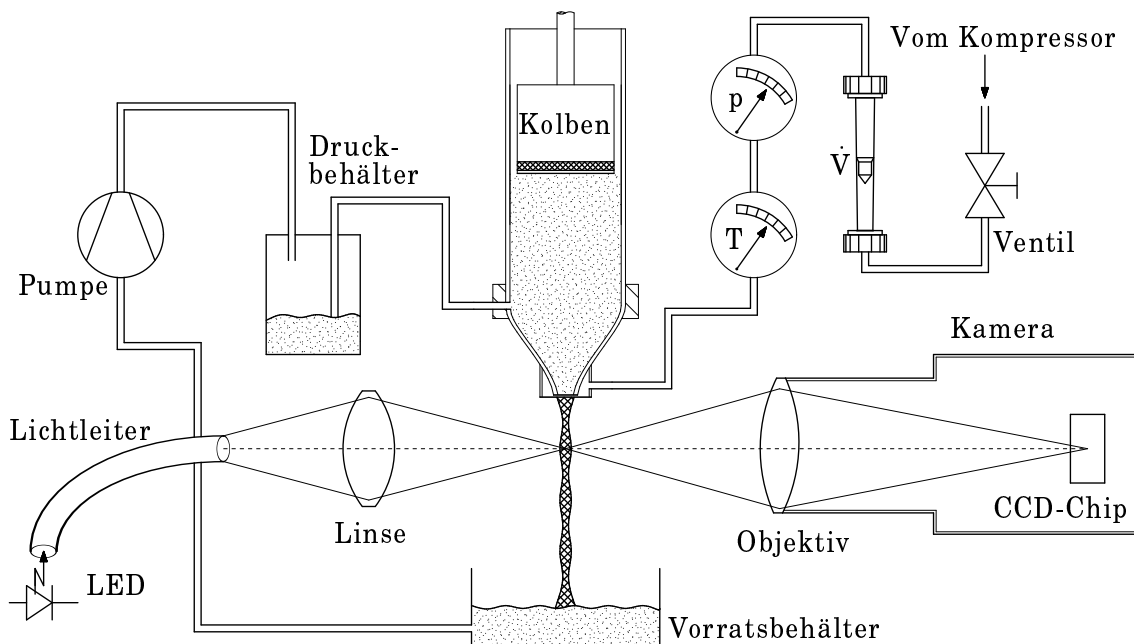


Abbildung 5.1: Schematischer Versuchsaufbau

Zwischen der Schlauchpumpe und der Düse befindet sich ein Druckbehälter, der die Pulsationen der Pumpe auf ca. 2% reduziert, so daß ein kontinuierlicher Strahl die Düse verläßt. Von der Pumpe wurden Förderkennlinien aufgenommen, um den Durchfluß während des Versuchs exakt einstellen zu können.

Die Flüssigkeitsstrahlen der Zweistoffdüse werden im Durchlichtverfahren mit ei-

ner superhellen LED beleuchtet, was sehr kurze Belichtungszeiten ermöglicht. Ein Lichtleiter führt das Licht zur optischen Achse, wobei die Frontfläche des Lichtleiters poliert ist, so daß ein sauberer Lichtpunkt entsteht. Dieser Lichtpunkt wird mit einer kurzbrennweitigen Linse großer Apertur im rechten Winkel auf die Strahlachse des Flüssigkeitsstrahls projiziert.

Die Vergrößerung ist so gewählt, daß der Lichtpunkt in der CCD-Kamera formatfüllend erscheint. Die Apertur dieser Projektion ist auf die Apertur des Aufnahmesystems abgestimmt, so daß eine maximale Beleuchtungsstärke des CCD-Chips gewährleistet wird.

Die Strahloberflächen werden mit einer handelsüblichen Videokamera aufgenommen und direkt über eine Framegrabberkarte in einen PC eingelesen. Hierbei ist eine Auflösung von 748×576 Pixeln möglich. Einige Versuche wurden mit einer anderen Kamera durchgeführt, die die Bilder digital über ein Netzkabel überträgt. Sie erreicht Auflösungen von 1280×1024 Pixeln.

5.2 Die Düse

Um die angeregten Flüssigkeitsfreistrahlen mit dem ringförmigen Gasstrahl zu erzeugen, wurde nach mehreren Vorversuchen eine Düse konstruiert, die sich durch folgende Merkmale auszeichnet:

Die Flüssigkeit strömt durch vier dünne Bohrungen radial in den Resonanzraum ein. Sie besitzen einen hohen instationären Druckverlust und verhindern das Zurückströmen zur Förderpumpe, was zu einer möglichst geringen Dämpfung der Druckamplitude führt.

Der Resonanzraum besteht aus einem Glasrohr, auf dessen vorderen Seite die Zweistoffdüse angebracht ist.

Der Resonanzraum wird nach hinten von einem beweglichen Kolben abgedichtet, in dem zwei scheibenförmige Piezokristalle (1) zum Schwingen angeregt werden. Der Kolben ist in Abbildung 5.2 im Schnitt dargestellt. Eine dünne Stahlmembran (2) überträgt diese Schwingung auf die Flüssigkeit. Der Kolben kann durch eine Gewindestange (3) in dem Glasrohr (4)

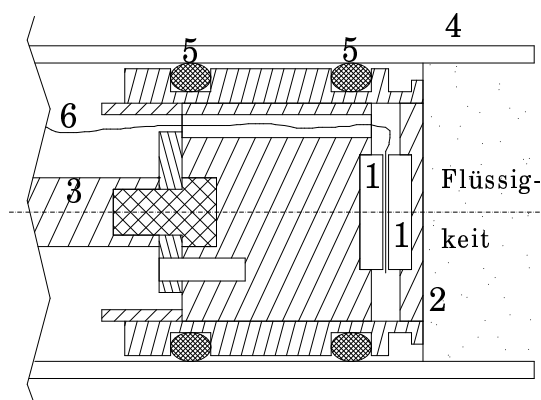


Abbildung 5.2: Schnittzeichnung des Kolbens

bewegt werden. Die Dichtungen (5) verhindern ein Ausfließen der Flüssigkeit aus dem Resonanzrohr. Der Kolben dient zusätzlich als Minuspol für die Treiberspannung der Piezokristalle, während der Pluspol durch eine Kupferfolie gebildet wird, die zwischen den Kristallen eingeklemmt wird. Der Pluspol (6) eines Hochspannungsverstärkers wird isoliert vom Kolben herangeführt.

Nach vorn ist der Resonanzraum durch eine gezogene Glasdüse (Abbildung 5.3 (1)) abgeschlossen, deren Spitze einen Innendurchmesser von ca. 4 mm hat. Auf dieser Spitze ist eine 0.2 mm dicke Membran (4) aufgeklebt, in der sich das Austrittsloch mit dem Durchmesser $d = 0.4$ mm befindet. Der Grat des Loches ist so verschliffen, daß sich eine glatte Einlaufrundung ergibt.

Außen auf der Glasdüse befindet sich ein Ringpiezo (2), der die mechanischen Dehnungsschwingungen der Glasdüse in elektrische Signale wandelt. So ist es möglich, relative Druckmessungen im Glaszylinder vorzunehmen und die Frequenz exakt auf das Resonanzmaximum einzustellen.

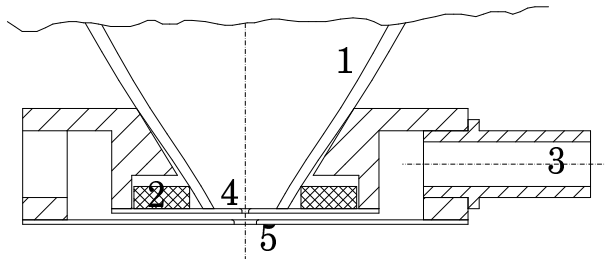


Abbildung 5.3: Düsenspitze mit Ringpiezo

Die Luft, die über zwei gegenüberliegende Stutzen (3) zugeführt wird, strömt zwischen der äußeren Membran (5) und der inneren Membran (4) radial nach innen. Sie tritt coaxial mit dem Flüssigkeitsstrahl aus einer Bohrung mit dem Durchmesser $D = 1.2$ mm aus. Da der Strömungsquerschnitt¹⁹ der Luftströmung zwischen den Membranen linear mit dem Radius sinkt, ist die Strömung dort gleichmäßig beschleunigt. In Verbindung mit den polierten Oberflächen der Membranen, ergibt sich eine kleine Grenzschicht mit geringen Turbulenzen. Die Konstruktion stellt auf der einen Seite sicher, daß sowohl die Flüssigkeitsströmung als auch die Gasströmung möglichst störungsarm bleiben. Auf der anderen Seite ist der instationäre Druckverlust durch die abschließende Membran des Flüssigkeitsraumes im Vergleich zu einer ausgezogenen Düse klein gehalten.

5.3 Aufnahme der Strahloberfläche

Da die Flüssigkeitsstrahlen periodisch angeregt werden, erhält man bei einer stroboskopischen Beleuchtung mit der gleichen Frequenz ein stehendes Bild, sofern keine

¹⁹ $A(x) = 0.3 \text{ mm} \cdot 2\pi r$, mit dem Abstand zwischen den Membranen = 0.3 mm.

stochastischen Störungen bzw. nichtperiodische Ereignisse auftreten.

Bei der Auswahl des Bildausschnittes bzw. der Vergrößerung ist zwischen zwei Optionen zu entscheiden. Einerseits soll die Oberflächenstruktur genau erfaßt werden, wozu eine möglichst starke Vergrößerung und damit ein kleiner Bildausschnitt gewählt werden muß. Andererseits ist es zur Beobachtung der Entwicklung der Oberflächenstörungen über mehrere Wellenlängen hinweg nötig, den Strahl über eine größere Strecke stromabwärts abzubilden.

Mit einem 40 cm langen Tubus und einem 70 mm Objektiv wurde auf dem CCD-Chip eine Vergrößerung von 3.5 erreicht. Dies ergibt eine Mindestbildbreite von 3.0 mm, mit der ca. zweieinhalbmal die Rayleighwellenlänge formatfüllend dargestellt ist.

Die Auflösungsgenauigkeit des Radius beträgt somit 2.3% bei Kamera 1 bzw. 1.1% bei Kamera 2.

Folgende Tabelle listet die gewählten Vergrößerungen auf:

Kamera	Auflösung	Bild horizontal	Bild vertikal	Größe der Pixel
1	210 Pixel/mm	3.6 mm	2.7 mm	4.6 μm
2	440 Pixel/mm	3.0 mm	2.3 mm	2.2 μm

Tabelle 3: Auflösungen der Videokameras

Bei der stroboskopischen Aufnahme wurde die LED mit einer Blitzdauer von $\Delta t = 0.1 \mu\text{s}$ synchron zur Anregung²⁰ ausgelöst, womit eine Bewegungsunschärfe bei einer Anfangsstrahlgeschwindigkeit von $v_{f,0} \leq 5 \text{ m/s}$ ausgeschlossen ist. Unschärfen der Bilder ergeben sich somit nur durch stochastische Einflüsse der Luftturbulenz.

Daneben kann man Einzelblitze erzeugen, die sowohl mit der Bildfrequenz der Kamera als auch mit der Anregungsfrequenz synchronisiert sind²¹. Ein Triggerconditioner, der beide Synchronisationssignale empfängt, wartet nach dem Empfang des Triggers von der Videokamera auf den nächsten Triggerimpuls des Frequenzgenerators (Clock) und löst dann einen Blitz aus.

Da die LED das Gesichtsfeld der Videokamera ungleichmäßig ausleuchtet, ist es zweckmäßig, eine Aufnahme dieser Hintergrundbeleuchtung (Nullbild) zu machen, um danach die Strahlaufnahmen in ihrem Kontrast maximieren zu können. Das Nullbild beinhaltet die lokale Maximalhelligkeit eines Bildes, die durch Objekte, die sich zwischen die Lichtquelle und die Kamera schieben, nur noch abgeschwächt werden kann. Die Aufnahmen des Strahls sind also immer Bruchteile dieser Hintergrundhelligkeit, so daß durch eine Division mit dem Nullbild ein maximaler Kontrast

²⁰Signalpfad 1 in Abbildung 5.4

²¹Signalpfad 2 in Abbildung 5.4

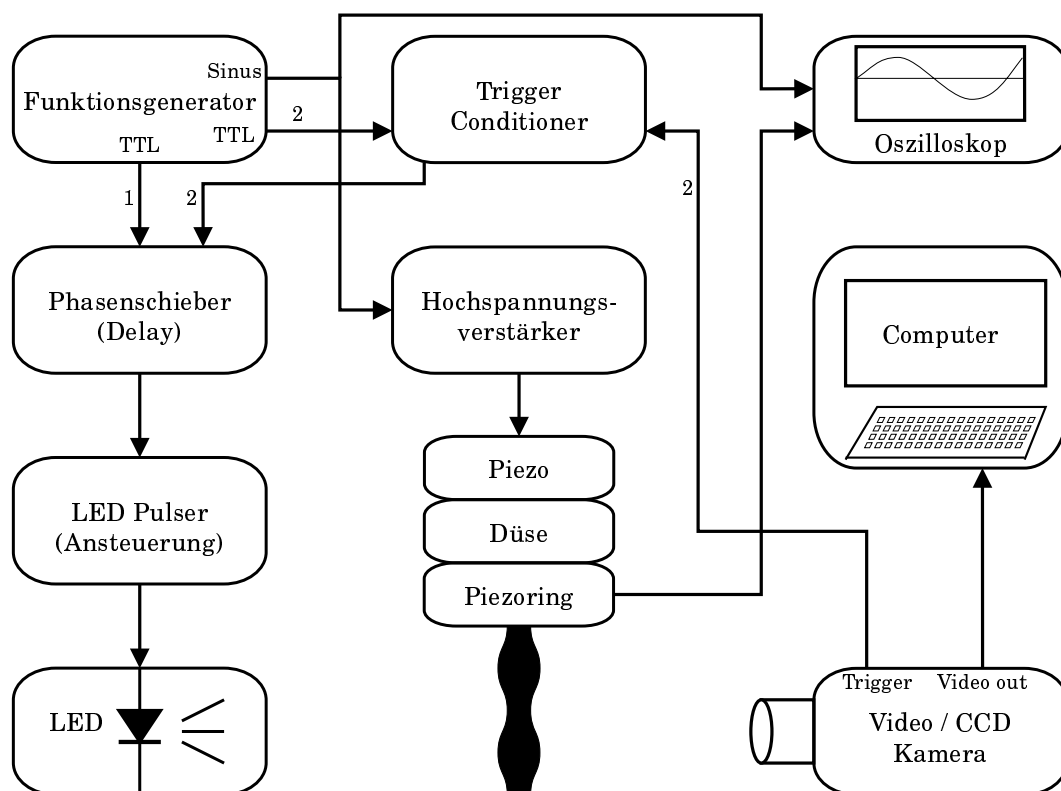


Abbildung 5.4: Schema des Signalflusses

erreicht wird. Dazu wurde ein Algorithmus programmiert, welcher auch im Batchbetrieb eingesetzt werden kann, um in kurzer Zeit ganze Sequenzen in ihrem Kontrast zu verbessern.

5.4 Auswertung der Videobilder

Um die in den Videobildern enthaltenen Daten über den Oberflächenverlauf weiterverarbeiten zu können, ist es zweckmäßig, in jeder vertikalen Pixelreihe die Position des oberen und des unteren Strahlrandes zu ermitteln und in numerischer Form abzuspeichern. So wurde ein Programm entwickelt, das sich nach Angabe des Startbereiches selbstständig die Oberfläche sucht und sich an ihr bis zum Strahlende entlangtastet. Für jede vertikale Pixelreihe stromabwärts wird hierbei eine automatische Grauwertspreizung und eine Anpassung des Schwellwertes durchgeführt, damit Helligkeitsunterschiede zwischen den Bildbereichen keinen Einfluß auf die Bestimmung der Oberflächenkontur haben. Der Strahl wird auf beiden Seiten der Oberfläche in Strömungsrichtung so lange verfolgt, wie ein ausreichender Kontrastgradient zwischen Strahl und Umgebung vorhanden ist. Diese Nebenbedingung ist notwendig, da das Bild des Strahls durch stochastische Einflüsse der Gasströmung in Verbin-

dung mit der stroboskopischen Beleuchtung Unschärfen aufweist und eine weitere Auswertung nicht sinnvoll ist. Die Positionen der oberen und unteren Kontur werden einzeln erfaßt und so skaliert, daß sie die realen Größenverhältnisse wiedergeben. Durch eine Interpolation zwischen den Grauwerten erhält man Positionsangaben im Subpixelbereich, wodurch man theoretisch ein 256-faches Oversampling erreicht. In der Praxis hat sich jedoch gezeigt, daß maximal eine Genauigkeit erreicht wird, die etwa einem 20-fachen Oversampling entspricht. Da ab diesem Punkt die Weiterverarbeitung der Daten in 'Mathematica' durchgeführt wird, legt das Programm die Konturen der Oberflächen im 'ASCII'-Format ab.

5.5 Faltung der ausgewerteten Oberflächen

Zur Berechnung der Krümmungsradien der Strahloberfläche sind die Originaldaten nicht geeignet, da infolge des Aufnahmesystems und der Auswertung eine hochfrequente Störung (Rauschen) vorhanden ist. Deshalb ist es sinnvoll, vor der Weiterverarbeitung der Daten eine Faltung vorzunehmen. Die Faltung beinhaltet folgende Schritte:

- Diskrete Fouriertransformation des Datensatzes.
- Abschneiden der hohen Frequenzen (kleinen Wellenlängen) durch Multiplikation mit einem Kern.
- Rücktransformation in den Ortsbereich.

Des weiteren ist es notwendig, die Daten der Oberflächen in Bereichen abzuschneiden, wo folgende Bedingungen gegeben sind:

1. Der Strahl ist aufgrund der Gasturbulenz stochastisch abgelenkt und somit nicht mehr scharf auf dem Videobild zu erkennen.
2. Die Oberflächenwelle bricht sich und führt zu einer Sprungstelle in der ersten Ableitung.
3. Es treten Unstetigkeiten aufgrund einzelner Pixelstörungen auf. Hier ist eine weitere Auswertung nicht mehr sinnvoll.

Dieses Abschneiden wird bei jedem Datensatz von Hand ausgeführt, da hier ein automatisches Verfahren zu aufwendig wäre und eine visuelle Kontrolle am zuverlässigsten ist.

Vergleicht man die Daten nach der Faltung mit den Originalkonturen, so ergibt sich bei kleiner Gasreynoldszahl ein mittlerer Fehler zwischen 0.10 und 0.30 Pixel. In Abbildung 5.5 ist ein Beispiel eines Strahls mit einer Frequenz von $f = 5.0 \text{ kHz}$ und $Re_g = 0$ zu sehen. Aufgrund der kleinen Gradienten ergibt sich eine sehr kleine Differenz zwischen der Originalkontur und der Faltung, die zum großen Teil auf das Rauschen zurückzuführen ist. Die Auswertung der Videobilder mittels Interpolation verbessert die Bestimmung der Oberflächenkontur um einen Faktor 1.5 – 5.

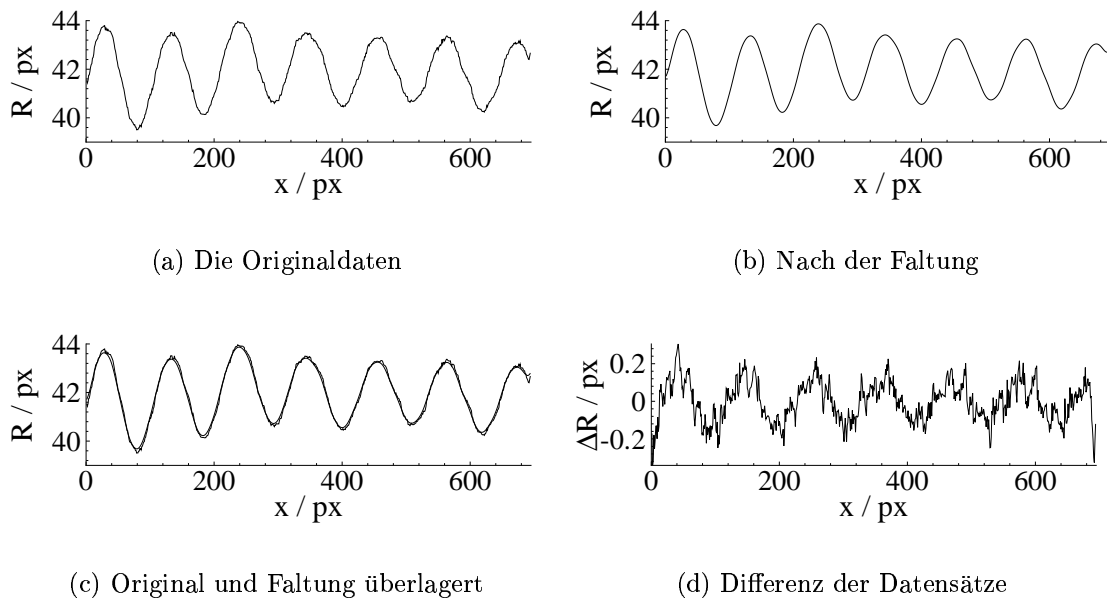


Abbildung 5.5: Glättung der Daten aus der Bildanalyse, $Re_g = 0$.

Bei höherer Gasgeschwindigkeit und damit bei größeren Gradienten wird die Genauigkeit der Approximation - absolut gesehen - schlechter, die relativen Fehler sind jedoch von gleicher Größenordnung. Abbildung 5.6 zeigt einen Strahl mit $f = 5.0 \text{ kHz}$ bei $Re_g = 1415$. Die größten Differenzen treten an den Stellen auf, wo der Gradient der Oberfläche vom Betrag groß ist.

- Abbildung 5.5 mittlerer Fehler: 0.0812 Pixel bei einer Amplitude von 5 Pixeln
 \Rightarrow relativer Fehler von 1.6 %.
- Abbildung 5.6 mittlerer Fehler: 0.712 Pixel bei einer Amplitude von 40 Pixeln
 \Rightarrow relativer Fehler von 1.7 % .

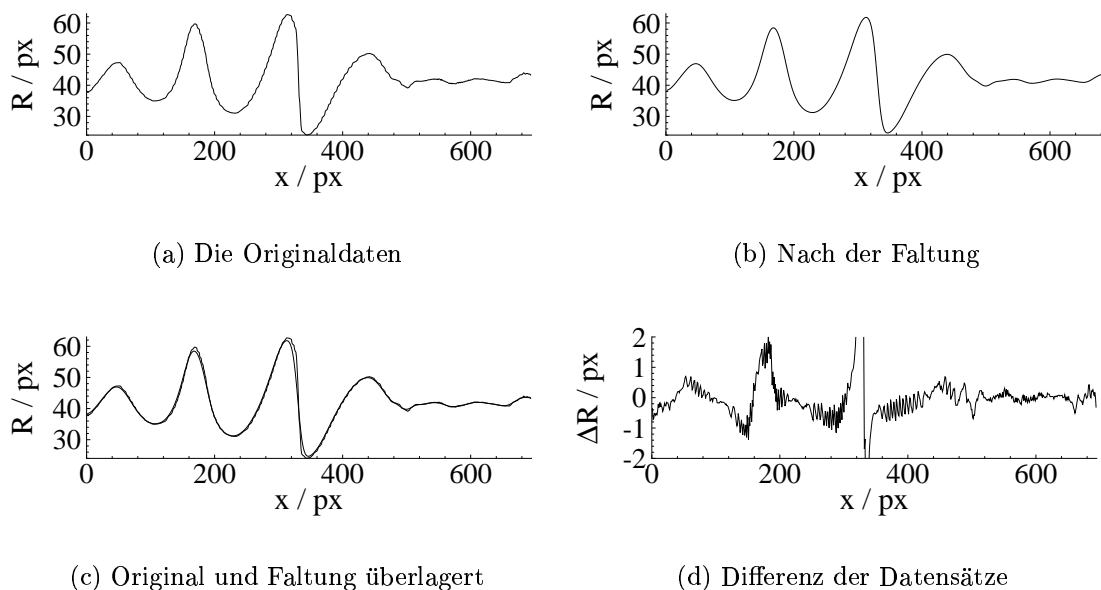


Abbildung 5.6: Glättung der Daten aus der Bildanalyse, $Re_g = 1415$.

5.6 Ableitungen der Oberflächenkontur

Zur Berechnung des lokalen Krümmungsdruckes nach Gleichung 5.21 auf Seite 40 wird der Verlauf des Radius $R(x)$ mit seiner ersten und seiner zweiten Ableitung benötigt. Die Berechnung der 1. und 2. Ableitung erfolgt durch folgendes Differenzenschema:

$$R'(x) = \frac{R(x_{i+1}) - R(x_{i-1}))}{2\Delta x}; \quad R''(x) = \frac{R(x_{i+1}) - 2 \cdot R(x_i) + R(x_{i-1}))}{(\Delta x)^2}. \quad (5.1)$$

mit $\Delta x = x_{i+1} - x_i$.

Durch die Faltung des Datensatzes ergibt sich ein glatter Verlauf der ersten und zweiten Ableitung. Ohne die Faltung wäre eine sinnvolle Berechnung der Ableitungen überhaupt nicht möglich, wie es Abbildung 5.7 demonstriert.

5.7 Berechnung des Krümmungsdruckes

Es gibt verschiedene Formen, eine zweidimensionale Oberfläche im R^3 zu definieren. Wird eine Darstellung in Parameterform mit den beliebigen Parametern²² u und v

²²Die Symbole aus diesem Kapitel tauchen nicht im Symbolverzeichnis auf, sofern sie nicht noch an anderer Stelle benutzt werden.

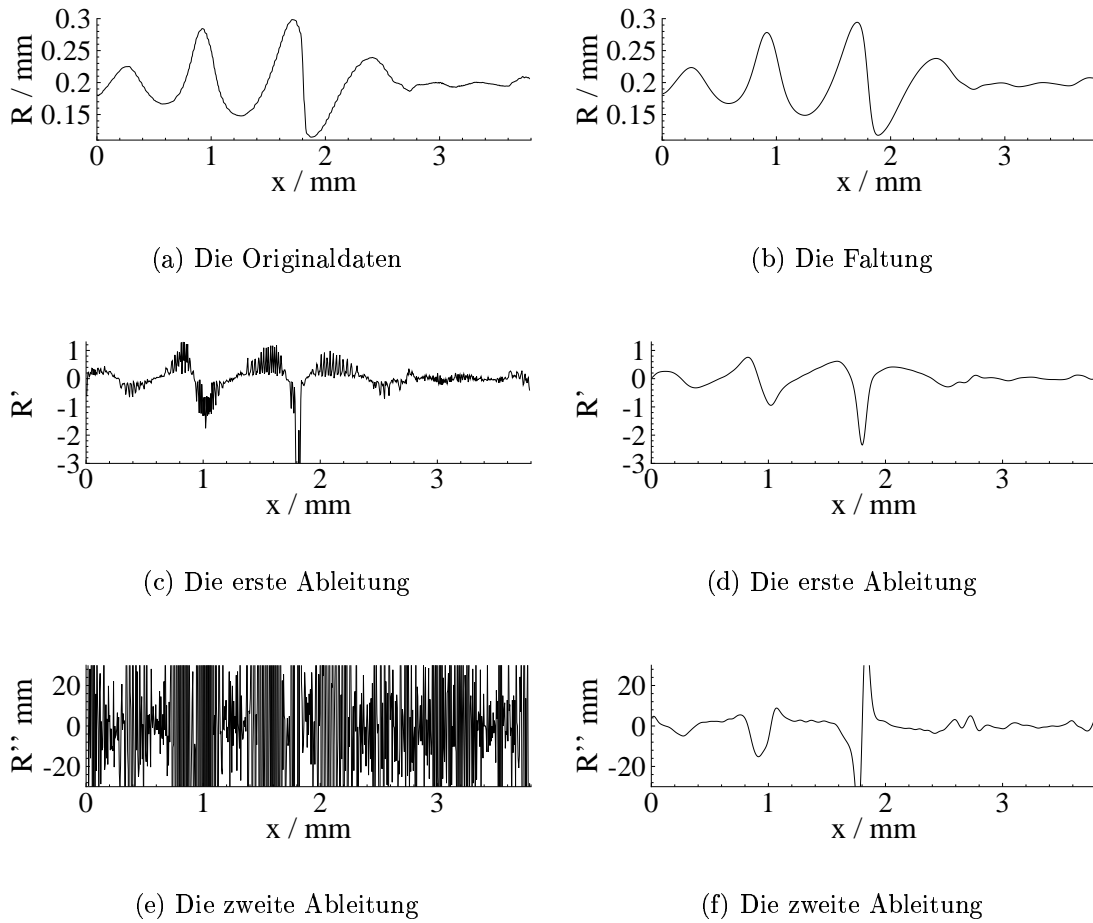


Abbildung 5.7: Einfluß der Faltung auf Oberfläche und deren Ableitungen

gewählt, so gilt:

$$\vec{r}(u, v) = x(u, v)\vec{e}_x + y(u, v)\vec{e}_y + z(u, v)\vec{e}_z. \quad (5.2)$$

Hierin sind u und v die Parameter, die die Fläche aufspannen und damit ein Netz von krummlinigen Koordinatenlinien bilden. Sei $\vec{r}(u, v)$ eine stetige, zweifach differenzierbare Abbildung von $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$. Jedem Tupel $\langle u, v \rangle$ ist dann ein eindeutiger Flächenpunkt $P(u, v)$ zugeordnet. Für die Tangentenvektoren des begleitenden Dreibeins folgt:

$$\vec{r}_u(u, v) = \frac{\partial x(u, v)}{\partial u}\vec{e}_x + \frac{\partial y(u, v)}{\partial u}\vec{e}_y + \frac{\partial z(u, v)}{\partial u}\vec{e}_z, \quad (5.3)$$

$$\vec{r}_v(u, v) = \frac{\partial x(u, v)}{\partial v}\vec{e}_x + \frac{\partial y(u, v)}{\partial v}\vec{e}_y + \frac{\partial z(u, v)}{\partial v}\vec{e}_z. \quad (5.4)$$

Der Normalenvektor \vec{N} , der senkrecht auf der Tangentialebene steht, ergibt sich zu:

$$\vec{N} = \frac{\vec{r}_u \times \vec{r}_v}{|\vec{r}_u \times \vec{r}_v|}. \quad (5.5)$$

5.7.1 Metrische Eigenschaften von Flächen

Liegt die Fläche in einer Form $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$ vor und gilt $u = u(t)$, $v = v(t)$, stellt $\vec{r}(t) = \vec{r}(u(t), v(t))$ eine Kurve auf der Fläche dar. Damit ist

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}_u \frac{du}{dt} + \vec{r}_v \frac{dv}{dt}. \quad (5.6)$$

Die Länge eines Bogens auf der Fläche zwischen zwei Punkten $P_0(u, v)$ und $P_1(u + du, v + dv)$ läßt sich angenähert durch das Differential der Bogenlänge bzw. das Linienelement auf der Fläche

$$ds^2 = (d\vec{r})^2 = E du^2 + 2F du dv + G dv^2 \quad (5.7)$$

berechnen, wobei die drei Koeffizienten

$$E = \vec{r}_u^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial u}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial u}\right)^2 \quad (5.8)$$

$$F = \vec{r}_u \vec{r}_v = \frac{\partial x}{\partial u} \frac{\partial x}{\partial v} + \frac{\partial y}{\partial u} \frac{\partial y}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial u} \frac{\partial z}{\partial v} \quad (5.9)$$

$$G = \vec{r}_v^2 = \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial v}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial v}\right)^2 \quad (5.10)$$

für den Punkt P_0 zu bilden sind.

Die Gleichung 5.7 wird als die erste Fundamentalform der Fläche bezeichnet und beschreibt die metrischen Eigenschaften von Flächen.

5.7.2 Krümmungseigenschaften von Flächen

Die Krümmungseigenschaften von Flächen werden durch die zweite Fundamentalform der Fläche beschrieben:

$$- d\vec{N} d\vec{r} = L du^2 + 2M du dv + N dv^2. \quad (5.11)$$

Die Koeffizienten L, N und M werden mit folgenden Gleichungen berechnet:

$$L = \vec{r}_{uu} \vec{N} = \frac{l}{\sqrt{EG - F^2}}, \quad (5.12)$$

$$N = \vec{r}_{vv} \vec{N} = \frac{n}{\sqrt{EG - F^2}}, \quad (5.13)$$

$$M = \vec{r}_{uv} \vec{N} = \frac{m}{\sqrt{EG - F^2}}. \quad (5.14)$$

In den Zählern der Gleichungen 5.12-5.14 stehen die Determinanten:

$$l = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 x}{\partial u^2} & \frac{\partial^2 y}{\partial u^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial u^2} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{vmatrix}, \quad m = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 x}{\partial u \partial v} & \frac{\partial^2 y}{\partial u \partial v} & \frac{\partial^2 z}{\partial u \partial v} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{vmatrix}, \quad n = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 x}{\partial v^2} & \frac{\partial^2 y}{\partial v^2} & \frac{\partial^2 z}{\partial v^2} \\ \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial v} \end{vmatrix}.$$

Die gesamte Herleitung der ersten und der zweiten Fundamentalform ist in [57] beschrieben. Durch die insgesamt 6 Koeffizienten lassen sich die metrischen Eigenschaften und die Krümmungseigenschaften von Flächen bzw. Linienelementen auf diesen Flächen beschreiben.

5.7.3 Hauptkrümmungsradien

Werden die Hauptkrümmungen an einem Punkt mit k_1 und k_2 und die Hauptkrümmungsradien mit $R_1 = 1/k_1$ und $R_2 = 1/k_2$ bezeichnet, folgt für die Gaußsche Krümmung $K = k_1 k_2$ und für die mittlere Krümmung $H = (k_1 + k_2)/2$. In Abhängigkeit der 6 Koeffizienten lassen sich die Gaußsche Krümmung K und die mittlere Krümmung H wie folgt angeben:

$$K = \frac{L N - M^2}{E G - F^2} \tag{5.15}$$

$$H = \frac{L G - 2 F M + E N}{2 (E G - F^2)} \tag{5.16}$$

Weitere Transformationen führen dazu, daß die Hauptkrümmungen k_1 und k_2 die Lösungen der folgenden quadratischen Gleichung sind:

$$k^2 - 2 H k + K = 0. \tag{5.17}$$

Nimmt man eine achsensymmetrische Konfiguration an, so ist mit der Funktion $R(x)$ der Oberflächenverlauf vollkommen beschrieben.

$$k^2 - \frac{R''(z)}{R(z) (1 + R'(z)^2)^2} + \frac{k (1 + R'(z)^2 - R(z) R''(z))}{(1 + R'(z)^2) \sqrt{R(z)^2 (1 + R'(z)^2)}} = 0. \tag{5.18}$$

Es ergeben sich dann für die Hauptkrümmungsradien R_1 und R_2 die nachfolgenden Hauptkrümmungsradien:

$$R_1 = \sqrt{R(x)^2 (1 + R'(x)^2)} \tag{5.19}$$

$$R_2 = \frac{(1 + R'(x)^2)^{\frac{3}{2}}}{R''(x)}. \quad (5.20)$$

Für die Hauptkrümmungsradien ist somit folgender funktionaler Zusammenhang gegeben:

$$R_1, R_2 = f[R(z), R'(z), R''(z)].$$

Mit der Young-Laplace-Gleichung gilt für den Drucksprung über eine gekrümmte Oberfläche hinweg:

$$\Delta p = (p_{innen} - p_{außen}) = \sigma \left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2} \right). \quad (5.21)$$

5.8 Lokale Kräftebilanz mittels einer Lösung der Potentialgleichung

Auf die Oberfläche eines angeströmten Strahls wirken zwei Kräfte:

Zum einen bewirkt die Oberflächenspannung eine Druckerhöhung im Inneren des Strahls, die lokal von den Hauptkrümmungsradien abhängt. Zum anderen wirken durch Druckgradienten in der Außenströmung ebenfalls lokal unterschiedliche Kräfte auf die Strahloberfläche. Erst die Summe dieser Kräfte ermöglicht eine Aussage über die Stabilität und Anregung der Wellen.

Über die Außenströmung werden einige Annahmen formuliert, die gegeben sein müssen, um einer potentialtheoretischen Lösung Gültigkeit zu verleihen.

- Die zeitliche Änderung der Gasgeschwindigkeit ist gering.
 \implies Da während einer Messung der anliegende Gasdruck nicht verändert wird, ist die Annahme, daß keine zeitliche Änderung der Gasgeschwindigkeit erfolgt, plausibel.
- Die Strahloberfläche kann als quasistationär angesehen werden.
 \implies Die Strahloberfläche hat eine Eigengeschwindigkeit $< 5\text{m/s}$. Da die Gasgeschwindigkeit um ein Vielfaches höher ist, kann die Formänderung der Oberfläche als quasistationär angesehen werden.
- Die Grenzschichtdicke der Gasströmung ist klein, und es findet keine Ablösung statt.
 \implies Da die Gasströmung innerhalb der Düse beschleunigt wird, liegt am Austritt eine dünne Grenzschicht vor. Zusätzlich werden die Strahlen nur wenige

Strahldurchmesser stromabwärts aufgenommen. Somit kann für den gesamten beobachteten Bereich von einer kleinen Grenzschicht ausgegangen werden. Sofern die Oberfläche des Strahls scharf ist, kann eine Ablösung ausgeschlossen werden.

- Das Gas kann als inkompressibel und nichtviskos angesehen werden.
 \implies Aufgrund einer kleinen Machzahl ($Ma \leq 0.2$), kann das Gas als inkompressibel angesehen werden. In der Außenströmung, die mit der Potentialtheorie berechnet wird, ist die Viskosität wie in der klassischen Tragflügelberechnung vernachlässigt.

Im folgenden ist dargestellt, wie eine potentialtheoretische Lösung für die Umströmung des angeregten Flüssigkeitsstrahls gefunden werden kann, um die lokalen aerodynamischen Kräfte abzuschätzen, die auf die Wellenberge und -täler wirken. In dieser Lösung wird von einer konstanten parallelen Anströmung des Flüssigkeitsstrahls ausgegangen, die sich dem modulierten Strahl anlegt. Die Potentialtheorie beschreibt die rotationsfreie Strömung eines nichtviskosen, inkompressiblen Fluids unter Erfüllung der kinematischen Randbedingung. Als Lösungen der Potentialgleichung

$$\Delta\Phi = 0 \tag{5.22}$$

im R^3 existieren die Punktquelle (Monopol) und die Parallelströmung sowie der Dipol.

Das Potential einer Punktquelle am Ort $(x_p, 0, 0)$ mit Quellstärke q hat folgende Form:

$$Q = -\frac{q}{4\pi\sqrt{(x-x_p)^2 + y^2 + z^2}}. \tag{5.23}$$

Das Potential einer Parallelströmung in x-Richtung:

$$Q = v_\infty x. \tag{5.24}$$

Da die Potentiale Lösungen einer linearen, homogenen Differentialgleichung sind, ist auch eine beliebige Summe der Einzelpotentiale eine Lösung. Dies ermöglicht es, die Umströmung des angeregten achsensymmetrischen Freistrahls zu modellieren. Dazu werden Punktquellen auf der Achse positioniert, deren Quellstärken so berechnet werden, daß die Außenströmung nur tangential zu der Oberfläche des Strahls verläuft und somit die kinematische Randbedingung erfüllt.

Da die Gasströmung im Außenraum als inkompressibel angesehen werden kann und die Gasgeschwindigkeit um ein Vielfaches größer ist als die Transitionsbewegung des Flüssigkeitsstrahls, ist es zulässig, die Oberfläche des Strahls als festen Rand des Strömungsgebietes anzusehen. Die Oberfläche des Strahls wird hierbei durch die optische Messung vorgegeben. Auf der Achse werden nun N Quellen bzw. Senken Q_i an den Orten x_i verteilt, deren Stärke q_i zunächst unbekannt ist. Das Potential der Strömung ist dann die Summe aus dem Potential der Parallelströmung und der Summe der Quellen auf der Strahlachse:

$$\Phi = v_\infty x - \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{4\pi \sqrt{(x-x_i)^2 + y^2 + z^2}}. \quad (5.25)$$

Der Geschwindigkeitsvektor ergibt sich zu:

$$\vec{V}(x, y, z) = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_\infty + \sum_{i=1}^N q_i \frac{(x-x_i)}{4\pi((x-x_i)^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \\ \sum_{i=1}^N q_i \frac{y}{4\pi((x-x_i)^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \\ \sum_{i=1}^N q_i \frac{z}{4\pi((x-x_i)^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \end{pmatrix}. \quad (5.26)$$

Die kinematische Randbedingung gibt nun vor, daß der Geschwindigkeitsvektor $\vec{V} = (v_x, v_y, v_z) = (\partial\Phi/\partial x, \partial\Phi/\partial y, \partial\Phi/\partial z)$ an den Orten $\vec{X}_j = (x_j, 0, R(x_j))$ tangential zur Oberfläche verläuft:

$$\frac{v_z(\vec{X}_j)}{v_x(\vec{X}_j)} = R'(x_j) \implies v_z(\vec{X}_j) - v_x(\vec{X}_j)R'(x_j) = 0. \quad (5.27)$$

Dies führt zu N Gleichungen mit N unbekanntenen Quellstärken q_i , die durch die Lösung des linearen Gleichungssystems $\underline{\mathbf{a}} \cdot \vec{q} = \vec{b}$ bestimmt werden können, mit

$$\underline{\mathbf{a}} = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & \cdots & a_{NN} \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} v_\infty R'(x_1) \\ \vdots \\ v_\infty R'(x_N) \end{pmatrix} \quad \text{und den} \quad (5.28)$$

$$a_{ij} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{R(x_j)}{((x_j - x_i)^2 + R(x_j)^2)^{3/2}} - R'(x_j) \frac{(x_j - x_i)}{((x_j - x_i)^2 + R(x_j)^2)^{3/2}} \right). \quad (5.29)$$

5.9 Potentiale mit der Form eines Kegelmantels

Es hat sich herausgestellt, daß die Punktquellen auf der Achse der rotationssymmetrischen Konfiguration sich nicht dazu eignen, die Strömung um Störungen mit

Wellenlängen zu beschreiben, die kürzer sind als 1/4 der Kapillarwellenlänge. Deswegen sollen nun Quellen benutzt werden, deren Potential auf einem Kegelmantel ‘verschmiert’ sind.

Seien R_i die Radien des Flüssigkeitsstrahls an den Punkten x_i . Durch die parametrisierte Form $\vec{F}(\tilde{x}, \varphi) = (\tilde{x}, r(\tilde{x}) \sin(\varphi), r(\tilde{x}) \cos(\varphi))$ und die Funktion $r(\tilde{x})$ mit linearem Verlauf zwischen den Punkten $(x_i, \tau \cdot R_i)$ und $(x_{i+1}, \tau \cdot R_{i+1})$ werden Kegelmantelflächen beschrieben, die die Oberfläche des Strahls annähern und ebenfalls rotationssymmetrisch sind. Der Faktor τ wird eingeführt, um die Kegelmantelflächen nicht direkt auf der Oberfläche des Strahls zu konstruieren, sondern sie dicht darunter zu plazieren. Ansonsten wird der Integrand des zu berechnenden Integrals singulär. Im Zweidimensionalen ist das Integral zwar beschränkt und hat einen konstanten Wert, im 3D läßt es sich jedoch nicht geschlossen angeben.

Belegt man nun diese Flächen mit konstanten Quellstärken q_i , so ist die Lösung der Potentialgleichung ebenfalls rotationssymmetrisch. Das Potential dieser flächenhaften Quellen läßt sich wie folgt beschreiben:

$$Q_i = \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_0^{2\pi} \frac{-q_i}{4\pi \sqrt{(x - F_x(\tilde{x}, \varphi))^2 + (y - F_y(\tilde{x}, \varphi))^2 + (z - F_z(\tilde{x}, \varphi))^2}} d\varphi d\tilde{x}. \tag{5.30}$$

Das Ziel ist es nun, die Quellstärken so zu berechnen, daß die kinematische Randbedingung an den Orten $\vec{X}_j = ((x_j + x_{j+1})/2, (R_j + R_{j+1})/2)$ erfüllt ist.

Die Geschwindigkeiten erhält man wieder durch Differentiation des Potentials, z.B.

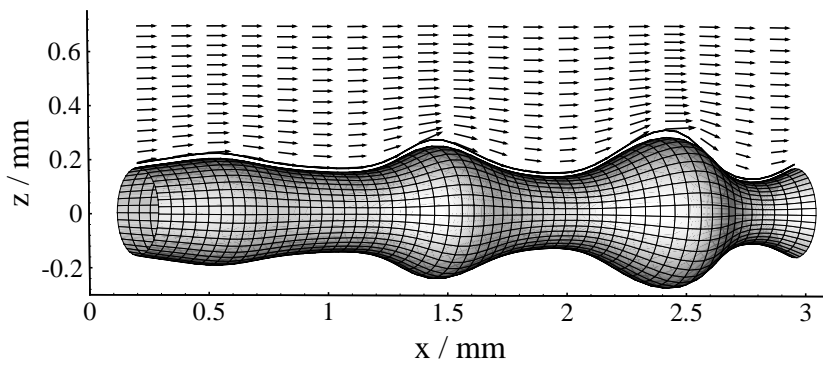
$$\begin{aligned} v_x &= \frac{\partial Q_i}{\partial x} \tag{5.31} \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_0^{2\pi} \frac{-q_i}{4\pi \sqrt{(x - F_x(\tilde{x}, \varphi))^2 + (y - F_y(\tilde{x}, \varphi))^2 + (z - F_z(\tilde{x}, \varphi))^2}} d\varphi d\tilde{x} \\ &= \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_0^{2\pi} \frac{\partial}{\partial x} \frac{-q_i}{4\pi \sqrt{(x - F_x(\tilde{x}, \varphi))^2 + (y - F_y(\tilde{x}, \varphi))^2 + (z - F_z(\tilde{x}, \varphi))^2}} d\varphi d\tilde{x} \\ &= q_i \cdot \int_{x_i}^{x_{i+1}} \int_0^{2\pi} \frac{(x - F_x(\tilde{x}, \varphi))}{4\pi ((x - F_x(\tilde{x}, \varphi))^2 + (y - F_y(\tilde{x}, \varphi))^2 + (z - F_z(\tilde{x}, \varphi))^2)^{3/2}} d\varphi d\tilde{x} \end{aligned}$$

Da der Integrand stetig differenzierbar konstruiert wird, darf die Integration mit der Differentiation vertauscht werden. Hierzu ist es jedoch notwendig, daß der Nenner nicht null wird, was dann der Fall wäre, wenn der Aufpunkt $\vec{X}_j = (x_j, y_j, z_j)$ auf den Quellflächen zu liegen käme. Deshalb wurde der Faktor τ eingeführt, der so klein zu

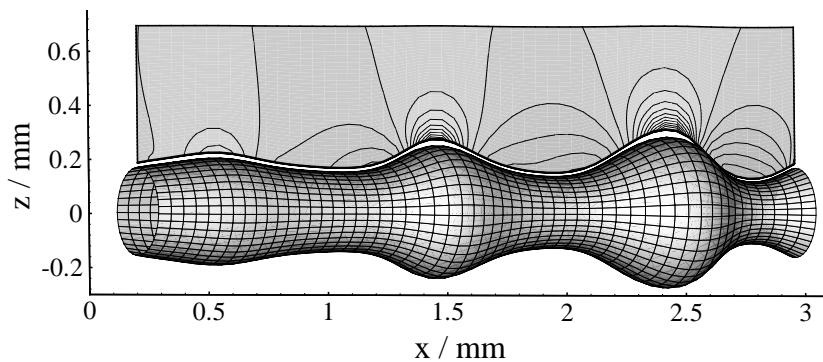
wählen ist, daß die Integration, die numerisch durchgeführt wird, keine zu großen Gradienten und Krümmungen bewältigen muß. Ansonsten steigt der numerische Aufwand, ohne daß es einen Vorteil hätte.

Zu jedem Aufpunkt \vec{X}_j müssen so viele Integrale numerisch gelöst werden, wie Quellen vorhanden sind. Sind $I_{x,ij}$ und $I_{z,ij}$ die Integrale der Quellen i , für den Aufpunkt j , so entsteht analog zu den Punktquellen ein Gleichungssystem mit den $a_{ij} = (I_{z,ij} - R'(x_j)I_{x,ij})$.

In Abbildung 5.8 sind die kegelmantelförmigen Quellen mit dem daraus folgenden Geschwindigkeitsfeld 5.8(a) und dem Druckverlauf 5.8(b) mit Isobaren dargestellt. Die Abbildungen zeigen einen Strahl, der mit $f = 3.129$ kHz angeregt wurde bei einer Reynoldszahl von $Re_g = 900$.



(a) Vektordarstellung



(b) Isobaren

Abbildung 5.8: Potentiallösung mit Quellen in Kegelmantelform

6 Ergebnisse

6.1 Stabilität des Strahls

Die Potentiallösung aus Kapitel 5.8 bietet sich an, um eine theoretische Untersuchung der Strahlstabilität durchzuführen. Aus der Potentiallösung läßt sich berechnen, ob die Wellen eines konstruierten Strahls angefacht werden oder nicht. Anfachtung ist dann vorhanden, wenn der Gesamtdruck, die Summe aus Krümmungsdruck und statischem Druck, an der Spitze eines Wellenberges geringer ist, als auf der Flanke oder im Wellental. Um eine Stabilitätskurve zu berechnen, wurden Strahlen mit dem Durchmesser $d = 0.4 \text{ mm}$, der Wellenlänge²³ $0.0625 \leq l = \lambda/\lambda_R \leq 1.25$ und der Anregungsamplitude $0.01 \leq \alpha \leq 0.8$ konstruiert. Die Gleichung des Radius lautet dazu:

$$R(x) = \frac{d}{2} \cdot \left(1 + \alpha \cdot \sin \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right) \right), \quad \frac{dR(x)}{dx} = \frac{d \alpha \pi}{\lambda} \cdot \cos \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right), \quad (6.1)$$

$$\frac{d^2 R(x)}{dx^2} = -\frac{2 d \alpha \pi^2}{\lambda^2} \cdot \sin \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right). \quad (6.2)$$

Diese Gleichungen liefern mit der Young- Laplace- Gleichung (5.21) den Krümmungsdruck, der durch die Oberflächenspannung hervorgerufen wird. Aus der Lösung der Potentialgleichung können die lokalen Drücke in der Gasströmung berechnet werden.

Abbildung 6.1 zeigt das Ergebnis dieser Berechnungen in einem Stabilitätsdiagramm. Als Maß der Stabilität wird die Druckdifferenz zwischen der Spitze des Wellenberges und der Flanke des Strahls genommen. Ist diese positiv, so bewirkt der Druckgradient entlang der Oberfläche, daß die Flüssigkeit vom Berg zur Flanke hin beschleunigt wird, und die Amplitude des Wellenberges abnimmt. Auf den Kurven ist diese Druckdifferenz gleich null. Oberhalb der Kurven sind die Strahlen als instabil zu bezeichnen, unterhalb der Kurven als stabil. Bei $l \geq 1$ muß der Strahl generell instabil sein, weil nach Rayleigh die Oberflächenspannung zur Abschnürung des Strahls führt.

Erstaunlich ist die Tatsache, daß die Stabilitätskurven sich im Bereich $l = 1$ für hohe Anfangsamplitude zu höheren Reynoldszahlen und zu größeren Wellenlängen verschieben. Da diese Stabilitätsbetrachtung - ausgehend von einem Anfangszustand - extrapoliert, um Aussagen über die generelle Stabilität zu machen, sind die Ergebnisse natürlich mit Vorsicht zu betrachten. Ein nichtlineares Verhalten der Störungen

²³Im folgenden wird l für die normierte Wellenlänge eingesetzt: $l := \lambda/\lambda_R = \lambda/\pi d$.

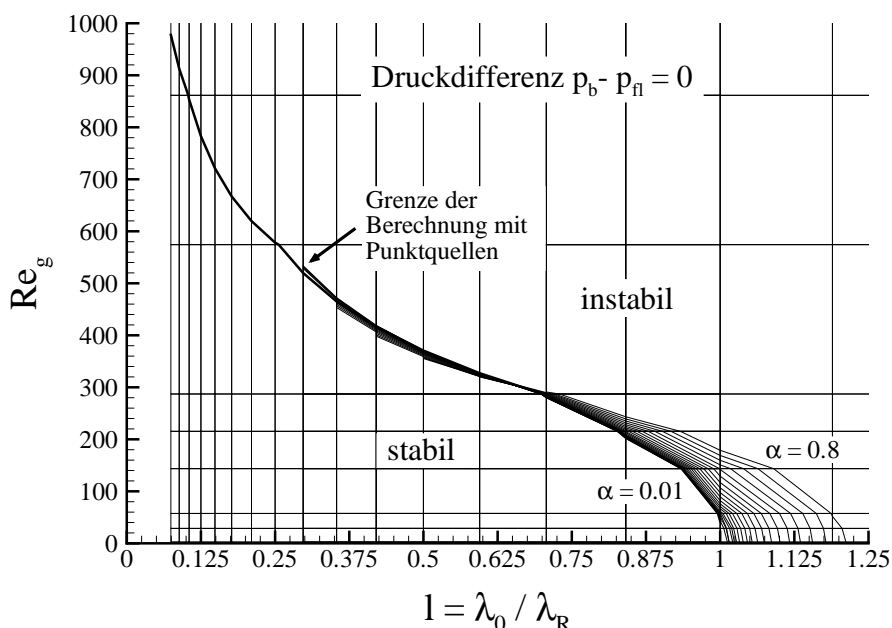


Abbildung 6.1: Stabilitätsdiagramm aus den Lösungen der Potentialgleichung

ist durch den Ansatz ausgeschlossen. In der Realität sind jedoch bei großen Amplituden Nichtlinearitäten zu erwarten, die die Stabilität des Strahls beeinflussen. Dies wird im experimentellen Teil dieser Arbeit das Hauptthema sein.

Die Wellen sind per definitionem zunächst sinusförmig. Über die Art und Weise, wie sich ein Strahl abschnürt, und welche Zwischenformen er dabei annimmt, sagt die Theorie nichts aus. Sicher ist nur, daß die Tropfen eines Strahls, der durch die *Oberflächenspannung* abgeschnürt wurde, eine geringere Gesamtoberfläche besitzen, als der Strahl sie hatte. Im dem Fall des durch hohe Amplitude stabileren Strahls im Wellenbereich $l > 1$, wird sich die Oberfläche zunächst deformieren, um dann ebenfalls abzuschneiden. Zur Interpretation der Kurven für $l > 0.65$, wo die Strahlen mit Störungen größerer Amplitude stabiler sind, muß dann davon ausgegangen werden, daß es an der Annahme einer *sinusförmigen* Oberfläche und an dem Stabilitätskriterium liegt, daß für diese Strahlen Stabilität vorausgesagt wird. Folglich führen die Störungen ebenfalls zur Instabilität des Strahls.

Am Punkt $l = 0.65$ findet eine Inversion der Stabilitätskurven statt. Hier ist ein Strahl mit großer Amplitude instabiler als ein Strahl mit kleiner Amplitude. Dies bedeutet, daß eine Störung während des Zerfalls theoretisch sinusförmig bleiben könnte, was jedoch nicht wahrscheinlich ist.

Wichtig ist der Punkt bei $l = 0.275$, der mit einem Pfeil markiert ist. Hier versagt die Potentiallösung mit Punktquellen auf der Achse, und es kann keine sinnvolle

Lösung mehr berechnet werden. Die Quellstärken fangen bei kurzen Wellenlängen an stark zu oszillieren, und ihr Betrag wird sehr groß, was dazu führt, daß die Geschwindigkeiten in Hauptströmungsrichtung in benachbarten Aufpunkten unterschiedliche Vorzeichen besitzen. Deswegen werden von diesem Punkt an Quellen in Kegelmantelform eingesetzt, um auch für die kürzeren Wellenlängen eine Lösung zu erhalten.

6.1.1 Grenzen der Potentiallösung auf der Basis von Punktquellen

Der Grund für die Oszillationen liegt darin, daß die größte Krümmung, die durch einen Dipol im äußeren Strömungsfeld hervorgerufen werden kann, gleich dem reziproken Abstand $1/R$ zwischen dem Aufpunkt und dem Dipol ist.

Versucht man der Mantelfläche des Strahls eine kleinere Krümmung aufzuzwingen, so liefert die Lösung des Gleichungssystems Quellstärken, die so groß sind, daß der Aufpunkt nicht mehr in der ehemals parallelen Außenströmung, sondern in der Innenströmung zwischen Quelle und Senke des Dipols zu liegen kommt. Die Quellstärken sind so groß, daß die Überlagerung der Anströmung mit der Strömung aus den Quellen zu negativen Geschwindigkeiten in x -Richtung führt, was physikalisch nicht sinnvoll ist.

Um eine Abschätzung zu geben, wann die Potentiallösung mit Punktquellen auf der x -Achse versagt, wird ein Strahl mit der normierten Wellenlänge l , dem Durchmesser d und der Amplitude α betrachtet. Die Krümmung k der Oberfläche im Abstand R von der Achse beträgt:

$$k = \frac{d^2 R(x)}{dx^2} = \frac{2\alpha}{dl^2}, \quad \text{und} \quad R = \frac{d}{2} \cdot (1 + \alpha) \quad (6.3)$$

Die Staustromlinie eines Dipols mit Parallelströmung bildet in der ebenen Strömung einen Kreis und im Raum eine Kugel um die Position des Dipols. Somit ist die kleinste Krümmung, die durch einen Dipol in der Außenströmung induziert werden kann gleich dem reziproken Abstand des Aufpunktes vom Dipol. Der Krümmungsradius $1/k$ der Strahloberfläche darf infolgedessen nicht kleiner sein als der lokale Abstand von der Strahlachse $R(x)$. Somit folgt:

$$l \geq \sqrt{\alpha(1 + \alpha)} \approx \sqrt{\alpha} \quad \text{oder} \quad \alpha \leq \frac{1}{2} \left(\sqrt{4l^2 + 1} - 1 \right) \quad (6.4)$$

Für $\alpha = 0.01$, der kleinsten berechneten Amplitude, erhält man für die kleinste berechenbare Wellenlänge den Wert $l = 0.1$. Da die Quellen einen endlichen Abstand auf der Achse haben, bilden zwei Quellen keinen Dipol im eigentlichen Sinne. Er ist als

Grenzwert eines verschwindenden Abstandes zwischen Quelle und Senke definiert. Der kleinste Krümmungsradius, der mit diesen Quellen in einem Aufpunkt mit dem Abstand $R = d/2(1 + \alpha)$ dargestellt werden kann, ist insofern größer als der kleinste Krümmungsradius eines Dipols. Die Wellenlänge, oberhalb derer die Lösung durch Punktquellen auf der Achse versagt (bei $l = 0.275$, siehe Pfeil), ist somit ebenfalls größer als die theoretisch berechnete Wellenlänge von $l = 0.1$.

6.2 Phänomenologische Ergebnisse

Die stroboskopische Beobachtung eines modulierten Flüssigkeitsstrahls ist geeignet, deterministische Strukturen der Interaktion zwischen dem Flüssigkeitsstrahl und dem Gas zu beobachten. Bei geringer Relativgeschwindigkeit wird der Strahl vor allem durch die Kräfte der Oberflächenspannung beeinflusst. Abbildung 6.2(a) zeigt einen Flüssigkeitsstrahl mit normierter Wellenlänge $l = 0.48$. Die Oberflächenspan-

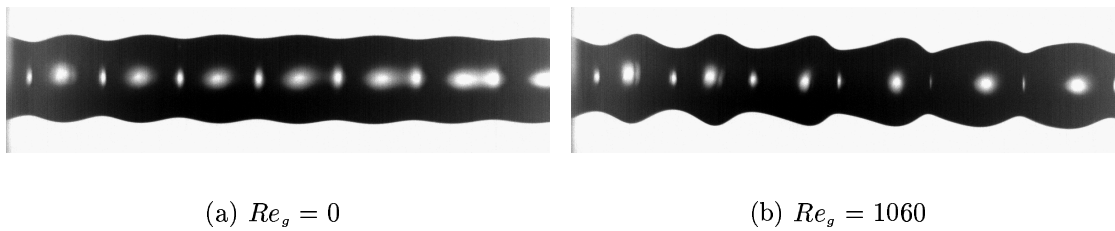


Abbildung 6.2: Flüssigkeitsstrahl mit $l = 0.48$, $\alpha_0 = 4.9\%$

nung dämpft die Oberflächenwellen, so daß ihre Amplitude im weiteren Verlauf sinkt. Dies ist grundsätzlich bei allen Wellen der Fall, deren Wellenlängen kleiner sind als die Rayleigh-Wellenlänge λ_R . Abbildung 6.2(b) zeigt einen Strahl gleicher Anregung bei einer Gas Reynoldszahl von $Re_g = 1060$. Die Amplituden der Wellen sind direkt hinter dem Gasaustritt deutlich angefacht. Weiter stromabwärts werden sie jedoch wieder kleiner, da hier die Relativgeschwindigkeit zwischen dem Flüssigkeitsstrahl und dem Gas gesunken ist. Dies ist vor allem auf den Impulsaustausch des Gasstrahls mit dem äußeren, ruhenden Gas zurückzuführen, da sich die Beschleunigung des Flüssigkeitsstrahls nur geringfügig bemerkbar macht. Bei weiterer Steigerung

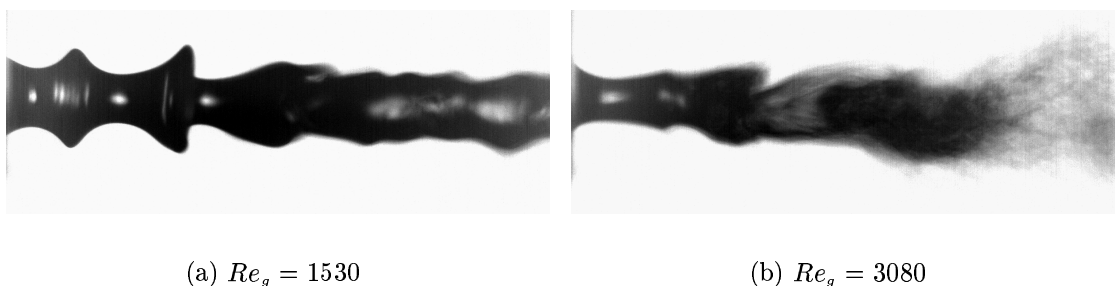


Abbildung 6.3: Flüssigkeitsstrahl mit $l = 0.48$, $\alpha_0 = 4.9\%$

der Gasgeschwindigkeit, wie es in Abbildung 6.3(a) zu sehen ist, werden die Wellen steiler und haben auf der windabgewandten Seite eine fast senkrechte Flanke. Dieses Phänomen wird in Kapitel 6.6 näher untersucht.

Die Beobachtung der deterministischen Strukturen findet dort ein Ende, wo die Turbulenz des Gases den Strahl so stark stört, daß die Bilder unscharf werden (Abbildung 6.3(b)). Dieser stochastische Einfluß des turbulenten Gasstrahls widerspricht der Grundidee, daß man einen möglichst ungestörten Strahl definiert anregt, um deterministische Strahloberflächen beobachten zu können.

Um trotzdem einen Einblick zu bekommen, welche Strukturen der Strahl bei hohen Relativgeschwindigkeiten aufweist, wurden Aufnahmen mit Einzelblitzen gemacht.

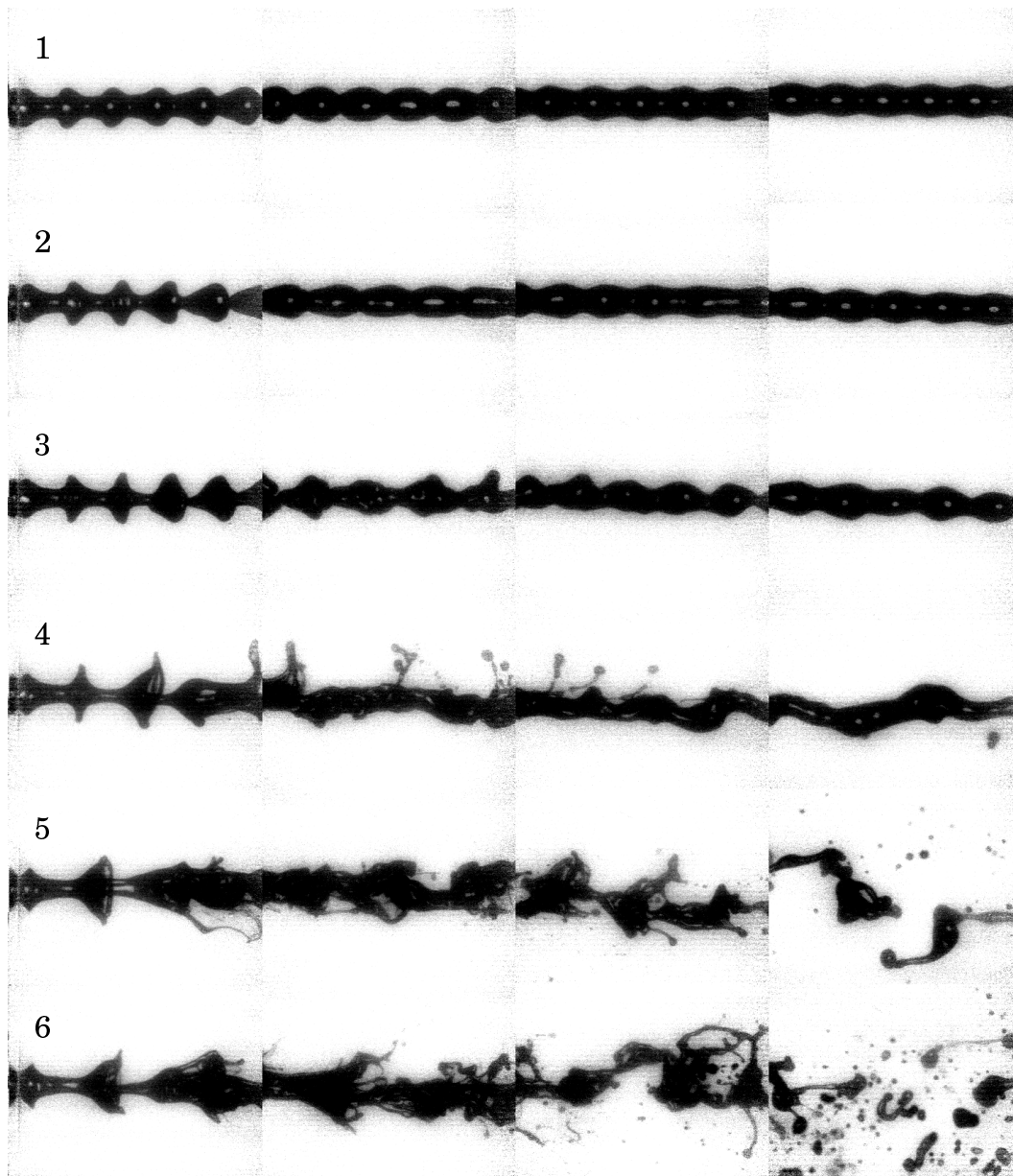


Abbildung 6.4: Sequenz einer Strahlzerstäubung mit $0 \leq Re_g \leq 2304$

Hier können einzelne Ligamente und Tropfen beobachtet werden, die bei einer stro-

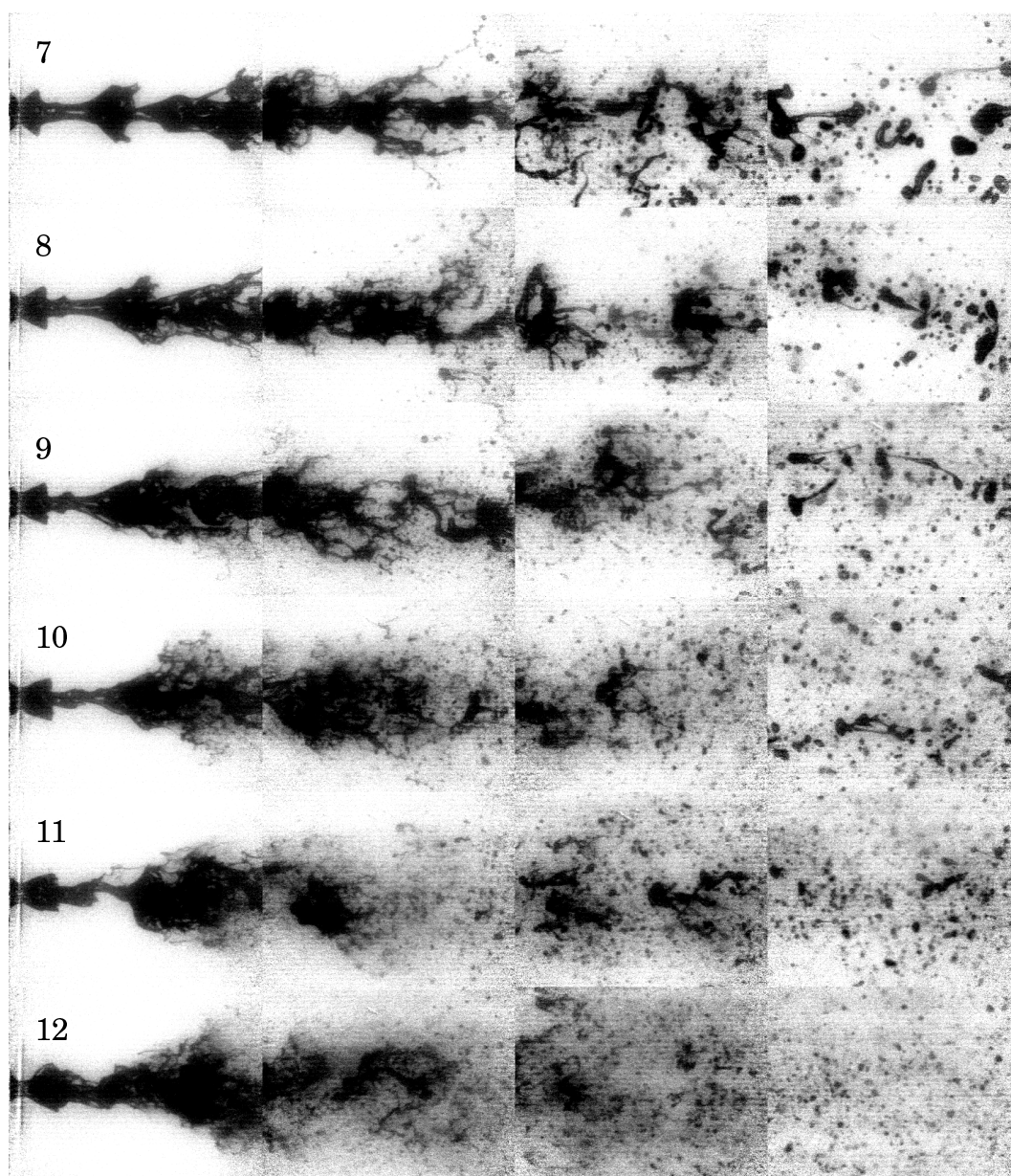


Abbildung 6.5: Sequenz einer Strahlzerstäubung mit $2693 \leq Re_g \leq 6200$

boskopischen Aufnahme nicht zu sehen sind. Auf den Abbildungen 6.4 und 6.5 ist die Zerstäubung eines Strahls mit den Parametern aus Tabelle 4 zu sehen. Der Strahl wird mit einer Frequenz von 7 kHz angeregt und hat eine Austrittsgeschwindigkeit von 4.2 m/s.

Jeder Strahl aus diesen Sequenzen ist aus vier einzelnen Aufnahmen zusammengesetzt, die zu unterschiedlichen Zeitpunkten aufgenommen wurden. Nach der Aufnahme der Bilder der ersten Spalte wurde die Kamera neu justiert, so daß sich die Bilder unterschiedlicher Spalten möglichst weder überlagern noch ein Zwischenraum

Strahl	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$V_g/\text{m/s}$	26	40	53	67	80	94	107	134	161	188	215
Re_g	744	1134	1524	1914	2304	2693	3083	3862	4641	5420	6200
We_0	13	30	56	88	127	174	228	357	516	703	920

Tabelle 4: Daten der Versuchsreihe aus den Bildern 6.4 und 6.5

existiert, in dem der Strahl optisch nicht erfaßt wird. Danach wurden die Bilder der zweiten, dritten und vierten Spalte aufgenommen. Durch Einstellungsungenauigkeiten stimmen somit die Reynoldszahlen der Bilder nicht exakt überein, was jedoch für eine qualitative Beurteilung des Strahlaufbruchs nicht weiter relevant ist.

Strahl Nummer 1 ist bei $Re_g = 0$ aufgenommen. Die Wellen werden durch die Oberflächenspannung gedämpft, und die Achse des Strahls fällt mit der Geometrieachse zusammen. Je höher die Reynoldszahl ist, desto stärker wachsen die Amplituden der Wellen an. Bei Strahl 4 führt dies sogar dazu, daß sich von den Spitzen der Wellen einzelne Flüssigkeitslamellen ablösen.

Neben der Anregung der Oberflächenwellen wird mit steigender Reynoldszahl die Ablenkung der Strahlachse von der Geometrieachse größer. Dies wird im letzten Bild des 5. Strahls besonders offensichtlich. Je größer die Gasgeschwindigkeit wird, desto stärker ist auch der Einfluß der Turbulenz. Allerdings sind auch bei der größten Reynoldszahl noch Strukturen zu sehen, die durch die Anregung hervorgerufen werden. In Kapitel 6.7 wird auf diese Tatsache noch näher eingegangen.

6.3 Beschleunigung des Strahls und Anregung der Oberflächenwellen

Tangential zum angeregten Flüssigkeitsfreistrahls strömt ein ringförmiger Gasstrahl, der auf der Oberfläche des Strahls lokale Druckmaxima und Druckminima hervorruft. Wie bei einem Tragflügel entsteht an einem Wellenberg ein Unterdruck, der an dem Wellenberg saugt und zu einer Anregung der Welle führt, falls der Betrag dieses Unterdrucks größer als der Krümmungsdruck der Oberflächenspannung ist. Der Krümmungsdruck dämpft die Amplitude der Welle, falls die Wellenlänge kleiner als die Rayleigh - Wellenlänge ist ($\lambda < \lambda_R$). In den linearen Theorien wird von einem exponentiellen Wachstum der Wellen ausgegangen und eine Dispersionsrelation aufgestellt, die die Wachstumsrate in Abhängigkeit von der Wellenlänge beschreibt. Um die gemessenen Amplituden verschiedener Strahlen gegenüberstellen zu können, werden die Amplituden a einer Welle mit ihrer Amplitude ohne Gasanre-

gung a_0 normiert und über der Reynoldszahl Re_g aufgetragen. In Abbildung 6.6 sind die Amplitudenverhältnisse verschiedener Strahlen dargestellt, deren Wellenlängen im Bereich von $0.18 \leq l \leq 0.8$ liegen. Auffällig ist, daß die Amplitudenverhältnisse

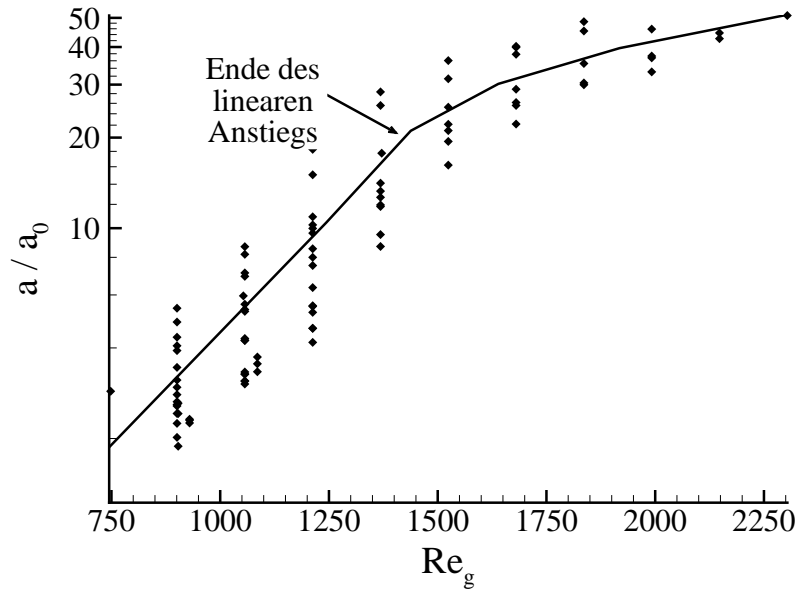


Abbildung 6.6: Darstellung des Amplitudenverhältnisses über der Reynoldszahl

im Bereich unter $Re_g = 1400$ linear ansteigen, um dann in einen flacheren Anstieg überzugehen. Dieses Abflachen hat seinen Grund in der Interaktion zweier nachfolgender Wellenberge und wird in Kapitel 6.6 behandelt. Das Ausdünnen der Werte zu größeren Reynoldszahlen hin kommt dadurch zustande, daß nur scharf abgegrenzte Oberflächenwellen ausgewertet wurden. Die Strahlen mit kurzen Wellenlängen zeigten auch bei höheren Gasgeschwindigkeiten noch eine scharfe Oberfläche, so daß im oberen Bereich der Reynoldszahlen nur noch Werte existieren, deren Strahl mit hoher Frequenz angeregt wurde.

Die linearen Theorien [39, 41, 42, 44, 46] gehen von einem prinzipiellen Ansatz aus, der die Oberfläche des Strahls durch

$$R(x, t) = R_0 (1 + \alpha e^{ikx + \omega t}) \quad \text{mit } k \text{ und } \omega \text{ komplex} \quad (6.5)$$

darstellt. Der Imaginärteil von k beschreibt das exponentielle Wachstum der Wellen in Strömungsrichtung. Geht man davon aus, daß dieser Realteil eine Funktion von der Reynoldszahl Re_g und der Wellenlänge λ ist, so gilt folgende Beziehung für die Amplitude der Welle:

$$a = a_0 e^{f(Re_g, \lambda)x} \quad (6.6)$$

Aus der Geraden in Abbildung 6.6 folgt, daß diese Funktion im betrachteten Bereich nur schwach von der Wellenlänge abhängt und für die Reynoldszahl eine lineare Abhängigkeit gilt: $f(Re_g) = c_1 + c_2 Re_g$. Der Koeffizient c_1 ist auf jeden Fall eine Funktion von λ , da für $Re_g = 0$ die Dämpfung oder Anregung durch den Krümmungsdruck und damit von der Wellenlänge bestimmt wird. Die beste Anpassung an die Gerade erhält man für $c_1 = -4.33$. Die Reynoldszahl Re_g ist jedoch der klar dominierende Parameter. Die Funktion f hat laut Abbildung 6.6 eine Geradensteigung von $c_2 = 2.24 \cdot 10^{-3}$.

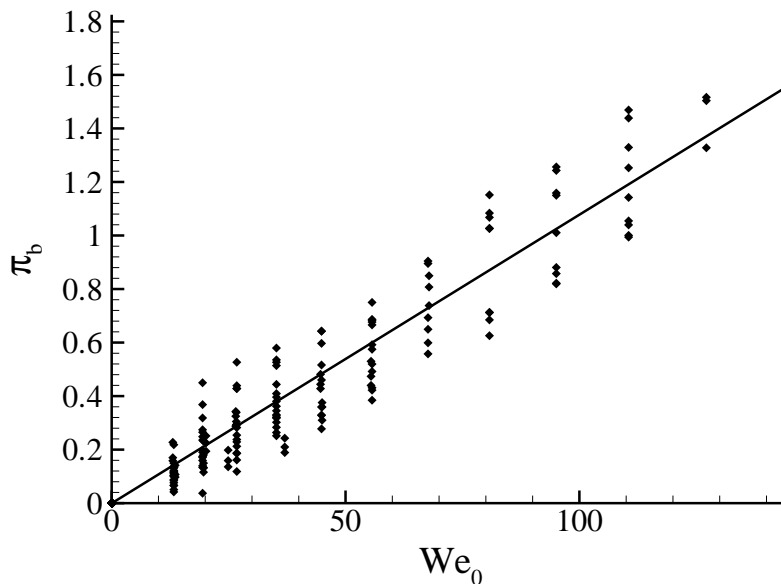


Abbildung 6.7: Darstellung des normierten Abstandes π_b zweier aufeinanderfolgender Wellenberge über der Weberzahl

Neben dieser Amplitudenverstärkung sind jedoch zusätzliche nichtlineare Effekte zu beobachten. Grundsätzlicher Unterschied zwischen allen theoretischen Untersuchungen zur Beschreibung des Strahlaufbruchs und der Realität ist die Tatsache, daß der Flüssigkeitsstrahl durch die Viskosität des Gases Schubspannungen ausgesetzt ist. Diese Schubspannungen beschleunigen die oberste Flüssigkeitsschicht im Strahl. Dies führt zu einer Grenzschicht, die den axialen Impuls aus dem Gas in das Innere des Strahls transportiert. Da die absoluten Geschwindigkeiten an den Wellenbergen größer sind als in den Wellentälern, werden die Wellenberge stärker beschleunigt.

Mit $x_{b,0}, x_{t,0}$, den Positionen der Wellenberge bzw. -täler ohne Gasanströmung, und x_b, x_t , den Positionen der Wellenberge bzw. Täler unter Anströmung, wird folgende

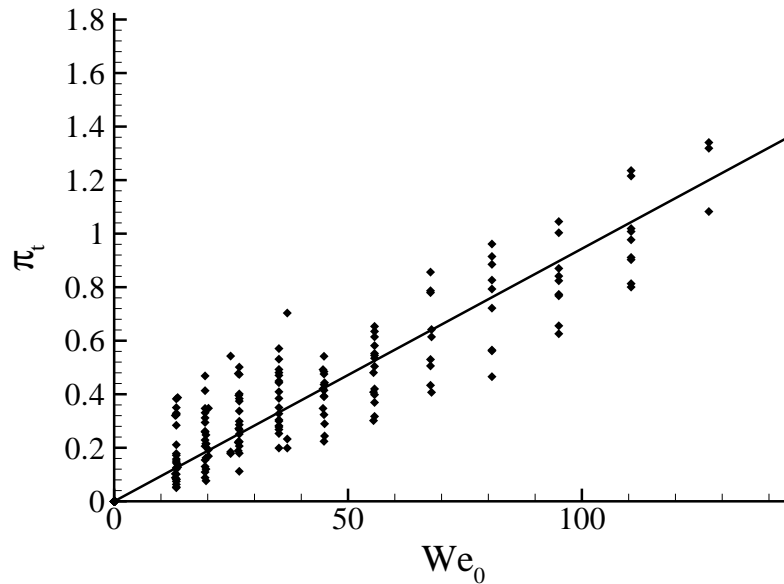


Abbildung 6.8: Darstellung des normierten Abstandes zweier aufeinanderfolgender Wellentäler über der Weberzahl

Kennzahl π_i definiert:

$$\pi_i = \sqrt{\frac{x_i - x_{i,0}}{x_{i,0}}} \cdot \frac{d}{\lambda_0} \quad \text{mit } i = b, t \quad (6.7)$$

x ist hierbei die Position eines Wellenberges/Tals zu der jeweiligen Weberzahl We , x_0 die Position bei $We=0$, d ist der Durchmesser des Flüssigkeitsaustritts und λ_0 die Grundwellenlänge.

In den Abbildungen 6.7 und 6.8 sind die Kennzahlen π_b bzw. π_t über der Weberzahl We dargestellt. Die Ausgleichsgeraden ergeben eine Steigung 1.51/140 für die Wellenberge und 1.32/140 für die Wellentäler. Da die Wellenberge stärker beschleunigt werden, als die Wellentäler, werden die Wellen an ihrer Leeseite steiler. Ad infinitum fortgeführt, hätte dies ein Brechen der Welle zufolge. Bei geringeren Anregungsamplituden führt die Beeinflussung der Welle durch den Nachlauf der stromaufwärts liegenden Welle jedoch dazu, daß ein Brechen der Welle verhindert wird. Eine detaillierte Darstellung darüber ist in Kapitel 6.6 zu finden.

6.4 Frequenzdoppelung

Abgesehen von dem exponentiellen Wachstum der Amplituden und der Beschleunigung des Strahls treten andere nichtlineare Effekte auf. So ist eine Frequenzdoppelung der Wellen bei Strahlen mit großer Wellenlänge zu beobachten, die durch hohe

Gasgeschwindigkeiten verursacht wird.

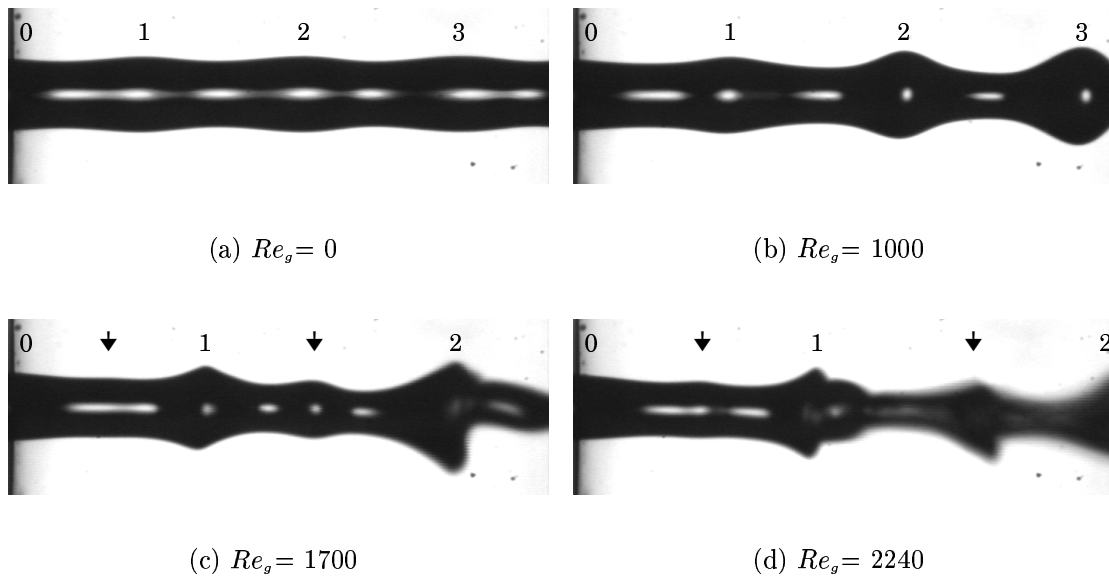


Abbildung 6.9: Strahloberflächen mit Frequenzdoppelung

Die Bilder 6.9(a) - 6.9(d) zeigen die stroboskopisch beleuchteten Oberflächen eines Strahls mit der Geschwindigkeit $v_f = 2.9 \text{ m/s}$ und einer Anregungsfrequenz von $f = 2.52 \text{ kHz}$. Damit beträgt die Grundwellenlänge $\lambda_0 = 1.15 \text{ mm}$. Die Pfeile deuten Wellenberge an, die bei hoher Gasgeschwindigkeit zusätzlich entstanden sind. Die Anregungsamplitude sowie die Strahlgeschwindigkeit werden konstant gehalten, so daß die Effekte nur auf den Impulsaustausch zwischen Gasströmung und Flüssigkeitsstrahl zurückzuführen sind. Um einen Eindruck von der kontinuierlichen Entwicklung dieser Zwischenmaxima zu bekommen, ist der Strahl in Abbildung 6.10 über eine Länge von 3.5 mm und für Reynoldszahlen zwischen $0 \leq Re_g \leq 2300$ in einer dreidimensionalen Oberflächendarstellung gezeigt. Mit zunehmender Gasgeschwindigkeit wird der Strahl beschleunigt, und die Wellenberge rücken in Strömungsrichtung weiter auseinander, während ihre Amplitude stark anwächst. Die Wellentäler dazwischen werden gestreckt, bis aus ihnen heraus neue Wellenberge entstehen, die in Abb. 6.10 ebenfalls mit Pfeilen gekennzeichnet sind. Um herauszufinden, welche lokalen Bedingungen vorhanden sein müssen, damit eine Frequenzdoppelung stattfindet, wurde die Umströmung des Strahls mit Hilfe der Potentialtheorie berechnet.

In den folgenden Abbildungen sind die Oberflächen der Strahlen, der Krümmungsdruck p_{kr} und in der letzten Grafik der Gesamtdruck p_{sum} aufgetragen. Der Gesamtdruck p_{sum} ist die Summe aus dem Krümmungsdruck und dem statischen Druck der

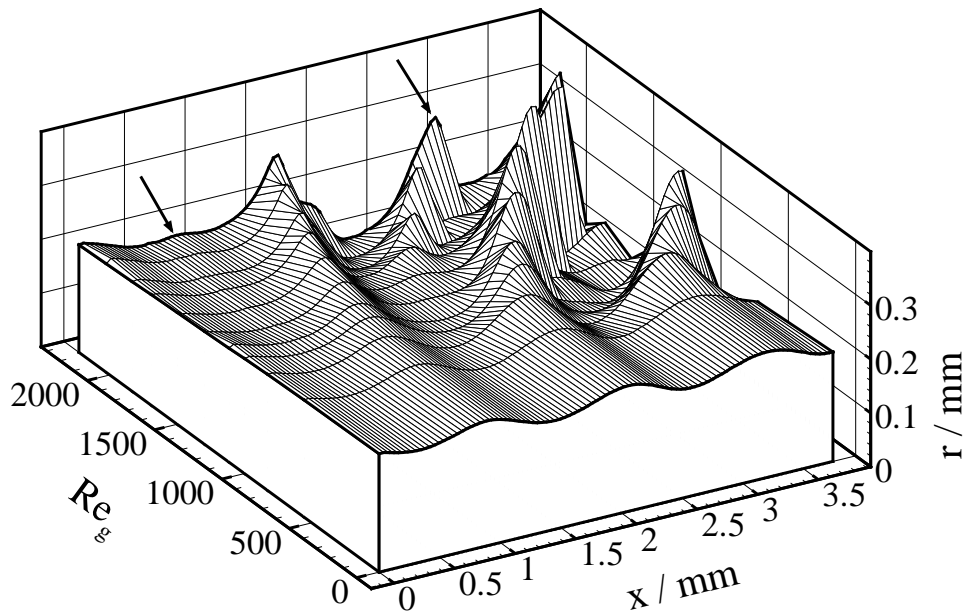
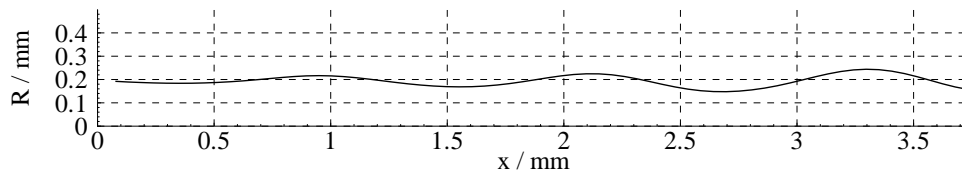


Abbildung 6.10: Verlauf der Oberfläche in Abhängigkeit vom Druck

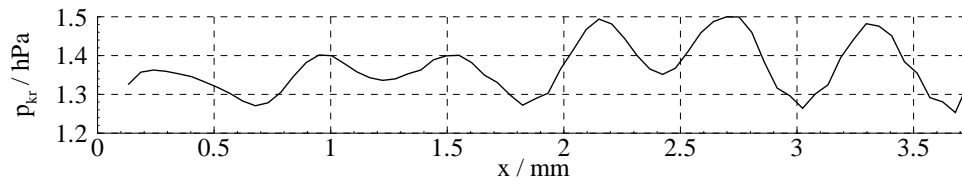
Gasströmung. Wichtig für die Entwicklung des Strahls ist hierbei nicht der absolute Wert des Gesamtdruckes, sondern die Differenz zwischen verschiedenen Orten auf der Oberfläche des Strahls, die die Strömung im Inneren des Strahls beeinflusst.

In Abbildung 6.11(a) sind die Oberflächenwellen bei $Re_g = 830$ sinusförmig. Die Wellen werden durch die Gasströmung angeregt und der Strahl durch die Schubspannungen beschleunigt. Der Krümmungsdruck p_{kr} auf den Wellenbergen sowie in den Wellentälern ist größer als auf den Flanken (siehe Abb. 6.11(b)). Der statische Druck der Gasströmung überkompensiert die Krümmungsdruckmaxima der Wellenberge, so daß der Gesamtdruck p_{sum} auf den Wellenbergen ausgeprägte Minima besitzt. Die Wellentäler weisen Maxima des Gesamtdruckes auf, der infolgedessen einen negativen Gradienten in Richtung der Wellenberge hat. Durch diese Gradienten wird die Flüssigkeit aus den Wellentälern heraus in Richtung der Wellenberge beschleunigt. Der Strahl ist somit instabil.

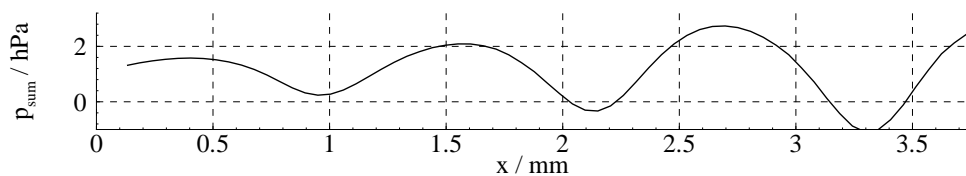
Bei $Re_g = 1000$ sind in Abbildung 6.12(a) die Amplituden der Welle größer, wodurch dort auch die Krümmungsdrücke p_{kr} stark ansteigen. Betrachtet man in Abbildung 6.12(b) das dritte Wellental (bei $x = 2.8$ mm), so wird deutlich, daß hier der Krümmungsdruck p_{kr} mit seinem lokalen Maximum zur Aufrechterhaltung des negativen Druckgradienten des Gesamtdruckes in Richtung des Wellenberges bei-



(a) Die Strahloberfläche



(b) Der Krümmungsdruck



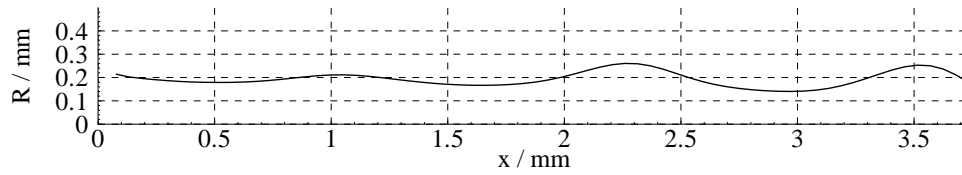
(c) Der Gesamtdruck

Abbildung 6.11: Strahl der Wellenlänge $l = 0.95$ bei $Re_g = 830$

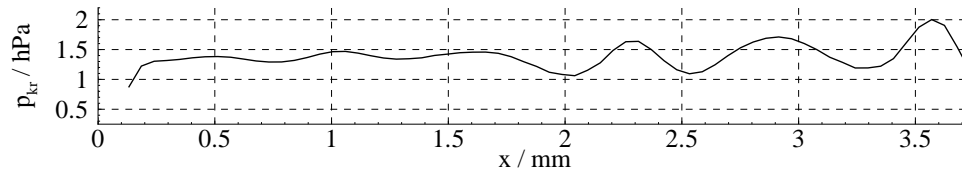
trägt. Trotzdem ist der Betrag des statischen Druckes aus der Gasströmung so groß, daß der Gradient des Gesamtdruckes aus Abbildung 6.12(c) in der Umgebung des Wellentals viel flacher ausfällt als in Abbildung 6.11(c).

Ist es beim Gesamtdruck p_{sum} in Abbildung 6.12(c) noch nicht offensichtlich, ob sich in den Wellentälern ein lokales Minimum mit zwei Wendepunkten ergibt, so ist dies in Abbildung 6.13(c) bei $Re_g = 1120$ deutlich zu erkennen.

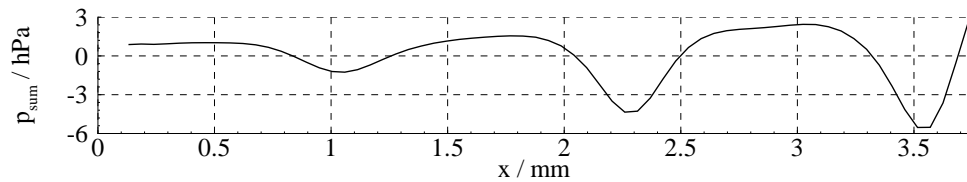
Der statische Druck überkompensiert das Druckmaximum des Krümmungsdruckes auch im Wellental. Damit ist gezeigt, daß der Strahl nicht durch die Beschleunigung und die damit zusammenhängende Dehnung der Wellen in den Tälern nach Rayleigh lokal instabil wird und durch die Oberflächenspannung abschnürt. C. A. Spangler et al. [2] haben die beobachtete Frequenzdoppelung und die nachfolgende Bildung des Satellitentropfens darauf zurückgeführt, daß der Strahl in den Wellentälern eine Rayleighinstabilität aufweist. Durch die Streckung des Strahls und den verringerten Durchmesser in den Wellentälern sei lokal die Bedingung erfüllt, daß die Länge des Flüssigkeitskerns größer sei als ihr Umfang. Dies wird durch ihre Rechnungen auch



(a) Die Strahloberfläche



(b) Der Krümmungsdruck



(c) Der Gesamtdruck

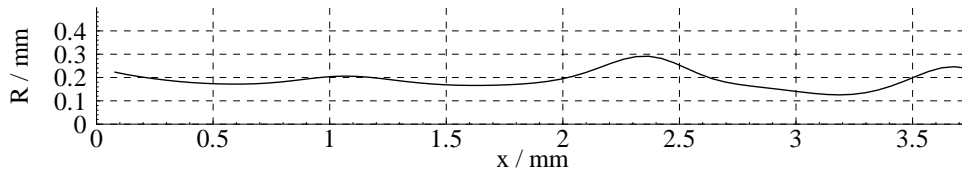
Abbildung 6.12: Strahl der Wellenlänge $l = 0.95$ bei $Re_g = 1000$

nachgewiesen.

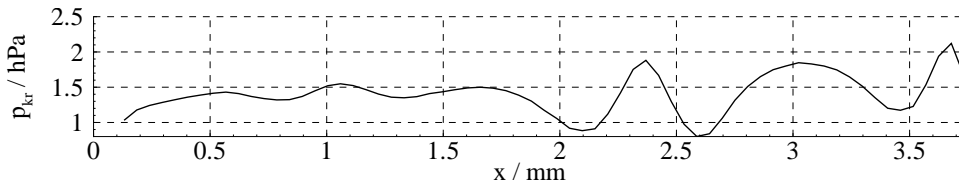
Diese Instabilität ist bei der hier beobachteten Frequenzdoppelung eindeutig nicht gegeben. Daraus folgt, daß es sich um unterschiedliche Effekte handelt, die beide zu demselben Ergebnis, einer Frequenzdoppelung, führen. Der Krümmungsdruck hat im Wellental weiterhin ein lokales Maximum, so daß dieser Bereich nach Rayleigh stabil ist. Die Instabilität wird allein durch das Druckminimum der Außenströmung hervorgerufen, welches die Flüssigkeit in Richtung des Wellentals beschleunigt. Dies führt zur Bildung des instabilen Zwischenmaximums, das hier als Frequenzdoppelung bezeichnet wird.

6.5 Frequenztripelung

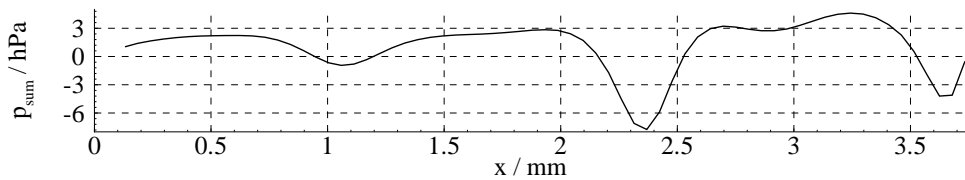
Neben der Verdoppelung der Frequenz wird auch eine Tripelung beobachtet. Die Abbildung 6.14 zeigt einen Strahl mit einer Wellenlänge $l = 0.76$. Die zusätzlichen Wellenberge sind mit Pfeilen angedeutet. Auch diese Erscheinung ist auf das Zu-



(a) Die Strahloberfläche



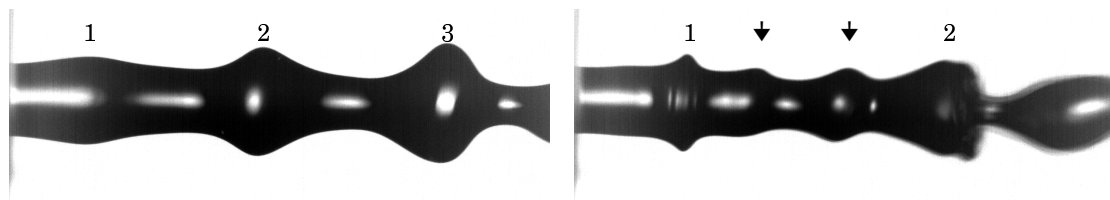
(b) Der Krümmungsdruck



(c) Der Gesamtdruck

Abbildung 6.13: Strahl der Wellenlänge $l = 0.95$ bei $Re_g = 1120$

sammenspiel von statischem Druck und Streckung der Wellen zurückzuführen, da bei kleinen Gasgeschwindigkeiten und kurzen Wellenlänge ($l < 1/3$) weder eine Frequenzdoppelung noch eine Frequenztripelung auftritt. Die Tripelung entsteht, ohne daß bei dem Strahl vorher eine Frequenzdoppelung festgestellt werden kann.



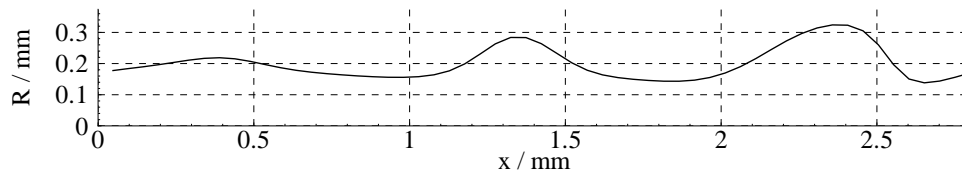
(a) $Re_g = 900$

(b) $Re_g = 1680$

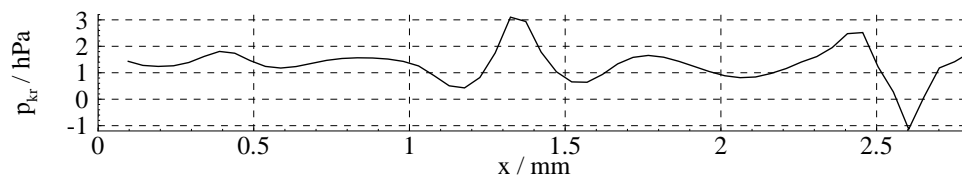
Abbildung 6.14: Strahloberflächen mit Frequenztripelung

Wie bei der Frequenzdoppelung wird auch bei der Tripelung die Außenströmung mit Hilfe der Potentialtheorie und der Krümmungsdruck nach Gleichung (5.21) in

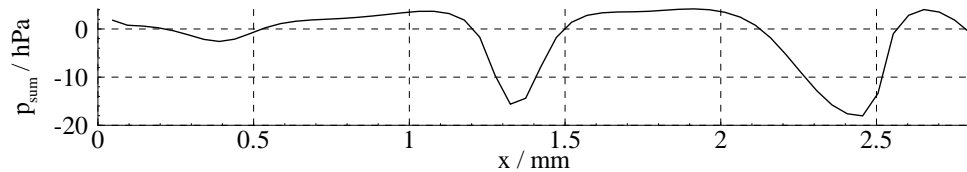
Kapitel 5.7.3 berechnet.



(a) Die Strahloberfläche



(b) Der Krümmungsdruck

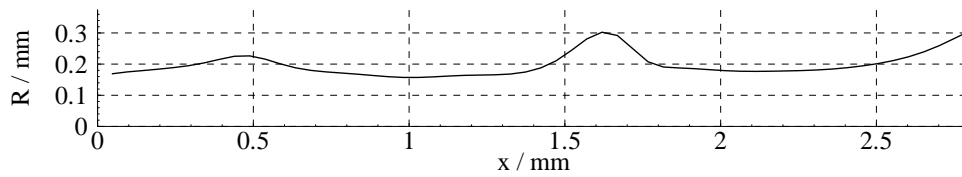


(c) Der Gesamtdruck

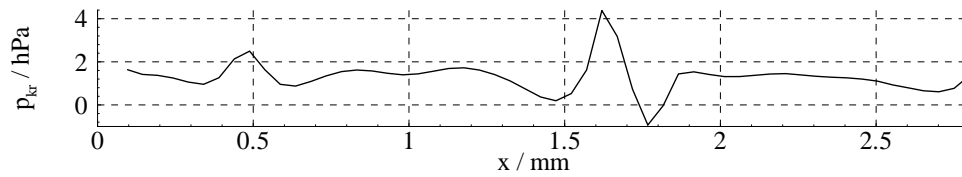
Abbildung 6.15: Strahl der Wellenlänge $l = 0.76$ bei $Re_g = 900$

Bei der Reynoldszahl $Re = 900$ hat der Krümmungsdruck in Abbildung 6.15(b) auf dem Wellenberg ein lokales Maximum, was den Strahl stabilisiert. Das Krümmungsdruckmaximum im Wellental wird durch den statischen Druck teilweise kompensiert, so daß der Gesamtdruck p_{sum} ausgeprägte Minima an den Wellbergen und nur flache Maxima in den Wellentälern hat (Abb. 6.15(c)). Der Druckgradient des Gesamtdruckes ist zwischen einem Wellental und den benachbarten Wellbergen negativ. Dies führt zur Amplitudenvergrößerung der Wellenberge und damit zur Instabilität des Strahls, da die Flüssigkeit entlang des negativen Gradienten beschleunigt wird. Die Verhältnisse gleichen denen der Frequenzdoppelung.

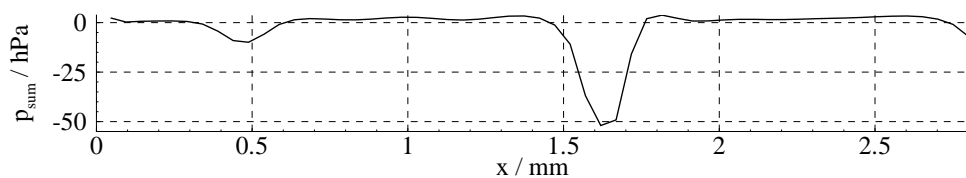
Dieses Bild hat sich bei $Re_g = 1370$ insofern geändert, als der Krümmungsdruck in Abbildung 6.16(b) bei $0.7 \leq x \leq 1.4$ zwei Maxima hat. Das Wellental der Flüssigkeitsoberfläche ist in diesem Bereich (Abbildung 6.16(a)) extrem langezogen und flach. Wie schon bei der Frequenzdoppelung werden diese Maxima von dem statischen Druck schwach überkompensiert. Hier sind zwei schwache Minima zu sehen,



(a) Die Strahloberfläche



(b) Der Krümmungsdruck



(c) Der Gesamtdruck

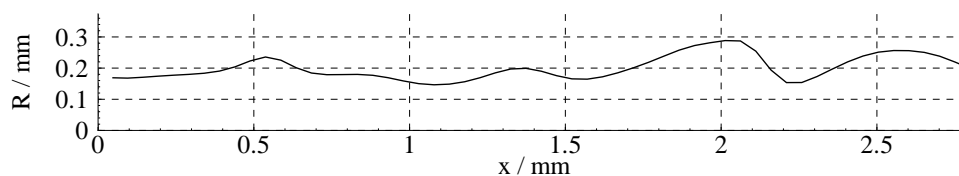
Abbildung 6.16: Strahl der Wellenlänge $l = 0.76$ bei $Re_g = 1370$

die den Strahl destabilisieren.

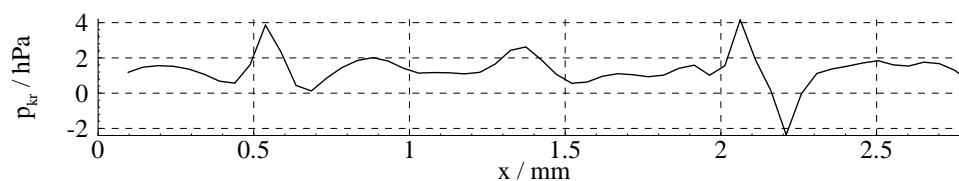
Die grundsätzliche Regel, die sich aufdrängt, ist die Tatsache, daß der statische Druck der Gasströmung jegliche Druckverläufe des Krümmungsdruckes invertiert und stets dominiert, sofern nur die Gasgeschwindigkeit groß genug ist. Dies gilt natürlich nur für Wellenlängen, die kleiner sind als die Rayleigh-Wellenlänge, denn bei $\lambda \geq \lambda_R$ weist der Krümmungsdruck an den Wellenbergen ebenfalls ein Minimum auf.

Die Strahloberfläche, die bei $Re_g = 1370$ noch fast ungestörte Wellentäler besaß, hat in Abbildung 6.16(a) bei $Re_g = 1680$ zwei zusätzliche kleine Wellenberge ausgebildet, die sich im Krümmungsdruck p_{kr} als deutliche Maxima widerspiegeln. Im Gesamtdruck p_{sum} treten an dieser Stelle Druckminima auf, so daß die zusätzlichen Wellenberge wie auch die Wellenberge der Anregung instabil sind. In den Abbildungen 6.17(b) und 6.17(c) wird deutlich, daß sich der Krümmungsdruck p_{kr} und der Gesamtdruck p_{sum} sich wie zwei gespiegelte Linien zueinander verhalten.

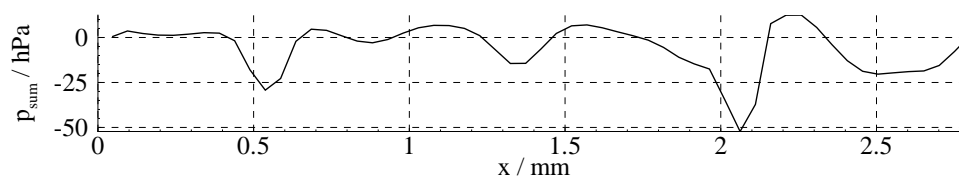
Sowohl bei der Frequenzdoppelung als auch bei der Frequenztripelung ist es also



(a) Die Strahloberfläche



(b) Der Krümmungsdruck



(c) Der Gesamtdruck

Abbildung 6.17: Strahl der Wellenlänge $l = 0.76$ bei $Re_g = 1680$

der statische Druck, der von einer Grenzreynoldszahl an größer wird als der stabilisierende Krümmungsdruck und damit die Instabilität der intermittierenden Wellen hervorruft.

6.6 Beeinflussung zweier aufeinanderfolgender Wellen

Flüssigkeitsstrahlen mit einer Wellenlänge λ_0 , die kleiner ist als der Umfang des Strahls, werden durch die Interaktion mit der Luft angeregt. Betrachtet man die Amplitudenänderung in Abhängigkeit vom Düsenabstand, so fällt auf, daß die Amplituden der Wellen zunächst ansteigen, um nach einem Maximalwert wieder abzufallen, wie es in den Bildern 6.18(a) und 6.18(b) zu sehen ist. Dies ist auf die sinkende Relativgeschwindigkeit zwischen dem Gas und dem Flüssigkeitsstrahl zurückzuführen. Erhöht man die Gasgeschwindigkeit, so erfolgt eine stärkere Anregung der Wellen, und die Amplituden steigen. Auf der leewärtigen Seite der Wellen werden die Gradienten steiler, und der folgende Amplitudenabfall fällt drastischer aus, wie es in

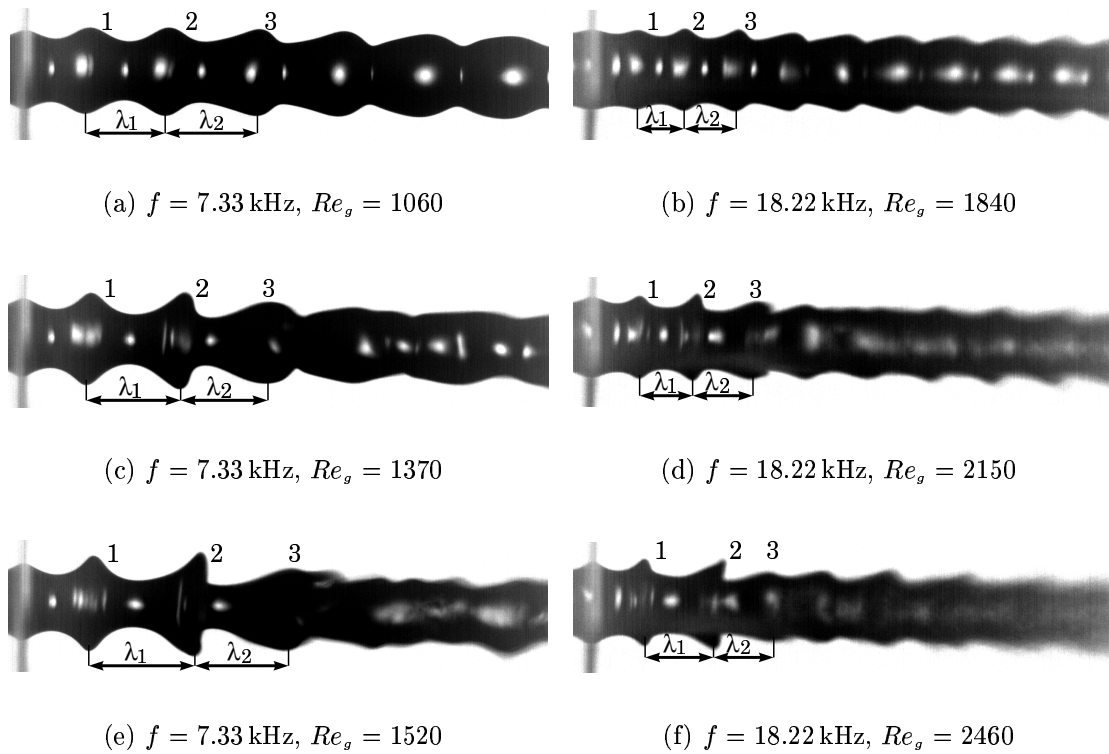


Abbildung 6.18: Wellenberge bei verschiedenen Reynoldszahlen

den Abbildungen 6.18(c) und 6.18(d) zu sehen ist. Zusätzlich ist auffällig, daß die Oberflächenkontur weiter stromabwärts unregelmäßiger wird und sich Bereiche mit Unschärfen ergeben. Wie in Kap. 5.3 schon erwähnt, läßt dies auf eine Beeinflussung des Strahls durch Luftturbulenzen schließen.

Da die Grenzschichtströmung an der Strahloberfläche auf der leewärtigen Seite einen hohen positiven Druckgradienten antrifft, findet eine Ablösung statt, die ein Rückströmgebiet hinter der Welle hervorruft. Der plötzliche Amplitudeneinbruch, den die Welle 2 im Übergang zur Welle 3 in den Abbildungen 6.18(e) und 6.18(f) innerhalb einer Zeitspanne von $\Delta t = 1/f$ vollzieht, ist durch den Strömungsabriß²⁴ verursacht. Die Amplitude der Welle wird somit nicht mehr angefacht, und die Oberflächenspannung glättet die aufgebrachte Störung.

Ein weiterer Effekt des Rückströmungsgebietes ist der Zusammenbruch und die Umkehrung der Schubspannungen, die bis zu diesem Zeitpunkt auf die Strahloberfläche gewirkt haben. Betrachtet man das Verhalten der Wellenlängen im Übergang zu großen Gasgeschwindigkeiten (von Bild 6.18(a) zu Bild 6.18(e) bzw. von Bild 6.18(b) zu Bild 6.18(f)), so ist die Wellenlänge λ_2 im ersten Bild größer als die Wellenlänge

²⁴Engl. 'stall'.

λ_1 , da der Stahl beschleunigt wird. In dem zweiten Bild deutet sich schon die Umkehrung dieses Trends an. Beide Wellenlängen sind vergleichbar. Im dritten Bild ist deutlich zu sehen, daß durch den Wegfall bzw. die Umkehrung der Tangentialspannung die Wellenlänge λ_2 kleiner ist als λ_1 .

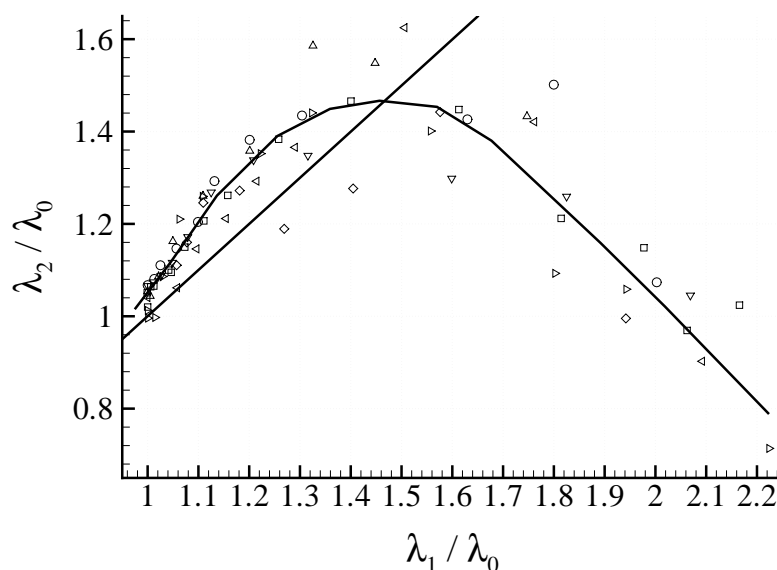


Abbildung 6.19: Gegenüberstellung der Wellenlängenverhältnisse

Dieses Verhältnis soll durch die Abbildung 6.19 verdeutlicht werden, in der die Daten unterschiedlicher Flüssigkeitsstrahlen mit Wellenlängen im Bereich von $0.18 \leq l \leq 0.8$ enthalten sind. Hier ist das Wellenlängenverhältnis λ_2/λ_0 dem Wellenlängenverhältnis λ_1/λ_0 gegenübergestellt. λ_0 ist hierbei die Wellenlänge des nicht angeströmten Flüssigkeitsstrahls der jeweiligen Frequenz. Bei Punkten, die oberhalb der Winkelhalbierenden liegen, wird der Strahl zwischen λ_1 und λ_2 beschleunigt. Liegen die Punkte darunter, so müssen sich die Schubspannungskräfte umgekehrt haben, da die Wellenlänge λ_2 kleiner ist als λ_1 . Der Strahl wird dort nicht mehr beschleunigt, sondern abgebremst.

Die Gasgeschwindigkeit nimmt im Verlauf der eingezeichneten Kurve von links unten über das Maximum nach rechts unten stetig zu. Durch die Normierung mit der Grundwellenlänge λ_0 fallen die Punkte unterschiedlicher Wellenlängen zusammen. Dies deutet eine Selbstähnlichkeit des Strahlverhaltens an.

Stellt man die mit der Grundwellenlänge normierten *Amplituden* der Wellen 3 und 2 gegenüber, so ergibt sich Abbildung 6.20. Ähnlich zu Abbildung 6.19 sind oberhalb der Geraden die Zustände des Strahls zu finden, bei denen die Amplitude der Welle

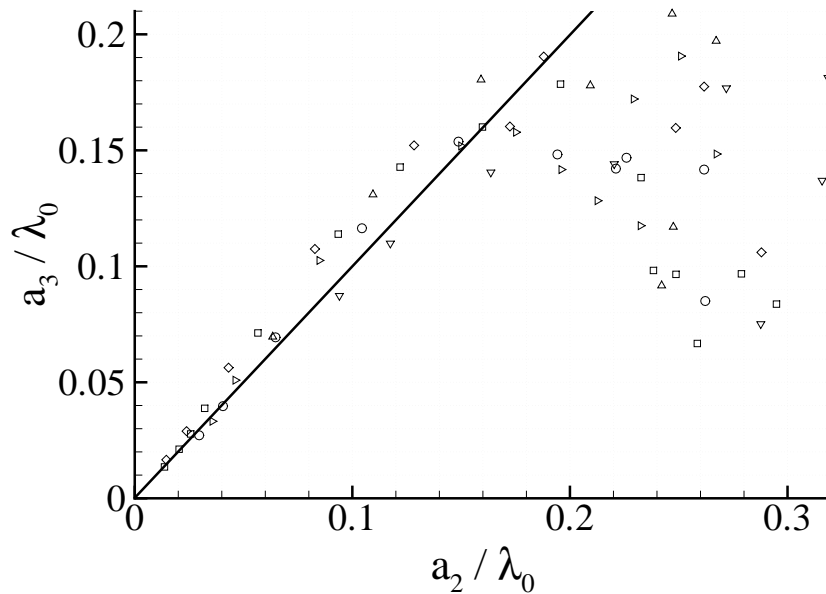


Abbildung 6.20: Gegenüberstellung der Amplitudenverhältnisse

3 (a_3) größer ist als diejenige der Welle 2 (a_2). Dies ist vor allem bei geringen Gasgeschwindigkeiten der Fall, wenn noch kein Rückströmgebiet vorhanden ist und die Wellen von der Gasströmung angeregt werden. Übersteigt die Amplitude der Welle 2 einen kritischen Wert, der bei ca. $0.16 \cdot \lambda_0$ liegt, so steigt zwar die Amplitude a_2 weiter an, die Amplitude a_3 jedoch nicht mehr, sondern stagniert in einigen Fällen stark.

In beiden Abbildungen 6.19 und 6.20 zeigt sich, daß, ausgehend von einer sehr guten Korrelation der Daten bei kleinen Gasgeschwindigkeiten, die Schwankungsbreite der Datenpunkte mit wachsender Gasgeschwindigkeit zunimmt. Vergleicht man in Bild 6.18(e) und 6.18(f) den Wellenberg der Welle 2 auf der Oberseite des Strahls mit dem Wellenberg auf der Unterseite des Strahls, so wird deutlich, daß trotz nominell gleicher Anströmbedingung sowohl die Amplitude, als auch die Wellenlänge unterschiedlich ist.

Aufgrund der großen Amplitude ist die Welle 2 instabiler und ist somit stärker von den Turbulenzen der Luft beeinflusst, als die Welle 1 im gleichen Bild. Die Turbulenz vermag die Amplituden viel empfindlicher zu stören, als die Wellenlängen. Deswegen ist die Streuung der Amplituden in Abbildung 6.20 bei großen Reynoldszahlen viel größer als die Streuung der Wellenlängen aus Abbildung 6.19. Ein weiterer Grund für die erhöhte Schwankungsbreite der Amplituden ist die Tatsache, daß die maximale Amplitude, die von Welle 2 erreicht wird, nicht unbedingt auf den aufgenommenen

Bildern zu sehen ist. Da während des Versuchs die Phasenlage der Wellen nicht verändert wurde, ist es möglich, daß das *absolute* Maximum der Wellen an einem anderen Ort irgendwo zwischen den Wellenbergen 1 und 3 liegt und somit nicht erfaßt wurde.

Durch die beobachtete Interaktion zweier nachfolgender Wellen wird das Wachstum der Wellen gestört und der Strahl stabilisiert. Deshalb ist eine der wichtigsten

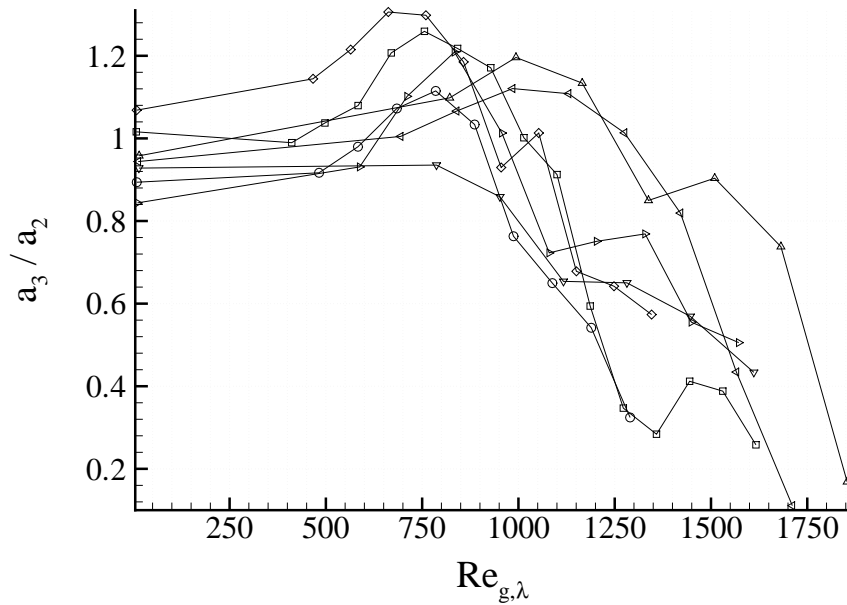


Abbildung 6.21: Amplitudenverhältnis in Abhängigkeit von der Reynoldszahl

Fragen, die im Zusammenhang mit dieser ‘destruktiven’ Interaktion auftaucht, die Frage nach der Ausgangslage, die zu dieser Interaktion führt. Wie schon aus den Bildern 6.18(a) bis 6.18(f) ersichtlich ist, wird bei kürzeren Wellenlängen eine höhere Gasgeschwindigkeit benötigt, um diese gegenseitige Beeinflussung beobachten zu können.

Skaliert man die Reynoldszahl Re_g mit dem Verhältnis aus Grundwellenlänge und Strahldurchmesser λ_0/d und trägt darüber das Amplitudenverhältnis der Wellen 3 und 2 auf, so erhält man Abbildung 6.21.

Auf der Abszisse ist somit nicht mehr die mit dem Durchmesser des Strahls gebildete Reynoldszahl aufgetragen, sondern eine mit der Grundwellenlänge gebildete Reynoldszahl:

$$Re_g \cdot \lambda_0/d = (v_g \cdot d/\nu_g) \cdot \lambda_0/d = v_g \cdot \frac{\lambda_0}{\nu_g} =: Re_{g,\lambda} \tag{6.8}$$

Nach einem Maximum des Wellenlängenverhältnisses bei $700 \leq Re_{g,\lambda} \leq 1100$ sinkt a_3/a_2 mit zunehmender Gasgeschwindigkeit immer weiter ab. Irgendwann sind dann die Maxima der Welle 3 durch die Turbulenz des Luftstrahls so gestört, daß eine sinnvolle Auswertung durch den beschriebenen Algorithmus nicht mehr möglich ist. Bei dieser maximalen Reynoldszahl $Re_{g,\lambda}$ enden dann die Darstellungen der Amplitudenverhältnisse.

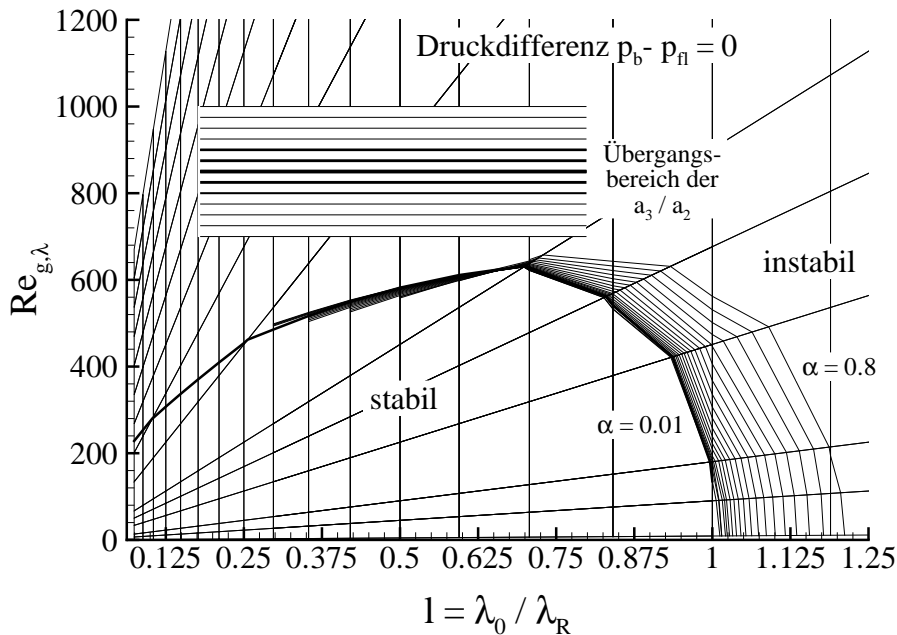


Abbildung 6.22: Stabilitätsdiagramm aus den Lösungen der Potentialgleichung mit neu skalierte Reynoldszahl $Re_{g,\lambda}$

Alle hier gezeigten Abbildungen belegen, daß das Phänomen der Strömungsablösung an der Leeseite einer koaxialen Oberflächenwelle hoher Amplitude mit nachfolgendem torroidalem Rückströmungsgebiet selbstähnlichen Charakter hat und mit der Grundwellenlänge λ_0 der Störung skaliert. Diese 'destruktive' Interaktion verhindert die in den linearen Theorien berechneten Wachstumsraten über eine maximal erreichbare Amplitude hinweg. Wichtig ist ebenfalls, daß eine Bildung von Ligamenten an den Wellenbergen bei diesen Reynoldszahlen nicht beobachtet werden konnte. Der Strahlzerfall ist somit auf ein weiter stromabwärts einsetzendes Brechen der Wellen oder asymmetrische Moden beschränkt, wie sie in Abbildung 6.4 und 6.5 zu sehen sind.

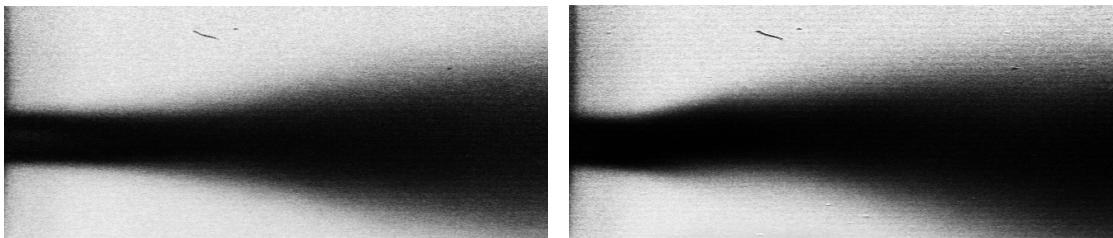
In Abbildung 6.22 ist die Skalierung der Reynoldszahl mit dem Verhältnis λ_0/d auf das Stabilitätsdiagramm 6.1 übertragen. Der Bereich der Reynoldszahl $700 \leq Re_{g,\lambda} \leq 1100$, in dem das Amplitudenverhältnis a_3/a_2 sein Maximum erreicht, ist

ebenfalls eingezeichnet. Aus dieser Darstellung wird ersichtlich, daß die Vorhersage des Amplitudenwachstums aus einer linearen Theorie nicht auf die realen Verhältnisse extrapolierbar ist. Denn selbst oberhalb von $Re_{g,\lambda} = 1100$ sind die Wellen noch ohne Bildung von Ligamenten stabil.

6.7 Auswertung diffuser Bilder

Wie bereits erwähnt wurde, ist das Bild des Flüssigkeitsstrahls bei hohen Gasgeschwindigkeiten unscharf, da die Turbulenz der Luft den Flüssigkeitsstrahl stochastisch stört. Die bisherigen Ergebnisse zeigen, daß trotz kleiner Anregung, die die Düse bei hohen Frequenzen zu erreichen vermag, eine Verstärkung dieser anfangs nicht sichtbaren Oberflächenwellen möglich ist. Geht man in einen Bereich der Reynoldszahlen, in dem bei der stroboskopischen Aufnahme ein diffuser Sprühkegel zu sehen ist, so stellt sich die Frage, ob dieser von der Anregung beeinflusst wird oder nicht.

Abbildung 6.23 zeigt zwei Sprühkegel, wie sie mit und ohne Anregung des Flüssigkeitsstrahls bei $Re_g = 7200$ zustande kommen. Wie man erkennen kann, ist der Sprühkegel mit angeregter Düse ein wenig unsymmetrisch und weist auch Dicken-schwankungen auf.



(a) nicht angeregte Düse

(b) angeregte Düse

Abbildung 6.23: Diffuse Sprühkegel bei Reynoldszahl $Re_g = 7200$

Um diese Abweichungen von einem vollkommen symmetrischen Kegel auszuwerten, wurde ein Programm entwickelt, welches die mittlere Helligkeit der oberen sowie der unteren Bildhälfte berechnet. Dazu summiert das Programm ausgehend von der Strahlachse die Grauwerte der Pixel in vertikaler Richtung nach oben und nach unten auf, und teilt das Ergebnis durch die gefundene Pixelanzahl. Das Resultat sind zwei Datenreihen, die den Verlauf der Strahloberfläche durch einen mittleren Grauwert repräsentieren.

Unter der Annahme, daß sich die Oberfläche eines symmetrischen Sprühkegels ohne Dickenschwankung, wie sie durch eine nicht angeregte Düse entstehen, mit einer quadratischen Funktion annähern läßt, werden an die Datenreihen quadratische Funktionen angepaßt. Nach Subtraktion von den Datenreihen angeregter Düsen stellen die somit berechneten Punkte die Abweichung der Sprühkegel von einem ‘glattem’ Sprühkegel dar. Addiert man die Werte der oberen und unteren Kontur eines Sprühkegels, so stellt das Ergebnis die Dickenschwankung des Sprühkegels, die sogenannten ‘varikosen Moden’ dar. Die Differenz der Werte der oberen und unteren Kontur hingegen ist ein Maß für die Abweichung des Kegels von der Symmetrieachse. Abbildung 6.24 zeigt die varikose und asymmetrische Mode einer Düse, die mit 29.1 kHz angeregt wird:

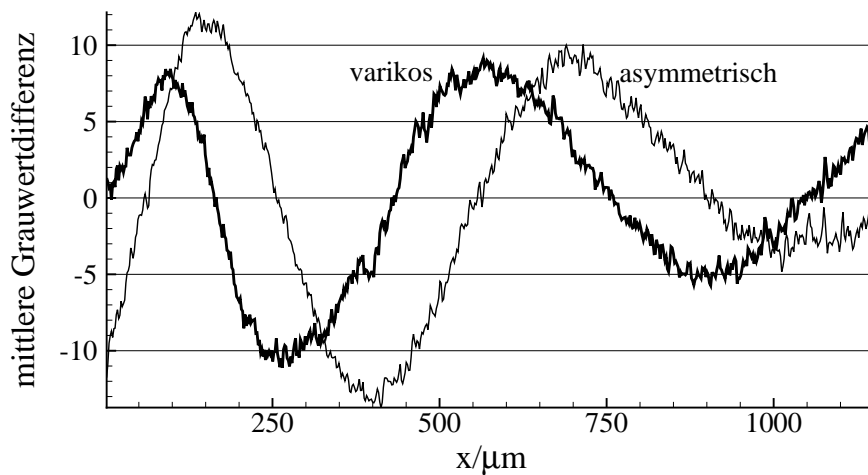


Abbildung 6.24: Varikose und asymmetrische Moden eines Sprühkegels, $Re_g = 7200$, $f = 29.1$ kHz

Wie deutlich zu sehen ist, schwankt die Amplitude im Strömungsverlauf. Die Wellenlänge nimmt mit größerem Abstand von der Düse zu, was auf die Beschleunigung durch Schubspannungen zurückzuführen ist. Um die Wellenlängen dieser Datensätze zu messen, bietet es sich an, eine allgemeine Funktion der folgenden Form an die Daten anzupassen:

$$f(x) = \underbrace{c_1 + c_2 x}_1 + \underbrace{(c_3 + c_4 x + c_5 x^2)}_2 \cdot \underbrace{\sin [c_6 + c_7 x + c_8 x^2]}_3 \quad (6.9)$$

Die Terme und Koeffizienten der Funktion haben folgende Bedeutung:

- Term 1 paßt die Funktion an die Unsymmetrie des Datensatzes zur x -Achse an.

- Term 2 repräsentiert die Amplitudenmodulation des Datensatzes in Strömungsrichtung.
- Term 3 vollzieht die Wellenform des Datensatzes nach, der hier als sinusförmig angenommen wird.
- Koeffizient c_6 bestimmt die Phasenlage der Welle,
- Koeffizient c_7 die Wellenlänge bei $x = 0$ und
- Koeffizient c_8 die Wellenlängenänderung in Strömungsrichtung.

Die Wellenlänge der Störungen am Düsenaustritt ist durch $\lambda = 2\pi/c_7$ gegeben. Abbildung 6.25 zeigt zwei zur Berechnung der Wellenlängen gefittete Funktionen, die mit den Datensätzen aus der Bildauswertung überlagert werden. Stellt man die Wel-

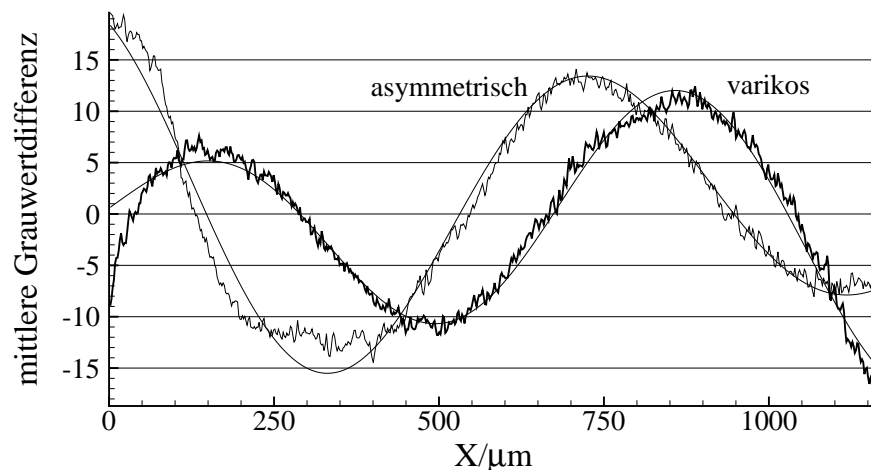


Abbildung 6.25: Gefittete Funktion und deren Datenreihen

lenlängen über der Anregungsfrequenz dar, so ergibt sich ein Zusammenhang, wie er in Abbildung 6.26 zu sehen ist. Auch eine sehr kleine Anregung beeinflusst bei großen Gasgeschwindigkeiten die Form des Sprühkegels meßbar. Für die Zerstäubung durch eine Zweistoffdüse, wie sie in der Praxis eingesetzt wird, bedeutet dies, daß nicht nur die Turbulenzstrukturen der Gasströmung bestimmend für die Zerstäubung sind. Auch kleine Störungen, die durch die Düseninnenströmung auf die Flüssigkeit aufgebracht werden, haben einen Einfluß auf den Zerstäubungsprozeß bis zum Abschluß der primären Zerstäubung.

Ebenfalls wichtig ist die Erkenntnis, daß eine symmetrische Modulation des Flüssigkeitsstrahls zu einer unsymmetrischen Störung führt, wie es durch die Korrelation

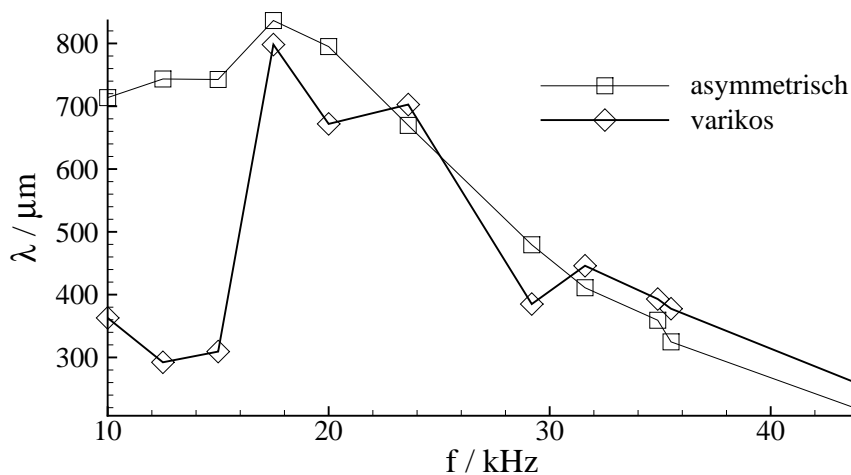


Abbildung 6.26: Wellenlänge varikoser und asymmetrischer Moden bei $Re_g = 7200$

zwischen der anregenden Frequenz und der Wellenlänge der asymmetrischen Mode in Abbildung 6.25 deutlich angezeigt wird.

Bei kleinen Frequenzen ist wieder die Frequenzdoppelung der varikosen Mode zu beobachten. Dies ist auch bei den hohen Gasgeschwindigkeiten darauf zurückzuführen, daß die Wellen durch die Beschleunigung gestreckt werden und durch den statischen Druckverlauf in der Gasströmung eine Instabilität aufweisen. Diese Frequenzdopplung ist bei der asymmetrischen Mode jedoch nicht zu beobachten.

6.8 Anregung des Gastroms

Wie die Experimente mit moduliertem Flüssigkeitsstrom gezeigt haben, bewirkt die Turbulenz der Luft, daß bei hohen Reynoldszahlen Re_g eine stroboskopische Betrachtung der Bilder keine scharfen Oberflächen mehr liefert. Die Stochastik der Zerstäubung wird also allein von der Luftturbulenz bestimmt.

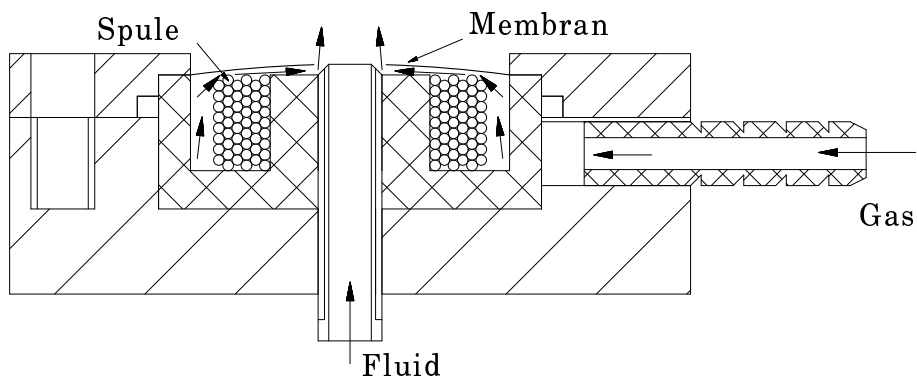


Abbildung 6.27: Düse zur Modulation des Gases

Die Luft ist es auch, die den Großteil des Impulses trägt, der zum Aufbruch des Strahls führt. Deshalb ist es sinnvoll, nicht nur die Wechselwirkung eines laminaren, modulierten Flüssigkeitsstrahls mit dem konstant strömenden Gas, sondern auch die Interaktion zwischen einem laminaren, nicht modulierten Flüssigkeitsstrahl und einem modulierten Gasstrahl zu untersuchen.

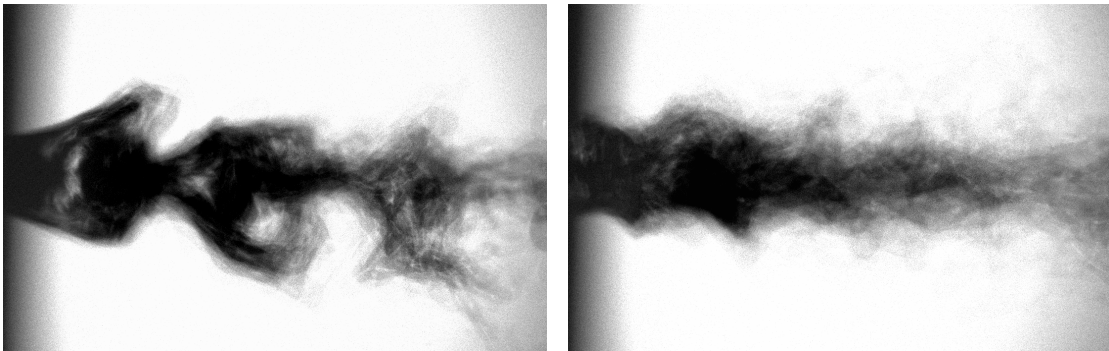
(a) $\overline{Re}_g = 1000$, $f = 3.17$ kHz(b) $\overline{Re}_g = 1000$, $f = 5.07$ kHz

Abbildung 6.28: Flüssigkeitsstrahlen bei angeregtem Luftstrom

Die hierzu konstruierte Düse hat eine zentrale Flüssigkeitszufuhr, die aus einem langen Röhrchen besteht, welches mit einem Spulenkörper aus Ferrit umgeben ist. Auf der Frontseite ist eine sehr dünne ferromagnetische Membran angebracht, die mit dem Ferritkern einen dünnen Spalt bildet, in dem das Gas radial nach innen strömt, wie es in Abbildung 6.27 durch die Pfeile angedeutet ist. Wird die Spule mit Wechselstrom betrieben, so fängt die Membran zu schwingen an und verändert diesen Spalt periodisch. Im Ergebnis erhält man einen modulierten ringförmigen Gasstrahl, der koaxial mit dem Flüssigkeitsstrahl die Düse verläßt. Wie die Abbildungen 6.28(a) und 6.28(b) zeigen, wird bei diskreten Frequenzen eine hohe Modulation erreicht. Doch sobald die Gasreynoldszahl groß genug ist, um durch einen Impulsaustausch den Strahl anzuregen, überwiegen die stochastischen Einflüsse der Gasströmung, so daß eine stoboskopische Beobachtung keinen Sinn hat. Dies widerspricht jedoch dem Ziel, deterministische Prozesse einer solchen Interaktion zu beobachten, die als Referenzmessungen für theoretische Modelle dienen können. Deshalb wurde diese Art der Anregung nicht näher untersucht.

6.9 Fehlerbetrachtung

Bei experimentellen Untersuchungen werden die Ergebnisgrößen aus zahlreichen fehlerbehafteten Prozeßgrößen berechnet. Daneben gehen jedoch auch geometrische Größen des Versuchsaufbaus sowie Stoffgrößen der Versuchsfluide ein, die ebenfalls von der zur Berechnung verwendeten Größe abweichen können. Schließlich wird für jegliche Modellannahmen immer von idealisierten Bedingungen ausgegangen, von denen ein real existierender Versuchsaufbau grundsätzlich abweicht.

Sei Z eine Zielgröße, deren Abhängigkeit von den fehlerbehafteten Eingangsgrößen q_i durch die Funktion $Z = f(q_1, \dots, q_n)$ gegeben ist. Zu jedem q_i sei ferner ein mittlerer Fehler Δq_i bekannt. Der mittlere relative Fehler für die Zielgröße Z addiert sich aus der geometrischen Summe der einzelnen relativen Fehlern²⁵ zu:

$$\frac{\Delta Z}{Z} = \sqrt{\sum_1^n \left(\frac{\partial f(q_1, \dots, q_n)}{\partial q_i} \cdot \frac{\Delta q_i}{Z} \right)^2}. \quad (6.10)$$

Folgende Fehler sind bei dieser Untersuchung aufgetreten:

- geometrische Fehler an der Düse, die durch Fertigungs- und Meßungenauigkeiten zustande gekommen sind
- Fehler in den Stoffgrößen, die durch Abweichungen von Literaturwerten und durch Meßungenauigkeiten entstehen
- Fehler der Betriebsparameter der Düse, die auf Kalibrierungsfehler, Einstellungsungenauigkeiten und Ablesefehler von Meßgrößen zurückzuführen sind

Die geometrischen Fehler der Düse können den Versuch auch bei geringen Abweichungen nachhaltig beeinflussen. So entsteht im Resonanzraum durch nicht exakt radial ausgeführte Zuströmbohrungen eine Tangentialkomponente der Strömung, die sich durch die Düsenströmung noch verstärkt. Die Bohrungen in den Membranen werden durch fertigungstechnische Ungenauigkeiten weder exakt rund, noch haben sie den vorgegebenen Durchmesser. Die Einlaufrundungen der Bohrungen werden von Hand geschliffen und unter dem Mikroskop kontrolliert, dennoch ist nicht auszuschließen, das sie nicht symmetrisch sind.

Schließlich werden die Membranen mit ihrer Halterung so verklebt, daß die Achsen der Bohrungen aufeinander zu liegen kommen und nicht gegeneinander verkippt sind.

²⁵Auch bekannt als quadratisches Fehlerfortpflanzungsgesetz.

Die hierbei auftretenden Fehler beeinflussen den Versuch zwar nachhaltig, es ist jedoch nicht möglich, konkrete Abhängigkeiten anzugeben. Dies käme einer Lösung des Gesamtproblems gleich.

Die relativen Fehler der in die Rechnungen eingehenden Größen sind wie folgt ermittelt worden:

- Strahldurchmesser d : Optisch mit einem Fehler von 3 Pixeln auf 80 Pixel
 $\Rightarrow \Delta d/d = 3.75\%$.
- Vergrößerungsfaktor der Abbildung: 0.3%.
- Frequenz f : Einstellgenauigkeit am Funktionsgenerator: $\Delta f/f < 0.2\%$.
- Oberflächenspannung σ : Gemessen mit einem Ringtensiometer: $\Delta\sigma/\sigma = 0.5\%$.
- Alkoholdichte ρ_f : Gemessen mit einem Dichtemeßgerät: $\Delta\rho_f/\rho_f = 0.2\%$.
- Lokaler Radius des Strahls R : Durch Auswertung der Bilder: $\Delta R/R = 1.73\%$.
- Wellenlänge λ : Durch Auswertung der Bilder, Fehler ca. 3 Pixel auf 200 Pixel:
 $\Delta\lambda/\lambda = 1.6\%$.
- Position der Wellenberge und Wellentäler x_i : Wie die Wellenlänge λ : $\Delta x_i/x_i = 1.6\%$.
- Dichte der Luft ρ_i : Temperatur- und luftdruckabhängig: $\Delta\rho_i/\rho_i = 1.5\%$.
- Volumenstrom des Gases \dot{V}_g : Ablesefehler 3 l/h bei 200 l/h: $\Delta\dot{V}_g/\dot{V}_g = 1.5\%$.
- Gasdruck p : Über den Volumenstrom berechnet, wurde der mittlere Fehler zu 2.7% ermittelt. Mit einem Ablesefehler des Volumenstroms ergibt sich: $\Delta p/p = 3.1\%$.

In der Tabelle 5 sind alle Zielgrößen mit den berechneten relativen Fehlern angegeben. Treten in den Abhängigkeiten der Zielgrößen Differenzen zweier Variablen auf, so wird angenommen, daß diese Differenz den gleichen relativen Fehler besitzt, wie die Ausgangsgrößen.

Zielgröße	Symbol	relativer Fehler
Amplitude	a	1.73%
Dimensionslose Wellenlänge	l	2.3%
Erste Ableitung des Radius	$R'(x)$	2.45%
Zweite Ableitung des Radius	$R''(x)$	4.2%
Hauptkrümmungsradius	R_1	2.1%
Hauptkrümmungsradius	R_2	5.6%
Krümmungsdruck	p_{kr}	3.0%
Statischer Druck der Gasströmung	p_{stat}	3.75 %
Gesamtdruck	p_{sum}	4.1%
Geschwindigkeit	v_g	1.72 %
Reynoldszahl	Re_g	4.8 %
Weberzahl	We	5.5 %
Dimensionslose Kennzahlen	π_b, π_t	5.1 %

Tabelle 5: Die relativen Gesamtfehler der Zielgrößen

7 Zusammenfassung und Diskussion

Trotz intensiver, jahrelanger Forschung auf dem Gebiet der Zerstäubung ist es bislang nicht gelungen, zufriedenstellende Modelle zu entwickeln, die den Strahlaufbruch beschreiben. Die existierenden Modelle extrapolieren Ergebnisse, die aus linearisierten Differentialgleichungen hergeleitet werden und verbinden sie mit Modellvorstellungen aus empirischen Untersuchungen.

Es ist in dieser Arbeit gelungen, eine Düse zu fertigen, die es erlaubt, die Interaktion zwischen einem definiert modulierten Flüssigkeitsstrahl und einem coaxialen Gasstrahl zu dokumentieren. So ist es möglich, die Anfachung definierter Oberflächenwellen in Experimenten nachzuvollziehen.

Die theoretischen Grenzen der Modulation, die mit der gefertigten Düse erreichbar sind, werden aufgezeigt und die prinzipiellen Phänomene des angeregten Strahls erläutert. Mit stroboskopischer Beleuchtung wird gezeigt, welche deterministischen Effekte die Hochgeschwindigkeitsgasströmung auf die Oberflächenwellen ausübt. Die Turbulenz der Gasströmung bekommt bei hohen Reynoldszahlen einen dominierenden Einfluß. Die stochastischen Störungen der Gasturbulenz überlagern den Determinismus, so daß mit der Methode einer stroboskopischen Beleuchtung die Analyse der Effekte schwieriger wird.

Das aus der Theorie bekannte exponentielle Wachstum der Oberflächenwellen kann experimentell nachvollzogen werden. Jedoch wird gleichzeitig auch gezeigt, daß durch die Vernachlässigung der Viskosität des Gases einige wichtige Effekte, die in der Realität auftauchen, durch bisherige Theorien nicht erfaßt werden.

So sind die Frequenzdopplung und Frequenztripelung in den bekannten Theorien bisher nicht beschrieben. Durch Berechnung der Außenströmung mit Hilfe der Potentialtheorie werden die lokalen Druckverhältnisse im Innern des Flüssigkeitsstrahls berechnet. Ferner wird demonstriert, daß erst die lokalen Druckverhältnisse, die dem Strahl durch die Außenströmung aufgeprägt werden, zu der Instabilität der Wellentäler führen.

Wie wichtig die Berücksichtigung der Viskosität des Gases ist, wird durch den Strömungsabriß an der Leeseite von Oberflächenwellen deutlich. Dieses Phänomen führt dazu, daß die exponentiell anwachsenden Wellen einander beeinflussen und dadurch den Strahl stabilisieren. Die Selbstähnlichkeit dieses Effektes wird dargestellt und weist auf eine Skalierung mit der wellenlängenabhängigen Reynoldszahl $Re_{g,\lambda}$ hin. Das numerisch berechnete Stabilitätsdiagramm zeigt, daß der stabile Bereich

durch die Interaktion zweier nachfolgender Wellen stark erweitert wird.

Obwohl die Turbulenz eine stroboskopische Betrachtung der Oberflächen bei hohen Gasreynoldszahlen nicht mehr zuläßt, ist es dennoch gelungen, einen Einfluß auch kleiner Störungen bei hohen Gasreynoldszahlen zu dokumentieren. Hier wird eine Kopplung zwischen varikosen und asymmetrischen Moden beobachtet.

So läßt sich über die Zerstäubung durch Zweistoffdüsen die Aussage treffen, daß sowohl die Turbulenz der Gasströmung, als auch kleine Störungen, die aus der Düseninnenströmung der Flüssigkeitsseite stammen, die Zerstäubung nachhaltig beeinflussen.

Schließlich bieten die erfaßten Daten eine gute Grundlage, um als Referenz für numerische Rechnungen zu dienen, wie sie Albina [50] durchgeführt hat.

Literatur

- [1] Faeth, G. M.; Hsiang, L. P.; and Wu, P. K.: Structure and Breakup properties of sprays, *Int. J. of Multiphase Flow*, vol. 21, (1995), pp. 99-127.
- [2] Spangler, C. A.; Hilbing, J. H.; and Heister, S. D.: Nonlinear modeling of jet atomizing in the wind-induced regime, *Phys. Fluids* **7** (5), pp. 964-971, May (1995).
- [3] Lefebvre, A. H. : Atomization and Sprays, Hemisphere Pub. Corp. (1989), ISBN 0-89116-603-3.
- [4] Lord Rayleigh, On the Stability of Jets, *Proc. London Math. Soc.* 10, pp. 4 - 13, (1931).
- [5] Wu, P. K.; Ruff, G. A.; and Faeth, G. M.: Primary Breakup in Liquid-Gas Mixing Layers, *Atomization and Sprays*, vol. 1, (1991), pp 421-440.
- [6] Hoyt, J. W.; and Taylor, J. J.: Waves on water jets, *J. Fluid Mech* **83**, 191-193, (1977).
- [7] Lasheras, J. C.; Villermaux, E.; and Hopfinger, E. J.: Break-up and atomization of a round water jet by a high-speed annular air jet, *J. Fluid Mech.*, vol 357, pp. 351-379, (1998).
- [8] Engelbert, C.; Hardalupas, Y.; and Whitelaw, J. H.: Breakup phenomena in coaxial airblast atomizers, *Proc. R. Soc. Lond. A*, (1995), pp. 189-229.
- [9] Nukiyama, S.; and Tansawa, Y.: Experiments on the Atomization of Liquid in an Airstream, *Trans. Soc. Mech. Eng. Jpn.*, vol.5, 1939, pp. 68-75.
- [10] Kim, K. Y.; and Marshall Jr., W. R.: Drop-Size Distribution from Pneumatic Atomizers, *AIChE Journal*, vol. 17, no. 3, May 1971, pp. 575-584.
- [11] Lorenzetto, G. E.; and Lefebvre, A. H.: Measurements of Drop Size on a Plain-Jet Airblast Atomizer, *AIAA Journal*, vol. 15, no. 7, pp. 1006-1010, (1977).
- [12] Glaser, H. W.: Zerstäubungsverhalten von Kohle/Wasser- Suspensionen, *Brennstoff- Wärme- Kraft*, Bd. 38, Nr. 5, S.193-200, (1986).

- [13] Kihm, K. D.; Terracina, D. P.; and Cation, J. A.: Spray-tip droplet SMDs of intermittent high-pressure sprays of diesel fuel compared with coal-water slurry sprays, *Journal of the Institute of Energy*, June 1995, 68, pp 57-64.
- [14] Tsai, S. C.; and Viers, B.: Airblast Atomization of Viscous Newtonian Liquids Using Twinfluid Jet Atomizers of Various Designs, *Journal of Fluids Engineering*, vol. 114, pp. 113-118, March (1992).
- [15] Simmons, H. C.; and Harding, C. F.: Some Effects of Using Water as a Test Fluid in Fuel Nozzle Spray Analysis, *Trans. of the ASME*, vol. 103, pp. 118-123, January 1981.
- [16] Eroglu, H.; and Chigier, N.: Initial Size and Velocity Distributions for Airblast Coaxial Atomizers, *Journal of Fluids Engineering* vol. 113, pp. 453-459, September 1991.
- [17] Sankar, S. V. et al.: Liquid atomization by coaxial rocket injectors, *AIAA paper* no. 91-0691, (1991).
- [18] Sankar, S. V. et al.: Characterisation of coaxial rocket injector sprays under high pressure environments, *AIAA paper* no. 92-0228, (1992).
- [19] Hardalupas, Y.; and Whitelaw, J. H.: The Characteristics of Sprays produced by Coaxial Airblast Atomizers, *AIAA-93-0698*, pp. 1-8.
- [20] Jasuja, A. K.: Atomization of Crude and Residual Fuel Oils, *ASME Paper* 78-GT-83, (1978).
- [21] Rizk, N. K.; and Lefebvre, A. H.: Influence of Atomizer Design Features on Mean Drop Size, *AIAA J.*, vol. 21, no. B, pp. 1139-1142, (1983).
- [22] Rizk, N. K.; and Lefebvre, A. H.: The Influence of Liquid Film Thickness on Airblast Atomization, *Transactions of the ASME*, vol. 102, pp. 706-710, July (1980).
- [23] Tsai, S. C.; Childs, P.; and Luu, P.: Ultrasound- Modulated Two- Fluid Atomization of a Water Jet, *AIChE Journal*, Dec. (1996) vol. 42, no. 12, pp. 3340-3350.
- [24] Elkotb, M. M.; Mahdy, M. A.; and Moutaser, M. E.: Investigation of External-Mixing Airblast Atomizers, *Proc. of the 2nd Int. Conf. on Liquid Atomization and Sprays*, Madison, Wis., 1982 pp. 107-115.

-
- [25] Inamura, T.; and Nagai, N.: The Relative Performance of Externally and Internally-Mixed Twin-Fluid Atomizers, *Proceedings of the 3rd International Conference on Liquid Atomization and Sprays*, London, July 1985, pp. IIC/2/1-11.
- [26] Weiss, M. A.; and Worsham, C. H.: Atomization in High Velocity Airstreams, *ARS J.*, vol. 29, no. 4, (1959), pp. 252-259.
- [27] Burik, R. J.: Atomization and mixing characteristics of gas/liquid coaxial injector elements. *J. of Spacecraft and Rockets*, vol. 9, no. 5, 326-331, (1972).
- [28] Wigg, L. D.: Drop-Size Prediction for Twin-fluid Atomizers, *J. Inst. Fuel.*, vol. 27, 1964, pp. 500-505.
- [29] Favre-Marinet, M.; Camano, E. B.; and Sarboch, J.: Near-field of coaxial jets with large density differences, *Experiments in Fluids* 26, pp. 97-106, (1999).
- [30] Fritsching, U.; und Bauckhage, K.: Die Bewegung von Tropfen im Sprühkegel einer Ein- und einer Zweistoffdüse, *Chem.-Ing. -Tech.*, 59, Nr. 9, 1987, S. 744-745.
- [31] Dannehl, M.; Schulte, G.; und Bauckhage, K.: Einsatz der Laser-Doppler-Anemometrie für die experimentelle Untersuchung der Zweiphasenströmung und des Gaseintrages im Sprühkegel einer Flachstrahl-Einstoffdüse, *Chem.-Ing.-Tech.* 61, (1989) Nr. 6, S. 494-495.
- [32] Friedmann, J. A.; and Renksizbulut, M.: Interaction of an Annular Air Jet with a Non-Evaporating Liquid Spray. *Part. Part. Syst. Charact.* 11 (1994), pp. 442-452.
- [33] Klocke, B.; und Kremer, H.: Experimentelle und rechnerische Bestimmung des Konzentrations-, Druck- und Geschwindigkeitsverlaufs von drallbehafteten Freistrahlen, *Gas wärme international* Band 38 (1989), Heft 1 u. 2, S. 10-15, 56-62.
- [34] Ghosh, S.; and Hunt, J. C. R.: Induced air velocity within droplet driven sprays, *Proc. R. Soc. Lond. A*, 444, (1994), pp. 105-127.
- [35] Sirignano, W. A.: Fluid Dynamics of Sprays - 1992 Freeman Scholar Lecture, *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 115, pp. 345 - 378, Sept. 1993.

- [36] Nußelt, W.: Hauptaufsätze - Wärmeübergang, Diffusion, Verdunstung, *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, Band 10, Heft 2, April 1930.
- [37] Heyser, A.: Wärmeübergang und Stoffübertragung bei großen Partialdruckdifferenzen, *Chem-Ing. -Techn.*, 28. Jahrgang, Nr. 3, (1956).
- [38] Schingnitz, M.: Stoffübergang an fallenden Tropfen, *Chemie-Ing.-Techn.* 40. Jahrgang, Heft 19, (1968).
- [39] James, P. W.: On the Atomization of elastico-viscous liquids, *Rheol. Acta* **15** (1976), pp. 238-241.
- [40] Leib, S. J.; and Goldstein, M. E.: The generation of capillary instabilities on a liquid jet, *J. Fluid Mech.*, vol. 168, pp. 479-500, (1986).
- [41] Leib, S. J.; and Goldstein, M. E.: Convective and absolute instability of a viscous liquid jet, *Phys. Fluids*. **29** (4), pp. 952-954, April (1986).
- [42] Lin, S. P.; and Kang, D. J.: Atomization of a liquid jet, *Phys. Fluids* **30** (7), pp. 2000-2006, July (1987).
- [43] Lin, S. P.; and Lian, Z. W.: Absolute instability of a liquid jet in a gas, *Phys. Fluids A* **1** (3), pp. 490-493, March (1989).
- [44] Lin, S. P.; and Ibrahim, E. A.: Instability of a viscous liquid jet surrounded by a viscous gas in a vertical pipe, *J. Fluid Mech.*, vol 218, pp. 641-658, (1990).
- [45] Lin, S. P.; and Lian, Z. W.: Absolute and convective instability of a viscous liquid jet surrounded by a viscous gas in a vertical pipe, *Phys. Fluids*, **A5** (3), pp. 771-773, March (1993).
- [46] Avital, E.: Asymmetric instability of a viscous capillary jet in an inviscid media, *Phys. Fluid* **7** (5), pp. 1162-1164, May (1995).
- [47] Chuech, S. G.; Przekwas, A. J.; and Singhal, A. K.: Numerical modeling for primary atomization of liquid jets, *J. Propulsion*, Vol. 7, no 6, Nov. - Dec (1991).
- [48] Grabitz, G.: Berechnung pulsierender Flüssigkeitsstrahlen, Max-Planck-Institut für Strömungsforschung Göttingen, Bericht 15, (1990).

-
- [49] Hirth, C. W.; and Nichols, B. D.: Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries, *Journal of Computational Physics* **39**, pp. 201 - 225, (1981).
- [50] Albina, F. O.: Numerical Simulation of Jet Instabilities, *Proceedings of ILASS-Europe 2000*, 11-13. Sept. 2000.
- [51] Chaudhary, K. C.; and Maxworthy, T.: The nonlinear capillary instability of a liquid jet, Part 1 - 3, *J. Fluid. Mech.*, vol. 96, part 2, pp. 266 - 297, (1979).
- [52] Orme, M.; and Muntz, E. P.: The manipulation of capillary stream breakup using amplitude-modulated disturbances. A pictorial and quantitative representation, *Phys. Fluids. A* **2** (7), pp. 1124 - 1140, July (1990).
- [53] Tsai, S. C. et al.: The role of capillary waves in two-fluid atomization, *Phys. Fluids*, **9** (10), Oct. (1997), pp. 2909-2918.
- [54] Arai, M.; Amagai, K.; and No, S. Y.: Disintegration of liquid Jets from a Coaxial Dual Nozzle, Part I: Observation of Breakup Phenomena, Part II: Surface waves and its frequency analysis, *Atomization and Sprays*, vol. 7, pp. 507-517 and pp. 519-530, (1997).
- [55] Eroglu, H.; and Chigier, N.: Wave Characteristics of Liquid Jets from Airblast Coaxial Atomizers, *Atomization and Sprays*, vol. 1, pp. 349-366, 1991.
- [56] Reitz, R. D.; and Bracco, F. V.: Mechanism of Atomization of a Liquid Jet, *Phys. Fluids* **25** (10), October (1982), pp. 1730-1742.
- [57] Bronstein, I. N.; and Semendjajew, K. A.: Taschenbuch der Mathematik, 24. Auflage 1989, Verlag Harry Deutsch, ISBN 3-87144-492-8.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Schematische Darstellung einer Ein- und Zweistoffdüse	2
2.1	Weber - Ohnesorge - Diagramm von Faeth et al.	10
2.2	Berechneter Strahl im Rayleighregime [50]	19
2.3	Berechneter Strahl [50] einer modulierten Einstoffdüse im Vergleich zum Experiment	19
4.1	Schematischer Versuchsaufbau der Zweistoffdüse	25
4.2	Düsenform	26
4.3	Schnelle S am Austritt der Düse	27
5.1	Schematischer Versuchsaufbau	29
5.2	Schnittzeichnung des Kolbens	30
5.3	Düsen spitze mit Ringpiezo	31
5.4	Schema des Signalflusses	33
5.5	Glättung der Daten aus der Bildanalyse, $Re_g = 0$	35
5.6	Glättung der Daten aus der Bildanalyse, $Re_g = 1415$	36
5.7	Einfluß der Faltung auf Oberfläche und deren Ableitungen	37
5.8	Potentiallösung mit Quellen in Kegelmantelform	44
6.1	Stabilitätsdiagramm aus den Lösungen der Potentialgleichung	46
6.2	Flüssigkeitsstrahl mit $l = 0.48, \alpha_0 = 4.9\%$	49
6.3	Flüssigkeitsstrahl mit $l = 0.48, \alpha_0 = 4.9\%$	49
6.4	Sequenz einer Strahlzerstäubung mit $0 \leq Re_g \leq 2304$	50
6.5	Sequenz einer Strahlzerstäubung mit $2693 \leq Re_g \leq 6200$	51
6.6	Darstellung des Amplitudenverhältnisses über der Reynoldszahl	53
6.7	Darstellung des normierten Abstandes π_b zweier aufeinanderfolgender Wellenberge über der Weberzahl	54
6.8	Darstellung des normierten Abstandes zweier aufeinanderfolgender Wellentäler über der Weberzahl	55
6.9	Strahloberflächen mit Frequenzdoppelung	56
6.10	Verlauf der Oberfläche in Abhängigkeit vom Druck	57
6.11	Strahl der Wellenlänge $l = 0.95$ bei $Re_g = 830$	58
6.12	Strahl der Wellenlänge $l = 0.95$ bei $Re_g = 1000$	59
6.13	Strahl der Wellenlänge $l = 0.95$ bei $Re_g = 1120$	60
6.14	Strahloberflächen mit Frequenztripelung	60
6.15	Strahl der Wellenlänge $l = 0.76$ bei $Re_g = 900$	61

6.16 Strahl der Wellenlänge $l = 0.76$ bei $Re_g = 1370$	62
6.17 Strahl der Wellenlänge $l = 0.76$ bei $Re_g = 1680$	63
6.18 Wellenberge bei verschiedenen Reynoldszahlen	64
6.19 Gegenüberstellung der Wellenlängenverhältnisse	65
6.20 Gegenüberstellung der Amplitudenverhältnisse	66
6.21 Amplitudenverhältnis in Abhängigkeit von der Reynoldszahl	67
6.22 Stabilitätsdiagramm aus den Lösungen der Potentialgleichung mit neu skaliertes Reynoldszahl $Re_{g,\lambda}$	68
6.23 Diffuse Sprühkegel bei Reynoldszahl $Re_g = 7200$	69
6.24 Varikose und asymmetrische Moden eines Sprühkegels, $Re_g =$ $7200, f = 29.1$ kHz	70
6.25 Gefittete Funktion und deren Datenreihen	71
6.26 Wellenlänge varikoser und asymmetrischer Moden bei $Re_g = 7200$	72
6.27 Düse zur Modulation des Gases	72
6.28 Flüssigkeitsstrahlen bei angeregtem Luftstrom	73

Tabellenverzeichnis

1 Parameterbereiche der Untersuchungen verschiedener Autoren	12
2 Bereiche der Stoffgrößen und Exponent des Massenstromverhältnisses in empirischen Gleichungen	13
3 Auflösungen der Videokameras	32
4 Daten der Versuchsreihe aus den Bildern 6.4 und 6.5	52
5 Die relativen Gesamtfehler der Zielgrößen	76
6 Stoffdaten und Konstanten der Experimente	86

8 Anhang

8.1 Stoffdaten und Konstanten

Bezeichnung	Symbol	Wert	Einheit
Strahldurchmesser	d	= 0.4	mm
Normdruck	p_0	= 101325	Pa
Normdichte Luft	ρ_g	= 1.2923	kg/m ³
kinematische Viskosität Luft	ν_g	= $13.93 \cdot 10^{-6}$	Pa · s
dynamische Viskosität Luft	η_g	= $18.246 \cdot 10^{-6}$	N s/m ²
Dichte des Alkohols	ρ_f	= 795	kg/m ³
kinematische Viskosität des Alkohols	ν_f	= $3.068 \cdot 10^{-6}$	Pa · s
dynamische Viskosität des Alkohols	η_f	= $2.57 \cdot 10^{-3}$	N s/m ²
Oberflächenspannung des Alkohols	σ_f	= $26.1679 \cdot 10^{-3}$	N/m
Kompressibilität des Alkohols	χ_f	= $1.1 \cdot 10^{-9}$	1/Pa
Maximaler Hub des Piezokristalls	h	= $100 \cdot 10^{-9}$	m

Tabelle 6: Stoffdaten und Konstanten der Experimente

Tabellarischer Lebenslauf

Name:	Andreas Glathe	
Geburtsdatum:	04.04.1968	
Geburtsort:	Dortmund	
Familienstand:	verheiratet	
Schulbildung:	08.1974 - 07.1978 08.1978 - 06.1987	Grundschule in Marburg Gymnasium „Martin Luther Schule“ in Marburg, Abitur
Zivildienst:	08.1987 - 03.1989	Rettungsdienst bei der Johanniter-Unfall-Hilfe, Kreisverband Marburg Biedenkopf
Studium:	04.1989 - 09.1991 April 1991 10.1991 - 10.1994 10.1993 - 02.1994	Grundstudium „Physik“ an der Phillips-Universität Marburg Vordiplom Hauptstudium „Mechanik“ an der TH-Darmstadt, Diplom Diplomarbeit bei der DLR in Göttingen
Beruf:	11.1994 - 10.2000	Wiss. Assistent am Institut für Fluidmechanik und Fluidenergiemaschinen, TU Bergakademie Freiberg