

Martin Horwath

**Zur Ermittlung geophysikalischer Massensignale mit
Schwerefeldmissionen: Eine Analyse des
gegenwärtigen Standes am Beispiel der Antarktis**

Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing.)

an der Fakultät Forst-, Geo- und Hydrowissenschaften
der Technischen Universität Dresden

vorgelegt von Dipl.-Math. Martin Horwath,
geboren am 13. September 1972 in Dresden

Gutachter:

Prof. Dr.-Ing. habil. Reinhard Dietrich, Technische Universität Dresden
Prof. Dr.-Ing. habil. Siegfried Meier (i.R.), Technische Universität Dresden
Prof. Dr.-Ing. Dr.h.c. Reinhard Rummel, Technische Universität München

Tag der Einreichung: 24. August 2007

Tag der mündlichen Prüfung: 20. Dezember 2007

Die inhaltliche Übereinstimmung dieses Exemplars mit dem Original der Dissertation

„Zur Ermittlung geophysikalischer Massensignale mit Schwerefeldmissionen: Eine Analyse des gegenwärtigen Standes am Beispiel der Antarktis“

wird hiermit bestätigt.

Martin Horwath

Dresden, 20. Februar 2008

Dank

Diese Arbeit entstand im Rahmen von durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) geförderten Forschungsprojekten in der Arbeitsgruppe von Prof. Reinhard Dietrich am Institut für Planetare Geodäsie der TU Dresden. Prof. Dietrichs Wissenschaftsstil und sein konstruktiver, gewinnender Umgang mit Mitarbeitern und Kooperationspartnern haben meine wissenschaftliche Entwicklung geprägt. Ihm gilt mein herzlicher Dank für die Betreuung meiner Arbeit, für die vielen inspirierenden Diskussionen, für manchen Motivationsschub in schwierigen Phasen und für die gewährten Freiräume zur Abfassung der Dissertationsschrift. Ihm und den weiteren Gutachtern, Herrn Prof. Siegfried Meier und Herrn Prof. Reinhard Rummel, danke ich für die Begutachtung der Arbeit.

Ich danke meinen Kollegen am Institut für Planetare Geodäsie für die vielfältige fachliche und technische Unterstützung, die anregenden Diskussionen und das „soziale Netz“, das in jeder Kaffeepause erfahrbar ist. Mein herzlicher Dank gilt auch den vielen Kollegen an anderen Einrichtungen, die im Rahmen gemeinsamer Projekte bereichernde Diskussionen mit mir führten und Datensätze für diese Arbeit zur Verfügung stellten, insbesondere Benoît Legrésy am *Laboratoire d'Études en Géophysique et Océanographie Spatiales* (LEGOS) in Toulouse (Frankreich), Roland Schmidt, Franz Barthelmes, Christoph Förste, Svetozar Petrovic und Andreas Güntner am GeoForschungsZentrum Potsdam, Petra Döll an der Johann Wolfgang Goethe-Universität Frankfurt, Hans Oerter am Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung Bremerhaven und Erik Ivins am *Jet Propulsion Laboratory* in Pasadena (Kalifornien).

Ich danke meinen Eltern für ihre Unterstützung und Anteilnahme. Ganz besonders danke ich schließlich Lydia für ihre Liebe und das Mittragen der Arbeitslast und unseren Töchtern Josephine, Sophia und Gisela: Es war eine Freude, sie gleichzeitig mit dieser Arbeit wachsen zu sehen.

Kurzfassung

Die neuen Schwerefeld-Satellitenmissionen CHAMP (*Challenging Minisatellite Payload*), GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*) und GOCE (*Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer*) können wesentlich zur Erforschung und Beobachtung des Systems Erde beitragen. Die Antarktis als ein Schlüsselglied im globalen Klimasystem bietet dabei besondere Herausforderungen. GRACE hat hier das Potential, zeitliche Massenänderungen (unter anderem der Eismasse) zu beobachten.

Methoden zur Auswertung der Missionsdaten befinden sich gegenwärtig in einem intensiven Entwicklungsprozess, zu dem die vorliegende Arbeit beitragen soll. Inhaltlicher Schwerpunkt ist die Nutzung von GRACE zur Ermittlung zeitlicher Massenvariationen in der Antarktis. Die Analysen erfolgen in erster Linie aus der Position eines Nutzers von Standard-Missionsprodukten, betreffen aber grundsätzlich den gesamten Auswerteprozess.

Nach einer Einführung werden zunächst die Hintergründe der Arbeit ausgeführt (Kapitel 2), speziell die theoretischen Grundlagen zu Massen- und Schwerefeldvariationen, Phänomene geophysikalischer Massenvariationen und die neuen Schwerefeldmissionen mit ihrem Potential zur Beobachtung solcher Massenvariationen.

Ein Hauptteil der Arbeit behandelt die Frage, welche Signale und Fehler in den Schwerefeldlösungen der Missionen enthalten sind (Kapitel 3). Zunächst werden dazu gegenwärtige Prozessierungskonzepte zur Erstellung von CHAMP- und GRACE-Schwerefeldlösungen skizziert und die GRACE-Monatslösungen des GeoForschungsZentrums Potsdam als ein Standard-GRACE-Produkt vorgestellt. Es folgen verschiedene Analysen zur Fehlerstruktur der Schwerefeldlösungen, wobei insbesondere die Fehlerstruktur von GRACE-Monatslösungen anhand ihres Zeitverhaltens empirisch untersucht werden. Als eine Ursache empirisch festgestellter, aber durch Fehlermodelle nicht vollständig beschriebener Fehlerstrukturen werden schließlich Alias-Effekte von unmodellierten zeitlichen Variationen auf die geschätzten räumlichen Variationen qualitativ und quantitativ beschrieben und diskutiert.

Ein zweiter Hauptteil untersucht geophysikalische Rückschlüsse aus GRACE-Schwerefeldlösungen mit Anwendung auf die Schätzung antarktischer Eismassensignale (Kapitel 4). Methoden zur Schätzung von Massensignalen aus den Schwerefeldlösungen werden systematisch zusammengestellt und teilweise weiterentwickelt. Die praktische Anwendung dieser Methoden zur Schätzung von Eismassenänderungen des Antarktischen Eisschildes und seiner großen Einzugsgebiete wird erklärt. Ein Schwerpunkt liegt auf der Untersuchung der unterschiedlichen Mechanismen, die zu Fehlern der geschätzten Massensignale führen, sowie auf der Abschätzung dieser Fehler. Im Lichte der gewonnenen Einsichten in die methodischen Unsicherheiten der angewandten Analysetechniken erfolgt schließlich die Präsentation und Diskussion der Ergebnisse, einschließlich eines Vergleichs mit bisher veröffentlichten Massenbilanzresultaten.

Möglichkeiten zu methodischen Verbesserungen, die in den vorangegangenen Untersuchungen deutlich werden, aber über den Rahmen der Arbeit hinausgehen, werden in einem eigenen Kapitel (Kapitel 5) diskutiert. Dies betrifft sowohl solche Verbesserungen, die bereits auf der Basis der gegenwärtigen GRACE-Monatslösungen möglich sind, als auch Verbesserungen in der Generierung dieser Monatslösungen oder, allgemeiner, in der GRACE-Prozessierung. Die Kombination der GRACE-Daten mit komplementären Beobachtungen und Modellen spielt in den unterschiedlichen Stadien der GRACE-Datenanalyse eine Schlüsselrolle. In Bezug auf die Trennung antarktischer Massensignale werden Kombinationsstrategien nochmals gesondert diskutiert.

Schließlich werden die Hauptergebnisse der Arbeit nochmals zusammengefasst und eingeordnet (Kapitel 6).

Abstract

The new gravity field satellite missions CHAMP (Challenging Minisatellite Payload), GRACE (Gravity Recovery and Climate Experiment) and GOCE (Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer) can provide essential contributions to the study and the monitoring of the Earth system. Hereby, Antarctica as a key element of the climate system offers particular challenges. GRACE has the potential to observe temporal variations of masses such as ice masses, in particular.

Methods to analyse the mission data are currently in a process of intensive development. The present work aims to contribute to this process. The focus is on the use of GRACE to determine temporal mass variations in Antarctica. The analyses are carried out from the viewpoint of a standard product user. Nonetheless, they concern the entire process of GRACE data analysis.

After an introduction, the background of the work is explained, in particular the theoretical fundamentals of mass and gravity field variations, the phenomena of geophysical mass variations and the new gravity field missions with their potential to observe these variations (chapter 2).

One main part of the work (chapter 3) treats the question which signals and errors are contained in the missions' gravity field solutions (chapter 3). Current CHAMP and GRACE processing approaches are outlined. The GRACE monthly solutions by GeoForschungsZentrum Potsdam are introduced. Subsequently, different analyses about error structures of gravity field mission solutions are presented. In particular, an empirical analysis of time-variations of the GRACE monthly solutions reveals error structures which are not completely described by error models. As one cause of this discrepancy, alias effects of unmodelled temporal variations on the spatial patterns of the solutions are discussed qualitatively and quantitatively.

Another main part of the work (chapter 4) investigates geophysical inferences from the GRACE monthly solutions, with Antarctica taken as a case study. Methods to estimate mass signals are systematised and partly enhanced. The practical applications of these methods for the estimation of Antarctic ice mass changes is explained. The different error mechanisms are investigated in detail, and corresponding errors are assessed. The results about Antarctic ice mass changes are then presented, compared to previous results and discussed in the light of the remaining methodological uncertainties.

The studies reveal directions for methodological improvements, and so, related ideas are discussed in a separate chapter (chapter 5). They concern both the analysis of current GRACE monthly solutions and the generation of these solutions, or, more generally, the GRACE processing. The combination of GRACE data with complementary observations and models plays a key role in the different levels of GRACE data analysis. Combination strategies are, hence, once more discussed with regard to Antarctic mass signals.

Finally, the main results of the work are summarised and discussed in a broader context.

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	7
Tabellenverzeichnis	10
Abkürzungsverzeichnis	12
1 Einführung	13
2 Massenvariationen, Schwerefeld und Schwerefeldmissionen	16
2.1 Theoretische Grundlagen zu Massenvariationen und Schwerefeld	16
2.2 Geophysikalische Massenvariationen	19
2.2.1 Stationäre Massenverteilung in ihrer Schwerefeldwirkung	20
2.2.2 Massenvariationen des Antarktischen Eisschildes	20
2.2.3 Weitere Massenvariationen	24
2.3 Die Schwerefeldmissionen CHAMP, GRACE und GOCE	28
3 Schwerefeldlösungen der Missionen und ihre Fehlerstrukturen	32
3.1 Prozessierungskonzepte für CHAMP und GRACE	32
3.1.1 Numerische dynamische Bahnanalyse	32
3.1.2 Varianten und Alternativen	37
3.2 GRACE-Monatslösungen (Release 4) des GFZ Potsdam	39
3.3 Fehlerstruktur der Schwerefeldlösungen	40
3.3.1 Fehlerstruktur aus einfachen spektralen Modellen	40
3.3.2 Fehlerstruktur aus der Normalgleichungsmatrix	42
3.3.3 GRACE-Fehlerstruktur aus empirischen Analysen	46
3.4 Alias-Effekte als Modellierungsproblem bei der Missionsprozessierung	56
4 Rückschlüsse aus GRACE-Schwerefeldlösungen auf Massensignale	62
4.1 Methoden	62
4.1.1 Massensignale und ihre Schätzung	62
4.1.2 Fehlerarten und Fehlerabschätzung	64
4.1.3 Zur Zeitabhängigkeit	65
4.1.4 Spezielle Schätzmethoden	66
4.1.5 Einordnung und Diskussion früherer Arbeiten	70
4.2 Praktische Realisierung zur Schätzung von Eismassensignalen Antarktikas	72
4.3 Fehler der geschätzten Eismassensignale	76
4.3.1 Einfluss von Massenvariationen, die den Eismassenvariationen überlagert sind	77
4.3.2 Leck-Effekte	79
4.3.3 GRACE-Fehler-Effekte	84
4.3.4 Einflüsse der methodischen Realisierung	87
4.3.5 Interannuale Variationen: Signale und Fehler	91
4.3.6 Zusammenschau	93
4.4 Eismassensignale Antarktikas: Ergebnisse und Diskussion	95

5 Strategien in Richtung optimaler Auswertemethoden	102
5.1 Verbesserungen auf der Basis gegenwärtiger GRACE-Monatslösungen	102
5.2 Verbesserungen der GRACE-Prozessierung	104
5.3 Kombination von GRACE mit komplementären Beobachtungen und Modellen zur Trennung überlagerter Massenvariationen der Antarktis	106
5.3.1 Allgemeines	106
5.3.2 Ein Schema zur Kombination von GRACE, Altimetrie und GNSS	108
6 Schluss	114
Literaturverzeichnis	117
A Zu zeitlichen Fluktuationen der Oberflächenmassenbilanz	128
A.1 Problembeschreibung, Stand der Wissenschaft	128
A.2 Analyse von Oberflächenmassenbilanz-Daten in Dronning-Maud-Land	134
A.2.1 Traversendaten	134
A.2.2 Firnkerndaten	136
A.3 Entwurf eines stochastischen Modells	140
A.4 Diskussion	140

Abbildungsverzeichnis

2.1	Geoid-Gradamplituden des stationären Schwerfeldes und einiger zeitlicher Variationen	19
2.2	Das Geoid nach dem Geopotentialmodell EIGEN-GL04C	20
2.3	Der Antarktische Eisschild: geographische Übersicht, OMB und Fließgeschwindigkeiten	21
2.4	Trends der Eisoberflächenhöhe 1995–2003 aus Radaraltimetrie-Daten	23
2.5	Illustration des stochastischen Modells interannualer OMB-Fluktuationen Antarktiskas	24
2.6	GIA nach dem Modell IJ05	25
2.7	Standardabweichungen atmosphärischer, ozeanischer und hydrologischer Massenvariationen	27
2.8	Missionskonzepte High-Low-SST (CHAMP), Low-Low-SST (GRACE) und Satellitengradiometrie (GOCE)	29
2.9	Geoidfehler-Gradamplituden zu den drei Missionskonzepten High-Low-SST (CHAMP), Low-Low-SST (GRACE) und Satellitengradiometrie (GOCE)	30
2.10	Schema zu räumlichen und zeitlichen Skalen geophysikalischer Massenvariationen und deren Auflösbarkeit durch CHAMP, GRACE und GOCE	31
3.1	Jahressignal und Trend des Geoids aus den GRACE-Monatslösungen	40
3.2	Kalibrierte Fehler der GRACE-Monatslösungen	42
3.3	Formale Fehler einer CHAMP-Schwerfeldlösung	43
3.4	Eigenwerte der CHAMP-Normalgleichungsmatrix.	44
3.5	Der erste Eigenvektor der CHAMP-Normalgleichungsmatrix	44
3.6	Übersicht über die Hierarchie der Eigenvektoren	45
3.7	Kumulierte Geoidfehler der CHAMP-Lösung mit Kumulation nach der sphärisch-harmonischen Standardzerlegung und nach der Eigenwertzerlegung	46
3.8	Vergleich empirischer und kalibrierter Fehler-Standardabweichungen der Stokes-Koeffizienten der GRACE-Monatslösungen	48
3.9	Empirische Fehler der Stokes-Koeffizienten eines individuellen Monats	49
3.10	Ausschnitte aus der Korrelationsmatrix der empirischen Fehler der Stokes-Koeffizienten	49
3.11	Vergleich von Realisierungen der empirischen Fehler und des unkorrelierten Fehlermodells für gauß-geglättete Flächendichtevariationen	50
3.12	Wie Abbildung 3.11, jedoch anstelle der Gauß-Filterung mit einer speziellen, grad- und ordnungsabhängigen Filterung.	51
3.13	Vergleich der Standardabweichungen der empirischen Fehler und des unkorrelierten Fehlermodells für speziell gefilterte Flächendichtevariationen	52
3.14	Zu möglichen zeitlichen Trends in GRACE-Fehlern	53
3.15	Vergleich von Fehler-Standardabweichungen der Flächendichte entsprechend dem unkorrelierten Fehlermodell, der vollen kalibrierten Kovarianzmatrix und den empirischen Fehlern	55
3.16	Schema zum Alias-Effekt unmodellierter zeitlicher Variationen auf räumliche Variationen des geschätzten Schwerfeldes.	57
3.17	Spektrales Schema zum Alias-Effekt. Als beobachtetes Funktional wird hier das Potential in Bahnhöhe angenommen (CHAMP-Szenario)	59
3.18	Wie Abbildung 3.17, jedoch für das GRACE-Szenario	59

3.19	Wie Abbildung 3.17, jedoch für das GOCE-Szenario	59
4.1	Teilgebiete Antarktikas, für die Massensignale geschätzt werden, und Ozean- gebiete, deren Massenänderungen bei Methode M mit parametrisiert werden . . .	73
4.2	Faktoren w_{nm} für $\lambda = 0.3$ und $\lambda = 0.03$	73
4.3	Gewichtsfunktion $\eta(\Omega)$ zur Schätzung der Massensignale für Integrationsgebiet Antarktika und Gebiet 12 mit den drei Methoden G1, G2 und M	75
4.4	Wie Abbildung 4.3, jedoch globale Darstellung mit abweichender Farbskala. . . .	75
4.5	Geschätzte Eismassensignale für Antarktika und Gebiet 12 mit den Methoden G1, G2 und M	76
4.6	Fehler- und Signalhaushalt des geschätzten Eismassentrends für Antarktika und Gebiet 12	77
4.7	Reduzierte Massensignale für Antarktika und Gebiet 12 nach dem GIA-Modell, kontinentalen Atmosphärenmodell, Ozeanbodendruck-Modell und Hydrologie- modell	78
4.8	Leck-Effekte durch antarktische Eismassenvariationen für Integrationsgebiet Ant- arktika und Gebiet 12	82
4.9	Trends gefilterter Flächendichteanomalien $\Delta\kappa^{\text{sat,flt}}$ aus den 40 unregulierten Monatslösungen	86
4.10	Einfluss des Filterparameters λ auf Ergebnisse der Methoden G1 und G2 für das Integrationsgebiet Antarktika	88
4.11	Wie Abbildung 4.10, jedoch für Integrationsgebiet 12	88
4.12	Vergleich geschätzter Eismassensignale für Antarktika mit den Methoden M und M'	89
4.13	Vergleich der Gewichtsfunktionen $\eta(\Omega)$ für das Integrationsgebiet Antarktika mit den Methoden M und M'	89
4.14	Vergleich geschätzter Eismassensignale für Antarktika mit den Methoden M und M''	90
4.15	Vergleich der Gewichtsfunktionen $\eta(\Omega)$ für das Integrationsgebiet Antarktika mit den Methoden M und M''	90
4.16	Geschätzte Eismassensignale (Methode G2) für das Gebiet im Inneren Ostant- arktikas mit einer OMB kleiner als $60 \text{ kg m}^{-2} \text{ a}^{-1}$	92
4.17	Geschätzte Eismassensignale (Methode G2) und deren Trends für Antarktika, Ostantarktika und Westantarktika	96
4.18	Wie Abbildung 4.17, aber für die Teilgebiete 1 bis 8	97
4.19	Wie Abbildung 4.17, aber für die Teilgebiete 9 bis 16	98
4.20	Summe aus den Gewichtsfunktionen $\eta(\Omega)$ (Methode G2) für die Gebiete 11 und 12	99
4.21	Vergleich geschätzter Eismassentrends für Antarktika, Ostantarktika und We- stantarktika aus dieser Arbeit und aus bisher veröffentlichten GRACE-Analysen	100
5.1	Sensitivitäten der drei Beobachtungsgrößen Geoidhöhe, Eisoberflächenhöhe und Erdkrustenhöhe gegenüber den drei überlagerten geophysikalischen Signalen äqui- valente Eisdickenänderung, GIA und Firnkompaktionseffekt	111
5.2	In den Gleichungen (5.5), (5.7), (5.10) und (5.14) auftretende Faktoren in ihrer Gradabhängigkeit	112
A.1	Ergebnisse aus bisherigen Veröffentlichungen und aus dieser Arbeit zur räumlichen Charakteristik von OMB-Fluktuationen aus Analysen von Firnkern-, Firngruben- und Akkumulationspegelmessungen	130
A.2	Geographische Übersicht über die analysierten OMB-Daten	134
A.3	OMB-Beobachtungen durch Akkumulationspegel entlang der Traverse zwischen Neumayer und Kottas Camp	135

A.4	Empirische Autokovarianzmaße relativer Fluktuationen der jährlichen OMB entlang der Traverse zwischen Neumayer und Kottas Camp	136
A.5	Zeitliches Verhalten der relativen OMB-Fluktuationen aus Firnkernen	136
A.6	Einfluss von Datierungsfehlern auf die beobachtete Kovarianz zweier Zeitreihen mit gemeinsamem Signal	139

Tabellenverzeichnis

2.1	Die Schwerefeldmissionen CHAMP, GRACE und GOCE. Zur Bedeutung verwendeter Abkürzungen siehe das Abkürzungsverzeichnis.	29
3.1	Eckdaten zur CHAMP- und GRACE-Schwerefeldprozessierung am GFZ Potsdam mit der dynamischen Methode	36
4.1	Einfache Rechenbeispiele für verschiedene Ausprägungen des Leck-Effekts durch antarktische Eismassenvariationen	80
4.2	Haushalt formaler Fehler geschätzter Eismassentrends für die Integrationsgebiete Antarktika und Gebiet 12 mit den Methoden G1, G2 und M	85
4.3	Fehler- und Signalhaushalt der Varianz σ_{inter}^2 interannualer Variationen für die Integrationsgebiete Antarktika, Gebiet 12 und das Gebiet mit einer OMB kleiner als $60 \text{ kg m}^{-2} \text{ a}^{-1}$	93
5.1	Zusammenfassung der Szenarien A, B, D, E, F zur Bestimmung der äquivalenten Eishöhe ΔZ^{Eis} : Sensitivitätsfaktoren bezüglich der eingehenden Beobachtungen bzw. der benötigten Modelle.	113
A.1	Analysierte OMB-Zeitreihen aus Firnkernen.	137
A.2	Empirische Varianzen der Firnkern-Zeitreihen relativer OMB-Fluktuationen und Kovarianzen zwischen Paaren von Zeitreihen	138
A.3	Drei Modelle der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Datierungsfehler in den Firnkerndaten.	138
A.4	Schätzungen der räumlichen Kovarianz $C_b(100 \text{ km})$ des in den Zeitreihen enthaltenen zeitlich unkorrelierten Rauschens aus den beobachteten Kovarianzen der Teilsignale der Frequenzbändern 2 und 3	139

Abkürzungsverzeichnis

AKF	Autokovarianzfunktion
AWI	Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung
CE	<i>Center of mass of the solid Earth</i>
CHAMP	<i>Challenging Minisatellite Payload</i>
CM	<i>Center of mass of the Earth system</i>
CNES/GRGS	<i>Centre National d'Etudes Spatiales/Group de Recherches de Géodésie Spatiale</i>
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
ECMWF	<i>European Centre for Medium-Range Weather Forecasts</i>
EIGEN	<i>European Improved Gravity model of the Earth by New techniques</i>
ENVISAT	<i>Environment Satellite</i>
ERS	<i>European Remote Sensing Satellite</i>
ESA	<i>European Space Agency</i>
G1, G2	Kürzel für Schätzmethode – siehe Abschnitt 4.2
GAP	<i>Global Assessment and Prognosis</i>
GFZ Potsdam	GeoForschungsZentrum Potsdam
GGOS	<i>Global Geodetic Observing System</i>
GIA	glazial-isostatische Ausgleichsprozesse
GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GOCE	<i>Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GRACE	<i>Gravity Recovery and Climate Experiment</i>
ICE	Modellakronym für GIA-Modell
ICESat	<i>Ice, Cloud, and Land Elevation Satellite</i>
IJ05	Modellakronym, abgeleitet aus „Ivins und James, 2005“
JPL	<i>Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology</i>
LEO	<i>Low Earth Orbiter</i>
M	Kürzel für Schätzmethode – siehe Abschnitt 4.2
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
OMB	Oberflächenmassenbilanz
OMCT	<i>Ocean Model for Circulation and Tides</i>
RL	Release
SAR	<i>Synthetic Aperture Radar</i>
SST	<i>Satellite-to-satellite tracking</i>
TOPEX	<i>Ocean Topography Experiment</i>
UTCSR	<i>Center for Space Research at the University of Texas at Austin</i>
WGHM	<i>Water GAP Global Hydrology Model</i>

1 Einführung

Die Erforschung unseres Planeten wird heute nicht allein aus geistigem oder materiellem Eroberungsdrang getrieben, sondern mehr noch aus der Notwendigkeit menschlicher Vorsorge. Es gilt, hochkomplexe geophysikalische Prozesse zu erfassen und zu verstehen, um gesellschaftliches Handeln anpassen zu können. Dies erfordert eine Betrachtung der Erde als Gesamtsystem und das Zusammenwirken unterschiedlicher Wissenschaftsdisziplinen.

Die Region der Antarktis mit dem Antarktischen Eisschild ist ein Beispiel für die mit dieser Aufgabe verbundenen Herausforderungen. Die Eismassen bilden über ihren Energie- und Stoffaustausch mit Atmosphäre und Ozean ein Schlüsselglied im globalen Klimasystem. Antarktische Eismassenänderungen können Indikatoren des globalen Klimawandels sein, dessen Auswirkungen gesellschaftlich hochrelevant sind. Entsprechende Aufmerksamkeit erregten z.B. Berichte über das Abbrechen großer Teile des Larsen-Schelfeises an der Antarktischen Halbinsel [Shepherd u.a., 2003] oder über eine beschleunigende Abnahme von Gletschern im Amundsen-See-Sektor [Thomas u.a., 2004]. Die Schwierigkeit, solche Veränderungen zu erfassen, zu verstehen und – mehr noch – vorherzusagen, besteht zum einen in der relativ geringen räumlichen und zeitlichen Abdeckung mit Beobachtungen und zum anderen in der Überlagerung und wechselseitigen Beeinflussung sehr unterschiedlicher Prozesse mit sehr verschiedenen zeitlichen und räumlichen Skalen, deren Physik zum Teil noch nicht vollständig verstanden oder nicht vollständig modellierbar ist. So weist der jüngste Sachstandsbericht des *Intergovernmental Panel on Climate Change* [Solomon u.a., 2007] als unsichersten Beitrag zum Meeresspiegelanstieg der vergangenen Jahrzehnte den Beitrag Antarktikas aus – sogar mit unbekanntem Vorzeichen. Eine Prognose für das 21. Jahrhundert ist ebenfalls nicht einmal im Vorzeichen gewiss.

Die Geodäsie kann durch die Bestimmung von Oberflächengeometrie, Schwerefeld und Raumorientierung (Rotation) der Erde einschließlich ihrer zeitlichen Änderungen wesentlich zur Erdsystemforschung beitragen. Um den neuen Herausforderungen der Erdbeobachtung gerecht zu werden, hat die Internationale Assoziation für Geodäsie das Projekt *Global Geodetic Observing System* (GGOS) gestartet und in größere internationale Verbünde eingebracht [Rummel u.a., 2005; Plag, 2005]. Ziel ist es, die verschiedenen Beobachtungstechniken im globalen Maßstab zu integrieren, wobei die verwendeten Referenzrahmen und Modelle zu vereinheitlichen und Beobachtungen mit Modellen konsistent zu kombinieren sind.

Was die Komponente des Schwerefeldes betrifft, spielen in diesen Plänen die neuartigen Satellitenmissionen CHAMP (*Challenging Minisatellite Payload*), GRACE (*Gravity Recovery and Climate Experiment*) und GOCE (*Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer*) eine entscheidende Rolle. Mit der Realisierung dieser Missionen kann die Bestimmung des globalen Schwerefeldes und seiner zeitlichen Änderungen mit einer ebenbürtigen Genauigkeit erfolgen wie die Bestimmung von Oberflächengeometrie und Erdorientierung mit anderen Raumverfahren. Mit GRACE sind insbesondere zeitliche Schwerefeldvariationen bis zu einer räumlichen Auflösung von einigen 100 km und einer zeitlichen Auflösung von Wochen erfassbar. Es ist schon erstaunlich, wenn z.B. saisonale Variationen der kontinentalen Wassermassen durch deren Gravitationswirkung detektiert werden können [Tapley u.a., 2004a; Schmidt u.a., 2006c].

Auswertemethoden für die in ihrer Realisierung jungen Schwerefeldmissionen befinden sich gegenwärtig noch in einer intensiven Entwicklung, die durchaus Züge eines Wettstreits um das geeignetste Verfahren trägt [z.B. Ries und Bettadpur, 2006]. Für die GRACE-Auswertung im Hinblick auf zeitliche Massenvariationen ist es gegenwärtig Standard, dass Analysezentren wie das GeoForschungsZentrum Potsdam (GFZ Potsdam) innerhalb ihrer Missionsprozessierung aus den aufbereiteten Rohdaten Missionsprodukte in Form monatlicher Schwerefeldlösungen erstellen. Diese werden den Nutzern zur Verfügung gestellt, die anhand weiterer Analysen Rückschlüsse über geophysikalische Massenvariationen ziehen. Vor diesem Hintergrund bestehen mehrere me-

thodische Entwicklungsfelder: erstens in der GRACE-Prozessierung, zweitens in der Analyse der GRACE-Schwerefeldlösungen für geophysikalische Rückschlüsse und drittens in einer möglichen stärkeren Synthese aus beiden Schritten, d.h. einer direkteren Ermittlung geophysikalischer Massenvariationen aus den Beobachtungen. Gegenwärtige Unsicherheiten in der Methodik der GRACE-Datenanalyse werden z.B. beim Vergleich von antarktischen Eismassenbilanzergebnissen deutlich, die verschiedene Autoren aus GRACE-Daten ableiten [Cazenave, 2006]. Sie reichen von Werten nahe Null [Ramillien u.a., 2006; Chen u.a., 2006b] bis zu einem negativen Wert, der im Betrag Resultate anderer Beobachtungstechniken weit übersteigt [Velicogna und Wahr, 2006]. Ein gutes Verständnis für die Signale und Fehler, die durch die Beobachtungen und die jeweiligen Auswertemethoden in die Ergebnisse einfließen, ist aber eine Voraussetzung für eine effektive Nutzung der neuen Missionen und ihre konsistente Einbindung in das GGOS.

Die Untersuchungen der vorliegenden Arbeit sollen zum methodischen Entwicklungsprozess für die Nutzung der Schwerfeldmissionen beitragen. Inhaltlicher Schwerpunkt ist dabei die Nutzung von GRACE zur Ermittlung zeitlicher Massenvariationen in der Antarktis. Die Wirkmechanismen und Probleme bei der Auswertung der Missionsdaten werden gründlich analysiert. Dies erfolgt in erster Linie aus der Position eines Nutzers von Standard-Missionsprodukten, betrifft aber grundsätzlich den gesamten Auswerteprozess von den Beobachtungsdaten bis hin zum geophysikalisch interpretierten Massensignal. Die Untersuchungen betreffen damit die folgenden vier Fragenkomplexe:

- *Welche Signale und Fehler sind in den Schwerfeldlösungen der Missionen (insbesondere GRACE) enthalten?*
- *Welche geophysikalischen Rückschlüsse sind aus GRACE-Schwerefeldlösungen möglich? – Mit welchen Methoden? – Mit welchen Unsicherheiten?*
- *Welche Rückschlüsse können gegenwärtig konkret über die Eismassenbilanz Antarktikas gezogen werden?*
- *Wie sind die Auswertemethoden zukünftig zu verbessern, um die identifizierten Probleme zu lösen oder zu mildern und die Möglichkeiten der Mission voll auszuschöpfen?*

Das folgende Kapitel 2 „Massenvariationen, Schwerfeld und Schwerfeldmissionen“ gibt nähere Ausführungen über die entsprechenden Hintergründe dieser Arbeit.

Kapitel 3 „Schwerefeldlösungen der Missionen und ihre Fehlerstrukturen“ behandelt gerade den ersten der oben genannten Fragenkomplexe. Zunächst werden Auswertekonzepte skizziert, mit denen gegenwärtige Schwerfeldlösungen für CHAMP und GRACE erstellt werden (Abschnitt 3.1). Als ein Standard-GRACE-Produkt werden die Monatslösungen des GFZ Potsdam vorgestellt (Abschnitt 3.2). Dem schließen sich verschiedene Analysen zur Fehlerstruktur der Schwerfeldlösungen an (Abschnitt 3.3). Besonderes Gewicht erhalten dabei empirische Untersuchungen der Fehlerstruktur der GRACE-Monatslösungen anhand ihres Zeitverhaltens. Als eine Ursache empirisch festgestellter, aber durch Fehlermodelle nicht vollständig beschriebener Fehlerstrukturen werden schließlich Alias-Effekte von unmodellierten zeitlichen Variationen auf die geschätzten räumlichen Variationen qualitativ und grob quantitativ beschrieben und diskutiert (Abschnitt 3.4).

Kapitel 4 „Rückschlüsse aus GRACE-Schwerefeldlösungen auf Massensignale“ behandelt den zweiten und den dritten Fragenkomplex. Zunächst werden Methoden zur Schätzung von Massensignalen aus den Schwerfeldlösungen systematisch zusammengestellt und teilweise weiterentwickelt (Abschnitt 4.1). Die praktische Anwendung dieser Methoden zur Schätzung von Eismassenänderungen des Antarktischen Eisschildes und seiner großen Eiseinzugsgebiete wird

erklärt (Abschnitt 4.2). Ein Schwerpunkt liegt auf der Untersuchung der unterschiedlichen Mechanismen, die zu Fehlern der geschätzten Massensignale führen, und auf der Abschätzung dieser Fehler (Abschnitt 4.3). Im Lichte der gewonnenen Einsichten in die methodischen Unsicherheiten der angewandten Analysetechniken erfolgt schließlich die Präsentation und Diskussion der Ergebnisse, einschließlich eines Vergleichs mit bisher veröffentlichten Massenbilanzresultaten (Abschnitt 4.4).

Die Untersuchungen der Kapitel 3 und 4 offenbaren an vielen Stellen Möglichkeiten zu methodischen Verbesserungen, die über den Rahmen dieser Arbeit hinausgehen. Die Diskussion solcher Verbesserungen – und damit des vierten Fragenkomplexes – ist Inhalt von Kapitel 5 „Strategien in Richtung optimaler Auswertemethoden“. Verbesserungen sind bereits auf der Basis der gegenwärtigen GRACE-Monatslösungen möglich (Abschnitt 5.1). Andere Verbesserungen betreffen die Generierung dieser Monatslösungen oder, allgemeiner, die GRACE-Prozessierung (Abschnitt 5.2). Die Kombination der GRACE-Daten mit komplementären Beobachtungen und Modellen spielt in den unterschiedlichen Stadien der GRACE-Datenanalyse eine Schlüsselrolle. In Bezug auf die Trennung antarktischer Massensignale werden Kombinationsstrategien nochmals gesondert diskutiert (Abschnitt 5.3).

Kapitel 6 „Schluss“ liefert eine Zusammenfassung und Einordnung der Ergebnisse.

Der Anhang enthält Untersuchungen zu zeitlichen Fluktuationen der Oberflächenmassenbilanz Antarktikas, deren Ergebnisse in den Hauptteil der Arbeit einfließen.

2 Massenvariationen, Schwerefeld und Schwerefeldmissionen

Dieses Kapitel fasst zunächst in Abschnitt 2.1 theoretische Grundlagen zu Massen- und Schwerefeldvariationen zusammen, insbesondere zu deren sphärisch-harmonischer Darstellung. Abschnitt 2.2 beschreibt Phänomene geophysikalischer Massenvariationen. Abschnitt 2.3 stellt schließlich die Schwerefeldmissionen CHAMP, GRACE und GOCE mit ihrem Potential zur Beobachtung solcher Massenvariationen vor.

2.1 Theoretische Grundlagen zu Massenvariationen und Schwerefeld

Die im System Erde versammelten Massen üben nach Newtons Gravitationsgesetz auf Probenmassen im Raum Beschleunigungen aus. Das Vektorfeld der Beschleunigungen kann als Gradientenfeld des skalaren Gravitationspotentials V ausgedrückt werden, das außerhalb der anziehenden Massen die Laplace-Gleichung erfüllt. Die Darstellung des globalen Gravitationsfeldes ist in Form einer sphärisch-harmonischen Entwicklung üblich. Die dazu hier zusammengefassten Grundlagen werden z.B. durch Heiskanen und Moritz [1967] ausgeführt.

Eine auf der Sphäre definierte quadratisch integrierbare Funktion $f(\theta, \lambda) \equiv f(\Omega)$ (mit sphärischer Kobreite θ und Länge λ , die in Ω zusammengefasst werden) lässt sich nach Kugelflächenfunktionen entwickeln gemäß

$$f(\Omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n f_{nm} Y_{nm}(\Omega). \quad (2.1)$$

Hier sind f_{nm} die sphärisch-harmonischen Koeffizienten von $f(\Omega)$, und $Y_{nm}(\Omega)$ sind die normierten Kugelflächenfunktionen von Grad n und Ordnung $|m|$ gemäß

$$Y_{nm}(\Omega) \equiv Y_{nm}(\theta, \lambda) = \alpha_{n|m|} P_{n|m|}(\cos \theta) \begin{cases} \cos |m|\lambda & \text{für } m \geq 0 \\ \sin |m|\lambda & \text{für } m < 0. \end{cases} \quad (2.2)$$

Dabei sind $P_{n|m|}$ die Legendreschen Funktionen von Grad n und Ordnung $|m|$, und die Faktoren $\alpha_{n|m|}$ sind so festgelegt, dass die $Y_{nm}(\Omega)$ zusätzlich zu ihrer Orthogonalität auch noch normalisiert sind:

$$\frac{1}{4\pi} \iint_{\Omega} Y_{nm}(\Omega) Y_{n'm'}(\Omega) d\Omega = \begin{cases} 1 & \text{wenn } n = n' \text{ und } m = m' \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2.3)$$

Der Ausdruck $\iint_{\Omega} \dots d\Omega$ wird hier als Kurzschreibweise für $\int_{\lambda=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \dots \sin \theta d\theta d\lambda$ benutzt. Die Verwendung negativer m zur Bezeichnung der in λ sinus-abhängigen Basisfunktionen [z.B. Meier und Keller, 1990] unterstützt eine knappe und übersichtliche Darstellung. Die Bezeichnung „Ordnung“ wird auch auf diese m ausgedehnt.

Die sphärisch-harmonische Entwicklung von Funktionen auf der Sphäre ist eine spektrale Darstellung analog zur Fourier-Entwicklung für periodische Funktionen einer Variablen. Grad n entspricht Wellenlängen auf der Erdoberfläche von $(40\,000 \text{ km})/n$. Die Varianzen der Anteile der Grade n einer Funktion (2.1) werden durch die Gradvarianzen dieser Funktion

$$\sigma_n^2(f) = \sum_{m=-n}^n f_{nm}^2 \quad (2.4)$$

beschrieben. Die Quadratwurzeln der Gradvarianzen heißen Gradamplituden.

Das Gravitationspotential im Außenraum der anziehenden Massen, $V(r, \Omega)$ (mit geozentrischem Radius r), lässt sich, da es harmonisch und im Unendlichen regulär ist, wie folgt als sphärisch-harmonische Entwicklung darstellen:

$$V(r, \Omega) = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=-n}^n c_{nm} Y_{nm}(\Omega). \quad (2.5)$$

Hier ist G die Gravitationskonstante, M die Gesamtmasse des Erdsystems und a die große Halbachse des Referenzellipsoids. Die c_{nm} werden Stokes-Koeffizienten genannt. (Für negative m ist auch die Bezeichnung $s_{n|m|}$ gebräuchlich.) Änderungen des Gravitationsfeldes entsprechen Änderungen der Stokes-Koeffizienten, Δc_{nm} :

$$\Delta V(r, \Omega) = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^n \sum_{m=-n}^n \Delta c_{nm} Y_{nm}(\Omega). \quad (2.6)$$

Für resultierende Änderungen der Geoidhöhe, ΔN , gilt unter sphärischen Näherungen [Wahr u.a., 1998]

$$\Delta N(\Omega) = a \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \Delta c_{nm} Y_{nm}(\Omega). \quad (2.7)$$

Die Summe aus dem Gravitationsfeld und dem Effekt der Zentrifugalbeschleunigung mitrotierender Punkte wird als Schwerefeld bezeichnet. Da der Zentrifugaleffekt sehr genau bekannt ist, entspricht die Bestimmung des Schwerefeldes und seiner Änderungen praktisch der Aufgabe der Bestimmung des Gravitationsfeldes und seiner Änderungen. In diesem Sinne sind die Begriffe „Schwerefeldvariation“, „Schwerefeldmission“ (wie im Titel dieser Arbeit) und ähnliche als Synonyme für „Gravitationsfeldvariation“, „Gravitationsfeldmission“ und ähnliche gebräuchlich.

Aus dem Gravitationsfeld im Außenraum lässt sich prinzipiell nicht eindeutig auf die Dichteverteilung innerhalb der erzeugenden Massen schließen, und Entsprechendes gilt hinsichtlich Gravitationsfeldänderungen und Dichteverteilungsänderungen. Mit der Annahme, Gravitationsfeldänderungen seien allein durch Massenvariationen in einer dünnen oberflächennahen Schicht und deren Auflasteffekte verursacht, lässt sich Eindeutigkeit erzwingen (unter Umständen mit Ausnahme von Grad-1-Anteilen – siehe unten). Die Massenvariationen werden dazu als Flächendichteveränderungen einer Einfeldschicht auf der Kugel mit Radius a modelliert. Dies ist eine angemessene Näherung für viele in dieser Arbeit betrachtete Massenvariationen. (Zu Effekten durch die tatsächliche vertikale Ausdehnung der Massenvariationen der Atmosphäre siehe z.B. Swenson und Wahr [2002a].)

Ist die Flächendichteveränderung $\Delta \kappa(\Omega)$ (in Einheiten von Masse pro Flächeninhalt) durch die sphärisch-harmonische Entwicklung analog zu (2.1) gegeben,

$$\Delta \kappa(\Omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \Delta \kappa_{nm} Y_{nm}(\Omega), \quad (2.8)$$

so beträgt die resultierende Änderung der Stokes-Koeffizienten

$$\Delta c_{nm} = \frac{(1 + k'_n)}{(2n + 1)} \frac{4\pi a^2}{M} \Delta \kappa_{nm}. \quad (2.9)$$

Gleichung (2.9) beschreibt die Summe zweier Effekte, die den beiden Summanden im Faktor $(1 + k'_n)$ zuzuordnen sind. Der erste Summand entspricht dem direkten Gravitationseffekt der

Flächendichteänderung. Zusätzlich löst die Auflaständerung eine Deformation der festen Erde aus, die wiederum das Gravitationsfeld verändert. Der Effekt der momentanen elastischen Deformation wird im Modell einer kugelsymmetrischen Erde durch die zweiten Auflast-Love-Zahlen k'_n (zweiter Summand) beschrieben [Farrell, 1972; Lambeck, 1988].

Die sphärisch-harmonischen Anteile der Grade 0 und 1 bedürfen besonderer Aufmerksamkeit, da sie mit der physikalischen Konsistenz und der Definition des Referenzsystems in Verbindung stehen [Blewitt, 2003; Wahr u.a., 1998]. Aus der globalen Massenerhaltung ergibt sich die Forderung, dass der Grad-0-Anteil sowohl der gesamten Auflaständerungen als auch der gesamten Gravitationsfeldänderungen verschwindet. Bei isolierter Betrachtung von Teilkomponenten kann diese Forderung dagegen entfallen. Die Grad-1-Anteile von Auflaständerungen sind im Allgemeinen von Null verschieden und dabei wenig sensitiv gegenüber der Festlegung des Koordinatenursprungs nach einem der gebräuchlichen geozentrischen Referenzsysteme. Die Grad-1-Anteile des Gravitationsfeldes und seiner Änderungen hängen von der Festlegung des Koordinatenursprungs ab. Hier wird der Ursprung, wie in der Schwerfeldmodellierung üblich, als das Massenzentrum des Gesamtsystems einschließlich Auflasten definiert (CM-System). Dies zieht die Forderung $c_{1m} = 0$ und damit $\Delta c_{1m} = 0$ und $1 + k'_1 = 0$ nach sich. Das im CM-System gegebene Gravitationsfeld ist damit insensitiv gegenüber Auflaständerungen vom Grad 1, und durch (2.9) ist eine eindeutige Beziehung zwischen Oberflächenmassenvariationen und Gravitationsfeldvariationen nur ab Grad 2 gegeben. (Für alternative Ursprungsdefinitionen, z.B. das CE-System mit dem Massenzentrum der festen Erde als Ursprung, ist Eineindeutigkeit zwischen Auflast- und Schwerfeldänderungen auch für Grad-1-Anteile gegeben.)

Es ergibt sich die Aussage: Ist $\{\Delta c_{nm}, n = 2, \dots, \infty, m = -n, \dots, n\}$ ein Satz von Stokes-Koeffizienten-Änderungen einer Schwerfeldänderung, so ist

$$\Delta\kappa(\Omega) = \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{(2n+1)}{(1+k'_n)} \frac{M}{4\pi a^2} \Delta c_{nm} Y_{nm}(\Omega) \quad (2.10)$$

die (bis auf Anteile von Grad 1) eindeutig festgelegte Flächendichteänderung, die diese Schwerfeldänderung verursacht.

Bezeichnen $\Delta\kappa_n(\Omega)$ bzw. $\Delta N_n(\Omega)$ die Anteile von $\Delta\kappa(\Omega)$ bzw. $\Delta N(\Omega)$ vom Grad n , so ergeben die Gleichungen (2.7) und (2.9) die Beziehung

$$\Delta N_n(\Omega) = \frac{(1+k'_n)}{(2n+1)} \frac{4\pi a^3}{M} \Delta\kappa_n(\Omega). \quad (2.11)$$

Zur späteren Verwendung wird noch die analoge Beziehung für die durch die Auflaständerung hervorgerufene vertikale Deformation der Erdkruste $\Delta H^{\text{Kru}}(\Omega)$ angegeben: Mit der Bezeichnung $\Delta H_n^{\text{Kru}}(\Omega)$ für den Anteil vom Grad n gilt

$$\Delta H_n^{\text{Kru}}(\Omega) = \frac{h'_n}{2n+1} \frac{4\pi a^3}{M} \Delta\kappa_n(\Omega), \quad (2.12)$$

wobei h'_n die ersten Auflast-Love-Zahlen sind.

Ein Satz von Faktoren w_{nm} ($n = 0, \dots, \infty, m = -n, \dots, n$) bestimmt einen Filter für Funktionen auf der Sphäre gemäß

$$f(\Omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n f_{nm} Y_{nm}(\Omega) \quad \longrightarrow \quad f^{\text{filt}}(\Omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n (w_{nm} f_{nm}) Y_{nm}(\Omega). \quad (2.13)$$

Ein wichtiges Beispiel ist der Gauß-Filter [Jekeli, 1981; Wahr u.a., 1998], der im Ortsbereich eine Glättung mit einer radialsymmetrischen Gewichtsfunktion darstellt, die der zweidimensionalen Gaußschen Glockenfunktion ähnelt. Die Filterfaktoren $w_{nm} = w_n^{\text{Gauß}}$ hängen dabei nur

vom Grad n ab. Für einen festzulegenden Filterradius $d_{1/2}$ (Halbwertsradius der Glockenfunktion, ausgedrückt als Distanz auf der Erdoberfläche) erhält man mit $b = \ln 2 / (1 - \cos \frac{d_{1/2}}{a})$ die Faktoren $w_n^{\text{Gauß}}$ durch die Rekursionsvorschrift

$$w_0^{\text{Gauß}} = 1, \quad w_1^{\text{Gauß}} = \frac{1 + e^{-2b}}{1 - e^{-2b}} - \frac{1}{b}, \quad w_{n+1}^{\text{Gauß}} = -\frac{2n+1}{b} w_n^{\text{Gauß}} + w_{n-1}^{\text{Gauß}}. \quad (2.14)$$

2.2 Geophysikalische Massenvariationen

Zeitliche Änderungen der Massenverteilung im System Erde, die hier als (geophysikalische) Massenvariationen bezeichnet werden, finden in praktisch allen räumlichen und zeitlichen Skalen statt. Verglichen mit zeitlich stationären Inhomogenitäten der Dichteverteilung, die in Abschnitt 2.2.1 umrissen werden, ist ihre Gravitationswirkung im globalen Maßstab um mindestens vier Größenordnungen kleiner. Dies wird durch Abbildung 2.1 illustriert. Sie zeigt Geoid-Gradamplituden des stationären Schwerefeldes (links) und verschiedener Datensätze zeitlicher Variationen (rechts), auf die in diesem Abschnitt eingegangen wird. Auswahl und Gewichtung orientieren sich dabei an den weiteren Untersuchungen dieser Arbeit. Ausführlichere Darstellungen liefern Vaníček und Krakiwsky [1986]; Lambeck [1988]; Ilk u.a. [2005]; Dickey u.a. [1997]; Wahr u.a. [1998] und die im Einzelnen zitierten Quellen. Für einige Typen von Massenvariationen werden im Folgenden auch Modelldatensätze vorgestellt, die im weiteren Verlauf der Arbeit verwendet werden.

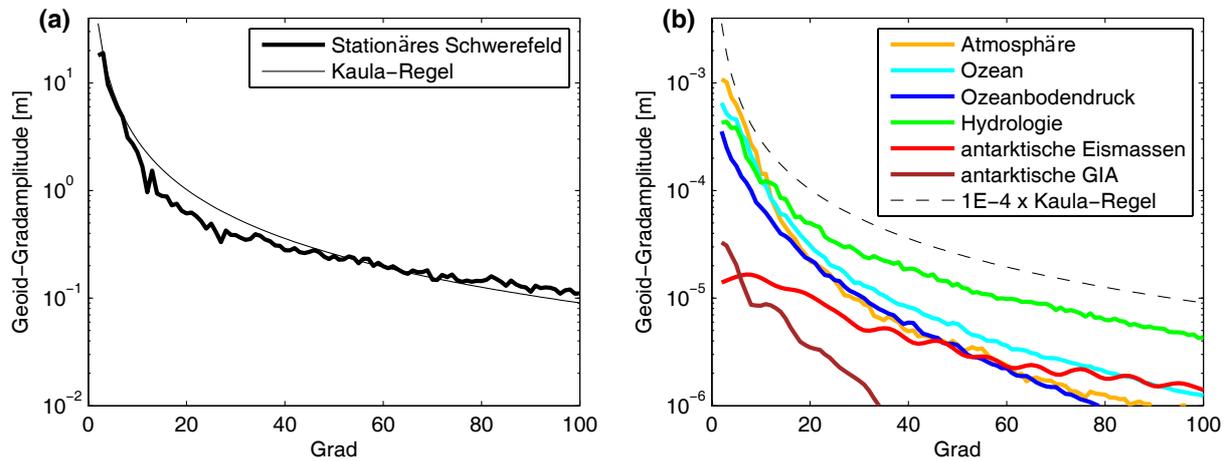


Abbildung 2.1: Geoid-Gradamplituden für (a) das stationäre Schwerefeld nach dem Modell EIGEN-GL04C [Förste u.a., 2006] und die Kaula-Regel [Kaula, 1966a], (b) zeitliche Schwerefeldvariationen nach den in den Abschnitten 2.2.2 und 2.2.3 (Abbildungen 2.4, 2.6 und 2.7) vorgestellten Datensätzen. Die Gradamplituden von Atmosphären-, Ozean-, Ozeanbodendruck- und Hydrologie-Variationen wurden aus den entsprechenden Stokes-Koeffizienten-Varianzen berechnet. Gradamplituden für antarktische Eismassen entsprechen der jährlichen Änderung, die sich aus dem Altimetrie-Datensatz (Abbildung 2.4) mit der Dichte reinen Eises ergibt. Gradamplituden für glazial-isostatische Ausgleichsprozesse (GIA) beziehen sich auf die jährliche Geoidänderung.

2.2.1 Stationäre Massenverteilung in ihrer Schwerfeldwirkung

In erster Näherung ist das Gravitationsfeld der Erde ein Zentralfeld, wie es von einem Körper mit kugelsymmetrischer Dichtestruktur erzeugt würde. Die größte Abweichung von der Kugelsymmetrie ist der Effekt der rotationsbedingten Abplattung der Erde. Diese beiden Effekte werden durch den gravitativen Anteil des Normalschwerfeldes modelliert. Die darüber hinausgehenden Inhomogenitäten des Gravitationsfeldes bewirken dann das Störpotential bzw. Geoidundulationen.

Abbildung 2.2 zeigt Geoidundulationen nach dem Geopotentialmodell EIGEN-GL04C [Förste u.a., 2006]. Abbildung 2.1a zeigt die Geoid-Gradamplituden dieses Modells zusammen mit Kaulas Daumenregel [Kaula, 1966a], einem einfachen Modell des Spektralverhaltens des Gravitationsfeldes. Die großskaligen Strukturen (bis etwa Grad 6) werden als die Folge von Mantelkonvektionsprozessen angesehen. Regionale Strukturen sind unter anderem bedingt durch den isostatischen Ausgleich der Topographie mit seinen räumlich variierenden Ausprägungen wie auch durch isostatische Anomalien infolge vergangener Auflaständerungen, besonders in den Regionen früherer Vereisung. In kleinen Skalen von wenigen Kilometern ist der direkte Effekt von Topographie- und Dichtevariationen prägend [Nerem u.a., 1995].

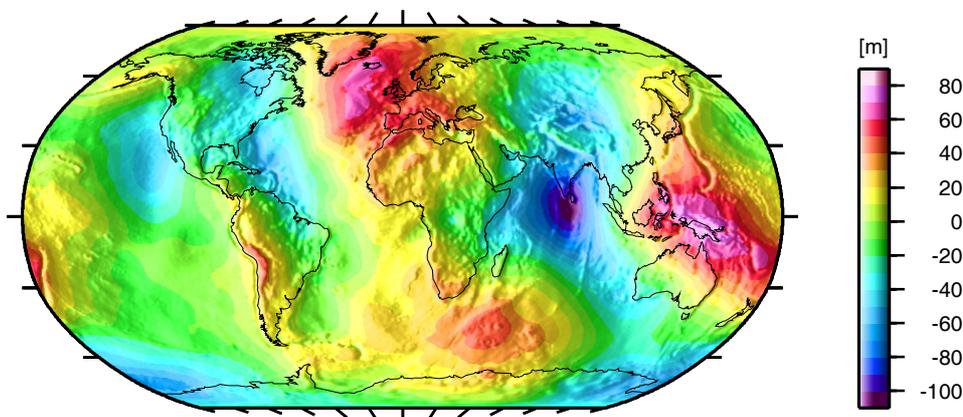


Abbildung 2.2: Das Geoid nach dem Geopotentialmodell EIGEN-GL04C [Förste u.a., 2006].

2.2.2 Massenvariationen des Antarktischen Eisschildes

Der Antarktische Eisschild, ein bis zu etwa 4800 m mächtiger Eiskörper, der den Kontinent Antarktika weitgehend überdeckt, speichert eine Wassermenge, die einem potentiellen Meeresspiegelanstieg von etwa 57 m entspricht [Lythe u.a., 2001]. Abbildung 2.3a gibt einen geographischen Überblick. Für über die folgende Einführung hinausgehende Informationen siehe z.B. Paterson [1994]; Bamber und Payne [2004]; Alley u.a. [2005]; Shepherd und Wingham [2007]; Bindschadler [2006]; Lemke u.a. [2007] und die dort zitierte Literatur.

Der Eisschild gewinnt Masse durch Akkumulation von Schnee an seiner Oberfläche (Niederschlag, Driftschneeablagerung und andere Prozesse). Abbildung 2.3b zeigt die räumliche Verteilung der Oberflächenmassenbilanz (OMB), in der die Akkumulation in der Regel dominiert. Im Inneren Ostantarktikas beträgt die Akkumulationsrate lediglich um $50 \text{ kg m}^{-2} \text{ a}^{-1}$, während in Küstennähe mehrere $100 \text{ kg m}^{-2} \text{ a}^{-1}$ typisch sind. Der Schnee kompaktiert schrittweise zu nahezu reinem Eis. Das Eis fließt, im Wesentlichen durch die Schwerkraft getrieben, in Richtung Küste, wobei es einem komplexen Fließregime folgt, das in Abbildung 2.3c illustriert wird: Der größte Teil des Inlandeises fließt sehr langsam, wird aber schließlich durch relativ schmale, schnellfließende Eisströme und Ausflussgletscher abgeführt, deren Ursprünge weit in das Innere

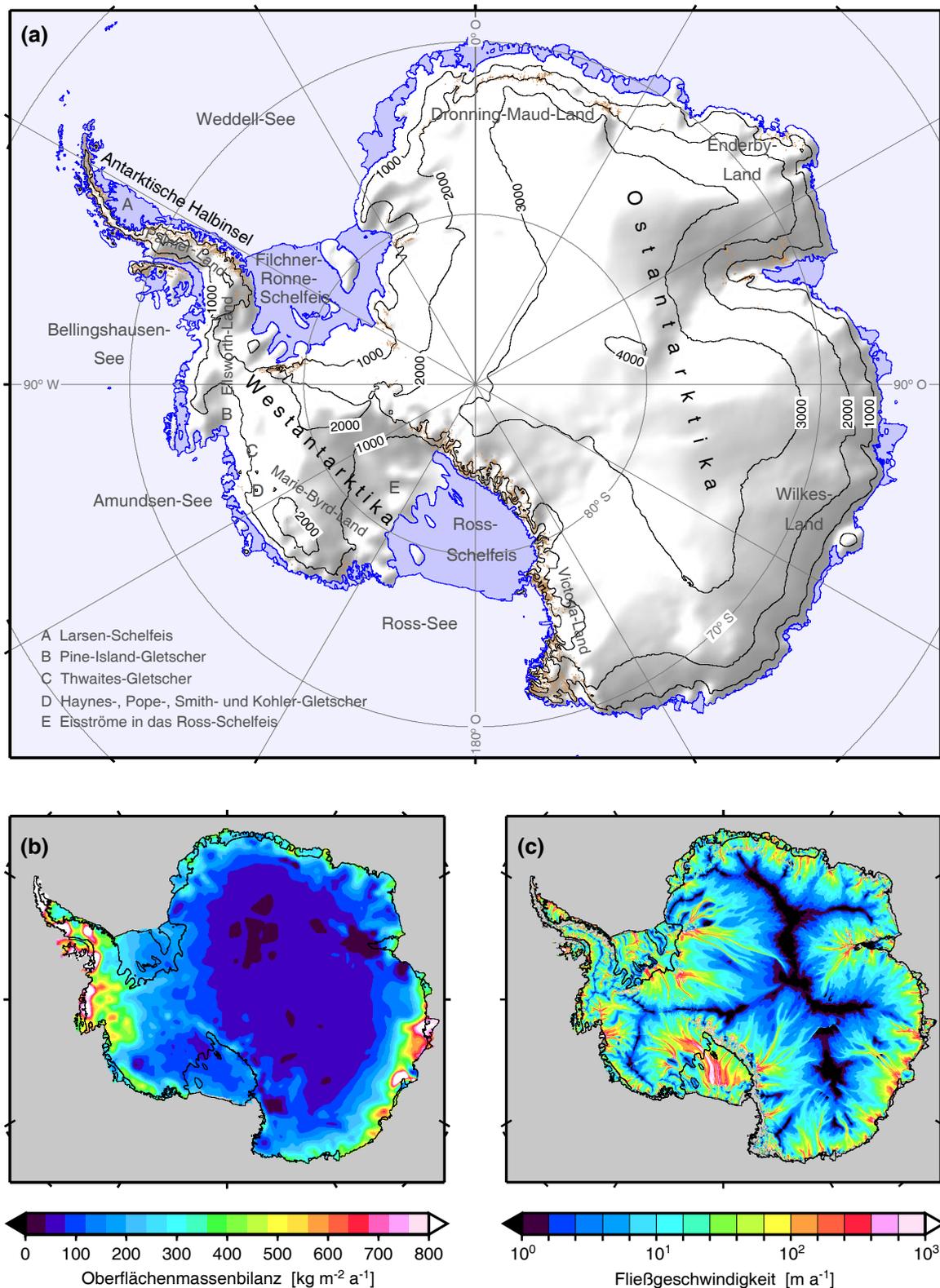


Abbildung 2.3: Der antarktische Eisschild. (a) Geographische Übersicht mit aufliegendem Eis (weiß-grau), Schelfeis (blau) und eisfreien Gebieten (braun) nach Consortium [2000]. Höhenlinien (in Metern) und Schattierung zeigen Eisoberflächenhöhen nach Liu u.a. [1999]. (b) Mittlere Oberflächenmassenbilanz (OMB) nach Vaughan u.a. [1999]. (c) Gleichgewichtsfließgeschwindigkeiten nach Rémy u.a. [2001], d.h. mittlere horizontale Geschwindigkeiten der Eissäule, die bei angenommenem Gleichgewicht aus Oberflächenentopographie, Eisdicke und OMB berechnet wurden.

des Kontinents hineinreichen und die in Küstennähe Geschwindigkeiten von einigen 100 m a^{-1} und mehr erreichen können. Der größte Teil des Eises mündet in auf dem Ozean aufschwimmende Schelfeise (Eiszungen hier eingeschlossen). Der Eisschild verliert Masse durch das Kalben von Eisbergen am Eisrand, durch Schmelzen an der Eis-Ozean-Grenzfläche der Schelfeise und durch Ablationsvorgänge (z.B. Sublimation) an der Eisoberfläche. Da Schelfeise gerade so viel Meerwasser verdrängen, wie ihrer Masse entspricht, hat nur die Massenbilanz des aufliegenden Teils des Eisschildes eine direkte Wirkung auf den globalen Meeresspiegel und das globale Schwerefeld. Dessen Eismassenbilanz ist demnach bestimmt durch die OMB (Eiszutrag durch Akkumulation, Eisverlust durch Ablation) und durch den Massenfluss über die Aufsetzlinie bzw. Küste (Eisverlust). Der jährliche Eiszutrag und Eisabtrag beträgt um 2000 Gt. (100 Gt Eis entsprechen einem eustatischen Meeresspiegelanteil 0.28 mm.)

Ein exaktes Gleichgewicht zwischen OMB und Eisfluss, d.h. ein stationärer Zustand des Eisschildes, ist ein nicht zu erwartender Idealfall: Einerseits sind Reaktionszeiten des Eisschildes auf Klimaänderungen zum Teil sehr lang, so dass Anpassungsprozesse an die seit dem letzten glazialen Maximum erfolgten Änderungen der Randbedingungen der Atmosphäre, des Ozeans, und der festen Erde noch heute andauern. Andererseits ändern sich solche Randbedingungen auch heute und induzieren dynamische Anpassungsprozesse in sehr unterschiedlichen Zeitskalen, die wiederum auch auf die Randbedingungen rückwirken. Die OMB erfährt neben saisonalen Variationen auch langzeitige Variationen aufgrund von Klimaänderungen und natürliche interannuale Fluktuationen, die in kurzen Zeitreihen über Langzeitänderungen dominieren. Dynamische Variationen des Eisflusses treten nicht nur in Zeitskalen von Jahrtausenden, sondern auch in relativ kurzen Zeitskalen von Jahrhunderten bis hin zu Minuten auf, insbesondere bei schnellfließenden Eisströmen und Ausflussgletschern. Auslöser solcher dynamischen Variationen sind z.B.: Änderungen (oder gar Wegfall) der Rückstauwirkung von Schelfeisen, Änderungen ozeanischer Randbedingungen (einschließlich Ozeangezeiten), Änderungen der basalen Gleitbedingungen, z.B. durch subglaziale Hydrologie. Ausgeprägte Phänomene solcher Art (einschließlich Beschleunigungen des Eisflusses innerhalb weniger Jahre) wurden im letzten Jahrzehnt z.B. im Amundsen-See-Sektor Westantarktikas beobachtet [Bindschadler, 2006].

Beobachtungen der antarktischen Eismassenbilanz in größeren räumlichen Skalen erfolgten (vor GRACE) vor allem mit der Altimetrie-Methode und der Budget-Methode. Aus altimetrisch bestimmten Änderungen der Eisoberflächenhöhe werden unter Annahmen an die Dichte und an Höhenänderungen der festen Erde Schätzungen der Eismassenänderungen abgeleitet (Altimetrie-Methode). Satellitengestütztes *Synthetic Aperture Radar* (SAR) erlaubt (z.B. durch SAR-Interferometrie) die Ableitung von Oberflächenfließgeschwindigkeiten, insbesondere über die Aufsetzlinie. Mit Informationen über Eisdicke und vertikales Geschwindigkeitsprofil erhält man so den Eisausstoß und mit Informationen über die OMB des betreffenden Eiseinzugsgebiets die Eismassenbilanz dieses Gebiets (Budget-Methode). Kenntnisse der OMB erhält man dabei durch lokale Beobachtungen (z.B. Eiskerne), Satellitenfernerkundung und atmosphärische Modellierung. Schätzungen aus Altimetrie- und Budget-Methode (mit Bezug auf unterschiedliche Teilintervalle des Zeitraums 1992 bis 2003 und auf unterschiedliche Einschränkungen der räumlichen Abdeckung) ergaben für den Gesamtkontinent Eismassentrends zwischen -60 Gt a^{-1} und $+40 \text{ Gt a}^{-1}$ [Shepherd und Wingham, 2007]. Die meisten Analysen ergaben positive Massenänderungen in Ostantarktika, die mit Variationen der OMB in Verbindung gebracht werden, und negative Massenänderungen in Westantarktika, die durch dynamische Änderungen des Eisflusses im Amundsen-See-Sektor dominiert werden.

Gegenwärtige eisdynamische Modelle sind geeignet, die langzeitige Entwicklung von Eisschilden zu beschreiben. Die über Zeitskalen von einigen Jahren dominierenden dynamischen Veränderungen in den Randgebieten können jedoch bisher nur eingeschränkt modelliert werden [Alley u.a., 2005; Marshall, 2005; Lemke u.a., 2007].

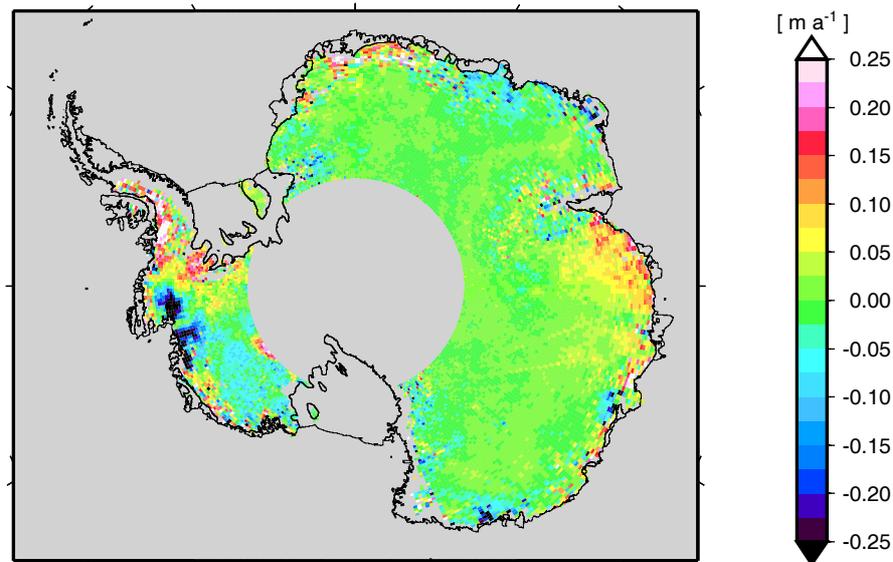


Abbildung 2.4: Trends der Eisoberflächenhöhe 1995–2003 aus einer Analyse von Radaraltimetrie-Daten der Missionen ERS-1 und ERS-2 durch Legrésy u.a. [2006].

Zur Illustration beobachteter Trends zeigt Abbildung 2.4 das Ergebnis einer Analyse von Radaraltimetrie-Beobachtungen über den Zeitraum 1995–2003 durch Legrésy u.a. [2006]. Es handelt sich hier um Oberflächenhöhenänderungen, d.h. den gemeinsamen Effekt von Eismassenänderungen, Firndichteänderungen und (relativ kleinen) vertikalen Erdkrustendeformationen. Deutlich zu erkennen sind die oben erwähnten Eisabnahmen im Amundsen-See-Sektor und Eishöhenzunahmen z.B. auf der Antarktischen Halbinsel und im Sektor um 90° Länge, die Schwankungen der OMB zugeschrieben werden.

Zur Illustration von OMB-Fluktuationen (d.h. orts- und zeitabhängigen Abweichungen der OMB von einem langfristig mittleren, jahresperiodischen Verhalten) werden hier einfache stochastische Modelle vorgestellt. Das zeitliche Verhalten wird in Form monatlicher Massenbilanzbeiträge modelliert, die unabhängig identisch normalverteilt mit Erwartungswert Null sind. Die Varianz jährlicher Fluktuationen entspricht dann der zwölffachen monatlichen Varianz. Diese zeitlich unkorrelierten Fluktuationen der Oberflächenmassenbilanz verursachen für die lokale Eismasse eine zeitlich korrelierte Zufallsbewegung (*random walk*) [Rémy und Parrenin, 2004; Oerlemans, 1981]. Zum räumlichen Verhalten der OMB-Fluktuationen illustriert Abbildung 2.5 ein stochastisches Modell, das im Rahmen dieser Arbeit aufgestellt wurde. Es basiert auf veröffentlichten und eigenen Analysen lokaler Beobachtungen der OMB. Einzelheiten, die über die hier folgenden Ausführungen hinausgehen, sind dem Anhang A zu entnehmen. Die jährlichen relativen Fluktuationen (relativ zur mittleren jährlichen OMB) werden als homogen-isotroper Prozess, eingeschränkt auf Antarktika, modelliert. Die punktweise Standardabweichung wird auf 0.19 gesetzt. Die gewählte Autokorrelationsfunktion zeigt Abbildung 2.5a. Punktweise Multiplikation mit der mittleren jährlicher OMB nach Vaughan u.a. [1999] ergibt ein stochastisches Modell absoluter jährlicher Fluktuationen. Ein Modell monatlicher Fluktuationen ergibt sich daraus durch Division mit $\sqrt{12}$. Abbildung 2.5b zeigt drei Realisierungen dieses Modells aus insgesamt 20 pseudozufällig generierten Realisierungen. Standardabweichungen der über ein gewisses Gebiet integrierten Fluktuationen können in Form des quadratischen Mittels der entsprechenden Gebietsintegrale der 20 Realisierungen abgeleitet werden. Über dem Gesamtkontinent beträgt die modellierte Standardabweichung jährlicher Fluktuationen z.B. 3.8% der jährlichen Gesamt-OMB. Zum Vergleich: Studien mit regionalen Atmosphärenmodellen ergeben

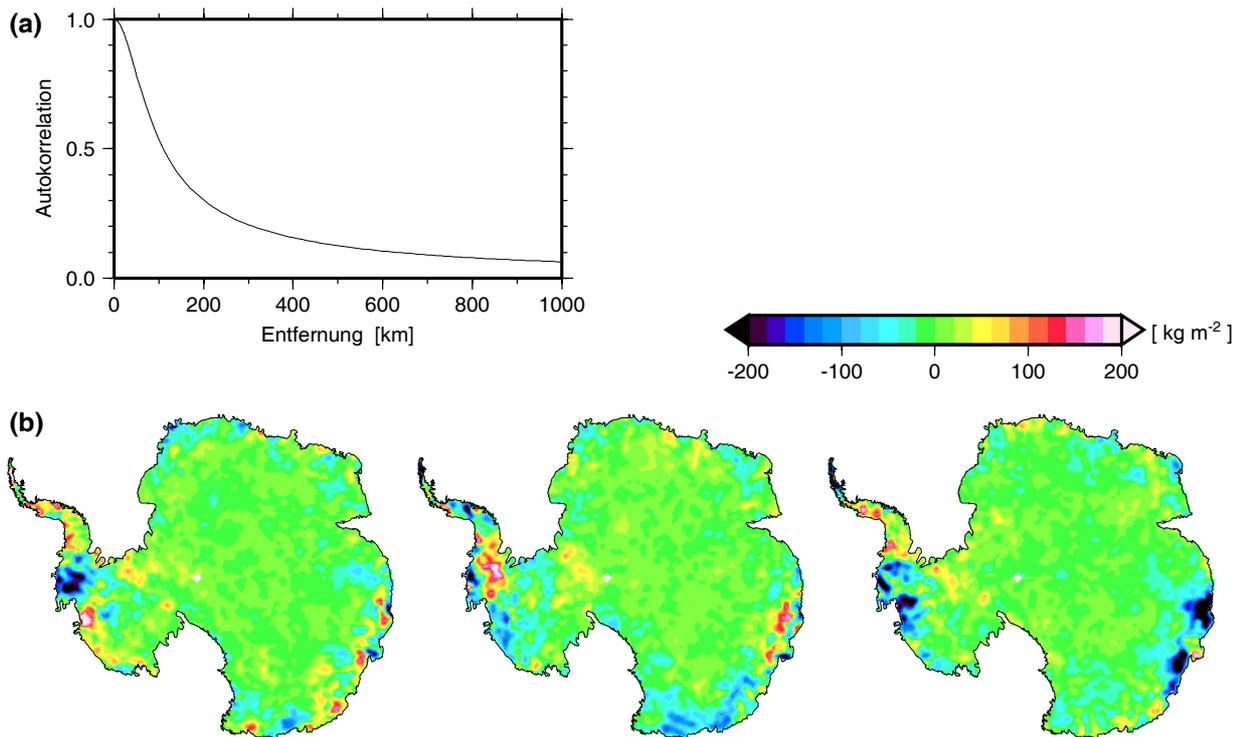


Abbildung 2.5: Illustration des stochastischen Modells interannualer OMB-Fluktuationen Antarktiskas (siehe Text). (a) Autokorrelationsfunktion der relativen Fluktuationen, (b) drei pseudozufällig generierte Realisierungen absoluter jährlicher OMB-Fluktuationen.

typischerweise Anteile in der Spanne von 4% bis 7% [Van Lipzig u.a., 2002; Monaghan u.a., 2006].

2.2.3 Weitere Massenvariationen

2.2.3.1 Weitere kontinentale Eismassen

Der Grönländische Eisschild speichert eine Wassermenge, die den globalen Meeresspiegel um etwa 7 m heben könnte. Massenbilanzschätzungen mit der Altimetrie-Methode (einschließlich flugzeuggestützter Laseraltimetrie) und der Budget-Methode – wiederum über unterschiedliche Zeitintervalle und mit unterschiedlichen Graden der Abdeckung – ergaben Trends zwischen -205 Gt a^{-1} und $+11 \text{ Gt a}^{-1}$. Eiszunahme im Inneren des Eisschildes aufgrund verstärkter Akkumulation wird dabei wahrscheinlich überkompensiert durch Eisverlust in den Randgebieten aufgrund verstärkten Schmelzens und dynamischer Änderungen des Eisflusses [Shepherd und Wingham, 2007].

Die im globalen Mittel stark abnehmenden Gletscher und Eiskappen auch außerhalb der Polargebiete lieferten im Zeitraum 1993–2003 mit etwa 0.77 mm a^{-1} (entspricht 280 Gt a^{-1}) den größten Massenbeitrag zum globalen Meeresspiegelanstieg [Lemke u.a., 2007].

2.2.3.2 Glazial-isostatische Ausgleichsprozesse (GIA)

Auflaständerungen rufen neben der momentanen elastischen Reaktion der festen Erde eine viskose Reaktion hervor: Laterale Bewegungen von Mantelmaterial und entsprechende vertikale Bewegungen der Lithosphäre wirken dabei dem durch die Auflaständerung entstandenen isostatischen Ungleichgewicht im Erdmantel entgegen. Durch die Viskosität des Erdmantels erfolgt

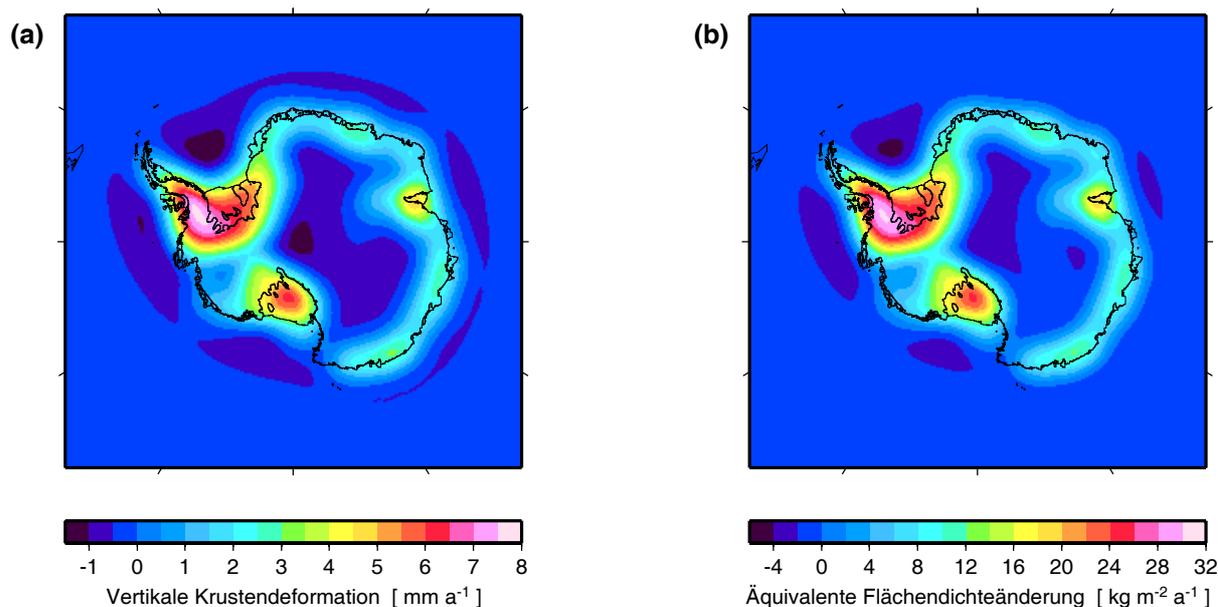


Abbildung 2.6: GIA nach dem Modell IJ05 [Ivins und James, 2005]. (a) Vertikale Erdkrustendeformation. (b) Die Flächendichteänderung, die der GIA-bedingten Schwerefeldänderung entspricht.

diese Reaktion mit starker zeitlicher Verzögerung. In Fennoskandien und Kanada hält sie z.B. noch 10000 Jahre nach dem Schmelzen der Eisschilde an. Das Signal kann in Jahrhundertzeiträumen als zeitlich linear betrachtet werden. Ebenso treten GIA in den Regionen der bestehenden Eisschilde in der Antarktis und Grönland als Reaktion auf vergangene Eismassenänderungen auf. Eine Modellierung der GIA ist – besonders in der Antarktis – noch mit großen Unsicherheiten behaftet [Ivins und James, 2005; Peltier, 2004], die aus Unsicherheiten über die Vereisungsgeschichte insbesondere der jüngeren Vergangenheit und über die Viskositätsstruktur des Erdmantels herrühren. Zudem sind direkte Beobachtungen von Erdkrustendeformationen durch GNSS (*Global Navigation Satellite System*) [Scheinert u.a., 2006] nur an den wenigen, meist in den Randgebieten gelegenen eisfreien Positionen möglich.

Abbildung 2.6a zeigt vertikale Erdkrustendeformationen in der Antarktis, die von Ivins und James [2005] aufgrund eines Modells der Vereisungsgeschichte (IJ05) und eines mittleren Viskositätsmodells für den Erdmantel berechnet wurden. Maximale Deformationen sind hier von der Größenordnung 10 mm a^{-1} . Ergänzend zeigt Abbildung 2.6b die Flächendichteänderung, die der modellierten Schwerefeldänderung formal nach (2.10) zugeordnet werden kann.

2.2.3.3 Gezeiten

Gezeiteneffekte [Wilhelm u.a., 1997], ausgelöst durch die räumlichen Differenzen des Gravitationspotentials von Himmelskörpern (vor allem Mond und Sonne), im weiteren Sinne auch durch andere Effekte der Himmelsbewegungen, führen zu Massenverlagerungen, deren Frequenzen wesentlich durch das diskrete Spektrum der anregenden Variationen bestimmt sind. Große Signalanteile liegen bei etwa täglichen und etwa halbtägigen Perioden vor, aber auch langperiodische Anteile bis hin zu mehreren Jahren sind enthalten.

Festerdegezeiten sind vorrangig vom Grad 2 und erreichen Deformationsamplituden zwischen 1 und 2 Dezimetern. Ozeangezeiten folgen demselben zeitlichen Spektrum, die Randbedingungen durch Küstenlinien und Bathymetrie bewirken jedoch räumlich komplexere Muster, in Küstennähe teilweise mit Amplituden von einigen Metern. Gezeitenmodelle sind in der Ant-

arktisch mit größeren Unsicherheiten behaftet als in anderen Teilen des Weltozeans, da die Bathymetrieinformationen (insbesondere unter den Schelfeisen) vergleichsweise ungenau sind und Gebiete südlich von -66° Breite nicht durch die Altimetrie-Missionen TOPEX/Poseidon und Jason-1 abgedeckt werden [King und Padman, 2005]. Unter Atmosphärengezeiten versteht man außer Gezeiteneffekten im engeren Sinne auch weitere periodische Massenverlagerungen in der Atmosphäre, z.B. durch thermische Effekte der Sonneneinstrahlung. Resultierende Amplituden des Luftdrucks sind von der Größenordnung 0.1 hPa. Polbewegungen (mit dominanten Perioden von einem Jahr und größer) führen über Variationen des Zentrifugalpotentials zu Deformationen der festen Erde und ozeanischen Massenverlagerungen.

2.2.3.4 Atmosphäre

Der Anteil der Atmosphäre an der gesamten Erdmasse ist zwar nur 10^{-6} , aber die Atmosphärenmassen sind sehr mobil. Die Vielfalt atmosphärischer Massenverlagerungserscheinungen entspricht der Vielfalt der Wetterphänomene. Zum Beispiel ändern sich relative Lufttemperaturen über der südlichen und nördlichen Hemisphäre und über Land und Ozean jahreszeitlich. Diese Änderungen (Auslöser der Monsunwinde) bewirken ein globales saisonales Massensignal. In mehrjährigen Abständen tritt das *El Niño/Southern Oscillation*-Phänomen auf. Zyklone sind ein Beispiel mit kürzeren räumlichen und zeitlichen Skalen. Durch solche Prozesse variiert der Luftdruck um mehrere 10 hPa, was mehreren Prozent der gesamten vertikal integrierten Atmosphärenmasse bzw. der Masse von mehreren Dezimetern Wassersäule entspricht.

Eine Illustration der Variabilität der Atmosphärenmassen gibt Abbildung 2.7a. Grundlage sind Datensätze monatlich gemittelter atmosphärischer Massenverteilungen, die aus operativen Analysedaten des *European Centre for Medium-Range Weather Forecasts* (ECMWF) abgeleitet wurden [Flechtner, 2007a]. Diese Datensätze sind Standardprodukte der GRACE-Prozessierung (siehe Abschnitt 3.2). Die größten Standardabweichungen in Zentralasien und auch über Antarktika sind geprägt durch saisonale Variationen.

2.2.3.5 Ozeandynamik

Neben Gezeiteneffekten verursacht im globalen Maßstab der invers-barometrische Effekt die größten ozeanischen Massenverlagerungen: Luftdruckdifferenzen innerhalb des Ozeangebiets werden in Zeitskalen von Tagen weitgehend durch Wasserverlagerungen ausgeglichen [Wunsch und Stammer, 1997]. Weitere Antriebe für Ozeanmassenverlagerungen sind Winde und Dichteveränderungen, bedingt durch den variablen Wärmehaushalt und die Zu- und Abfuhr von Süßwasser. Die so ausgelösten Strömungen sind zum Teil zeitlich konstant (z.B. der Golfstrom), zu einem anderen Teil führen sie zu zeitlichen Änderungen der ozeanischen Massenverteilung in einer Vielfalt an räumlichen und zeitlichen Skalen (z.B. ozeanische Wirbel mit zeitlichen Längen von Tagen und räumlichen Ausdehnungen von einigen 100 km).

Abbildung 2.7b illustriert die Variabilität monatlicher ozeanischer Massenverlagerungen. Abbildung 2.7c zeigt analog die Variabilität der Summe aus atmosphärischen und ozeanischen Massenvariationen. Die zugrundeliegenden Datensätze beruhen auf Ergebnissen des baroklinen Ozeanmodells *Ocean Model for Circulation and Tides* (OMCT) [Thomas, 2002], angetrieben durch Randbedingungen aus der im Vorabschnitt beschriebenen ECMWF-Analyse, und sind wie die ECMWF-Datensätze Standardprodukte der GRACE-Prozessierung [Flechtner, 2007a] (siehe Abschnitt 3.2). Der Vergleich der Abbildungen macht deutlich, dass der invers-barometrische Effekt atmosphärische Massenvariationen weitgehend kompensiert. Die Rest-Variationen sind vor allem geprägt durch windgetriebene und thermohaline Prozesse.

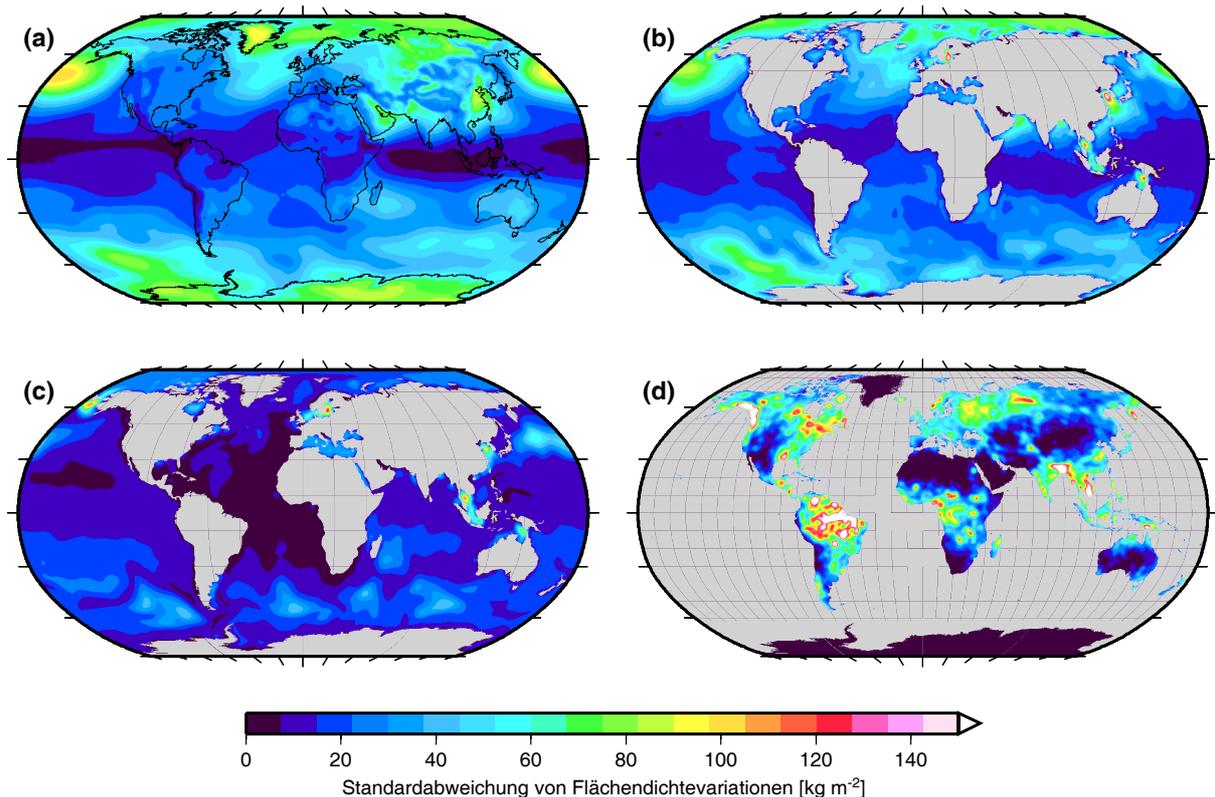


Abbildung 2.7: Standardabweichungen von Massenvariationen (ausgedrückt als Flächendichtevariationen), jeweils berechnet aus 24 monatlichen Datensätzen von 02/2004 bis 01/2006. (a) Atmosphärische Massenvariationen nach operationellen Analysedaten des ECMWF. (b) Ozeanische Massenvariationen (einschließlich invers-barometrischer Effekt) nach dem OMCT. (c) Summe aus atmosphärischen und ozeanischen Massenvariationen im Ozeangebiet, angenähert durch Ozeanbodendruck-Datensätze des OMCT. (d) Kontinentale Hydrologie nach dem WGHM. Siehe Text zu weiteren Erläuterungen.

2.2.3.6 Kontinentale Hydrologie

Auf dem Festland wird Wasser in Form von Bodenfeuchtigkeit, Grundwasser, offenen Gewässern, Wasser in Feuchtgebieten, Schnee und Wasser in Vegetation gespeichert. Die Wassermasse variiert infolge der Bilanz von Niederschlag, Abfluss, Verdunstung und Transpiration. Typische Variationen sind saisonal dominiert und können einige Dezimeter Wassersäule erreichen.

Abbildung 2.7d zeigt die Standardabweichung monatlicher kontinentaler Wassermassenvariationen des Zeitraums 02/2004 bis 01/2006 nach dem *Water GAP Global Hydrology Model* (WGHM) [Döll u.a., 2003], das aufgrund vereinfachter konzeptioneller Zusammenhänge die Wasserspeicherung als Bodenfeuchte, Schnee, Grundwasser, Oberflächenwasser, in Vegetation und Feuchtgebieten global beschreibt (außer für Grönland und Antarktika) und das durch beobachtete Abflüsse kalibriert wurde.

2.2.3.7 Globale Kopplungen

Massenvariationen der einzelnen Komponenten des Erdsystems sind miteinander gekoppelt. So gebietet das Gesetz der Massenerhaltung, dass Änderungen der Wasser- und Eismassen auf den Kontinenten durch entsprechende Massenänderungen in den Ozeanen und in der Atmosphäre kompensiert werden. Eine einfache Modellvorstellung von dieser Kompensation besteht in einer gleichmäßigen Flächenbelegungsänderung der Ozeane. Ozeanische Modellierungsergebnisse

[Dobslaw und Thomas, 2006] unterstützen diese Vorstellung, und kompensierende Variationen des atmosphärischen Wassergehalts sind dagegen relativ klein [Chen u.a., 2005]. Strenggenommen ist diese Modellvorstellung jedoch nicht gravitationskonsistent, denn durch die Massenverteilung ändert sich sowohl die Geometrie des Meeresbodens (Auflastdeformationen) als auch das Geoid, zu dem sich die Meeresoberfläche (abgesehen von der Meeresoberflächentopographie) parallel ausrichtet [Conrad und Hager, 1997; Blewitt und Clarke, 2003]. In einer genauen Modellierung sind auch diese Kopplungseffekte zu berücksichtigen.

2.3 Die Schwerefeldmissionen CHAMP, GRACE und GOCE

Bis zum Start der neuen Schwerefeldmissionen ließen sich die Beobachtungen zur Bestimmung des Schwerefeldes im Wesentlichen in drei Kategorien einordnen [Nerem u.a., 1995; Seeber, 2003; Torge, 1989]: terrestrische Beobachtungen (einschließlich Schiffs- und Fluggravimetrie), Satellitenaltimetrie zur Vermessung der Meeresoberfläche als annähernde Äquipotentialfläche und die Bahnverfolgung von Satelliten als Probemassen im Gravitationsfeld durch Beobachtungen zwischen Bodenstationen und Satelliten. Durch diese Bahnbeobachtungen wurde es möglich, Schwerefeldparameter zu bestimmen, die die globale oder großräumige Struktur des Erdschwerefeldes betreffen. Insbesondere aus Laserentfernungsmessungen und Mikrowellen-Dopplermessungen zu einer Reihe von Satelliten konnte das statische Schwerefeld allein aus Bahnbeobachtungen bis etwa Grad 40–70 bestimmt werden [z.B. Lemoine u.a., 1997; Biancale u.a., 2000], zeitliche Änderungen (insbesondere saisonale Variationen) bis etwa Grad 4 [Yoder u.a., 1983; Nerem u.a., 2000]. Die räumlichen Auflösungsgrenzen dieser klassischen Bahnverfolgungsverfahren werden von drei Tatsachen diktiert [ESA, 1999]: Erstens sind Beobachtungen auf die Sichtbarkeitsbereiche von Bodenstationen beschränkt und auch dort nicht dreidimensional möglich, so dass der größte Teil der Satellitenbahn unbeobachtet bleibt. Zweitens sind nichtgravitative Störkräfte nur eingeschränkt modellierbar. Drittens sind die beobachteten Bahnstörungen im Allgemeinen wenig sensitiv gegenüber Schwerefeldanteilen hoher Grade, und diese Dämpfung hoher Grade wirkt umso stärker, je größer die Bahnhöhe ist.

Die Überwindung dieser Auflösungs- und Genauigkeitsgrenzen ist in der erforderlichen Globalität und Homogenität nur durch spezielle Satellitenverfahren realisierbar, für die sich die folgenden Anforderungen ergeben [Rummel u.a., 2002]:

- ununterbrochene und möglichst dreidimensionale Beobachtungen entlang der Satellitenbahn,
- Trennung zwischen gravitativen und nichtgravitativen Beschleunigungen,
- eine hohe Sensitivität durch eine möglichst niedrige Bahn und durch Messkonzepte, die der Dämpfung hoher Grade entgegenwirken.

In den vergangenen Jahrzehnten wurden dazu die Konzepte

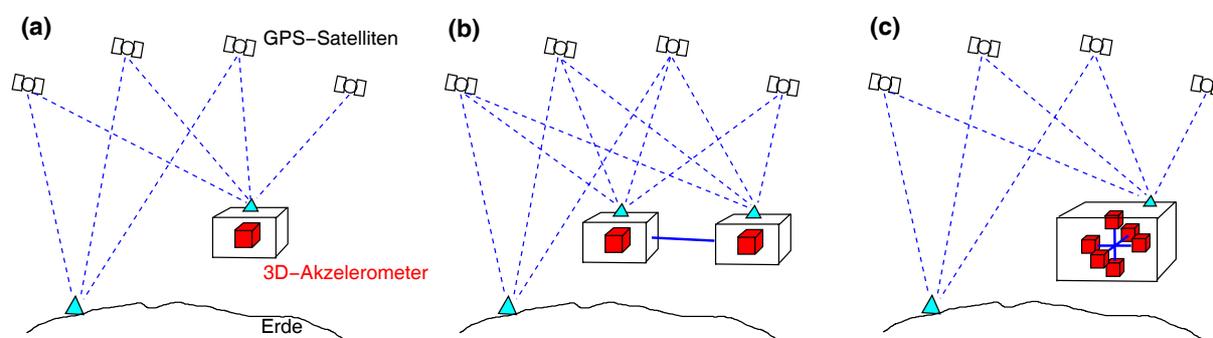
- *Satellite-to-Satellite-Tracking* (SST) in *High-Low*-Anordnung,
- SST in *Low-Low*-Anordnung und
- Satellitengradiometrie

entwickelt und wiederholt entsprechende Missionen vorgeschlagen [für einen Überblick siehe z.B. Sneeuw und Ilk, 1997; Dickey u.a., 1997]. Abbildung 2.8 illustriert diese Konzepte. SST bedeutet, dass Beobachtungen zwischen verschiedenen Satelliten erfolgen. Diese Intersatellitenmessung ersetzt die herkömmliche Messung zwischen Bodenstation und Satellit als grundlegende

Tabelle 2.1: Die Schwerefeldmissionen CHAMP, GRACE und GOCE. Zur Bedeutung verwendeter Abkürzungen siehe das Abkürzungsverzeichnis.

Missionsakronym	CHAMP	GRACE (2 Satelliten)	GOCE
Missionsname	<i>Challenging Minisatellite Payload</i>	<i>Gravity Recovery and Climate Experiment</i>	<i>Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer</i>
Voraussichtliche Laufzeit	2000–2008	2002–2010	2008–2009
Betreiber	DLR	NASA, DLR	ESA
Datenprozessierung	GFZ Potsdam	UTCSR, JPL, GFZ Potsdam	ESA, <i>European GOCE Gravity Consortium</i>
Bahnhöhe	460–300 km	500–300 km	250 km (konstant)
Inklination	87.3°	89°	96.5°
Grundkonzept	High-Low-SST	Low-Low-SST (+ High-Low-SST)	Satellitengradiometrie (+ High-Low-SST)
Für Schwerefeldbestimmung wesentliche Instrumente	GPS-Empfänger, dreiachsiges Akzelerometer	K-Band-Mikrowellen-Entfernungsmesssystem, GPS-Empfänger, dreiachsiges Akzelerometer	dreiachsiges Gradiometer, GPS-Empfänger, <i>Drag-free system</i>
Weitere Missionsaufgaben	Magnetometrie, Atmosphärensondierung, GPS-Altmetrie-Experiment	Atmosphärensondierung	

Beobachtung und erlaubt nun eine ununterbrochene Bahnverfolgung. Beim SST in *High-Low*-Anordnung (High-Low-SST) erfolgen Beobachtungen zwischen hochfliegenden Satelliten, typischerweise GPS-Satelliten (GPS für *Global Positioning System*) und niedrigfliegenden Satelliten (Abkürzung LEO für *Low Earth Orbiter*). In der *Low-Low*-Anordnung (Low-Low-SST) erfolgen Beobachtungen von LEOs untereinander. Satellitengradiometrie bedeutet die Messung von Beschleunigungsunterschieden innerhalb eines Satelliten, also praktisch der zweiten Ableitungen des Potentials. Die Satellitenmissionen CHAMP, GRACE und GOCE (siehe Tabelle 2.1 für weitere Angaben) verwirklichen die drei Konzepte High-Low-SST, Low-Low-SST und Satelliten-

**Abbildung 2.8:** Missionskonzepte (a) High-Low-SST (CHAMP), (b) Low-Low-SST (GRACE) und (c) Satellitengradiometrie (GOCE)

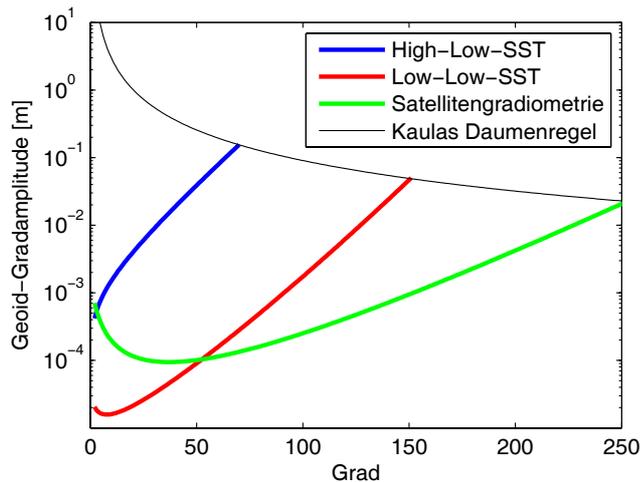


Abbildung 2.9: Geoidfehler-Gradamplituden zu den drei Missionskonzepten High-Low-SST (CHAMP), Low-Low-SST (GRACE) (Auswertzeitraum 30 Tage) und Satellitengradiometrie (GOCE). Zur Berechnung der Kurven siehe Abschnitt 3.3.1

gradiometrie.

Die Mission CHAMP [Reigber u.a., 2002, 2005b; GFZ, 2007b] realisiert SST in der *High-Low*-Anordnung: Der Satellit fliegt in einer polnahen, niedrigen Bahn, deren Höhe im Missionsverlauf durch Atmosphärenreibung von 460 km auf 300 km abnimmt. CHAMP empfängt kontinuierlich die Signale von bis zu 12 GPS-Satelliten. Auf diese Weise wird seine Bahn ununterbrochen und dreidimensional verfolgt. Ein Akzelerometer an Bord von CHAMP misst nichtgravitative Störbeschleunigungen in drei Richtungen, so dass diese in Kombination mit Sternkamera-Beobachtungen der Satellitenorientierung in der Datenprozessierung berücksichtigt werden können. Ein GPS-Bodenstationsnetz ist u.a. für die Bestimmung der GPS-Bahnen und GPS-Uhrfehler in die Mission eingebunden.

Die Mission GRACE [Tapley u.a., 2004b; Reigber u.a., 2005c; GFZ, 2007c; UTCSR, 2007] realisiert SST in der *Low-Low*-Anordnung: Zwei baugleiche LEOs fliegen auf praktisch gleicher Bahn (polnah, im Missionsverlauf abnehmende Bahnhöhe) im Abstand von etwa 220 km hintereinander her. Ein hochgenaues K-Band-Mikrowellen-Entfernungsmesssystem beobachtet ununterbrochen die Entfernung und Entfernungsänderung zwischen beiden Satelliten. Zusätzlich realisiert GRACE wie CHAMP das Prinzip des High-Low-SST durch GPS-Beobachtungen und enthält ein dreiaxsiges Akzelerometer mit noch größerer Genauigkeit als das Akzelerometer auf CHAMP. GPS-Daten eines Bodenstationsnetzes fließen wiederum in die Missionauswertung ein.

Der Satellit der Mission GOCE [ESA, 1999, 2007; Müller, 2001] enthält als zentrales Instrument ein Gravitations-Gradiometer. Dieses misst die Relativbeschleunigungen von sechs Testmassen, die paarweise im Abstand von 0.5 m in drei orthogonalen Achsen um den Satellitenschwerpunkt angeordnet sind, und bestimmt so direkt den Tensor der zweiten Ableitungen des Gravitationspotentials. Nichtgravitative Störbeschleunigungen werden durch entsprechende Antriebe unmittelbar ausgeglichen (*Drag-free system*). Außerdem empfängt auch GOCE GPS-Signale, so dass High-Low-SST realisiert wird.

Abbildung 2.9 zeigt Fehler-Gradamplitudenkurven für die drei Missionskonzepte. GRACE und GOCE stellen Erweiterungen der Messanordnung von CHAMP dar und übertreffen dessen Genauigkeit. Diese Erweiterungen folgen dem Konzept einer Differenzbildung bzw. Differenzierung: Während man das High-Low-SST der CHAMP-Mission konzeptionell als Messung der Geschwindigkeiten oder der Beschleunigungen des LEOs auffassen kann (vgl. dazu Abschnitt 3.1.2), beobachtet die Low-Low-SST-Mission GRACE zusätzlich die Geschwindigkeitsdifferenzen bzw. Beschleunigungsdifferenzen über den Abstand der beiden LEOs (220 km). Die GOCE-Satellitengradiometrie schließlich misst Beschleunigungsdifferenzen über die sehr kurze

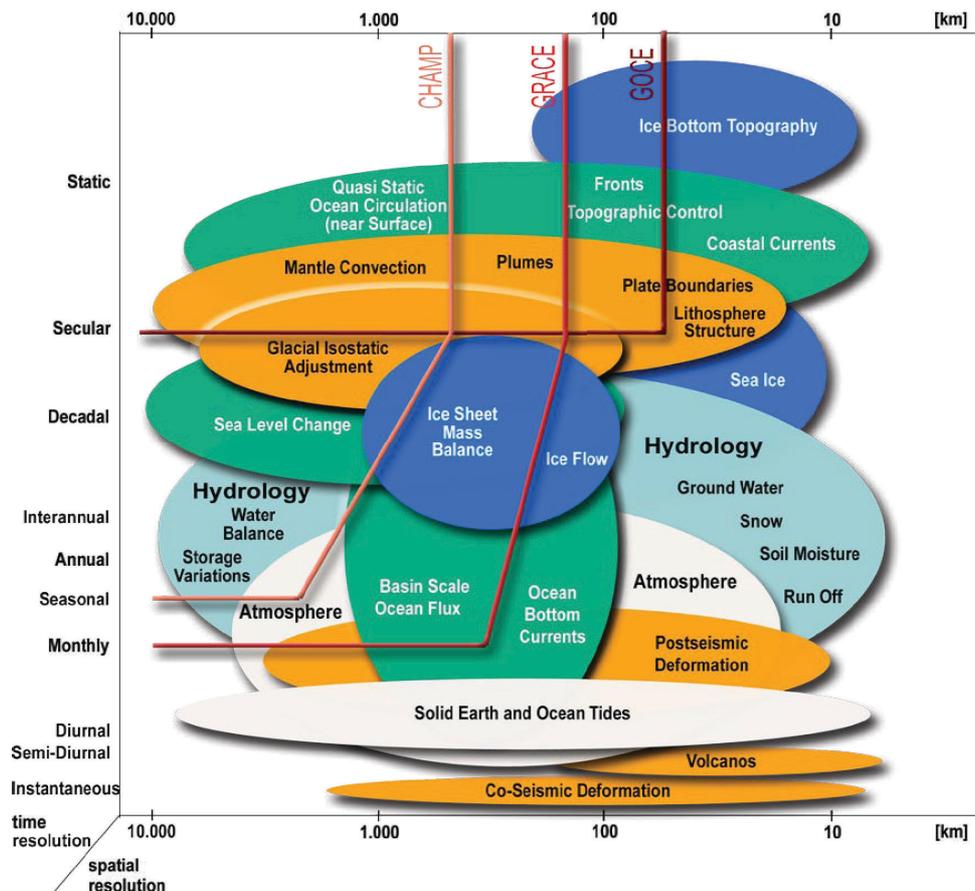


Abbildung 2.10: Schema aus der Denkschrift von Ilk u.a. [2005] zu räumlichen und zeitlichen Skalen geophysikalischer Massenvariationen der festen Erde (orange), des Ozeans (grün), des Eises (dunkelblau) und der kontinentalen Hydrologie (hellblau) und deren Auflösbarkeit durch CHAMP, GRACE und GOCE (rote Linien).

Basislänge von 0.5 m, also praktisch partielle Ableitungen der Beschleunigungskomponenten. Die Konzepte der Differenzbildung bzw. Differenzierung sind es, die die in Abbildung 2.9 gezeigte verstärkte Sensitivität gegenüber kleinskaligen Schwerefeldstrukturen bewirken und damit der Dämpfung dieser Strukturen durch die Bahnhöhe entgegenwirken [Rummel, 1997]. Die Mission GRACE ist durch ihre hohen Genauigkeiten in den niederen Breiten besonders zur Beobachtung zeitlicher Schwerefeldänderungen geeignet, die typischerweise durch Anteile niedriger Breiten dominiert werden (vgl. Abbildung 2.9).

Die prinzipiellen Sensitivitäten der Missionen eröffnen die Aussicht auf wesentliche Beiträge zur Erforschung und Überwachung wichtiger Komponenten der globalen Massenverteilung und globaler Massentransporte. Das in Abbildung 2.10 gezeigte Schema, das die ungefähren Auflösungsgrenzen der Missionen den ungefähren räumlichen und zeitlichen Skalen geophysikalischer Phänomene gegenüberstellt, macht das entsprechende Potential der Missionen – und auch ihre Grenzen – deutlich. Das Schema ist der Denkschrift von Ilk u.a. [2005] zu einem 2006 begonnenen Schwerpunktprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft entnommen, das interdisziplinäre Anstrengungen zur Nutzung der neuen Missionen bündeln soll. Gegenstand intensiver Forschung bleiben dabei die Fragen, welche Informationen die Missionen im Einzelnen tatsächlich liefern und wie diese Informationen am besten für geophysikalische Rückschlüsse zu nutzen sind. Diesen Fragen sind auch die folgenden Kapitel gewidmet.

3 Schwerefeldlösungen der Missionen und ihre Fehlerstrukturen

Die Schwerefeldlösungen der Missionen sind Ergebnis komplexer Beobachtungsanordnungen und Prozessierungsverfahren. Entsprechend komplex kann die Fehlerstruktur dieser Lösungen sein, und entsprechend schwer ist die Aufgabe, diese Fehlerstruktur zu verstehen und zu beschreiben, was aber eine Voraussetzung für fundierte geophysikalische Rückschlüsse ist. Das folgende Kapitel ist dieser Aufgabe gewidmet.

In Abschnitt 3.1 werden Prozessierungskonzepte für CHAMP und GRACE skizziert. (Zu GOCE-Prozessierungskonzepten siehe z.B. Rummel u.a. [2004].) Der Schwerpunkt liegt auf dem vom GFZ Potsdam verfolgten Ansatz der numerischen dynamischen Bahnanalyse (Abschnitt 3.1.1), die Erwähnung und Einordnung alternativer Ansätze wird dabei jedoch nicht ausgespart (Abschnitt 3.1.2). Abschnitt 3.2 stellt die GRACE-Monatslösungen des GFZ Potsdam (Release 4) vor. In Abschnitt 3.3 werden verschiedene Methoden erklärt und angewendet, die Fehlerstruktur der Schwerefeldlösungen zu erfassen. Einfache spektrale Modelle (Abschnitt 3.3.1) geben wertvolle qualitative Einsichten. Die Normalgleichungsmatrix enthält die inneren Fehlerinformationen im Detail. Diese werden in Abschnitt 3.3.2 erschlossen, unter anderem mit den Ergebnissen der Eigenwertzerlegung einer CHAMP-Normalgleichungsmatrix. Effekte von Modelldefiziten zeigt die Normalgleichungsmatrix allerdings nicht. Zu einer realistischeren Erfassung der Fehler kann eine empirische Methode beitragen, die in Abschnitt 3.3.3 auf die GRACE-Monatslösungen angewendet wird. Tatsächlich zeigt sich, dass empirisch ermittelte Fehlerstrukturen deutlich von formalen Fehlerstrukturen abweichen. Als ein vermuteter Beitrag zu diesen Diskrepanzen werden Alias-Effekte unmodellierter zeitlicher Variationen in Abschnitt 3.4 diskutiert und in einen breiteren Kontext von Modellierungs- und Parametrisierungsproblemen gestellt. Die Diskussion erfolgt im Wesentlichen qualitativ und vermittelt dennoch wertvolle Einsichten, unter anderem anhand einfacher spektraler Schemata für Fehler durch Alias-Effekte.

3.1 Prozessierungskonzepte für CHAMP und GRACE

3.1.1 Numerische dynamische Bahnanalyse

3.1.1.1 Hintergrund: klassischer Fall

Die numerische dynamische Bahnanalyse wurde für die Auswertung klassischer Bahnbeobachtungen (*Satellite Laser Ranging*, Dopplermessungen, optische Beobachtungen) zum Zweck der Bahnbestimmung, Schwerefeldmodellierung und Positionsbestimmung entwickelt. Die Beziehung zwischen Beobachtungen und gesuchten Parametern wird durch eine dynamische Beschreibung der Satellitenbewegung anhand der wirkenden Beschleunigungen hergestellt. Diese Beschreibung wird numerisch realisiert, z.B. durch numerische Integration des entsprechenden Anfangswertproblems. Grundzüge dieser Methode [siehe Reigber, 1989] werden hier skizziert.

Position und Geschwindigkeit eines Satelliten in einem quasi-inertialen Referenzsystem seien durch \mathbf{r}_S und \mathbf{v}_S bezeichnet, die im Zustandsvektor $\mathbf{R}_S = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_S \\ \mathbf{v}_S \end{pmatrix}$ zusammengefasst werden. Analog bezeichne $\mathbf{R}_T = \begin{pmatrix} \mathbf{r}_T \\ \mathbf{v}_T \end{pmatrix}$ den Zustandsvektor einer Bodenstation im selben quasi-inertialen System. Eine zum Zeitpunkt t erfolgende Beobachtung $y(t)$ zwischen Bodenstation und Satellit

$$y(t) = F_y(t, \mathbf{R}_S(t), \mathbf{R}_T(t), \mathbf{p}_a, \mathbf{p}_b) + \varepsilon(t) \quad (3.1)$$

ist funktional abhängig von den beiden Zustandsvektoren und von

- (a) Eigenschaften der zur Beobachtung beitragenden Instrumente und
- (b) Eigenschaften der Signalausbreitung,

deren Parameter in den Vektoren \mathbf{p}_a und \mathbf{p}_b zusammengefasst seien. Zusätzlich besteht ein stochastisch zu beschreibender Beobachtungsfehler $\varepsilon(t)$.

Die Satellitenbahn $\mathbf{R}_S(t)$ wird durch die folgende Bewegungsgleichung (hier ausgedrückt als Differentialgleichungssystem erster Ordnung) beschrieben:

$$\dot{\mathbf{R}}_S = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{r}}_S \\ \dot{\mathbf{v}}_S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_S \\ f_S(t, \mathbf{r}_S, \mathbf{v}_S, \mathbf{p}_c, \dots, \mathbf{p}_g) \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Hier beschreibt f_S die auf den Satelliten wirkenden Beschleunigungen (entspricht also einem Kraftmodell). Diese werden verursacht durch

- (c) den zeitlich konstanten Anteil des Gravitationsfeldes der Erde (Zentralkomponente und alle weiteren Komponenten),
- (d) die Gravitationswirkung der Erdzeiten, Ozeangezeiten und Polzeiten,
- (e) die Gravitationswirkung weiterer Massenumverlagerungen im System Erde,
- (f) das Gravitationsfeld weiterer Himmelskörper (Sonne, Mond usw.),
- (g) nichtgravitative Effekte, wie atmosphärischer Strömungswiderstand, Strahlungsdruck der Sonne und der Erd-Albedo, Beschleunigungen durch Bahnoperationen, sowie relativistische Effekte.

Die Komponenten (c) bis (g) werden durch Modelle beschrieben, deren Parametersätze durch die Vektoren \mathbf{p}_c bis \mathbf{p}_g gegeben seien. Das Gravitationsfeld der Erde und seine zeitlichen Variationen werden üblicherweise durch Stokes-Koeffizienten parametrisiert. Die Auswertung von (3.2) erfolgt durch numerische Bahnintegration. Die Bahn wird dabei in zeitliche Abschnitte (Bahnbögen) $[t_0, t_1]$ von typischerweise einigen Tagen Länge zerlegt, die getrennt integriert werden. Neben Modellen und Referenzparametern für die Effekte (c) bis (g) benötigt man dabei

- (h) eine Anfangsbedingung $\mathbf{R}_S(t_0) \equiv \mathbf{p}_h$.

Die Lösung stellt prinzipiell einen funktionalen Zusammenhang zwischen dem Zustandsvektor des Satelliten und den Parametern her:

$$\mathbf{R}_S(t) = F_S(t, \mathbf{p}_c, \dots, \mathbf{p}_h). \quad (3.3)$$

Seine partiellen Ableitungen nach den Parametern lassen sich durch Integration der entsprechenden Variationsgleichungen numerisch ermitteln.

Der Zustandsvektor der Bodenstation

$$\mathbf{R}_T(t) = F_T(t, \mathbf{p}_i, \mathbf{p}_j) \quad (3.4)$$

ist gegeben durch

- (i) ihre Position in einem erdfesten Referenzsystem (einschließlich der Effekte zeitlicher Änderungen), beschrieben durch den Parametervektor \mathbf{p}_i , und
- (j) Parameter der Transformation vom erdfesten in das quasi-inertiale System (Erdorientierungsparameter), zusammengefasst in \mathbf{p}_j .

Verkettung von (3.1) mit (3.3) und (3.4) ergibt schließlich als Beziehung zwischen Beobachtungen und Parametern

$$y(t) = F_y(t, F_S(t, \mathbf{p}_c, \dots, \mathbf{p}_h), F_T(t, \mathbf{p}_i, \mathbf{p}_j), \mathbf{p}_a, \mathbf{p}_b) + \varepsilon(t). \quad (3.5)$$

Für die in $\mathbf{p}_a, \dots, \mathbf{p}_j$ versammelten Parameter ist zu entscheiden, welcher Teil als bekannt eingeführt wird (z.B. \mathbf{p}_f) und welcher Teil im Zuge der Bahnanalyse geschätzt werden soll (insbesondere Schwerefeldparameter aus $\mathbf{p}_c, \mathbf{p}_e$). Zu den zu schätzenden Parametern (die im Vektor $\boldsymbol{\beta}$ zusammengefasst sein mögen) können auch gewisse Kombinationen der ursprünglichen Parameter gehören. Ein Beispiel hierfür sind die sogenannten empirischen Parameter, wie konstante oder in der Umlaufzeit periodische Beschleunigungsterme, die typische Effekte verschiedener Unsicherheiten des Kraftmodells auffangen sollen. Die Parameterschätzung erfolgt im Gauß-Markov-Modell mit der Methode der kleinsten Quadrate aus den Beobachtungen $y(t)$. Dazu muss die nichtlineare Beziehung 3.5 bezüglich eines Referenzparametersatzes $\boldsymbol{\beta}_R$ linearisiert werden. Geschätzt werden also Zuschläge $\Delta\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}_R$ aus Bahnstörungen $\Delta y(t) = y(t) - y_R(t)$, wobei y_R die theoretische Beobachtung bezeichnet, die aus den Referenzparametern $\boldsymbol{\beta}_R$ resultieren würde.

Für die Linearisierung werden insbesondere Parameter einer Referenzbahn (vor allem Anfangsbedingungen \mathbf{p}_h) benötigt, die der tatsächlichen Bahn möglichst nahe kommt. Diese Referenzbahnparameter werden in der Regel in einer eigenen Bahnanpassung aus den Beobachtungen iterativ geschätzt, wobei die meisten übrigen, bogen-unabhängigen Parameter auf ihren Referenzwerten festgehalten werden.

Aus dem bezüglich der Referenzparameter linearisierten Modell wird das Normalgleichungssystem aufgestellt. Zur Reduktion des numerischen Aufwandes wird dabei die Tatsache ausgenutzt, dass nur ein Teil der Parameter (bogen-unabhängige Parameter, darunter die Schwerefeldparameter) auf sämtliche Beobachtungen wirkt, während ein anderer Teil (bogen-abhängige Parameter) nur die Beobachtungen eines einzelnen Bahnbogens beeinflussen. Es werden zunächst Normalgleichungen für die einzelnen Bahnbögen aufgestellt, sie werden um die bogen-abhängigen Parameter reduziert und dann zur Gesamt-Normalgleichung für die bogen-unabhängigen Parameter aufaddiert, die schließlich gelöst wird.

Eine Regularisierung des Problems kann notwendig sein. Dies geschieht zum Beispiel durch Einführung von Pseudo-Beobachtungen: Gewissen durch die Messkonfiguration schlecht bestimmten Parameter werden A-priori-Werte zugewiesen und mit Standardabweichungen versehen (z.B. gegeben durch die Kaula-Regel), die die Unsicherheit der A-priori-Information charakterisieren.

3.1.1.2 Erweiterung auf *Satellite-to-Satellite Tracking*

Die im vorigen Abschnitt beschriebene Methode der klassischen numerischen dynamischen Analyse lässt sich auf die Auswertung von SST-Beobachtungen erweitern, indem die neuen Beobachtungstypen hinzugefügt werden.

GPS-Beobachtungen an Bodenstationen (deren Auswertung Voraussetzung oder Bestandteil einer SST-Auswertung ist) entsprechen dem durch Gleichung (3.1) beschriebenen Beobachtungstyp,

$$y(t) = F_y(t, \mathbf{R}_{S_h}(t), \mathbf{R}_T(t), \mathbf{p}_a, \mathbf{p}_b) + \varepsilon(t), \quad (3.6)$$

wobei S_h einen hochfliegenden Satelliten bezeichnet. Die High-Low-SST-Beobachtungen zwischen GPS-Satellit und LEO (der mit S_l bezeichnet wird) lassen sich analog beschreiben als

$$y(t) = F_y(t, \mathbf{R}_{S_h}(t), \mathbf{R}_{S_l}(t), \mathbf{p}_a, \mathbf{p}_b) + \varepsilon(t). \quad (3.7)$$

(Die Funktionen F_y mit ihren zugrundeliegenden Modellen und Parametern sind natürlich von Fall zu Fall unterschiedlich.) Falls anstelle undifferenzierter GPS-Phasenmessungen doppelte GPS-Phasendifferenzen verwendet werden (d.h. die Phasendifferenz der am LEO empfangenen Signale zweier GPS-Satelliten S_{h1}, S_{h2} minus die Phasendifferenz der an einer Bodenstation empfangenen Signale dieser beiden GPS-Satelliten), so ist (3.7) um die Abhängigkeit vom Zustandsvektor eines weiteren GPS-Satelliten und einer Bodenstation zu erweitern. Die Beobachtungen des Low-Low-SST zwischen den beiden GRACE-Satelliten S_{11} und S_{12} haben schließlich die Form

$$y(t) = F_y(t, \mathbf{R}_{S_{11}}(t), \mathbf{R}_{S_{12}}(t), \mathbf{p}_a, \mathbf{p}_b) + \varepsilon(t). \quad (3.8)$$

Die funktionale Abhängigkeit der Satellitenzustandsvektoren entspricht jeweils Gleichung (3.3) und ist, zusammen mit ihren partiellen Ableitungen, durch numerische Integration bestimmbar. Für die Zustandsvektoren der Bodenstationen gilt Beziehung (3.4). Damit ist das in Abschnitt 3.1.1.1 skizzierte Lösungsschema auf die Nutzung der SST-Beobachtungen ausweitbar. Die Komplexität des Problems ist allerdings größer als im klassischen Fall.

3.1.1.3 Prozessierungsansätze des GFZ Potsdam

Die Prozessierungsstrategie des GFZ Potsdam für CHAMP und GRACE folgt der Tradition der klassischen numerischen dynamischen Methode. (Gleiches gilt für die GRACE-Prozessierung des *Center for Space Research at the University of Texas at Austin* (UTCSR) [Tapley u.a., 2004b, 2005] und des *Centre National d'Etudes Spatiales/Group de Recherches de Géodésie Spatiale* (CNES/GRGS) [Lemoine u.a., 2007].) Eine ausführliche Beschreibung der Prozessierung am GFZ Potsdam geben Schmidt [2007] und Reigber u.a. [2002, 2005a,c]. Einige Eckdaten sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst und werden im Folgenden erläutert. In ihren Details sind diese Angaben lediglich als Beispiele aufzufassen, da die Methoden permanent weiterentwickelt werden.

Die Komplexität der High-Low-SST-Auswertung wird, vor allem aus Gründen der numerischen Machbarkeit, reduziert, indem die Bahnen der GPS-Satelliten und die der LEOs nicht gemeinsam dynamisch ausgewertet werden. (Zu einer gemeinsamen Auswertung siehe Zhu u.a. [2004].) Stattdessen wird in zwei Schritten verfahren: Im ersten Schritt werden aus den GPS-Beobachtungen des Bodenstationsnetzes die GPS-Bahnen und GPS-Uhrfehler sowie gegebenenfalls Stationsparameter und Erdorientierungsparameter bestimmt, wobei Schwerefeldparameter auf ihren Referenzwerten festgehalten werden. Im zweiten Schritt bleiben GPS-Bahnen und -Uhrfehler, Stationsparameter und Erdorientierungsparameter fixiert. Nur die LEO-Bahnen werden nun anhand der SST-Beobachtungen dynamisch analysiert, um Schwerefeldparameter zu schätzen. In der formalen Darstellung von Gleichung (3.7) ausgedrückt, werden also die GPS-Zustandsvektoren \mathbf{R}_{S_h} als gegebene Parameter eingeführt und nicht in ihrer Abhängigkeit von den gesuchten Schwerefeldzuschlägen beschrieben. Die dabei gewählte Bahnbogenlänge beträgt 1 Tag oder 1.5 Tage. Diese Wahl erfolgt als Kompromiss zwischen den gegensätzlichen Anforderungen, einerseits durch kurze Bahnbögen den Effekt von Restfehlern des Kraftmodells gering zu halten und andererseits durch lange Bahnbögen Bahnresonanzeffekte zu erfassen.

Als Parameter des Gravitationsfeldes werden die Stokes-Koeffizienten seiner Kugelfunktionsentwicklung angesetzt. Für die Ableitung zeitlicher Änderungen aus GRACE wird das Konzept der Monatslösungen verfolgt: Der Missionszeitraum wird in Intervalle von typischerweise Monatslänge aufgeteilt. Für jeden Monat wird, unabhängig von den übrigen Monaten, ein Schwerefeldmodell bis z.B. Grad 120 generiert, indem zeitlich konstante Stokes-Koeffizienten-Zuschläge geschätzt werden. Zeitliche Variationen, die über die in den Referenzmodellen enthaltenen Signale hinausgehen, werden also über alle Grade von 2 bis z.B. 120 in Monatsauflösung geschätzt.

Zeitliche Variationen, die durch die gewählte monatsweise konstante Parametrisierung nicht erfasst werden können, für die die GRACE-Beobachtungen aber sensitiv sind, können Alias-

Tabelle 3.1: Eckdaten zur CHAMP- und GRACE-Schwerefeldprozessierung am GFZ Potsdam [Reigber u.a., 2002, 2005a,c] mit der dynamischen Methode

	Bemerkungen	
	CHAMP	GRACE
Beobachtungen		
GPS-Beobachtungen	undifferenzierte GPS-Trägerphasen am Empfänger des LEO	
Low-Low-SST-Entfernungsänderungen	nein	ja
A priori Daten		
GPS-Bahnen und -Uhrfehler	Bestimmung in getrenntem Schritt	
Bodenstationspositionen, Erdorientierungsparameter		
Nichtgravitative Beschleunigungen, gemessen durch Akzelerometer	ohne Ozeanographie	
Referenzgravitationsfeld einschl. modellierter zeitlicher Änderungen (Gezeiten, Atmosphäre, Ozeanographie, weitere Himmelskörper)		
Geschätzte bogen-abhängige Parameter		
Anfangszustand für jeden Bahnbogen (1 Tag oder 1.5 Tage)		
Parameter der GPS-Messung	Empfängeruhrfehler, Phasenmehrdeutigkeiten	
Akzelerometer-Kalibrierungsparameter (je Achse): Offset Skalierungsfaktor	1-2 pro Umlauf	1 pro Bahnbogen
	1 pro Bahnbogen	
Low-Low-SST-Kalibrierungsparameter: Bias und Drift im Umlauf periodische Fehler	entfällt	pro Umlauf pro 2 Umläufe
Residuale Beschleunigungen durch 6 Düsenpaare bei Lagemanövern	1 pro Tag	nein
Geschätzte globale (bogen-unabhängige) Parameter		
Verbesserungen des Referenzfeldes (parametrisiert durch Kugelfunktionen)	z.B. bis $n = 100$, zeitlich konstant	z.B. bis $n = 120$, pro Monat zeitlich konstant
Verbesserungen der Referenz-Ozeangezeitenmodelle	ca 100 Koeffizienten für 11 Tiden	nein

Effekte in den Lösungen verursachen. (Dieses Thema wird in Abschnitt 3.4 vertieft.) Das Konzept des GFZ Potsdam, solche Effekte zu vermeiden, besteht darin, möglichst viele zeitliche Variationen bereits in die Referenzmodelle aufzunehmen, bezüglich derer die Zuschläge geschätzt werden. Die Referenzmodelle (auch „Hintergrundmodelle“ oder „Dealiasing-Modelle“) enthalten neben Gezeitenvariationen auch die Effekte atmosphärischer Massenvariationen und nicht-gezeitenbedingter ozeanischer Variationen [Bettadpur, 2007a; Flechtner, 2007a]. Atmosphärische Variationen werden aus operationellen Analysedaten des ECMWF und ozeanische Variationen aus dem baroklinen Ozeanmodell OMCT gewonnen.

Fehler der High-Low- und Low-Low-SST-Beobachtungen (GPS-Beobachtungen bzw. K-Band-Entfernungsänderungen) werden als unkorreliert modelliert. Die Akzelerometermessungen der nichtgravitativen Bahnbeschleunigungen werden direkt und ohne Fehlermodellierung in das Kräftemodell bei der Bahnintegration eingeführt. Allerdings müssen zeitabhängige Akzelerometer-Kalibrierungsparameter mitgeschätzt werden. Auch für die Low-Low-SST-Messungen von GRACE werden empirische Kalibrierungsparameter eingeführt. Sie sollen neben tatsächlichen Fehlern dieser Messungen auch typische Effekte residueller Fehler im Kraftmodell absorbieren [Kim, 2000; Schmidt, 2007]. Die Wahl und zeitliche Auflösung solcher empirischen

Parameter muss sich auf Erfahrungen stützen.

Bei der numerischen Lösung erfolgt in einigen Fällen eine moderate Regularisierung, indem für höhere Grade Pseudo-Beobachtungen mit dem Wert Null eingeführt werden, die umgekehrt proportional zur Gradvarianz nach Kaulas Daumenregel gewichtet werden.

3.1.2 Varianten und Alternativen

Klassische Bahnbeobachtungen zwischen Bodenstation und Satellit, für deren Auswertung die dynamische Methode entwickelt wurde, konnten die Satellitenbahn nur spärlich und ein- oder zweidimensional abtasten. So konnten nur Bahnstörungen beobachtet werden, die über relativ lange Bahnbögen akkumuliert waren. Die Beobachtungen waren also natürlicherweise abhängig von Parametern des globalen Schwerefeldes und nicht nur vom Feldverhalten in der Umgebung der beobachteten Satellitenposition. Die Akkumulation von Fehlern des Kräfte Modells musste in Kauf genommen oder teilweise durch empirische Parameter aufgefangen werden. Die neuen Missionen liefern dagegen ununterbrochene Beobachtungen entlang der Bahn. Diese Beobachtungen können in mehr oder weniger direkte Beziehung zum Verhalten des Schwerefeldes an der Satellitenposition oder in ihrer Umgebung gebracht werden. Der Bezug auf den länger zurückliegenden Bahnverlauf wird dann weniger wichtig, und der Einfluss von Kräfte Modellfehlern entlang dieses Bahnverlaufs kann vermieden werden [Rowlands u.a., 2002; Mayer-Gürr u.a., 2005]. Mehr noch: Durch GPS ist die Bahnbestimmung unabhängig von der Bahndynamik, also losgekoppelt von der Schwerefeldbestimmung mit großer Genauigkeit möglich [Švehla und Rothacher, 2003]. Die Schwerefeldbestimmung kann sich dann auf GPS-bestimmte Orbits stützen. Diese neuen Voraussetzungen eröffnen eine Vielfalt vielversprechender alternativer Möglichkeiten zur Auswertung von CHAMP und GRACE. Eine methodische Übersicht gibt z.B. Schneider [2002].

Die GRACE-Auswertung am *NASA Goddard Space Flight Center* [Rowlands u.a., 2002, 2005; Luthcke u.a., 2006a] behält den Ansatz der dynamischen Bahnintegration bei, trennt jedoch stärker zwischen der Bestimmung von Bahnparametern (aus High-Low- und Low-Low-SST) und der Schwerefeldverbesserung (ausschließlich aus Low-Low-SST), um Einflüsse von Bahnmodellierungsfehlern auf die Schwerefeldbestimmung zu vermindern. GRACE-Bahnen sind zunächst aus einer GPS-Auswertung im reduziert-dynamischen Ansatz gegeben. Sie werden zusammen mit den Low-Low-SST-Beobachtungen und einem fixierten Referenzschwerefeld genutzt, um Akzelerometer-Kalibrierungsparameter zu schätzen. Die anschließende Schwerefeldverbesserung nutzt ausschließlich die hochgenauen Low-Low-SST-Beobachtungen. Akzelerometer-Parameter bleiben fixiert, und der Anfangszustand der Bahnen, ausgedrückt durch einen Parametersatz für die Intersatelliten-Basislinie, wird lediglich noch in drei bis vier Komponenten verbessert, für die die Low-Low-SST-Messungen sensitiv sind.

Eine an der Universität Bonn verwendete Methode [Ilk u.a., 2000; Mayer-Gürr u.a., 2005, 2006] beruht wie die klassische Bahnanalyse auf der Auswertung der Newtonschen Bewegungsgleichung entlang eines Bahn Bogens. Die Bewegungsgleichung wird jedoch ausgedrückt als Randwertproblem in Form einer Fredholmschen Integralgleichung und über kurze Bahnbögen (z.B. 30 Minuten) ausgewertet, um den Einfluss von Fehlern im Kräfte Modell gering zu halten. Die Satellitenpositionen werden aus einer kinematischen oder reduziert-dynamischen GPS-Auswertung erhalten und bestimmen im Fall der CHAMP-Mission zusammen mit den Akzelerometermessungen im Wesentlichen den Beobachtungsvektor. Für die GRACE-Mission wird die Low-Low-SST-Beobachtung analog durch eine Fredholmsche Integralgleichung beschrieben und in die Auswertung einbezogen.

Eine einfache und plausible Methode ist die Energiebilanzmethode [Jekeli, 1999; Visser u.a., 2003]: Beobachtbare Variationen der (skalaren) Satellitengeschwindigkeit und damit der kinetischen Energie des Satelliten stehen durch den Energieerhaltungssatz in direkter Beziehung

zu Variationen der potentiellen Energie und damit des Gravitationspotentials an den Bahnpositionen. (Einflüsse nichtgravitativer Kräfte und der Erdrotation sind zusätzlich zu berücksichtigen.) Für die CHAMP-Mission lassen sich Geschwindigkeiten aus den durch kinematische GPS-Auswertung ermittelten Positionen durch numerisches Differenzieren ermitteln und die resultierenden Variationen der kinetischen Energie entlang der Bahn als Beobachtungen einführen. Für die GRACE-Mission erhält man zusätzlich aus den Relativgeschwindigkeiten der beiden GRACE-Satelliten Differenzen der kinetischen Energie beider Satelliten, die wiederum Potentialdifferenzen zwischen den beiden Satellitenpositionen widerspiegeln. Die Energiebilanzmethode ist sowohl für CHAMP [Gerlach u.a., 2003a; Han u.a., 2002; Schmidt u.a., 2005] als auch für GRACE [Han u.a., 2005a] angewandt worden.

Durch zweifaches numerisches Differenzieren einer kinematischen Bahn lassen sich schließlich punktweise Beschleunigungen erhalten. Diese „Beobachtungen“ (korrigiert um Störbeschleunigungen) widerspiegeln dann direkt punktweise Gradienten des Potentials. Auch dieser Beschleunigungsansatz wurde auf CHAMP-Daten angewandt [Fengler u.a., 2004b; Ditmar u.a., 2006a] und ist auf die Auswertung der GRACE-Mission erweiterbar [Ditmar u.a., 2006b].

Die hier skizzierten Auswertekonzepte benutzen im Unterschied zur klassischen dynamischen Bahnanalyse Beobachtungen, die wesentlich vom lokalen oder regionalen Schwerefeld bestimmt werden. Für die Schwerefeldparametrisierung bieten sich daher als Alternative zur Kugelfunktionsdarstellung ortslokalisierende Basisfunktionen an. Zwei Hauptargumente für solche Basisfunktionen sind [Jekeli, 2005; Rowlands u.a., 2005; Koch und Kusche, 2002]: Erstens können Parametrisierung und numerische Lösung an regionale Verhältnisse angepasst werden: Die Auflösung kann regional variabel erfolgen und geophysikalische Vorinformationen (z.B. über die Autokorrelation wie auch über Diskontinuitäten der Massensignale) berücksichtigen. Der Grad der Regularisierung kann von der Stärke regionaler Schwerefeldsignale abhängig gemacht werden. Zweitens sorgt eine ortslokalisierende Parametrisierung dafür, dass regionale Daten im Wesentlichen nur einen Teil der Schwerefeldparameter, nämlich diejenigen ihrer Region, beeinflussen. Das Hinzufügen oder Korrigieren regionaler Daten (etwa aus Bodenmessungen) wird dadurch leichter und plausibler. Barthelmes [1986] gibt innerhalb seiner Untersuchungen zur Punktmassendarstellung eine Übersicht über alternative Konzepte der Schwerefelddarstellung und ihre Zusammenhänge. Schmidt u.a. [2006a] geben einen Überblick über Entwicklung der jüngeren Zeit zur Auswertung von CHAMP und GRACE. Folgende Konzepte werden dabei verfolgt: Splines [Freedon u.a., 1998; Jekeli, 2005], Wavelets [Freedon u.a., 1998; Fengler u.a., 2004a; Chambodut u.a., 2005] und sogenannte Mascons (*mass concentrations*) [Rowlands u.a., 2005], hier verstanden als Schwerefeldkomponenten, die bestimmten, frei wählbaren räumlichen Massenvariationsmustern entsprechen. Die vier in diesem Abschnitt skizzierten alternativen physikalischen Konzepte sind, wie man den angeführten Referenzen entnehmen kann, sowohl mit der Kugelfunktionsparametrisierung als auch mit ortslokalisierenden Basisfunktionen erprobt worden.

Schließlich ist zu bemerken, dass alternative Ansätze auch mit dem Ziel entwickelt werden, den erheblichen numerischen Aufwand zu reduzieren. (Die klassische numerische Bahnanalyse wird in diesem Zusammenhang gelegentlich als *brute force method* bezeichnet.) So bringt die Entkopplung der Schwerefeldbestimmung von der Bahnbestimmung erhebliche Erleichterungen, da anstelle der originären GPS-Beobachtungen nur noch Bahnpositionen verwendet werden. Auch erfolgt im Kontext numerischer Überlegungen eine Rückbesinnung auf die analytische Bahnmodellierung [Kaula, 1966b; Sneeuw, 2000; Cheng, 2002; Visser, 2005]. Der semi-analytische Ansatz von Sneeuw [2000] bewirkt unter annähernd erfüllten Bedingungen an die Satellitenbahn eine blockdiagonale Struktur der Normalgleichungsmatrix, was z. B. bei der CHAMP-Auswertung mit der Energiebilanzmethode ausgenutzt wurde [Gerlach u.a., 2003b].

3.2 GRACE-Monatslösungen (Release 4) des GFZ Potsdam

Die in dieser Arbeit verwendeten GRACE-Produkte zu zeitlichen Schwerefeldvariationen sind die vom GFZ Potsdam bereitgestellten Monatslösungen des Release 4 [GFZ, 2007a]. Detaillierte Informationen über diese Lösungen geben Flechtner [2007a,b]; Bettadpur [2007a,b]. Der hier verwendete Datensatz umfasst 44 Monatslösungen, die den Zeitraum 02/2003 bis 11/2006 mit Ausnahme der Monate 06/2003 und 01/2004 überdecken. Die Monatslösungen sind Sätze von Stokes-Koeffizienten bis Grad und Ordnung 120. Sie sind Schätzungen für das um Hintergrundmodelle zeitlicher Variationen reduzierte mittlere Schwerefeld über den jeweiligen Lösungszeitraum. Der Lösungszeitraum gehört jeweils zu einem Kalendermonat, umfasst jedoch häufig nicht alle Tage dieses Monats.

Zusammen mit den Monatslösungen werden Datensätze zu den atmosphärischen und ozeanischen Hintergrundmodellen ausgeliefert, jeweils als Stokes-Koeffizienten-Sätze (bis Grad und Ordnung 100) der entsprechenden Schwerefeldvariationen, gemittelt über den Zeitraum der Monatslösung. Neben Datensätzen zu den Gesamtvariationen aus beiden Hintergrundmodellen (in der Terminologie des Auswertezentrums: GAC-Produkte) werden Datensätze zu folgenden Teilkomponenten ausgeliefert: atmosphärische Massenvariationen (GAA-Produkte), ozeanische Massenvariationen (GAB-Produkte) und Ozeanbodendruckvariationen (GAD-Produkte). Mit Ozeanbodendruckvariationen werden in diesem Kontext Flächendichtevariationen einer Einfachschicht bezeichnet, die den Ozeanbodendruckvariationen, dividiert durch die Schwerebeschleunigung, entsprechen und damit in guter Näherung die Gesamtvariationen (atmosphärisch und ozeanisch) im Ozeangebiet wiedergeben. (Die Näherung besteht darin, dass atmosphärische Anteile aus dem atmosphärischen Bodendruck und nicht aus einer vertikalen Integration berechnet werden.) Entsprechend gibt die Differenz zwischen den gesamten Hintergrundmodellen (GAC-Produkte) und den Ozeanbodendruck-Datensätzen (GAD-Produkte) in guter Näherung die modellierten atmosphärischen Massenvariationen über dem Festland wieder. Diese Differenz wird im Folgenden „kontinentales Atmosphärenmodell“ genannt. In den Monatslösungen werden ebenfalls reduzierte lineare Änderungen einiger Koeffizienten der Grade 2, 3 und 4 angegeben.

Die Monatslösungen beziehen sich auf das CM-System (siehe Abschnitt 2.1). Das bedeutet, dass die Koeffizienten $c_{00} = 1$ und $c_{1m} = 0$ ($m = -1, 0, 1$) fixiert sind und dass die Monatslösungen insensitiv gegenüber Auflastvariationen vom Grad 1 sind. Die Hintergrundmodelle wurden in der Prozessierung entsprechend ohne die Grade 0 und 1 eingeführt. Allerdings sind in den ausgelieferten Datensätzen der Hintergrundmodelle auch Variationen der Grade 0 und 1 enthalten, und zwar berechnet im CE-System. So lassen sich die kompletten Auflastvariationen der Hintergrundmodelle rekonstruieren, einschließlich ihrer Grad-1-Anteile und auch Grad-0-Anteile, die eventuelle Gesamtmassenänderungen der modellierten Subsysteme repräsentieren.

Die Monatslösungen wurden ohne Regularisierung berechnet, mit Ausnahme der vier Monate 07/2004 bis 10/2004. In diesen Monaten war die GRACE-Bahnkonfiguration einem 4-Tage-Wiederholorbit nahe, so dass durch die extrem ungleichmäßige räumliche Abtastung eine relativ geringe Schwerefeldsensitivität der Mission bestand (siehe Klokočnik u.a. [2007] für eine gründliche Darstellung dieser Problematik). Für diesen Zeitraum werden neben den unregularisierten Lösungen auch regularisierte Lösungen zur Verfügung gestellt [GFZ, 2007a], die hier verwendet werden.

Zu jeder unregularisierten Monatslösung wird ein Satz kalibrierter Fehler-Standardabweichungen der Stokes-Koeffizienten angegeben. Diese kalibrierten Fehler wurden durch gradweise Skalierung der formalen Fehler erhalten, wobei die Skalierungsfaktoren aus den zeitlichen Fluktuationen der Monatslösungen abgeleitet wurden [Schmidt u.a., 2006b] (vgl. Abschnitt 3.3.3). Volle Kovarianzmatrizen zu den Monatslösungen wurden nicht veröffentlicht (Stand Juni 2007).

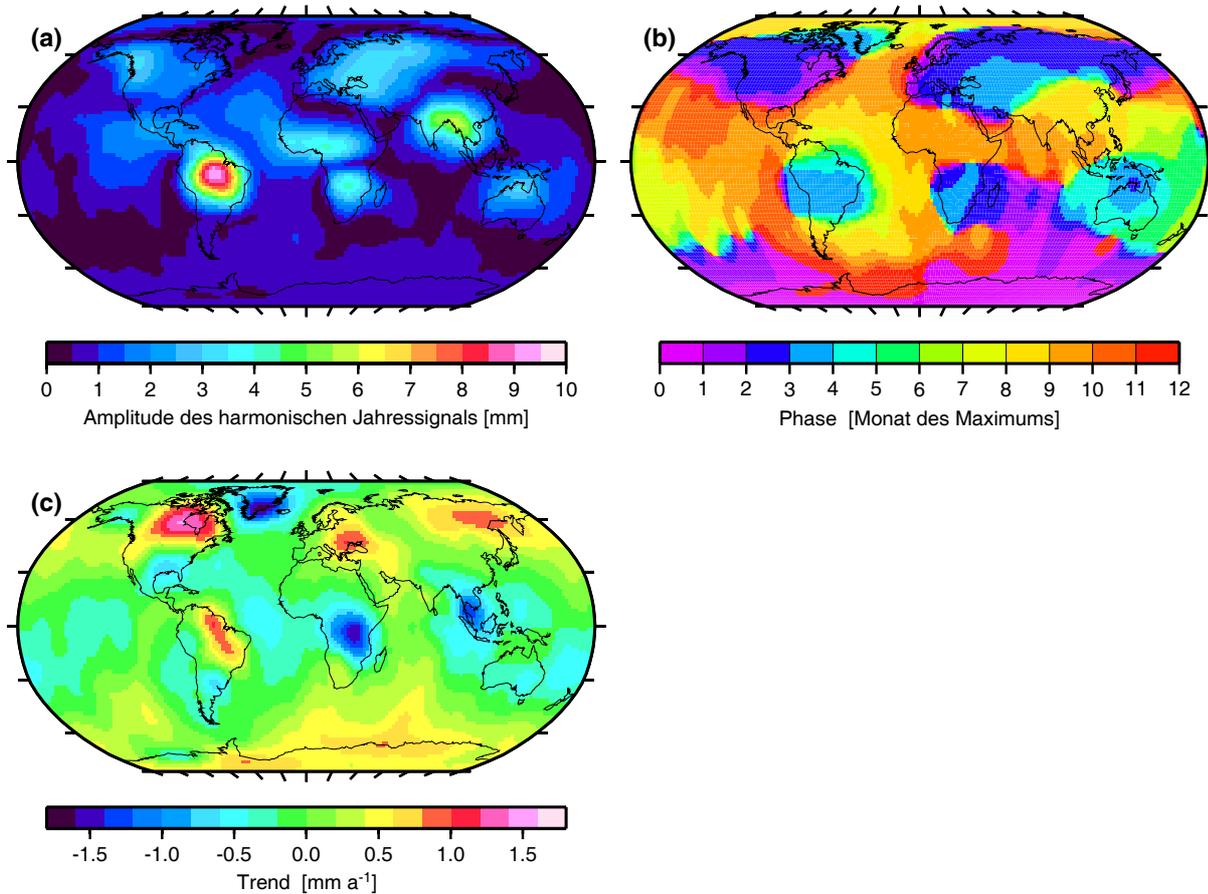


Abbildung 3.1: Jahressignal und Trend des Geoids aus den GRACE-Monatslösungen (GFZ Potsdam, Release 4, gauß-gefiltert mit 500 km Filterradius). (a) Amplitude und (b) Phase des harmonischen Jahressignals. (c) Linearer Trend.

Als einen ersten Eindruck von zeitlichen Variationen in den Monatslösungen zeigt Abbildung 3.1 das harmonische Jahressignal und den linearen Trend der Geoidhöhe, die man aus den 40 unregularisierten Monatslösungen (500-km-gauß-gefiltert) erhält, wenn man simultan ein zeitlich lineares Signal, ein harmonisches Jahressignal und ein harmonisches Halbjahressignal anpasst.

3.3 Fehlerstruktur der Schwerefeldlösungen

3.3.1 Fehlerstruktur aus einfachen spektralen Modellen

Für einfache Beschreibungen der Sensitivitäts- und Fehlerstruktur von Missionskonzepten wurden spektrale Modelle entwickelt [Jekeli und Rapp, 1980; Rummel, 1997]. Dazu wird z.B. angenommen, die Mission messe direkt ein Größe $f(\Omega)$, die ein Funktional des Gravitationsfeldes in Bahnhöhe (d.h. auf einer Sphäre mit Bahnradius r) ist. Aus den Beobachtungen von $f(\Omega)$ mögen die Koeffizienten f_{nm} der sphärisch-harmonischen Entwicklung (2.1) dieser Funktion im Frequenzband $2 \leq n \leq n_{\max}$ bestimmt werden, wobei Beobachtungsfehler zu Fehlern δf_{nm} in den Koeffizienten f_{nm} führen. Unter vereinfachenden Annahmen an die globale Verteilung

der Beobachtungen und an die statistischen Eigenschaften der Beobachtungsfehler werden die Fehler-Standardabweichungen $\sigma(\delta f_{nm})$ für alle zu schätzenden Koeffizienten gleich:

$$\sigma(\delta f_{nm}) = C = \text{const.} \quad (3.9)$$

(Zur Spezifizierung von C siehe Jekeli und Rapp [1980]; Rummel [1997]). Die Fehler-Gradamplituden von f sind folglich

$$\sigma_n(\delta f) = \sqrt{2n+1} C. \quad (3.10)$$

Beziehung (3.9) entspricht dem Verhalten weißen Rauschens. Als Annahme, die zu (3.9) führt, formulieren Jekeli und Rapp [1980] sinngemäß, dass eine endliche Zahl von Beobachtungen gleichmäßig über die gesamte Erde verteilt ist, ihre Fehler gleiche Varianz haben und untereinander unkorreliert sind.

Der Zusammenhang zwischen der Beobachtungsgröße f und dem Gravitationsfeld (dargestellt durch die Stokes-Koeffizienten c_{nm}) sei durch spektrale Faktoren u_n gegeben:

$$f_{nm} = u_n c_{nm}. \quad (3.11)$$

Der Zusammenhang zwischen den Gradamplituden des Fehlers der Beobachtungsgröße und des resultierenden Geoidfehlers δN ist dann entsprechend

$$\sigma_n(\delta N) = a u_n^{-1} \sigma_n(\delta f) \quad (3.12)$$

$$= a u_n^{-1} \sqrt{2n+1} C. \quad (3.13)$$

Betrachtet man z.B. eine Mission, die das Potential in Bahnhöhe beobachtet (als vereinfachende Interpretation einer High-Low-SST-Mission – vgl. Abschnitt 3.1.2), so gilt nach (2.5):

$$u_n = \frac{GM}{a} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1}. \quad (3.14)$$

Für eine Mission, die die zweite radiale Ableitung des Potentials in Bahnhöhe misst (Vereinfachung der Gradiometriemission GOCE) ergibt sich durch entsprechendes Differenzieren von Gleichung (2.5)

$$u_n = \frac{GM}{a^3} (n+1)(n+2) \left(\frac{a}{r}\right)^{n+3}. \quad (3.15)$$

Für eine Low-Low-SST-Mission wie GRACE betrachten Jekeli und Rapp [1980] die Geschwindigkeitsdifferenz der beiden Satelliten als Beobachtungsgröße. Diese kann nicht im Sinne von (2.1) und (3.11) in einfache spektrale Beziehung zum Gravitationsfeld gebracht werden, da sie nicht nur von einer Position (Mittelpunkt der Intersatellitenlinie) sondern auch von einer Richtung (Azimut dieser Linie) abhängt. Die Richtungsabhängigkeit wird formal aufgehoben, indem mittlere Signal- und Fehlervarianzen über alle möglichen Azimute betrachtet werden. So lassen sich auf der Abstraktionsebene von Varianzen Beziehungen der Form (3.13) aufstellen. Die spektralen Faktoren sind dabei

$$u_n = \left(\frac{GM}{a} \left(\frac{a}{r}\right)^{2n+1} [1 - P_n(\cos \psi)] \right)^{1/2}, \quad (3.16)$$

wobei P_n das Legendresche Polynom n -ten Grades und ψ den sphärischen Intersatellitenabstand bezeichnet.

Abbildung 2.9 (S. 30) zeigt die CHAMP- GRACE- und GOCE-Fehlerkurven nach (3.13) in Verbindung mit (3.14), (3.15) bzw. (3.16), wobei C so gewählt wurde, dass die Kurven repräsentativ für die variierenden Angaben in der Literatur sind [ESA, 1999; Dickey u.a., 1997; Wahr u.a., 2004].

3.3.2 Fehlerstruktur aus der Normalgleichungsmatrix

Erfolgt im Gauß-Markov-Modell eine Parameterschätzung nach der Methode der kleinsten Quadrate, so enthält – Gültigkeit des Modells vorausgesetzt – die Normalgleichungsmatrix in Verbindung mit dem geschätzten Gewichtseinheitsfehler eine bezüglich Momenten zweiter Ordnung vollständige statistische Beschreibung der Schätzfehler [z.B. Koch, 2004]. Die Normalgleichungsmatrix charakterisiert damit die Sensitivitätsstruktur der modellierten Mess- und Auswerteanordnung. Es bleibt jedoch die Aufgabe, die enthaltenen Informationen tatsächlich zu erschließen und zu interpretieren. Im Fall der Schätzung globaler Schwerefeldparameter in Form von Stokes-Koeffizienten ist dazu die Betrachtung der grad- und ordnungsabhängigen Fehler-Standardabweichungen oder ihrer Zusammenfassung in Form von Fehler-Gradamplituden üblich.

Entsprechende grad- und ordnungsabhängige Fehler-Standardabweichungen der in Abschnitt 3.2 vorgestellten GRACE-Monatslösungen zeigt Abbildung 3.2a. (Gezeigt sind nicht die reinen formalen Fehler, sondern die durch Anbringen gradabhängiger Faktoren erhaltenen kalibrierten Fehler [Schmidt u.a., 2006b; Schmidt, 2007].) Die Fehlerstruktur weist neben einer Gradabhängigkeit auch eine ausgeprägte Ordnungsabhängigkeit auf und ist für alle Monate ähnlich. Allerdings haben unterschiedliche Monate unterschiedliches Fehlerniveau, bedingt vor allem durch die unterschiedlichen Bahnkonfigurationen [Klokočník u.a., 2007; Schmidt u.a., 2006b]. Diese Fehlerniveaus zeigt Abbildung 3.2b. Für eine CHAMP-Lösung zeigt Abbildung 3.3 wiederum die grad- und ordnungsabhängigen Fehler.

Selbst mit der grad- und ordnungsabhängigen Darstellung werden lediglich die Diagonalelemente der Fehlerkovarianzmatrix veranschaulicht. Um Korrelationsstrukturen zu erschließen, die durch die volle Matrix gegeben sind, ist eine Eigenwertzerlegung eine geeignete Methode, wie im Folgenden erläutert wird.

Betrachtet wird die Normalgleichung

$$N\beta = b \quad (3.17)$$

zur Schätzung eines Satzes β von Stokes-Koeffizienten-Zuschlägen aus der rechten Seite b , die aus den Beobachtungen resultiert. (Andere, nicht schwerefeldbezogene Parameter seien reduziert.)

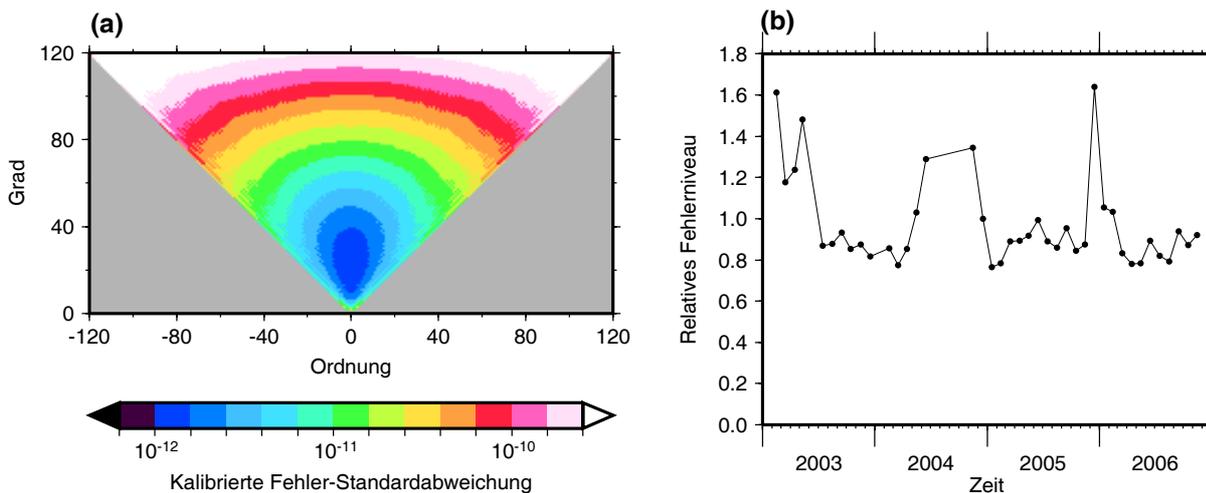


Abbildung 3.2: (a) Kalibrierte Fehler der GRACE-Monatslösungen (quadratisches Mittel über die 40 unregularisierten Monatslösungen). (b) Monatsabhängiges relatives Fehlerniveau der einzelnen Monate. Unter den verschiedenen sinnvollen Definitionen eines solchen Fehlerniveaus wird hier die Größe $\exp\left(\frac{1}{119} \sum_{n=2}^{120} (\ln \sigma_n(t) - \ln \bar{\sigma}_n)\right)$ gewählt. Dabei sind $\sigma_n(t)$ die monatsabhängigen Fehler-Gradamplituden und $\bar{\sigma}_n$ die Gradamplituden im quadratische Mittel über die 40 unregularisierten Monatslösungen.

Die Fehlerkovarianzmatrix für β

$$C_{\beta} = m_0^2 N^{-1} \quad (3.18)$$

(mit dem Gewichtseinheitsfehler m_0) ist im Allgemeinen auch in den Außerdiagonalelementen besetzt, die Schätzfehler unterschiedlicher Stokes-Koeffizienten sind also korreliert. Die Eigenwertzerlegung von N [z.B. Kielbasiński und Schwetlick, 1988] lautet

$$N = V \Lambda V' \quad (3.19)$$

mit der Diagonalmatrix der Eigenwerte

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_u \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

und der Orthonormalmatrix

$$V = (v^1 \dots v^u), \quad (3.21)$$

deren Spalten v^1, \dots, v^u die Eigenvektoren sind. (V' bezeichne die Transponierte von V .) Die Eigenvektoren bilden einen neuen Satz orthogonaler Basisfunktionen im Lösungsraum. Jede dieser Basisfunktionen entspricht einer Linearkombination der Basis-Kugelfunktionen und damit einem speziellen Schwerefeldmuster. Der bezüglich der neuen Basis transformierte Parametervektor

$$\tilde{\beta} = V' \beta \quad (3.22)$$

enthält dann die Faktoren, die bei einer Schwerefeldzerlegung nach den neuen Basisfunktionen jeder dieser Basisfunktionen zuzuordnen sind. Die entsprechend transformierte Normalgleichung lautet

$$\Lambda \tilde{\beta} = \tilde{b} \quad (3.23)$$

mit $\tilde{b} = V b$, und die Kovarianzmatrix der neuen Schwerefeldparameter ist

$$C_{\tilde{\beta}} = m_0^2 \Lambda^{-1}. \quad (3.24)$$

Somit sind die Fehler der transformierten Schwerefeldparameter paarweise unkorreliert, und ihre Varianzen sind proportional zu den zugehörigen inversen Eigenwerten.

Nachfolgend werden Ergebnisse einer Normalgleichungsanalyse für CHAMP vorgestellt, die in Kooperation mit dem GFZ Potsdam durchgeführt wurde [Horwath u.a., 2007]. (CHAMP-Normalgleichungsanalysen mit anderen Zielausrichtungen beschreiben z.B. Hinga u.a. [2005];

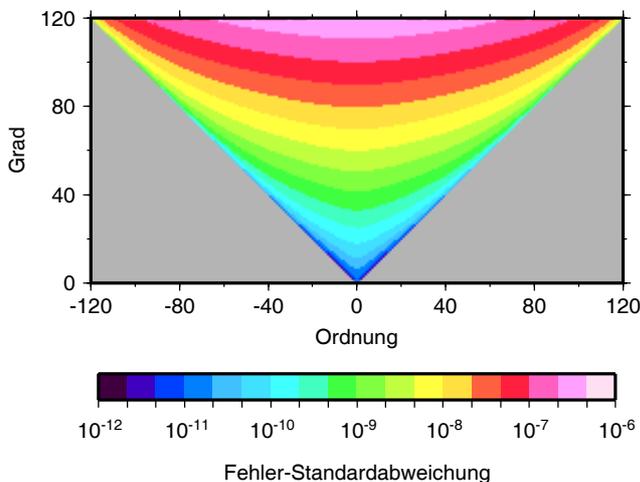


Abbildung 3.3: Formale Fehler der im Text behandelten CHAMP-Schwerefeldlösung.

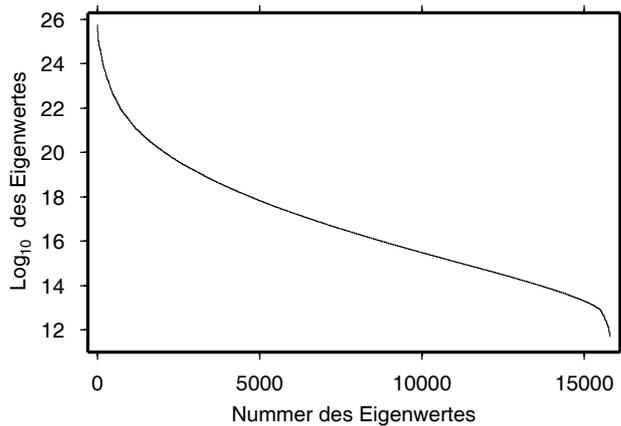


Abbildung 3.4: Eigenwerte der CHAMP-Normalgleichungsmatrix.

Qiang und Moore [2005].) Die analysierte Normalgleichung gehört zu einer Testlösung des GFZ Potsdam, die auf 19 Monaten CHAMP-Beobachtungen (Juli 2000 bis Januar 2002) basiert. Es erfolgte keinerlei Regularisierung, so dass die durch die Messkonstellation gegebenen Sensitivitäten nicht verfälscht werden. Die Normalgleichung ist auf einen Satz statischer Schwerefeldkoeffizienten reduziert, der alle Koeffizienten von Grad 2 bis 120 und einige bis Grad 140 enthält, insgesamt 15796 Koeffizienten.

Abbildung 3.4 zeigt die nach Größe geordneten Eigenwerte $\lambda_1, \dots, \lambda_u$ der Normalgleichungsmatrix. Größter und kleinster Eigenwert unterscheiden sich um den Faktor 10^{14} , was bedeutet, dass die Fehlervarianzen des am besten bestimmbaren und des am schlechtesten bestimmbaren Eigenvektors (d.h. Schwerefeldmusters) sich um diesen Faktor unterscheiden. Abbildung 3.5 zeigt den ersten, d.h. am besten bestimmbaren Eigenvektor: rechts in seiner ursprünglichen Form als Satz von Stokes-Koeffizienten und links dargestellt im Ortsbereich als Geoidmuster. Die absoluten Größen sind durch die Normierung der Eigenvektoren bestimmt und nicht geophysikalisch zu interpretieren, weswegen bei der Darstellung des Geoidmusters auf ihre Angabe verzichtet wird. Der Fehler, mit dem der best-bestimmbare Schwerefeldanteil geschätzt werden kann, ausgedrückt als Standardabweichung der Geoidhöhe, ergibt sich durch Auswertung von Gleichung 3.24 zu lediglich $1 \mu\text{m}$. Abbildung 3.6 gibt einen Überblick über die Hierarchie aller Eigenvektoren. Links sind die Geoidmuster einiger ausgewählter Eigenvektoren gezeigt. Die

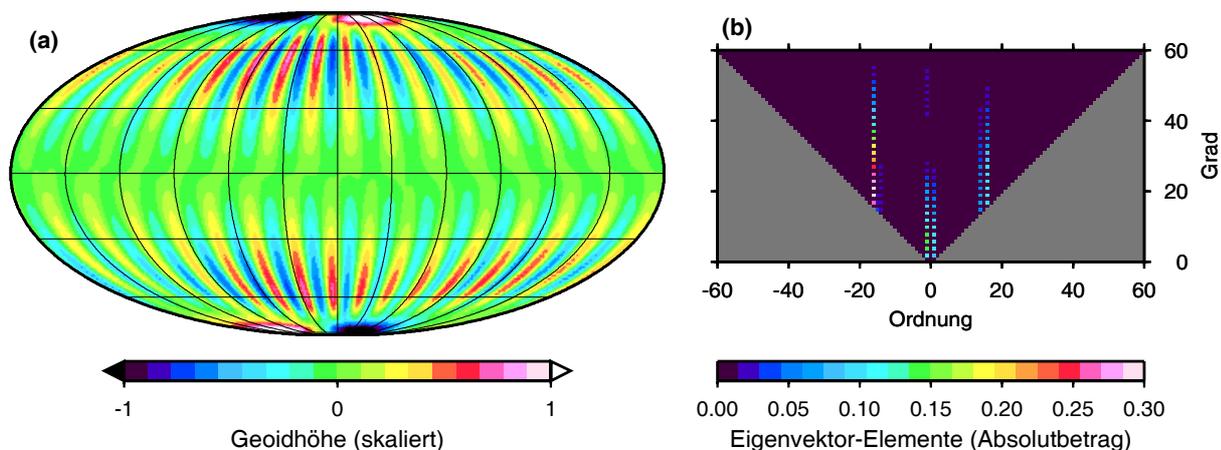


Abbildung 3.5: Der erste Eigenvektor der CHAMP-Normalgleichungsmatrix. Er entspricht dem bestbestimmbaren Schwerefeldanteil. (a) Geoidmuster (mit willkürlicher Skalierung). (b) Die den Eigenvektor bildenden Stokes-Koeffizienten.

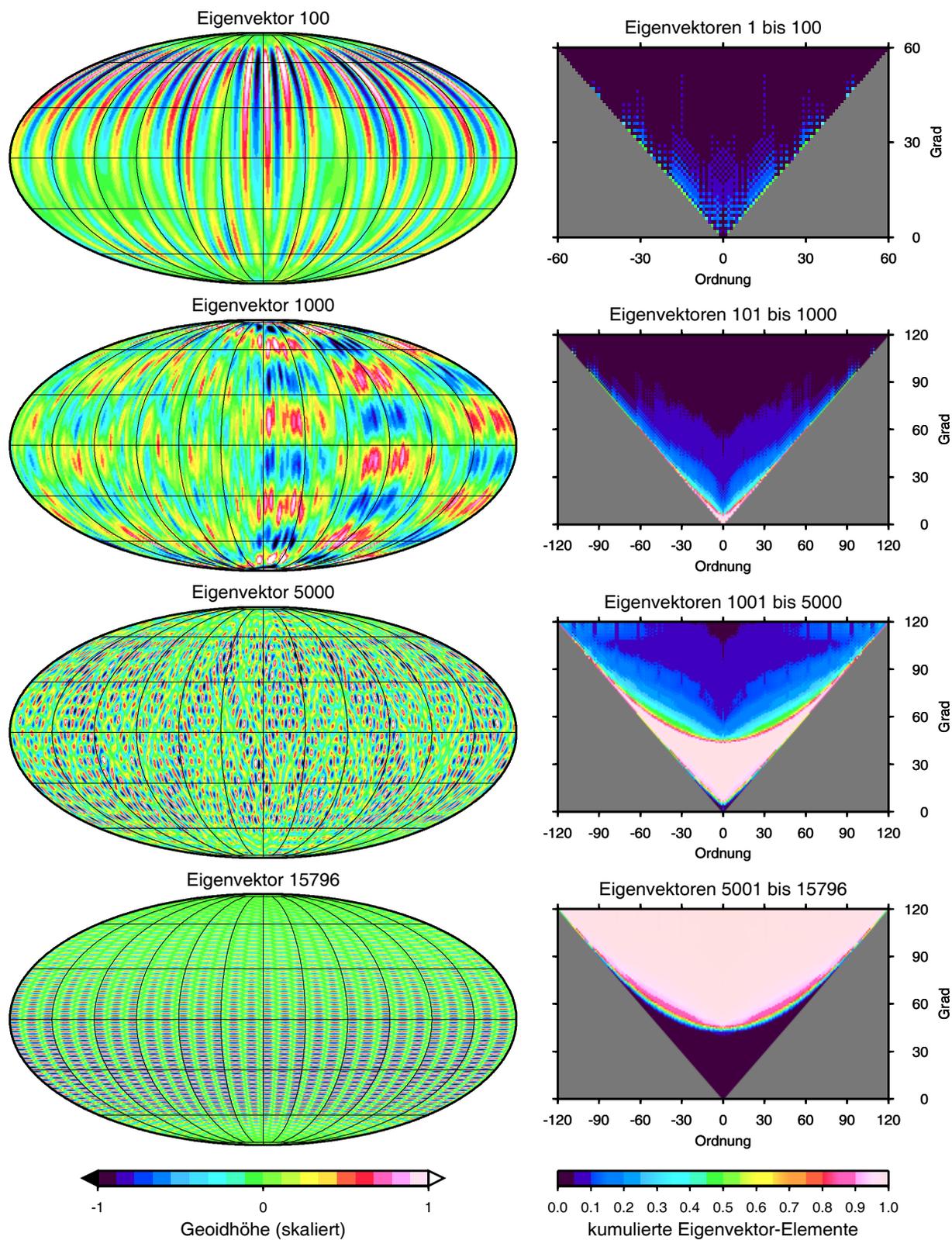


Abbildung 3.6: Übersicht über die Hierarchie der Eigenvektoren. Links: Geoidmuster einiger Eigenvektoren (willkürlich skaliert). Rechts: die enthaltenen Stokes-Koeffizienten, kumuliert über Gruppen von Eigenvektoren (siehe Text). (Der Achsenbereich des obersten Diagramms weicht von dem der übrigen Diagramme ab.)

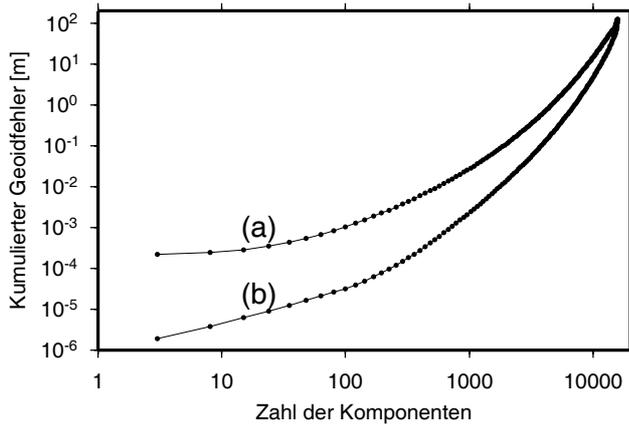


Abbildung 3.7: Kumulierte Geoidfehler der untersuchten CHAMP-Lösung. Die Kumulation erfolgt bezüglich zweier Zerlegungen des Gravitationsfeldes: (a) die übliche sphärisch-harmonische Zerlegung, geordnet nach Grad, (b) die Eigenwertzerlegung der Normalgleichungsmatrix, beginnend mit den best-bestimmbaren Schwerefeldkomponenten.

rechte Seite zeigt die in den Eigenvektoren enthaltenen Stokes-Koeffizienten, jeweils kumuliert über große Gruppen von Eigenvektoren. Genauer: Für die Eigenvektoren \mathbf{v}^{i_0} bis \mathbf{v}^{i_1} (z.B. \mathbf{v}^1 bis \mathbf{v}^{100} im obersten Diagramm) wird aus den j -ten Komponenten (wobei j einen einzelnen Stokes-Koeffizienten bezeichnet) der kumulierte Wert $(\sum_{i=i_0}^{i_1} (\mathbf{v}_j^i)^2)^{1/2}$ gebildet.

Die best-bestimmbaren Schwerefeldkomponenten sind Linearkombinationen von Stokes-Koeffizienten, die von wenigen Ordnungen (z.B. 1 und 16) dominiert werden und sich dabei über viele Grade erstrecken. Im Ortsbereich entsprechen diese Komponenten ausgeprägten meridionalen Mustern. Diese Komponenten können mit Bahnresonanzeffekten in Verbindung gebracht werden. Ihre Ordnungsbänder entsprechen jenen, für die die CHAMP-Schwerefeldlösung des GFZ Potsdam über Grad 120 hinaus ausgedehnt wurde. In der Hierarchie der Bestimmbarkeit folgen darauf Komponenten, die zunehmend von höheren Graden dominiert werden. Allerdings erscheinen sektorische und sektorisch-nahe Koeffizienten eher als die übrigen Koeffizienten desselben Grades, werden also mit höherer Sensitivität bestimmt.

Wie stark die Fehlerstruktur von einer rein gradabhängigen Struktur abweicht, illustriert noch einmal Abbildung 3.7. Sie zeigt kumulierte Geoidfehler, wobei die Kumulation über zweierlei Zerlegungen des Gravitationsfeldes erfolgt: (a) in die üblichen Basis-Kugelfunktionen, geordnet nach Grad, und (b) in die Eigenvektoren, geordnet nach ihrer Schätzbarkeit. Die kumulierte Fehler-Standardabweichung z.B. der ersten 1000 Komponenten ist um den Faktor 10 kleiner, wenn diese als die best-bestimmbaren Komponenten gewählt werden, als wenn diese als die ersten 1000 Komponenten der üblichen sphärisch-harmonischen Zerlegung gewählt werden, was etwa einer Entwicklung bis Grad 31 entspricht.

3.3.3 GRACE-Fehlerstruktur aus empirischen Analysen

3.3.3.1 Empirischer Ansatz

Es soll die Konsistenz zwischen GRACE-Monatslösungen untersucht werden, um auf empirische Weise Informationen über enthaltene Fehlerstrukturen abzuleiten. Dazu wird ein von Wahr u.a. [2004] eingeführter Ansatz weiterentwickelt.

Die in einer Folge von Monatslösungen enthaltenen zeitlichen Variationen beruhen auf geophysikalischen Variationen und auf Fehlern der Monatslösungen. Ein großer Teil der geophysikalischen Variationen ist entweder zeitlich linear oder jährlich periodisch, und in jährlich periodischen Signalen dominieren typischerweise harmonische Anteile mit Jahres- und Halbjahresperiode. Ein Modell zeitlicher Variationen, bestehend aus linearem Anteil, harmonischem Jahressignal und harmonischem Halbjahressignal (in diesem Abschnitt „lineares und saisonales Modell“ genannt) beschreibt damit einen großen Teil geophysikalischer Variationen. An die

Zeitreihe monatlicher Werte jedes einzelnen Stokes-Koeffizienten werden nun die 6 Parameter des linearen und saisonalen Modells nach der Methode der kleinsten Quadrate angepasst. Die Residuen dieser Anpassung erlauben dann Rückschlüsse auf Fehler der Monatslösungen. Sie werden daher „empirische Fehler“ genannt. Als „empirische Fehler-Standardabweichung“ wird der Gewichtseinheitsfehler bezeichnet, den man (bei A-priori-Gewichten von Eins) aus diesen Residuen berechnet. Die empirischen Fehler enthalten neben GRACE-Fehlern auch geophysikalische Restsignale. Sie können daher als obere Schranken der tatsächlichen GRACE-Fehler aufgefasst werden. Allerdings erlauben Charakteristiken der empirischen Fehler, wie deren Spektralverhalten oder deren Variationsmuster im Ortsbereich, zusammen mit allgemeinen Vorinformationen über geophysikalische Signale in gewissem Maße eine Beurteilung, wann empirische Fehler vorrangig auf tatsächlichen GRACE-Fehlern beruhen.

3.3.3.2 Fehler im Spektralbereich

Das im Vorabschnitt beschriebene Verfahren wurde auf die in Abschnitt 3.2 eingeführten Monatslösungen unter Ausschluss der regularisierten Lösungen (07/2004 bis 10/2004) angewendet. Abbildung 3.8a zeigt die empirischen Fehler-Standardabweichungen der individuellen Stokes-Koeffizienten. Zum Vergleich zeigen die Diagramme b und c die entsprechenden kalibrierten Fehler-Standardabweichungen (wie Abbildung 3.2) und die Quotienten zwischen empirischen und kalibrierten Fehler-Standardabweichungen. In ihrer allgemeinen grad- und ordnungsabhängigen Struktur stimmen beide Fehlermaße überein. Auf diese Struktur aufgeprägt findet man in den empirischen Fehlern eine ordnungsabhängige Strukturierung, die von den kalibrierten Fehlern nicht wiedergegeben wird. In einigen Ordnungsbändern (unter anderem Ordnung 0) sind die empirischen Fehler etwa um den Faktor 2 größer, in anderen um denselben Faktor kleiner als die kalibrierten Fehler. Abbildung 3.8d zeigt die Gradamplituden der empirischen und kalibrierten Fehler. Ihre Verläufe ähneln sich, mit größeren Abweichungen in den niederen Graden bis 20 und in den Graden 60 bis 70. Die relativ großen empirischen Fehler in den niederen Graden sind durch enthaltene geophysikalische Restsignale plausibel erklärbar. Der Anstieg der empirischen Gradamplituden jenseits von etwa Grad 20 steht im Gegensatz zum typischen Spektralverhalten geophysikalischer Signale (vgl. Abbildung 2.1b) und legt damit nahe, dass die empirischen Fehler tatsächlich durch Fehlereffekte dominiert sind.

Die empirischen Fehler der Stokes-Koeffizienten eines individuellen Monats (also die Residuen dieses Monats bei der Anpassung des linearen und saisonalen Modells) zeigt Abbildung 3.9. Aus Anschaulichkeitsgründen wurden die Werte auf die empirischen Fehler-Standardabweichungen normiert. Es werden Korrelationsstrukturen deutlich, die in den empirischen Fehlern sämtlicher Monate zu beobachten sind: Innerhalb einer Ordnung haben Werte benachbarter geradzahligiger Grade typischerweise gleiches Vorzeichen und ähnliche Beträge, sind also korreliert. Gleiches gilt für Werte benachbarter ungeradzahligiger Grade. Abbildung 3.10 zeigt Ausschnitte aus der Korrelationsmatrix der empirischen Fehler. Die schachbrettartigen Muster entsprechen gerade der Korrelation zwischen Koeffizienten einer Ordnung, deren Grad sich um Zwei unterscheidet.

Stochastische GRACE-Fehlermodelle, die für geophysikalische Rückschlüsse aus den GRACE-Monatslösungen genutzt werden, benutzen typischerweise nur die Diagonalelemente der GRACE-Kovarianzmatrix, nehmen also implizit an, dass zwischen den Fehlern der Stokes-Koeffizienten keine Korrelationen bestehen. Für ein solches Modell wird hier die Bezeichnung „unkorreliertes Fehlermodell“ verwendet, und für daraus abgeleitete Fehlerangaben die Bezeichnung „unkorreliert modellierte Fehler“. Die Ergebnisse der empirischen Analyse zeigen, dass ein unkorreliertes Fehlermodell deutlich von der Realität abweicht.

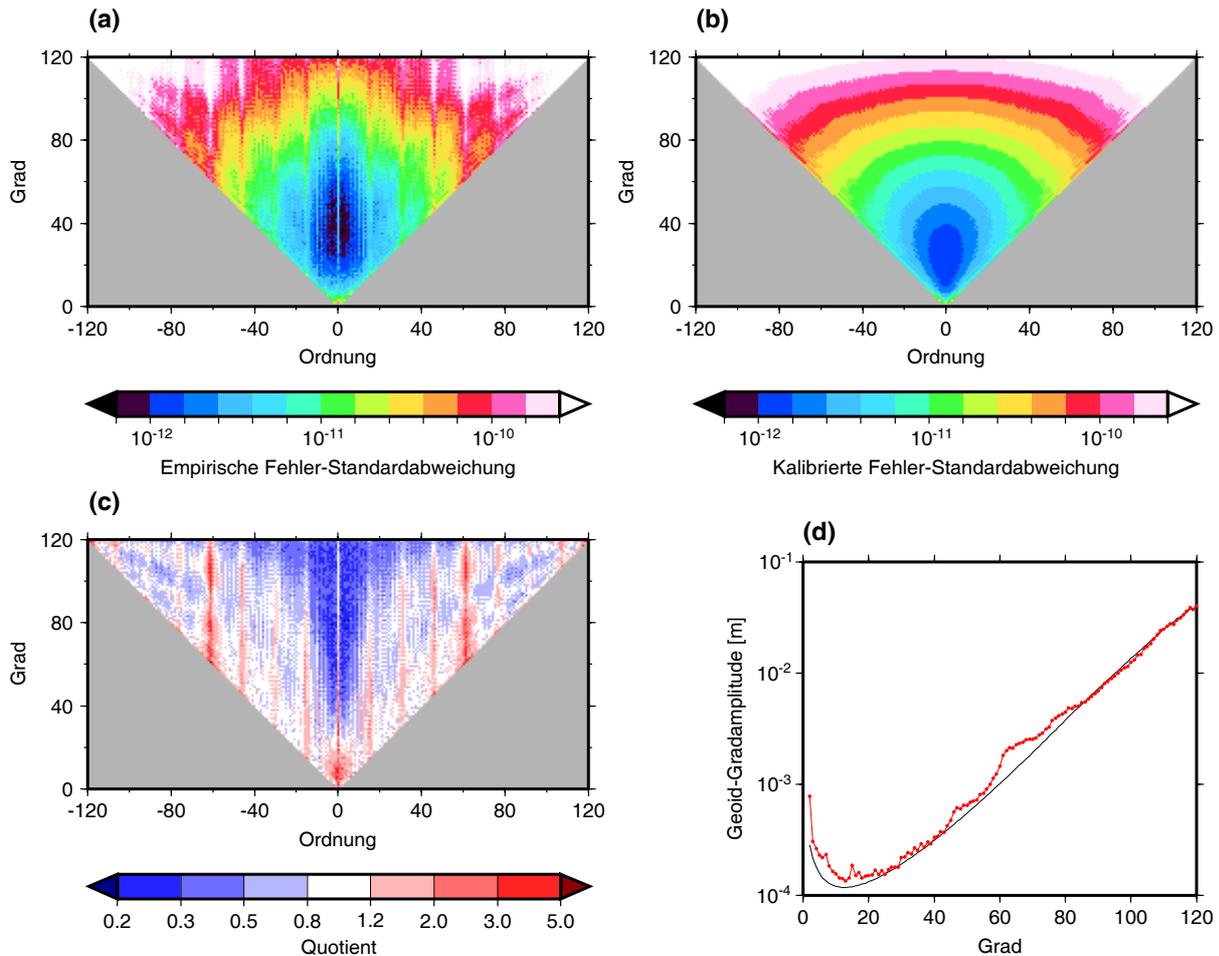


Abbildung 3.8: Vergleich empirischer und kalibrierter Fehler-Standardabweichungen der Stokes-Koeffizienten der GRACE-Monatslösungen. (a) empirische Fehler, (b) kalibrierte Fehler, (c) Quotienten zwischen empirischen und kalibrierten Fehlern, (d) Geoid-Gradamplituden der empirischen und kalibrierten Fehler (rot bzw. schwarz).

3.3.3.3 Fehler im Ortsbereich

Die im Spektralbereich aufgedeckten Korrelationsstrukturen haben ihre Entsprechung bei Funktionen im Ortsbereich, die man aus den GRACE-Monatslösungen ableitet. Das Konzept empirischer Fehler wird nun auf solche Ortsfunktionen übertragen, indem die Anpassung des linearen und saisonalen Signal und die Auswertung der Residuen ortsweise erfolgen. Man erhält monatlich ortsweise empirische Fehler sowie für alle Monate gemeinsam ortsweise empirische Fehler-Standardabweichungen.

Dem unkorrelierten Fehlermodell entsprechen dagegen diejenigen ortsweise Fehler-Standardabweichungen, die man durch Varianzfortpflanzung der Fehler der Stokes-Koeffizienten (ohne Kovarianzen) erhält. Beispiele für Realisierungen des unkorrelierten Fehlermodells (im Sinne von Realisierungen eines zufälligen Feldes) erhält man, indem man für alle Stokes-Koeffizienten unabhängige Pseudozufallszahlen aus einer Normalverteilung mit der jeweiligen Fehlervarianz generiert und aus diesen die gewünschte Ortsfunktion synthetisiert. Das unkorrelierte Fehlermodell, das im Folgenden zum Vergleich herangezogen wird, benutzt die kalibrierten Fehler-Standardabweichungen der Stokes-Koeffizienten, quadratisch gemittelt über die 40 unregulierten Monatslösungen.

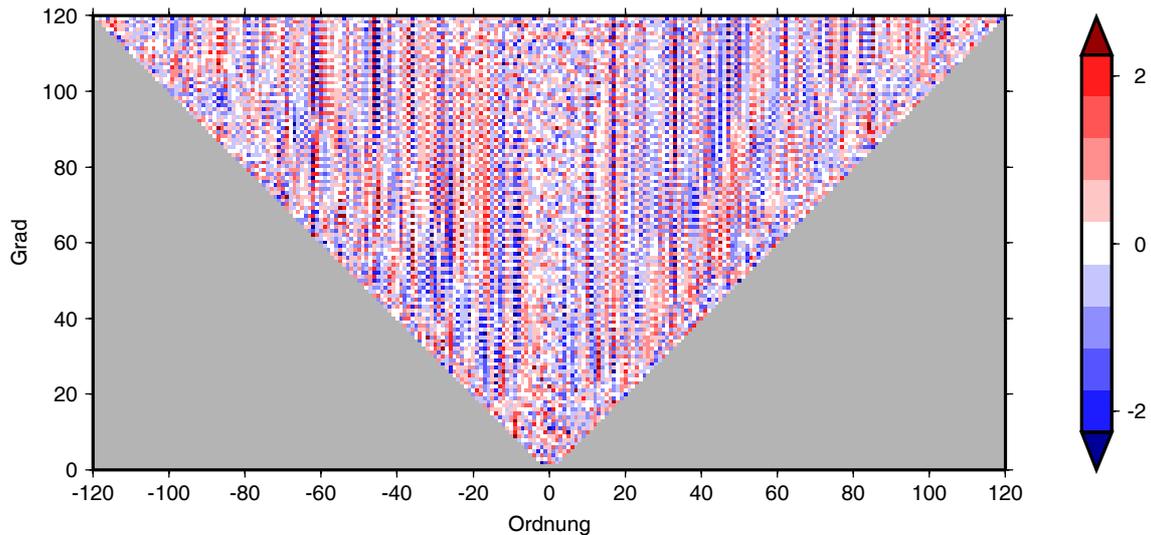


Abbildung 3.9: Empirische Fehler der Stokes-Koeffizienten eines individuellen Monats (02/2006), normiert bezüglich der in Abbildung 3.8a gezeigten Standardabweichungen.

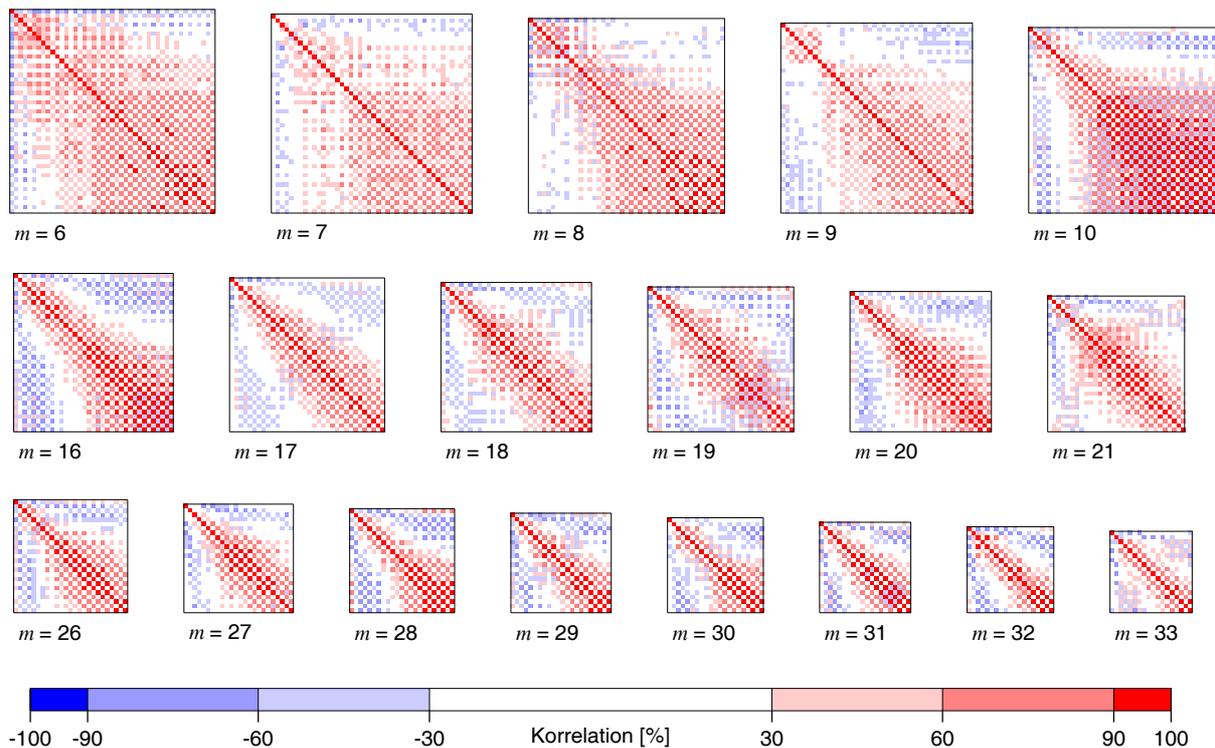


Abbildung 3.10: Ausschnitte aus der Korrelationsmatrix der empirischen Fehler der Stokes-Koeffizienten. Jede Teilabbildung zeigt für ein festes m die Korrelationen für die Koeffizienten c_{nm} mit $n = m, \dots, 50$, wobei n von links nach rechts bzw. von oben nach unten läuft.

Als Ortsfunktion werden zunächst Flächendichteveränderungen, ermittelt gemäß (2.10), betrachtet, die mit einem Gauß-Filter mit 300 km Filterradius geglättet wurden. 3.11a zeigt die empirischen Fehler dieser Anomalien für einen individuellen Monat. (Alle Monate zeigen gleiches qualitatives Verhalten.) Abbildung 3.11b zeigt zum Vergleich eine pseudozufällige Realisierung des unkorrelierten Fehlermodells. Die empirischen Fehler zeigen Streifenstrukturen in Nord-Süd-

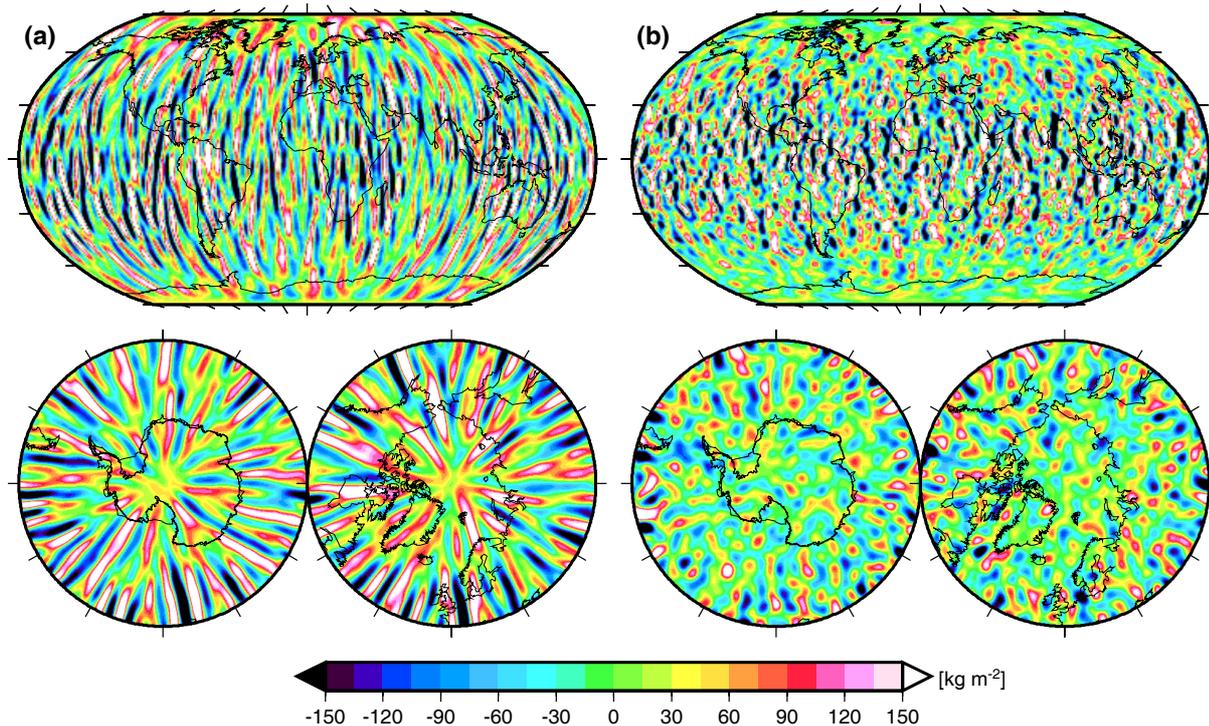


Abbildung 3.11: (a) Empirische Fehler der Flächendichteveränderungen einer individuellen Monatslösung (02/2006), gauß-gefiltert mit 300 km Filterradius. (b) Pseudozufällige Realisierungen des unkorrelierten Fehlermodells für die auf gleiche Weise gefilterten Flächendichteveränderungen. Darstellung jeweils global (oben) und für die Polargebiete (unten)

Richtung, die aus zahlreichen Analysen bekannt sind [Tapley u.a., 2005; Schmidt u.a., 2006b; Swenson und Wahr, 2006], die jedoch dem unkorrelierten Fehlermodell nicht entsprechen. Auch in den polnahen Gebieten (siehe spezielle Kartenausschnitte) dominieren Streifenstrukturen, die zum Teil Küstenlinien kreuzen und nicht plausibel als geophysikalische Variationen zu interpretieren sind.

Die Ergebnisse einer solchen Untersuchung hängen natürlich von der gewählten Ortsfunktion, also auch vom verwendeten Filter ab. Es sind Filter denkbar, die geophysikalische Signale in Strukturen umwandeln, die geophysikalisch unplausibel erscheinen. Bei einem Gauß-Filter mit seiner isotrop glättenden Wirkung besteht diese Gefahr nicht, und deshalb wurde für Abbildung 3.11 ein Gauß-Filter verwendet, um Fehlerkorrelationseffekte in Form von Streifenstrukturen nachzuweisen. Nun werden die Untersuchungen für Flächendichteveränderungen wiederholt und weitergeführt, die auf eine andere, spezielle Weise gefiltert sind. Die verwendete Filterung besteht darin, dass die Stokes-Koeffizienten mit Faktoren w_{nm} ($0 \leq w_{nm} \leq 1$) multipliziert werden, die vom Grad n und, anders als beim Gauß-Filter, auch von der Ordnung m abhängen. Die so gefilterten Anomalien sind in Kapitel 4 von Bedeutung. Dort wird die Wahl des Filters erklärt, und dort werden auch die Faktoren w_{nm} gezeigt (Abbildung 4.2a auf S. 73).

Abbildung 3.12 zeigt analog zu Abbildung 3.11 eine Realisierung des empirischen Fehlers im Vergleich mit einer pseudozufälligen Realisierung des unkorrelierten Fehlermodells. Im Vergleich zu Abbildung 3.11 fällt zunächst die stärkere Dämpfung der Signalanteile in den niederen Breiten auf. In den höheren Breiten zeigen die empirischen Fehler wieder Nord-Süd-Streifenstrukturen, die im unkorrelierten Fehlermodell nicht enthalten sind.

Abbildung 3.13 zeigt die empirischen Fehler-Standardabweichungen und zum Vergleich die

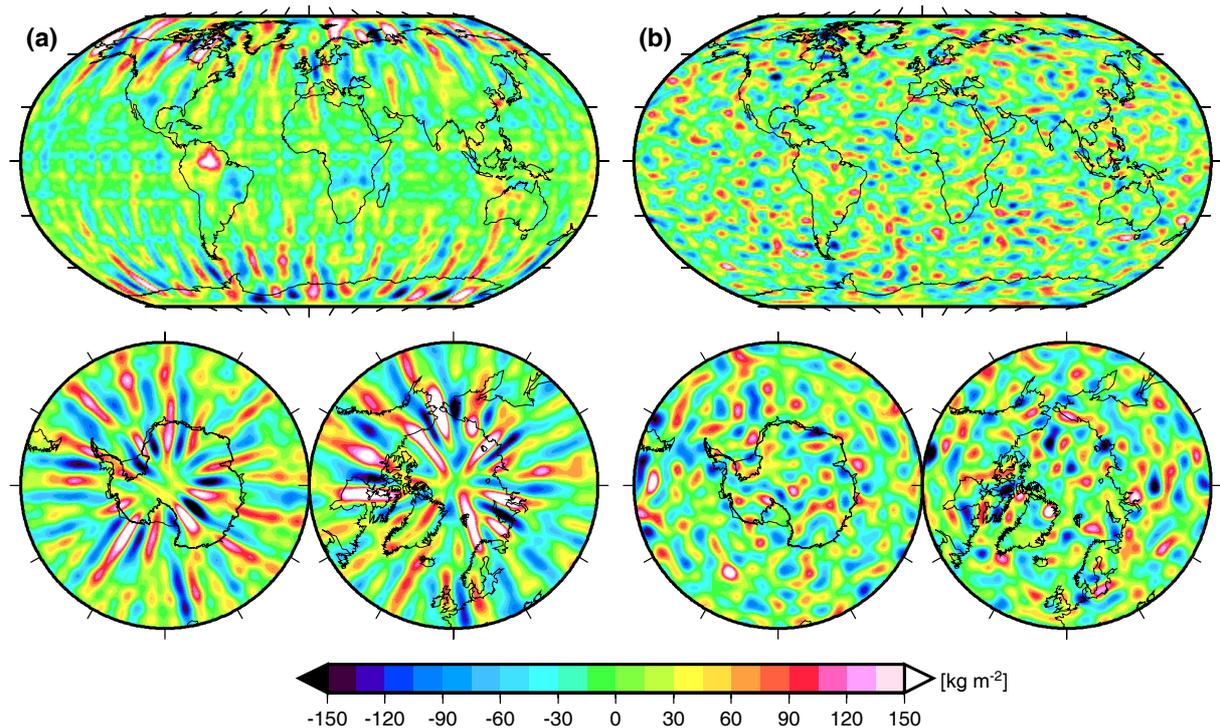


Abbildung 3.12: Wie Abbildung 3.11, jedoch anstelle der Gauß-Filterung mit einer speziellen, grad- und ordnungsabhängigen Filterung.

Standardabweichungen nach dem unkorrelierten Fehlermodell. Im Amazonasgebiet und in einigen anderen kontinentalen Gebieten deuten relativ hohe empirische Standardabweichungen auf geophysikalische Restsignale hin. Davon abgesehen zeigen beide Karten jedoch großskalige breitenabhängige Verhalten, die sich deutlich voneinander unterscheiden. Anhand der Quotienten zwischen beiderlei Standardabweichungen (Abbildung 3.13c) lässt sich der Unterschied wie folgt grob quantifizieren: In den niederen Breiten etwa zwischen 30° Nord und Süd sind empirische Fehler deutlich kleiner als unkorreliert modellierte Fehler. Der Quotient liegt typischerweise um 0.7. Wenn empirische Fehler-Standardabweichungen als obere Schranke der tatsächlichen Fehler gelten können, überschätzt das unkorrelierte Fehlermodell hier also die tatsächlichen Fehler. Auch in den kleinen polnahen Bereichen jenseits von etwa 85° Breite sind die Quotienten kleiner als Eins. In den Breiten 60° bis 85° auf beiden Hemisphären sind die empirischen Fehler dagegen deutlich größer als die unkorreliert modellierten Fehler. Typische Quotienten liegen um den Wert 1.7, mit starken Schwankungen von 1.0 bis 2.5. Es ist unwahrscheinlich, dass diese Diskrepanz allein auf geophysikalischen Restsignalen in den empirischen Fehlern beruht. Denn die weiter oben diskutierten räumlichen Strukturen der empirischen Fehler legen nahe, dass sie überwiegend tatsächliche Fehler darstellen. Zudem würde man von geophysikalischen Signalen erwarten, dass sie lokal oder regional auftreten, die Diskrepanz zwischen empirischen Fehlern und unkorreliertem Fehlermodell besteht aber relativ gleichmäßig im genannten Breitenbereich beider Hemisphären.

Es ist also festzuhalten, dass für die hier betrachteten gefilterten Flächendichteveriationen die Standardabweichungen tatsächlicher Fehler offenbar annähernd durch die empirischen Fehler-Standardabweichungen charakterisiert werden können und dass letztere ein breitenabhängiges Verhalten zeigen, dass sich vom Verhalten des unkorrelierten Fehlermodells deutlich unterscheidet. Ursache dieser Diskrepanz sind nicht in erster Linie die in Abbildung 3.8 gezeigten Abwei-

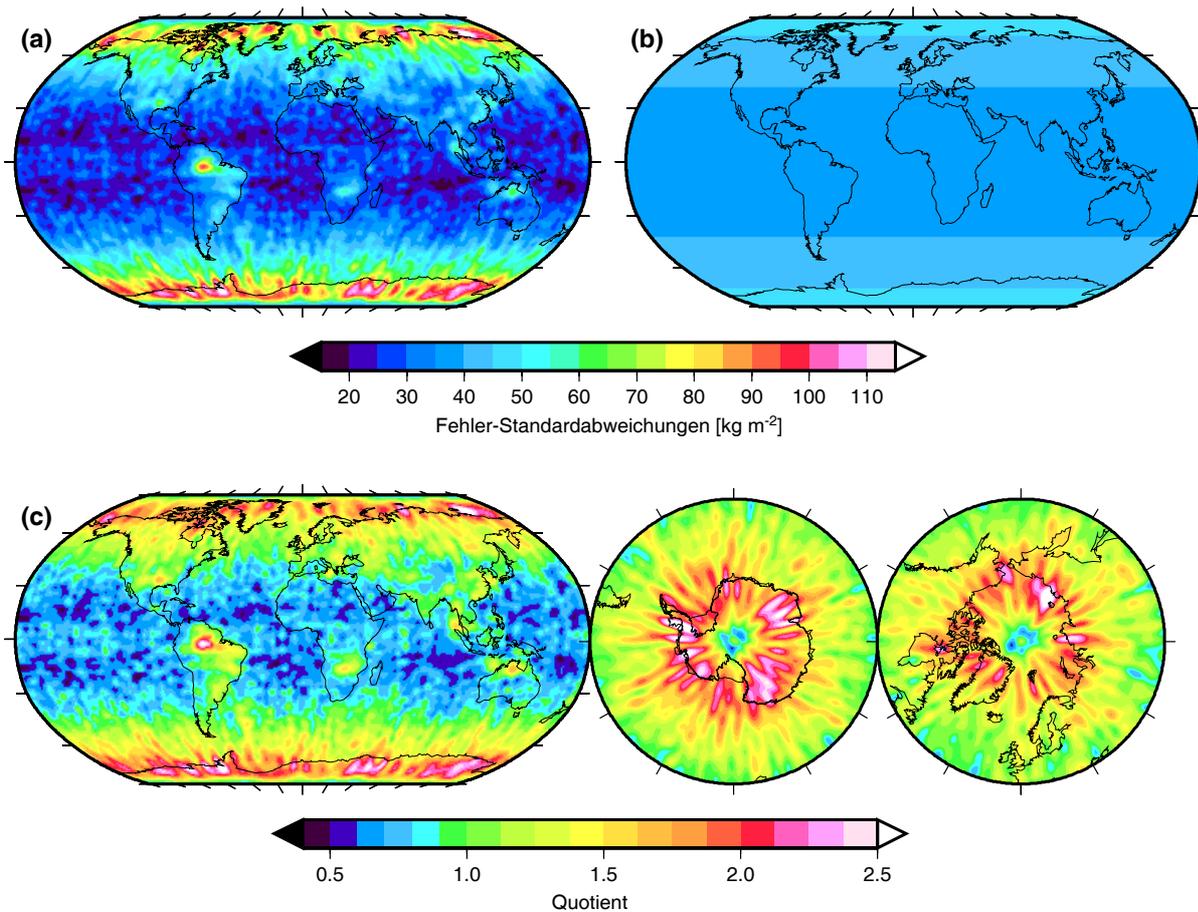


Abbildung 3.13: (a) Empirische Fehler-Standardabweichungen der speziell gefilterten Flächendichtevariationen. (b) Unkorreliert modellierte Fehler-Standardabweichungen der gleichen Flächendichtevariationen. (c) Quotient aus den Werten in (a) und (b) (globale Ansicht und Polargebiete).

chungen zwischen den koeffizientenweisen Fehler-Standardabweichungen der kalibrierten Fehler (die im unkorrelierten Fehlermodell verwendet wurden) und der empirischen Fehler. Wiederholt man die in den Abbildungen 3.11, 3.12 und 3.13 gezeigten Vergleiche mit einem unkorrelierten Fehlermodell, das anstelle der kalibrierten Fehler die empirischen Fehler-Standardabweichungen der Stokes-Koeffizienten benutzt (aber die Annahme unkorrelierter Fehler beibehält), erhält man die gleichen qualitativen und groben quantitativen Ergebnisse. Ursache der Diskrepanz sind also die Korrelationen, die in den empirischen Fehlern, nicht aber im unkorrelierten Fehlermodell auftreten.

Die Streifigkeit der empirischen Fehler-Realisierungen ist zudem Ausdruck eines räumlichen Korrelationsverhaltens der tatsächlichen Fehler, das von dem des unkorrelierten Fehlermodells abweicht. In den höheren Breiten treten räumliche Korrelationen über größere Flächen auf, als dies durch das unkorrelierte Fehlermodell beschrieben wird. Grob kann man Abbildung 3.12 entnehmen, dass die Flächen, innerhalb derer Fehler stark korreliert sind, etwa doppelt so groß sind, wie durch das unkorrelierte Modell beschrieben.

3.3.3.4 Mögliche Fehlertrends

Der bis hierher verwendete Ansatz ist zur Untersuchung solcher Fehler geeignet, die von Monat zu Monat unabhängig auftreten. GRACE-Fehler mit zeitlich linearem (oder allgemeiner, zeitlich

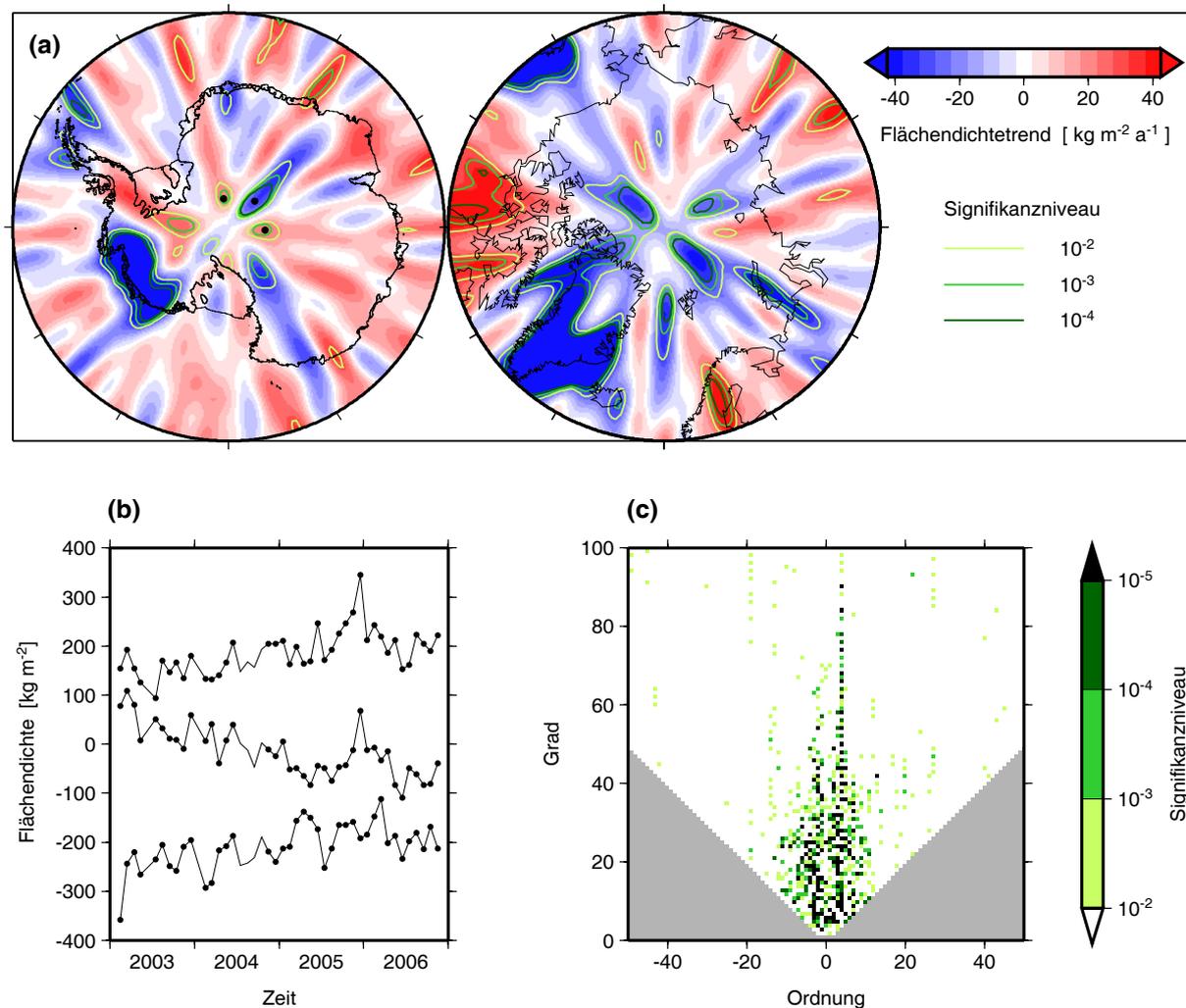


Abbildung 3.14: (a) Trends der durch Gauß-Filter (300 km Filterradius) gefilterten Flächendichten aus GRACE-Monatslösungen (blau-weiß-rot) und Isolinien der Signifikanzniveaus der Trends (grün). (b) Zeitreihen der Flächendichten an den drei in Teil a durch schwarze Punkte markierten Positionen. (c) Signifikanzniveaus von Trends im sphärisch-harmonischen Spektralbereich.

korreliertem) Verhalten würden jedoch nicht (oder nur teilweise) erfasst, da sie vollständig (oder teilweise) vom angepassten Modell absorbiert würden. Die Frage, ob GRACE-Monatslösungen auch Fehler mit solchem zeitlich korreliertem Verhalten haben, ist kritisch für geophysikalische Rückschlüsse. Dieser Abschnitt zeigt empirische Hinweise auf eben solche zeitlich korrelierten Fehleranteile.

Abbildung 3.14a zeigt (in blau-weiß-roter Farbkodierung) Flächendichtetrends (gaußgefiltert mit 300 km Filterradius), die man aus den 40 unregularisierten Monatslösungen bei Anpassung des linearen und saisonalen Signals erhält. Reduziert wurden hiervon Trends durch GIA nach dem in Abschnitt 2.2.3.2 vorgestellten Modell. Neben den Gebieten mit geophysikalisch erkläraren Trends (westantarktisches Küstengebiet, Grönland u.a.) erkennt man wieder Streifenstrukturen, die nach den im Vorabschnitt genannten Argumenten sehr wahrscheinlich auf GRACE-Fehlern beruhen. Es ist ja auch zu erwarten, dass monatliche Fehler mit Streifenstrukturen zu Trends mit ebensolchen Strukturen führen, die dann in Gebieten geringer geophysikalischer Variationen dominieren.

Für jeden Ort kann man das Signifikanzniveau des Trends berechnen, also die Wahrschein-

lichkeit, dass unter der Bedingung, die Zeitreihe bestehe eigentlich aus monatlich unkorrelierten Zufallsgrößen, ein Trend von der Größe des erhaltenen Trends (genauer: ein Trend mit Absolutbetrag mindestens so groß wie der des erhaltenen Trends) entsteht. (Für den Quotienten aus geschätztem Trend und dessen A-posteriori-Fehler-Standardabweichung wird eine t -Verteilung angenommen [z.B. Koch, 2004].) Abbildung 3.14a zeigt die Isolinien der Signifikanzniveaus 10^{-2} , 10^{-3} und 10^{-4} . Hohe Signifikanz ergibt sich für die oben erwähnten geophysikalisch erklärbaren Trends. Signifikanz findet man aber auch für die um die Pole angeordneten Muster aus abwechselnden Bereichen positiver und negativer Trends, besonders deutlich in Ostantarktika. Für die drei durch Punkte gekennzeichneten ostantarktischen Positionen zeigt Abbildung 3.14b die zugrundeliegenden Zeitreihen, die tatsächlich deutliche Trends aufweisen. Die diese drei Punkte umgebenden Gebiete vom Signifikanzniveau 10^{-3} (und somit 0.1% Fehlerwahrscheinlichkeit erster Art) machen allein etwa 1% der Fläche Antarktikas aus. Wenn dieses Muster auf GRACE-Fehlern beruht (was, wie gesagt, wahrscheinlich ist), dann ist es also extrem unwahrscheinlich, dass diese GRACE-Fehler von Monat zu Monat unkorreliert sind. Mit anderen Worten: Dann haben GRACE-Fehler signifikante Trends.

Im Spektralbereich zeigt Abbildung 3.14c das Signifikanzniveau der Trends der einzelnen Stokes-Koeffizienten. Die diskutierten mutmaßlichen Artefakte im Ortsbereich könnten mit den bis in hohe Grade hochsignifikanten Trends in der Ordnung 4 zusammenhängen.

3.3.3.5 Diskussion

Mit empirischen Ansätzen wurden aus der Analyse zeitlicher Änderungen der GRACE-Monatslösungen Informationen zur ungefähren Größe und Struktur von deren Fehlern gewonnen. Die Beurteilung, inwieweit die vorgefundenen zeitlichen Änderungen auf geophysikalischen Signalen oder auf GRACE-Fehlern beruhen, erfolgte aufgrund der Diskussion ihrer geophysikalischen Plausibilität. Auf diese Weise können nur diejenigen GRACE-Fehler-Anteile erkannt werden, die sich in ihrer räumlichen oder spektralen Struktur deutlich von geophysikalischen Signalen unterscheiden.

Eine derartige relativ klare Identifizierbarkeit von Fehlern ist ein Sonderfall. Im Allgemeinen sind Signal und Fehler so überlagert, dass sie mit einfachen geophysikalischen Argumenten nicht zu unterscheiden sind: Wiederholt man z.B. die Untersuchungen aus Abschnitt 3.3.3.3 für wesentlich stärker geglättete Flächendichteveränderungen, so ergeben sich zwar ebenfalls Diskrepanzen zwischen empirischen und unkorreliert modellierten Fehler-Standardabweichungen, aber die empirischen Fehler haben weniger streifige Struktur, so dass sie weniger klar tatsächlichen GRACE-Fehlern zuzuordnen sind. Hätten GRACE-Fehler ein zeitlich lineares Verhalten, das einem Flächendichtetrend im westantarktischen Küstenbereich entspricht, so wären diese Fehler wegen ihrer Überlagerung mit tatsächlichen geophysikalischen Änderungen kaum aufzudecken. Man kann nur vermuten, dass GRACE-Fehler in jenen räumlichen und spektralen Bereichen, in denen sie nicht empirisch getrennt werden können, ähnliche Strukturen besitzen wie diejenigen Fehler, die durch die empirische Methode identifiziert wurden. Das heißt zum Beispiel, man kann vermuten, dass auch für stärker geglättete Flächendichteveränderungen tatsächliche Fehler um etwa den Faktor 2 größer sind als durch ein unkorreliertes Fehlermodell beschrieben, und man kann für keinen Ort ausschließen, dass zeitlich korrelierte GRACE-Fehler die Schätzung von Massenänderungen verfälschen.

Wegen der Schwierigkeit, in den geophysikalisch relevantesten räumlichen und spektralen Bereichen GRACE-Fehler von geophysikalischen Signalen zu unterscheiden, sind die Ergebnisse empirischer Untersuchungen auch nur teilweise geeignet, GRACE-Fehler zu korrigieren. Ansätze dazu [Swenson und Wahr, 2006; Scheritz u.a., 2006] zeigen dennoch gewisse Erfolge.

Das in Abschnitt 3.3.3.1 gewählte Verfahren der Anpassung des linearen und saisonalen

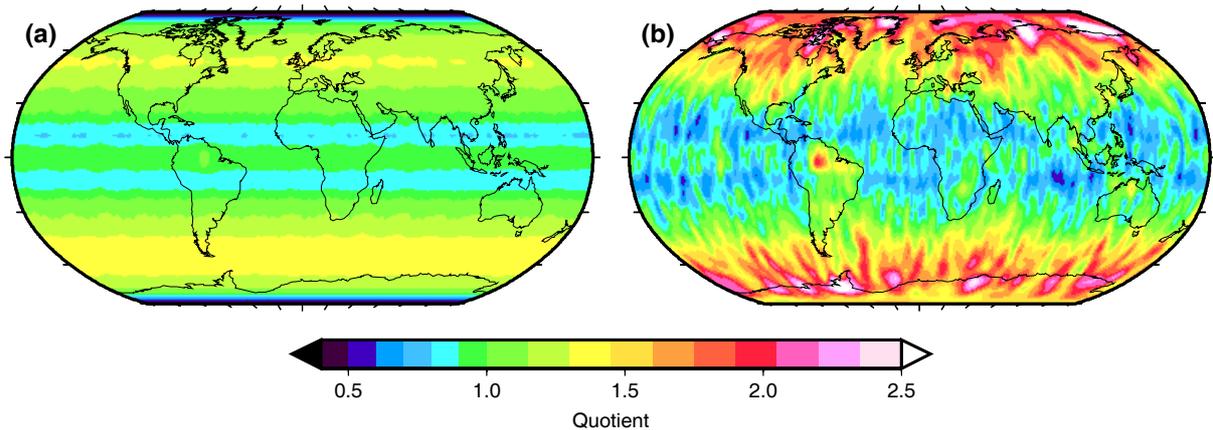


Abbildung 3.15: Quotienten zwischen Fehler-Standardabweichungen der Flächendichte (400km-gaußgefiltert). (a) Quotient zwischen dem Fehlermodell aus der vollen kalibrierten Kovarianzmatrix und dem aus den Diagonalelementen (unkorreliertes Fehlermodell). (b) Quotient aus den empirischen Fehler-Standardabweichungen und dem unkorrelierten Fehlermodell

Modells könnte in seinen Einzelheiten variiert werden. Dies betrifft zum einen die Festlegung des anzupassenden Modells (Auswahl einzubeziehender Oberfrequenzen des harmonischen Jahressignals, eventuell Ersatz des linearen Signals durch allgemeinere Langzeitsignale). Zum anderen könnten die unterschiedlichen Fehlerniveaus der einzelnen Monate, die durch die kalibrierten Fehler angegeben sind, berücksichtigt werden. Experimente mit entsprechenden Modifikationen lassen jedoch keine Unterschiede zu den qualitativen und groben quantitativen Ergebnissen des gewählten einfachen Ansatzes erwarten.

Zusätzlich zur Konsistenzanalyse zwischen Monatslösungen unterschiedlicher Monate besteht die Möglichkeit, die Konsistenz zwischen Monatslösungen gleicher Monate aus unterschiedlichen Produktreihen (unterschiedliche Auswertezentren oder Releases) zu untersuchen und die empirischen Fehleruntersuchungen auf diese Weise zu ergänzen. Horwath und Dietrich [2006] erhalten aus einem solchen Vergleich Ergebnisse, die die Schlussfolgerungen aus der Analyse der zeitlichen Konsistenz einer Produktreihe bestätigen. Gleichzeitig diskutieren die Autoren, dass die Fehlerstrukturen zwischen unterschiedlichen Produktreihen korreliert sein können, da diese gleiche Ausgangsdaten und zum Teil ähnliche Auswertestrategien verwenden, so dass selbst eine hohe Konsistenz zwischen unterschiedlichen Produktreihen keinen Nachweis eines niedrigen Fehlerniveaus bedeutet.

Wenn, wie festgestellt, GRACE-Fehler starke Korrelationen aufweisen, liegt es nahe, zur Modellierung dieser Fehler die vollen Fehlerkovarianzmatrizen heranzuziehen. Diese Kovarianzmatrizen werden nicht als Standard-GRACE-Produkte veröffentlicht. Vom GFZ Potsdam wurden im Rahmen des Verbundprojekts TIVAGAM¹ Datensätze zu Fehler-Standardabweichungen der mit 400 km Filterradius gauß-geglätteten Flächendichte zur Verfügung gestellt, zum einen aus der Fortsetzung der Hauptdiagonale der formalen Fehlerkovarianzmatrix (unkorreliertes Fehlermodell) und zum anderen aus der Fortsetzung der vollen Fehlerkovarianzmatrix („korreliertes Fehlermodell“) [Roland Schmidt, 2007, persönliche Mitteilung].

Abbildung 3.15a zeigt die aus diesen Datensätzen berechneten Quotienten zwischen den Standardabweichungen nach dem korrelierten Fehlermodell und nach dem unkorrelierten Fehlermodell. Zum Vergleich zeigt Abbildung 3.15b die Quotienten zwischen empirischen Fehler-Standardabweichungen und unkorreliertem Fehlermodell, die analog zu den Ergebnissen aus

¹ *Time-variable gravity and surface mass processes: Validation, processing and first application of new satellite gravity data*

Abschnitt 3.3.3.3, nun aber mit dem 400-km-Gauß-Filter, berechnet wurden. Zwar stimmen die den beiden Karten zugrundeliegenden GRACE-Datensätze nicht genau überein. (Die Ergebnisse vom GFZ Potsdam benutzen 33 Monatslösungen des Release 3 und deren unkalibrierte Fehlerkovarianzmatrizen, die eigenen Ergebnisse dagegen 40 Monatslösungen des Release 4 und deren kalibrierte Fehler.) Die Datensätze sind aber ähnlich genug, um die Ergebnisse vergleichen zu können.

Die Quotienten in Abbildung 3.15a variieren breitenabhängig zwischen 0.8 und 1.4, mit Ausnahme hoher Breiten ab 80° , wo sie bis zu 0.3 abfallen. Die breitenabhängige Struktur ähnelt damit der in Abbildung 3.15b, z.B. mit Quotienten kleiner als Eins oder nahe Eins in Breiten bis 30° und Quotienten größer als Eins in Breiten zwischen 45° und 70° . Das heißt, dass in diesen Breiten das korrelierte Fehlermodell auf ähnliche Weise vom unkorrelierten Fehlermodell abweicht wie die empirischen Fehler. Doch Unterschiede sind ebenfalls deutlich. In Breiten zwischen 70° und 80° zeigt Abbildung 3.15a Quotienten um Eins, was bedeutet, dass das korrelierte Fehlermodell hier annähernd dem unkorrelierten Fehlermodell gleicht. Die empirischen Fehler-Standardabweichungen sind hier hingegen um den Faktor 1.5 bis über 2.0 größer als durch das unkorrelierte Fehlermodell angegeben. In diesen Breiten, in denen z.B. der größte Teil Antarktikas liegt, scheint das korrelierte Fehlermodell kaum realistischer zu sein als das unkorrelierte Modell.

Der Vergleich bestätigt also einerseits die Erwartung, dass man mit der vollen Kovarianzmatrix einer realistischen Fehlermodellierung näher kommt als durch ein unkorreliertes Fehlermodell. Andererseits deutet der Vergleich darauf hin, dass auch die volle Kovarianzmatrix keine realistische Beschreibung der tatsächlichen vollen Fehlerstrukturen darstellt. Ursachen dafür könnten in Modellierungsproblemen bei der Aufstellung des Gauß-Markov-Modells liegen, aus dem die formale Kovarianzmatrix abgeleitet wird. Aspekte dieser Problematik werden im folgenden Abschnitt behandelt.

3.4 Alias-Effekte als Modellierungsproblem bei der Missionsprozessierung

Aus den vorigen Abschnitten wurde deutlich, dass die formalen Fehler aus der Ausgleichung die tatsächlichen Fehler nur unvollständig beschreiben. Dies ist ein verbreitetes Problem, und die Ursache sind Modellfehler. Ein Problemfeld bei der Modellierung entspringt der unvollständigen Abtastung durch die Satellitenbahn: Zu einer Zeit wird jeweils nur an einem Ort beobachtet, und an einem Ort nur zu bestimmten Zeiten. Als eine Folge sind höherfrequente zeitliche Variationen nicht von zeitlichen Variationen mit niedrigeren Alias-Frequenzen unterscheidbar. Dieses z.B. aus der altimetrischen Bestimmung von Ozeangezeiten bekannte Problem [Fu und Cazenave, 2001] ist auch für die neuen Schwerefeldmissionen von Bedeutung [Knudsen, 2003; Han u.a., 2005c; Ray und Luthcke, 2006]. Ein weiteres Problem – und ein möglicherweise weniger vertrautes – ist die Unterscheidung zwischen zeitlichen Variationen einerseits und räumlichen Variationen andererseits. Dies soll hier anhand qualitativer Betrachtungen näher beleuchtet werden.

Es wird eine Missionsprozessierung betrachtet, bei der Schwerefeldvariationen innerhalb des Auswertzeitraums (z.B. eines Monats) als zeitlich konstante Abweichungen vom Referenzmodell angenommen werden, die dann als Satz konstanter Stokes-Koeffizienten-Zuschläge parametrisiert und geschätzt werden. Außerdem wird von der einfachen Vorstellung (vgl. Abschnitt 3.3.1) Gebrauch gemacht, dass die Mission direkt ein Schwerefeldfunktional $f(\Omega)$ in Bahnhöhe beobachtet (z.B. das Potential), und dass die Stokes-Koeffizienten so geschätzt werden, dass

der Verlauf von f in Bahnhöhe an die Beobachtungen von f angepasst wird. Genauer gesagt werden Beobachtungen und Schätzung relativ zum vorgegebenen Referenzfeld betrachtet, das schon gewisse zeitliche Variationen enthält.

Auf den getroffenen vereinfachenden Annahmen aufbauend, verdeutlicht Abbildung 3.16 die Wirkung unmodellierter zeitlicher Variationen im Ortsbereich. Abbildung 3.16a zeigt (in einem $30^\circ \times 30^\circ$ -Ausschnitt) eine unmodellerte zeitliche Änderung von f . (Die Skale der z-Achse ist hier unerheblich; nur möge sie in den Teilen a, c und d gleich sein.) Die raum-zeitliche Abtastung dieses Funktionals erfolgt entlang der (im Fall von CHAMP und GRACE freien) Satellitenbahn. Abbildung 3.16b zeigt als Beispiel CHAMP-Subsatellitenspuren eines Monats. Aus der Abtastung entlang dieser Spuren (Farben zeigen die Beobachtungszeit an) ergeben sich die in Abbildung 3.16c dargestellten Beobachtungen. Der im Zuge der Schwerefeldschätzung an die Beobachtungen angepasste zeitlich konstante Verlauf von f wird dann bahnparallel ausgerichtete Strukturen haben, wie sie Abbildung 3.16d zeigt. Wie in der Abbildung dargestellt, werden diese Strukturen nur einen Teil der Varianz des Variationssignals besitzen, da ein anderer Teil in die Residuen der Ausgleichung eingeht. Wie ebenfalls deutlich wird, wird der Effekt nicht auf die räumlichen Skalen des ursprünglichen zeitvariablen Signals beschränkt sein. Im Allgemeinen wird er auf alle parametrisierten räumlichen Skalen wirken.

Im Kontext der neuen Missionen werden Effekte unmodellierter zeitlicher Variationen als Alias-Effekte bezeichnet. Tatsächlich liegt hier ein verallgemeinerter Fall des klassischen Alias-Effekts der Signaltheorie vor: ein raum-zeitliches Signal wird unvollständig abgetastet. Bei der Auswertung dieser Abtastung werden Signale der einen Art (zeitliche Variationen) als Signale der anderen Art (räumliche Variationen) fehlinterpretiert. Die durch Abbildung 3.16 vorausgesagten Fehlerstrukturen ähneln denen, die man in CHAMP- und GRACE-Schwerefeldlösungen empirisch vorfindet (vgl. Abschnitt 3.3.3). Alias-Effekte unmodellierter zeitlicher geophysikalischer Variationen sind damit eine mögliche Er-

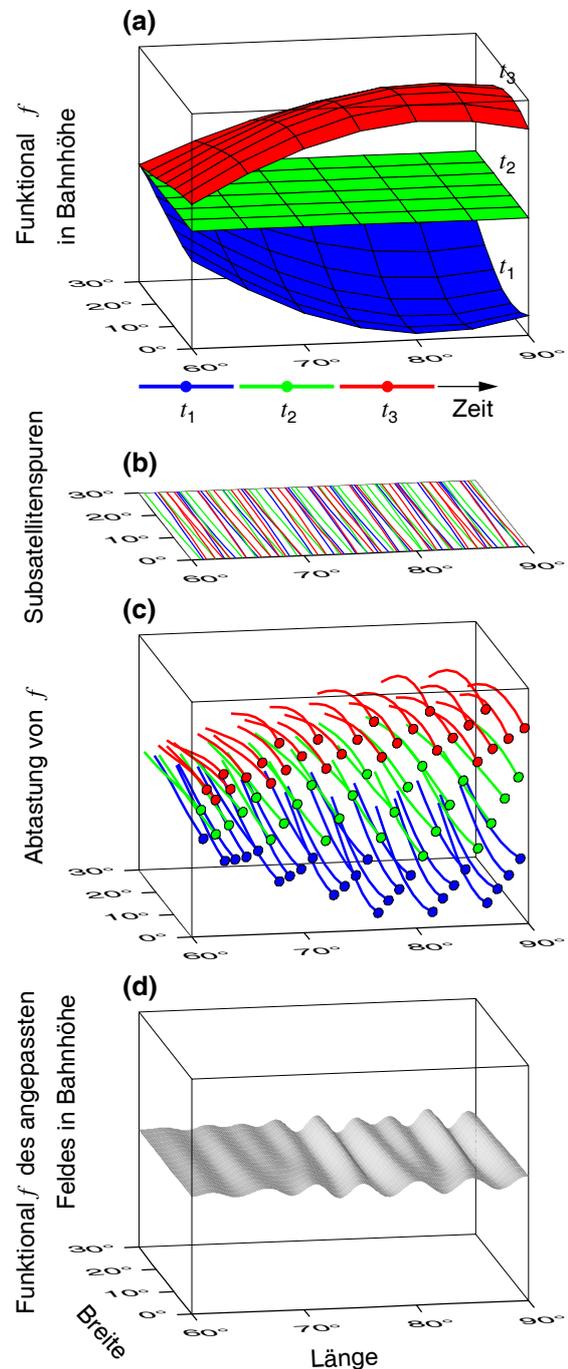


Abbildung 3.16: Schema zum Alias-Effekt unmodellierter zeitlicher Variationen auf räumliche Variationen des geschätzten Schwerefeldes.

klärung unmodellierter Fehler dieser Schwerefeldlösungen.

Weitere Aufschlüsse sollen nun aus Betrachtungen im sphärisch-harmonischen Spektralbereich gewonnen werden. Dazu werden die in Abschnitt 3.3.1 skizzierten Modellierungsansätze für die Wirkung von Beobachtungsfehlern auf die Wirkung von Alias-Effekten übertragen. Für das spektrale Schema in Abbildung 3.17 wird unterstellt, das Potential in Satellitenhöhe bilde die Beobachtungsgröße f . Es wird von einem zeitlichen Variationssignal ausgegangen, dessen Gradamplituden in Abbildung 3.17 (schwarz durchgezogen) dargestellt sind. Sie entsprechen dem $2 \cdot 10^{-5}$ -fachen der Kaula-Regel. (Vergleiche Abbildung 2.1 zur Rechtfertigung dieser Größenordnung.) Daraus resultieren Variationen der Beobachtungsgröße in Bahnhöhe, deren Gradamplituden Abbildung 3.17 schwarz gestrichelt zeigt. Dieses „Störsignal“ in den Beobachtungen verfälscht die Schätzung der zeitlich konstanten Stokes-Koeffizienten-Zuschläge. Für die Abbildung wird angenommen, dass das „Störsignal“ mit 90% seiner Varianz in den Residuen der Ausgleichung verbleibt und sich mit 10% seiner Varianz als Fehler δf im an die Beobachtungen angepassten Verlauf von f niederschlägt. Für die Verteilung dieses Fehlers auf die einzelnen Grade wird in Anlehnung an die spektrale Modellierung von Messfehlereffekten (Abschnitt 3.3.1) angenommen, dass sich die Fehler-Gradamplituden analog zu Gleichung (3.10) verhalten:

$$\sigma_n(\delta f) \sim \sqrt{2n+1}. \quad (3.25)$$

Zwar legt die Betrachtung im Ortsbereich (Abbildung 3.16) nahe, dass der Fehler nicht den Charakter eines isotropen Prozesses hat, so dass eine der Gleichung (3.9) entsprechende Beziehung nicht angenommen werden kann. Doch wird hier angenommen, dass zumindest die Verteilung des Fehlers auf die räumlichen Skalen (und damit auf die Grade) so erfolgt wie beim weißen Rauschen. Aus diesen Annahmen ergibt sich für den Fehler des angepassten Schwerefeldes, ausgedrückt durch die Beobachtungsgröße f , die rot gestrichelte Linie in Abbildung 3.17. Den entsprechenden Geoidfehler zeigt die rot durchgezogene Linie.

Die Essenz des Schemas liegt im Vergleich des verursachenden Signals (schwarz durchgezogen) mit dem resultierenden Fehler (rot durchgezogen). Der Fehler übersteigt das verursachende Signal für alle bis auf die niedrigen Grade (in der Abbildung ab etwa Grad 16). Dies kommt daher, dass bei der Fehlinterpretation des zeitlichen Variationssignals als räumliches Variationssignal (Übergang von Abbildung 3.16a zu d bzw. von schwarz gestrichelter zu rot gestrichelter Linie in Abbildung 3.17) Varianz von den niederen Graden zu den hohen Graden umverteilt wird. Wie stark diese Umverteilung stattfindet, hängt von der „Steilheit“ des Spektrums der Beobachtungsgröße in Satellitenhöhe ab (schwarz gestrichelte Linie in Abbildung 3.17), also von der spektralen Übertragungsfunktion zwischen Geoid und Beobachtungsgröße, die in Abschnitt 3.3.1 durch die Faktoren u_n angegeben wurde.

Für Abbildung 3.17 wurde als Beobachtungsgröße das Potential in Bahnhöhe angenommen, was Faktoren u_n gemäß (3.14) nach sich zieht. Dies kann als grobe Beschreibung der Mission CHAMP gelten. Die Abbildungen 3.18 und 3.19 zeigen nun die unter gleichen Annahmen erzeugten analogen Schemata, die sich mit den Übertragungsfunktionen u_n nach (3.16) bzw. (3.15) ergeben, die vereinfacht die spektralen Eigenschaften der GRACE- und der GOCE-Beobachtungsgrößen beschreiben. Das „Störsignal“ in den Beobachtungen hat im GOCE-Szenario eine wesentlich flachere Gradamplitudenkurve als im CHAMP-Szenario. Diese Gradamplitudenkurve ist derjenigen weißen Rauschens ähnlicher als im CHAMP-Szenario, und dadurch wird durch die Fehlinterpretation der zeitlichen Variationen als räumliche Variationen weniger Varianz von niederen zu den höheren Graden umverteilt. Für das GRACE-Szenario liegt das Verhalten, wie zu erwarten, qualitativ zwischen dem des CHAMP- und dem des GOCE-Szenarios.

Die bisherigen Betrachtungen verdeutlichen grundsätzliche Mechanismen, ermöglichen aber nur grobe Quantifizierungen, da sie auf stark vereinfachenden Annahmen beruhen: Die komplexen Prozessierungsmechanismen wurden modellhaft reduziert auf einfache, gradabhängige spek-

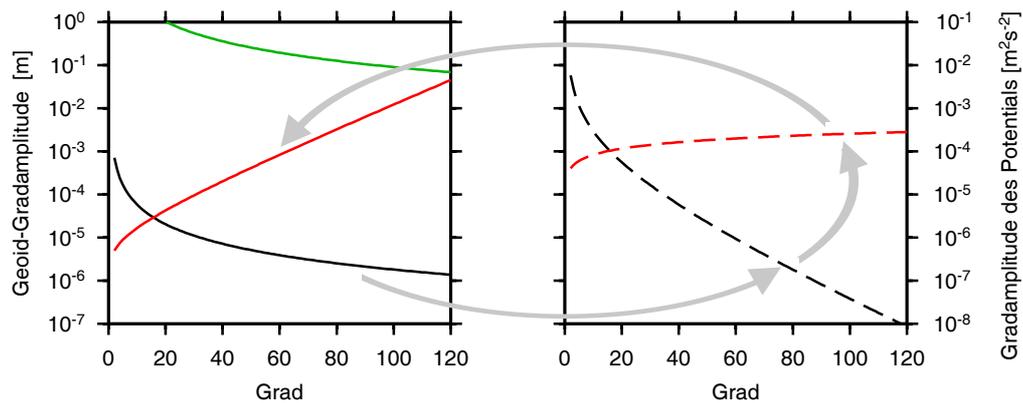


Abbildung 3.17: Spektrales Schema zum Alias-Effekt. Als beobachtetes Funktional f wird hier das Potential in Bahnhöhe angenommen (CHAMP-Szenario). Gezeigt werden Gradamplituden des Geoids (links, durchgezogen) bzw. des Funktionals f (rechts, gestrichelt). Im Einzelnen: Kaula-Regel (grün durchgezogen), zeitvariables Geoidsignal (schwarz durchgezogen), resultierendes Signal in f (schwarz gestrichelt), resultierender Fehler der Schwerefeldbestimmung, ausgedrückt durch f (rot gestrichelt), resultierender Geoidfehler (rot durchgezogen). Graue Pfeile markieren die im Text erläuterten Wirkmechanismen.

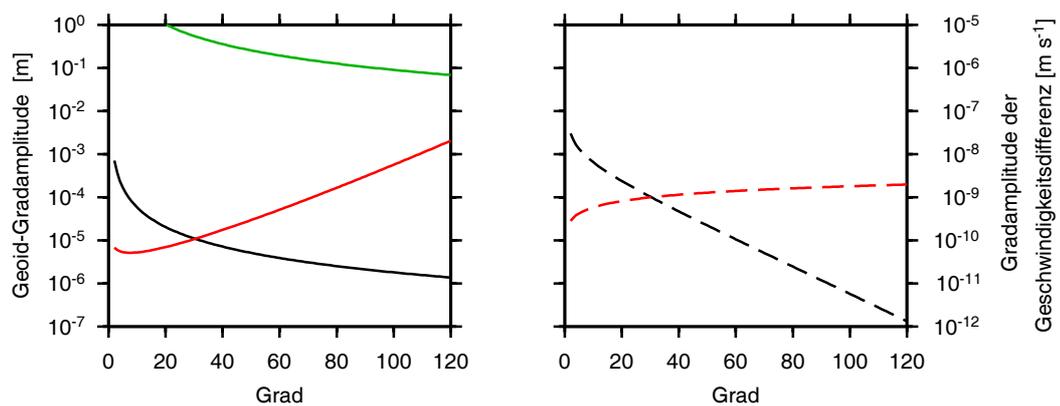


Abbildung 3.18: Wie Abbildung 3.17, jedoch für das GRACE-Szenario: Als Beobachtungsgröße wird die Geschwindigkeitsdifferenz zwischen den beiden GRACE-Satelliten angenommen.

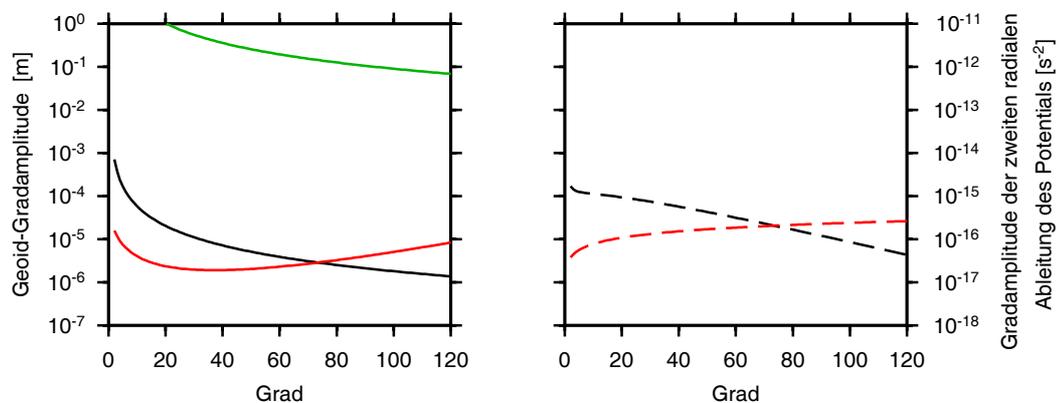


Abbildung 3.19: Wie Abbildung 3.17, jedoch für das GOCE-Szenario: Als Beobachtungsgröße wird die zweite radiale Ableitung des Potentials in Bahnhöhe angenommen.

trale Beziehungen. Das unparametrisierte zeitvariable Störsignal wurde nicht genauer spezifiziert als durch ein einfaches Gradamplitudenmodell. Der Varianzanteil, mit dem sich das „Störsignal“ der Beobachtungsgröße in Fehlern des angepassten Verlaufs dieser Größe niederschlägt, wurde willkürlich auf 10% gesetzt. Es wurde weiter angenommen, dass sich dieser Fehler so auf alle Grade verteilt, dass sich die Gradamplituden wie bei weißem Rauschen verhalten. Diese Annahme beruht auf der Anschauung einer weitgehenden „Durchmischung“ von räumlicher und zeitlicher Abtastung. In Wirklichkeit können die gegebenen Regelmäßigkeiten des raum-zeitlichen Abtastungsmusters in Verbindung mit Regelmäßigkeiten zeitvariabler Signale (insbesondere Periodizitäten) zur Dominanz von Fehlereffekten bestimmter räumlicher Skalen führen. Genauere Aufschlüsse (insbesondere auch über ordnungsabhängige Strukturen) können komplexere Modellierungsansätze, z.B. durch analytische Störungstheorie [Cheng, 2002] bieten. Darüber hinaus bieten sich numerische Simulationen für konkrete geophysikalische Szenarien und konkrete Auswertekonzepte an, um Alias-Effekte näher zu charakterisieren und zu quantifizieren.

Für CHAMP diskutierten Wiehl und Dietrich [2005], ob die meridionalen Muster, die zu dieser Zeit in CHAMP-Schwerefeldmodellen ab Grad 60–80 dominierten, Alias-Effekte zeitlicher geophysikalischer Variationen sind. Eine grobe quantitative Analyse anhand simulierter Bahnstörungen ergab, dass geophysikalische Variationen allein zu klein sind, um die vorzufindenden Fehlereffekte auszulösen. Diesen Befund bestätigt Abbildung 3.17, wenn man diesem Schema trotz aller Modellannahmen zugesteht, dass es nicht um zwei Größenordnungen falsch ist: Der modellierte Alias-Effekt ist bei Grad 70 um zwei Größenordnungen kleiner als das statische Schwerefeldsignal. Er ist auch um etwa zwei Größenordnungen kleiner als die modellierten Messfehlereffekte der Mission (vgl. Abbildung 2.9).

Zu zeitlich-räumlichen Alias-Effekten in GRACE-Monatslösungen liegen Simulationsstudien von Thompson u.a. [2004] und Han u.a. [2004a] vor, deren Ergebnisse wie folgt zusammengefasst werden können:

- (a) Unparametrisierte zeitvariable Signale bewirken in GRACE-Schwerefeldmodellen Fehlerstrukturen mit dominierenden meridionalen Mustern.
- (b) Die Gradamplituden des Alias-Effekts zeigen ungefähr das gleiche gradabhängige Verhalten wie die Gradamplituden der Messfehlereffekte, insbesondere denselben Anstieg in den hohen Graden.
- (c) Abweichungen von diesem Verhalten gibt es besonders in den niederen Graden und in Graden, die resonanten Ordnungen entsprechen. Der Alias-Effekt ist auch ordnungsabhängig.
- (d) Selbst wenn bekannte zeitliche Variationen im Rahmen der Dealiasing-Strategie reduziert werden, führen verbleibende Unsicherheiten der verwendeten Modelle (z.B. Ozeangezeiten und Atmosphäre) zu Alias-Effekten, die die Messfehlereffekte übersteigen können.

Die Aussagen (a) und (b) bestätigen die hier gewonnenen qualitativen Aussagen. Die auf den Beziehungen (3.10) und (3.11) fußende einfache spektrale Modellierung scheint also sowohl für Effekte von Messfehlern als auch für Effekte von Modellierungsfehlern geeignet. Auch die quantitative Aussage (d) entspricht den Ergebnissen der hier entwickelten Modellierung: Modellierte Alias-Effekte (Abbildung 3.18) und Messfehlereffekte (Abbildung 2.9) haben gleiche Größenordnung, auch wenn der Alias-Effekt unter den hier getroffenen Annahmen etwas kleiner ausfällt.

Für die Gradiometriemission GOCE deuten verschiedene Simulationsstudien dahin, dass zeitliche Variationen (oder zumindest ihr unmodellierbarer Teil) nur Alias-Effekte hervorrufen, die kleiner sind als die Messfehlereffekte [Moreaux und Balmino, 2002; Han u.a., 2004b; Jarecki u.a., 2005]. Mit dieser Aussage stimmen wiederum die Ergebnisse der hier entwickelten Modellierung überein: Modellierte Alias-Effekte (Abbildung 3.19) sind etwa um den Faktor 50 kleiner als GOCE-Messfehlereffekte (Abbildung 2.9).

Wenn weiter oben Abbildung 3.17 im Bezug auf die Mission CHAMP interpretiert wurde, so ist dies am ehesten für den CHAMP-Prozessierungsansatz nach der Energiemethode berechtigt. Für andere Prozessierungsansätze derselben Mission könnte das entsprechende Schema anders aussehen. Nimmt man, in Vereinfachung des Beschleunigungsansatzes (siehe Abschnitt 3.1.2), die Radialbeschleunigung als Beobachtungsgröße an, so lässt sich z.B. leicht ein analoges Schema aufstellen, das sich von Abbildung 3.17 deutlich unterscheidet. (Es ähnelt Abbildung 3.18 und wird hier nicht gezeigt.) Die Frage liegt nahe, ob selbst für ein und dieselbe Mission verschiedene Auswertekonzepte verschieden stark von Alias-Effekten betroffen sind.

Fragen wie dieser nachzugehen erfordert wohl die Betrachtung der gesamten Auswertemethodik vom physikalischen Grundansatz bis zur numerischen Realisierung. Tatsächlich ist der Alias-Effekt ein Teilaspekt des Modellierungsproblems bei der Missionsauswertung, und Wechselwirkungen mit anderen Modellierungsproblemen sind möglich. So ist z.B. die Parametrisierung nichtgravitativer Effekte (in Form von empirischen Kalibrierungsparametern) ein bisher nicht endgültig gelöstes Problem [Luthcke u.a., 2006a; Perosanz u.a., 2006]. Fehler in empirischen Bahnparametern könnten aber ähnliche Effekte hervorrufen wie zeitliche Schwerefeldvariationen, indem sie großskalig entlang der Bahn Abweichungen zwischen modellierter und tatsächlicher Kraftfunktion bewirken [Wiehl und Dietrich, 2005; Moore u.a., 2003]. So könnten Probleme bei der Modellierung von Schwerefeldvariationen einerseits und von nichtgravitativen Effekten andererseits einander verstärken, oder umgekehrt könnten Verbesserungen in einem der Problemfelder auch Verbesserungen im anderen Bereich bewirken.

Schließlich kann der Alias-Effekt auch als ein Aspekt der Frage nach dem Fehlermodell der Beobachtungen angesehen werden [vgl. Ditmar u.a., 2006a]. Effekte unmodellierter zeitlicher Schwerefeldvariationen bewirken, ebenso wie Beobachtungsfehler, Abweichungen zwischen tatsächlichen Beobachtungen und linearem Modell. Solche Abweichungen werden häufig als unkorreliert modelliert, da sie allein auf unkorrelierte Beobachtungsfehler zurückgeführt werden. Dem steht entgegen, dass die ebenfalls enthaltenen Effekte zeitlicher Schwerefeldvariationen entlang der Bahn korreliert sind.

Alias-Effekte treten also als Ergebnis von Modellierungs- und Parametrisierungsproblemen bei der Missionsauswertung auf. Demnach kann man durch die Wahl geeigneter Modellierungs- und Parametrisierungsansätze danach trachten, diese Effekte zu mindern. Entsprechende Strategien werden in Kapitel 5 (Abschnitt 5.2) angesprochen.

4 Rückschlüsse aus GRACE-Schwerefeldlösungen auf Massensignale

Dieses Kapitel behandelt die Quantifizierung von zeitlichen Massenänderungen auf der Grundlage zeitlicher Variationen von Schwerefeldlösungen. In Abschnitt 4.1 werden Methoden zu dieser Quantifizierung im Kontext des internationalen Forschungsstandes systematisch dargestellt und teilweise weiterentwickelt. Die darauf folgenden drei Abschnitte sind der Anwendung auf die Antarktis gewidmet: Abschnitt 4.2 erklärt die praktische Realisierung dreier Methoden zur Schätzung antarktischer Eismassensignale. Abschnitt 4.3 untersucht Fehler dieser Schätzungen eingehend. Abschnitt 4.4 stellt schließlich die Ergebnisse dar und diskutiert sie vor dem Hintergrund des aktuellen Standes der Beobachtung antarktischer Eismassenänderungen.

4.1 Methoden

4.1.1 Massensignale und ihre Schätzung

Zeitliche Variationen des Erdgravitationsfeldes spiegeln zeitliche Variationen der Dichteverteilung im System Erde (kurz: Massenvariationen) wider. Diese werden in diesem Kapitel als Auflastvariationen in Form von Flächendichteveränderungen einer sphärischen Einfachschicht mit Radius a (große Halbachse) modelliert (vgl. Abschnitt 2.1). Das absolute Niveau, auf das sich die zeitlichen Änderungen beziehen, ist unerheblich, so dass die Zeitverläufe z.B. auf Null zentriert werden können. Als Massenvariationen können die gesamten Variationen im System Erde oder Variationen von Teilsystemen betrachtet werden. Ebenso können Abweichungen der Gesamtvariationen von einem angenommenen Referenzmodell betrachtet werden, das bereits bekannte (modellerte) Massenvariationen enthält. Im letzteren Fall werden die Flächendichteveränderungen auch Flächendichteanomalien (bezüglich des Referenzmodells) genannt. Für solcherlei von der sphärischen Position Ω und der Zeit t abhängigen Flächendichteveränderungen $\Delta\kappa(\Omega, t)$ und eine vorgegebene Gewichtsfunktion $\vartheta(\Omega)$ wird das Flächenintegral

$$\Delta m(t) = \iint_{\Omega} \vartheta(\Omega) \Delta\kappa(\Omega, t) a^2 d\Omega \quad (4.1)$$

als (integriertes) Massensignal bezeichnet. Falls $\Delta\kappa$ eine Flächendichteanomalie im oben genannten Sinne ist, wird auch die Bezeichnung Massen-anomalie benutzt. Im gebräuchlichsten Fall ist $\vartheta(\Omega)$ innerhalb eines vorgegebenen Gebiets Eins und außerhalb dieses Gebiets Null, d.h. das Massensignal ist die über das Gebiet integrierte Flächendichteveränderung. Dieser Fall wird im Folgenden angenommen. Das betreffende Gebiet wird als Integrationsgebiet und $\vartheta(\Omega)$ als Gebietsfunktion bezeichnet. Die mittlere Flächendichteänderung über das Integrationsgebiet beträgt dann

$$\overline{\Delta\kappa}(t) = A_{\text{reg}}^{-1} \Delta m(t) \quad (4.2)$$

mit dem Gebietsflächeninhalt A_{reg} .

Anzumerken ist, dass natürlich auch Massenvariationen auftreten, die keine Auflastvariationen sind, insbesondere zeitlich lineare GIA im Erdinneren. Doch auch diese lassen sich in dem Sinne als Variationen der sphärischen Einfachschicht modellieren, dass ihnen eindeutig solche Auflastvariationen zugeordnet werden können, die gleiche Schwerefeldwirkung haben. Auch Prozesse wie GIA sind also im verwendeten Ansatz eingeschlossen. Bei der Interpretation von Massensignalen ist dies zu berücksichtigen.

Drückt man $\vartheta(\Omega)$ und $\Delta\kappa(\Omega, t)$ durch ihre sphärisch-harmonischen Entwicklungen im Sinne von (2.1) mit den Koeffizienten ϑ_{nm} und $\Delta\kappa_{nm}(t)$ aus, so erhält man durch Einsetzen dieser Reihen in (4.1), Vertauschen von Summation und Integration und Ausnutzung der Orthogonalität der Kugelflächenfunktionen die Beziehung

$$\Delta m(t) = 4\pi a^2 \sum_{\{nm\}_{\text{all}}} \vartheta_{nm} \Delta\kappa_{nm}(t). \quad (4.3)$$

Die Bezeichnung $\sum_{\{nm\}_{\text{all}}}$ steht hier für eine Summation $\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n$ über das gesamte sphärisch-harmonische Spektrum.

Aus GRACE-Schwerefeldlösungen sollen Schätzungen $\widehat{\Delta m}(t)$ für Massenanomalien $\Delta m(t)$ gewisser Flächendichteanomalien $\Delta\kappa(\Omega, t)$ abgeleitet werden. Den Flächendichteanomalien entsprechen im Sinne von (2.9) Stokes-Koeffizienten-Anomalien $\Delta c_{nm}(t)$. GRACE liefert für einen Teil des sphärisch-harmonischen Spektrums Schätzungen dieser Stokes-Koeffizienten-Anomalien,

$$\Delta c_{nm}^{\text{sat}}(t) = c_{nm}^{\text{sat}}(t) - c_{nm}^{\text{ref}}(t) \quad \text{für } (n, m) \in \{nm\}_{\text{sat}}, \quad (4.4)$$

wobei $c_{nm}^{\text{sat}}(t)$ die GRACE-Schätzungen der Stokes-Koeffizienten des Gesamtschwerefeldes und $c_{nm}^{\text{ref}}(t)$ die Stokes-Koeffizienten des Referenzmodells bezeichnet. Der satellitenbestimmte Teil des Spektrums ist für die hier benutzten Produkte $\{nm\}_{\text{sat}} := \{(n, m) : n = 2, \dots, 120, m = -n, \dots, n\}$. In Standardprodukten beziehen sich die Anomalien z.B. auf Referenzmodelle aus modellierten Massenvariationen durch Gezeiten, atmosphärische und ozeandynamische Variationen. Anomalien bezüglich abweichender Referenzmodelle lassen sich daraus durch entsprechende weitere Reduktionen ableiten. Satellitenbestimmte Koeffizienten der Flächendichteanomalien $\Delta\kappa_{nm}^{\text{sat}}(t)$ erhält man gemäß (2.9) als

$$\Delta\kappa_{nm}^{\text{sat}}(t) = K_n \Delta c_{nm}^{\text{sat}}(t) \quad \text{für } (n, m) \in \{nm\}_{\text{sat}}, \quad (4.5)$$

mit

$$K_n = \frac{2n+1}{1+k'_n} \frac{M}{4\pi a^2} \quad \text{für } n = 2, \dots, \infty. \quad (4.6)$$

Die zugehörige Ortsfunktion (satellitenbestimmte Flächendichteanomalien) ist

$$\Delta\kappa^{\text{sat}}(\Omega, t) = \sum_{\{nm\}_{\text{sat}}} \Delta\kappa_{nm}^{\text{sat}}(t) Y_{nm}(\Omega), \quad (4.7)$$

wobei $\sum_{\{nm\}_{\text{sat}}}$ die Summe über den satellitenbestimmten Teil des Spektrums bezeichnet. Die satellitenbestimmten Anomalien sind mit Fehlern $\varepsilon_{nm}^{\text{sat}}(t)$ behaftet:

$$\Delta c_{nm}^{\text{sat}}(t) = \Delta c_{nm}(t) + \varepsilon_{nm}^{\text{sat}}(t) \quad \text{für } (n, m) \in \{nm\}_{\text{sat}}. \quad (4.8)$$

Ersetzt man nun in (4.3) lediglich $\Delta\kappa_{nm}$ durch $\Delta\kappa_{nm}^{\text{sat}}$ (unter Einschränkung auf den satellitenbestimmten Spektralbereich), so erhielte man im Allgemeinen eine Massenanomalienschätzung mit übermäßig großen Effekten von GRACE-Fehlern insbesondere der hohen Grade. Für die Schätzung wird daher der allgemeinere Ansatz

$$\begin{aligned} \widehat{\Delta m}(t) &= 4\pi a^2 \sum_{\{nm\}_{\text{sat}}} \eta_{nm} \Delta\kappa_{nm}^{\text{sat}}(t) \\ &= 4\pi a^2 \sum_{\{nm\}_{\text{sat}}} \eta_{nm} K_n \Delta c_{nm}^{\text{sat}}(t) \end{aligned} \quad (4.9)$$

mit noch zu bestimmenden reellen Zahlen η_{nm} gewählt. Die Linearität des Schätzansatzes folgt dabei naheliegenderweise der Linearität der Beziehung zwischen Massen und Gravitationsfeld.

Im Ortsbereich hat (4.9) damit die folgende Entsprechung analog zu (4.1):

$$\widehat{\Delta m}(t) = \iint_{\Omega} \eta(\Omega) \Delta \kappa^{\text{sat}}(\Omega, t) a^2 d\Omega, \quad (4.10)$$

wobei $\eta(\Omega)$ die Gewichtsfunktion im Ortsbereich ist, die den Koeffizienten η_{nm} im Sinne von (2.1) entspricht. Die Schätzung (4.9) lässt sich also im Ortsbereich interpretieren als Integration der satellitenbestimmten Flächendichteanomalien $\Delta \kappa^{\text{sat}}(\Omega, t)$ mit einer Gewichtsfunktion $\eta(\Omega)$, die durch die Wahl der Faktoren η_{nm} festgelegt ist.

4.1.2 Fehlerarten und Fehlerabschätzung

Der Gesamtfehler $\widehat{\Delta m}(t) - \Delta m(t)$ der Schätzung setzt sich zusammen aus dem Effekt, den beim Übergang von (4.3) zu (4.9) die spektrale Einschränkung und das Ersetzen der Faktoren ϑ_{nm} durch η_{nm} bewirken (Leck-Effekt $\varepsilon_{\widehat{\Delta m}}^{\text{leak}}$), und dem Effekt der Fehler der Satellitendaten (GRACE-Fehler-Effekt $\varepsilon_{\widehat{\Delta m}}^{\text{sat}}$):

$$\widehat{\Delta m}(t) - \Delta m(t) = \varepsilon_{\widehat{\Delta m}}^{\text{leak}}(t) + \varepsilon_{\widehat{\Delta m}}^{\text{sat}}(t) \quad (4.11)$$

mit

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\widehat{\Delta m}}^{\text{leak}}(t) &= -4\pi a^2 \sum_{\{nm\}_{\text{nonsat}}} \vartheta_{nm} \Delta \kappa_{nm}(t) \\ &\quad + 4\pi a^2 \sum_{\{nm\}_{\text{sat}}} (\eta_{nm} - \vartheta_{nm}) \Delta \kappa_{nm}(t), \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\widehat{\Delta m}}^{\text{sat}}(t) &= 4\pi a^2 \sum_{\{nm\}_{\text{sat}}} \eta_{nm} (\Delta \kappa_{nm}^{\text{sat}}(t) - \Delta \kappa_{nm}(t)) \\ &= 4\pi a^2 \sum_{\{nm\}_{\text{sat}}} \eta_{nm} K_n \varepsilon_{nm}^{\text{sat}}(t), \end{aligned} \quad (4.13)$$

wobei $\sum_{\{nm\}_{\text{nonsat}}}$ die Summation über den nicht satellitenbestimmten Teil des Spektrums bezeichnet. Im Ortsbereich gilt entsprechend

$$\varepsilon_{\widehat{\Delta m}}^{\text{leak}}(t) = \iint_{\Omega} (\eta(\Omega) - \vartheta(\Omega)) \Delta \kappa(\Omega, t) a^2 d\Omega, \quad (4.14)$$

$$\varepsilon_{\widehat{\Delta m}}^{\text{sat}}(t) = \iint_{\Omega} \eta(\Omega) (\Delta \kappa^{\text{sat}}(\Omega, t) - \Delta \kappa(\Omega, t)) a^2 d\Omega. \quad (4.15)$$

Gleichung (4.14) motiviert die in der Literatur übliche Bezeichnung Leck-Effekt (*Leakage effect*) [Swenson und Wahr, 2002b]: In Regionen außerhalb des Integrationsgebiets (d.h. wo $\vartheta(\Omega) = 0$ ist) ist im Allgemeinen $\eta(\Omega) \neq 0$, so dass geophysikalische Flächendichteanomalien aus diesen Regionen in die Schätzung des Gebietsintegrals „hineinlecken“. Ebenso ist im Integrationsgebiet (wo $\vartheta(\Omega) = 1$ ist) im Allgemeinen $\eta(\Omega) \neq 1$, so dass (besonders anschaulich bei $\eta(\Omega) < 1$) Flächendichteanomalien „herauslecken“. Effekte des ersten Typs seien als „Leck-Effekte von außen“ und Effekte des zweiten Typs als „Leck-Effekte von innen“ bezeichnet. In den Leck-Effekt gehen additiv alle geophysikalischen Flächendichtevariationen ein, die nicht als Bestandteil des Referenzmodells reduziert wurden.

Die Wahl der Faktoren η_{nm} beeinflusst sowohl die Leck-Effekte als auch die GRACE-Fehler-Effekte. Die verschiedenen Methoden, die zur Festlegung dieser Faktoren führen, haben ganz allgemein das Ziel, beide Fehler gering zu halten. Dabei stützen sie sich in unterschiedlichem Maße

und auf unterschiedliche Weise auf Vorinformationen sowohl über die GRACE-Fehler $\varepsilon_{nm}^{\text{sat}}(t)$ als auch über geophysikalische Variationen $\Delta\kappa_{nm}(t)$. Im Allgemeinen sind solche Vorinformationen unvollständig. Für einen aufgrund solcher Vorinformationen festgelegten Satz von η_{nm} können dann empirische Analysen weitere Aufschlüsse über die tatsächliche Größe von Leck-Effekten und GRACE-Fehler-Effekten liefern.

Bei gegebener GRACE-Fehlerkovarianzmatrix erhält man z.B. durch Fehlerfortpflanzung nach Beziehung (4.13) die Varianz $\sigma^2(\varepsilon_{\widehat{\Delta m}}^{\text{sat}})$ des GRACE-Fehler-Effekts. Für ein unkorreliertes GRACE-Fehlermodell mit Fehlervarianzen $\sigma_{\varepsilon_{nm}}^2$ der einzelnen Stokes-Koeffizienten erhält man

$$\sigma^2\left(\varepsilon_{\widehat{\Delta m}}^{\text{sat}}\right) = (4\pi a^2)^2 \sum_{\{nm\}_{\text{sat}}} \eta_{nm}^2 K_n^2 \sigma_{\varepsilon_{nm}}^2. \quad (4.16)$$

Gleichung (4.9) lässt sich mit (4.4) auch in der Form

$$\widehat{\Delta m}(t) = 4\pi a^2 \sum_{\{nm\}_{\text{sat}}} \eta_{nm} K_n c_{nm}^{\text{sat}}(t) - 4\pi a^2 \sum_{\{nm\}_{\text{sat}}} \eta_{nm} K_n \Delta c_{nm}^{\text{ref}}(t) \quad (4.17)$$

ausdrücken, mit offensichtlichen Verallgemeinerungen für den Fall, dass man verschiedene Komponenten des Referenzmodells nacheinander subtrahiert. Die Reduktion des Referenzmodells kann damit auf der Ebene der Stokes-Koeffizienten oder auf der Ebene der Massensignale erfolgen. Der Subtrahend in (4.17) wird „reduziertes Massensignal des Referenzmodells“ genannt. Falls einzelne Modellkomponenten betrachtet werden, werden die entsprechenden Subtrahenden z.B. „reduziertes Atmosphärensignal“, „reduziertes Ozeansignal“ usw. oder kurz Atmosphärenreduktion, Ozeanreduktion usw. genannt. Das reduzierte Massensignal des Referenzmodells ist nicht gleich dem exakten Massensignal des Referenzmodells, $4\pi a^2 \sum_{\{nm\}_{\text{all}}} \vartheta_{nm} \Delta\kappa_{nm}^{\text{ref}}(t)$. Die Abweichung hat eine zum Leck-Effekt (4.12, 4.14) analoge Struktur und wird „Leck-Effekt des Referenzmodells“ genannt.

Fehler des Referenzmodells, d.h. Fehler in der Beschreibung der jeweils betrachteten geophysikalischen Massenvariationen, bewirken entsprechende Fehler des reduzierten Massensignals, die mit umgekehrten Vorzeichen in die Massenanomale-Schätzung eingehen. Die Fehler des reduzierten Massensignals setzen sich wiederum zusammen aus dem exakten Massensignal des Modellfehlers und dem Leck-Effekt des Modellfehlers. Das exakte Massensignal des Modellfehlers ist Null, wenn das Modell nur Massenvariationen außerhalb des Integrationsgebiets beschreibt.

Fehler der Schätzung von Massensignalen können schließlich auch aus dem Näherungscharakter der Annahmen resultieren, dass die Variationen in einer dünnen sphärischen Schicht stattfinden und dass sie sich mit dem Auflast-Love-Zahlen-Formalismus in Schwerefeldänderungen übersetzen lassen. Im Vergleich mit den übrigen Fehlerquellen sind diese Näherungen jedoch als vernachlässigbar anzusehen.

4.1.3 Zur Zeitabhängigkeit

Bei der Verwendung der Release-4-Monatslösungen des GFZ Potsdam (siehe Abschnitt 3.2) besteht der Zeitbezug geschätzter Massenanomalien darin, dass Mittelwerte über die Zeitintervalle der Monatslösungen (ungefähr Kalendermonate) betrachtet werden. Die Zeit t bezeichnet hier also nicht einen Zeitpunkt, sondern ein Zeitintervall, und aus einer Folge von Monatslösungen erhält man eine Zeitreihe mittlerer monatlicher Massenanomalien.

In einem zweiten Schritt kann man an diese Zeitreihe ein Modell des zeitlichen Verhaltens anpassen. Enthält dieses Modell z.B. einen zeitlich linearen Bestandteil, so erhält man dessen Trend als einen der ausgeglichenen Parameter. Die Bezeichnung Massensignal wird auch auf solche geschätzten Parameter des Zeitverhaltens angewendet. Die Aussagekraft solcher Modellparameter und ihrer Fehlermaße hängt dabei davon ab, wie realistisch das Modell das tatsächliche Zeitverhalten des Massensignals beschreibt.

Zum linearen Schätzansatz (4.9) sind, was die Zeitabhängigkeit betrifft, Verallgemeinerungen denkbar: Erstens könnten in die Schätzung für eine Zeit t auch GRACE-Daten über andere Zeiten eingehen. Dies entspräche einer Integration der beiden hier getrennt bearbeiteten Schritte (a) Schätzung von Massenanomalien für diskrete Zeiten und (b) Analyse des zeitlichen Verhaltens. Zweitens könnten die Vorfaktoren η_{nm} zeitabhängig gewählt werden. Eine solche Zeitabhängigkeit kann berechtigt sein, um die Schätzungen an die variierenden Fehler-niveaus der GRACE-Monatslösungen (vgl. Abbildung 3.2b) anzupassen. Allerdings erschwert dies die Abschätzung von Leck-Effekten: Die gleiche geophysikalische Flächendichteanomalie würde in unterschiedlichen Monaten zu unterschiedlichen Leck-Effekten führen, was die Gefahr der Einführung künstlicher zeitlicher Variationen erhöhen würde. Da aus diesem Grund in der praktischen Realisierung auf eine Zeitabhängigkeit des Schätzansatzes verzichtet wird, wurde sie auch in der formalen Darstellung der Übersichtlichkeit halber weggelassen.

4.1.4 Spezielle Schätzmethoden

4.1.4.1 Gebietsintegration im gebietsoptimierten Ansatz

Indem ein Integral gemäß (4.1) direkt als zu schätzende Größe angesetzt wird, ergibt sich wie im Abschnitt 4.1.1 die Forderung nach einer Schätzung gemäß (4.9) und die Frage nach geeigneten Faktoren η_{nm} . Diese Herangehensweise wird hier mit „Gebietsintegrationsansatz“ umschrieben.

Einfach und verbreitet ist die Festlegung der η_{nm} als gauß-gefilterte Koeffizienten der Gebietsfunktion, also $\eta_{nm} = w_n^{\text{Gauß}} \vartheta_{nm}$ (siehe Abschnitt 2.1). Damit werden in (4.9) die Glieder hoher Grade, in denen man relativ große GRACE-Fehler und relativ kleine geophysikalische Signale erwartet, gedämpft.

Gauß-Filter sind allerdings weder auf die speziellen Charakteristiken der GRACE-Fehler (z.B. deren Ordnungsabhängigkeit) noch auf die der geophysikalischen Signale abgestimmt. Swenson und Wahr [2002b] schlagen daher Ansätze zur Bestimmung der η_{nm} nach gewissen Optimalitätskriterien vor, die sich auf Kovarianzinformationen zu den GRACE-Fehlern (und in einer Variante auch zu den geophysikalischen Signalen) stützen. Damit erreicht man erwartungsgemäß einen besseren Kompromiss zwischen GRACE-Fehler-Effekt und Leck-Effekt als durch die Standard-Gauß-Filterung [Swenson und Wahr, 2002b; Seo u.a., 2006; Werth, 2005].

Ein von geophysikalischen Vorinformationen unabhängiges Maß dafür, wie gut sich $\eta(\Omega)$ an $\vartheta(\Omega)$ annähert, – und damit ein Indiz für die Größe des Leck-Effekts – ist die „Gebietsunschärfe“ $\sigma^2(\eta - \vartheta)$:

$$\begin{aligned} \sigma^2(\eta - \vartheta) &= \frac{1}{4\pi} \iint_{\Omega} (\eta(\Omega) - \vartheta(\Omega))^2 d\Omega \\ &= \sum_{\{nm\}_{\text{sat}}} (\eta_{nm} - \vartheta_{nm})^2 + \sum_{\{nm\}_{\text{nonsat}}} \vartheta_{nm}^2. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Der „gebietsoptimierte Ansatz“ [Swenson und Wahr, 2002b] besteht nun darin, bei gegebener GRACE-Fehlerkovarianzmatrix die Gebietsunschärfe unter der Nebenbedingung zu minimieren, dass die Varianz des GRACE-Fehler-Effekts $\sigma^2(\varepsilon_{\Delta m}^{\text{sat}})$ einen festgelegten Wert σ_{NB}^2 („Fehler-schranke“) nicht überschreitet. Dieses Minimierungsproblem mit Nebenbedingungen wird durch den Lagrange-Multiplikatoren-Ansatz gelöst. Im Folgenden wird der Fall behandelt, dass der GRACE-Fehler-Effekt durch ein unkorreliertes Modell gemäß (4.16) beschrieben ist. (Swenson und Wahr [2002b] betrachten formal auch die Verallgemeinerung auf voll besetzte Fehlerkovarianzmatrizen.) Dann ergeben sich die Faktoren η_{nm} als

$$\eta_{nm} = w_{nm} \vartheta_{nm}. \quad (4.19)$$

Die Dämpfungsfaktoren w_{nm} (mit $0 < w_{nm} < 1$) sind durch

$$w_{nm} = \frac{1}{1 + \lambda K_n^2 \sigma_{\varepsilon_{nm}}^2} \quad (4.20)$$

bestimmt, wobei der Lagrange-Multiplikator λ als einzige positive Lösung der Gleichung

$$\sum_{\{nm\}_{\text{sat}}} \frac{(4\pi a^2)^2 K_n^2 \sigma_{\varepsilon_{nm}}^2 \vartheta_{nm}^2}{(1 + K_n^2 \sigma_{\varepsilon_{nm}}^2 \lambda)^2} = \sigma_{\text{NB}}^2 \quad (4.21)$$

numerisch zu ermitteln ist.

Die Massensignal-Schätzung (4.9) lautet mit (4.19) nun

$$\widehat{\Delta m}(t) = 4\pi a^2 \sum_{\{nm\}_{\text{sat}}} \vartheta_{nm} w_{nm} \Delta \kappa_{nm}^{\text{sat}}(t). \quad (4.22)$$

Die Faktoren w_{nm} können als Filterfaktoren entweder für ϑ_{nm} oder für $\Delta \kappa_{nm}^{\text{sat}}$ aufgefasst werden. Im Ortsbereich ergeben sich daraus zwei Interpretationen:

- (A) Die satellitenbestimmte Flächendichteanomalie wird mit einer gefilterten Version der Gebietsfunktion, $\vartheta^{\text{filt}}(\Omega)$, integriert:

$$\widehat{\Delta m}(t) = \iint_{\Omega} \vartheta^{\text{filt}}(\Omega) \Delta \kappa^{\text{sat}}(\Omega, t) a^2 d\Omega, \quad (4.23)$$

wobei $\vartheta^{\text{filt}}(\Omega)$ den sphärisch-harmonischen Koeffizienten $\vartheta_{nm}^{\text{filt}} = w_{nm} \vartheta_{nm}$ entspricht. Es ist also $\eta(\Omega) = \vartheta^{\text{filt}}(\Omega)$ eine gefilterte Version der Gebietsfunktion.

- (B) Eine gefilterte Version der satellitenbestimmten Flächendichteanomalie, $\Delta \kappa^{\text{sat, filt}}(\Omega, t)$, wird mit der exakten Gebietsfunktion $\vartheta(\Omega)$ integriert:

$$\widehat{\Delta m}(t) = \iint_{\Omega} \vartheta(\Omega) \Delta \kappa^{\text{sat, filt}}(\Omega, t) a^2 d\Omega, \quad (4.24)$$

wobei $\Delta \kappa^{\text{sat, filt}}(\Omega, t)$ den Koeffizienten $\Delta \kappa_{nm}^{\text{sat, filt}}(t) = w_{nm} \Delta \kappa_{nm}^{\text{sat}}(t)$ entspricht.

Die durch $\vartheta(\Omega)$ gegebenen Gebietsgrenzen und die Fehlerschranke σ_{NB}^2 wirken sich auf die Filterfaktoren w_{nm} letztlich nur in Form eines einzigen Parameters λ aus, der die Filterstärke steuert. Die Filterstruktur gemäß (4.20) ist für beliebige Gebiete und Nebenbedingungen gleich. Man kann damit für die Filterfestlegung auch den Zugang wählen, dass man $\lambda \geq 0$ frei wählt und dadurch den Filter w_{nm} bestimmt. Für ein gegebenes Gebiet ist dieser Filter bezüglich derjenigen Fehlerschranke σ_{NB}^2 gebietsoptimiert, die sich aus der Fehlerfortpflanzung (4.16) ergibt.

Analog zum gebietsoptimierten Ansatz lässt sich auch umgekehrt der GRACE-Fehler-Effekt unter der Nebenbedingung minimieren, dass eine festgesetzte Gebietsunschärfe nicht überschritten wird [Swenson und Wahr, 2002b]. Dies führt ebenfalls zu Filtern mit Faktoren der Struktur (4.20).

4.1.4.2 Gebietsintegration mit geophysikalischen Vorinformationen

Der gebietsoptimierte Ansatz benutzt keine Vorinformationen über die zu untersuchenden geophysikalischen Massenvariationen. Für antarktische Massenvariationen (nach Abzug von atmosphärischen und ozeanischen Referenzmodellen) besagen solche Vorinformationen beispielsweise, dass die monatliche Variabilität auf dem Kontinent größer ist als im angrenzenden Ozean und

dass sie innerhalb des Kontinents in Küstennähe besonders groß sein kann (siehe Abschnitt 2.2.2). Der gebietsoptimierte Ansatz, der bei der Minimierung der Gebietsunschärfe (4.18) alle Positionen gleich gewichtet, erscheint dann trotz der Anwendung eines formalen Optimalitätskriteriums nicht optimal. Dies äußert sich z.B. in Eigenschaften der gefilterten Gebietsfunktion $\vartheta^{\text{filt}}(\Omega)$, die in Abschnitt 4.2 noch illustriert und weiter diskutiert werden [vgl. auch Velicogna und Wahr, 2006; Chen u.a., 2007]: Die gefilterte Gebietsfunktion weicht typischerweise am Gebietsrand – verglichen mit dem Gebietsinneren – besonders stark von Eins ab. Zudem ist sie bei großen Integrationsgebieten (z.B. Antarktika) typischerweise im gesamten Gebiet kleiner als Eins, was eine Dämpfung des Gesamtsignals erwarten lässt.

Swenson und Wahr [2002b] stellen eine Methode vor, Vorinformationen über geophysikalische Variationen einzubeziehen, sofern diese in Form einer Kovarianzmatrix der Stokes-Koeffizienten $\Delta c_{nm}(t)$ vorliegen. Dann lässt sich durch Varianzfortplanzung nach (4.12) und (4.13) die Varianz sowohl des GRACE-Fehler-Effekts als auch des Leck-Effekts modellieren, so dass die η_{nm} so bestimmt werden können, dass die Summe beider Varianzen minimal ist („varianzoptimierter Ansatz“). Mit unkorrelierten Kovarianzmodellen für GRACE-Fehler und geophysikalische Signale führt dies wieder zu einem Dämpfungsfiter wie in (4.19). Bisherige Realisierungen dieses Ansatzes benutzen einfache stochastische Modelle des geophysikalischen Signals, z.B. ohne Einbeziehung von Korrelationen zwischen den Stokes-Koeffizienten [Seo u.a., 2006] oder sogar ohne eine Ordnungsabhängigkeit der Varianzen, d.h. mit homogen-isotroper Autokovarianzfunktion im Ortsbereich [Swenson u.a., 2003; Velicogna und Wahr, 2006]. Geographische Gegebenheiten, wie oben für die Antarktis angedeutet, bleiben auf diese Weise immer noch unberücksichtigt. Entsprechend bleiben die Defizite, die an den obengenannten Eigenschaften der gefilterten Gebietsfunktion $\vartheta^{\text{filt}}(\Omega)$ erkennbar sind, bestehen [Velicogna und Wahr, 2006; Chen u.a., 2007]. Werth [2005] untersuchte anhand einfacher simulierter Massenänderungsszenarien und anhand der Analyse von GRACE-Monatslösungen die Funktionsweise beider Filterkonzepte („gebietsoptimiert“ und „varianzoptimiert“) bei der Extraktion antarktischer Massensignale. Die Ergebnisse deuten auf leichte Vorteile der gebietsoptimierten Filter aufgrund ihrer schärferen Gebietsabgrenzung an den Küsten hin. Der varianzoptimierte Ansatz wird hier nicht weiterverfolgt.

Angesichts der skizzierten Grenzen formal optimierender Ansätze scheint es berechtigt, heuristisch nach Modifikationen bestehender Ansätze zu suchen, die geophysikalischen Vorinformationen besser gerecht werden. In diesem Sinne werden hier zwei Modifikation des gebietsoptimierten Ansatzes eingeführt.

Erstens werden für kontinentale Gebiete, die an Ozean angrenzen, modifizierte Gebietsfunktionen $\zeta(\Omega)$ (mit sphärisch-harmonischen Koeffizienten ζ_{nm}) betrachtet, die, grob gesagt, in einem angrenzenden Ozeangebiet stetig von Eins auf Null abfallen. Auf diese modifizierten Gebietsfunktionen wird der Formalismus der gebietsoptimierten Filterung angewandt. Die Modifikation soll bewirken, dass die geglättete Gebietsfunktion $\zeta^{\text{filt}}(\Omega)$ (definiert analog zu $\vartheta^{\text{filt}}(\Omega)$) im küstennahen Kontinentalbereich tendenziell weniger von Eins abweicht als $\vartheta^{\text{filt}}(\Omega)$, natürlich auf Kosten einer tendenziell größeren Abweichung von Null im küstennahen Ozeanbereich. Eine konkrete Definition lautet wie folgt:

$$\zeta(\Omega) = \begin{cases} 1 & \text{für } \Omega \text{ im Integrationsgebiet} \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\pi \frac{d}{d_{\text{max}}}\right) & \text{für } \Omega \text{ im „Übergangsgebiet“} \\ 0 & \text{für alle übrigen } \Omega, \end{cases} \quad (4.25)$$

wobei das „Übergangsgebiet“ aus allen denjenigen ozeanischen Positionen besteht, deren Abstand d zum Integrationsgebiet kleiner als ein Maximalabstand $d_{\text{max}} = 400$ km und als der Abstand zu jedem anderen kontinentalen Gebiet ist.

Zweitens wird bei der Festsetzung von η_{nm} ein wählbarer Skalierungsfaktor γ eingefügt [vgl. Velicogna und Wahr, 2006; Chen u.a., 2007]:

$$\eta_{nm} = \gamma w_{nm} \zeta_{nm}. \quad (4.26)$$

Damit kann gegebenenfalls der Dämpfung der gefilterten Gebietsfunktion über dem gesamten Integrationsgebiet entgegengewirkt werden.

4.1.4.3 Anpassung vorgegebener Variationsmuster

Hier wird folgender Ansatz betrachtet: Die Massenvariationen werden als Linearkombination einer endlichen Zahl von räumlichen Mustern modelliert. Diese Muster sind vorgegeben. Lediglich ihre Vorfaktoren sind unbekannt und sollen aus den GRACE-Schwerefeldlösungen geschätzt werden. Während der gebietsoptimierte Ansatz aus Abschnitt 4.1.4.1 keinerlei Informationen über die räumliche Struktur der Massenvariationen voraussetzt, werden hier also formal sehr weitreichende Vorinformationen angenommen.

Seien $\Delta\kappa_i(\Omega)$ ($i = 1, \dots, u$) die vorgegebenen räumlichen Muster von Auflastvariationen. Die gemäß (2.9) zugehörigen Stokes-Koeffizienten-Sätze seien $(\Delta c_{nm})_i$ ($(n, m) \in \{nm\}_{\text{all}}$, $i = 1, \dots, u$). Für jedes i seien die $(\Delta c_{nm})_i$, die zum satellitenbestimmten Spektralbereich gehören, im Spaltenvektor \mathbf{x}_i zusammengefasst. Die satellitenbestimmten Stokes-Koeffizienten-Anomalien $\Delta c_{nm}^{\text{sat}}(t)$ seien auf dieselbe Weise im Vektor $\mathbf{y}(t)$ zusammengefasst, ihre Fehler $\varepsilon_{nm}(t)$ entsprechend im Vektor $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$, dessen Kovarianzmatrix $\text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}(t)) = \sigma^2 \mathbf{P}^{-1}$ sei. Die eingangs formulierte Annahme führt dann auf das Gauß-Markov-Modell

$$\sum_{i=1}^u \beta_i(t) \mathbf{x}_i + \boldsymbol{\varepsilon}(t) = \mathbf{y}(t) \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{X} \boldsymbol{\beta}(t) + \boldsymbol{\varepsilon}(t) = \mathbf{y}(t) \quad \text{mit} \quad \text{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}(t)) = \sigma^2 \mathbf{P}^{-1}. \quad (4.27)$$

Für die Matrixschreibweise werden die Spaltenvektoren \mathbf{x}_i in der Matrix \mathbf{X} und die Vorfaktoren $\beta_i(t)$ im Parametervektor $\boldsymbol{\beta}(t)$ zusammengefasst. Nach der Methode der kleinsten Quadrate ergibt sich für $\boldsymbol{\beta}(t)$ die Schätzung

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}(t) = (\mathbf{X}' \mathbf{P} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{P} \mathbf{y}(t). \quad (4.28)$$

Massenanomalien der allgemeinen Form (4.1) schätzt man nun mittelbar als Linearkombination der durch die einzelnen Muster induzierten Massen-anomalien:

$$\widehat{\Delta m}(t) = \sum_{i=1}^u \Delta m_i \hat{\beta}_i(t) = \boldsymbol{\Delta m}' \hat{\boldsymbol{\beta}}(t), \quad (4.29)$$

wobei

$$\Delta m_i = \iint_{\Omega} \vartheta(\Omega) \Delta \kappa_i(\Omega) a^2 d\Omega = 4\pi a^2 \sum_{\{nm\}_{\text{all}}} \vartheta_{nm} K_n (\Delta c_{nm})_i \quad (4.30)$$

und $\boldsymbol{\Delta m}$ der Spaltenvektor der Δm_i ist. Mit (4.28) lautet (4.29)

$$\widehat{\Delta m}(t) = [\boldsymbol{\Delta m}' (\mathbf{X}' \mathbf{P} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{P}] \mathbf{y}(t) \quad (4.31)$$

$$= 4\pi a^2 \sum_{\{nm\}_{\text{sat}}} \eta_{nm} K_n \Delta c_{nm}^{\text{sat}}(t). \quad (4.32)$$

Für die Identität (4.32) wurde der Vektor $\mathbf{y}(t)$ durch seine Elemente $\Delta c_{nm}^{\text{sat}}(t)$ ausgedrückt, und die Elemente des in eckigen Klammern stehenden Zeilenvektors entsprechend durch $4\pi a^2 \eta_{nm} K_n$. Damit sind die Faktoren η_{nm} in (4.9) und die Ortsfunktion $\eta(\Omega)$ in (4.10) identifiziert.

Wäre das lineare Modell (4.27) exakt, dann wären Effekte von GRACE-Fehlern die einzigen Fehler der Schätzung (4.32). In der Realität werden sich Massenanomalien nicht exakt aus dem gewählten Satz räumlicher Muster zusammensetzen. Das Gauß-Markov-Modell (4.27) hat damit einen Modellfehler (Unterparametrisierung), in dessen Folge die aus den Schätzungen $\hat{\beta}$ abgeleiteten Schätzungen $\widehat{\Delta m}$ zusätzliche Fehler enthalten. Im Sinne des allgemeinen Schätzansatzes (4.9) sind diese Fehler durch (4.12) und (4.14) beschrieben, so dass sie die im Gebietsintegrationsansatz geprägte Bezeichnung „Leck-Effekte“ tragen. Leck-Effekte entstehen hier also aus Fehlern des linearen Modells.

4.1.5 Einordnung und Diskussion früherer Arbeiten

Teil einer Analyse von GRACE-Produkten ist zumeist die Betrachtung von Karten satellitenbestimmter Flächendichteveränderungen im Sinne von (4.7), die zusätzlich gefiltert werden. Daraus lassen sich häufig qualitative Aussagen über Signal- und Fehlergehalt der GRACE-Daten, Ähnlichkeiten mit Vorinformationen aus Modellen usw. ableiten [z.B. Tapley u.a., 2004b; Schmidt u.a., 2006c] (vgl. Abschnitt 3.3.3). Vorsicht ist bei solchen visuellen Analysen geboten, wenn nicht Gauß-Filter mit ihrer leicht zu überschauenden glättenden Wirkung angewandt werden, sondern spezielle Filter [z.B. Swenson und Wahr, 2002b; Han u.a., 2005b; Chen u.a., 2006c; Seo u.a., 2006], die z.B. im Kontext der Gebietsintegration entwickelt wurden (siehe Abschnitt 4.1.4.1) und deren Wirkung komplexer ist. Solche Filter können z.B. Massenvariationen (auch kleinskalige Muster) in Regionen erscheinen lassen, in denen die Datensätze vor der Filterung keine Variationen enthielten. Ein Beispiel sind Variationen auf dem antarktischen Kontinent nach der Filterung hydrologischer und ozeanischer Variationen bei Chen u.a. [2006c, Abbildung 7e]. Im regionalen Integrationsansatz sind solche filterbedingten räumlichen Umverteilungen von Variationen gerade die Ursache der Leck-Effekte. Auch eine Regularisierung bei der Schwerefeldbestimmung hat auf geophysikalische Variationen eine Wirkung, die als Filterung aufgefasst werden kann. Besondere Sorgfalt ist bei der von Swenson und Wahr [2006] vorgeschlagenen Art der Filterung geboten, bei der im sphärisch-harmonischen Spektralbereich Bestandteile reduziert werden, die die empirisch festgestellte Charakteristik von Fehlern besitzen, nämlich starke Korrelation zwischen Koeffizienten gleicher Ordnung und ungeraden bzw. geraden Grades (vgl. Abschnitt 3.3.3.2). Auch polnahe Signale (etwa ab 70° Breite) weisen im Spektralbereich eine solche Charakteristik auf, so dass solche Signale durch Dekorrelationsfilter nach Swenson und Wahr [2006] extrem reduziert und verfälscht werden können [Scheritz u.a., 2006].

Zur Quantifizierung von Massensignalen ist bisher der Grundansatz der Gebietsintegration am gebräuchlichsten, der durch Wahr u.a. [1998] und Swenson und Wahr [2002b] eingeführt wurde. Methodische Fragestellungen betreffen dabei die Festlegung der Gewichtsfunktion $\eta(\Omega)$ in Verbindung mit der Abschätzung von Leck-Effekten und GRACE-Fehler-Effekten. Als Gewichtsfunktion wird zumeist die exakte Gebietsfunktion, gefiltert nach einem der von Swenson und Wahr [2002b] eingeführten Konzepte, verwendet. (Der von Seo u.a. [2006] beschriebene „dynamische Filter“ entspricht z.B. dem in Abschnitt 4.1.4.2 besprochenen „varianzoptimierten“ Filter nach Swenson und Wahr [2002b].) Eine Modifikation wie die in Abschnitt 4.1.4.2 eingeführte modifizierte Gebietsfunktion ζ wurde nach Wissen des Autors bisher nicht vorgenommen, allerdings wird die Konstruktion der Gewichtsfunktion nicht in jedem Falle deutlich [z.B. Velicogna und Wahr, 2006]. Die Berücksichtigung des Leck-Effekts durch Massenvariationen im Integrationsgebiet selbst (Leck-Effekt von innen) und in dessen Umgebung erweist sich als eines der kritischen Probleme. Dies bleibt zum Teil unberücksichtigt [z.B. Ramillien u.a., 2006]. Zum Teil werden Modelle der erwarteten Massenvariationen herangezogen, um deren Dämpfung durch den Leck-Effekt zu ermitteln und diese Dämpfung durch Reskalierung gemäß (4.26) rückgängig zu machen. Velicogna u.a. [2005] sowie Velicogna und Wahr [2006] nehmen bei der

Festlegung des Reskalierungsfaktors eine gleichmäßige Flächendichteänderung innerhalb des Integrationsgebiets an, Chen u.a. [2007] und Fenoglio-Marc u.a. [2006] verwenden realistischere geophysikalische Modelle. Ein weiteres kritisches Problem ist die realistische Abschätzung von GRACE-Fehler-Effekten. Untersuchungen dazu erfolgten z.B. durch Wahr u.a. [2004, 2006] und Schmidt u.a. [2006b]. Eine Fortsetzung der Fehleranalysen durch Horwath und Dietrich [2006] wird in dieser Arbeit (Abschnitt 4.3.3 in Verbindung mit Abschnitt 3.3.3) vorgenommen.

Der Ansatz der Anpassung vorgegebener Muster entspricht der Grundidee, die Satellitenbeobachtungen durch Einführung von Vorinformationen auf eine (kleine) Anzahl von Parametern zurückzuführen, die dann aus einem überbestimmten System geschätzt werden. Der Ansatz entspricht der Mascon-Methode (siehe Abschnitt 3.1.2), mit dem Unterschied, dass er hier auf sphärisch-harmonisch parametrisierten Schwerefeldlösungen und nicht auf den ursprünglichen Satellitenbeobachtungen aufbaut, womit einige Vorteile der Mascon-Methode (Regionalisierung, Möglichkeit angepasster Regularisierung) gemindert werden. Chen u.a. [2006b,d,a] folgen in ihren Analysen von GRACE-Monatslösungen ebenfalls der Grundidee der Anpassung vorgegebener Muster. Die Anpassung erfolgt jedoch im Ortsbereich durch Vergleich geglätteter satellitenbestimmter Flächendichteveränderungen mit den entsprechend geglätteten vorgegebenen Mustern, und die Anpassung ist nicht formalisiert (*“trial and error to match GRACE”* [Chen u.a., 2006b, Absatz 11]), was eine genauere Beurteilung der Methode und Fehlerabschätzungen erschwert. Wiehl u.a. [2005] benutzen den Ansatz der Anpassung räumlicher Muster in einer Fallstudie zur Schätzung von GIA in Fennoskandien in Gegenwart eines „Störsignals“ in Form von Massenvariationen der Ostsee. Dabei wird vereinfachend angenommen, dass GIA in Form eines Vorfaktors zu einem im voraus bekannten Muster geschätzt werden und dass das Ostseemassensignal ebenfalls einem festen Muster (mit variablem Vorfaktor) folgt. Eine analytische Darstellung zeigt die Abhängigkeit der verzerrenden Wirkung des „Störsignals“ von einem Parameter, der die Ähnlichkeit beider Signale, „wie GRACE sie sieht“, beschreibt. Verallgemeinerungen für mehr als zwei Signale werden von Scheritz [2005] entwickelt. Die in diesen Arbeiten betrachtete Verzerrungswirkung bei der Schätzung des Vorfaktors ist proportional zum hier betrachteten Leck-Effekt.

Die inverse Methode von Ramillien u.a. [2004] stellt einen alternativen, methodisch aufwendigeren Ansatz zur formalisierten Nutzung von Vorinformationen dar. Dabei werden Kovarianzmatrizen der GRACE-Fehler, der zu schätzenden geophysikalischen Variationen und der Fehler von A-priori-Modellen dieser Variationen eingeführt und die Anteile dieser einzelnen Komponenten in den GRACE-Daten invertiert. Im Sinne des Ansatzes der Anpassung vorgegebener Muster kann diese Methode so verstanden werden, dass die Zahl der angesetzten Muster der Zahl der satellitenbestimmten Stokes-Koeffizienten entspricht, wobei sich jedes Muster auf definierte Weise aus GRACE-Fehlerbeiträgen und geophysikalischen Beiträgen zusammensetzt. Bei der praktischen Realisierung müssen Probleme wie die Gewinnung realistischer Kovarianzinformationen, mögliche numerische Instabilitäten und die Notwendigkeit einer nachträglichen Glättung der Ergebnisse bearbeitet werden [Ramillien u.a., 2005], was die Komplexität dieses inversen Ansatzes deutlich macht.

Die Methodik einiger der hier erwähnten Arbeiten, die sich auf antarktische Massensignale beziehen, wird in Abschnitt 4.4 weitergehend diskutiert.

4.2 Praktische Realisierung zur Schätzung von Eismassensignalen Antarktikas

Mit den in Abschnitt 4.1 vorgestellten Methoden werden nun Massen-anomalien für Gebiete der Antarktis aus den GRACE-Monatslösungen des GFZ (Release 4, siehe Abschnitt 3.2) geschätzt. Dieser Abschnitt erklärt Einzelheiten der praktischen Realisierung. Ausgewählte Zwischenergebnisse und Ergebnisse werden präsentiert, um die Methoden zu illustrieren und Grundlagen für Fehler-Untersuchungen im nächsten Abschnitt zu legen.

Das Referenzmodell, bezüglich dessen Massen-anomalien betrachtet werden, enthält zum einen die atmosphärischen und ozeanischen Hintergrundmodelle der GRACE-Monatslösungen. Da atmosphärische und ozeanische Massenvariationen sich im Ozeangebiet zum großen Teil kompensieren, wird bei der Diskussion von Fehlern dieser Modelle sinnvollerweise eine Unterteilung nicht nach atmosphärischen und ozeanischen Variationen getroffen, sondern nach Ozeanboden-druckvariationen und kontinentalen Atmosphärenvariationen, wie in Abschnitt 3.2 erklärt. Weiter enthält das Referenzmodell ein Modell antarktischer GIA (IJ05, siehe Abschnitt 2.2.3.2) und das Hydrologiemodell WGHM (siehe Abschnitt 2.2.3.6), das zusätzlich durch Variationen einer gleichmäßigen Massenbelegung über den Ozeanen ergänzt wird, so dass Massenerhaltung gewährt ist. Für die Monate 09/2006 bis 11/2006, für die keine WGHM-Datensätze vorlagen, wurden Hydrologiedaten durch ein an die vorausgehenden 12 Monate angepasstes Modell aus linearem Signal, harmonischem Jahres- und Halbjahressignal interpoliert. Die Reduktion der Gesamt-massenvariationen um das Referenzmodell mit den genannten Komponenten hat das Ziel, als verbleibende antarktische Massen-anomalien Eismasseneffekte zu isolieren. Die geschätzten Massen-anomalien werden daher auch als geschätzte Eismassensignale bezeichnet. Inwieweit die bezüglich der verwendeten Referenzmodelle definierten Anomalien jedoch tatsächlich als Eismasseneffekte interpretiert werden können, hängt von der Genauigkeit der reduzierten Modelle ab und wird weiter unten diskutiert.

Die betrachteten Gebiete im antarktischen Kontinent („Integrationsgebiete“) zeigt Abbildung 4.1a. Dies sind: der Gesamtkontinent Antarktika (aufliegendes Eis, ohne Inseln), Ostantarktika, Westantarktika und 16 Teilgebiete, die großen Eiseinzugsgebieten entsprechen, wie sie üblicherweise abgegrenzt werden [Davis u.a., 2005; Wingham u.a., 2006; Zwally u.a., 2005]. In der Literatur verwendete Gebietsgrenzen, abgeleitet aus Topographiemodellen der Eisoberfläche und Annahmen an das Fließverhalten [Huybrechts u.a., 2000; Wu und Jezek, 2004], variieren im Detail untereinander. Die hier angesetzte grobe Abgrenzung ist angesichts des räumlichen Auflösungsvermögens von GRACE ausreichend. Die Demonstrationsbeispiele dieses und des folgenden Abschnitts konzentrieren sich auf die Integrationsgebiete Antarktika und Teilgebiet 12 (Gebiet des Pine-Island- und Thwaites-Gletschers im Amundsen-See-Sektor, Westantarktika).

Es werden Realisierungen des allgemeinen Schätzansatzes (4.9) nach den drei in Abschnitt 4.1.4 eingeführten Methoden erprobt. Die entsprechenden drei Realisierungen tragen die Kurzbezeichnungen G1, G2 und M. Die Faktoren η_{mm} werden jeweils für alle Monate identisch festgelegt. Bei dieser Festlegung wird als GRACE-Fehlermodell das quadratische Mittel der kalibrierten Fehler-Standardabweichungen der 40 unregularisierten Monatslösungen verwendet, und es werden keine Korrelationen zwischen den Stokes-Koeffizienten angenommen (unkorreliertes Fehlermodell).

Methode G1 entspricht dem einfachen gebietsoptimierten Ansatz der Gebietsintegration (Abschnitt 4.1.4.1). Die Filterfaktoren w_{nm} werden nach (4.20) berechnet, wozu noch die GRACE-Fehler-schranke σ_{NB}^2 bzw. der Parameter λ zu wählen ist. Für das Gebiet Antarktika wird die Festlegung $\lambda = 0.3$ getroffen, die in Abschnitt 4.3.4.1 begründet wird. Daraus ergibt sich mit (4.16) ein monatlicher GRACE-Fehler-Effekt von 44 Gt (im quadratischen Mittel über die 40 unregularisierten Monate). Das heißt, dass $\lambda = 0.3$ den „optimalen“ Filter für die Fehler-

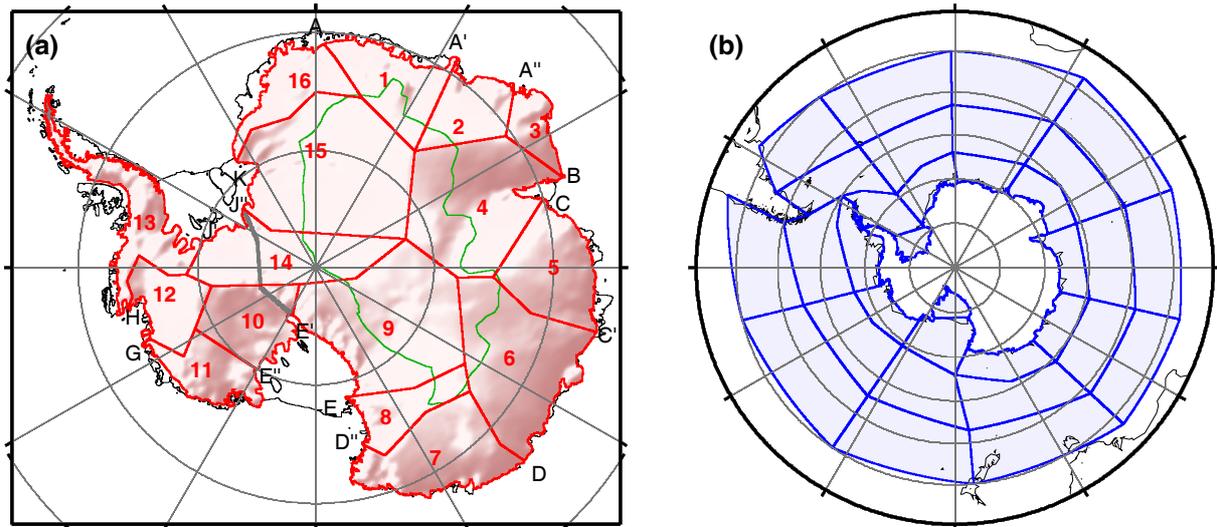


Abbildung 4.1: (a) Teilgebiete Antarktiskas, für die Massensignale geschätzt werden. West- und Ostantarktika (durch dicke graue Linie getrennt) und 16 große Eiseinzugsgebiete (rot). Buchstaben A bis K sind die in der Literatur üblichen Bezeichnungen der Küstenabschnitte. Grün begrenzt ist das in Abschnitt 4.3.5 betrachtete Gebiet niedriger OMB. (b) 32 Ozeangebiete, deren Massenänderungen bei Methode M mit parametrisiert werden.

schranke $\sigma_{NB} = 44$ Gt liefert. Für Gebiet 12 wird $\lambda = 0.03$ gewählt, was einer Fehlerschranke von $\sigma_{NB} = 16$ Gt entspricht. Abbildung 4.2 zeigt die für $\lambda = 0.3$ und $\lambda = 0.03$ erhaltenen Dämpfungsfaktoren w_{nm} . Ein Vergleich mit den kalibrierten GRACE-Fehlern (Abbildung 3.2a) verdeutlicht die Beziehung zu den GRACE-Fehler-Standardabweichungen.

Methode G2 verwendet die in Abschnitt 4.1.4.2 eingeführte modifizierte Gebietsfunktion $\zeta(\Omega)$. Es werden die gleichen Faktoren w_{nm} wie für Methode G1 verwendet, um Vergleiche zu erleichtern. Zusätzlich werden bei der Festsetzung der η_{nm} Faktoren γ gemäß (4.26) in Betracht gezogen. In der Standardrealisierung, auf die sich die folgenden Ausführungen beziehen, falls nichts Abweichendes erwähnt wird, ist $\gamma = 1.32$ für das Integrationsgebiet Antarktika, $\gamma = 1.30$ für das Integrationsgebiet Ostantarktika und $\gamma = 1$ (was einem Verzicht auf das Anbringen von γ entspricht) für alle übrigen Integrationsgebiete. In Abschnitt 4.3.2.1 wird diese Festlegung von γ begründet.

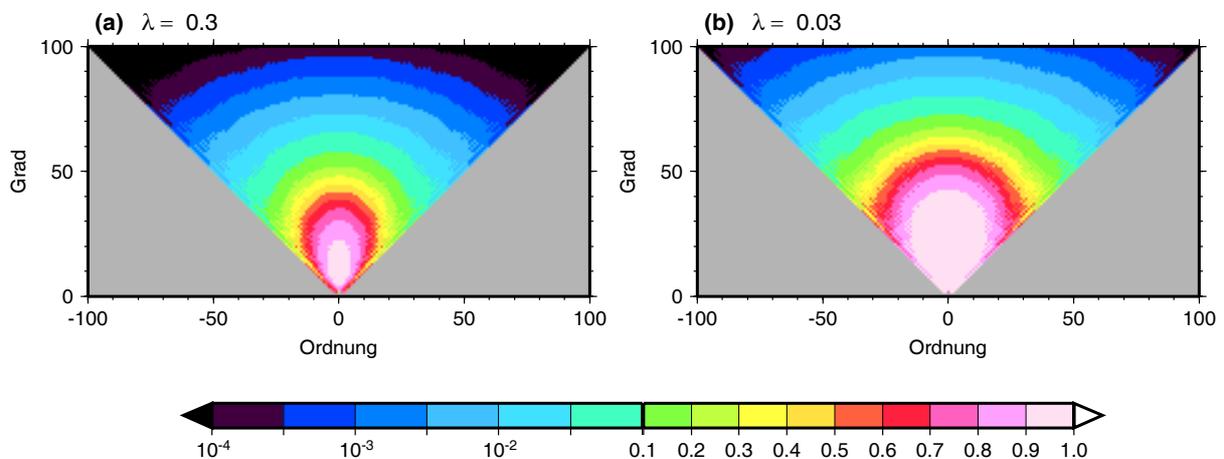


Abbildung 4.2: Faktoren w_{nm} für (a) $\lambda = 0.3$ und (b) $\lambda = 0.03$.

Für Methode M wird ein Satz aus 67 Flächendichtemustern festgelegt. Jedes Muster repräsentiert Flächendichteänderungen innerhalb eines bestimmten Gebiets. Um globale Massenerhaltung zu wahren, sind sie jeweils durch eine gleichmäßige Flächendichteänderung über dem Ozean ergänzt. 16 Muster repräsentieren gleichmäßige Flächendichteänderungen über den 16 Eiseinzugsgebieten. Weitere 16 Muster repräsentieren je eine ortsabhängige Flächendichteänderung $\Delta\kappa(\Omega)$ für diese Gebiete, die von der Kontinentalität $D(\Omega)$ (Abstand zur Aufsetzlinie oder Küste) in der Form

$$\Delta\kappa(\Omega) = \left(\frac{7600}{\sqrt{D(\Omega) \text{ km}^{-1} + 50}} - 199 \right) \text{ kg m}^{-2} \quad (4.33)$$

abhängt. Diese Muster, die am Kontinentrand groß und im Kontinentinneren klein sind, sollen der Tatsache Rechnung tragen, dass Eismassenänderungen tendenziell am Kontinentrand stärker auftreten. Die konkrete Abhängigkeit ist den Analysen von Van Lipzig u.a. [2002] entnommen, die diese Formel (im Vergleich mit anderen einfachen Beziehungen) als die beste Beschreibung des räumlichen Musters mittlerer Jahresniederschläge identifizieren. Ein ähnliches Muster kann von zeitlichen Fluktuationen der OMB erwartet werden, und auch eisdynamische Massenvariationen sind tendenziell am Kontinentrand größer als im Kontinentinneren. Die verbleibenden 35 Muster repräsentieren wieder gleichmäßige Flächendichteänderungen in gewissen Gebieten. Diese Gebiete sind: die 32 in Abbildung 4.1b gezeigten Gebiete des an Antarktika angrenzenden Ozeans (einschließlich Schelfeise); das Festland unter Ausschluss Antarktikas und Grönlands; Grönland; ein kreisförmiges Gebiet mit Mittelpunkt in der Hudson-Bucht (-85° Länge, 61° Breite) und 1200 km Radius. Das Ansetzen dieser letzten 35 Muster entspricht einer groben Parametrisierung von Variationen außerhalb Antarktikas, speziell ozeanischer Variationen, kontinentaler Hydrologie, grönländischer Eismassenänderungen und GIA in Nordamerika.

Die Abbildungen 4.3 und 4.4 zeigen für die drei Methoden G1, G2 und M und für die beiden Integrationsgebiete Antarktika und Gebiet 12 die sich ergebenden Gewichtsfunktionen $\eta(\Omega)$. Zunächst sei $\eta(\Omega)$ für das Integrationsgebiet Antarktika und Methode G1 betrachtet. (Es ist dann also $\eta(\Omega) = \vartheta^{\text{filt}}(\Omega)$.) Das globale Muster des Filterungseffekts (Abbildung 4.4a) ist dominiert durch den Wegfall des Grad-1-Anteils sowie die Dämpfung weiterer Anteile niederen Grades (besonders $(n, m) = (2, 0)$, gedämpft mit Faktor 0.28). Auch der Wegfall des Grad-0-Anteils (global konstanter Wert von 0.024) ändert die Funktion. Dies hat aber auf die Schätzung keinen Einfluss, da $\Delta\kappa(\Omega)$ im globalen Mittel Null ist. Die Dämpfung der niederen Grade bewirkt auch, dass $\vartheta^{\text{filt}}(\Omega)$ innerhalb des Integrationsgebiets durchgängig kleiner als Eins ist. Die Dämpfung von Anteilen hoher Grade bewirkt eine Glättung des Funktionsverlaufs in der Nähe der Gebietsgrenze. Werte an der Grenze liegen typischerweise um 0.3.

Für Methode G2 und Integrationsgebiet Antarktika ist das globale Muster ähnlich dem für Methode G1. Die Auslenkungen sind lediglich größer, da beim Übergang von $\vartheta(\Omega)$ zu $\zeta(\Omega)$ die Varianz der Funktion (besonders in den niederen Graden) zunimmt, vor allem aber weil die Skalierung mit $\gamma = 1.32$ erfolgte. Durch diese Skalierung ist auch $\eta(\Omega)$ im Integrationsgebiet im Allgemeinen nahe Eins. Der im Ozean sanft abfallende Verlauf der (ungefilterten) modifizierten Gebietsfunktion $\zeta(\Omega)$ sorgt dafür, dass $\eta(\Omega) = \zeta^{\text{filt}}(\Omega)$ an der Küste noch Werte nahe Eins annimmt und erst in größerer Entfernung zu Null absinkt.

Für Methode M und Integrationsgebiet Antarktika weicht $\eta(\Omega)$ im globalen Maßstab und in der Antarktis relativ stark von der Gebietsfunktion $\vartheta(\Omega)$ ab. Die Gewichtsfunktion $\eta(\Omega)$ ergibt sich bei dieser Methode indirekt aus einer Schätzung nach einem Gauß-Markov-Modell, das spezielle, die Allgemeinheit stark einschränkende Vorinformationen enthält. Bei der Konstruktion von $\eta(\Omega)$ bestand demnach nicht die Forderung, dass $\eta(\Omega)$ etwa in jedem Punkt „nahe“ der Gebietsfunktion $\vartheta(\Omega)$ sein soll, sondern $\eta(\Omega)$ erfüllt lediglich die Forderung, dass für gewisse Muster von Flächendichteänderungen das Integral mit der Gewichtsfunktion $\eta(\Omega)$ gleich dem

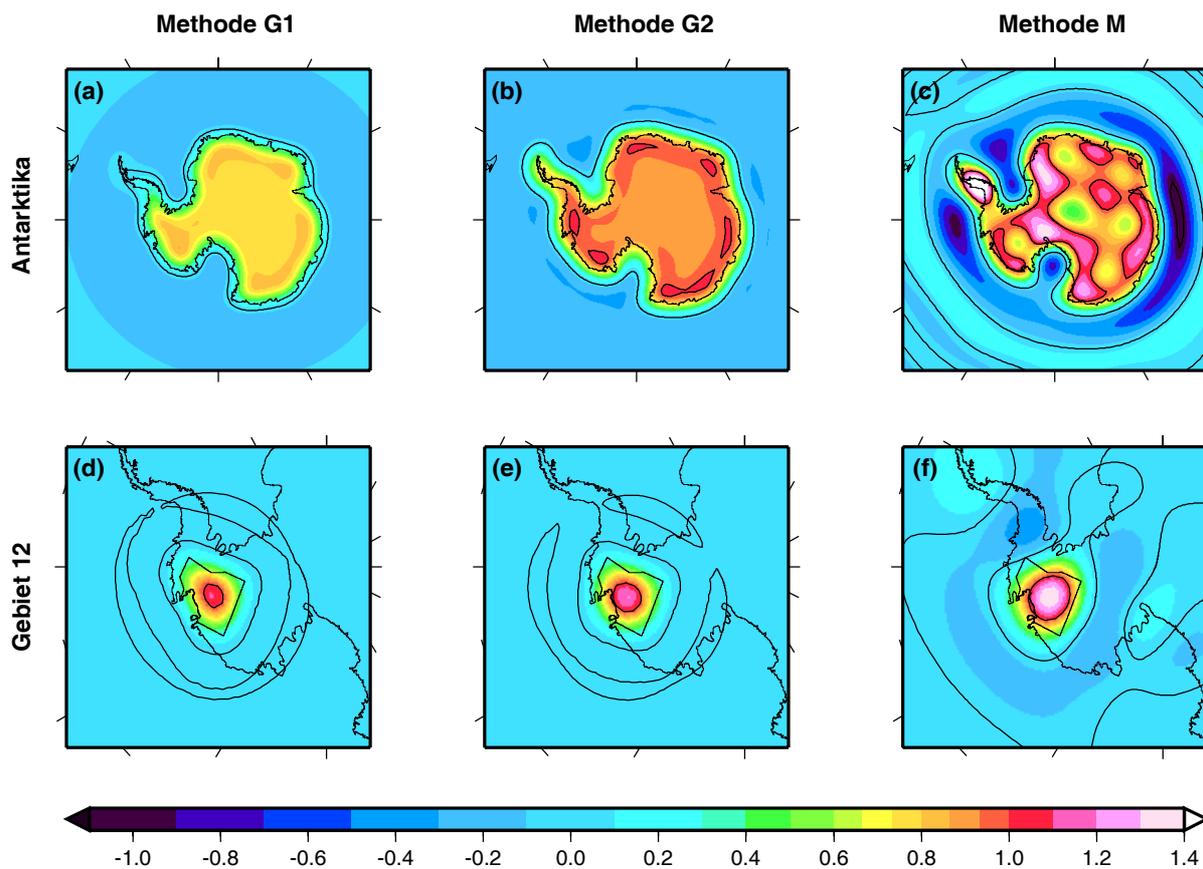


Abbildung 4.3: Gewichtsfunktion $\eta(\Omega)$ zur Schätzung der Massensignale für Integrationsgebiet Antarktika (oben) und Gebiet 12 (unten) mit den drei Methoden G1, G2 und M (links, mitte, rechts). Isolinien (fett schwarz) zeigen die Werte $-1, 0, 1$.

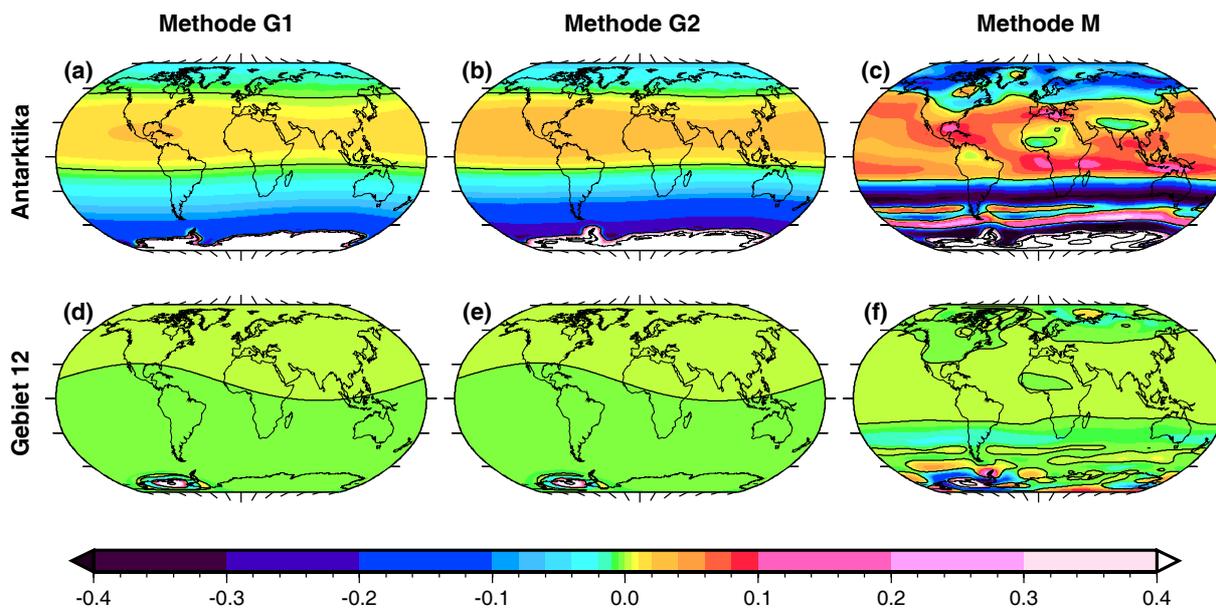


Abbildung 4.4: Wie Abbildung 4.3, jedoch globale Darstellung mit abweichender Farbskala.

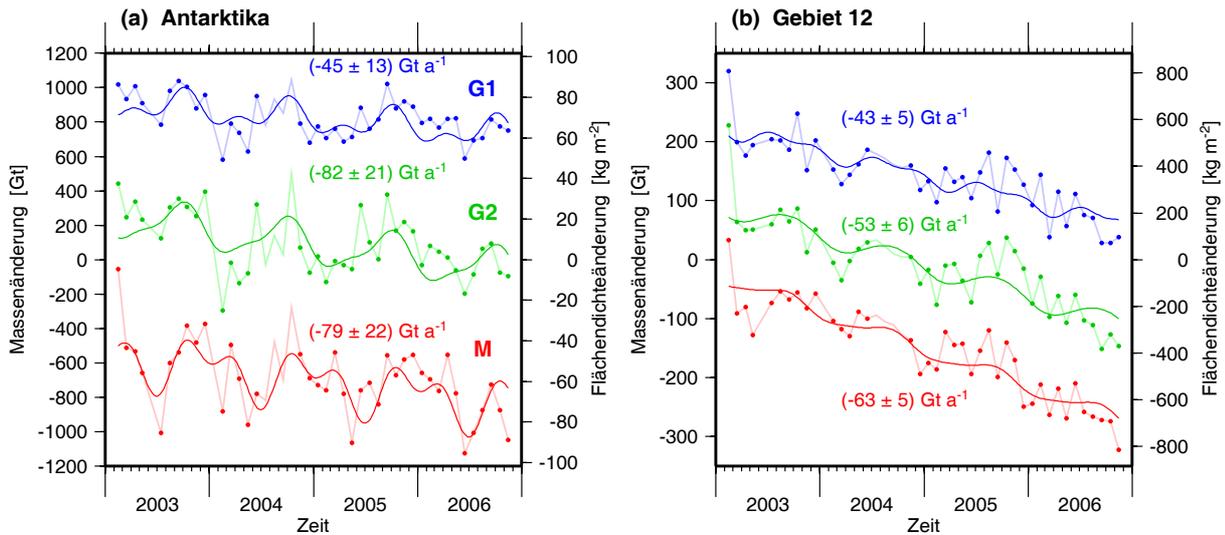


Abbildung 4.5: Geschätzte Eismassensignale für (a) Antarktika und (b) Gebiet 12 mit den Methoden G1 (blau), G2 (grün) und M (rot). Punkte zeigen die Signale für unregulisierte Monate, gestrichelte Linien deren Verbindung (einschließlich der regulisierten Monate 07/2004 bis 10/2004), durchgezogene Linien das angepasste lineare und saisonale Modell. Ebenfalls angegeben sind die Trends aus dieser Anpassung. Die Ordinaten zeigen jeweils links Massenänderungen und rechts mittlere Flächendichteänderungen des Gebiets. Absolute Niveaus sind zur besseren Lesbarkeit willkürlich verschoben.

Integral mit der exakten Gebietsfunktion $\vartheta(\Omega)$ sein muss.

Für Gebiet 12 und die Methoden G1 und G2 sind die Auslenkungen des globalen Musters kleiner als für Antarktika, weil die Anteile niedriger Grade in der Gebietsfunktion kleiner sind. Die Dämpfung hoher Grade führt nun nicht nur zu einer Glättung des Übergangs an der Gebietsgrenze, sondern auch zu einem Überschwingen der Gewichtsfunktion im Gebietsinneren auf Werte größer als Eins. Bei Methode M sind die Abweichungen der Gewichtsfunktion von der Gebietsfunktion wiederum größer als bei den Methoden G1 und G2.

Die Zeitreihen geschätzter monatlicher Eismassensignale, wiederum für die drei Methoden und die zwei Gebiete, zeigt Abbildung 4.5. An diese Zeitreihen (ohne die Monate 07/2004 bis 10/2004 mit regulierten Monatslösungen) wird ein Modell des zeitlichen Verlaufs angepasst, das aus einem linearen Signal und harmonischen Signalen mit Jahres- und Halbjahresperiode besteht („lineares und saisonales Modell“). Dabei werden die einzelnen Monate entsprechend ihrer GRACE-Fehler-Effekte gewichtet, die als Fortsetzung der kalibrierten Fehler gemäß (4.16) berechnet werden. Die Gewichtung folgt der Annahme, dass Abweichungen der Zeitreihen von einem linearen und saisonalen Verlauf durch GRACE-Fehler-Effekte dominiert sind. In Abschnitt 4.3.3 wird diese Annahme untermauert. Die für Antarktika und Gebiet 12 erhaltenen Trends sind in Abbildung 4.5 eingetragen.

4.3 Fehler der geschätzten Eismassensignale

Die Fehleruntersuchungen dieses Abschnitts konzentrieren sich auf den linearen Trend der geschätzten Massensignale $\widehat{\Delta m}(t)$, der ein wesentliches Extrakt aus den Zeitreihen bildet. Untersuchungen zu Fehlern weiterer zeitveränderlicher Komponenten, wie z.B. des saisonalen Anteils, können ähnlichen methodischen Ansätzen folgen. Auch wenn dieser Abschnitt bereits auf ei-

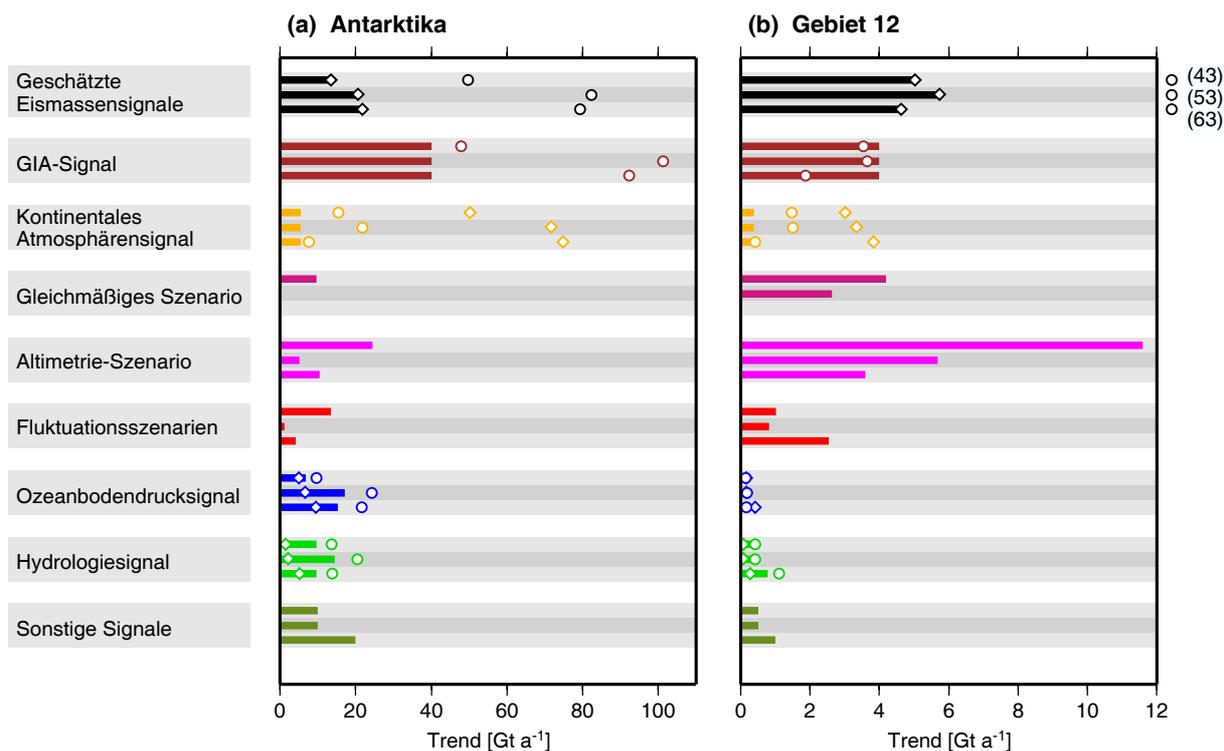


Abbildung 4.6: Fehler- und Signalhaushalt des geschätzten Eismassentrends für (a) Antarktika und (b) Gebiet 12. Balken markieren geschätzte Fehlerbeiträge. Zur Ergänzung zeigen Kreise die Beträge von Trends (Werte außerhalb des Achsenbereichs am Rand gekennzeichnet) und Rhomben A-posteriori-Fehler von Trends. Drei untereinander angeordnete Einträge pro Effekt (d.h. pro Farbe) beziehen sich auf die Methoden G1, G2 (mit dunklerem Grau unterlegt) und M. Siehe Text für weitere Erläuterungen.

nige praktische Ergebnisse Bezug nimmt, um deren Fehleranteile zu diskutieren, erfolgt eine geschlossene Darstellung der Ergebnisse erst im Abschnitt 4.4. Ausgangspunkt der Fehleruntersuchungen sind die A-posteriori-Fehler der praktisch geschätzten Trends. Sie sind in Abbildung 4.6 als schwarze Balken dargestellt und bilden den ersten Baustein einer Übersicht, die durch die Untersuchungen der folgenden Abschnitte zusammengetragen wird. Als stochastische Fehlermaße werden stets Standardabweichungen angegeben.

4.3.1 Einfluss von Massenvariationen, die den Eismassenvariationen überlagert sind

Den Eismassenvariationen Antarktikas sind Massenvariationen durch GIA und kontinentale atmosphärische Variationen räumlich überlagert. Modelle dieser beiden Prozesse wurden als Bestandteile des Referenzmodells von den GRACE-Datensätzen reduziert (siehe Abschnitt 4.2). Abbildung 4.7 zeigt die reduzierten Massensignale dieser Modelle oder, mit anderen Worten, den Beitrag, den die Modelle zur Schätzung liefern würden, wenn sie nicht reduziert wären. Abbildung 4.6 zeigt die Beträge der zugehörigen Trends (braune bzw. orange Kreise). Bei fehlerfreien Modellen wäre die Schätzung nach jeder der drei Methoden frei von Einflüssen von GIA und atmosphärischen Variationen. Tatsächlich enthalten die Modelle jedoch Fehler, deren Einfluss nun abgeschätzt und diskutiert wird.

Das reduzierte GIA-Massensignal hat im Fall des Integrationsgebiets Antarktika mit 48 Gt a^{-1} , 101 Gt a^{-1} bzw. 92 Gt a^{-1} für Methode G1, G2 bzw. M einen ähnlich großen Betrag wie der Trend des geschätzten Eismassensignals. Die GIA-Reduktion hat also entscheidenden

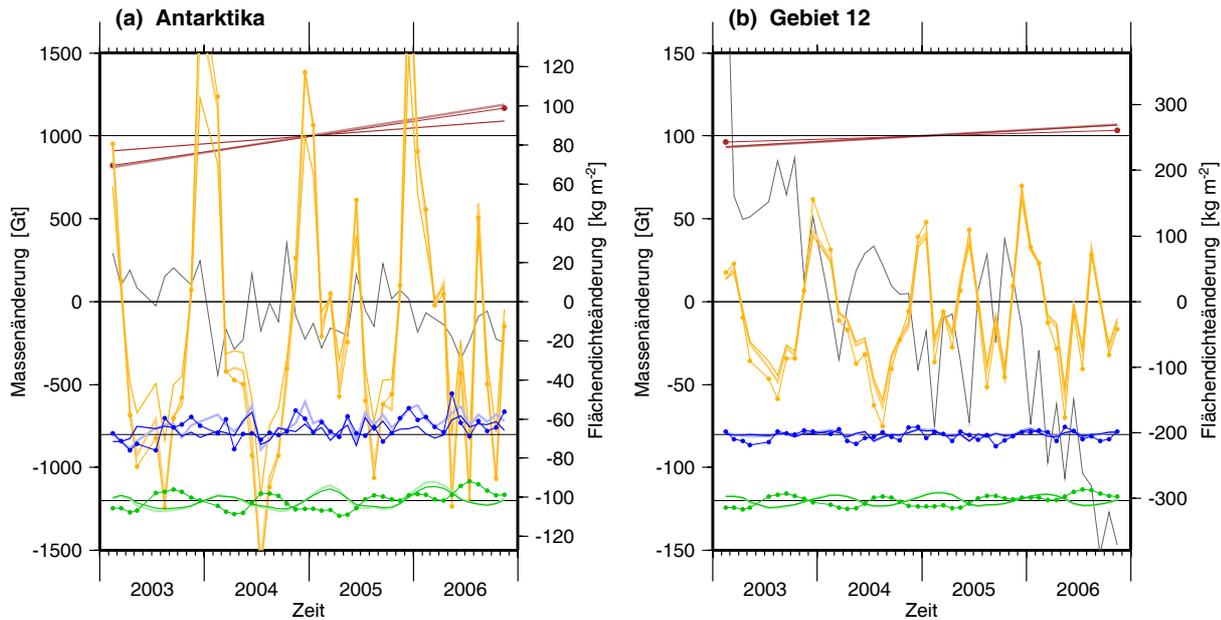


Abbildung 4.7: Reduzierte Massensignale für (a) Antarktika und (b) Gebiet 12 nach dem GIA-Modell (braun), kontinentalen Atmosphärenmodell (orange), Ozeanbodendruck-Modell (blau) und Hydrologiemodell (grün). Zu jeder Farbe entsprechen die drei Kurven (blass; kräftig; mit Punkten) den Methoden G1, G2 bzw. M. Zum Größenvergleich ist auch die Eismassensignal-Schätzung nach Methode G2 gezeigt (schwarz). Absolute Niveaus sind willkürlich verschoben.

Einfluss auf das Ergebnis. Ohne sie betrüge z.B. der mit Methode G2 geschätzte Eismassentrend nicht -82 Gt a^{-1} , sondern $+19 \text{ Gt a}^{-1}$. Gegenwärtige Modelle für GIA sind jedoch mit großen Unsicherheiten behaftet (siehe Abschnitt 2.2.3.2).

Zur groben Abschätzung des Einflusses dieser Unsicherheiten wird hier auf Ergebnisse von Velicogna und Wahr [2006] Bezug genommen. Diese Autoren berechnen mit den beiden Modellen der Vereisungsgeschichte IJ05 [Ivins und James, 2005] und ICE-5G [Peltier, 2004] und mit einer Spanne von Mantelviskositätsparametern jeweils die GIA-Reduktion. Die Ergebnisse streuen zwischen 104 Gt a^{-1} und 249 Gt a^{-1} . (Die Autoren benutzen die Einheit km^3 Eis pro Jahr, die 0.917 Gt a^{-1} entspricht.) Die Autoren verwenden den Mittelwert dieser beiden Extreme als GIA-Reduktion und seinen Abstand zu den Extremwerten (72.5 Gt a^{-1}) als Unsicherheit dieser Reduktion. Die große Spanne entsteht hierbei durch Unterschiede der beiden Vereisungsgeschichten, wobei die Ergebnisse aus ICE-5G systematisch größer sind als die aus IJ05. Ivins und James [2005, 2006b] argumentieren, dass neuere geologische Befunde gegen die in ICE-5G enthaltenen starken antarktischen Eisabnahmen seit dem letzten glazialen Maximum sprechen. Die oberen Werte in der Spanne erscheinen daher wenig realistisch. Die von Velicogna und Wahr [2006] ermittelten GIA-Reduktionen sind auch durch die verwendete Gewichtsfunktion $\eta(\Omega)$ beeinflusst, die im Kontinentinneren deutlich größer als Eins (an der Wurzel der Antarktischen Halbinsel z.B. um 1.4) und über den großen Schelfeisen deutlich größer als Null ist, so dass Leck-Effekte wahrscheinlich signalverstärkend auf die GIA-Korrektur wirken. Aufgrund dieser Überlegungen wird in dieser Arbeit als grober Anhaltspunkt für die Unsicherheit der GIA-Reduktion ein Wert von 40 Gt a^{-1} (um den Faktor 1.8 kleiner als der Wert bei Velicogna und Wahr [2006]) angenommen.

Für Integrationsgebiet 12 sind die reduzierten GIA-Trends kleiner als 4 Gt a^{-1} und damit kleiner als die A-posteriori-Fehler des Eismassentrends (siehe Abbildung 4.6b). Ihre Unsicherheit wird mit 4 Gt a^{-1} angenommen und hat, falls diese Annahme zutrifft, einen untergeordneten

Einfluss auf den geschätzten Eismassentrend.

Was atmosphärische Variationen betrifft, so variiert das reduzierte Massensignal im Fall des Integrationsgebiets Antarktika stärker als die übrigen in Abbildung 4.7a dargestellten Massensignale. Die Tatsache, dass auch das geschätzte Eismassensignal viel schwächer variiert als das reduzierte Atmosphärensignal, deutet auf eine hohe relative Genauigkeit der atmosphärischen Reduktion hin. Die nichtlinearen, nichtsaisonalen Variationen des geschätzten Eismassensignals betragen in ihrer Standardabweichung nur 25% bis 30% der entsprechenden Variationen des reduzierten Atmosphärensignals, wie man aus einem Vergleich der in Abbildung 4.6a als schwarze bzw. orange Rhomben eingetragenen A-posteriori-Fehler ersieht. Die relative Genauigkeit des reduzierten Atmosphärensignals kann also selbst in einem pessimistischen Ansatz mit 25% angenommen werden, jedenfalls für die nichtlinearen, nichtsaisonalen Anteile. Dies lässt vermuten, dass auch der lineare Anteil, der in den vierjährigen atmosphärischen Zeitreihen enthalten ist (22 Gt a^{-1} für Methode G2) entsprechend hohe relative Genauigkeit besitzt, und entsprechend wird der Fehlerbeitrag auf $25\% \times 22 \text{ Gt a}^{-1}$ abgeschätzt. Zweifelsfrei können größere Fehler im reduzierten atmosphärischen Trend, z.B. durch Änderungen in den operationellen Analyseverfahren des ECMWF, jedoch nicht ausgeschlossen werden.

Für Integrationsgebiet 12 sind die Trends der reduzierten Atmosphärensignale klein gegen die A-posteriori-Fehler der Eismassentrends, und Gleiches kann für die Fehler der Trends der reduzierten Atmosphärensignale erwartet werden. Sie werden wiederum mit 25% der absoluten Reduktion bei Methode G2 angesetzt.

Die hier getroffenen Fehlerabschätzungen sind in Abbildung 4.6 eingetragen (braune bzw. orange Balken).

4.3.2 Leck-Effekte

Hier werden Modellszenarien geophysikalischer Massenvariationen herangezogen, um grobe Abschätzungen der zu erwartenden Leck-Effekte in geschätzten Eismassensignalen abzuleiten. Leck-Effekte durch Fehler der reduzierten Modelle für GIA und Atmosphärenvariationen wurden als ein Bestandteil des Gesamteffekts dieser Modellfehler bereits in Abschnitt 4.3.1 betrachtet. In Antarktika verbleiben als Auslöser von Leck-Effekten noch die Eismassenvariationen selbst (Abschnitt 4.3.2.1). Leck-Effekte durch Massenvariationen, die ausschließlich außerhalb Antarktikas ablaufen, sind das Thema von Abschnitt 4.3.2.2.

4.3.2.1 Leck-Effekte durch Eismassenvariationen Antarktikas

Es werden Szenarien antarktischer Eismassenvariationen betrachtet, die stets durch eine konstante Flächendichteänderung über dem Ozean ergänzt sind, so dass Massenerhaltung gewährleistet ist. Als erstes Szenario wird ein über dem Kontinent Antarktika konstanter Flächendichtetrend angenommen („gleichmäßiges Szenario“). Der Wert des Trends wird bei Rechnungen für das Integrationsgebiet Antarktika auf $3 \text{ kg m}^{-2} \text{ a}^{-1}$ und für Gebiet 12 auf $100 \text{ kg m}^{-2} \text{ a}^{-1}$ gesetzt, um realistische Größen für mittlere Flächendichteänderungen in den betreffenden Gebieten zu benutzen (vgl. Abschnitt 2.2.2).

Für Methode M entstehen daraus keine Leck-Effekte, da das räumliche Flächendichtemuster des gleichmäßigen Szenarios Linearkombination der angesetzten räumlichen Muster ist, also durch das Gauß-Markov-Modell (4.27) exakt beschrieben wird.

Für Methode G1 und den Fall des Integrationsgebiets Antarktika bewirken die antarktischen Flächendichteveränderungen einen reinen Leck-Effekt von innen. Sein relativer Effekt (d.h. der Leck-Effekt bezogen auf das „wahre Massensignal“) entspricht der Abweichung zwischen dem Mittelwert von $\eta(\Omega)$ über Antarktika und Eins (siehe Gleichung 4.14). Er beträgt -29.5% (vgl. Abbildung 4.3a). Der durch den ozeanischen Massenausgleich induzierte Leck-Effekt von

außen ist vergleichsweise gering mit +2.3% des antarktischen Massensignals. Insgesamt beträgt der relative Leck-Effekt durch das gleichmäßige Szenario damit -27.1% . (Diskrepanzen in der letzten Dezimalstelle sind rundungsbedingt.) Für Teilgebiet 12 als Integrationsgebiet bewirkt die Flächendichteanomalie innerhalb des Gebiets einen Leck-Effekt von innen, der der mittleren Abweichung zwischen $\eta(\Omega)$ und Eins in diesem Gebiet entspricht, hier -25.2% . Die Flächendichteanomalien in den übrigen Teilen Antarktikas bewirken einen Leck-Effekt von außen, hier $+11.7\%$, der den Leck-Effekt von innen teilweise kompensiert, da $\eta(\Omega)$ in der Nähe von Gebiet 12 noch deutlich größer als Null ist. Der Leck-Effekt des ozeanischen Massenausgleichs ist mit $+2.9\%$ wieder gering. Insgesamt beträgt der relative Leck-Effekt -10.6% .

Für Methode G1 wirken Leck-Effekte unter den betrachteten Szenarien also signaldämpfend aufgrund der dämpfenden Wirkung des Leck-Effekts von innen. Das gleiche gilt für Methode G2, wenn man keine Reskalierung gemäß (4.26) vornimmt (d.h. wenn $\gamma = 1$): Der relative Gesamt-Leck-Effekt beträgt dann -24.5% für Antarktika und -6.6% für Gebiet 12. Die Feststellung der dämpfenden Wirkung kann den Ansatz motivieren, den Effekt durch eine Reskalierung der Ergebnisse mit einem Faktor $\gamma > 0$ zu kompensieren. Bei genauerer Betrachtung resultiert die dämpfende Wirkung daher, dass erstens $\eta(\Omega)$ im Mittel über das Integrationsgebiet kleiner als Eins ist und dass zweitens im Spezialfall des gleichmäßigen Szenarios der relative Leck-Effekt von innen gerade der mittleren Abweichung zwischen η und Eins im Integrationsgebiet entspricht. Die zweite Feststellung ist allerdings auf allgemeinere Szenarien nicht übertragbar. Damit wirken Leck-Effekte von innen auch nicht notwendigerweise signaldämpfend. Um dies zunächst an einem einfachen Rechenbeispiel zu verdeutlichen, denke man sich die Massenvariationen Antarktikas an zwei Punkten konzentriert, wobei $\eta(\Omega) = 1$ an Punkt 1 und $\eta(\Omega) = 0.5$ an Punkt 2 gelten möge. Man vergleiche nun die in Tabelle 4.1 gezeigten Beispielfälle a bis e. Jeweils beträgt das wahre Massensignal -10 Gt a^{-1} . In den Fällen a, b und c wird dieses durch den Leck-Effekt verschieden stark gedämpft. In den Fällen d und e, in denen die Massenvariationen an den Punkten 1 und 2 unterschiedliche Vorzeichen haben, bewirkt der Leck-Effekt jedoch eine Verstärkung bzw. eine Vorzeichenumkehr. Es bleibt also zu klären, ob unter realistischen Bedingungen die Signaldämpfung, die für das gleichmäßige Szenario festgestellt wurde, zuverlässig genug eintritt, um eine Reskalierung zu rechtfertigen. Dazu werden weitere Massenänderungsszenarien herangezogen.

Aus dem in Abschnitt 2.2.2 vorgestellten Datensatz altimetrisch beobachteter Trends der Eisoberflächenhöhe wird das „Altimetrie-Szenario“ abgeleitet. Die Höhentrends werden hier mit der Dichte von Eis (917 kg m^{-3}) in Flächendichteänderungen umgerechnet. Damit bleibt unberücksichtigt, dass die Höhenänderungen sich tatsächlich auf ein Eis-Luft-Gemisch beziehen und zusätzlich Effekte von GIA enthalten. Um die typische Situation starker Massenvariationen am unmittelbaren Kontinentrand abzubilden, werden zudem Datenlücken am Rand des auf-

Tabelle 4.1: Rechenbeispiele für Ausprägungen des Leck-Effekts durch verschiedene einfache Szenarien antarktischer Eismassenvariationen, die an zwei Punkten konzentriert sind. Massenvariationen jeweils in Gt a^{-1} . Weitere Erläuterungen siehe Text.

	Punkt 1 $\eta(\Omega) = 1$	Punkt 2 $\eta(\Omega) = 0.5$	Wahres Massensignal	Geschätztes Massensignal	Quotient geschätzt / wahr	relativer Leck-Effekt
(a)	-10	0	-10	-10	100%	0%
(b)	-5	-5	-10	-7.5	75%	-25%
(c)	0	-10	-10	-5	50%	-50%
(d)	-30	+20	-10	-20	200%	+100%
(e)	+30	-40	-10	+10	-100%	-200%

liegenden Eises durch Interpolation bzw. Extrapolation gefüllt. (Die Extrapolation erfolgt so, dass die Werte der benutzten Stützstellen nicht überstiegen werden.) Dieses Vorgehen mag für den hier verfolgten Zweck genügen, ein Szenario zu erhalten, dessen räumliche Struktur weitaus realistischer ist als die des gleichmäßigen Szenarios.

Weiter werden Szenarien für Flächendichtetrends aufgestellt, die sich über einen Zeitraum von 4 Jahren aus interannualen Fluktuationen der OMB ergeben. Für diese Fluktuationen wird das in Abschnitt 2.2.2 eingeführte stochastische Modell angesetzt. Als Trend wird der Mittelwert vierer aufeinanderfolgender jährlicher Fluktuationen betrachtet. Zum stochastischen Modell dieses Trends (abgeleitet aus dem stochastischen Modell jährlicher Fluktuationen) wurden 20 Realisierungen pseudozufällig generiert („Fluktuations-Szenarien“).

Abbildung 4.8 zeigt absolute und relative Leck-Effekte unter Annahme des gleichmäßigen Szenarios, das Altimetrie-Szenarios und der Fluktuations-Szenarien für die Methoden G1, G2 (mit $\gamma = 0$) und M (sowie für Methode G2 mit $\gamma > 0$, die weiter unten besprochen wird).

Für das Integrationsgebiet Antarktika (Abbildung 4.8 links) ist festzustellen, dass mit den Methoden G1 und G2 (mit $\gamma = 1$) relative Leck-Effekte typischerweise (aber nicht immer) negativ sind, also signaldämpfend wirken. Mit Methode G2 ($\gamma = 1$) betragen die relativen Leck-Effekte dabei fast durchweg zwischen -15% und -35% . Der Dämpfungseffekt tritt also relativ zuverlässig ein. Mit Methode G1 haben die Effekte im Mittel größere Beträge und streuen deutlich stärker, was mit dem inhomogeneren Verlauf von $\eta(\Omega)$ innerhalb Antarktikas zu erklären ist. Für das Altimetrie-Szenario beträgt der relative Leck-Effekt mit Methode G1 zum Beispiel beträchtliche -62% : Der positive gesamtantarktische Massentrend des Altimetrie-Szenarios (siehe Abbildung 2.4) wird stark von positiven Anomalien auf der Antarktischen Halbinsel geprägt, und eben diese Region wird durch $\eta(\Omega)$ (siehe Abbildung 4.3a) besonders stark gedämpft. Als kurzer Exkurs sei erwähnt, dass für das Integrationsgebiet Westantarktika (Ergebnisse hier nicht gezeigt) $\eta(\Omega)$ im Gebiet der Antarktischen Halbinsel ähnlich dämpfend wirkt und damit im Altimetrie-Szenario negative absolute Leck-Effekte hervorruft, wodurch die negative „wahre“ westantarktische Anomalie verstärkt wird (relativer Leck-Effekt von etwa $+200\%$). – Es wirkt also der Mechanismus des Falls d von Tabelle 4.1. Mit Methode M ist keine Tendenz zur Signaldämpfung durch den Leck-Effekt erkennbar. Die Leck-Effekte sind typischerweise deutlich geringer als mit den Methoden G1 und G2 ($\gamma = 1$).

Für Gebiet 12 als Integrationsgebiet (Abbildung 4.8 rechts) ist die Dämpfungstendenz der Leck-Effekte mit den Methoden G1 und G2 ($\gamma = 1$) weniger deutlich, da der tendenziell dämpfende Leck-Effekt von innen durch Leck-Effekte von Anomalien außerhalb des Gebiets überlagert wird. Die Fluktuations-Szenarien induzieren mit Methode M tendenziell stärkere Leck-Effekte als mit den Methoden G1 und G2 ($\gamma = 1$). Dies ist dadurch zu erklären, dass $\eta(\Omega)$ bei Methode M außerhalb des Gebiets 12 stärker von Null abweicht als bei den Methoden G1 und G2.

Dass mit Methode G2 ($\gamma = 1$) – zumindest für Integrationsgebiet Antarktika – eine stabile Dämpfungstendenz besteht, gibt nun Anlass, die Kompensation dieser Dämpfung durch eine Reskalierung mit einem Faktor $\gamma > 1$ gemäß (4.26) zu untersuchen. Der Faktor γ wird dabei so gewählt, dass er gerade die Signaldämpfung kompensiert, die beim gleichmäßigen Szenario eintritt. Für das Integrationsgebiet Antarktika wird also $\gamma = (1 - 24.5\%)^{-1} = 1.32$ und für Gebiet 12 $\gamma = (1 - 6.6\%)^{-1} = 1.07$ gesetzt. Abbildung 4.8 zeigt auch die Ergebnisse unter Nutzung dieser Reskalierung (grün). Beim gleichmäßigen Szenario tritt nun, gemäß der Festlegung von γ , kein Leck-Effekt auf. Für das Integrationsgebiet Antarktika verringert sich der Leck-Effekt auch im Altimetrie-Szenario und den meisten Fluktuations-Szenarien erheblich, wie aufgrund des relativ stabilen Dämpfungseffekts, der mit $\gamma = 1$ festgestellt wurde, zu erwarten war. Die Leck-Effekte sind nun im Mittel deutlich kleiner als für Methode M. Von der Reskalierung ist daher eine deutliche Verminderung von Leck-Effekten durch antarktische Eismassenvariationen zu erwarten. Für das Integrationsgebiet Antarktika wird Methode G2 daher, wie bereits in Abschnitt 4.2

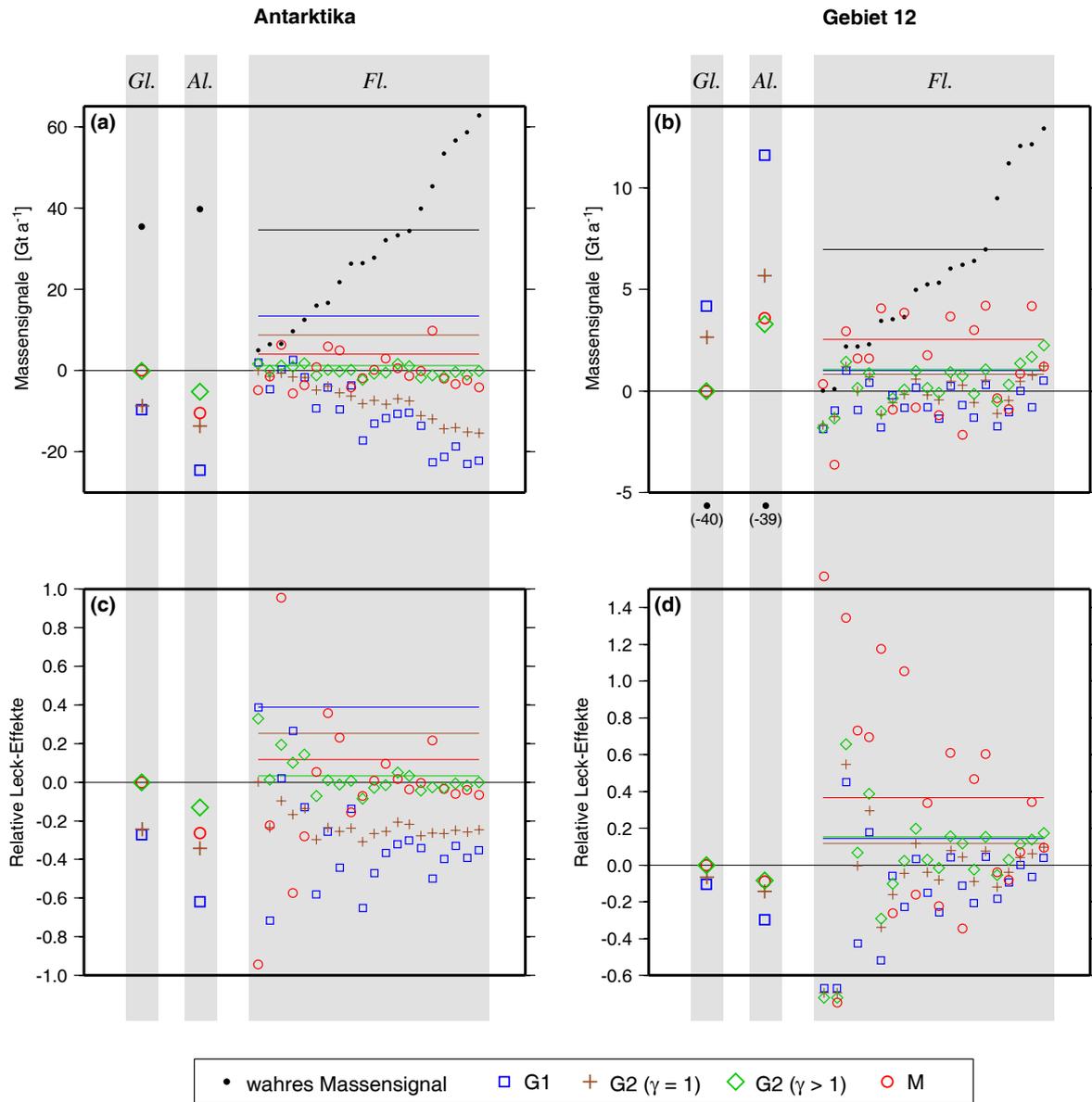


Abbildung 4.8: Leak-Effekte durch antarktische Eismassenvariationen für Integrationsgebiet Antarktika (links) und Gebiet 12 (rechts), ausgedrückt als absolute Effekte (oben) und relative Effekte (unten). Hinterlegte graue Rechtecke kennzeichnen die angenommenen Szenarien: gleichmäßiges Szenario (Überschrift Gl.), Altimetrie-Szenario (Al.) und Fluktuationsszenarien (Fl.). Die Einträge im Einzelnen: „wahre“ Eismassentrends (schwarz), Leak-Effekte mit Methode G1 (blau), mit Methode G2 und $\gamma = 1$ (braun), mit Methode G2 und $\gamma > 1$ (siehe Text) (grün), mit Methode M (rot). Der Übersichtlichkeit halber haben alle Fluktuationsszenarien positive „wahre“ Trends (gegebenenfalls durch Vorzeichenumkehr herbeigeführt) und sind nach der Größe dieser Trends geordnet. Für die Fluktuationsszenarien zeigen horizontale Linien mittlere Werte, und zwar in (a) und (b) die quadratischen Mittel der jeweiligen Effekte und in (c) und (d) die Quotienten aus den quadratischen Mitteln der Leak-Effekte und der „wahren“ Trends. Werte außerhalb des Achsenbereichs sind am Rand angezeigt.

angegeben, mit dem Skalierungsfaktor $\gamma = 1.32$ realisiert. Für Gebiet 12 verringert sich der Leak-Effekt zwar im Altimetrie-Szenario, vergrößert sich aber im quadratischen Mittel über die Fluktuationsszenarien. Von einer Skalierung mit $\gamma > 1$ wird daher in der Standardrealisierung der Methode G2 für Gebiet 12 abgesehen.

Die Ergebnisse dieses Abschnitts sind in der Fehlerzusammenstellung der Abbildung 4.6 eingetragen, für die Fluktuationsszenarien in Form der in Abbildung 4.8 als Linien dargestellten mittleren Effekte.

4.3.2.2 Leck-Effekte durch Massenvariationen außerhalb Antarktikas

Wesentliche Massenvariationen außerhalb Antarktikas wurden durch die Reduktion von Modellen für atmosphärische, ozeanische und hydrologische Variationen reduziert (siehe Abschnitt 4.2). Einflüsse durch Fehler modellierter kontinentaler Atmosphärenvariationen wurden bereits in Abschnitt 4.3.1 diskutiert, da sie auch Variationen in Antarktika umfassen. Hier werden die reduzierten Massensignale (mit anderen Worten: die Leck-Effekte) des Ozeanbodendruckmodells und des Hydrologiemodells WGHM betrachtet, um Effekte durch deren Fehler abzuschätzen.

Die Zeitreihen der reduzierten Massensignale sind in Abbildung 4.7 und die Beträge ihrer Trends in Abbildung 4.6 gezeigt. Es sei bemerkt, dass die massenkompensierende ozeanische Flächendichteänderung einen wesentlichen Einfluss auf die erhaltenen Leck-Effekte der hydrologischen Variationen hat. Für die Methoden G1 und G2 kann man sich dies anhand des globalen Verlaufs der Funktionen $\eta(\Omega)$ verdeutlichen (Abbildung 4.4): $\eta(\Omega)$ ist in Regionen großer hydrologischer Variationen (z.B. Amazonasgebiet) nahe Null, aber im Mittel über den Ozean deutlich kleiner als Null.

Für das Integrationsgebiet Antarktika (Abbildung 4.6a) sind die reduzierten ozeanischen und hydrologischen Trends betragsmäßig ähnlich groß wie die A-posteriori-Fehler der geschätzten Eismassentrends. Trifft man nun die Arbeitsannahme, dass sich die Leck-Effekte der Modelle in ihrer Varianz je zur Hälfte aus wahren geophysikalischen Variationen und Modellfehlern zusammensetzen, dann ergeben die in Abbildung 4.6 eingetragenen Beträge, geteilt durch $\sqrt{2}$, Standardabweichungen für die Leck-Effekte durch Modellfehler. Demnach wären in den Eismassentrends die Leck-Effekte aus beiden Typen von Massenvariationen zusammengenommen etwa so groß wie die A-posteriori-Fehler.

Für das Integrationsgebiet Gebiet 12 (Abbildung 4.6b) ist der Einfluss der Leck-Effekte durch die beiden Modelle vernachlässigbar gering, verglichen mit den A-posteriori-Fehlern der Eismassentrends. Zu erklären ist dies mit den relativ geringen Auslenkungen der Gewichtsfunktion $\eta(\Omega)$ außerhalb der Antarktis (siehe Abbildung 4.4).

Statt durch die hier getroffene Arbeitsannahme kann man Modellgenauigkeiten auch aus einem Vergleich unterschiedlicher Modelle folgern. Zusätzlich zu den WGHM-Daten lagen für diese Untersuchungen gleichartige monatliche Datensätze der Modelle *Global Land Data Assimilation System* (GLDAS) [Rodell u.a., 2004] und *Land Dynamics Model* (LaD) [Milly und Shmakin, 2002; Shmakin u.a., 2002] vor¹. Für deren Überlappungszeitraum (41 Monate von 01/2002 bis 05/2005) wurden Trends der Leck-Effekte aus allen drei Modellen bestimmt. Die aus der Streuung zwischen den drei Ergebnissen ermittelte Standardabweichung liegt in fünf von sechs Fällen zwischen 10% und 70% des Betrags des Trends aus dem reduzierten WGHM-Massensignal, in einem Fall (Methode M für Integrationsgebiet Antarktika) aber bei 171%. Die oben getroffene grobe Annahme an den Fehlergehalt der Modelle kann also nicht als zu pessimistisch angesehen werden. Hierzu sei bemerkt, dass eine große Unsicherheit der Leck-Effekte der ozeanographischen oder hydrologischen Modelle nicht direkt als Aussage über die Qualität dieser Modelle interpretiert werden kann, da die Leck-Effekte sehr spezielle Funktionale der Modelle (nämlich Integrale mit einer im Vorzeichen wechselnden Gewichtsfunktion) sind, deren Konstruktion nicht ozeanographisch oder hydrologisch motiviert ist.

¹Die Daten wurden im Rahmen des Verbundprojektes TIVAGAM (*Time-variable gravity and surface mass processes: Validation, processing and first application of new satellite gravity data*) durch das GFZ Potsdam bereitgestellt.

Als weitere Massenvariationen außerhalb Antarktikas sollen noch grönländische Eismassenvariationen und Variationen durch GIA in der nördlichen Hemisphäre betrachtet werden. Ein grönländischer Eismassentrend von -200 Gt a^{-1} (vgl. Abschnitt 2.2.3), gleichmäßig auf die Fläche Grönlands verteilt und mit Massenkompensation in den Ozeanen, verursacht für die Methoden G1 und G2 Leck-Effekte in der Größenordnung von 1 Gt a^{-1} für das Integrationsgebiet Antarktika und 0.4 Gt a^{-1} für Gebiet 12. Für Methode M ist der Leck-Effekt Null, da die grönländische Eismassenvariation als räumliches Muster mit angesetzt wird. Um eine Vorstellung der Größenordnung von Leck-Effekten durch GIA auf der Nordhemisphäre zu erhalten, wurde das globale GIA-Modell ICE-4G [Peltier, 1998] herangezogen, das allerdings auch antarktische GIA umfasst. Daher wurden Geoidhöhentrends nach ICE-4G nach (2.10) in globale Flächendichtetrends umgerechnet und diese auf die Nordhemisphäre eingeschränkt, um daraus den Leck-Effekt mit (4.14) zu berechnen. Für Gebiet 12 sind die Leck-Effekte im Betrag kleiner als 1 Gt a^{-1} , für das Integrationsgebiet Antarktika betragen sie für Methode G1, G2 und M -5 Gt a^{-1} , -8 Gt a^{-1} und -22 Gt a^{-1} .

Die Berechnung dieser Effekte ist zu grob, um sie für eine Reduktion benutzen zu können. Sie geben aber einen Anhaltspunkt dafür, wie groß Leck-Effekte unreduzierter Massenvariationen außerhalb Antarktikas (neben den hier betrachteten Effekten auch Gletscherabnahmen z.B. in Alaska) sein können. Dass die Funktion $\eta(\Omega)$ bei Methode M global stärker von Null abweicht als bei den Methoden G1 und G2, macht Methode M dabei anfälliger gegen solche Leck-Effekte. Aufgrund der hier erhaltenen groben Anhaltspunkte sind in Abbildung 4.6 Fehlerabschätzungen für Leck-Effekte „sonstiger Signale“ eingetragen.

4.3.3 GRACE-Fehler-Effekte

Effekte von GRACE-Fehlern auf die monatlichen Schätzungen von Eismassensignalen und auf daraus abgeleitete Trends können zum einen durch Fortpflanzung des unkorrelierten Fehlermodells (basierend auf monatlichen kalibrierten Fehlern) modelliert werden (A-priori-Fehler). Zum anderen enthält der A-posteriori-Fehler der Anpassung des linearen und saisonalen Modells Informationen über die GRACE-Fehler-Effekte, wobei jedoch der Einfluss weiterer, geophysikalisch bedingter Beiträge zu berücksichtigen ist. In diesem Abschnitt werden Fehlerhaushalte nach beiden Ansätzen aufgestellt, verglichen und diskutiert. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.2 zusammengestellt, deren Erläuterung zunächst auf Integrationsgebiet Antarktika und Methode G1 Bezug nimmt.

Die A-priori-Fehler-Standardabweichungen der Einzelmonate betragen im quadratischen Mittel 43.7 Gt (Zeile a) und ergeben einen A-priori-Fehler des Trends von 5.6 Gt a^{-1} (Zeile b). Der A-posteriori-Fehler des Trends beträgt 13.5 Gt a^{-1} (Zeile c). Der Gewichtseinheitsfehler (Zeile h) beträgt damit 2.4, d.h. die Standardabweichung nichtlinearer, nichtsaisonaler Variationen in der Zeitreihe sind um diesen Faktor größer als die A-priori-GRACE-Fehler-Effekte.

Geophysikalisch bedingte Effekte, die in diesen Variationen noch enthalten sind, sind im Wesentlichen: Leck-Effekte durch Fehler der reduzierten Ozeanbodendruck- und Hydrologiemodelle, Effekte durch nichtlineare, nichtsaisonale Eismassenänderungen und Effekte durch Fehler des reduzierten kontinentalen Atmosphärenmodells.

Der Beitrag von Fehlern des Ozeanbodendruckmodells und des Hydrologiemodells zum A-posteriori-Fehler des Trends wird grob auf 3.5 Gt a^{-1} bzw. 1.0 Gt a^{-1} abgeschätzt (Zeile d bzw. e). Die Abschätzung folgt der in Abschnitt 4.3.2.2 formulierten Annahme, dass sich die Varianz der reduzierten Signale je zur Hälfte aus wahren Signal und Fehler zusammensetzt. (Die Abschätzung entspricht damit dem in Abbildung 4.6a gezeigten A-posteriori-Fehler des Trends der ozeanischen bzw. hydrologischen Reduktion, geteilt durch $\sqrt{2}$.)

Auch Variationen der Eismassen selbst enthalten nichtlineare, nichtsaisonale Anteile, vor

Tabelle 4.2: Haushalt formaler Fehler geschätzter Eismassentrends für die Integrationsgebiete Antarktika und Gebiet 12 mit den Methoden G1, G2 und M. Weitere Erläuterungen siehe Text.

		Antarktika			Gebiet 12		
		G1	G2	M	G1	G2	M
(a)	A-priori-Fehler der Einzelmonate [Gt]	43.7	69.0	80.0	16.1	15.4	16.7
(b)	A-priori-Fehler des Trends [Gt a ⁻¹]	5.6	8.8	10.3	2.1	2.0	2.1
(c)	A-posteriori-Fehler des Trends [Gt a ⁻¹]	13.5	20.5	21.7	5.0	5.7	4.6
(d)	Beitrag Ozean [Gt a ⁻¹]	3.5	4.7	6.7	0.1	0.1	0.3
(e)	Beitrag Hydrologie [Gt a ⁻¹]	1.0	1.5	3.6	0.0	0.1	0.2
(f)	Beitrag OMB-Fluktuationen [Gt a ⁻¹]	7.6	7.6	7.6	1.5	1.5	1.5
(g)	verbleibender Effekt von GRACE-Fehler und Atmosphäre [Gt a ⁻¹]	12.1	19.5	20.3	4.9	5.6	4.5
(h)	Quotient (c) / (b)	2.4	2.3	2.1	2.4	2.9	2.2
(i)	Quotient (g) / (b)	2.1	2.2	2.0	2.4	2.8	2.1

allem durch Fluktuationen der OMB. Eine Abschätzung ihres Einflusses erfolgt nun aufbauend auf dem in Abschnitt 2.2.2 eingeführten stochastischen Modell monatlicher Fluktuationen. Diese werden auf die A-posteriori-Fehler des Trends fortgesetzt. Wie in Abschnitt 2.2.2 bemerkt, sagt das Modell für den Gesamtkontinent eine kleinere Standardabweichung voraus als veröffentlichte Studien anhand von Atmosphärenmodellen. Um eine Unterschätzung der Fluktuationen möglichst zu vermeiden, werden die mit dem stochastischen Modell erhaltenen Standardabweichungen mit dem Faktor 1.6 skaliert. Danach beträgt die stochastisch modellierte Standardabweichung jährlicher Fluktuationen über dem Gesamtkontinent 6% der mittleren jährlichen OMB. Im Ergebnis beträgt der geschätzte Beitrag von OMB-Fluktuationen zum A-posteriori-Fehler des Eismassentrends 7.6 Gt a⁻¹ (Zeile f in Tabelle 4.2). Zusätzliche Leck-Effekte durch die OMB-Fluktuationen bleiben hier unberücksichtigt, da sie in der Regel klein gegenüber den tatsächlichen Fluktuationen sind (vgl. Abschnitt 4.3.2.1). Ebenso werden eisdynamisch bedingte Eismassenfluktuationen nicht gesondert veranschlagt.

Reduziert man nun den A-posteriori-Fehler um die angenommenen Effekte durch Ozeanographie, Hydrologie und Eismassenfluktuationen (im Sinne einer Subtraktion der Varianzen), so ergibt sich eine Standardabweichung von 12.1 Gt a⁻¹ (Zeile g). Diese ist als Schätzung für den gemeinsamen Effekt von GRACE-Fehlern und von Fehlern des reduzierten Atmosphärenmodells anzusehen. Der Quotient zwischen dieser Standardabweichung und dem A-priori-Fehler des Trends beträgt 2.1 (Zeile i).

Tabelle 4.2 zeigt die entsprechende Fehlerbilanz auch für die übrigen Schätzmethode und auch für Gebiet 12. Der Quotient zwischen dem gemeinsamen Effekt aus GRACE- und Atmosphärenmodell-Fehlern und dem A-priori-Fehler beträgt jeweils zwischen 2.0 und 2.9. Das Ergebnis ist robust gegenüber den Annahmen an die Beiträge von Ozeanographie, Hydrologie und Eismassenvariationen: Verdoppelt man die angenommenen Varianzen dieser Effekte, so ergeben sich immer noch ausschließlich Quotienten größer als Eins (zwischen 1.1 und 2.7).

Es wird nun postuliert, dass der atmosphärische Effekt gegenüber dem GRACE-Fehler-Effekt klein ist. Für Gebiet 12 ergibt sich dies aus der Diskussion in Abschnitt 4.3.1: Wenn nichtlineare, nichtsaisonale Variationen der atmosphärischen Reduktion 25% oder weniger Fehler haben, beträgt deren Beitrag zum A-posteriori-Fehler des Eismassentrends kaum mehr als 1 Gt a⁻¹. Für Integrationsgebiet Antarktika wird ein Argument für das Postulat weiter unten

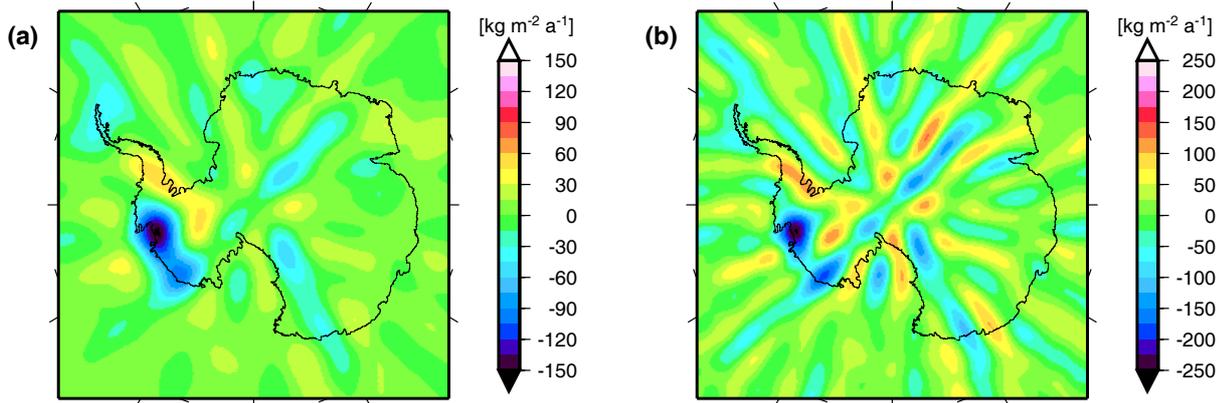


Abbildung 4.9: Trends gefilterter Flächendichte-anomalien $\Delta\kappa^{\text{sat, filt}}$ aus den 40 unregularisierten Monatslösungen. Es wurde mit dem Filter w_{nm} gefiltert, der mit Methode G1 für (a) Integrationsgebiet Antarktika bzw. (b) für Gebiet 12 verwendet wird. Die Farbskalen sind unterschiedlich. Siehe Text für weitere Erläuterungen.

angegeben. Die Ergebnisse in Tabelle 4.2 besagen dann: In den hier realisierten Trendschätzungen sind GRACE-Fehler-Effekte etwa um den Faktor 2 größer als das unkorrelierte Fehlermodell angibt.

Die Erklärung für diese Diskrepanz sind die in Abschnitt 3.3.3 aufgedeckten Korrelationsstrukturen der GRACE-Fehler. Dies soll am Beispiel von Ansatz G1 und Integrationsgebiet Antarktika näher ausgeführt werden: Wie in Abschnitt 4.1.4.1 erklärt wurde („Interpretation B“), kann die Massensignal-Schätzung als über das exakte Gebiet erfolgende Integration der mit einem speziellen Filter geglätteten satellitenbestimmten Flächendichte-anomalien $\Delta\kappa^{\text{sat, filt}}$ verstanden werden. Der in Abschnitt 3.3.3.3 verwendete spezielle Filter (gegeben durch die spektralen Faktoren w_{nm}) ist genau der Filter, der von Methode G1 für das Integrationsgebiet Antarktika angewandt wird. Das heißt, die durch Abbildung 3.12 und 3.13 veranschaulichten Fehler ergeben, integriert über Antarktika, genau die GRACE-Fehler-Effekte bei der Schätzung des antarktischen Eismassensignals. In Abschnitt 3.3.3.3 zeigte sich nun aber, dass die empirischen Fehler in Antarktika (mit Ausnahme des Bereichs südlich von -85° Breite, der nur 8% der Gesamtfläche einnimmt) wesentlich größer sind, als das unkorrelierte Fehlermodell vorhersagt (Quotienten um 1.7, mit starken Schwankungen). Diese größeren Fehler der Flächendichte-anomalien lassen entsprechend größere Fehler im räumlichen Integral erwarten. Zusätzlich könnte das räumliche Korrelationsverhalten der Fehler sich auf die Fehler räumlicher Integrale auswirken. In Abschnitt 3.3.3.3 wurde festgestellt, dass der Flächeninhalt von Bereichen, innerhalb derer die Fehler korreliert sind, rund zweimal größer ist, als durch das unkorrelierte Fehlermodell beschrieben. Dies könnte einen geringeren Mittelungseffekt bei der Gebietsintegration und damit eine weitere Steigerung der Fehler bewirken.

Wenn nun die Quotienten in Tabelle 4.2, Zeile i, durch die in Abschnitt 3.3.3 gefundenen Diskrepanzen zwischen empirischen Fehlern und unkorreliert modellierten Fehlern erklärt sind, so legt die räumliche Struktur der empirischen Fehler das oben formulierte Postulat nahe, dass atmosphärische Effekte eine untergeordnete Rolle spielen: Diese räumliche Struktur (in den großen Skalen breitenabhängig, in kleineren Skalen Nord-Süd-Streifen) scheint unbeeinflusst vom Verlauf der antarktischen Küste wie auch der Küsten des Arktischen Ozeans zu sein. Fehler im Atmosphärenmodell würden sich dagegen vor allem über Land niederschlagen, während sie über Ozean (und entsprechend im ozeanischen Hintergrundmodell) weitgehend invers-barometrisch kompensiert wären.

Eine zusätzliche Veranschaulichung der GRACE-Fehler-Anteile in den Trends gibt Abbildung 4.9. Für die mit w_{nm} gefilterten Flächendichteanomalien $\Delta\kappa^{\text{sat, filt}}$ werden hier punktweise Trends gezeigt, die so berechnet wurden, wie die Trends aus den Zeitreihen der Massensignale, d.h. durch Anpassung des linearen und saisonalen Modells mit denselben monatsabhängigen Gewichten. Die Integration der in Abbildung 4.9a gezeigten Ortsfunktion über Antarktika ergibt also genau den geschätzten Massentrend für Antarktika, und die Integration der in Abbildung 4.9b gezeigten Funktion über Gebiet 12 den Massentrend für dieses Gebiet. Fehlereinflüsse mit meridionaler Streifenstruktur sind deutlich. Dies gilt besonders für Abbildung 4.9b, da für Gebiet 12 eine schwächere Filterung erfolgt (vgl. Abschnitt 4.2). Diese schwache Filterung ist durch die erwarteten großen Massenvariationen in Gebiet 12 und die beabsichtigte Verringerung resultierender Leck-Effekte motiviert, wie in Abschnitt 4.3.4.1 ausgeführt wird.

Die hier für Methode G1 geführte Argumentation lässt sich leicht auf Methode G2 und prinzipiell auch auf Methode M übertragen. Es bleibt also festzuhalten: Die A-posteriori-Fehler der Eismassentrends werden sehr wahrscheinlich dominiert durch GRACE-Fehler-Effekte. Diese GRACE-Fehler-Effekte sind etwa um den Faktor 2 größer, als durch das unkorrelierte Fehlermodell vorhergesagt wird. Ursache dieser Diskrepanz sind Korrelationsstrukturen in den GRACE-Fehlern, die durch das unkorrelierte Fehlermodell nicht beschrieben werden.

Die Feststellung, dass Abweichungen der Zeitreihen von einem linearen und saisonalen Verhalten durch GRACE-Fehler-Effekte dominiert sind, liefert außerdem die Rechtfertigung dafür, dass, wie in Abschnitt 4.2 erwähnt, bei der Modellanpassung die einzelnen Monate entsprechend ihrer unterschiedlichen GRACE-Fehlerniveaus gewichtet werden.

4.3.4 Einflüsse der methodischen Realisierung

4.3.4.1 Einfluss der Filterstärke bei den Methoden G1 und G2

Die in Abschnitt 4.2 genannte Wahl der Filterparameter λ wurde zunächst nicht begründet. Die Festlegung geeigneter λ soll dem Ziel folgen, Leck-Effekt und GRACE-Fehler-Effekte zusammen „möglichst klein“ zu halten, und setzt damit Untersuchungen zur Größe dieser Effekte voraus. Ansätze und Ergebnisse solcher Untersuchungen wurden in den Vorabschnitten beschrieben. Führt man nun diese Untersuchungen analog mit alternativen Werten für λ durch, so erhält man aus dem Vergleich der Ergebnisse Anhaltspunkte für die Wahl von λ . Abbildung 4.10 zeigt einen solchen Vergleich für das Integrationsgebiet Antarktika. Der Faktor γ gemäß (4.26) wurde für Methode G1 stets $\gamma = 1$ belassen. Für Methode G2 wurde $\gamma > 1$ so gewählt, dass beim gleichmäßigen Szenario der Leck-Effekt Null ist (vgl. Abschnitt 4.3.2.1).

Der Vergleich der Zeitreihen (Abbildung 4.10a) veranschaulicht für Methode G1 die mit zunehmendem λ zunehmende Dämpfung der Fehler und – für große λ – mutmaßlich auch des Signals. Bei Methode G2 wird diese Dämpfung teilweise durch den Faktor $\gamma > 1$ kompensiert. Der geschätzte Eismassentrend (Abbildung 4.10b) hängt erheblich von der Wahl von λ ab.

Abbildung 4.10c zeigt Abschätzungen der GRACE-Fehler-Effekte (repräsentiert durch die A-posteriori-Fehler) und Leck-Effekte nach den Untersuchungen der Abschnitte 4.3.2 und 4.3.3 bzw. nach analogen Untersuchungen für die dort nicht behandelten λ -Werte. Für Methode G1 sind GRACE-Fehler-Effekte und Leck-Effekte durch antarktische Eismassenvariationen am stärksten von λ beeinflusst. Werte um $\lambda = 0.3$ (ungefähre Schnittstelle aus dem Bündel blasserer Kurven mit der grauen Kurve) scheinen einen geeigneten Kompromiss zwischen beiderlei Effekten zu gewähren. Für Methode G2 werden Leck-Effekte durch antarktische Eismassenvariationen wesentlich kleiner abgeschätzt als für Methode G1, dafür gewinnen die abgeschätzten Leck-Effekte durch Fehler der ozeanischen und hydrologischen Reduktion für größere λ an Bedeutung. Die Wahl von $\lambda = 0.3$ in der Nähe des Schnittpunkts zwischen der Kurve der A-posteriori-Fehler (als obere Schranke für GRACE-Fehler-Effekte) und der geschätzten Effekte

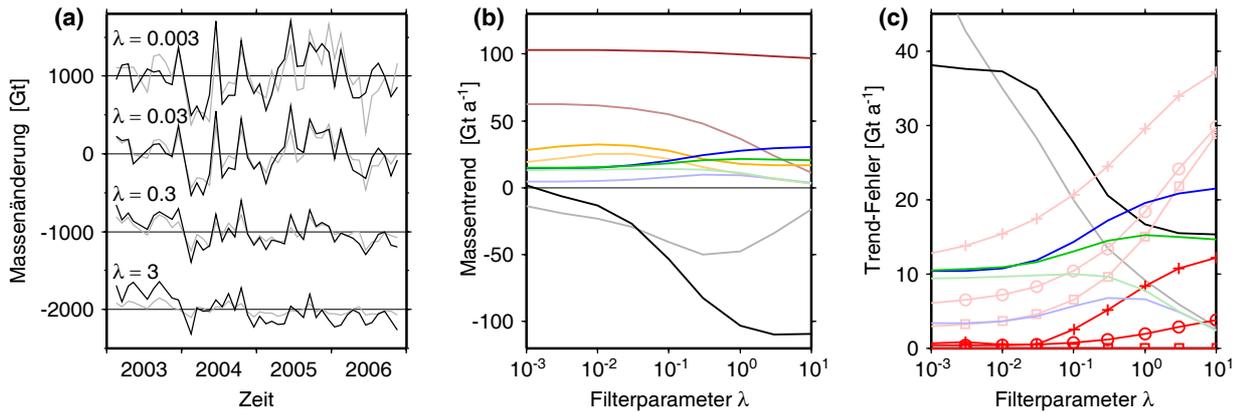


Abbildung 4.10: Einfluss des Filterparameters λ auf Ergebnisse der Methoden G1 (grau bzw. blasser Farben) und G2 (schwarz bzw. kräftige Farben) für das Integrationsgebiet Antarktika. (a) Zeitreihen geschätzter Eismassensignale mit unterschiedlichen λ (Absolutniveaus willkürlich verschoben). (b) Einfluss von λ auf geschätzte Eismassentrends (grau/schwarz) und auf Trends des reduzierten GIA-Signals (braun), des reduzierten kontinentalen Atmosphärensignals (orange), des reduzierten Ozeanbodendrucksignals (blau), des reduzierten Hydrologiesignals (grün). (c) Einfluss von λ auf Fehler-Standardabweichungen des Trends der geschätzten Massen anomalies: A-posteriori-Fehler (grau/schwarz), Leck-Effekt aus dem gleichmäßigen Szenario, dem Altimetrie-Szenario und den Fluktuationsszenarien antarktischer Eismassenvariationen (rote Quadrate, Kreuze bzw. Kreise), Leck-Effekte aus Fehlern der ozeanischen (blau) und hydrologischen (grün) Reduktionsmodelle.

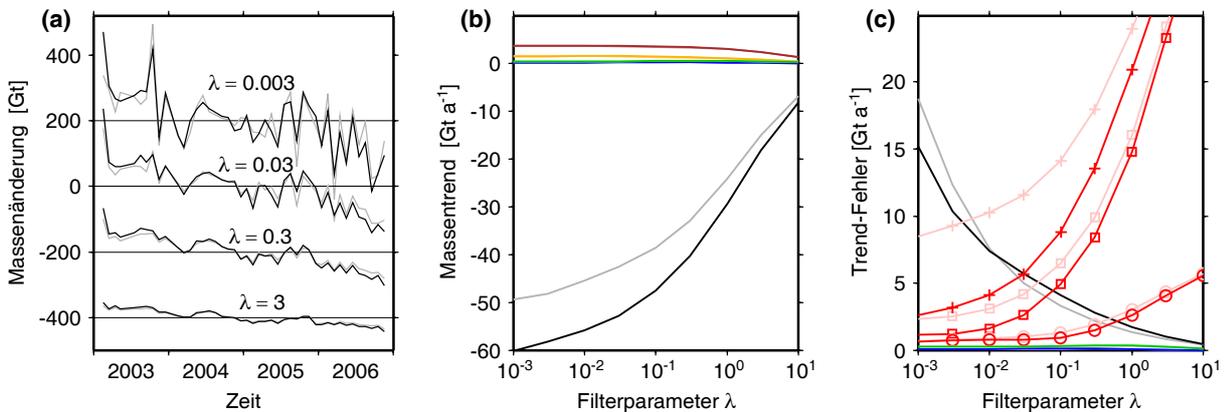


Abbildung 4.11: Wie Abbildung 4.10, jedoch für Integrationsgebiet 12. (In Teil b und c fallen Kurven mit blassen und kräftigen Farben teilweise nahezu zusammen.)

ozeanischer Reduktionsfehler scheint auch hier angemessen. Die Wahl enthält in jedem Fall eine gewisse Willkür durch die Festlegung der Modelle, die den Fehlerabschätzungen zugrunde liegen.

Analog zu Abbildung 4.10 zeigt Abbildung 4.11 für Gebiet 12 den Einfluss des Filterparameters λ auf die Ergebnisse. (Bei Methode G2 wurde $\gamma = 1$ beibehalten.) Die Fehler des Eismassentrends werden hier von GRACE-Fehler-Effekten und Leck-Effekten durch antarktische Eismassenvariationen dominiert (Abbildung 4.11c). Die Wahl von $\lambda = 0.03$ erscheint als geeigneter Kompromiss zwischen beiden Fehlerarten. Entscheidend dafür sind die in die Leck-Effekt-Berechnungen eingeflossenen Vorinformationen über im Vergleich mit anderen Gebieten Antarktikas besonders große Massenänderungen.

4.3.4.2 Einfluss des Gauß-Markov-Modells bei Methode M

Das im Ansatz der Anpassung vorgegebener Variationsmuster verwendete Gauß-Markov-Modell (4.27) gibt die Realität nicht exakt wieder, was in den geschätzten Massensignalen zusätzlich zu den GRACE-Fehler-Effekten Fehler in Form von Leck-Effekten auslöst (siehe Abschnitt 4.1.4.3). Die Sensitivität dieser Fehler gegenüber der Wahl des Gauß-Markov-Modells soll hier anhand zweier Abwandlungen der Methode M beleuchtet werden.

Zunächst wird das lineare Modell verändert, indem aus dem Satz von 67 räumlichen Mustern die 16 Muster weggelassen werden, die ortsabhängige (genauer: kontinentalitäts-abhängige) Muster innerhalb der 16 Eiseinzugsgebiete darstellen. Die Schätzung nach dem abgewandelten Modell wird mit Methode M' bezeichnet. Abbildung 4.12 zeigt einen Vergleich der mit den Methoden M und M' geschätzten Eismassensignale für das Integrationsgebiet Antarktika. Die Differenz zwischen beiden Zeitreihen (rote Kurve) hat einen Trend von 41 Gt a^{-1} . (Zum Vergleich: Der Eismassentrend mit Methode M beträgt -79 Gt a^{-1} .) Abbildung 4.13 vergleicht die Gewichtsfunktionen $\eta(\Omega)$ der Methoden M und M' . Ein Unterschied besteht darin, dass $\eta(\Omega)$ bei Methode M entlang der Küste fast durchgängig größer ist (weniger von Eins abweicht) als bei Methode M' . Dies wird offenbar dadurch erreicht, dass die bei Methode M angesetzten kontinentalitäts-abhängigen Muster Vorinformationen über potentiell große Eismassenvariationen in Küstennähe einbringen. Massenvariationen nahe der Küste werden dann tendenziell eher dem Eisschild als dem Ozean zugeordnet, während sie bei Methode M' beiden Bereichen etwa

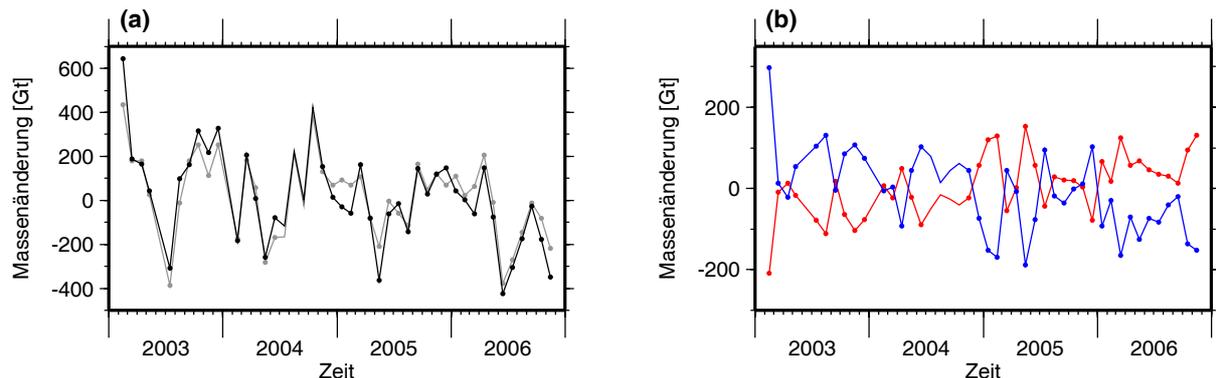


Abbildung 4.12: (a) Geschätzte Eismassensignale für Antarktika mit den Methoden M (schwarz) und M' (grau). (b) Differenz (Methode M' minus M) der geschätzten Eismassensignale (rot). Ergänzend wird die Differenz (Methode M' minus M) der geschätzten Massenanomalien für die 12 angrenzenden Ozeangebiete (vgl. Abbildung 4.1b) gezeigt (blau).

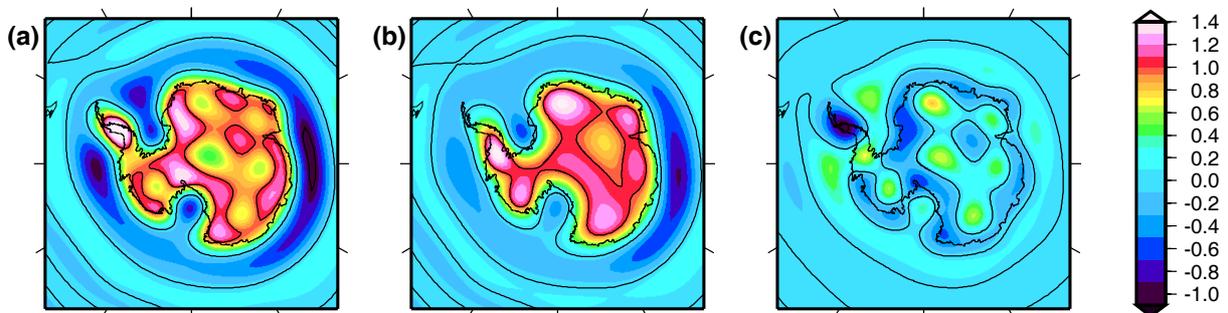


Abbildung 4.13: Gewichtsfunktionen $\eta(\Omega)$ für das Integrationsgebiet Antarktika: (a) mit Methode M (wie Abbildung 4.3c), (b) mit Methode M' , (c) Differenz (Methode M' minus M). Isolinien zeigen die Werte -1 , 0 , 1 .

zu gleichen Teilen zugeordnet werden. Abbildung 4.12b zeigt als blaue Kurve auch, wie sich die geschätzten Massenanomalien der 12 an den Kontinent angrenzenden Ozeangebiete (einschließlich Schelfeise, siehe Abbildung 4.1b) beim Übergang von Methode M zu M' ändern. Die Gegenläufigkeit zwischen den Änderungen der geschätzten Eismassen- und Ozeansignale stützt die Vermutung, dass sich mit dem Übergang von Methode M zu M' die Zuordnung küstennaher Massenvariationen zu Eis bzw. Ozean ändert, womit vermutlich Leck-Effekte durch küstennahe Eismassenvariationen vergrößert werden.

Als eine andere Modifikation von Methode M (Bezeichnung: Methode M'') wird (unter Beibehaltung des linearen Modells von Methode M) das stochastische Modell der GRACE-Fehler geändert, indem anstelle der kalibrierten Fehler die in Abschnitt 3.3.3.2 (Abbildung 3.8a) ermittelten empirischen Fehler-Standardabweichungen verwendet werden (ohne Korrelationen). Abbildung 4.14 vergleicht die mit den Methoden M und M'' geschätzten Eismassensignale Antarktikas. Die Differenz beider Zeitreihen variiert ähnlich stark wie die beiden Zeitreihen selbst. Abbildung 4.15 zeigt, dass die Gewichtsfunktion $\eta(\Omega)$ für Methode M'' global wesentlich stärker variiert als für Methode M, was größere Leck-Effekte aus ozeanischen, hydrologischen und atmosphärischen Signalen erwarten lässt. Diese Veränderung kommt allein durch eine veränderte Wahl des GRACE-Fehlermodells aus zwei etwa gleich realistischen Alternativen zustande.

Verglichen mit den Varianten M' und M'' ist wohl der Methode M der Vorzug zu geben. Die einfachen Beispiele zeigen jedoch, wie sensitiv die Realisierung des Ansatzes vorgegebener Muster gegenüber der Wahl des Gauß-Markov-Modells ist. Weitere Untersuchungen und methodische Weiterentwicklungen zur Wahl des Gauß-Markov-Modells scheinen daher interessant. Sie werden in Abschnitt 5.1 diskutiert.

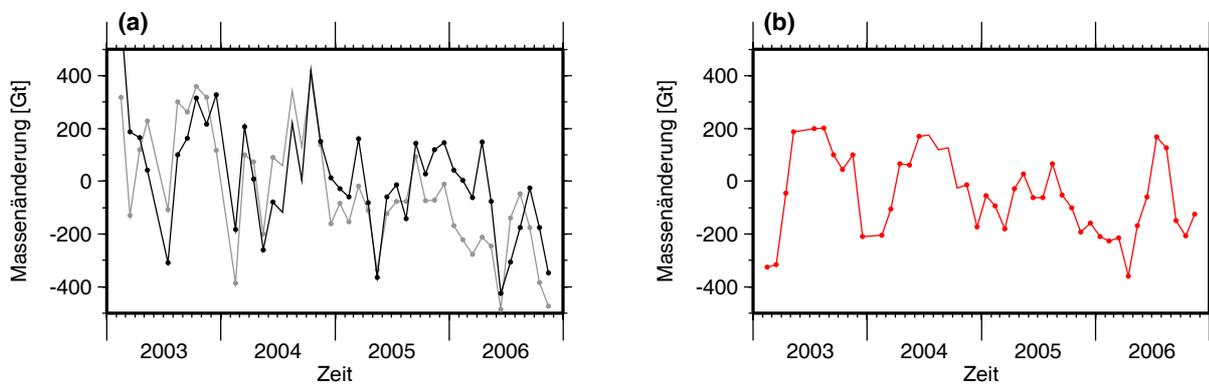


Abbildung 4.14: (a) Geschätzte Eismassensignale Antarktikas mit den Methoden M (schwarz) und M'' (grau) und (b) deren Differenz (Methode M'' minus M).

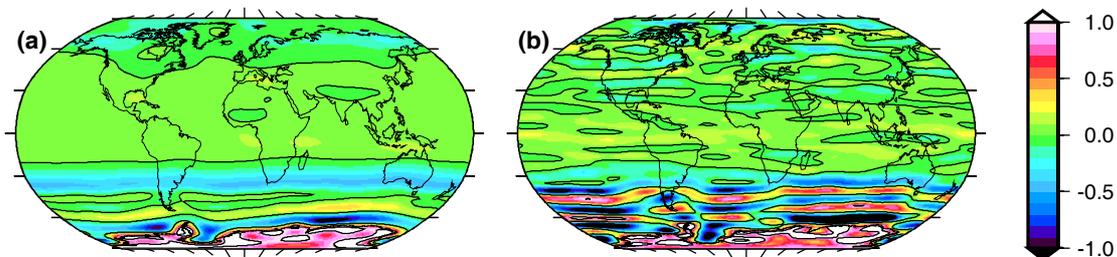


Abbildung 4.15: Gewichtsfunktionen $\eta(\Omega)$ für das Integrationsgebiet Antarktika: (a) mit Methode M (wie Abbildung 4.4c, jedoch mit anderer Farbskala), (b) mit Methode M'' . Isolinien zeigen die Werte -1 , 0 , 1 .

4.3.5 Interannuale Variationen: Signale und Fehler

Bisher wurden aus den Zeitreihen Trends abgeleitet, indem ein lineares und saisonales Modell angepasst wurde. Die Methodik der Anpassung beruht auf der Voraussetzung, dass die Zeitreihe außer dem linearen und saisonalen Signal nur unkorreliertes Rauschen enthält (allerdings mit monatlich unterschiedlichen Standardabweichungen). Es sind jedoch zeitlich korrelierte Abweichungen vom linearen und saisonalen Modell zu erwarten. Erstens rufen interannuale Eismassenfluktuationen zeitlich korrelierte Eismassenvariationen hervor (siehe Abschnitt 2.2.2). Zweitens wurde die Arbeitsannahme, dass GRACE-Fehler von Monat zu Monat unkorreliert sind, bisher wenig geprüft. Alias-Effekte durch nicht vollständig reduzierte Gezeiten sind ein Beispiel möglicher zeitlich korrelierter GRACE-Fehler [Knudsen, 2003; Ray und Luthcke, 2006]. Die in Abschnitt 3.3.3.4 geführte Diskussion möglicher signifikanter Trends in den GRACE-Fehlern deutet auf einen speziellen Fall zeitlich korrelierter Fehler hin. Dieser Abschnitt untersucht interannuale Variationen der geschätzten Eismassensignale. Die angegebenen konkreten Ergebnisse beschränken sich dabei auf Methode G2.

Augenscheinlich enthalten die geschätzten Zeitreihen interannuale Variationen: In Gebiet 12 ist die Massenabnahme zwischen den zweiten Hälften der Jahre 2005 und 2006 stärker als im Mittel des Gesamtzeitraums (siehe Abbildung 4.5b). Ähnliche Phänomene sind für die Gebiete 2, 4 und 7 deutlich (siehe Darstellung in Abschnitt 4.4, Abbildung 4.18). Auch statistische Analysen der Residuen der Anpassung zeigen, dass die Zeitreihen neben dem linearen und saisonalen Signal weitere zeitlich korrelierte Signale enthalten. Die folgenden Ergebnisse beziehen sich auf Methode G2 und auf die Gebiete Antarktika, Ostantarktika, Westantarktika sowie die 16 Teilgebiete. Der Korrelationskoeffizient zeitlich benachbarter Residuen ist bei 7 der 19 Gebiete signifikant größer als Null (Signifikanzniveau 5%). Diese Auswertung der Korrelationskoeffizienten berücksichtigt allerdings nicht, dass die betrachteten Größen Residuen einer Modellanpassung (Regression), also Ergebnis einer Filterung der ursprünglichen Zeitreihe sind. Der Durbin-Watson-Test [Sen und Srivastava, 1990], der unter Benutzung der Designmatrix dieser Tatsache Rechnung trägt, ergibt für 14 der 19 Zeitreihen signifikante Korrelationen zeitlich benachbarter Werte, die nicht durch das angepasste Modell erklärt sind.

Die in den Zeitreihen vorzufindenden interannualen Variationen sind stärker als Vorkenntnisse über interannuale Eismassenvariationen, Fehler der Reduktionsmodelle und zeitlich unkorrelierte GRACE-Fehler erwarten lassen. Dies wird zunächst an drei Beispielen illustriert. Die für Gebiet 12 (Abbildung 4.5b) bereits erwähnte zusätzlich zum mittleren Trend erfolgende Massenabnahme zwischen den zweiten Jahreshälften 2005 und 2006 beträgt etwa 80 Gt, was etwa 50% der mittleren Jahres-OMB des Gebiets (153 Gt) entspricht (mittlere OMB-Daten nach Vaughan u.a. [1999]). In Gebiet 2 (Abbildung 4.18, erfolgt in Abschnitt 4.4) scheinen ab der zweiten Jahreshälfte 2005 interannuale Variationen in der Größenordnung von 100 Gt aufzutreten. Dies entspricht 160% der jährlichen OMB dieses Gebiets (61 Gt). Dynamische Änderungen des Eisflusses, wie sie zumindest für Gebiet 12 beobachtet wurden [Bindschadler, 2006], könnten zusätzlich zu OMB-Fluktuationen zu solchen Variationen beitragen. Als Beispiel eines Gebiets, in dem Variationen des Eisflusses mit großer Sicherheit keine Rolle spielen, wird zusätzlich das Gebiet im Inneren Ostantarktikas betrachtet (siehe Abbildung 4.1), in dem laut [Vaughan u.a., 1999] die OMB geringer als $60 \text{ kg m}^{-2} \text{ a}^{-1}$ ist. Abbildung 4.16 zeigt die geschätzten Eismassensignale nach Methode G2 (die hier mit Methode G1 identisch ist, da kein Ozean angrenzt). Die Änderung zwischen 2005 und 2006 beträgt etwa -50 Gt und damit etwa 33% der jährlichen OMB (153 Gt). Ergebnisse atmosphärischer Modellierung durch Van Lipzig u.a. [2002] zeigen in diesem Gebiet punktweise relative Standardabweichungen der OMB zumeist in der Spanne von unter 15% bis 25%. Da diese Fluktuationen nicht kohärent über das gesamte Gebiet (27% der Fläche Antarktikas) zu erwarten sind, erscheinen 33% Jahresdefizit wiederum unerwartet hoch.

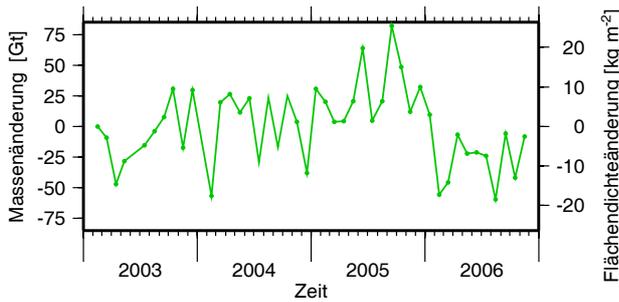


Abbildung 4.16: Geschätzte Eismassensignale (Methode G2) für das Gebiet im Inneren Ostantarktikas mit einer OMB kleiner als $60 \text{ kg m}^{-2} \text{ a}^{-1}$.

Als ein Schritt in Richtung einer Quantifizierung der interannualen Variabilität wird an die Zeitreihen anstelle des linearen und saisonalen Modell ein „stückweise lineares und saisonales Modell“ angepasst. Genauer gesagt, besteht dieses Modell aus harmonischen Signalen mit Jahres- und Halbjahresperiode und aus einer stückweise linearen stetigen Funktion mit den Stützstellen (d.h. Grenzen der linearen Teilstücke) bei 02/2003 (erster Monat), 01/2004, 01/2005, 01/2006 und 11/2006 (letzter Monat). Die linearen Stücke sind also ungefähr Jahresintervalle. Aus der Anpassung dieses Modells erhält man die Anstiege der vier linearen Stücke. Als ein Maß der interannualen Variabilität wird nun die empirische Varianz dieser Anstiege, σ_{inter}^2 , betrachtet.

Zeitlich unkorrelierte Fehler in den Zeitreihen tragen zu σ_{inter}^2 bei. Den Erwartungswert dieses Beitrags erhält man aus einer Fortplanzung der A-posteriori-Fehler der einzelnen Monate. Dieser Erwartungswert beträgt für die 19 Gebiete zwischen 11% und 74% des Gesamtwertes von σ_{inter}^2 , typischerweise um 50% oder weniger. Dies bestätigt, dass interannuale Variationen systematisch sind und nicht allein durch zeitlich unkorreliertes Rauschen hervorgerufen werden. Reduziert man σ_{inter}^2 um den erwarteten Beitrag unkorrelierter Fehler und weiter um grob abgeschätzte Beiträge durch Fehler in den atmosphärischen, ozeanischen und hydrologischen Reduktionen, so erhält man eine Abschätzung für den Anteil von σ_{inter}^2 , der durch interannuale Eismassenvariationen verursacht sein müsste. Auf der Grundlage eines Modells für das zeitliche Verhalten dieser Eismassenfluktuationen, nämlich als monatliche Zufallsbewegung wie in Abschnitt 2.2.2 eingeführt, lässt sich dann ermitteln, wie groß die jährliche Standardabweichung dieser Eismassenfluktuationen sein muss, damit der Erwartungswert ihres Beitrags zu σ_{inter}^2 gerade dem durch andere Einflüsse unerklärten Anteil von σ_{inter}^2 entspricht. Diese Standardabweichung wird hier als „erklärende Standardabweichung jährlicher OMB-Fluktuationen“ bezeichnet.

Tabelle 4.3 gibt Beispiele solcher Abschätzungen des Fehler- und Signalhaushalts von σ_{inter}^2 für die Gebiete Antarktika, Gebiet 12 und das Gebiet niedriger OMB im Inneren Ostantarktikas. Für Antarktika beträgt die „erklärende Standardabweichung jährlicher OMB-Fluktuationen“ 11% der mittleren jährlichen OMB. Sie kann der „modellierten Standardabweichung jährlicher OMB-Fluktuationen“ gegenübergestellt werden, die das im Abschnitt 2.2.2 eingeführte stochastische Modell vorhersagt, nachdem es mit dem Faktor 1.6 skaliert wurde, um ungefähre Übereinstimmung mit den Ergebnissen atmosphärischer Modellierung herzustellen. Die „modellierte Standardabweichung“ ist mit 6% der jährlichen OMB wesentlich kleiner als die „erklärende Standardabweichung“. Auch für Gebiet 12 und das Gebiet mit niedriger OMB sind die „erklärenden Standardabweichungen“ höher, als Vorinformationen über OMB-Fluktuationen erwarten lassen. Allerdings können die aus einer konkreten vierjährigen Stichprobe erhaltenen Werte für σ_{inter}^2 im Einzelfall stark von einem theoretischen Erwartungswert abweichen, und sie hängen stark von getroffenen Annahmen ab, so z.B. von der Wahl der Stützstellen der stückweise linearen Funktion. Die Ergebnisse für alle 19 Gebiete zusammen (hier nicht gezeigt) geben jedoch Anzeichen dafür, dass die Fehlerbeiträge für σ_{inter}^2 unterschätzt wurden. Bei 16 von 19 Gebieten ist die „erklärende Standardabweichung“ jährlicher Fluktuationen größer als die „modellierte

Tabelle 4.3: Fehler- und Signalhaushalt der Varianz σ_{inter}^2 interannualer Variationen für die Integrationsgebiete Antarktika, Gebiet 12 und das Gebiet mit einer OMB kleiner als $60 \text{ kg m}^{-2} \text{ a}^{-1}$. Angegeben sind Werte für $\sigma_{\text{inter}} = \sqrt{\sigma_{\text{inter}}^2}$ in Gt a^{-1} (mit Ausnahme von Zeile h). Siehe Text für weitere Erläuterungen.

	Antarktika	Gebiet 12	Gebiet niedriger OMB
(a) σ_{inter}	273.1	86.2	48.8
(b) Beitrag zeitlich unkorrelierter Fehler	117.3	28.9	24.9
(c) Beitrag ozeanischer Reduktionsfehler ¹	51.8	0.8	6.6
(d) Beitrag hydrologischer Reduktionsfehler ¹	8.9	0.9	1.9
(e) Beitrag atmosphärischer Reduktionsfehler ¹	72.7	0.7	19.2
(f) durch (b) bis (e) unerklärter Teil von σ_{inter}	229.8	81.2	36.7
(g) „erklärende Standardabweichung jährlicher OMB-Fluktuationen“ ²	198.5	70.1	31.7
(h) Anteil von (g) an der jährlichen Gesamt-OMB des Gebiets	11%	45%	21%

¹ Abschätzung analog zur Abschätzung der Fehlerbeiträge zum Trend in den Abschnitten 4.3.1 und 4.3.2.2): Das für die tatsächlich reduzierten Massensignale erhaltene σ_{inter} wird mit $1/\sqrt{2}$ (ozeanische und hydrologische Reduktion) bzw. mit 0.25 (atmosphärische Reduktion) multipliziert.

² Simulationen zeigen: Für die hier angenommene Zufallsbewegung beträgt der Erwartungswert von σ_{inter}^2 das $(1.16)^2$ -fache der jährlichen Varianz der Zufallsbewegung. Ursache sind die Abweichungen der Zufallsbewegung vom stückweise linearen und saisonalen Modell. Zeile g ergibt sich demnach aus Zeile f durch Division mit 1.16.

Standardabweichung“, in 9 Gebieten um mehr als den Faktor $\sqrt{2}$ größer.

Diese Ergebnisse zusammen mit den weiter oben diskutierten Auffälligkeiten in ausgewählten Gebieten geben Anlass zur Vermutung, dass GRACE-Monatslösungen zeitlich korrelierte Fehler mit dem Charakter interannualer Variationen enthalten. Formale A-posteriori-Fehler der Trends wären dann zu optimistisch. Es ist schwer, den Fehlerbeitrag möglicher zeitlich korrelierter GRACE-Fehler zum Eismassentrend realistisch abzuschätzen. Für eine erste Abschätzung wird die Annahme getroffen, dieser Fehlerbeitrag habe die gleiche Varianz wie der unter Annahme zeitlich unkorrelierter Fehler ermittelte A-posteriori-Fehler. Die Annahme orientiert sich an der weiter oben genannten Tatsache, dass der Beitrag unkorrelierter Fehler zu σ_{inter}^2 typischerweise die Hälfte des Gesamtwerts von σ_{inter}^2 ausmacht.

Im Fall, dass doch Eismassenvariationen für die vorgefundenen interannualen Variationen hauptverantwortlich sind, lässt sich der zusätzliche Fehlerbeitrag als eine zusätzliche Unsicherheit des Trends im Sinne eines Langzeittrends aufgrund seiner Überprägung durch interannuale Variationen interpretieren. Es bleibt ungewiss, wie sich die vorgefundenen interannualen Variationen aus tatsächlichen Eismassenvariationen und aus Fehlern zusammensetzen. Die getroffene Abschätzung des Beitrags zeitlich korrelierter Fehler zur Trendschätzung kann für einzelne Gebiete zu optimistisch oder zu pessimistisch sein. In jedem Fall ist Vorsicht bei einer geophysikalischen Interpretation von interannualen Variationen und folglich auch von Trends über den Gesamtzeitraum geboten.

4.3.6 Zusammenschau

Analysen, wie sie in diesem Abschnitt 4.3 am Beispiel der Integrationsgebiete Antarktika und Gebiet 12 demonstriert wurden, wurden analog auch für Ostantarktika, Westantarktika und für die übrigen der 16 Teilgebiete durchgeführt. Unter den drei hier realisierten Schätzmethoden

erweist sich dabei in der Regel Methode G2 als die beste. Im Vergleich mit Methode G1 ist der Leck-Effekt durch antarktische Eismassenvariationen wesentlich geringer (vgl. Abbildung 4.6). Der Vergleich mit Methode M fällt – zumindest für die Integrationsgebiete Antarktika und Gebiet 12 – weniger klar aus: Für Antarktika hat Methode G2 kleinere Leck-Effekte durch antarktische Eismassenvariationen als Methode M. Zudem sind bei Methode M Leck-Effekte durch unreduzierte Massenvariationen im Fernbereich potentiell größer (vgl. „sonstige Signale“ in Abbildung 4.6), da die Gewichtsfunktion $\eta(\Omega)$ für Methode M im Fernbereich stärker von Null abweicht. Für Teilgebiet 12 induzieren die Fluktuationsszenarien bei Methode M größere Leck-Effekte als bei Methode G2. Dies ist typisch für die Ergebnisse der Teilgebiete. Dagegen induziert das Altimetrie-Szenario bei Methode G2 größere Leck-Effekte als bei Methode M. Dies ist untypisch für die Mehrzahl der Teilgebiete. Im Allgemeinen hat Methode M den Vorteil geringerer Leck-Effekte von innen und Methode G2 den Vorteil geringerer Leck-Effekte von außen (d.h. durch Eismassenvariationen außerhalb des Teilgebiets). Der Vorteil von Methode M überwiegt nur bei Gebieten wie Gebiet 12, wo die Massenvariationen im Inneren besonders groß sind.

Analog zum in Abschnitt 4.3.4.1 beschriebenen Vorgehen wurden der Filterparameter λ und der Skalierungsfaktor γ für alle Gebiete festgelegt, wobei eine gewisse Einheitlichkeit sinnvoll und angesichts der Unsicherheit über die tatsächlichen Fehler berechtigt erschien. Für alle Gebiete wurde $\lambda = 0.3$ gewählt, mit Ausnahme der Teilgebiete 11 und 12, wo Vorinformationen und die erhaltenen Ergebnisse auf starke Eismassenänderungen hinweisen. Zur Vermeidung großer Leck-Effekte wurde hier $\lambda = 0.03$ gesetzt. Der Faktor γ wurde nur für Antarktika und Ostantarktika als von Eins verschieden angesetzt, da in den übrigen, kleineren Teilgebieten die dämpfende Wirkung des Leck-Effekts zu unsicher erschien (siehe Abschnitt 4.3.2.1).

Für den Gesamtkontinent Antarktika ist der Fehlerhaushalt des Trends mit Methode G2 wie folgt zusammenzufassen (vgl. Abbildung 4.6a): Der A-posteriori-Fehler der Anpassung, der durch GRACE-Fehler dominiert ist (siehe Abschnitt 4.3.3), beträgt 21 Gt a^{-1} . Etwa dieselbe Größe haben Leck-Effekte, die durch ozeanische, hydrologische und eventuelle weitere Variationen im Fernbereich dominiert sind (Abschnitt 4.3.2). Nochmals dieselbe Größe wird für die zusätzliche Unsicherheit aufgrund möglicher zeitlicher Korrelationen von GRACE-Fehlern angesetzt (Abschnitt 4.3.5). Gemeinsam ergeben diese Effekte eine Fehler-Standardabweichung von $\sqrt{3} \times 21 \text{ Gt a}^{-1} = 36 \text{ Gt a}^{-1}$. Als Unsicherheit der GIA-Reduktion wird 40 Gt a^{-1} angenommen (Abschnitt 4.3.1). Die Unsicherheit der atmosphärischen Reduktion ist dagegen vernachlässigbar. Die GIA-Unsicherheit dominiert also im Gesamtfehlerhaushalt, aber die übrigen Fehler sind zusammen ähnlich groß. Zusammengenommen ergibt sich eine Unsicherheit von 54 Gt a^{-1} .

Für Teilgebiet 12 können A-posteriori-Fehler (dominiert durch GRACE-Fehler), Leck-Effekte und Effekte durch zeitliche Fehlerkorrelationen wieder von gleicher Größe (je 5.7 Gt a^{-1} , zusammen 9.9 Gt a^{-1}) angenommen werden. Leck-Effekte sind hier durch Effekte antarktischer Eismassenvariationen dominiert. Die angenommene GIA-Unsicherheit (4.0 Gt a^{-1}) ist dagegen klein, und der Gesamtfehler ergibt sich zu 10.7 Gt a^{-1} .

Analog wird bei der Fehlerabschätzung der übrigen Gebiete verfahren (numerische Ergebnisse siehe Abschnitt 4.4). Effekte aus (zeitlich unkorrelierten) GRACE-Fehlern, Leck-Effekte und zusätzliche Unsicherheiten aus zeitlichen Fehlerkorrelationen werden zusammen als das $\sqrt{3}$ -fache des A-posteriori-Fehlers angesetzt. Die GIA-Unsicherheit ist ohne gebietspezifische Modellierungen schwer abzuschätzen. Das reduzierte GIA-Signal ist für größere Teilgebiete tendenziell größer als für kleinere, etwa proportional mit Proportionalitätsfaktor 10 Gt a^{-1} pro 10^6 km^2 . Genauso groß wird die GIA-Unsicherheit angesetzt. Ausnahmen bilden die Gebiete 13 (GIA-Korrektur 20 Gt a^{-1}), Ostantarktika (GIA-Reduktion 35 Gt a^{-1}) und Westantarktika (41 Gt a^{-1}). Für diese drei Gebiete wird als konservativerer Ansatz jeweils der Betrag der Reduktion auch als Unsicherheit angesetzt. Die angesetzten Unsicherheiten der GIA-Reduktion sind

vermutlich teilweise zu pessimistisch (z.B. für Gebiet 9) und können gegebenenfalls durch bessere Abschätzungen ersetzt werden, soweit solche aus Modellierungsstudien vorliegen. Daher werden bei der Präsentation der Ergebnisse im folgenden Abschnitt 4.4 auch Fehler unter Ausschluss der GIA-Unsicherheit angegeben.

Ein Vergleich der Ergebnisse unterschiedlicher Methoden (speziell Methode G2 und M, die ungefähr gleichwertig sind) zeigt die Unsicherheiten, die mit der Methodenwahl verbunden sind (vgl. auch Abschnitt 4.3.4). Unterschiedliche Methoden haben unterschiedliche Leck-Effekte. Zum Beispiel sind die ozeanischen und hydrologischen Reduktionssignale bei Methode G2 und Methode M sehr unterschiedlich (Abbildung 4.7). Auch die Leck-Effekte der GIA-Reduktionsfehler sind bei unterschiedlichen Methoden unterschiedlich (nicht aber die tatsächlichen Massensignale der GIA-Reduktionsfehler – vgl. Abschnitt 4.3.1). GRACE-Fehler-Effekte sind zum Teil methodenabhängig, jedoch betreffen Fehler der satellitenbestimmten Flächendichteveränderungen $\Delta\kappa^{\text{sat}}(\Omega)$ im Integrationsgebiet alle Methoden auf ähnliche Weise, nur unterschiedlich gefiltert. In diesem Sinne beeinflusst die Methodenwahl nur einen Teil der Fehler.

Für das Gebiet Antarktika weichen die aus den Methoden G2 und M erhaltenen Trends nur um 3 Gt a^{-1} voneinander ab. Für Gebiet 12 beträgt die Differenz 11 Gt a^{-1} . Diese große Abweichung (verglichen mit einem für Methode G2 angenommenen Gesamtfehler von ebenfalls 11 Gt a^{-1}) zeigt, dass die Fehlerabschätzungen nicht zu pessimistisch erfolgten, und illustriert die besonderen Schwierigkeiten, Massensignale in einem Gebiet von 500 km Ausdehnung, also nahe der GRACE-Auflösungsgrenze, zu extrahieren.

Ein weiterer Ausdruck der Unsicherheit in der Methodenfestlegung ist die Tatsache, dass bei Methode G2 die Summe der geschätzten Zeitreihen der Teilgebiete nicht der Zeitreihe des Gesamtgebiets entspricht. Deutlich wird dies beim Vergleich der Ergebnisse für Antarktika, Ostantarktika und Westantarktika (siehe Abbildung 4.17 im folgenden Abschnitt 4.4). Eine gleichartige, wenn auch weniger gravierende Diskrepanz erhalten Velicogna und Wahr [2006] aufgrund einer ähnlichen Methodik. Dies ist folgendermaßen zu erklären: Würden alle Teilgebiete mit dem gleichen Filter w_{nm} und dem gleichen Skalierungsfaktor γ behandelt wie das Gesamtgebiet, dann bestünde die intuitiv zu erwartende Gleichheit. Filterung und Skalierung erfolgen aber für die Teilgebiete individuell. Die Summe der Eismassenschätzungen der Teilgebiete ergibt dann eine Linearkombination der GRACE-Daten gemäß (4.9), die keiner Realisierung von Methode G2 für das Gesamtgebiet entspricht. Die Summe der Schätzungen der Teilgebiete ist dabei nicht unbedingt eine bessere Schätzung für das Gesamtgebiet. Die Summe der individuell bestimmten Gewichtsfunktionen $\eta(\Omega)$ der Einzelgebiete ergäbe eine Gewichtsfunktion über dem Gesamtkontinent, die inhomogener verläuft als diejenige, die man aus Methode G2 für den Gesamtkontinent erhält, und die damit größere Leck-Effekte durch Eismassenvariationen verursachen würde.

Mit Methode M, die mit einer einzigen Inversion die Massensignale aller Teilgebiete bestimmt, entstehen diese bei dem Ansatz der Gebietsintegration vorliegenden Konsistenzprobleme nicht.

4.4 Eismassensignale Antarktikas: Ergebnisse und Diskussion

Abbildung 4.17 zeigt die mit Methode G2 geschätzten Zeitreihen und Trends der Eismassensignale für die Gebiete Antarktika, Ostantarktika und Westantarktika. (Die Diskrepanz zwischen der Schätzung für Antarktika und der Summe der Schätzungen für Ost- und Westantarktika ist Ausdruck der in Abschnitt 4.3.6 diskutierten Methodenunsicherheit.) Der Eismassentrend für den Gesamtkontinent (aufliegendes Eis) im Zeitraum 02/2003 bis 11/2006 beträgt demnach $(-82 \pm 54) \text{ Gt a}^{-1}$ (Fehlerangaben in Form von Standardabweichungen). Ohne Berücksichtigung

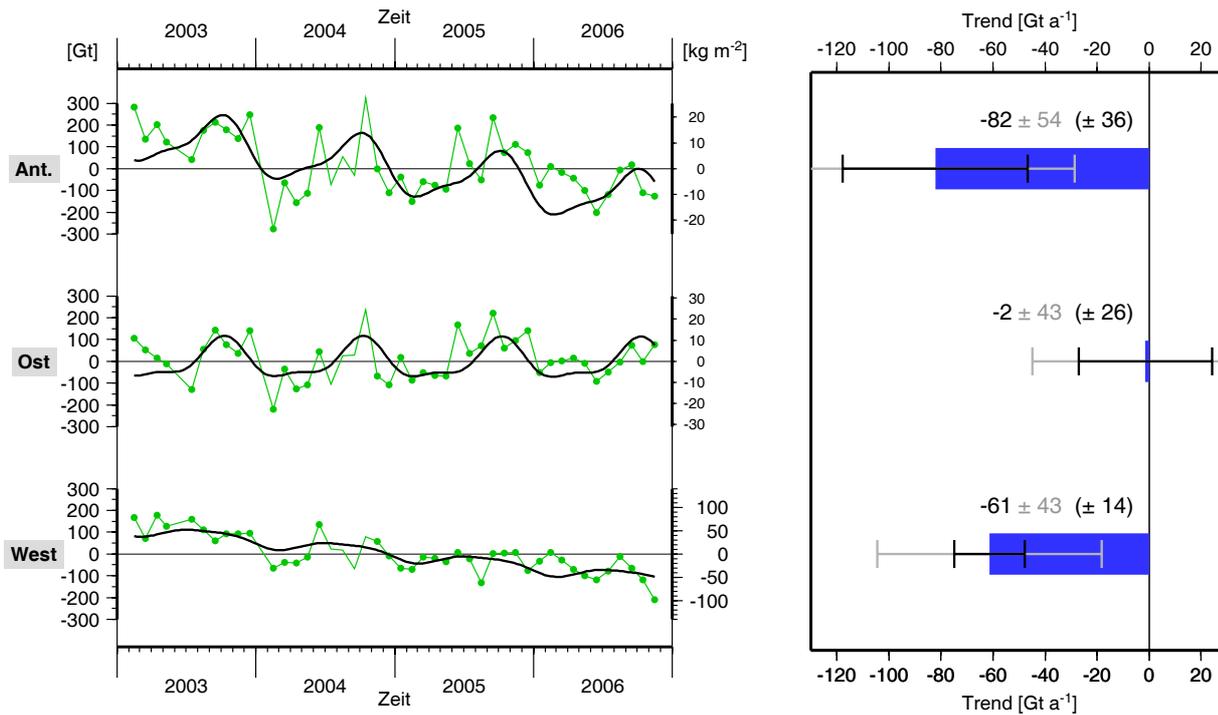


Abbildung 4.17: Geschätzte Eismassensignale (Methode G2) und deren Trends für Antarktika, Ostantarktika und Westantarktika (oben, Mitte bzw. unten). Links: Zeitreihen monatlicher Änderungen (grün) und die angepasste lineare und saisonale Funktion (schwarz). Die bei der Anpassung nicht berücksichtigten Monate 07/2004–10/2004 sind ohne grüne Punkte eingetragen. Die linke Ordinate zeigt Massenänderungen in Gt, die rechte Ordinate mittlere Flächendichteänderungen des jeweiligen Gebiets in kg m^{-2} . Rechts: Massentrends in Gt a^{-1} und ihre Unsicherheiten in Form von Standardabweichungen des Gesamtfehlers (grau) und des Fehlers unter Ausschluss der GIA-Unsicherheit (schwarz).

der angesetzten Unsicherheit der GIA-Reduktion beträgt der Fehler 36 Gt a^{-1} . Die Eismassenabnahme tritt zum größten Teil in Westantarktika auf, während für Ostantarktika kein signifikanter Trend festgestellt wird. Der geschätzte Trend entspricht einer jährlichen Eismassenänderung von -4% der jährlichen OMB des aufliegenden Eises. Der eustatische Beitrag zum Meeresspiegel beträgt $(+0.23 \pm 0.15) \text{ mm a}^{-1}$.

Die Abbildungen 4.18 und 4.19 zeigen in analoger Weise die geschätzten Zeitreihen und Trends für die Eiseinzugsgebiete 1 bis 16. Der damit erfolgte Versuch, anhand von Standard-GRACE-Monatslösungen die Eismassenbilanzen aller großen Eiseinzugsgebiete individuell zu quantifizieren, ist als neuartig anzusehen. Die Ergebnisse zeigen, dass die Eismassenänderungen Antarktikas durch Gebiet 12 (Gebiet des Pine-Island-Gletschers und Thwaites-Gletschers im Amundsen-See-Sektor) und Gebiet 11 (nordwestliches Marie-Byrd-Land) mit zusammen $(-86 \pm 13) \text{ Gt a}^{-1}$ dominiert werden. Einen positiven Trend von $(+9 \pm 4) \text{ Gt a}^{-1}$ zeigt Gebiet 3 (Enderby-Land). Trends in weiteren Gebieten sind nicht signifikant. Wenn man die eventuell zu pessimistisch abgeschätzte GIA-Unsicherheit unberücksichtigt lässt, sind einige weitere Trends am Rande der Signifikanz, z.B. leicht positive Trends in Gebiet 6 (Wilkes-Land) und Gebiet 14 (Einzugsgebiet des mittleren Teils des Filchner-Ronne-Schelfeises) und leicht negative Trends in den Gebieten 15 und 16 (westliches Dronning-Maud-Land).

Starke Massenabnahme in Gebiet 12 ist in Übereinstimmung mit Analysen unabhängiger Beobachtungen, die in diesem Gebiet starke eisdynamische Änderungen aufdeckten. Rignot und Thomas [2002] erhielten für dieses Gebiet mit der Budget-Methode eine Massenbilanz von -51 Gt a^{-1} . (Fehlerangaben der hier zitierten Ergebnisse werden weggelassen, da sie ohne ge-

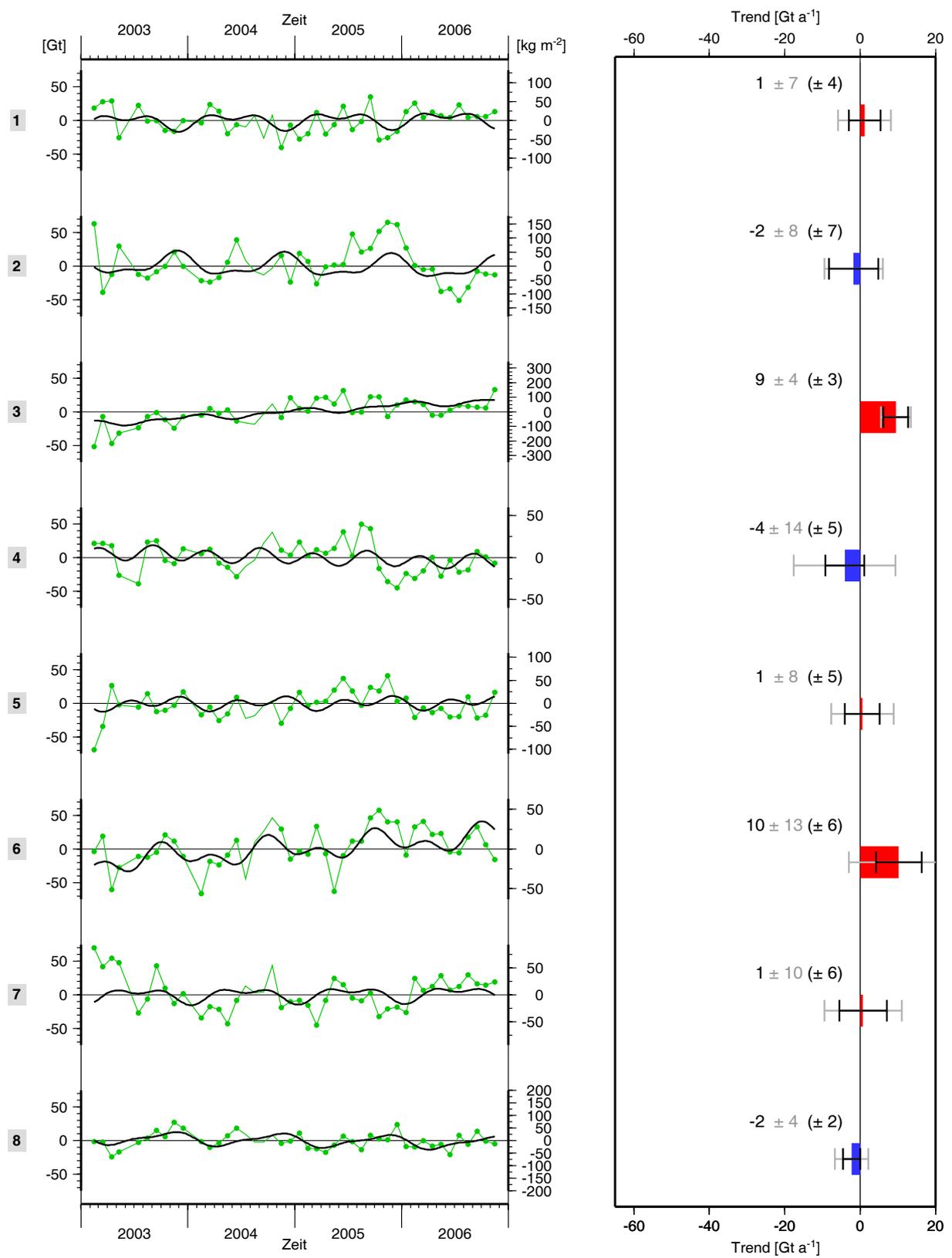


Abbildung 4.18: Wie Abbildung 4.17, aber für die Eiseinzugsgebiete 1 bis 8 (gekennzeichnet durch grau unterlegte Zahlen ganz links).

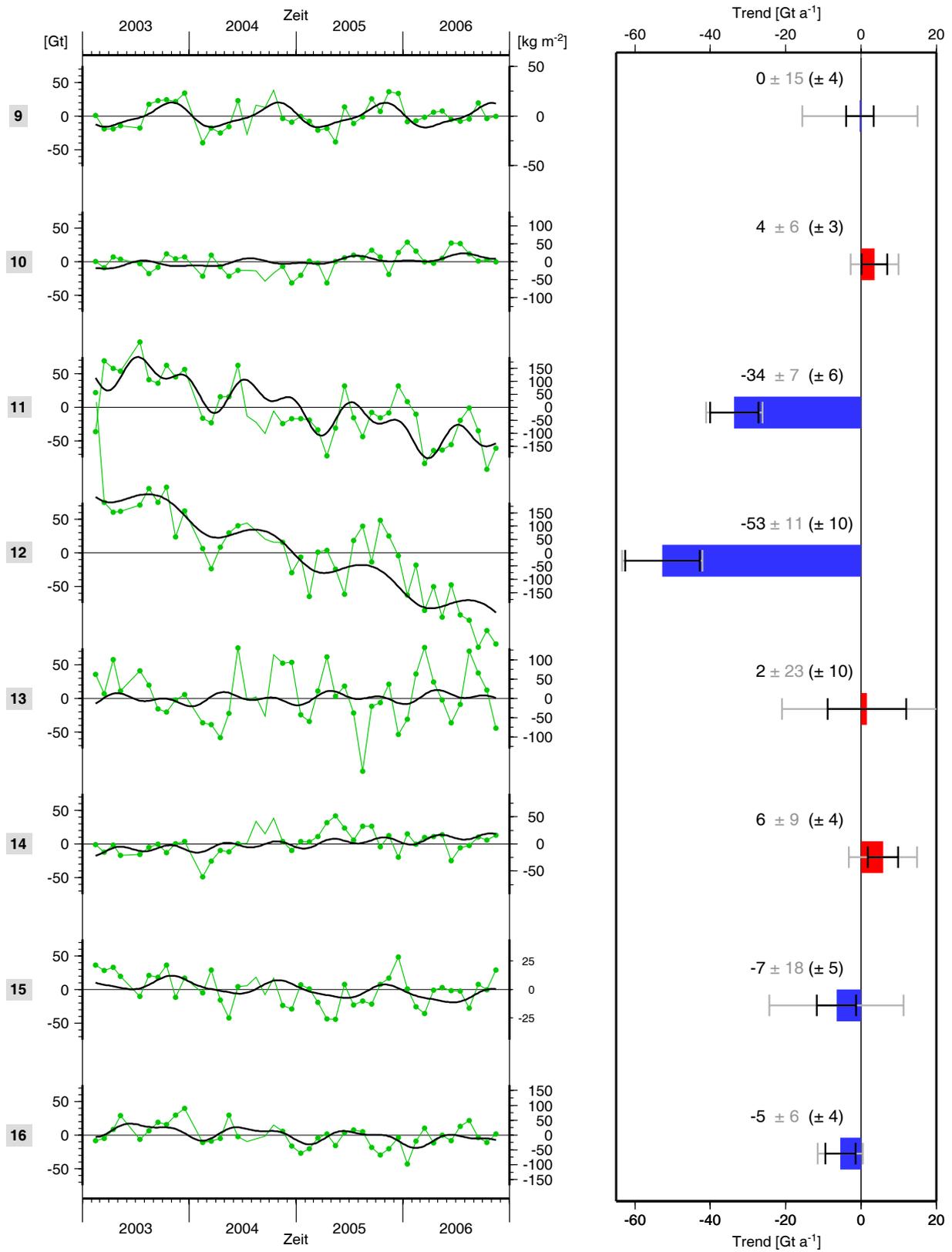


Abbildung 4.19: Wie Abbildung 4.17, aber für die Eiseinzugsgebiete 9 bis 16

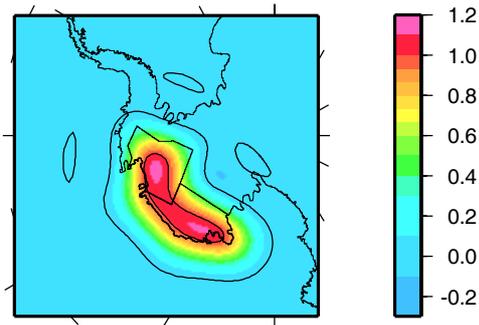


Abbildung 4.20: Summe aus den Gewichtsfunktionen $\eta(\Omega)$ (Methode G2) für die Gebiete 11 und 12. Gleiche Farbskala wie in Abbildung 4.3.

nauerer Kontext schwer zu interpretieren sind.) Analysen von Radaraltimetrie-Daten von ERS-1 und ERS-2 [Zwally u.a., 2005; Davis u.a., 2005; Wingham u.a., 2006], die im Wesentlichen mit denselben Daten über den Zeitraum 1992–2001 bzw. 1992–2003 erfolgten, ergaben (bei Umrechnung von Höhenänderungen in Massenänderungen mit der Dichte von Eis) Massentrends von -63 Gt a^{-1} , -36 Gt a^{-1} bzw. -27 Gt a^{-1} . Eine Beschleunigung der Eisabnahme auf -114 Gt a^{-1} im Jahr 2005, wie von Rignot [2006] festgestellt, wird durch die hier erhaltenen Ergebnisse auf den ersten Blick nicht gestützt, zumal die Zeitreihe im Jahr 2005 keine größere Eisabnahme zeigt als im Gesamtzeitraum. Für Gebiet 11 (allerdings mit leicht abweichenden Gebietsgrenzen) ergeben die Ergebnisse von Rignot und Thomas [2002]; Zwally u.a. [2005]; Wingham u.a. [2006]; Davis u.a. [2005] eine Eismassenbilanz im Bereich -21 Gt a^{-1} bis $+2 \text{ Gt a}^{-1}$ (altimetrisch bestimmte Höhenänderungen wieder mit Eisdichte umgerechnet). Die hier erfolgte Schätzung ergibt eine stärkere Massenabnahme. Mit dem Vorwissen, dass in Gebiet 12 besonders große Eismassenänderungen auftreten, ist der Leck-Effekt für die Gebiete 11 und 12 jedoch besonders kritisch. Die verwendete Gewichtsfunktion $\eta(\Omega)$ für Gebiet 12 (Abbildung 4.3e) hat am nordöstlichen und nordwestlichen Rand des Gebiets Werte um 0.5. Dies sind die Gebiete des Pine-Island-Gletschers bzw. des Haynes-, Pope-, Smith- und Kohler-Gletschers, die stark zur von Rignot [2006] berichteten Massenabnahme beitragen (nämlich -27 Gt a^{-1} bzw. -57 Gt a^{-1}). Möglicherweise ist also die Abschätzung des Leck-Effekts zu optimistisch, obwohl sie durch eine Simulation mit dem Altimetrie-Szenario gestützt wird, das die räumliche Struktur der Massenänderungen dieses Gebiets (im Zeitraum 1995–2003) gut beschreibt. Sehr wahrscheinlich wirkt der Leck-Effekt für Gebiet 12 signaldämpfend, so dass die geschätzte Eismassenänderung von -53 Gt a^{-1} eine betragsmäßige Unterschätzung darstellt. Eismassenänderungen des Haynes-, Pope-, Smith- und Kohler-Gletschers nahe der Grenze zwischen den Gebieten 11 und 12 induzieren für diese beiden Gebiete Leck-Effekte mit etwa gleichen Beträgen und umgekehrten Vorzeichen. Dies wird bei der Betrachtung der Summe der Gewichtsfunktionen $\eta(\Omega)$ der beiden Gebiete (Abbildung 4.20) deutlich, die im Gebiet dieser Gletscher relativ homogen nahe Eins verläuft. Eine gemeinsame Schätzung für die Gebiete 11 und 12, die $(-86 \pm 13) \text{ Gt a}^{-1}$ ergibt, ist also verlässlicher, natürlich auf Kosten der räumlichen Trennung. Mit diesem Ergebnis würde die von Rignot [2006] berichtete Massenabnahme des Gebiets 12 im Jahr 2005 eine leichte Massenzunahme oder ein Gleichgewicht im Gebiet 11 implizieren.

Im Enderby-Land (Gebiet 3) haben auch frühere GRACE-Analysen positive Massentrends ergeben [Ramillien u.a., 2006; Chen u.a., 2006b]. Ein Trend der Größe $(+80 \pm 16) \text{ Gt a}^{-1}$, den Chen u.a. [2006b] feststellen und für den weder Eismassenänderungen noch Fehler der GIA-Reduktion eine plausible Erklärung sind [Chen u.a., 2006b; Ivins und James, 2006a], wird hier jedoch nicht bestätigt. Die Betrachtung der Zeitreihe zu Gebiet 3 legt nahe, dass der Trend stark durch interannuale Variationen geprägt ist (Anstieg in 2003 und 2004, relativ konstante Eismassen in 2005 und 2006). Radaraltimetrie ergab in diesem Gebiet in den Jahren 1992–2003 nur Trends von einigen wenigen Gt a^{-1} [Wingham u.a., 2006; Davis u.a., 2005]. Für den Zeitraum

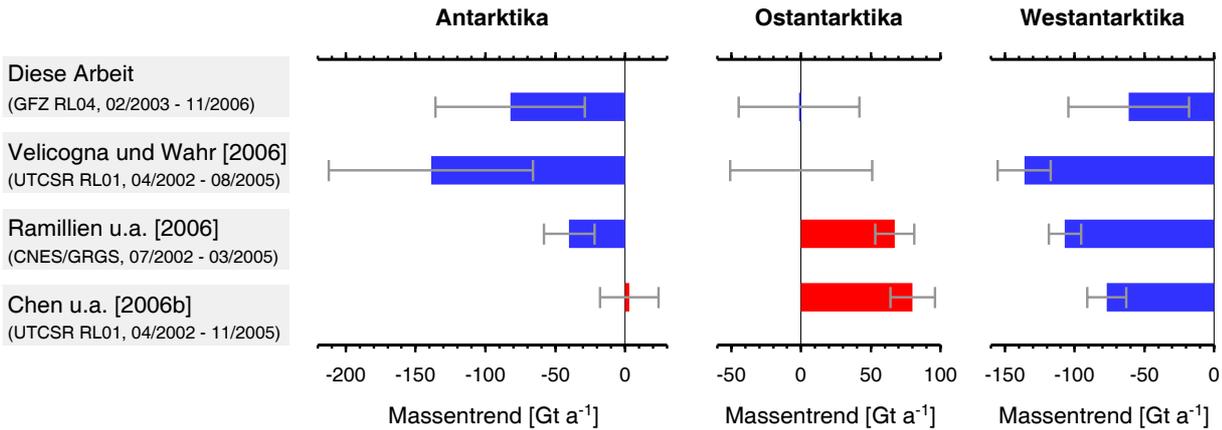


Abbildung 4.21: Vergleich geschätzter Eismassentrends für Antarktika, Ostantarktika und Westantarktika aus dieser Arbeit und aus bisher veröffentlichten GRACE-Analysen (siehe Angaben links; in Klammern die zugrundeliegenden GRACE-Produkte und Zeiträume). Die Angaben bei Velicogna und Wahr [2006] erfolgen in km^3 Eis pro Jahr und werden mit der Dichte 917 kg m^{-3} in Massentrends umgerechnet. Ramillien u.a. [2006] geben doppelte Fehler-Standardabweichungen an, die hier in einfache Standardabweichungen umgerechnet sind. Fehlerangaben bei Chen u.a. [2006b] schließen die Unsicherheit der GIA-Korrektion nicht ein.

2003–2007 erhalten Legrésy u.a. [2007] in ihrer Analyse von ENVISAT-Daten jedoch positive Trends, die mit dem hier erhaltenen GRACE-Ergebnis vereinbar sein könnten.

Für Gebiet 10 (die in das Ross-Schelfeis mündenden Eisströme Mercer-, Whillans-, Kamb- und Bindschadler-Eisstrom) ergaben Analysen mit der Budget-Methode eine positive Massenbilanz um $+30 \text{ Gt a}^{-1}$ [Rignot und Thomas, 2002; Joughin und Tulaczyk, 2002], dominiert durch den im Eisfluss angehaltenen Kamb-Eisstrom mit etwa $+20 \text{ Gt a}^{-1}$. Die hier geschätzte Massenbilanz von $(+4 \pm 6) \text{ Gt a}^{-1}$ ist wesentlich kleiner. Anders als für Gebiet 12 sind unterschätzte Leck-Effekte hier eine wenig wahrscheinliche Ursache dieser Diskrepanz. Der Kamb-Eisstrom liegt zentral im Gebiet 10 und wird durch $\eta(\Omega)$ (hier nicht gezeigt) kaum gedämpft.

Gebiet 13 (Antarktische Halbinsel und angrenzende Gebiete des Ellsworth-Lands) befindet sich im Rahmen der hohen Unsicherheit der Schätzung im Gleichgewicht. Radaraltimetrie-Ergebnisse [Zwally u.a., 2005; Wingham u.a., 2006; Davis u.a., 2005] zeigen im südlichen Teil dieses Gebiets (Palmer-Land und Ellsworth-Land) Massenzunahmen bis zu einigen 10 Gt a^{-1} , die auf positive Trends in der Akkumulation zurückgeführt werden. Im nördlichen Teil der Antarktischen Halbinsel wurden dagegen Eismassenabnahmen von einigen 10 Gt a^{-1} berichtet, die unter anderem durch beschleunigten Eisfluss in Folge der Auflösung von Teilen des Larsen-Schelfeises erfolgen [Rignot, 2006]. Die Schätzung aus GRACE-Daten deutet auf einen gegenwärtigen ungefährten Ausgleich zwischen beiden Trends hin.

Einen Vergleich der hier erhaltenen Ergebnisse für Antarktika, Ost- und Westantarktika mit bisher veröffentlichten Ergebnissen aus GRACE-Daten zeigt Abbildung 4.21. Ursache für die Unterschiede zwischen den Ergebnissen kann erstens sein, dass die Trends für unterschiedliche Zeiträume geschätzt wurden, in denen die tatsächlichen Eismassenvariationen unterschiedlich waren. Allerdings unterscheiden sich z.B. die von Velicogna und Wahr [2006] und Chen u.a. [2006b] behandelten Zeiträume nur um 3 Monate. Eine zweite Ursache liegt in Unterschieden zwischen den benutzten Schwerfeldlösungen, d.h. der zugrundeliegenden Prozessierung. Allerdings benutzen Velicogna und Wahr [2006] und Chen u.a. [2006b] beide die Release-1-Monatslösungen des UTCSR. Drittens können unterschiedliche Methoden bei der Analyse der Monatslösungen zu unterschiedlichen Ergebnissen führen, wie im Folgenden diskutiert wird.

Die von Velicogna und Wahr [2006] angesetzte GIA-Korrektur beruht nicht wie die von den übrigen Autoren benutzte Korrektur auf einem speziellen Modell (IJ05 mit mittlerer Mantelviskosität), sondern auf einem Mittelwert von Korrekturwerten, die aus verschiedenen Modellen errechnet wurden (Abschnitt 4.3.1). Da dieser Mittelwert größer als der aus IJ05 erhaltene Wert ist, hat die Schätzung durch Velicogna und Wahr [2006] relativ zu den übrigen Schätzungen einen negativen Offset.

Die Analysen unterscheiden sich auch in der Berücksichtigung von Leck-Effekten durch antarktische Eismassenvariationen. Velicogna und Wahr [2006] benutzen, analog zum hier mit Methode G2 verfolgten Ansatz (4.26), einen Reskalierungsfaktor γ , der für den Gesamtkontinent mit der beträchtlichen Größe $0.62^{-1} = 1.61$ angegeben wird. Die Ungewissheit des tatsächlichen relativen Leck-Effekts (und damit dieses Reskalierungsfaktors) wird nicht diskutiert. In der vorliegenden Arbeit wurde zum Beispiel für Westantarktika auf eine Reskalierung verzichtet, weil Simulationsstudien auf eine große Unsicherheit des relativen Leck-Effekts hindeuten. Velicogna und Wahr [2006] nehmen hier eine Reskalierung (mit nicht genanntem Faktor) vor. Unabhängig vom verbleibenden Fehler wird damit in jedem Fall das Ergebnis betragsmäßig vergrößert. Ramillien u.a. [2006] benutzen für den Gebietsintegrationsansatz die regularisierten Monatslösungen des CNES/GRGS [Lemoine u.a., 2007] ohne weitere Filterung. Auch die spektrale Einschränkung und Regularisierung in diesen Lösungen bedeuten jedoch eine glättende Filterung, so dass Leck-Effekte durch antarktische Eismassen auftreten, die eventuell signaldämpfend wirken.

Weitere methodische Unterschiede liegen in den verwendeten Gebietsgrenzen. Velicogna und Wahr [2006] schließen die Schelfeise ein. Dies hat keine Wirkung auf das tatsächliche Eismassensignal, erhöht aber die Anfälligkeit gegenüber Fehlern der GIA-Reduktion (vgl. die großen GIA-Signale im Ross- und Filchner-Ronne-Schelfeis in Abbildung 2.6) und des reduzierten Ozeangezeitenmodells [vgl. Han u.a., 2005c]. Ramillien u.a. [2006] schließen zusammen mit den beiden großen Schelfeisen auch Teile des Kontinents aus (z.B. südlich der großen Schelfeise bis zum Pol). Einen Extremfall räumlicher Abgrenzung stellt die Analyse von Chen u.a. [2006b] dar, bei der nach Betrachtung von Karten stark geglätteter satellitenbestimmter Flächendichtetrends Massenvariationen nur in zwei kleinen Gebieten angesetzt werden.

Insgesamt resultieren die in Abbildung 4.21 sichtbaren Unterschiede wohl zu einem großen Teil aus methodischen Unsicherheiten einerseits der GRACE-Prozessierung und andererseits der darauf folgenden Schätzung der Massensignale. Der Versuch einer Quantifizierung dieser Fehler ist mit dieser Arbeit erfolgt. Dennoch können weitere, hier nicht berücksichtigte systematische Fehler auftreten, wie z.B. Trends in den GRACE-Fehlern (Abschnitt 3.3.3.4). So sollte auch die Interpretation der hier erhaltenen Ergebnisse mit Vorsicht und möglichst unter kritischem Vergleich mit unabhängigen Beobachtungen und Modellen erfolgen. Im Übrigen können die hier erfolgten Untersuchungen als Ausgangspunkt für methodische Verbesserungen dienen, wie sie im nächsten Kapitel diskutiert werden.

Das geschätzte saisonale Signal des Gesamtkontinents (bestehend aus harmonischem Jahres- und Halbjahressignal) hat sein Minimum im Februar, sein Maximum im Oktober und eine Differenz zwischen Maximum und Minimum von 260 Gt. Van Lipzig u.a. [2002] und Cullather u.a. [1998] geben anhand atmosphärischer Modellierungsstudien saisonale OMB-Variationen an, die, in Eismassenvariationen umgerechnet, das Minimum im Februar, das Maximum im August bzw. September und eine Differenz um 175 Gt zwischen Maximum und Minimum ergeben. Fehler des hier angepassten saisonalen Signals ergeben sich durch GRACE-Fehler-Effekte, die zusätzliche Varianz beitragen und damit Amplitudenüberschätzung erwarten lassen, sowie durch Fehler des reduzierten Hydrologiesignals mit seiner ebenfalls starken Saisonalität. Die gute qualitative Übereinstimmung des Ergebnisses mit Informationen aus Modellen ist ein Indiz dafür, dass das angepasste saisonale Signal dennoch zu einem großen Teil tatsächliche Eismassenvariationen beschreibt.

5 Strategien in Richtung optimaler Auswertemethoden

Bei der Untersuchung des Schwerefeldes und seiner zeitlichen Änderungen waren in der Vergangenheit theoretische und methodische Entwicklungen oft weiter fortgeschritten als die Möglichkeiten der tatsächlichen Beobachtung. Mit den hochgenauen Beobachtungen der neuen Schwerefeldmissionen hat sich diese Situation teilweise umgekehrt: Modellierungsansätze und Auswertemethoden müssen nun weiterentwickelt werden, um mit der Beobachtungsgenauigkeit Schritt zu halten und die Missionen im vollen Umfang für die geodätische Nutzung und für geophysikalische Rückschlüsse zu erschließen. Aus der in den vorangegangenen Kapiteln dargestellten Analyse des gegenwärtigen Standes ergeben sich Richtungen solcher Weiterentwicklungen, insbesondere in Bezug auf GRACE. Sie werden in diesem Kapitel zusammengetragen.

Abschnitt 5.1 behandelt Verbesserungen, die bereits auf der Grundlage gegenwärtiger GRACE-Monatslösungen möglich sind. Abschnitt 5.2 diskutiert Verbesserungen bei der Erstellung dieser Monatslösungen, oder allgemeiner, bei der GRACE-Prozessierung. Selbstverständlich sind die beiden Entwicklungsbereiche miteinander verwoben. Insbesondere spielt in allen Stufen der GRACE-Datenanalyse die Einbeziehung komplementärer Daten eine wichtige Rolle. Diese Kombination von GRACE mit komplementären Beobachtungen und Modellen wird – mit Ausrichtung auf antarktische Massensignale – nochmals in Abschnitt 5.3 diskutiert, womit ein Ausschnitt der Zusammenhänge beleuchtet wird, die bei der angestrebten Methodenintegration des GGOS ausgenutzt werden können.

5.1 Verbesserungen auf der Basis gegenwärtiger GRACE-Monatslösungen

Die in Kapitel 4 beschriebene Schätzung von Massensignalen geht nach folgendem Schema vor: Zunächst werden aufgrund einfacher Annahmen über die GRACE-Fehler und über die gesuchten geophysikalischen Signale Schätzmethode (konkret: die Gewichtsfunktionen $\eta(\Omega)$) festgelegt. In einem nachgelagerten Schritt werden dann empirische und heuristische Analysen durchgeführt, um die tatsächlichen mit den Methoden verbundenen Fehler abzuschätzen. Diese Analysen erweisen sich als wichtig, da sie auch solche Fehlerbeiträge aufdecken, die auf Fehlern der Annahmen bei der Methodenfestlegung (insbesondere Annahmen über die GRACE-Fehler) beruhen. Im Ergebnis der Fehleranalysen werden gewisse nachträgliche Methodenanpassungen vorgenommen, etwa durch die Wahl des Filterparameters λ und des Skalierungsfaktors γ sowie durch die Auswahl der vorläufig besten der drei untersuchten Methoden. Die einmal festgelegten Grundstrukturen der Schätzung (z.B. die Ableitung der Filterfaktoren w_{nm} aus dem unkorrelierten Fehlermodell) werden jedoch nicht verändert. Mit Hilfe verbesserter Modellannahmen an GRACE-Fehler und an geophysikalische Massenvariationen könnte jedoch auch diese Grundstruktur besser an die tatsächlichen Gegebenheiten angepasst werden.

Die Entwicklung und Verwendung verbesserter Modelle der Fehlerstruktur der Monatslösungen erweist sich als wichtiges Aufgabenfeld. Durch die Verwendung der vollen Fehlerkovarianzmatrizen können die tatsächlichen Fehler besser beschrieben werden als nur durch die Diagonalen. Eine vollständige Charakterisierung der Fehlerstrukturen wird, wie in den Abschnitten 3.3.3.5 und 3.4 diskutiert, auch dadurch noch nicht gelingen. Um sich ihr weiter anzunähern, sind zusätzliche Untersuchungen nötig. Ein Ansatz besteht darin, empirisch festgestellte Fehlerstrukturen sozusagen „zum Fehlermodell zu erheben“ und entsprechend bei den geophysi-

kalischen Rückschlüssen zu berücksichtigen. Dabei besteht aber das prinzipielle Problem der empirischen Unterscheidung von Fehlern und Signalen. Wie in Abschnitt 4.1.5 erwähnt, kann z.B. ein Filter zur Beseitigung empirisch festgestellter Fehlerstrukturen in einer Weise wirken, dass in den Polargebieten auch geophysikalische Signale verfälscht werden. Ein fundierterer Ansatz besteht in Modellierungs- und Simulationsstudien über die Fehlermechanismen innerhalb des gesamten GRACE-Auswerteprozesses [vgl. Thompson u.a., 2004; Schrama und Visser, 2007]. Solche Studien könnten Alias-Effekte einschließen, aber auch weitere bisher wenig berücksichtigte Effekte, wie z.B. Korrelationen der Beobachtungsfehler. Der Nutzen solcher Untersuchungen geht natürlich weit darüber hinaus, dass Fehlermodelle für gegenwärtige GRACE-Lösungen verbessert werden: Es können auch Verbesserungen der Prozessierungsmethoden untersucht werden, auf die der folgende Abschnitt 5.2 eingeht.

Ein zweites wichtiges Aufgabenfeld ist die verbesserte Nutzung geophysikalischer Vorinformationen. Zunächst können bekannte Eismassenvariationen, ebenso wie dies mit bekannten „Störsignalen“ erfolgt, vor der Schätzung reduziert werden, um Leck-Effekte durch diese im voraus bekannten Variationen zu vermeiden. Beim Informationsstand, auf dem die Untersuchungen dieser Arbeit aufbauen, bietet sich dieses Vorgehen vor allem für die Trends im Amundsen-See-Sektor an, die relativ gesichert erscheinen. In anderen Regionen, in denen Eismassenänderungen stark von interannualen OMB-Variationen geprägt sind, müssten die zu reduzierenden A-priori-Variationen dagegen erst aus neueren Altimetrie-Analysen oder Atmosphärenmodellen gewonnen werden.

Das Konzept der Anpassung vorgegebener räumlicher Muster bietet einen methodischen Rahmen, um Vorinformationen über die verbleibenden, zu schätzenden Massenvariationen zu nutzen. Die Machbarkeit dieses Konzepts wurde in dieser Arbeit anhand einer sehr einfachen Realisierung bestätigt. Die hier verwendeten Muster, die auf Eiseinzugsgebiete beschränkt und an deren Grenzen unstetig sind, sind zwar leicht zu handhaben, aber geophysikalisch wenig realistisch. Durch die Wahl realistischerer Muster ist eine deutliche Minderung von Leck-Effekten zu erwarten, die ja Effekte von Fehlern des angesetzten Satzes von Mustern sind (siehe Abschnitt 4.1.4.3). Dabei können noch spezifischere Vorinformationen, z.B. aus der Altimetrie, der Atmosphärenmodellierung und der eisdynamischen Modellierung, einfließen. Zum Beispiel können regionale Höhenänderungsmuster aus der Altimetrie angesetzt werden, so dass die aus GRACE geschätzten Vorfaktoren Aussagen über die zugehörige Dichte liefern. Aus atmosphärisch modellierten OMB-Variationen können die dominanten empirischen orthogonalen Funktionen ermittelt und als Variationsmuster angesetzt werden. Dasselbe ist für die anzusetzenden Variationen außerhalb Antarktikas sinnvoll. Nach Erwartung des Autors wird der Ansatz der Anpassung vorgegebener Muster nach solchen Weiterentwicklungen dem Ansatz der Gebietsintegration ebenbürtig oder sogar überlegen sein. Er ist dann wegen seiner größeren methodischen Konsistenz zu bevorzugen. Zum Beispiel stellt bei Methode G2 das Hochskalieren mit dem Faktor γ den Versuch dar, die Unkenntnis bzw. unsichere Kenntnis von Variationen niederer Grade (besonders Grade 1 und 2) durch das Hochskalieren höherer Grade zu ersetzen. Dies geht nur aufgrund von Vorinformationen über die Kopplung dieser Koeffizienten, die bei Methode G2 sehr heuristisch einfließen. Das Ansetzen räumlicher Muster bietet eine fundiertere formale Grundlage zur Einführung solcher Vorinformationen und vermeidet Inkonsistenzen, wie sie am Ende von Abschnitt 4.3.6 für Ansatz G2 diskutiert wurden. Eine Erweiterung des Ansatzes kann durch die Einführung „weicher“ Nebenbedingungen (z.B. zeitliche und räumliche Nachbarschaftsbeziehungen, Vorinformationen über die erwartete Größe der Vorfaktoren) erfolgen, wie sie z.B. für die Mascon-Methode durch Luthcke u.a. [2007] verwendet werden. Dies kann auch als Schritt in die Richtung des inversen Ansatzes von Ramillien u.a. [2004] angesehen werden, wobei durch Nebenbedingungen, die im Orts- statt im Frequenzbereich gestellt werden, und durch die Beschränkung auf eine kleine Zahl von Mustern (verglichen zur Zahl der satellitenbestimmten

Stokes-Koeffizienten) dessen hoher Formalisierungsgrad vermieden werden kann, soweit er den Grad der Vorinformationen übersteigt.

Die Notwendigkeit, zwischen gewünschten geophysikalischen Rückschlüssen und der räumlichen Auflösung von GRACE geeignete Kompromisse zu finden, legt, auf den Erfahrungen von Kapitel 4 aufbauend, eine Revision der dort gewählten Gebietseinteilung nahe. Ein Beispiel ist die in Abschnitt 4.4 vorgenommene gemeinsame Schätzung für die Gebiete 11 und 12, motiviert durch die Tatsache, dass große Massenvariationen gerade an deren gemeinsamer Grenze auftreten. Mit der Zunahme des nordöstlich an Gebiet 12 angrenzenden Küstenstreifens erhielt man nochmals eine Reduktion von Leck-Effekten. Da der schmale Ausläufer der Antarktischen Halbinsel gegenüber Leck-Effekten besonders anfällig ist, könnte man auf die Einbeziehung der Halbinsel verzichten und erhielte dann für die Westantarktis und den Gesamtkontinent (jeweils ohne Antarktische Halbinsel) genauere Schätzungen.

Das Thema der Einbeziehung von Vorinformationen in der GRACE-Datenanalyse führt in einem breiteren Kontext zur Aufgabe, komplementäre Beobachtungs- und Modellierungsansätze zu kombinieren. In diesem Kontext wird es in Abschnitt 5.3 nochmals bearbeitet.

5.2 Verbesserungen der GRACE-Prozessierung

Die Tatsache, dass um die „besten“ Prozessierungskonzepte ein Wettbewerb zwischen verschiedenen Auswertezentren und Arbeitsgruppen besteht (vgl. Abschnitt 3.1.2), ist Ausdruck dafür, dass gegenwärtige Standardkonzepte verbesserungswürdig und verbesserungsfähig sind. Ein Beispiel hierfür sind die Probleme in der Fehlermodellierung gegenwärtiger GRACE-Monatslösungen (siehe Abschnitt 3.3.3), die zum Teil wahrscheinlich auf Modellierungs- und Parametrisierungsdefizite zurückgehen (siehe Abschnitt 3.4). Aus Sicht eines Anwenders, der mit GRACE-Produkten zeitliche Massenvariationen untersuchen will, und auf der Basis des in dieser Arbeit dargestellten Problemverständnisses zeigen sich drei Hauptfelder zur Verbesserung der GRACE-Prozessierung.

Das erste Hauptfeld ist die fortlaufende Verbesserung der Hintergrundmodelle. Das statische Hintergrundmodell verbessert sich schon allein durch die Iteration der GRACE-Prozessierung von Release zu Release. (Zum Effekt von Fehlern des statischen Hintergrundmodells vgl. Gunter u.a. [2006].) Mögliche Verbesserungen der Hintergrundmodelle zeitlicher Variationen betreffen insbesondere Gezeitenmodelle im Antarktischen und Arktischen Ozean. Zudem könnte die Aufnahme bisher nicht enthaltener Variationssignale, wie hydrologische Variationen oder gar Eismassenvariationen, erwogen werden, soweit diese genau genug modellierbar sind.

Das zweite Verbesserungsfeld ist (wie auch das dritte) grundsätzlicherer Natur. Es betrifft die Konzepte, mit denen die originären Satellitenbeobachtungen, die keine direkten Funktionale des Gravitationsfeldes sind, in Beziehung zu den gesuchten Schwerefeld- oder Massenvariationen gebracht werden. In der Standard-GRACE-Prozessierung geschieht dies über das Verfahren der numerischen dynamischen Bahnanalyse, das für die Auswertung klassischer bodengebundener Beobachtungen entwickelt wurde. Die Kopplung einer Bahnintegration über relativ lange Bahnen mit der Schwerefeldbestimmung hat jedoch den Nachteil, dass Fehler in der Bahnmodellierung (etwa im Kräftefeldmodell), die sich über den gesamten Bahnbogen fortsetzen, die Schwerefeldbestimmung beeinträchtigen. Daher sind alternative Konzepte entwickelt worden, die die Schwerefeldbestimmung weitgehend von der Bahnbestimmung entkoppeln bzw. durch die Verwendung kurzer Bahnbögen den Einfluss von Bahnmodellierungsfehlern gering halten (siehe Abschnitt 3.1.2). Ersten Ergebnissen nach erweisen sie sich als tragfähig und wirksam

[Mayer-Gürr u.a., 2006; Rowlands u.a., 2002, 2005; Han u.a., 2006b]. Im Streben nach optimierten Auswertemethoden sollten solche, speziell auf die neuen Missionen ausgerichteten Konzepte verfolgt werden.

Das dritte Verbesserungsfeld betrifft die Parametrisierung der zu bestimmenden Schwerefeld- bzw. Massenvariationen. An die Untersuchungen von Abschnitt 3.4 anknüpfend, wird dies im Folgenden näher ausgeführt. Da GRACE eine vormals unerreichte Sensitivität für räumliche und zeitliche Schwerefeldvariationen, jeweils über ein breites Spektrum, aufweist, ist bei der Missionsauswertung ein neuartiges Signal in Form globaler raum-zeitlicher Schwerefeldvariationen zu betrachten. Wegen ihrer begrenzten Abtastung kann die Mission dieses Signal nicht vollständig auflösen. Alias-Effekte sind damit ein der Mission prinzipiell innewohnendes Problem. Wie stark diese Effekte auftreten, hängt jedoch auch von der Parametrisierung bei der Missionsauswertung ab. Für die in dieser Arbeit verwendeten Monatslösungen werden konstante Zuschläge für alle Stokes-Koeffizienten bis Grad 120 geschätzt. In den hohen Graden sind aber die zeitlichen Variationen weit kleiner als die Missionsfehler (vgl. Abbildungen 2.1b und 2.9). Monatliche Änderungen in den hohen Graden zu schätzen bedeutet daher eine Überparametrisierung. Geophysikalische Variationen treten vor allem in den niederen Graden auf und sind teilweise in kürzeren Zeitintervallen als einem Monat schätzbar [z.B. Lemoine u.a., 2007; Rowlands u.a., 2005]. Sie nur monatlich zu schätzen bedeutet eine Unterparametrisierung. Nicht parametrisierte Variationen sind gerade die Auslöser von Alias-Effekten.

Die Parametrisierung ist demnach dahingehend zu verbessern, dass diejenigen Anteile zeitlich-räumlicher Variationen, die aus den Beobachtungen geschätzt werden können, auch geschätzt werden. Umgekehrt sollten Anteile zeitlich-räumlicher Variationen, über die die Beobachtungen praktisch keine Informationen liefern, fixiert werden. Die Release-4-Monatslösungen des UTCSR [UTCSR, 2007] (monatliche Schätzung nur bis Grad 60) und, noch konsequenter, die in 10-tägigen Abständen berechneten Monatslösungen des CNES/GRGS [Lemoine u.a., 2007] (Schätzung bis Grad 50, mit Regularisierung, die einer schwachen Fixierung etwa ab Grad 30 entspricht) sind einfache Realisierungen einer solchen Strategie. Als weitere Verbesserung bietet sich als Alternative zur stückweise konstanten Modellierung der zeitabhängigen Parameterzuschläge, die Unstetigkeiten an den Intervallgrenzen unterstellt, eine stetige (z.B. stückweise lineare) Modellierung an.

Allgemeiner formuliert besteht die Parametrisierungsaufgabe darin, einen Satz von Variationsmustern als lineare Basis des zu bestimmenden Schwerefeldes festzulegen und die Vorfaktoren als Parameter zu schätzen. Die Basis-Variationsmuster können irgendwelche raum-zeitlichen Schwerefeldvariationen sein. Sie sollten, grob gesagt, einen möglichst großen Teil der geophysikalischen Variationen erfassen, für die die Mission sensitiv ist. Diese komplexe Aufgabe schließt das Abwägen zwischen räumlicher und zeitlicher Auflösung ein und benötigt möglichst gute Vorinformationen sowohl über die auftretenden geophysikalischen Signale als auch über die Sensitivitätsstruktur der Mission.

Für eine Annäherung an diese Aufgabe aus der Blickrichtung der Sensitivitätsstruktur können Analysen genutzt werden, wie sie in Abschnitt 3.3.2 am Beispiel von CHAMP präsentiert wurden. Es liegt nahe, die einzelnen räumlichen Muster in um so höherer zeitlicher Auflösung zu bestimmen, je besser ihre Bestimmbarkeit ist. Dies würde eine Umparametrisierung bedeuten, die die Hierarchie der Kugelfunktionsgrade und -ordnungen durch eine Hierarchie der Bestimmbarkeit von Schwerefeldmustern ersetzt. Abbildung 3.7 deutet den Genauigkeitsgewinn an, der auf solche Weise erreicht werden könnte.

Aus der Blickrichtung der geophysikalischen Signale ist es andererseits erstrebenswert, die Parametrisierung auf einer Hierarchie räumlicher Muster entsprechend ihrer geophysikalischen Variabilitäten aufzubauen. Hierbei ist zu entscheiden, in welcher Weise entsprechende geophysikalische Vorinformationen einbezogen werden und ob globalen Mustern oder regional begrenzten

Mustern (oder einer Kombination aus beiden) der Vorzug gegeben wird (vgl. Abschnitt 3.1.2). Der unter anderem als Mascon-Methode bekannte Ansatz (vgl. die Abschnitte 3.1.2 und 4.1.5), Massenvariationsmuster zu wählen, die zunächst im Ortsbereich definiert, in der Regel räumlich begrenzt und an geophysikalischen Vorinformationen orientiert sind, ist ein Beispiel für ein ebenso pragmatisches wie wirksames Vorgehen [Luthcke u.a., 2006b; Han u.a., 2006a]. Wenn das letztendliche Ziel einer GRACE-Auswertung die Untersuchung von Massenvariationen ist, scheint es in der Tat vorteilhaft, solche Massenvariationen direkt anzusetzen, anstatt den „Umweg“ über Schwerefeldlösungen zu wählen. Für eine regionalisierende Parametrisierung sprechen zudem die in Abschnitt 3.1.2 erwähnten Vorteile, insbesondere die Möglichkeit, die numerische Lösung an regionale Verhältnisse (geophysikalische Signale und Abtastung durch die Mission) anzupassen. Zur Festlegung der anzusetzenden räumlichen Muster und etwaiger weicher Nebenbedingungen können die im vorigen Abschnitt 5.1 genannten Ideen aufgenommen werden.

Als zusätzlicher Aspekt zum zweiten und dritten Verbesserungsfeld sei schließlich bemerkt, dass vor dem Hintergrund des sicherlich nötigen Experimentierens und der nötigen Iterationen Lösungsstrategien mit reduziertem numerischen Aufwand im Zweifelsfalle solchen mit hohem numerischen Aufwand vorzuziehen sind (vgl. Abschnitt 3.1.2).

5.3 Kombination von GRACE mit komplementären Beobachtungen und Modellen zur Trennung überlagerter Massenvariationen der Antarktis

5.3.1 Allgemeines

Die Einbeziehung zusätzlicher, komplementärer Informationen ist in den verschiedenen Stadien der GRACE-Datenanalyse nahezu unumgänglich. Zum Beispiel benutzt die GRACE-Prozessierung Modelle atmosphärischer und ozeanischer Variationen, und auch die im Ergebnis erhaltenen Schwerefeldlösungen enthalten noch Überlagerungen von Prozessen, die nur anhand von Zusatzinformationen getrennt werden können. Die Antarktis ist ein besonderer und besonders schwieriger Fall solcher Überlagerungen: Gegenwärtigen Eismassenänderungen sind GIA überlagert. Zudem stellen Eismassenänderungen an sich Überlagerungen von Prozessen verschiedener Ursachen und verschiedener Zeitskalen dar (Langzeittrends, Effekte von OMB-Fluktuationen oder von Fluktuationen der Ausflussbedingungen usw.), deren Unterscheidung für die Interpretation und für Prognosen wichtig ist. Methoden zur Trennung dieser überlagerten Signale durch eine geeignete Kombination komplementärer Beobachtungen und Modelle stehen gegenwärtig am Anfang ihrer Entwicklung. Zum Beispiel wird in den praktischen Rechnungen in Kapitel 4 ein spezielles, mit erheblichen Unsicherheiten behaftetes GIA-Modell reduziert, um Eismassensignale möglichst zu isolieren. Eine Interpretation der geschätzten Eismassentrends hinsichtlich der Anteile von langzeitigen eisdynamischen Trends, OMB-Fluktuationseffekten und GRACE-Fehlern wird durch die Tatsache erschwert, dass die benutzten Zusatzinformationen z.B. über OMB-Fluktuationen sehr begrenzt sind. Mögliche Weiterentwicklungen zur Kombination von GRACE mit komplementären Beobachtungen und Modellen sollen hier diskutiert werden.

Wesentliche komplementäre Beobachtungen werden im Folgenden – ohne Anspruch auf Vollständigkeit – genannt.

- Schwerefeld- bzw. Auflastvariationen der niederen Grade – einschließlich Grad 1 – erhält man ergänzend zu GRACE aus *Satellite Laser Ranging* [z.B. Chen u.a., 1999; Lemoine u.a., 2007] und aus Deformationen eines globalen Netzes von GNSS-Beobachtungen [z.B.

Blewitt und Clarke, 2003].

- Änderungen der ellipsoidischen Eisoberflächenhöhe erhält man aus der Altimetrie (punktweise auch aus GNSS-Beobachtungen). Besonders relevant sind hier die Radaraltimetrie-Satellitenmissionen ENVISAT und zukünftig CryoSat2 und die Laseraltimetrie-Mission ICESat.
- Vertikale Krustendeformationen, die Aufschlüsse über GIA, aber auch über rezente Auflaständerungen geben, erhält man aus GNSS-Beobachtungen auf Fels [z.B. Dietrich u.a., 2005b; Scheinert u.a., 2006], die gegenwärtig unter anderem im Rahmen des Internationalen Polarjahrs 2007/2008 verstärkt betrieben werden [Dietrich u.a., 2005a].
- Oberflächenfließgeschwindigkeiten des Eises und ihre Änderungen erhält man durch spezielle Auswertungen des satellitengestütztes SAR [z.B. Rignot, 2006] (punktweise auch durch GNSS-Beobachtungen auf Eis). Durch Kombination mit Informationen über die Eisdicke, das vertikale Geschwindigkeitsprofil und die OMB erhält man zudem Massenbilanzen von Eiseinzugsgebieten (Budget-Methode – siehe Abschnitt 2.2.2).
- Die Rückkehrfunktionen der Radaraltimetrie (*Waveforms*) sind sowohl gegenüber der Oberflächenhöhe als auch gegenüber Eigenschaften der oberen Firnschichten sensitiv [Legrésy und Rémy, 1998]. Eine Auswertung entsprechender *Waveform*-Parameter kann daher gleichzeitig mit Höheninformationen auch gewisse Informationen über zeitlich veränderliche Dichten (Kompaktionseffekte) liefern.
- Ebenso liefern weitere Fernerkundungsverfahren Informationen über OMB-Raten [z.B. Arthern u.a., 2006] wie auch über einzelne Akkumulationsereignisse [z.B. Bindschadler u.a., 2005].
- Lokale Beobachtungen der OMB oder von OMB-relevanten Atmosphärenparametern sind eine weitere Informationsquelle, die unter anderem für die Kalibrierung und Validierung von Fernerkundungs- und Modellierungsverfahren wichtig sind. Dabei liefern Firn- und Eiskerne auch Informationen, die weit in die Vergangenheit reichen.

Die Beobachtungen sind mit geophysikalischen Modellen zu kombinieren, deren Erstellung ihrerseits mit der Nutzung von Beobachtungsdaten verbunden ist. Hier sind vor allem zu nennen:

- Eisdynamische Modelle [z.B. Huybrechts u.a., 2004]
- Atmosphärenmodelle, die u.a. die raum-zeitlichen Variationen der OMB beschreiben [z.B. Van Lipzig u.a., 2002]
- Modelle zur Beschreibung der Kompaktion der oberen Firnschichten [z.B. Zwally und Li, 2002]
- Modelle der GIA [z.B. Ivins und James, 2005; Peltier, 2004].

Die gegenseitigen Ergänzungen und Wechselwirkungen der verschiedenen Beobachtungs- und Modellierungsansätze erscheinen um so wichtiger, als zunehmend die hohe Komplexität der zu untersuchenden Eismassenvariationen wahrgenommen wird. Ein Beispiel sind natürliche Fluktuationen der OMB und die dynamische Reaktion des Eisschildes darauf, deren Erfassung und Verständnis für die Interpretation von Beobachtungen und für Vorhersagen wichtig sind. Um zu entscheiden, ob ein über einige Jahre beobachteter Eismassentrend Ausdruck natürlicher OMB-Fluktuationen sein kann oder Ausdruck eines langzeitigen Ungleichgewichts sein

muss (oder gar ein Fehler der Beobachtungsdaten ist), muss man Größe und Struktur fluktuationsbedingter Eismassenänderungen kennen, die wiederum von Charakteristiken sowohl der OMB-Fluktuationen selbst als auch der eisdynamischen Anpassung abhängen [Rémy u.a., 2002]. OMB-Fluktuationen lösen zudem zeitliche Fluktuationen in der Firndichtestruktur aus [Rémy und Parrenin, 2004], was die Interpretation altimetrisch beobachteter Oberflächenhöhenänderungen erheblich erschwert. Die Herausforderung, Informationen zu OMB-Fluktuationen geeignet aufzubereiten und zu nutzen, wird auch in der vorliegenden Arbeit illustriert. Im Anhang A werden als Beitrag zur Erforschung von OMB-Fluktuationen Analysen lokaler OMB-Daten hinsichtlich der räumlichen Kovarianz interannualer Fluktuationen vorgestellt. Sie münden in das in Abschnitt 2.2.2 vorgestellte einfache stochastische Modell, das in Kapitel 4 (Abschnitte 4.3.2 bis 4.3.6) zur Abschätzung von Einflüssen der OMB-Fluktuationen auf die ermittelten Eismassenzeitreihen benutzt wird. Die vorliegenden Informationen zu OMB-Fluktuationen sind unsicher, und entsprechend vage bleiben z.B. in Abschnitt 4.3.5 die Schlussfolgerungen über den Ursprung der unerwartet großen interannualen Variationen.

Die Kombination von GRACE und komplementären Beobachtungs- und Modellierungstechniken kann auf verschiedenen Ebenen erfolgen. Eine Ebene besteht im Vergleich der Ergebnisse der unterschiedlichen Techniken. So erfolgt in Abschnitt 4.4 ein Vergleich mit publizierten Ergebnissen der Altimetrie- und der Budget-Methode, die allerdings meist abweichende Zeiträume betrafen. Ein direkter Vergleich der GRACE-Ergebnisse mit denen z.B. der Altimetrie bleibt damit eine attraktive Aufgabe. Dabei ist mehr möglich als die bloße Gegenüberstellung von Trends. Wie GRACE, so beobachtet auch die Satellitenaltimetrie (gegenwärtig ENVISAT und mit größeren Einschränkungen ICESat) Änderungen des Eisschildes in der zeitlichen Skala von etwa einem Monat. Bereits ein Vergleich entsprechend aufbereiteter Datensätze könnte viel zur gegenseitigen Validierung der Ergebnisse und zur Verbesserung des Verständnisses der zugrundeliegenden Variationen beitragen. Ergebnisse atmosphärischer Modellierung, z.B. in Form der monatsweisen OMB, bieten sich ebenso zum Vergleich mit GRACE-Ergebnissen an. Entsprechendes gilt für vertikale Krustendeformationen aus der Analyse von GNSS-Beobachtungen.

Eine zweite Ebene der Kombination besteht in der Synthese der Ergebnisse verschiedener Beobachtungs- und Modellierungsansätze. Durch die unterschiedlichen Sensitivitäten von GRACE-, Altimetrie- und GNSS-Beobachtungen gegenüber Eismassenänderungen, GIA und Firndichteänderungen erlaubt z.B. die Verbindung dieser drei Beobachtungstechniken theoretisch die Trennung der drei Phänomene [Wahr u.a., 2000; Velicogna und Wahr, 2002]. Ein solcher Ansatz wird im folgenden Abschnitt 5.3.2 eingehender beleuchtet. Einen ähnlichen Grundansatz, jedoch unter Einbeziehung viskoelastischer Erdmodellierung und mit stärkerer globaler Orientierung, beschreiben Wu u.a. [2002]. Grundansätze zur Synthese von eismassenrelevanten Beobachtungen (allerdings noch ohne GRACE) mit eisdynamischer Modellierung entwickeln Arthern und Hindmarsh [2003, 2006].

Eine dritte Ebene ist die Einführung komplementärer Beobachtungen und Modelle bereits bei der GRACE-Prozessierung oder bei der Schätzung von Massensignalen aus GRACE-Produkten. Beispiele hierfür wurden in den Abschnitten 5.1 und 5.2 angesprochen. Die Einführung bestehender Zusatzinformationen in einem frühen Auswertestadium kann generell eine konsistentere Kombination der komplementären Informationen gewährleisten. Voraussetzung hierfür ist jedoch ein gründliches Verständnis des Informations- und Fehlergehalts der einzelnen Techniken und, darauf aufbauend, ihres Zusammenwirkens bei einer Kombination.

5.3.2 Ein Schema zur Kombination von GRACE, Altimetrie und GNSS

In diesem Abschnitt sollen allgemeine Mechanismen bei Kombinationen der drei Beobachtungstypen GRACE, Altimetrie und GNSS näher beleuchtet werden, die bei der Trennung von Eis-

masseneffekten, GIA und Firnkompaktionseffekten eine herausragende Rolle spielen.

Bei angenommener zeitlich unveränderter Dichte des Eisschildes können aus GRACE und Altimetrie prinzipiell die beiden Unbekannten Eismassenänderung und GIA-Krustenhebungsrate abgeleitet werden. Die Kombination kann als Ermittlung zweier Unbekannter durch zweierlei Beobachtungen verstanden werden, die gegenüber den beiden Prozessen unterschiedlich sensitiv sind. Zeitlich variable Dichtestrukturen der oberen Firnschichten aufgrund zeitlicher Variationen der OMB und der Kompaktionsprozesse beeinflussen jedoch die Altimetrie zusätzlich und führen, insofern sie nicht modelliert werden können, zu entsprechenden Fehlern [Arthern und Wingham, 1998; Rémy und Parrenin, 2004; Li u.a., 2007]. Beobachtungen vertikaler Erdkrustendeformationen durch GNSS können (wo verfügbar) als dritter Beobachtungstyp eingeführt werden, um die drei Phänomene Eismassenänderung, GIA und Dichteänderung aufzulösen.

Wahr u.a. [2000] und Velicogna und Wahr [2002] wählen für Simulationsstudien zu diesen Ansätzen iterative Lösungsschemata: Zur Kombination von GRACE und Altimetrie werden z.B. die altimetrischen Höhenänderungen im nullten Iterationsschritt als Änderung der Eisdicke interpretiert. Die entsprechende Geoidänderung wird von den GRACE-Beobachtungen subtrahiert. Die Differenz ergibt eine nullte Iteration für den GIA-Schwerefeldeffekt. Dieser wird, in Krustenhöhenänderungen umgerechnet, von den altimetrischen Höhenänderungen abgezogen, um eine erste Iteration der Eisdickenänderungen zu erhalten, und so weiter. Sensitivitäten der Ergebnisse gegenüber Fehlern von Beobachtungen und getroffenen Modellannahmen werden aus den Simulationen empirisch festgestellt.

Hier sollen die Sensitivitätsmechanismen anhand eines geschlossenen Formalismus beschrieben werden, für den die einzelnen Signale und Beobachtungen in ihrer Zerlegung nach sphärisch-harmonischen Graden betrachtet werden. Zur globalen Fortsetzung beteiligter Funktionen, die eigentlich auf Antarktika beschränkt sind, lassen sich sinnvolle theoretische Konstrukte finden, auf die hier jedoch wegen der geringen Relevanz für die letztendlichen Ergebnisse nicht eingegangen wird. Der Ansatz mag für praktische Rechnungen wenig geeignet sein, erweist sich aber für das Verständnis von Sensitivitäten als sehr hilfreich.

Die drei Phänomene Eismassenänderung, GIA und Dichteänderung werden wie folgt ausgedrückt: Die ortsabhängige Eismassenänderung wird als Änderung der äquivalenten Eishöhe $\Delta Z^{\text{Eis}}(\Omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \Delta Z_n^{\text{Eis}}(\Omega)$ beschrieben. Daraus ergibt sich die zugehörige Flächendichteänderung durch Multiplikation mit der Eisdichte ρ_{Eis} und die resultierende Geoidänderung bzw. vertikale Auflastdeformation mit Gleichung (2.11) bzw. (2.12). Die GIA werden in Form ihres vertikalen Krustendeformationseffekts $\Delta H^{\text{GIA}}(\Omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \Delta H_n^{\text{GIA}}(\Omega)$ ausgedrückt. Die zugehörige Geoidänderung vom Grad n wird mit der empirischen Beziehung

$$\frac{\partial N_n}{\partial H_n^{\text{GIA}}} = \frac{2}{2n+1} \quad (5.1)$$

nach Wahr u.a. [2000] modelliert. Diese Näherung besagt, dass der Gravitationseffekt durch GIA etwa dem direkten Gravitationseffekt einer Einfachschicht entspricht, deren Flächendichte zur Krustendeformation proportional ist, wobei der Proportionalitätsfaktor $3.7 \text{ kg m}^{-2} \text{ mm}^{-1}$ beträgt (vgl. Abbildung 2.6, wo allerdings die Beziehung zwischen Flächendichte und Gravitationswirkung einschließlich des Auflasteffekts hergestellt wird). Zur Beschreibung des zeitvariablen Kompaktionseffekts führt man sich den Eisschild als ein Eis-Luft-Gemisch vor Augen und betrachtet die äquivalente Schichtdicke der darin enthaltenen Luft $\Delta Z^{\text{Luft}}(\Omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \Delta Z_n^{\text{Luft}}(\Omega)$. Um den Effekt auf altimetrische Beobachtungen zu beschreiben, ist dieser Parameter geeigneter als z.B. die vertikal gemittelte Eisschilddicke.

Die drei angenommenen Typen von Beobachtungen sind die Änderungen der Geoidhöhe (durch GRACE) $\Delta N(\Omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \Delta N_n(\Omega)$, die Änderung der ellipsoidischen Eisoberflächenhöhe (durch Altimetrie) $\Delta H^{\text{Eis}}(\Omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \Delta H_n^{\text{Eis}}(\Omega)$ und die vertikale Erdkrustendeformation

(durch GNSS auf Fels) $\Delta H^{\text{Kru}}(\Omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \Delta H_n^{\text{Kru}}(\Omega)$.

Die Abhängigkeiten der drei Typen von Beobachtungen von den drei Phänomenen ergeben zusammen das folgende Gleichungssystem:

$$\alpha \frac{1+k'_n}{2n+1} \Delta Z_n^{\text{Eis}} + \frac{2}{2n+1} \Delta H_n^{\text{GIA}} = \Delta N_n \quad (5.2)$$

$$\left(1 + \alpha \frac{h'_n}{2n+1}\right) \Delta Z_n^{\text{Eis}} + \Delta H_n^{\text{GIA}} + \Delta Z_n^{\text{Luft}} = \Delta H_n^{\text{Eis}} \quad (5.3)$$

$$\alpha \frac{h'_n}{2n+1} \Delta Z_n^{\text{Eis}} + \Delta H_n^{\text{GIA}} = \Delta H_n^{\text{Kru}}. \quad (5.4)$$

Dabei ist $\alpha = 4\pi a^3 \rho_{\text{Eis}} M^{-1} \approx 0.50$, und es wird auf die explizite Angabe der Ortsabhängigkeit verzichtet. Die Herleitung kann anhand der bisherigen Erläuterungen und offensichtlicher Zusammenhänge nachvollzogen werden. Abbildung 5.1 gibt eine graphische Veranschaulichung des Gleichungssystems, d.h. der unterschiedlichen von der räumlichen Skale abhängigen Sensitivitäten der drei Typen von Beobachtungen gegenüber den drei Phänomenen.

Im Folgenden wird die Ermittlung der Eismassenänderungen aus verschiedenen Kombinationen von Beobachtungen (Szenarien A bis G) studiert, indem entsprechende Teilsysteme nach ΔZ_n^{Eis} aufgelöst werden. Analog lässt sich die Auflösung nach den beiden übrigen Unbekannten ΔH_n^{GIA} und ΔZ_n^{Luft} durchführen.

(A) Nur GRACE wird genutzt, d.h. nur (5.2) wird umgestellt. Man erhält

$$\Delta Z_n^{\text{Eis}} = \frac{2n+1}{\alpha(1+k'_n)} \Delta N_n - \frac{2}{\alpha(1+k'_n)} \Delta H_n^{\text{GIA}} \quad (5.5)$$

$$\approx 2.1(2n+1) \Delta N_n - 4.2 \Delta H_n^{\text{GIA}}. \quad (5.6)$$

Durch (5.6) wird eine grobe Näherung angegeben. (Diese Näherung benutzt, wie analoge Näherungen im Folgenden, den Wert für $n = 20$.) Die tatsächliche Abhängigkeit der Vorfaktoren von n zeigt Abbildung 5.2a. In diesem Szenario, das der in Kapitel 4 behandelten Situation entspricht, muss der GIA-Anteil aus Vorinformationen eingeführt werden. Deren Fehler werden mit einem Faktor mit Betrag größer als 4 verstärkt.

(B) Nur altimetrische Beobachtungen werden genutzt, d.h. nur (5.3). Man erhält

$$\Delta Z_n^{\text{Eis}} = \frac{1}{1 + \alpha \frac{h'_n}{2n+1}} \left(\Delta H_n^{\text{Eis}} - \Delta Z_n^{\text{Luft}} - \Delta H_n^{\text{GIA}} \right). \quad (5.7)$$

Der Faktor $(1 + \alpha \frac{h'_n}{2n+1})^{-1} \approx 1.02$ (siehe Abbildung 5.2b) hängt nur wenig vom Grad n ab. Näherungsweise gilt daher

$$\Delta Z^{\text{Eis}} = \sum_{n=0}^{\infty} \Delta Z_n^{\text{Eis}} \approx 1.02 \left(\Delta H^{\text{Eis}} - \Delta Z^{\text{Luft}} - \Delta H^{\text{GIA}} \right). \quad (5.8)$$

Neben der Beobachtungsgröße Eisoberflächenhöhenänderung enthält die rechte Seite die zusätzlichen geophysikalischen Phänomene Kompaktionseffekt und GIA. Bei der Auswertung von (5.7) oder (5.8) zur Schätzung der Eismassenbilanz braucht man Modelle dieser Phänomene, deren Fehler mit dem Faktor ≈ -1.02 in die Schätzung eingehen.

(C) Nur GNSS wird genutzt, d.h. (5.4). Dieser Fall wird nur der Vollständigkeit halber angegeben. Man erhält

$$\Delta Z_n^{\text{Eis}} = \frac{2n+1}{\alpha h'_n} \left(\Delta H_n^{\text{Kru}} - \Delta H_n^{\text{GIA}} \right). \quad (5.9)$$

Drei geophysikalische Phänomene

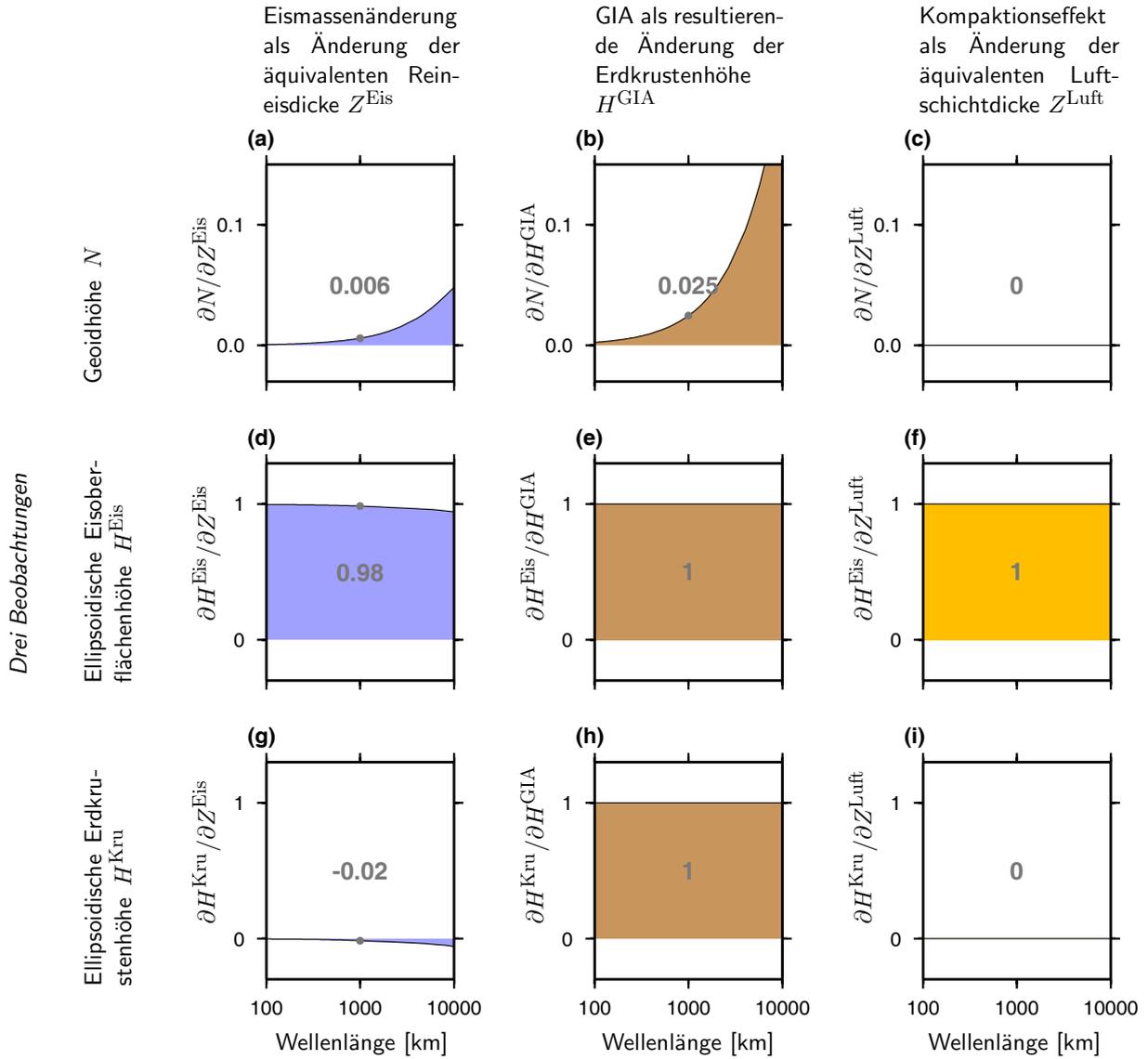


Abbildung 5.1: Sensitivitäten der drei Beobachtungsgrößen Geoidhöhe (1. Zeile von Diagrammen), Eisoberflächenhöhe (2. Zeile) und Erdkrustenhöhe (3. Zeile) gegenüber den drei überlagerten geophysikalischen Signalen äquivalente Eisdickenänderung (1. Spalte von Diagrammen), GIA (2. Spalte) und Firnkompaktionseffekt (3. Spalte). Alle Effekte sind durch Einheiten der Länge gegeben, die Sensitivitäten sind einheitslos. Die Abszissen zeigen räumliche Skalen (Wellenlängen). Grau eingetragene Sensitivitätswerte sind für die Wellenlänge 1000 km angegeben.

(D) GRACE und Altimetrie werden genutzt, d.h. (5.2) und (5.3). Man erhält

$$\Delta Z_n^{\text{Eis}} = \frac{2}{2 - \alpha \left(1 + k'_n - \frac{2h'_n}{2n+1}\right)} \left(\Delta H_n^{\text{Eis}} - \Delta Z_n^{\text{Luft}}\right) - \frac{2n+1}{2 - \alpha \left(1 + k'_n - \frac{2h'_n}{2n+1}\right)} \Delta N_n. \quad (5.10)$$

Der Faktor vor $(\Delta H_n^{\text{Eis}} - \Delta Z_n^{\text{Luft}})$ hängt nur wenig vom Grad n ab (siehe Abbildung 5.2c).

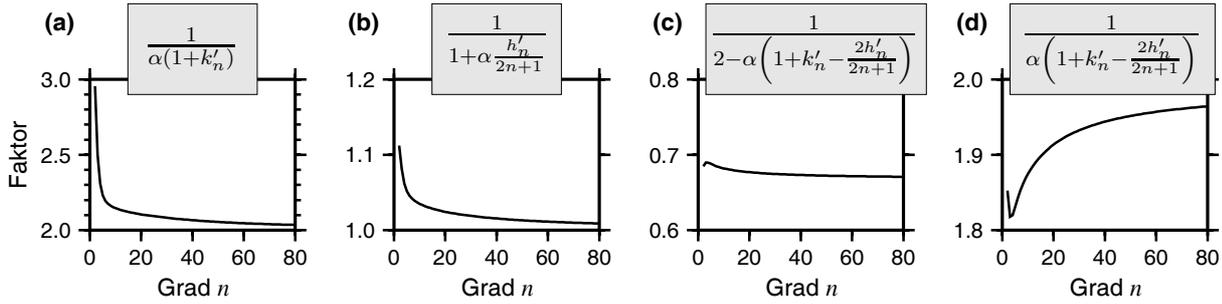


Abbildung 5.2: In den Gleichungen (5.5), (5.7), (5.10) und (5.14) auftretende Faktoren in ihrer Gradabhängigkeit (ab Grad 2).

Näherungsweise gilt:

$$\Delta Z^{\text{Eis}} = \sum_{n=0}^{\infty} \Delta Z_n^{\text{Eis}} \approx 1.35 \left(\Delta H^{\text{Eis}} - \Delta Z^{\text{Luft}} \right) - \sum_{n=0}^{\infty} 0.68(2n+1) \Delta N_n. \quad (5.11)$$

Mit dieser Näherung kann die Einführung der Altimetrie-Daten wie auch eventueller Modelldaten des Kompaktionseffekts im Ortsbereich (ohne eine sphärisch-harmonische Entwicklung) erfolgen. Fehler der altimetrischen Beobachtung gehen um den Faktor 1.35 verstärkt in das Ergebnis ein. Entsprechendes gilt für einen nicht korrigierten oder fehlerhaft korrigierten Kompaktionseffekt ΔZ^{Luft} .

(E) Altimetrie und GNSS werden genutzt, d.h. (5.3) und (5.4). Man erhält

$$\Delta Z_n^{\text{Eis}} = \Delta H_n^{\text{Eis}} - \Delta H_n^{\text{Kru}} - \Delta Z_n^{\text{Luft}}, \quad (5.12)$$

also auch

$$\Delta Z^{\text{Eis}} = \Delta H^{\text{Eis}} - \Delta H^{\text{Kru}} - \Delta Z^{\text{Luft}}. \quad (5.13)$$

(F) GRACE und GNSS werden genutzt, d.h. (5.2) und (5.4). Man erhält

$$\Delta Z_n^{\text{Eis}} = \frac{2n+1}{\alpha \left(1 + k'_n - \frac{2h'_n}{2n+1} \right)} \Delta N_n - \frac{2}{\alpha \left(1 + k'_n - \frac{2h'_n}{2n+1} \right)} \Delta H_n^{\text{Kru}}. \quad (5.14)$$

Die geringe Gradabhängigkeit des Faktors vor ΔH_n^{Kru} (siehe Abbildung 5.2d) berechtigt zur Näherung

$$\Delta Z^{\text{Eis}} = \sum_{n=0}^{\infty} \Delta Z_n^{\text{Eis}} \approx \sum_{n=0}^{\infty} 1.9(2n+1) \Delta N_n - 3.8 \Delta H^{\text{Kru}}. \quad (5.15)$$

(G) GRACE, Altimetrie und GNSS werden genutzt. Die Hinzunahme der Gleichung (5.3) ändert nichts an der Lösung für ΔZ^{Eis} , die sich bereits aus dem Teilgleichungssystem (5.2) und (5.4) ergibt und in (5.14) bzw. (5.15) angegeben wird. Durch Hinzunahme von (5.3) lässt sich jedoch zusätzlich die Änderung der Luftschichtdicke ΔZ^{Luft} ermitteln.

Tabelle 5.1 fasst für die einzelnen Szenarien die Sensitivitäten der ermittelten Eismassenänderung gegenüber Fehlern der eingegangenen Beobachtungen und Modelle zusammen. Wenn aufgrund einer bestimmten Datenverfügbarkeit für eine bestimmte räumliche Skala zu

Tabelle 5.1: Zusammenfassung der Szenarien A, B, D, E, F zur Bestimmung der äquivalenten Eishöhe ΔZ^{Eis} . Sensitivitätsfaktoren bezüglich der eingehenden Beobachtungen bzw. der benötigten Modelle.

	Beobachtungen			Modelle	
	ΔN_n	ΔH^{Eis}	ΔH^{Kru}	ΔH^{GIA}	ΔZ^{Luft}
(A) GRACE	$\approx 2.1(2n + 1)$	—	—	≈ -4.2	—
(B) Altimetrie	—	≈ 1.02	—	≈ -1.02	≈ -1.02
(D) GRACE + Altimetrie	$\approx -0.68(2n + 1)$	≈ 1.35	—	—	≈ -1.35
(E) Altimetrie + GPS	—	1	-1	—	-1
(F) GRACE + GPS	$\approx 1.9(2n + 1)$	—	≈ -3.8	—	—

entscheiden ist, welches Kombinationsszenario – oder welche Linearkombination solcher Szenarien – für die Schätzung von Eismassenänderungen zu wählen ist, kann diese Tabelle als Orientierung dienen. Voraussetzung sind Informationen über die Fehler der Beobachtungen und über die Unsicherheiten von GIA- und Kompaktionsmodellen. Da Kompaktionseffekte stark mit OMB-Fluktuationen verbunden sind, wird einmal mehr die Wichtigkeit von Informationen über OMB-Fluktuationen (und seien sie nur stochastischer Natur) deutlich.

Der Fall einer Kombination von GRACE und Altimetrie wird von Wahr u.a. [2000] anhand von Simulationen des weiter oben skizzierten iterativen Ansatzes untersucht, wobei die Autoren z.B. empirisch feststellen, dass der Kompaktionseffekt um den Faktor 1.31 verstärkt wird. Velicogna und Wahr [2002] begründen dies mit Eigenschaften des verwendeten Iterationsalgorithmus'. Die hier entwickelte geschlossene Darstellung (Szenario D) leitet derartige Beziehungen direkt her. Unterschiede zu den von Wahr u.a. [2000]; Velicogna und Wahr [2002] angegebenen Faktoren (1.35 im Vergleich zu 1.31) ergeben sich, weil die Autoren die Auflastdeformation unberücksichtigt lassen, d.h. implizit $h'_n = 0$ setzen. Weitere von den Autoren gefundene Sensitivitätsbeziehungen, z.B. des ermittelten GIA-Effekts gegenüber dem Kompaktionseffekt, lassen sich aus dem hier entwickelten Schema analog ableiten.

Auch die Mechanismen bei der Nutzung von GNSS-Beobachtungen (zusätzlich zu Altimetrie und GRACE) werden anhand des geschlossenen Schemas deutlich. Im iterativen Schema von Velicogna und Wahr [2002] wird, nachdem aus Altimetrie und GRACE vorläufige Eismassenänderungen und GIA-Signale ermittelt wurden, in einem zweiten Schritt aus der Diskrepanz zwischen GNSS-Beobachtungen und dem vorläufigen GIA-Signal der Kompaktionseffekt ermittelt und als zusätzliche Korrektur angebracht. Aus der obigen Ausführung des Szenarios G wird deutlich, dass dieses Verfahren den Einfluss der Altimetrie praktisch eliminiert. Die von Velicogna und Wahr [2002] vorgeschlagene Gewichtung der Korrektur des Kompaktionseffekts in Abhängigkeit von der Entfernung einer GNSS-Beobachtung entspricht einer Linearkombination aus den Ergebnissen der Szenarien D und F.

6 Schluss

Die Nutzung der neuen Schwerefeldmissionen befindet sich in einer frühen Phase. Substanzielle methodische Weiterentwicklungen zur Auswertung der Missionsdaten und zu ihrer Einbindung in ein integriertes globales geodätisches Beobachtungssystem sind zu erhoffen und entsprechend voranzutreiben. Ein Blick auf andere geodätische Raumverfahren lässt das Potential und die Zeitskala solcher Entwicklungen erahnen: Noch nach rund anderthalb Jahrzehnte der geodätischen Nutzung von GNSS sind substanzielle methodische Verbesserungen nötig und möglich, z.B. um das Potential dieses Raumverfahrens zur konsistenten Realisierung eines Referenzrahmens und zur Beobachtung globaler geophysikalischer Deformationen auszuschöpfen [Lavallée u.a., 2006; Rülke u.a., 2007]. Bei der Anwendung der Satelliten-Radaraltimetrie zur Topographiebestimmung von Eisschilden sind noch rund anderthalb Jahrzehnte nach dem Start der Mission ERS-1 Verbesserungen der Datenanalyse möglich, die bisherige Fehler auf rund die Hälfte reduzieren [Roemer u.a., 2007].

In der frühen Phase der methodischen Entwicklung eines Verfahrens ist es natürlich wichtig, vorläufige Ergebnisse und damit prinzipielle Anwendungsmöglichkeiten zu demonstrieren. So legt diese Arbeit neue GRACE-basierte Schätzungen antarktischer Eismassenänderungen vor. Ebenso wichtig ist es, bestehende Probleme genau zu identifizieren und die zugrundeliegenden Mechanismen zu verstehen, um Richtungen methodischer Weiterentwicklungen zu erkennen. Zur Bearbeitung dieses Aufgabenfeldes tragen die Untersuchungen dieser Arbeit zum überwiegenden Teil bei. Einige „Antworten“ auf die im einführenden Kapitel 1 vorgelegten vier Fragenkomplexe werden hier nochmals zusammengefasst.

- *Welche Signale und Fehler sind in den Schwerefeldlösungen der Missionen (insbesondere GRACE) enthalten?*

Bezogen auf die GRACE-Monatslösungen des GFZ Potsdam (Release 4) wurde festgestellt, dass geophysikalische Signale durch Fehlerstrukturen überprägt sind, die durch Standardmodelle der GRACE-Fehler nicht vollständig beschrieben werden, auch nicht bei Verwendung der (nicht veröffentlichten) vollen Kovarianzmatrizen. Alias-Effekte unmodellierter zeitlicher Variationen auf die räumlichen Variationen der Schwerefeldlösungen sind eine Ursache solcher unmodellierten Fehleranteile. Sie wurden durch einfache Modellschemata beschrieben.

- *Welche geophysikalischen Rückschlüsse sind aus GRACE-Schwerefeldlösungen möglich? – Mit welchen Methoden? – Mit welchen Unsicherheiten?*

Die Möglichkeiten geophysikalischer Rückschlüsse werden bestimmt (oder anders gesagt: werden eingeschränkt) durch die zeitliche Auflösung der gegenwärtigen Monatslösungen, das Problem der vertikalen Überlagerung geophysikalischer Massenvariationen und die Fehlerstruktur der Schwerefeldlösungen. Wegen dieser Fehlerstruktur, die praktisch die horizontale Auflösung begrenzt, besteht bei der Schätzung integrierter Massensignale die Aufgabe, eine Einschränkung der räumlichen Trennschärfe so zu wählen, dass ein geeigneter Kompromiss zwischen dem Fehlereffekt dieser Einschränkung (dem Leck-Effekt) und dem Effekt von GRACE-Fehlern erreicht wird.

Die Arbeit konnte neue Aspekte dieser Fehlereffekte beleuchten: Für den Fall antarktischer Massensignale können Leck-Effekte, die durch antarktische Eismassenvariationen selbst ausgelöst werden, bei herkömmlichen Schätzmethode erheblich sein. Ihre Korrektur (etwa durch Reskalierung der Schätzergebnisse) sollte nur erfolgen, wenn sich die dazu benötigten Annahmen für eine realistische Spanne von Massenvariationsszenarien als

zuverlässig erweisen. Abweichungen der GRACE-Fehlerstruktur vom üblicherweise angenommenen GRACE-Fehlermodell (insbesondere Fehlerkorrelationen) führen für antarktische Massensignale zu einer Verstärkung der GRACE-Fehler-Effekte um etwa den Faktor 2. Die verbleibende Ungewissheit über GRACE-Fehlercharakteristiken, speziell über eventuelle zeitliche Fehlerkorrelationen, ist ein zusätzlicher Beitrag zur Unsicherheit geschätzter Massensignale.

Für die Wahl einer konkreten Schätzmethode ist entscheidend, welche Vorinformationen auf welche Weise berücksichtigt werden. Unter den drei betrachteten Methoden – einfacher Gebietsintegrationsansatz (G1), Gebietsintegrationsansatz mit heuristischen Anpassungen an Vorinformationen (G2) und Anpassung vorgegebener räumlicher Muster (M) – erwies sich Methode G2 als derzeit bester Kompromiss, wobei das Potential von Methode M bei nötigen Verbesserungen der verwendeten Vorinformationen deutlich wurde. Insgesamt bleibt gegenwärtig eine hohe mit der Methodenwahl verbundene Unsicherheit der Ergebnisse bestehen.

- *Welche Rückschlüsse können gegenwärtig konkret über die Eismassenbilanz Antarktikas gezogen werden?*

Für den Zeitraum 02/2003 bis 11/2006 wurde für das aufliegende Eis Antarktikas eine Massenänderung von $(-82 \pm 54) \text{ Gt a}^{-1}$ geschätzt, was einem eustatischen Meeresspiegelbeitrag von $(+0.23 \pm 0.15) \text{ mm a}^{-1}$ entspricht. Die Unsicherheit stammt etwa zu gleichen Teilen aus der Unsicherheit der Korrektur der überlagerten GIA-Effekte und aus Fehlern der Massensignal-Schätzung aus GRACE-Daten (d.h. Leck-Effekten und GRACE-Fehler-Effekten). Massensignale wurden auch für einzelne große Eiseinzugsgebiete geschätzt. Demnach ist das antarktische Eismassensignal dominiert durch Änderungen im Amundsen-See-Sektor und dem sich westlich anschließenden Küstengebiet Marie-Byrd-Lands mit zusammen $(-86 \pm 13) \text{ Gt a}^{-1}$.

- *Wie sind die Auswertemethoden zukünftig zu verbessern, um die identifizierten Probleme zu lösen oder zu mildern und die Möglichkeiten der Mission voll auszuschöpfen?*

Bereits auf der Basis gegenwärtiger Monatslösungen sind Verbesserungen möglich. Dies betrifft die Fehlermodellierung und vor allem die Methoden zur Einbindung von Vorinformationen. Ein Ausbau des Ansatzes der Anpassung vorgegebener räumlicher Muster (auch als Mascon-Ansatz interpretierbar) erscheint hierbei vielversprechend.

Potential zu substanziellen Verbesserungen ist auf der Ebene der GRACE-Prozessierung zu sehen. Die verwendeten Hintergrundmodelle sind weiter zu verbessern. Konzepte, mit denen die Beziehung zwischen Beobachtungen und gesuchten Schwerefeld- und Massenvariationen hergestellt wird, sind unter Beachtung der Gegebenheiten der neuen Missionen zu wählen, z.B. durch die Wahl kurzer Bahnbögen und eine Entkopplung von Bahnintegration und Schwerefeldbestimmung. Weiter sollten Parametrisierungen der Schwerefeld- oder Massenvariationen gewählt werden, die sich besser an den geophysikalischen Variabilitäten und den Missionssensitivitäten orientieren. So sollte es möglich sein, einen Teil der Alias-Effekte zu vermeiden, und die Missionsprozessierung könnte stärker mit der Ermittlung von Massenvariationen gekoppelt werden.

Schließlich ist die Trennung räumlich überlagerter antarktischer Massenvariationen durch eine Kombination zwischen GRACE und komplementären Beobachtungen und Modellen, aufbauend auf einem gründlichen Verständnis von deren Zusammenwirken, anzugehen. Diese Aufgabe ist als ein Teil der Herausforderungen des GGOS anzusehen.

Wenn methodische Untersuchungen und Entwicklungen entsprechend vorangetrieben werden und wenn Missionen zur Bestimmung zeitlicher Schwerefeldänderungen möglichst kontinuierlich fortgesetzt werden, dann können die Beobachtungen dieser Missionen als ein tragender Bestandteil des GGOS ihren wichtigen Beitrag zur Erdsystemforschung und -beobachtung leisten.

Literaturverzeichnis

- Alley, R. B., Clark, P. U., Huybrechts, P. und Joughin, I. (2005). Ice-Sheet and Sea-Level Changes. *Science*, 310:456–460.
- Arthern, R. und Hindmarsh, R. (2003). Optimal estimation of changes in the mass of ice sheets. *Journal of Geophysical Research*, 108(F1):6007, doi:10.1029/2003JF000021.
- Arthern, R. J. und Hindmarsh, R. C. A. (2006). Determining the contribution of Antarctica to sea-level rise using data assimilation methods. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 364(1844):1841–1865.
- Arthern, R. J., Winebrenner, D. P. und Vaughan, D. G. (2006). Antarctic snow accumulation mapped using polarization of 4.3-cm wavelength microwave emission. *Journal of Geophysical Research*, 111(D6):D06107, doi:10.1029/2004JD005667.
- Arthern, R. J. und Wingham, D. J. (1998). The natural fluctuations of firn densification and their effect on the geodetic determination of ice sheet mass balance. *Climatic Change*, 40:605–624.
- Bamber, J. und Payne, A., Hrsg. (2004). *Mass Balance of the Cryosphere: observations and modelling of contemporary and future changes*. Cambridge University Press.
- Barthelmes, F. (1986). *Untersuchungen zur Approximation des äußeren Gravitationsfeldes der Erde durch Punktmassen mit optimierten Positionen*. Dissertation, Zentralinstitut für Physik der Erde.
- Bentley, C. R. und Wahr, J. M. (1998). Satellite gravity and the mass balance of the Antarctic ice sheet. *Journal of Glaciology*, 44(147):207–213.
- Bettadpur, S. (2007a). *GRACE Level-2 Gravity Field Product User Handbook, Rev. 2.3*. Technical Report GRACE 327-734 (CSR-GR-03-01), Center for Space Research, The University of Texas at Austin.
- Bettadpur, S. (2007b). *GRACE Product Specification Document, Rev. 4.5*. Technical Report GRACE 327-720 (CSR-GR-03-02), Center for Space Research, The University of Texas at Austin.
- Biancale, R. u.a. (2000). A new global Earth's gravity field model from satellite orbit perturbations: GRIM5-S1. *Geophysical Research Letters*, 27(22):3611–3614.
- Bindschadler, R. (2006). The environment and evolution of the West Antarctic ice sheet: setting the stage. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 364(1844):1583–1605, doi:10.1098/rsta.2006.1790.
- Bindschadler, R., Choi, H., Shuman, C. und Markus, T. (2005). Detecting and measuring new snow accumulation on ice sheets by satellite remote sensing. *Remote Sensing of Environment*, 98(4):388–402.
- Blewitt, G. (2003). Self-consistency in reference frames, geocenter definition, and surface loading of the solid Earth. *Journal of Geophysical Research*, 108(B2):doi:10.1029/2002JB002082.
- Blewitt, G. und Clarke, P. (2003). Inversion of Earth's changing shape to weigh sea level in static equilibrium with surface mass redistribution. *Journal of Geophysical Research*, 108(B6):doi:10.1029/2002JB002290.
- Bromwich, D. H. (1988). Snowfall in High Southern Latitudes. *Reviews of Geophysics*, 26(1):149–168.
- Bromwich, D. H., Robasky, F. M., Cullather, R. I. und van Woert, M. L. (1995). The atmospheric hydrologic cycle over the Southern Ocean and Antarctica from operational numerical analysis. *Monthly Weather Review*, 123(12):3,518–3,538.
- Cazenave, A. (2006). How Fast Are the Ice Sheets Melting? *Science*, 314(5803):1250–1252, doi:10.1126/science.1133325.
- Chambodut, A., Panet, I., Manda, M., Diament, M., Holschneider, M. und Jamet, O. (2005). Wavelet frames: an alternative to spherical harmonic representation of potential fields. *Geophysical Journal International*, 163(3):875–899.
- Chen, J. L., Tapley, B. D. und Wilson, C. R. (2006a). Alaskan mountain glacial melting observed by satellite gravimetry. *Earth and Planetary Science Letters*, 248:368–378.
- Chen, J. L., Wilson, C. R., Blankenship, D. D. und Tapley, B. D. (2006b). Antarctic mass rates from GRACE. *Geophysical Research Letters*, 33:L11502, doi:10.1029/2006GL026369.
- Chen, J. L., Wilson, C. R., Eanes, R. J. und Nerem, R. S. (1999). Geophysical interpretation of observed geocenter variations. *Journal of Geophysical Research*, 104(B2):2683–2690.
- Chen, J. L., Wilson, C. R., Famiglietti, J. S. und Rodell, M. (2007). Attenuation effect on seasonal basin-scale water storage changes from GRACE time-variable gravity. *Journal of Geodesy*, 81(4):237–245, doi:10.1007/s00190-006-0104-2.
- Chen, J. L., Wilson, C. R. und Seo, K.-W. (2006c). Optimized smoothing of Gravity Recovery and

- Climate Experiment (GRACE) time-variable gravity observations. *Journal of Geophysical Research*, 111(B):B06408, doi:10.1029/2005JB004064.
- Chen, J. L., Wilson, C. R. und Tapley, B. D. (2006d). Satellite Gravity Measurements Confirm Accelerated Melting of Greenland Ice Sheet. *Science*, 313:1958–1960, doi:10.1126/science.1129007.
- Chen, J. L., Wilson, C. R., Tapley, B. D., Famiglietti, J. S. und Rodell, M. (2005). Seasonal global mean sea level change from satellite altimeter, GRACE, and geophysical models. *Journal of Geodesy*, 79(9):532–539, doi: 10.1007/s00190-005-0005-9.
- Cheng, M. K. (2002). Gravitational perturbation theory for intersatellite tracking. *Journal of Geodesy*, 76:169–185.
- Cogley, J. G. (2004). Greenland accumulation: An error model. *Journal of Geophysical Research*, 109:D18101, doi:10.1029/2003JD004449.
- Conrad, C. P. und Hager, B. H. (1995). The elastic response of the earth to interannual variations in Antarctic precipitation. *Geophysical Research Letters*, 22(23):3183–3186.
- Conrad, C. P. und Hager, B. H. (1997). Spatial variations in the rate of sea level rise caused by the present-day melting of glaciers and ice sheets. *Geophysical Research Letters*, 24(12):1503–1506.
- Consortium, A. (2000). Antarctic Digital Database, Version 3.0. Scientific Committee on Antarctic Research, Cambridge.
- Cullather, R. I., Bromwich, D. H. und van Woert, M. L. (1998). Spatial and Temporal Variability of Antarctic Precipitation from Atmospheric Methods. *Journal of Climate*, 11:334–367.
- Davis, C. H., Li, Y., McConnell, J. R., Frey, M. M. und Hanna, E. (2005). Snowfall-Driven Growth in East Antarctic Ice Sheet Mitigates Recent Sea-Level Rise. *Science*, 308(5730):1898–1901., doi: 10.1126/science.1110662.
- Davis, C. H., McConnell, J. R., Bolzan, J., Bamber, J. L., Thomas, R. H. und Mosley-Thompson, E. (2001). Elevation change of the southern Greenland ice sheet from 1978 to 1988: Interpretation. *Journal of Geophysical Research*, 106(D24):33,743–33,754.
- Dickey, J. O. u.a. (1997). *Satellite Gravity and the Geosphere: Contributions to the Study of the Solid Earth and Its Fluid Envelope*. National Academic Press, Washington, D.C.
- Dietrich, R., Brandt, A., Dethloff, K., Fahrbach, E., Gersonde, R., Gohl, K., Miller, H., Roland, N., Schauer, U., Tessensohn, F. und Thiede, J. (2005a). *International Polar Year 2007/08 – Der deutsche Beitrag – Eine Vision für Forschung und innovative Technologien*. Deutsche Kommission für das Internationale Polarjahr 2007/08.
- Dietrich, R., Rülke, A. und Scheinert, M. (2005b). Present-Day Vertical Crustal Deformations in West Greenland from Repeated GPS Observations. *Geophysical Journal International*, 163(3):865–874. doi: 10.1111/j.1365-246X.2005.02766.x.
- Ditmar, P., Kuznetsov, V., van Eck van der Sluijs, A. A., Schrama, E. und Klees, R. (2006a). ‘DEOS CHAMP-01C 70’: a model of the Earth’s gravity field computed from accelerations of the CHAMP satellite. *Journal of Geodesy*, 79:586–601.
- Ditmar, P., Liu, X., Klees, R., Tenzer, R. und Moore, P. (2006b). Combined modeling of the Earth’s Gravity Field from GRACE and GOCE Satellite Observations: a Numerical Study. In Tregoning, P. und Rizos, C., Hrsg., *Dynamic Planet: Monitoring and Understanding a Dynamic Planet with Geodetic and Oceanographic Tools*, Band 130 von *IAG Symposia*, S. 401–409, Heidelberg. Springer.
- Dobslaw, H. und Thomas, M. (2006). Impact of river run-off on global ocean mass redistribution. *Geophysical Journal International*, 168(2):527–536.
- Döll, P., Kaspar, F. und Lehner, B. (2003). A global hydrological model for deriving water availability indicators: model tuning and validation. *Journal of Hydrology*, 270:105–134.
- ESA (1999). *Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Mission*. ESA Publications Division, ESTEC, Noordwijk, The Netherlands. SP-1233(1).
- ESA (2007). Earth Explorers: GOCE. <http://www.esa.int/esaLP/LPgoce.html>. Letzter Zugriff Juli 2007.
- Farrell, W. E. (1972). Deformation of the Earth by Surface Load. *Review of Geophysics and Space Physics*, 10(3):761–797.
- Fengler, M., Freeden, W. und Gutting, M. (2004a). Darstellung des Gravitationsfeldes und seiner Funktionale mit sphärischen Multiskalentechniken. *Zeitschrift für Vermessungswesen*, 129(5):323–334.
- Fengler, M., Freeden, W. und Michel, V. (2004b). The Kaiserslautern multiscale geopotential model SWITCH-03 from orbit perturbations of the satellite CHAMP and its comparison to the models

- EGM96, UCPH2002-02-0.5, EIGEN-1s and EIGEN-2. *Geophysical Journal International*, 157(2):499–514.
- Fenoglio-Marc, L., Kusche, J. und Becker, M. (2006). Mass variation in the Mediterranean Sea from GRACE and its validation by altimetry, steric and hydrologic fields. *Geophysical Research Letters*, 33(19):L19606, doi:10.1029/2006GL026851.
- Fisher, D. A., Reeh, N. und Clausen, H. B. (1985). Stratigraphic noise in the time series derived from ice cores. *Annals of Glaciology*, 7:76–83.
- Flechtner, F. (2007a). *GRACE AOD1B Product Description Document for Product Releases 01 to 04, Rev. 3.1*. Technical report, GeoForschungsZentrum Potsdam.
- Flechtner, F. (2007b). *GRACE GFZ Level-2 Processing Standards Document for Level-2 Product Release 0004, Rev. 1.0*. Technical report, GeoForschungsZentrum Potsdam.
- Förste, C., Flechtner, F., Schmidt, R., König, R., Meyer, U., Stubenvoll, R., Rothacher, M., Barthelmes, F., Neumayer, H., Biancale, R., Bruinsma, S., Lemoine, J.-M. und Loyer, S. (2006). A mean global gravity field model from the combination of satellite mission and altimetry/gravimetry surface data - EIGEN-GL04C. In *EGU General Assembly, Vienna 3 – 7 April 2006*, Band 8 von *Geophysical Research Abstracts*, S. 03462.
- Freeden, W., Gervens, T. und Schreiner, M. (1998). *Constructive Approximation on the Sphere – with Applications to Geomathematics*. Clarendon Press, Oxford.
- Fu, L.-L. und Cazenave, A., Hrsg. (2001). *Satellite Altimetry and Earth Sciences: A Handbook of Techniques and Applications*, Band 69 von *International Geophysics Series*. Academic Press, San Diego.
- Gerlach, C., Földváry, L., Švehla, D., Gruber, T., Wermuth, M., Sneeuw, N., Frommknecht, B., Oberndorfer, H., Peters, T., Rothacher, M., Rummel, R. und Steigenberger, P. (2003a). A CHAMP-only gravity field model from kinematic orbit using the energy integral. *Geophysical Research Letters*, 30(20):2037, doi:10.1029/2003GL018025.
- Gerlach, C., Sneeuw, N., Visser, P. und Švehla, D. (2003b). CHAMP Gravity Field Recovery with the Energy Balance Approach: First Results. In Reigber, C., Lühr, H. und Schwintzer, P., Hrsg., *First CHAMP Mission Results for Gravity, Magnetic and Atmospheric Studies*, S. 134–139. Springer, Berlin.
- GFZ (2007a). Release notes for GFZ Potsdam GRACE L-2 products - version RL04. Download unter <http://isdc.gfz-potsdam.de>. Letzter Zugriff 28.04.2007.
- GFZ (2007b). The CHAMP Mission. <http://www.gfz-potsdam.de/pb1/op/champ/>. Letzter Zugriff 13.07.2007.
- GFZ (2007c). The GRACE Mission. http://www.gfz-potsdam.de/pb1/op/grace/index_GRACE.html. Letzter Zugriff 13.07.2007.
- Giovinetto, M. und Zwally, H. (2000). Spatial distribution of net surface accumulation on the Antarctic ice sheet. *Annals of Glaciology*, 31:171–178.
- Goodwin, I., de Angelis, M., Pook, M. und Young, N. (2003). Snow accumulation variability in Wilkes Land, East Antarctica, and the relationship to atmospheric ridging in the 130°–170°E region since 1930. *Journal of Geophysical Research*, 108(D21):4673, doi:10.1029/2002JD002995.
- Goodwin, I. D. (1991). Snow-accumulation variability from seasonal surface observations and firn-core stratigraphy, eastern Wilkes Land, Antarctica. *Journal of Glaciology*, 37(127):383–387.
- Graf, W., Oerter, H., Reinwarth, O., Stichler, W., Wilhelms, F., Miller, H. und Mulvaney, R. (2002). Stable-isotope records from Dronning Maud Land, Antarctica. *Annals of Glaciology*, 35:195–201.
- Greuell, W. und Genthon, C. (2004). Modelling land-ice surface mass balance. In Bamber, J. und Payne, A., Hrsg., *Mass Balance of the Cryosphere: observations and modelling of contemporary and future changes*, S. 117–168. Cambridge University Press.
- Gunter, B., Ries, J., Bettadpur, S. und Tapley, B. (2006). A simulation study of the errors of omission and commission for GRACE RL01 gravity fields. *Journal of Geodesy*, 80:341–351.
- Hagen, J. O. und Reeh, N. (2004). In situ measurement techniques: land ice. In Bamber, J. und Payne, A., Hrsg., *Mass Balance of the Cryosphere: observations and modelling of contemporary and future changes*, S. 11–58. Cambridge University Press.
- Han, S.-C., Jekeli, C. und Shum, C. (2002). Efficient Gravity Field Recovery Using in Situ Disturbing Potential Observables from CHAMP. *Geophysical Research Letters*, 29(16):doi:10.1029/2002GL015180.
- Han, S.-C., Jekeli, C. und Shum, C. (2004a). Time-variable aliasing effects of ocean tides, atmosphere, and continental water mass on monthly mean GRACE gravity field. *Journal of Geophysical Research*,

- 109(B04403):doi:10.1029/2003JB002501.
- Han, S.-C., Shum, C. K., Bevis, M., Ji, C. und Kuo, C.-Y. (2006a). Crustal dilatation observed by GRACE after the 2004 Sumatra-Andaman Earthquake. *Science*, 313:658–662.
- Han, S.-C., Shum, C. K. und Braun, A. (2005a). High-resolution continental water storage recovery from low-low satellite-to-satellite tracking. *Journal of Geodynamics*, 39:11–28, doi:10.1016/j.jog.2004.08.002.
- Han, S.-C., Shum, C. K., Ditmar, P., Braun, A. und Kuo, C. (2004b). Effect of High-Frequency Temporal Aliasing on GOCE Gravity Field Solution. In *Proceedings of the Second International GOCE User Workshop "GOCE, The Geoid and Oceanography"*, ESA-ESRIN, Frascati, Italy, 8–10 March 2004, ESA SP-569.
- Han, S.-C., Shum, C. K. und Jekeli, C. (2006b). Precise estimation of in situ geopotential differences from GRACE low-low satellite-to-satellite tracking and accelerometer data. *Journal of Geophysical Research*, 111:B04411, doi:10.1029/2005JB003719.
- Han, S.-C., Shum, C. K., Jekeli, C., Kuo, C.-Y., Wilson, C. und Seo, K.-W. (2005b). Non-isotropic filtering of GRACE temporal gravity for geophysical signal enhancement. *Geophysical Journal International*, 163:18–25, doi:10.1111/j.1365-246X.2005.02756.x.
- Han, S.-C., Shum, C. K. und Matsumoto, K. (2005c). GRACE observations of M_2 and S_2 ocean tides underneath the Filchner-Ronne and Larsen ice shelves, Antarctica. *Geophysical Research Letters*, 32:L20311, doi:10.1029/2005GL024296.
- Heiskanen, W. A. und Moritz, H. (1967). *Physical Geodesy*. W. H. Freeman and Co., San Francisco.
- Hinga, M. B., Poole, W. R. und Tapley, B. D. (2005). Application of Eigenvalue Decomposition in the Parallel Computation of a CHAMP 100x100 Gravity Field. In Reigber, C., Lühr, H., Schwintzer, P. und Wickert, J., Hrsg., *Earth Observation with CHAMP: Results from Three Years in Orbit*, S. 115–120. Springer, Berlin.
- Horwath, M. und Dietrich, R. (2006). Errors of regional mass variations inferred from GRACE monthly solutions. *Geophysical Research Letters*, 33:L07502, doi:10.1029/2005GL025550.
- Horwath, M., Dietrich, R., Barthelmes, F., Förste, C. und Schwintzer, P. (2007). CHAMP normal equation analyses for assessing sensitivities and parameter correlations. In *Proceedings of the Joint CHAMP/GRACE Science Meeting, GeoForschungsZentrum Potsdam, July 6–8, 2004*. <http://www.gfz-potsdam.de/pb1/JCG/>.
- Huybrechts, P., Gregory, J., Janssens, I. und Wild, M. (2004). Modelling Antarctic and Greenland volume changes during the 20th and 21st centuries forced by GCM time slice integrations. *Global and Planetary Change*, 42(1-2):83–105.
- Huybrechts, P., Steinhage, D., Wilhelms, F. und Bamber, J. (2000). Balance velocities and measured properties of the Antarctic ice sheet from a new compilation of gridded data for modelling. *Annals of Glaciology*, 30:52–60.
- Ilk, K. H., Feuchtinger, M. und Mayer-Guerr, T. (2000). Gravity Field Recovery and Validation by Analysis of Short Arcs of a Satellite-to-Satellite Tracking Experiment as CHAMP and GOCE. In Sansò, F., Hrsg., *A Window on the Future of Geodesy*, Band 128 von *IAG Symposia*, Heidelberg. Springer-Verlag.
- Ilk, K. H., Flury, J., Rummel, R., Schwintzer, P., Bosch, W., Haas, C., Schröter, J., Stammer, D., Zahel, W., Miller, H., Dietrich, R., Huybrechts, P., Schmeling, H., Wolf, D., Riegger, J., Bardossy, A. und Güntner, A. (2005). *Mass Transport and Mass Distribution in the Earth System – Contribution of the New Generation of Satellite Gravity and Altimetry Missions to Geosciences, Proposal for a German Priority Research Program*. GOCE-Projektbüro Deutschland, Technische Universität München, GeoForschungsZentrum Potsdam, 2. Ausg.
- Ivins, E. und James, T. J. (2005). Antarctic glacial isostatic adjustment: a new assessment. *Antarctic Science*, 17(4):541–553.
- Ivins, E. I. und James, T. S. (2006a). Vertical Motion Rate Observation and its Contribution to GRACE Gravity and Ice Mass Balance Determination. Vortrag beim Workshop “GPS in the IPY: The POLENET Project”, Dresden, 4.–6. October 2006.
- Ivins, E. R. und James, T. S. (2006b). GIA and ice sheet altimetry in Antarctica: How well can we quantify the associated error and its spatial dependence. In *EGU General Assembly, Vienna 3 – 7 April 2006*, Band 8 von *Geophysical Research Abstracts*, S. EGU06–A–10708.
- Jarecki, F., Müller, J., Petrovic, S. und Schwintzer, P. (2005). Temporal Gravity Variations in GOCE

- Gradiometric Data. In *Gravity, Geoid and Space Missions, IAG International Symposium, Porto, Portugal, 30 August – 3 September 2004*, Band 129 von *IAG Symposia*, S. 333–338, Berlin. Springer.
- Jekeli, C. (1981). *Alternative methods to smooth the Earth's gravity field*. Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University, Report 327, Columbus.
- Jekeli, C. (1999). The determination of gravitational potential differences from satellite-to-satellite tracking. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 75(2):85–100.
- Jekeli, C. (2005). *Spline Representations of Functions on a Sphere for Geopotential Modeling*. Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University, Report 475, Columbus.
- Jekeli, C. und Rapp, R. H. (1980). *Accuracy of the determination of mean anomalies and mean geoid undulations from a satellite gravity field mapping mission*. Department of Geodetic Science and Surveying, Ohio State University, Report 307, Columbus.
- Joughin, I. und Tulaczyk, S. (2002). Positive Mass Balance of the Ross Ice Streams, West Antarctica. *Science*, 295:476–480.
- Karlöf, K., Isaksson, E., Winther, J.-G., Gundestrup, N., Meijer, H. A. J., Mulvaney, R., Pourchet, M., Hofstede, C., Lappégard, G., Pettersson, R., van den Broeke, M. und van de Wal, R. S. W. (2005). Accumulation variability in a small area in eastern Dronning Maud Land, Antarctica, as determined from shallow firn cores and snow pits: Some implications for ice core records. *Journal of Glaciology*, 51(174):343–352.
- Kaula, W. M. (1966a). Global harmonic and statistical analysis of gravity. In Orlin, H., Hrsg., *Extension of Gravity Anomalies to Unsurveyed Areas*, Band 9 von *American Geophysical Union Monograph*, S. 58–67. American Geophysical Union.
- Kaula, W. M. (1966b). *Theory of Satellite Geodesy*. Blaisdell Publishing Company, Waltham, Massachusetts.
- Kielbasiński, A. und Schwetlick, H. (1988). *Numerische lineare Algebra*. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin.
- Kim, J. R. (2000). *Simulation Study of A Low-Low Satellite-to-Satellite Tracking Mission*. Dissertation, The University of Texas at Austin.
- King, M. und Padman, L. (2005). Accuracy assessment of ocean tide models around Antarctica. *Geophysical Research Letters*, 32:L23608, doi:10.1029/2005GL023901.
- Klokočník, J., Wagner, C. A., McAdoo, D., Kostelecký, J., Bezděk, A. und Novák, P. (2007). Changes in accuracy of gravity recovery due to ground track variability: CHAMP, GRACE, and GOCE. *Journal of Geodesy*. In Begutachtung.
- Knudsen, P. (2003). Ocean tides in GRACE monthly averaged gravity fields. *Space Science Reviews*, 108:261–270.
- Koch, K.-R. (2004). *Parameterschätzung und Hypothesentests*. Institut für Theoretische Geodäsie der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn, Bonn, vierte, bearbeitete Ausg.
- Koch, K.-R. und Kusche, J. (2002). Regularization of geopotential determination from satellite data by variance components. *Journal of Geodesy*, 76:259–268.
- Kuhns, H., Davidson, C., Dibb, J., Stearns, C., Bergin, M. und Jaffrezo, J.-L. (1997). Temporal and spatial variability of snow accumulation in Central Greenland. *Journal of Geophysical Research*, 102(D25):30,059–30,068.
- Lambeck, K. (1988). *Geophysical Geodesy. The Slow Deformations of the Earth*. Clarendon Press, Oxford.
- Lavallée, D. A., van Dam, T., Blewitt, G. und Clarke, P. J. (2006). Geocenter motions from GPS: A unified observation model. *Journal of Geophysical Research*, 111:B05405, doi:10.1029/2005JB003784.
- Legrésy, B., Ramillien, G., Rémy, F. und Lemoine, J.-M. (2007). Mass balance of the ice sheets surveyed by space altimetry and gravimetry. Vortrag, IUGG XXIV General Assembly, 7–13 July 2007, Perugia, Italy.
- Legrésy, B. und Rémy, F. (1998). Using the temporal variability of satellite radar altimetry observations to map surface properties of the Antarctic ice sheet. *Journal of Glaciology*, 44(147):197–206.
- Legrésy, B., Rémy, F. und Blarel, F. (2006). Along track repeat altimetry for ice sheets and continental surface studies. In *Proceedings of the Symposium on 15 years of Progress in Radar Altimetry, Venice, Italy, 13–18 March 2006*, Band 614 von *ESA-SP*, S. paper 181, Noordwijk, The Netherlands. European Space Agency Publication Division.
- Lemke, P., Ren, J., Alley, R. B., Allison, I., Carrasco, J., Flato, G., Fujii, Y., Kaser, G., Mote, P., Thomas, R. H. und Zhang, T. (2007). Observations: Changes in Snow, Ice and Frozen Ground. In

- Solomon, S., Qin, D., Manning, M., Chen, Z., Marquis, M., Averyt, K. B., Tignor, M. und Miller, H. L., Hrsg., *Climate Change 2007: The Physical Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*, chapter 4, S. 337–383. Cambridge University Press, Cambridge.
- Lemoine, F., Smith, D., Kunz, L., Smith, R., Pavlis, E., Pavlis, N., Klosko, S., Chinn, D., Torrence, M., Williamson, R., Cox, C., Rachlin, K., Wang, Y., Kenyon, S., Salman, R. und Trimmer, R. (1997). The Development of the NASA GSFC and NIMA Joint Geopotential Model. In Segawa, J., Fujimoto, H. und Okubo, S., Hrsg., *Proceedings of the International Symposium on Gravity, Geoid and Marine Geodesy, Tokyo, Sep. 30 – Oct. 5. 1996*, S. 461–469, Berlin. Springer.
- Lemoine, J.-M., Bruinsma, S., Loyer, S., Biancale, R., Marty, J.-C., Perosanz, F. und Balmino, G. (2007). Temporal gravity field models inferred from GRACE data. *Advances in Space Research*, 39(10):1620–1629, doi:10.1016/j.asr.2007.03.062.
- Li, J., Zwally, H. J. und Comiso, C. (2007). Ice-sheet elevation changes caused by variations of the firn compaction rate induced by satellite-observed temperature variations (1982–2003). *Annals of Glaciology*, 46:8–13.
- Liu, H., C., J. K. und Li, B. (1999). Development of an Antarctic digital elevation model by integrating cartographic and remotely sensed data: A geographic information system based approach. *Journal of Geophysical Research*, 104(B10):23199–23213.
- Luthcke, S. B., Rowlands, D. D., Lemoine, F. G., Klosko, S. M., Chinn, D. und McCarthy, J. J. (2006a). Monthly spherical harmonic gravity field solutions determined from GRACE inter-satellite range-rate data alone. *Geophysical Research Letters*, 33(2):L02402, doi:10.1029/2005GL024846.
- Luthcke, S. B., Zwally, H. J., Abdalati, W., Rowlands, D. D., Ray, R. D., Nerem, R. S., Lemoine, F. G., McCarthy, J. J. und Chinn, D. (2006b). Recent Greenland Ice Mass Loss by Drainage System from Satellite Gravity Observations. *Science*, 314(24 November):1286–1289.
- Luthcke, S. B., Zwally, H. J., Rowlands, D. D., Abdalati, W., Lemoine, F. G., Ray, R. D., McCarthy, J. J. und Chinn, D. (2007). Seasonal and inter-annual mass flux of coastal and interior ice sheet drainage systems from GRACE lumped harmonic mascon solutions. In *EGU General Assembly, Vienna 15 – 20 April 2007*, Band 9 von *Geophysical Research Abstracts*, S. SRef-ID: 1607-7962/gra/EGU2007-A-08364.
- Lythe, M. B., Vaughan, D. G. und the BEDMAP Consortium (2001). BEDMAP: A new ice thickness and subglacial topographic model of Antarctica. *Journal of Geophysical Research*, 106(B6):11,335–11,351.
- Marshall, S. J. (2005). Recent advances in understanding ice sheet dynamics. *Earth and Planetary Science Letters*, 240:191–204.
- Mayer-Gürr, T., Eicker, A. und Ilk, K. H. (2006). Gravity field recovery from GRACE-SST data of short arcs. In Flury, J., Rummel, R., Reigber, C., Rothacher, M., Boedecker, G. und Schreiber, U., Hrsg., *Observation of the Earth System from Space*, S. 131–148. Springer, Heidelberg.
- Mayer-Gürr, T., Ilk, K., Eicker, A. und Feuchtinger, M. (2005). ITG-CHAMP01: A CHAMP Gravity Field Model from Short Kinematical Arcs of a One-Year Observation Period. *Journal of Geodesy*, 78:462–480.
- McConnell, J. R., Arthern, R. J., Mosley-Thompson, E., Davis, C. H., Bales, R. C., Thomas, R., Burkhart, J. und Kyne, J. D. (2000a). Changes in Greenland ice sheet elevation attributed primarily to snow accumulation variability. *Nature*, 406:877–879.
- McConnell, J. R., Mosley-Thompson, E., Bromwich, D. H., Bales, R. C. und Kyne, J. D. (2000b). Inter-annual variations of snow accumulation on the Greenland Ice Sheet (1985-1996): New observations versus model predictions. *Journal of Geophysical Research*, 105(D3):4039–4046.
- Meier, S. und Keller, W. (1990). *Geostatistik*. Akademie-Verlag, Berlin.
- Milly, P. und Shmakin, A. (2002). Global modeling of land water and energy balances, Part I: The Land Dynamics (LaD) model. *Journal of Hydrometeorology*, 3(3):283–299.
- Monaghan, A. J., Bromwich, D. H. und Wang, S.-H. (2006). Recent trends in Antarctic snow accumulation from Polar MM5 simulations. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 364(1844):1683–1708.
- Moore, P., Turner, J. und Qiang, Z. (2003). Error analyses of CHAMP data for recovery of the Earth's gravity field. *Journal of Geodesy*, 77:369–380.
- Moreaux, G. und Balmino, G. (2002). Impact of some land hydrological phenomena on GOCE mission. *Geophysical Research Letters*, 29(8):doi:10.1029/2001GL013568.

- Müller, J. (2001). *Die Satellitengradiometriemission GOCE. Theorie, technische Realisierung und wissenschaftliche Nutzung*, Band 301 von *DGK Reihe C*. Deutsche Geodätische Kommission, München.
- Nerem, R. S., Eanes, R. J., Thompson, P. F. und Chen, J. L. (2000). Observations of annual variations in earth's gravitational field using satellite laser ranging and geophysical methods. *Geophysical Research Letters*, 27(12):1783–1786.
- Nerem, R. S., Jekeli, C. und Kaula, W. M. (1995). Gravity field determination and characteristics: retrospective and prospective. *Journal of Geophysical Research*, 100(B8):15053–15074.
- Oerlemans, J. (1981). Effect of irregular fluctuations in Antarctic precipitation on global sea level. *Nature*, 290(6348):58–60.
- Oerter, H. (2003). Snow accumulation across Ekströmisen and Ritscherflya, Antarctica. Poster, 21. Internationale Polartagung, 17.–22. März 2003, Kiel, Deutschland.
- Oerter, H., Graf, W., Wilhelms, F., Minikin, A. und Miller, H. (2000). Accumulation rates in Dronning Maud Land, Antarctica, as revealed by dielectric-profiling measurements of shallow firn cores. *Annals of Glaciology*, 30:27–34.
- Paterson, W. S. B. (1994). *The Physics of Glaciers*. Butterworth-Heinemann, Oxford, dritte Ausg.
- Peltier, W. R. (1998). Postglacial variations in the level of the sea: Implications for climate dynamics and solid-earth geophysics. *Reviews of Geophysics*, 36(4):603–689.
- Peltier, W. R. (2004). Global Glacial Isostasy and the Surface of the Ice-Age Earth: the ICE-5G (VM2) Model and GRACE. *Annual Review of Earth & Planetary Sciences*, 32(1):111–149, doi:10.1146/annurev.earth.32.082503.144359; (AN 13161612).
- Perosanz, F., Lemoine, J. M., Bruinsma, S., Melachroinos, S., Biancale, R. und Loyer, S. (2006). GRACE accelerometers calibration. In *EGU General Assembly, Vienna 3 – 7 April 2006*, Band 8 von *Geophysical Research Abstracts*.
- Plag, H.-P. (2005). GGOS and Its User Requirements, Linkage, and Outreach. In Tregoning, P. und Rizos, C., Hrsg., *Dynamic Planet: Monitoring and Understanding a Dynamic Planet with Geodetic and Oceanographic Tools*, Band 130 von *IAG Symposia*, S. 711–718, Berlin. Springer.
- Qiang, Z. und Moore, P. (2005). On the Contribution of CHAMP to Temporal Gravity Field Variation Studies. In Reigber, C., Lühr, H., Schwintzer, P. und Wickert, J., Hrsg., *Earth Observation with CHAMP: Results from Three Years in Orbit*, S. 18–24. Springer, Berlin.
- Ramillien, G., Cazenave, A. und Brunau, O. (2004). Global time variations of hydrological signals from GRACE satellite gravimetry. *Geophysical Journal International*, 158:813–826.
- Ramillien, G., Frappart, F., Cazenave, A. und Güntner, A. (2005). Time variations of land water storage from an inversion of 2 years of GRACE geoids. *Earth and Planetary Science Letters*, 235:283–301.
- Ramillien, G., Lombard, A., Cazenave, A., Ivins, E. R., Llubes, M., Rémy, F. und Biancale, R. (2006). Interannual variations of the mass balance of the Antarctica and Greenland ice sheets from GRACE. *Global and Planetary Change*, 53:198–208.
- Ray, R. D. und Luthcke, S. B. (2006). Tide model errors and GRACE gravimetry: towards a more realistic assessment. *Geophysical Journal International*, 167(3):1055–1059.
- Reigber, C. (1989). *Gravity Field Recovery from Satellite Tracking Data*, Band 25 von *Lecture Notes in Earth Sciences*, S. 197–234. Springer, Berlin.
- Reigber, C., Balmino, G., Schwintzer, P., Biancale, R., Bode, A., Lemoine, J.-M., König, R., Loyer, S., Neumayer, H., Marty, J. C., Barthelmes, F., Perosanz, F. und Zhu, S. Y. (2002). A high-quality global gravity field model from CHAMP GPS tracking data and accelerometry (EIGEN-1S). *Geophysical Research Letters*, 29(14):doi:10.1029/2002GL015064.
- Reigber, C., Jochmann, H., Wunsch, J., Petrovic, S., Schwintzer, P., Barthelmes, F., Neumayer, K.-H., König, R., Förste, C., Balmino, G., Biancale, R., Lemoine, J.-M., Loyer, S. und Perosanz, F. (2005a). Earth Gravity Field and Seasonal Variability from CHAMP. In Reigber, C., Lühr, H., Schwintzer, P. und Wickert, J., Hrsg., *Earth Observation with CHAMP: Results from Three Years in Orbit*, S. 25–30. Springer, Berlin.
- Reigber, C., Lühr, H., Schwintzer, P. und Wickert, J., Hrsg. (2005b). *Earth Observation with CHAMP: Results from Three Years in Orbit*. Springer, Berlin.
- Reigber, C., Schmidt, R., Flechtner, F., König, R., Meyer, U., Neumayer, K., Schwintzer, P. und Zhu, S. (2005c). An Earth gravity field model complete to degree and order 150 from GRACE: EIGEN-GRACE02S. *Journal of Geodynamics*, 39:1–10.
- Reijmer, C. H. und van den Broeke, M. R. (2003). Temporal and spatial variability of the surface mass

- balance in Dronning Maud Land, Antarctica, as derived from automatic weather stations. *Journal of Glaciology*, 49(167):512–520.
- Rémy, F., Legrésy, B. und Testut, L. (2001). Ice Sheets and Satellite Altimetry. *Surveys in Geophysics*, 22:1–29.
- Rémy, F. und Parrenin, F. (2004). Snow accumulation variability and random walk: how to interpret changes of surface elevation in Antarctica. *Earth and Planetary Science Letters*, 227(3/4):273.
- Rémy, F., Testut, L. und Legrésy, B. (2002). Random fluctuations of snow accumulation over Antarctica and their relation to sea level change. *Climate Dynamics*, 19:267–276.
- Ries, J. und Bettadpur, S., Hrsg. (2006). *Proceedings of the GRACE Science Team Meeting, December 2006*. Center for Space Research, The University of Texas at Austin. CSR-GR-06-01, <http://www.csr.utexas.edu/grace/GSTM/2006/proceedings.html>.
- Rignot, E. (2006). Changes in ice dynamics and mass balance of the Antarctic ice sheet. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 364(1844):1637–1655, doi: 10.1098/rsta.2006.1793.
- Rignot, E. und Thomas, R. H. (2002). Mass Balance of Polar Ice Sheets. *Science*, 297:1502–1506.
- Rodell, M., Houser, P. R., Jambor, U., Gottschalk, J., Mitchell, K., Meng, C.-J., Arsenault, K., Cosgrove, B., Radakovich, J., Bosilovich, M., Entin, J. K., Walker, J. P., Lohmann, D. und Toll, D. (2004). The Global Land Data Assimilation System. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 85(3):381–394.
- Roemer, S., Legrésy, B., Horwath, M. und Dietrich, R. (2007). Refined analysis of radar altimetry data applied to the region of the subglacial Lake Vostok / Antarctica. *Remote Sensing of Environment*, 106:269–284, doi:10.1016/j.rse.2006.02.026.
- Rowlands, D., Ray, R., Chinn, D. und Lemoine, F. (2002). Short-arc analysis of intersatellite tracking data in a gravity mapping mission. *Journal of Geodesy*, 76:307–316.
- Rowlands, D. D., Luthcke, S. B., Klosko, S. M., Lemoine, F. G. R., Chinn, D. S., McCarthy, J. J., Cox, C. M. und Anderson, O. B. (2005). Resolving mass flux at high spatial and temporal resolution using GRACE intersatellite measurements. *Geophysical Research Letters*, 32:L04310, doi:10.1029/2004GL021908.
- Rülke, A., Dietrich, R., Fritsche, M., Rothacher, M. und Steigenberger, P. (2007). Realization of the Terrestrial Reference System by a reprocessed global GPS network. *Journal of Geophysical Research*. In Begutachtung.
- Rummel, R. (1997). Spherical Spectral Properties of the Earth's Gravitational Potential and its First and Second Derivatives. In Sansò, F. und Rummel, R., Hrsg., *Geodetic Boundary Value Problems in View of the One Centimeter Geoid*, Band 65 von *Lecture Notes in Earth Sciences*, S. 359–404. Springer, Berlin.
- Rummel, R., Balmino, G., Johannessen, J., Visser, P. und Woodworth, P. (2002). Dedicated gravity field missions – principles and aims. *Journal of Geodynamics*, 33(1–2):3–20.
- Rummel, R., Gruber, T. und Koop, R. (2004). High Level Processing Facility for GOCE: Products and Processing Strategy. In *Proceedings of the 2nd International GOCE User Workshop, 8–10 March 2004, Frascati, Italy*. European Space Agency. SP-569.
- Rummel, R., Rothacher, M. und Beutler, G. (2005). Integrated Global Geodetic Observing System (IGGOS) - science rationale. *Journal of Geodynamics*, 40:357–362.
- Scheinert, M., Ivins, E., Dietrich, R. und Rülke, A. (2006). Vertical Crustal Deformations in Dronning Maud Land, Antarctica: Observations versus Model Predictions. In Fütterer, D., Damaske, D., Kleinschmidt, G., Miller, H. und Tessensohn, F., Hrsg., *Antarctica – Contributions to Global Earth Sciences (Proceedings of ISAES IX, Potsdam, September 8–12, 2003)*, S. 357–360, Berlin. Springer.
- Scheritz, M. (2005). *Massensignale in der Ostseeregion und deren Separierbarkeit aus Beobachtungen der Schwerefeldmission GRACE*. Diplomarbeit, Technische Universität Dresden, Institut für Planetare Geodäsie. Diplomarbeit durch den Verfasser dieser Arbeit betreut.
- Scheritz, M., Horwath, M. und Dietrich, R. (2006). Filteransätze zur Verringerung korrelierter Fehler in GRACE-Monatslösungen. Vortrag Geodätische Woche, 10–12 Oktober 2006, München, veröffentlicht unter <http://ifem.bauw.unibw-muenchen.de/gw06>.
- Schlosser, E., van Lipzig, N. und Oerter, H. (2002). Temporal variability of accumulation at Neumayer station, Antarctica, from stake measurements and a regional atmospheric model. *Journal of Glaciology*, 48(160):87–94.
- Schmidt, M., Fengler, M., Eicker, T. M.-G. A., Kusche, J., Sánchez, L. und Han, S.-C. (2006a). Re-

- gional gravity modeling in terms of spherical base functions. *Journal of Geodesy*, 81(1):17–38, doi:10.1007/s00190-006-0101-5.
- Schmidt, M., Kusche, J., van Loon, J. P., Han, S.-C. und Fabert, O. (2005). Multiresolution representation of a regional geoid from satellite and terrestrial gravity data. In *Gravity, Geoid and Space Missions, IAG International Symposium, Porto, August 2004*, Band 129 von *IAG Symposia*, Heidelberg. Springer.
- Schmidt, R. (2007). *Zur Bestimmung des cm-Geoids und dessen zeitlicher Variationen mit GRACE*. Scientific Technical Report STR07/04, GeoForschungsZentrum Potsdam. (Dissertation).
- Schmidt, R., Flechtner, F., König, R., Meyer, U., Neumayer, K.-H., Reigber, C., Rothacher, M., Petrovic, S., Zhu, S.-Y. und Güntner, A. (2006b). GRACE Time-Variable Gravity Accuracy Assessment. In Tregoning, P. und Rizos, C., Hrsgr., *Dynamic Planet: Monitoring and Understanding a Dynamic Planet with Geodetic and Oceanographic Tools*, Band 130 von *IAG Symposia*, S. 237–243, Heidelberg. Springer.
- Schmidt, R., Schwintzer, P., Flechtner, F., Reigber, C., Güntner, A., Döll, P., Ramillien, G., Cazenave, A., Petrovic, S., Jochmann, S. und Wunsch, J. (2006c). GRACE observations of changes in continental water storage. *Global and Planetary Change*, 50(1–2):112–126.
- Schneider, M. (2002). *Zur Methodik der Gravitationsfeldbestimmung mit Erdsatelliten*, Band 15 von *IAPG / FESG Schriftenreihe*. TU München, München.
- Schrama, E. J. O. und Visser, P. N. A. M. (2007). Accuracy assessment of the monthly GRACE geoids based upon a simulation. *Journal of Geodesy*, 81:67–80, doi:10.1007/s00190-006-0085-1.
- Seeber, G. (2003). *Satellite Geodesy, 2nd Edition*. Walter de Gruyter, Berlin New York.
- Sen, A. und Srivastava, M. (1990). *Regression Analysis: Theory, Methods, and Applications*. Springer, New York.
- Seo, K.-W., Wilson, C. R., Famiglietti, J. S., Chen, J. L. und Rodell, M. (2006). Terrestrial water mass load changes from Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE). *Water Resources Research*, 42:W05417, doi:10.1029/2005WR004255.
- Shepherd, A. und Wingham, D. (2007). Recent Sea-Level Contributions of the Antarctic and Greenland Ice Sheets. *Science*, 315(5818):1529–1532, doi:10.1126/science.1136776.
- Shepherd, A., Wingham, D., Payne, T. und Skvarca, P. (2003). Larsen Ice Shelf Has Progressively Thinned. *Science*, 302:856–859.
- Shmakin, A., Milly, P. und Dunne, K. (2002). Global modeling of land water and energy balances, Part III: Interannual Variability. *Journal of Hydrometeorology*, 3(3):311–321.
- Sneeuw, N. (2000). *A semi-analytical approach to gravity field analysis from satellite observations*. Nr. 527 in DGK Reihe C. Deutsche Geodätische Kommission, München.
- Sneeuw, N. und Ilk, K.-H. (1997). The status of spaceborne gravity field mission concepts: A comparative simulation study. In Segawa, J., Fujimoto, H. und Okubo, S., Hrsgr., *Gravity, Geoid and Marine Geodesy*, Band 117 von *IAG Symposia*, S. 171–178, Heidelberg. Springer.
- Solomon, S., Qin, D., Manning, M., Chen, Z., Marquis, M., Averyt, K. B., Tignor, M. und Miller, H. L. (2007). *Climate Change 2007: The Physical Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Sommer, S., Appenzeller, C., Röthisberger, R., Hutterli, M. A., Stauffer, B., Wagenbach, D., Oerter, H., Wilhelms, F., Miller, H. und Mulvaney, R. (2000). Glacio-chemical study spanning the past 2 kyr on three ice cores from Dronning Maud Land, Antarctica: 1. Annually resolved accumulation rates. *Journal of Geophysical Research*, 105(D24):29,411–29,421.
- Swenson, S. und Wahr, J. (2002a). Estimated effects of the vertical structure of atmospheric mass on the time-variable geoid. *Journal of Geophysical Research*, 107(B9):2194, doi: 10.1029/2000JB000024.
- Swenson, S. und Wahr, J. (2002b). Methods for inferring regional surface-mass anomalies from Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) measurements of time-variable gravity. *Journal of Geophysical Research*, 107(B9):2193, doi:10.1029/2001B000576.
- Swenson, S. und Wahr, J. (2006). Post-processing removal of correlated errors in GRACE data. *Geophysical Research Letters*, 33:L08402, doi:10.1029/2005GL025285.
- Swenson, S., Wahr, J. und Milly, P. (2003). Estimated accuracies of regional water storage variations inferred from the Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE). *Water Resources Research*, 39(8):1223, doi:10.1029/2002WR001808.

- Tapley, B., Bettadpur, S., Ries, J., Thompson, P. und Watkins, M. (2004a). GRACE Measurements of Mass Variability in the Earth System. *Science*, 305(23 July 2004):503–505.
- Tapley, B., Bettadpur, S., Watkins, M. und Reigber, C. (2004b). The gravity recovery and climate experiment: Mission overview and early results. *Geophysical Research Letters*, 31(9):10.1029/2004GL019920.
- Tapley, B., Ries, J., Bettadpur, S., Chambers, D., Cheng, M., Condi, F., Gunter, B., Kang, Z., Nagel, P., Pastor, R., Pekker, T., Poole, S. und Wang, F. (2005). GGM02 - An improved Earth gravity field model from GRACE. *Journal of Geodesy*, 79(8):467–478, doi:10.1007/s00190-005-0480-z.
- Thomas, M. (2002). *Ocean induced variations of Earth's rotation – Results from a simultaneous model of global circulation and tides*. Dissertation, Universität Hamburg.
- Thomas, R., Rignot, E., Casassa, G., Kanagaratnam, P., Acuña, C., Akins, T., Brecher, H., Frederick, E., Gogineni, P., Krabill, W., Manizade, S., Ramamoorthy, H., Rivera, A., Russell, R., Sonntag, J., Swift, R., Yungel, J. und Zwally, J. (2004). Accelerated Sea-Level Rise from West Antarctica. *Science*, 306:255–258.
- Thompson, P., Bettadpur, S. und Tapley, B. (2004). Impact of short period, non-tidal, temporal mass variability on GRACE gravity estimates. *Geophysical Research Letters*, 31(L06619):doi:10.1029/2003GL019285.
- Torge, W. (1989). *Gravimetry*. Walter de Gruyter, Berlin New York.
- UTCSR (2007). Gravity Recovery and Climate Experiment. <http://www.csr.utexas.edu/grace/>. Letzter Zugriff 13.07.2007.
- UTCSR (2007). Release notes for GRACE L-2 products - version UTCSR RL-04. Download unter <http://podaac.jpl.nasa.gov/grace/documentation.html>. Letzter Zugriff 12.06.2007.
- Van de Berg, W. J., van den Broeke, M. R., Reijmer, C. H. und van Meijgaard, E. (2006). Reassessment of the Antarctic surface mass balance using calibrated output of a regional atmospheric climate model. *Journal of Geophysical Research*, 41(1):97–104.
- Van den Broeke, M., Reijmer, C. und van de Wal R.S.W. (2004). A study of the Antarctic mass balance using automatic weather stations. *Journal of Glaciology*, 50(171):565–582.
- Van der Veen, C. J. und Bolzan, J. F. (1999). Interannual variability in net accumulation on the Greenland ice Sheet: Observations and implications for mass balance measurements. *Journal of Geophysical Research*, 104(D2):2009–2014.
- Van Lipzig, N., van Meijgaard, E. und Oerlemans, J. (2002). The spatial and temporal variability of the surface mass balance in Antarctica: results from a regional atmospheric climate model. *International Journal of Climatology*, 22:1197–1217.
- Vaniček, P. und Krakiwsky, E. J. (1986). *Geodesy: The Concepts*. North Holland, Amsterdam New York Oxford Tokyo, zweite Ausg.
- Vaughan, D. G., Bamber, J. L., Giovinetto, M., Russell, J. und Cooper, P. R. (1999). Reassessment of net surface mass balance in Antarctica. *Journal of Climate*, 12:933–946.
- Velicogna, I. und Wahr, J. (2002). A method for separating Antarctic postglacial rebound and ice mass balance using future ICESat Geoscience Laser Altimeter System, Gravity Recovery and Climate Experiment, and GPS satellite data. *Journal of Geophysical Research*, 107(B10):2263, doi:10.1029/2001JB000708.
- Velicogna, I. und Wahr, J. (2006). Measurements of Time-VARIABLE Gravity Show Mass Loss in Antarctica. *Science*, 311(5768):1754–1756.
- Velicogna, I., Wahr, J., Hanna, E. und Huybrechts, P. (2005). Short term mass variability in Greenland, from GRACE. *Geophysical Research Letters*, 32:L05501, doi:10.1029/2004GL021948.
- Visser, P., Sneeuw, N. und Gerlach, C. (2003). Energy integral method for gravity field determination from satellite orbit coordinates. *Journal of Geodesy*, 77:207–216.
- Visser, P. N. A. M. (2005). Low-low satellite-to-satellite tracking: a comparison between analytical linear orbit perturbation theory and numerical integration. *Journal of Geodesy*, 79(3):160–166.
- Švehla, D. und Rothacher, M. (2003). Kinematic and reduced-dynamic precise orbit determination of low earth orbiters. *Advances in Geosciences*, 1:47–56.
- Wahr, J., Molenaar, M. und Bryan, F. (1998). Time variability of the Earth's gravity field: Hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE. *Journal of Geophysical Research*, 103(B12):30205–30229.
- Wahr, J., Swenson, S. und Velicogna, I. (2006). The accuracy of GRACE mass estimates. *Geophysical*

- Research Letters*, 33:L06401, doi:10.1029/2005GL025305.
- Wahr, J., Swenson, S., Zlotnicki, V. und Velicogna, I. (2004). Time-variable gravity from GRACE: First results. *Geophysical Research Letters*, 31:doi:10.1029/2004GL019779.
- Wahr, J., Wingham, D. und Bentley, C. (2000). A method of combining ICESat and GRACE satellite data to constrain Antarctic mass balance. *Journal of Geophysical Research*, 105(B7).
- Werth, S. (2005). *Methoden zur Trennung geophysikalischer Massenvariationen aus GRACE-Monatslösungen*. Diplomarbeit, Technische Universität Dresden, Institut für Planetare Geodäsie. Diplomarbeit durch den Verfasser dieser Arbeit betreut.
- Wiehl, M. und Dietrich, R. (2005). Time-Variable Gravity Seen by Satellite Missions: On its Sampling and its Parametrization. In Reigber, C., Lühr, H., Schwintzer, P. und Wickert, J., Hrsg., *Earth Observation with CHAMP: Results from Three Years in Orbit*, S. 121–126. Springer, Berlin.
- Wiehl, M., Dietrich, R. und Lehmann, A. (2005). How Baltic Sea Water Mass Variations Mask the Postglacial Rebound Signal in CHAMP and GRACE Gravity Field Solutions. In Reigber, C., Lühr, H., Schwintzer, P. und Wickert, J., Hrsg., *Earth Observation with CHAMP: Results from Three Years in Orbit*, S. 181–186. Springer, Berlin.
- Wilhelm, H., Zürn, W. und Wenzel, H.-G., Hrsg. (1997). *Tidal Phenomena*. Springer, Berlin.
- Wingham, D. J. (2000). Small fluctuations in the density and thickness of a dry firn column. *Journal of Glaciology*, 46:399–411.
- Wingham, D. J., Ridout, A. J., Scharroo, R., Arthern, R. J. und Shum, C. K. (1998). Antarctic elevation change from 1992 to 1996. *Science*, 282:456–458.
- Wingham, D. J., Shepherd, A., Muir, A. und Marshall, G. J. (2006). Mass balance of the Antarctic ice sheet. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 364(1844):1627–1635, doi:10.1098/rsta.2006.1792.
- Wu, X. und Jezek, K. C. (2004). Antarctic ice-sheet balance velocities from merged point and vector data. *Journal of Glaciology*, 50(169):219–230.
- Wu, X., Watkins, M., Ivins, E., Kwok, R., Wang, P. und Wahr, J. (2002). Toward global inverse solutions for the determination of current and past ice mass variations: Contribution of secular satellite gravity and topography change measurements. *Journal of Geophysical Research*, B11:doi:10.1029/2001JB000543.
- Wunsch, C. und Stammer, D. (1997). Atmospheric loading and the oceanic “inverted barometer” effect. *Reviews of Geophysics*, 35(1):79–107.
- Yoder, C., Williams, J., Dickey, J., Schutz, B., Eanes, R. und Tapley, B. (1983). Secular variation in the Earth’s second degree harmonic, J_2 , coefficient from Lageos and non-tidal acceleration of Earth rotation. *Nature*, 303:757–762.
- Zhu, S., Reigber, C. und König, R. (2004). Integrated adjustment of CHAMP, GRACE, and GPS data. *Journal of Geodesy*, 78(1-2):103–108, doi:10.1007/s00190-004-0379-0.
- Zwally, H. J., Giovinetto, M. B., Li, J., Cornejo, H. G., Beckley, M. A., Brenner, A. C., Saba, J. L. und Yi, D. (2005). Mass changes of the Greenland and Antarctic ice sheets and shelves and contributions to sea-level rise: 1992–2002. *Journal of Glaciology*, 51(175):509–527.
- Zwally, H. J. und Li, J. (2002). Seasonal and interannual variations of firn densification and ice-sheet surface elevation at Greenland summit. *Journal of Glaciology*, 48(161):199–207.

A Zu zeitlichen Fluktuationen der Oberflächenmassenbilanz

Mit zeitlichen Fluktuationen der Oberflächenmassenbilanz (OMB) werden orts- und zeitabhängige Abweichungen von einem langfristig mittleren, jahresperiodischen Verhalten bezeichnet. Wie im Hauptteil der Arbeit diskutiert (Abschnitte 4.3, 4.4, 5.3) ist die Kenntnis solcher Fluktuationen oder ihrer statistischen Eigenschaften wesentlich für die Interpretation von über Zeiträume von einigen Jahren beobachteten Änderungen der Eismasse oder Eisoberflächenhöhe. Solche Kenntnisse liegen bisher jedoch nur ungenügend vor [Wingham, 2000], und grobe Abschätzungen sind üblich. Zum Beispiel nehmen Bentley und Wahr [1998] für die OMB des gesamten antarktischen Kontinents 25% jährliche Variabilität an.

Dieser Anhang gibt zunächst einen Überblick über bisherige Methoden und Ergebnisse bei der Untersuchung von OMB-Fluktuationen (Abschnitt A.1). Anschließend werden OMB-Datensätze aus dem Dronning-Maud-Land gezielt analysiert (Abschnitt A.2).

A.1 Problembeschreibung, Stand der Wissenschaft

Die OMB ist der Nettoeffekt aus Eisakkumulation (Niederschlag, Ablagerung von Driftschnee und andere Prozesse) und Ablation (Sublimation, Winderosion und andere Prozesse) [Paterson, 1994; Van den Broeke u.a., 2004] und ist damit Ergebnis einer Vielzahl komplexer Prozesse. Im kontinentalen Maßstab dominieren Niederschläge die OMB, die ihrerseits wieder regional unterschiedlichen Mechanismen folgen (z.B. episodische Schneefallereignisse durch Zyklone in den Küstengebieten, gleichmäßigerer Niederschlag von Eiskristallen aus klarem Himmel auf dem Inlandeisplateau) [Bromwich, 1988].

Bezeichne $B(\mathbf{x}, t)$ die OMB (in Einheiten von Masse pro Fläche) an einem Ort \mathbf{x} in einem durch t bezeichneten Zeitintervall, das im Folgenden ein Jahr umfassen möge. Um zeitliche Variationen der OMB statistisch zu beschreiben, werden diese als stochastischer Prozess in Ort und Zeit [z.B. Meier und Keller, 1990] modelliert. Um weiter aus relativ wenigen Daten von verschiedenen Orten und Zeiten möglichst allgemeine Parameter dieses Prozesses schätzen zu können, soll ein Prozess angenommen werden, der in der Zeit stationär (im weiteren Sinne) und im Raum homogen (im weiteren Sinne) und isotrop [Meier und Keller, 1990] ist. Die Homogenitätsannahme trifft allerdings für die absolute OMB $B(\mathbf{x}, t)$ gewiss nicht zu. Langzeitige Mittelwerte der jährlichen OMB

$$\bar{B}(\mathbf{x}) = \langle B(\mathbf{x}, t) \rangle_t \quad (\text{A.1})$$

(wobei $\langle \cdot \rangle_t$ den Mittelwert bzw. Erwartungswert über die Zeit bezeichnet) betragen im Inneren Ostantarktikas um 50 kg m^{-2} , in den Küstenbereichen dagegen typischerweise mehrere 100 kg m^{-2} [Vaughan u.a., 1999; Giovinetto und Zwally, 2000]. Auch die absolute Variation der OMB, $B(\mathbf{x}, t) - \bar{B}(\mathbf{x})$, wäre durch das Modell eines homogenen Prozesses nur unbefriedigend beschrieben. Die zeitliche Variabilität der OMB an einem Ort ist ungefähr proportional zum zeitlichen Mittel der OMB an diesem Ort. Das heißt, die relative Variation $b(\mathbf{x}, t)$,

$$b(\mathbf{x}, t) = \frac{B(\mathbf{x}, t) - \bar{B}(\mathbf{x})}{\bar{B}(\mathbf{x})}, \quad (\text{A.2})$$

ist am ehesten als homogener Prozess zu betrachten. Diese „Daumenregel“ wird durch zahlreiche Untersuchungen [z.B. Wingham u.a., 1998; Van Lipzig u.a., 2002] gestützt, und sie wird häufig

implizit verwendet. Die Standardabweichung relativer Variationen wird Variationskoeffizient genannt. Die räumliche Autokovarianzfunktion des Prozesses b ist

$$C_b(d) = \langle \langle b(\mathbf{x}_1, t)b(\mathbf{x}_2, t) \rangle_t \rangle_{(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)}, \quad (\text{A.3})$$

wobei $\langle \cdot \rangle_{(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)}$ den Erwartungswert über alle Paare von Positionen $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ mit Abstand d bezeichnet. Natürlich gilt die Homogenität von b nur mit Einschränkungen. In verschiedenen Regionen Grönlands wurden verschiedene Variabilitäten von b beobachtet [Fisher u.a., 1985; Davis u.a., 2001], so dass hier Homogenität nur innerhalb gewisser Regionen vorliegt. Ebenso wird b nicht in Gebieten homogen sein, in denen sich Akkumulation und Ablation ungefähr kompensieren, so dass der Bezugswert \bar{B} nahe Null ist.

In der Literatur erfolgen statistische Untersuchungen von OMB-Daten (speziell lokaler Daten von Punktgruppen) häufig auch mit folgendem von Fisher u.a. [1985] dargelegten einfachen Modellansatz: Die an k Positionen $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k$ einer gewissen Region beobachteten Zeitreihen $b(\mathbf{x}_i, t)$ bestehen aus einem gemeinsamen Signal $b_1(t)$ und einem von Position zu Position unkorrelierten aber mit gleicher Varianz behafteten Rauschen $b_2(\mathbf{x}_i, t)$. Für die Varianzen von b , b_1 und b_2 gilt also

$$\sigma_b^2 = \sigma_{b_1}^2 + \sigma_{b_2}^2. \quad (\text{A.4})$$

Die über alle Beobachtungspositionen gemittelte Zeitreihe

$$\tilde{b}(t) = k^{-1} \sum_{i=1}^k b(\mathbf{x}_i, t) \quad (\text{A.5})$$

hat dann die Varianz

$$\sigma_{\tilde{b}}^2 = \sigma_{b_1}^2 + k^{-1} \sigma_{b_2}^2. \quad (\text{A.6})$$

Damit erhält man aus den beobachteten Varianzen der lokalen Zeitreihen b und der gestapelten Zeitreihe \tilde{b} die Varianzen von Signal und Rauschen:

$$\sigma_{b_1}^2 = \frac{\sigma_{\tilde{b}}^2 - k^{-1} \sigma_b^2}{1 - k^{-1}}, \quad (\text{A.7})$$

$$\sigma_{b_2}^2 = \frac{\sigma_b^2 - \sigma_{\tilde{b}}^2}{1 - k^{-1}}. \quad (\text{A.8})$$

Die Einordnung dieses Ansatzes in den Modellansatz des stochastischen Prozesses ergibt sich wie folgt: Haben die Positionen $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_k$ untereinander den Abstand d (was bei mehr als 3 Punkten in der Ebene nur näherungsweise möglich ist), so beträgt die räumliche Kovarianz $C_b(d)$ wegen der Unkorreliertheit des Rauschanteils gerade

$$C_b(d) = \sigma_{b_1}^2(d). \quad (\text{A.9})$$

Entsprechend gilt

$$\sigma_{b_2}^2(d) = \sigma_b^2(d) - C_b(d). \quad (\text{A.10})$$

Hier wurde die Abhängigkeit von d ausdrücklich ausgewiesen, denn insofern C_b von d abhängt, hängen auch $\sigma_{b_1}^2$ und $\sigma_{b_2}^2$ von der durch d gegebenen räumlichen Skale ab. Genannt sei noch die Definition des Korrelationskoeffizienten für b zwischen zwei Positionen mit Abstand d :

$$\rho_b(d) = \frac{C_b(d)}{\sigma_b^2}. \quad (\text{A.11})$$

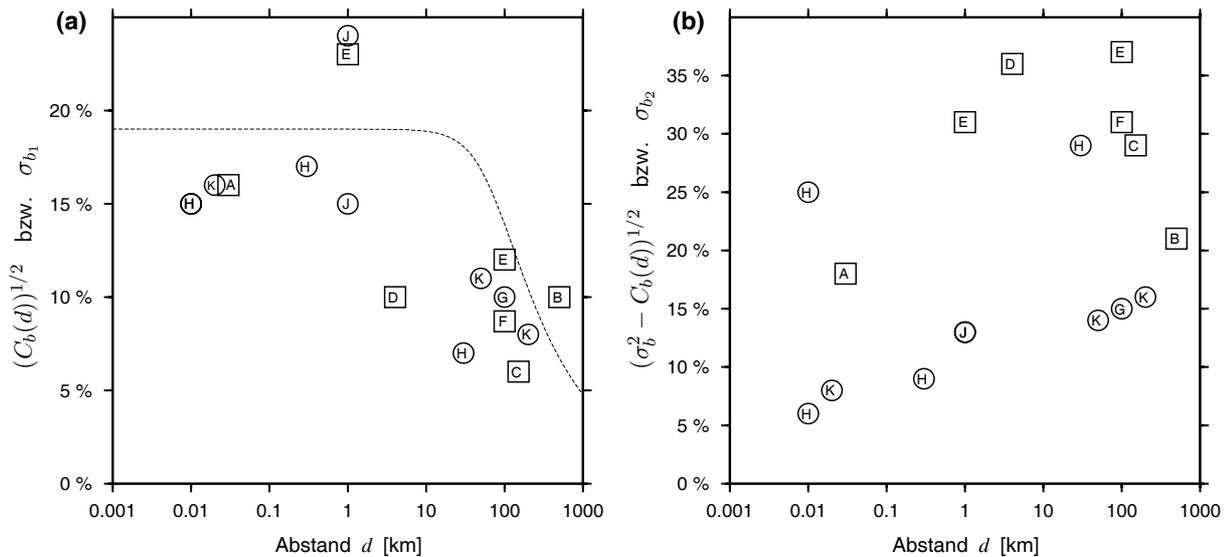


Abbildung A.1: Ergebnisse aus bisherigen Veröffentlichungen und aus dieser Arbeit zur räumlichen Charakteristik relativer jährlicher OMB-Fluktuationen $b(\mathbf{x}, t)$ aus Firnkern-, Firngruben- und Akkumulationspegelmessungen. (a) Räumliche Autokovarianz $C_b(d)$ (dargestellt in ihrer Quadratwurzel). Dies entspricht der Standardabweichung σ_{b_1} des „gemeinsamen Signals“. Die gestrichelte Linie zeigt das stochastische Modell (siehe Abschnitt A.3) (b) Differenz (dargestellt in ihrer Quadratwurzel) zwischen Gesamtvarianz und räumlicher Autokovarianz von $b(\mathbf{x}, t)$. Dies entspricht der Standardabweichung σ_{b_2} des kleinskaligen Rauschens. Quadrate zeigen Ergebnisse zu Antarktika, Kreise zu Grönland. Siehe Text zur Ableitung der Einträge.

Das allgemeinere Konzept des stochastischen Prozesses kann besser nach unterschiedlichen Abständen d differenzieren, die Idee eines „gemeinsamen Signals“ über eine bestimmte Skala ist für die Anschauung jedoch hilfreich.

Daten über OMB-Fluktuationen erhält man aus verschiedenen Beobachtungstypen und geophysikalischen Modellierungsansätzen, die im Folgenden eingeführt werden.

Eine wichtige Datenquelle sind lokale Beobachtungen durch Kernbohrungen, Firngruben und Akkumulationspegel [Hagen und Reeh, 2004]. Aus der Zusammenfassung einer Anzahl von veröffentlichten Analysen von Bohrkern Daten leiten z.B. Wingham u.a. [1998] in Verbindung mit Wingham [2000] ab, dass der Variationskoeffizient relativer Fluktuation der jährlichen OMB in Antarktika etwa 34% beträgt. Genaue zeitliche Charakteristiken der Fluktuationen lassen sich anhand längerer Zeitreihen aus Kernbohrungen untersuchen. Zur wichtigen Frage nach zeitlichen Korrelationen interannualer Fluktuationen gelangen unterschiedliche Analysen dabei zu durchaus unterschiedlichen Ergebnissen [Cogley, 2004; Davis u.a., 2001].

Ein Problem bei der Interpretation von punktwisen Beobachtungen ist das „lokale Rauschen“ [Fisher u.a., 1985]: Die windgeformten kleinskaligen Undulationen der Schneeoberfläche (im Zentimeter- bis Zehnermeterbereich) sind von Zeitpunkt zu Zeitpunkt verschieden ausgeprägt, so dass die in einem bestimmten Zeitraum akkumulierte Schneeschicht eine kleinskalig variierende Dicke aufweist. Dieses kleinskalige Rauschen überlagert jene „klimatischen“ zeitlichen Variationen, die in räumlich großen Skalen auftreten und daher für Massenbilanzuntersuchungen relevant sind. Eine Trennung zwischen großskaligem Signal und lokalem Rauschen kann durch die gemeinsame Analyse räumlich benachbarter Beobachtungen erfolgen.

Abbildung A.1 gibt eine Übersicht über veröffentlichte Ergebnisse (sowie Ergebnisse dieser Arbeit) zur Trennung von großskaligem Signal und kleinskaligem Rauschen in lokalen Beobach-

tungen. Die zugrundeliegenden Arbeiten erfolgten mit unterschiedlichen Motivationen und unterschiedlichen methodischen Ansätzen in unterschiedlichen Regionen Antarktisas und Grönlands. Sie benutzten unterschiedliche Beobachtungen und bildeten Mittelwerte über unterschiedliche Datenumfänge. Die Abbildung ist daher nicht als Darstellung einheitlichen funktionaler Beziehungen zwischen Abstand d und „gemeinsamem Signal“ b_1 bzw. Rauschen b_2 zu betrachten. Dennoch ist die einheitliche Tendenz zu erkennen, dass mit zunehmendem Abstand die Größe des gemeinsamen Signals abnimmt und die Größe des unkorrelierten Rauschens zunimmt. In den räumlichen Skalen bis 1 km haben die „gemeinsamen Signale“ relative Standardabweichungen über 14%, in den Skalen um 100 km dagegen unter 13%. Im Einzelnen ergeben sich die Eintragungen in Abbildung A.1 wie folgt. (Buchstaben A bis K entsprechen dabei den Bezeichnungen in der Abbildung. Für die Abstandsbereiche der OMB-Beobachtungen wird in Abbildung A.1 jeweils ein typischer Wert verwendet.)

- A Goodwin [1991] benutzte in Wilkes-Land ein kreuzförmiges Schema aus 2×50 im Abstand von 1 m aufgestellten Akkumulationspegeln, an denen zwei aufeinanderfolgende jährliche Akkumulationen beobachtet wurden. Das lokale Rauschen (als Abweichung der punktwweisen Akkumulation eines Jahres zur mittleren Akkumulation desselben Jahres über dem gesamten Beobachtungsfeld) hatte eine relative Standardabweichung von $\sigma_{b_2} = 18\%$. Die relative Standardabweichung der gesamten zeitlichen Variationen, ermittelt aus einem nahegelegenen Firnkern, betrug $\sigma_b = 24\%$. Das „gemeinsame Signal“ betrug damit $\sigma_{b_1} = \sqrt{24^2 - 18^2} = 16\%$.
- B Goodwin u.a. [2003] gaben Korrelationskoeffizienten zwischen etwa 50 Jahre langen, durch gleitende Mittelung über 3-Jahres-Intervalle geglätteten OMB-Zeitreihen aus 5 Firnkernen in Wilkes-Land an, die 150 km bis 850 km voneinander entfernt sind. Der mittlere Korrelationskoeffizient beträgt 0.2. (Selbst die 850 km entfernten Beobachtungen sind korreliert.) Die Gesamtvariabilität der Zeitreihen wurde in Goodwin [1991] für zwei der Firnkernere durch $\sigma_b = 22\%$ und $\sigma_b = 24\%$ angegeben. Mit $\sigma_b = 23\%$ erhält man aus (A.11), (A.9) und (A.10) $\sigma_{b_1} = 10\%$, $\sigma_{b_2} = 21\%$.
- C Graf u.a. [2002] analysierten Akkumulationszeitreihen aus den 16 Firn- und Eiskernen in Dronning-Maud-Land, die auch in dieser Arbeit untersucht werden (Abstand 1 km bis 372 km). Aus dem Vergleich der Varianzen σ_b^2 der einzelnen Zeitreihen mit der Varianz $\sigma_{\bar{b}}^2$ der gestapelten Zeitreihe erhielten sie $\sigma_{b_1}^2 / \sigma_{b_2}^2 = 0.04$. Mit $\sigma_b \approx 30\%$ [Oerter u.a., 2000; Sommer u.a., 2000] ergibt sich daraus $\sigma_{b_1} = 6\%$ und $\sigma_{b_2} = 29\%$.
- D Karlöf u.a. [2005] werteten 9-jährige Akkumulationszeitreihen aus 5 Firngruben in Dronning-Maud-Land (Endpunkt der Nordischen Traverse auf dem Inlandeisplateau) aus, die mit Abständen von 3.5 km bis 5 km kreuzförmig angeordnet waren. In Tabelle 2 jener Arbeit sind Mittelwerte und Standardabweichungen der einzelnen Zeitreihen sowie der gestapelten Zeitreihe angegeben, woraus man $\sigma_b \approx 37\%$ und $\sigma_{\bar{b}} = 19\%$ erhält. Mit (A.7) und (A.8) ergibt sich $\sigma_{b_1} = 10\%$, $\sigma_{b_2} = 36\%$.
- E Diese Arbeit, Abschnitt A.2.1
- F Diese Arbeit, Abschnitt A.2.2
- G Van der Veen und Bolzan [1999] analysierten neun 24-Jahres-Akkumulationszeitreihen aus einem quadratischen Schema von 3 im Intervall von 75 km gebohrten Firnkernen im Bereich des Greenland Summit. In einer genauen Analyse ergab sich $\sigma_{b_1} = 10\%$ und $\sigma_{b_2} = 15\%$.

H McConnell u.a. [2000b] analysierten mehrere Punktgruppen von 2 bis 11 Eiskernen (Zeiträume ca. 10 Jahre) auf dem Grönländischen Eisschild. Aus ihrer Tabelle 2 lassen sich die Größen σ_{b_1} und σ_{b_2} entnehmen. Für 4 Punktgruppen mit Punktabständen von etwa 10 m ergab sich σ_{b_1} zwischen 12% und 19%. σ_{b_2} betrug für diese vier Punktgruppen 5%, 7%, 7% und 25%. Für eine Punktgruppe mit ca. 300 m Punktabstand betrug $\sigma_{b_1} = 17%$ und $\sigma_{b_2} = 9%$. Für eine Punktgruppe mit ca. 30 km Punktabstand betrug $\sigma_{b_1} = 7%$ und $\sigma_{b_2} = 29%$.

J Fisher u.a. [1985] analysierten lokales Rauschen und räumlich korreliertes Signal anhand von sechs Gruppen von Firn- und Eiskernen in Grönland, die jeweils innerhalb weniger Kilometer lagen. Für das lokale Rauschen erhielten sie $\sigma_{b_2} = 13%$. Für die Standardabweichung σ_{b_1} des „gemeinsamen Signals“ entnimmt man ihrer Tabelle II Werte um 15% für die Punkte in Zentralgrönland und Werte um 24% für die Punkte in Nordwest- und Südgrönland.

K Kuhns u.a. [1997] analysierten Akkumulationspegelbeobachtungen entlang eines quadratischen Rasters von 10×10 Pegeln mit Rasterabstand 10 m im Gebiet des Greenland Summit über 5 Jahre. Selbst innerhalb der kleinen Spanne von Abständen (10 m bis 127 m), die in diesem Schema enthalten sind, ergab sich eine klare Abnahme der Korrelation mit dem Punktabstand. Zusätzlich wurden Firnkerndaten in bis zu 200 km Entfernung hinzugenommen und ihre Korrelation untereinander und zu den Akkumulationspegeldaten untersucht. Die Autoren leiteten eine empirische Beziehung zwischen Abstand und Korrelation ab. Hier wird deren empirische Formel verwendet, um Korrelationskoeffizienten für Abstände von 20 m, 50 km und 200 km, also für die ungefähren Abstände der von Kuhns u.a. [1997] analysierten Beobachtungen, zu berechnen. Als Standardabweichung der gesamten relativen Fluktuationen im Bereich des Greenland Summit wird $\sigma_b = 18%$ angenommen [Van der Veen und Bolzan, 1999]. Damit ergibt sich für 20 m $\sigma_{b_1} = 16%$ und $\sigma_{b_2} = 8%$, für 50 km $\sigma_{b_1} = 11%$ und $\sigma_{b_2} = 14%$ und für 200 km $\sigma_{b_1} = 8%$ und $\sigma_{b_2} = 16%$.

Altimetrische Beobachtungen von Oberflächenhöhenänderungen sind eine weitere Datenquelle zu OMB-Fluktuationen. Zu beachten ist hierbei die Überlagerung durch Dichteänderungen (Kompaktionsprozesse). Wingham u.a. [1998] leiten aus Radaraltimeterdaten von ERS-1 und ERS-2 das statistische räumliche Verhalten von Eishöhentrends ab. Für die Kovarianz dieser Trends, berechnet als Differenz der Kovarianz der Beobachtungen und der angenommenen Kovarianz der Beobachtungsfehler, erhalten sie eine Korrelationslänge von etwa 200 km. Zu bemerken ist, dass dabei eine einheitliche Autokovarianzfunktion für einen inhomogenen stochastischen Prozess (nämlich absolute Höhenvariationen) berechnet wird. Verbesserungen in der räumlichen Auflösung und Genauigkeit neuer Altimetermissionen (IceSat, CryoSat-2) bringen auch verbesserte Möglichkeiten zum Studium von OMB-Fluktuationen. Aus IceSat-Daten konnten so bereits Schneehöhenänderungen durch einzelne Akkumulationsereignisse ermittelt werden [Bindschadler u.a., 2005].

Automatische Wetterstationen können für einzelne Punkte detaillierte Höhenänderungen und daneben weitere mit der OMB im Zusammenhang stehende Parameter beobachten. Reijmer und van den Broeke [2003] analysieren Schneehöhenvariationen, die durch akustische Altimeter an 10 Stationen im Dronning-Maud-Land und auf Berkner Island über je 4 oder mehr Jahre registriert wurden. Aus den Beobachtungen wird deutlich, dass sich die Akkumulation zu einem beträchtlichen Teil in größeren Ereignissen vollzieht, die an Stationen mit mehreren 100 km Entfernung gleichzeitig auftreten können.

Atmosphärenmodelle sind eine weitere aussichtsreiche Methode zur Untersuchung zeitlicher Variationen der OMB (siehe z.B. Greuell und Genthon [2004] für eine auf Eismassenbilanz orientierte Einführung). Zum Beispiel untersuchen Van Lipzig u.a. [2002] räumliche und zeitliche

OMB-Variationen anhand eines regionalen Modells und leiten aus einem 14-jährigen Modelllauf einen Variationskoeffizient von 6% bis 7% für die jährliche OMB des gesamten aufliegenden Eises ab. Eine Karte der ortsabhängigen Variationskoeffizienten zeigt besonders große Variabilität (mit Werten bis 50%) in den Regionen der Aufsetzonen der großen Schelfeise. In den übrigen Regionen schwankt der Variationskoeffizient typischerweise zwischen weniger als 15% und mehr als 25%. Die Variationskoeffizienten variieren räumlich in einer Skale von etwa 600 km Wellenlänge, was einen Hinweis auch auf die räumliche Skale der eigentlichen OMB-Variationen geben mag.

Eine Alternative zur Analyse der direkten OMB-Komponenten (wie Niederschlag und Sublimation) in Atmosphärenmodellen ist die Bilanzierung des Feuchtigkeitsgehalts der Atmosphäre [Bromwich u.a., 1995; Cullather u.a., 1998], wobei der Netto-Feuchtigkeitsfluss durch die Grenzen einer Region der OMB dieser Region entspricht. Atmosphärenbeobachtungen küstennaher Stationen sind im regionalen Ansatz eine gute Stütze für die Modellierung des Feuchtigkeitsdurchflusses durch die Kontinentgrenzen. Conrad und Hager [1995] benutzen operationelle Analysedaten des ECMWF und leiten aus der Betrachtung von 7-jährigen Feuchtigkeitsflüssen über den -70° -Breitenkreis ab, dass die interannualen Variationen ungefähr in einem Abstand von 30° dekorrelieren. Sie folgern, dass es ungefähr 12 „Regionen mit unabhängigem Niederschlag“ gibt. Rémy u.a. [2002] diskutieren eine Anzahl von Untersuchungen mit vergleichbarem Ansatz, in denen die resultierende Zahl „unabhängiger Regionen“ zwischen weniger als 2 und 11 variiert.

Im Vergleich zwischen den bisher beschriebenen Methoden messen Bodenbeobachtungen aus Kernbohrungen, Firngruben und Akkumulationspegeln den Massenzutrag am direktesten, auch wenn Fehler in der Datierung und der Dichtebestimmung einfließen. Die punktweise und spärliche Verteilung dieser Daten macht es jedoch problematisch, über statistische Parameter hinaus die tatsächlichen interannualen OMB-Variationen einer größeren Region zu ermitteln. Hierfür bieten sich die quasi flächenhaften Verfahren der Satellitenaltimetrie und der Atmosphärenmodellierung an. Punktweise Bodenbeobachtungen bilden dabei wiederum wichtige Vergleichsdatensätze zur Validierung und Kalibration dieser Methoden. So konnte für altimetrisch beobachtete Höhenänderungen in Grönland der Vergleich mit Bodendaten einen klareren Zusammenhang zwischen interannualen Akkumulationsvariationen und Höhenänderungen aufzeigen [Davis u.a., 2001; McConnell u.a., 2000a]. Vergleiche von Atmosphärenmodellen mit Bodendaten zeigen, dass die Modelle wesentliche räumliche Muster der mittleren OMB wiedergeben, dabei aber zum Teil große und systematische regionale Abweichungen zeigen [Greuell und Genthon, 2004; McConnell u.a., 2000b; Schlosser u.a., 2002]. Bentley und Wahr [1998] äußern die Erwartung, dass im Feuchtigkeitsbudget-Ansatz interannuale Variationen genauer modellierbar sind als der absolute Feuchtigkeitsfluss, da ein Teil seiner Fehler systematischer Natur ist. Satellitenaltimetrie (wie auch anderer Fernerkundungsmethoden) und Atmosphärenmodellierung haben also das Potential, interannuale Variationen der OMB über größere Regionen zu bestimmen, deren Kenntnis dann bei der Auswertung und Interpretation beobachteter Trends genutzt werden kann. Die notwendige Weiterentwicklung dieser Methoden profitiert dabei stark von lokalen Bodenbeobachtungen der OMB.

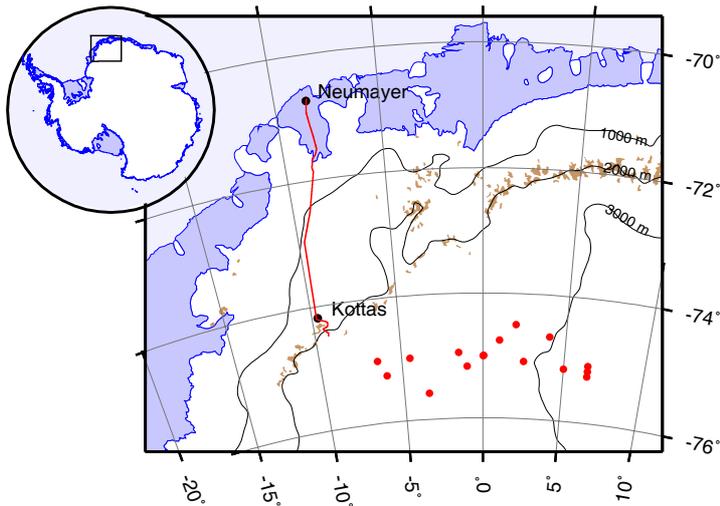


Abbildung A.2: Geographische Übersicht über die analysierten OMB-Daten der Traverse (rote Linie) und der Firnkerne (rote Punkte). Weitere Einträge wie in Abbildung 2.3.

A.2 Analyse von Oberflächenmassenbilanz-Daten in Dronning-Maud-Land

A.2.1 Traversendaten

Hier werden OMB-Beobachtungen entlang einer über 400 km langen Traverse zwischen den Forschungsstationen Neumayer und Kottas Camp analysiert (Abbildung A.2). An entlang dieser Trasse im Abstand von etwa 500 m aufgestellten Bambusbalisen wurden durch das Alfred-Wegener-Institut für Polar- und Meeresforschung Bremerhaven (AWI Bremerhaven) jährlich Schneehöhen abgelesen [Oerter, 2003]. Die folgende Analyse nutzt Beobachtungen für die Jahre 1999, 2000, 2001 und 2002, die vom AWI Bremerhaven im Rahmen des Verbundprojektes VISA¹ zur Verfügung gestellt wurden. Die Ablesungen erfolgten jeweils etwa zum Jahreswechsel, so dass die Änderungen auf Kalenderjahre bezogen werden. Die angegebenen Schneehöhenänderungen werden hier unter Annahme einer Dichte von 400 kg m^{-3} in Flächendichteänderungen umgerechnet. Abbildung A.3 illustriert die so erhaltenen jährlichen OMB-Werte und ihre Fluktuation. Es sind starke interannuale Variationen erkennbar, die neben sehr kleinräumigen Strukturen auch räumlich korrelierte Anteile besitzen, wie besonders in der geglätteten Darstellung deutlich wird.

Eine Schätzung der räumlichen Autokovarianzfunktion (AKF) der relativen zeitlichen Fluktuationen b wird durch den in Abbildung A.3c ersichtlichen Umstand erschwert, dass die Homogenitätsannahme für b verletzt ist: Zwischen Trassenkilometer -60 und 10 variiert b erheblich stärker als in den übrigen Abschnitten. Dieses Gebiet hat eine extrem niedrige mittlere OMB \bar{B} , wahrscheinlich bedingt durch starke Winderosion des niedergeschlagenen Schnees [Oerter, 2003]. Wie in Abschnitt A.1 diskutiert, ist in dieser Situation Homogenität von b nicht zu erwarten. Für die absoluten Fluktuationen $B - \bar{B}$ (Abbildung A.3b) ist die Homogenitätsannahme hier eher zu akzeptieren.

Aufgrund dieser Überlegungen werden zweierlei AKF berechnet: zum einen die AKF $C_b(d)$ von b , jedoch unter Ausschluss des Abschnitts von Trassenkilometer -60 bis 10 , zum anderen die AKF $C_B(d)$ der absoluten Fluktuationen B aus den Daten der gesamten Traverse.

Abbildung A.4 zeigt beide Funktionen, wobei C_B relativ zur quadrierten mittleren OMB über die gesamte Trasse, also ebenfalls bezogen auf absolute Fluktuationen, angegeben wird. Die Ergebnisse beider Rechnungen sind ähnlich und zeigen die typische Autokovarianzfunktion eines

¹ „Validierung, Verdichtung und Interpretation von Satellitendaten zur Bestimmung von Magnetfeld, Schwerefeld, Eismassenhaushalt und Krustenstruktur in der Antarktis unter Nutzung flugzeuggestützter und bodengebundener Messungen“

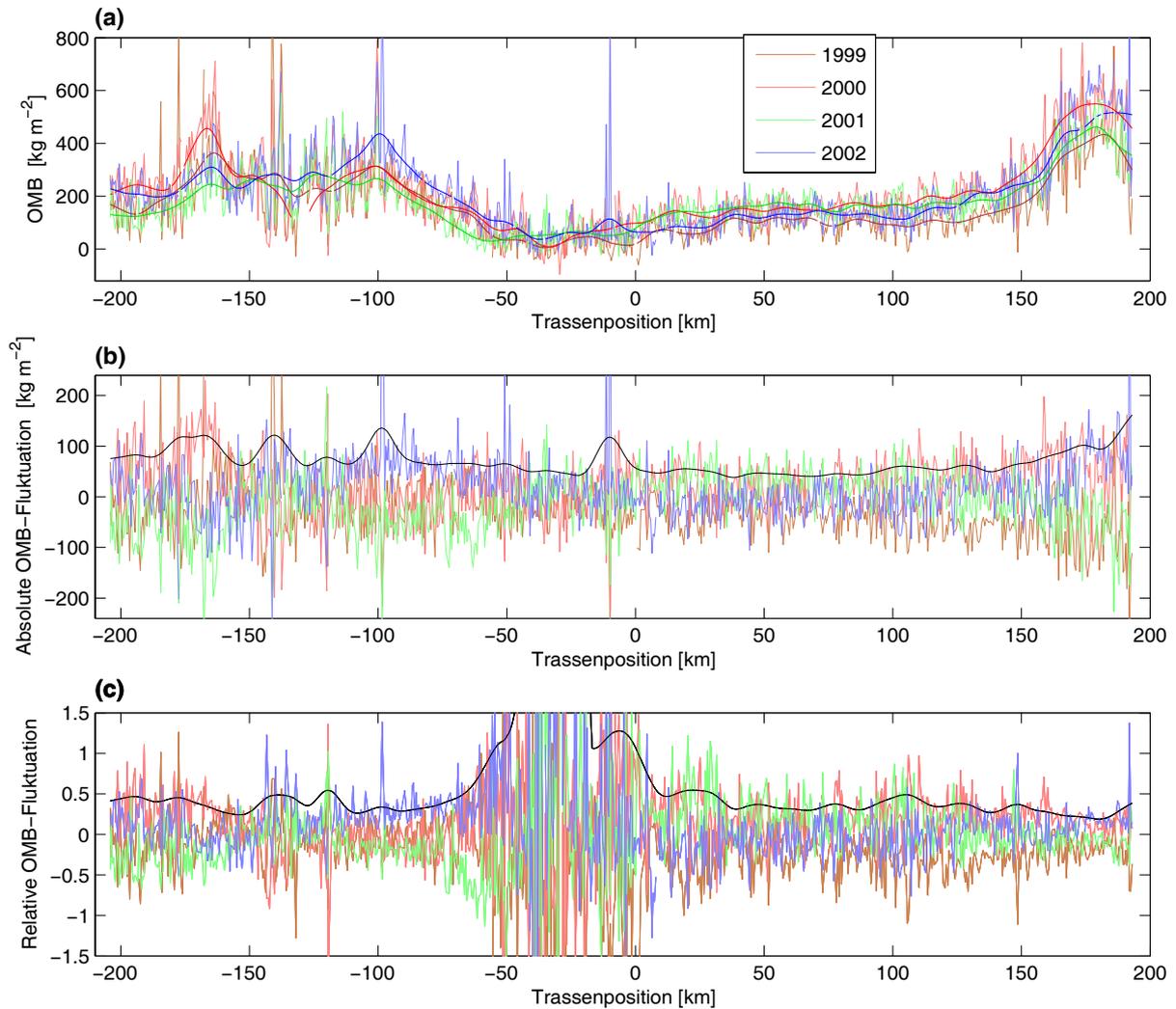


Abbildung A.3: OMB-Beobachtungen durch Akkumulationspegel entlang der Traverse zwischen Neumayer und Kottas Camp [Oerter, 2003]. Trassenpositionen laufen von Nord nach Süd. (a) OMB $B(\mathbf{x}, t)$ in vier aufeinanderfolgenden Jahren (blasse Farben) und deren räumliche Glättung (kräftige Farben). (Glättung erfolgt hier stets durch Gauß-Filterung mit Ein-Sigma-Filterradius von 4 km.) (b) Absolute Fluktuationen $B(\mathbf{x}, t) - \bar{B}(\mathbf{x})$ bezüglich des vierjährigen Mittels (farbige Kurven). Die schwarze Kurve zeigt die Standardabweichung der Variationen, die punktweise aus den Beobachtungen berechnet und dann räumlich geglättet wurde. (c) Relative Fluktuation $b(\mathbf{x}, t)$ bezüglich des vierjährigen Mittels. Die schwarze Kurve zeigt die Standardabweichung analog zu (b). Sie erreicht bei etwa -29 km einen Maximalwert von 10 (außerhalb des Achsenbereichs).

Prozesses mit Erhaltungsneigung, der durch zusätzliches unkorreliertes Rauschen überlagert ist: Während die punktweisen Variationen einen hohen Variationskoeffizient von ca. $\sqrt{0.15} = 39\%$ aufweisen, ist nur ein Teil dieser Variationen räumlich korreliert: In der räumlichen Skale von 1 km ergibt sich ein Variationskoeffizient von $\sqrt{0.055} = 23\%$, in der Skale von 100 km nur noch von $\sqrt{0.015} = 12\%$.

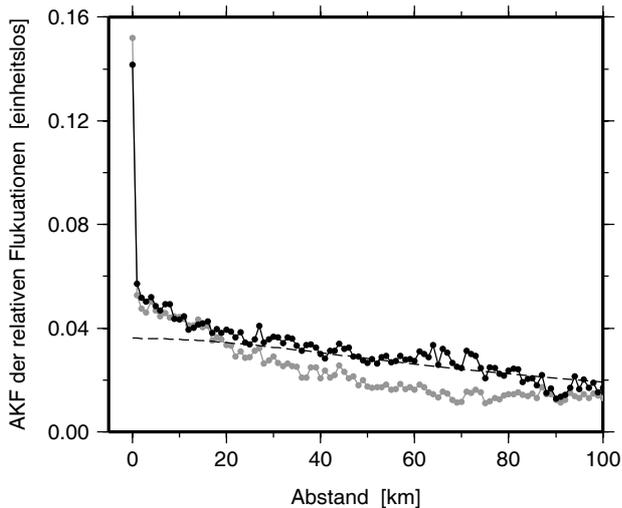


Abbildung A.4: Empirische Autokovarianzmaße relativer Fluktuationen der jährlichen OMB entlang der Traverse zwischen Neumayer und Kottas Camp: Autokovarianzfunktion (AKF) C_b der relativen Fluktuationen (schwarz), berechnet unter Ausschluss von Trassenkilometer -60 bis 10 , und AKF C_B der absoluten Fluktuationen (grau), bezogen auf die quadrierte mittlere OMB über die gesamte Traverse. Die gestrichelte Linie zeigt das stochastische Modell (siehe Abschnitt A.3).

A.2.2 Firnkerndaten

Hier werden OMB-Zeitreihen aus Firnkerndaten analysiert, die 1997/1998 in einer etwa 400 km ausgedehnten Umgebung des späteren Bohrpunktes des *European Project for Ice Coring in Antarctica* (EPICA) gewonnen wurden [Oerter u.a., 2000] (Abbildung A.2). Die bearbeiteten Datensätze aus 16 Kernen (verfügbar über <http://www.pangaea.de>) sind in Tabelle A.1 beschrieben. Es werden Daten ab dem Jahr 1801 verwendet, das den Anfang der meisten Zeitreihen bildet. Abschnitte, in denen wegen Beschädigungen der Kerne keine originären, sondern lediglich interpolierte Massendaten vorlagen [Oerter u.a., 2000], werden ausgeschlossen. Die Datierung der Kerne beruht auf *Dielectric profiling* oder (im Fall der drei längeren Bohrungen) auf *Continuous flow analysis* [Oerter u.a., 2000; Sommer u.a., 2000; Graf u.a., 2002]. Beide Verfahren detektieren Variationen in der chemischen Zusammensetzung des Niederschlags, bedingt durch saisonale Schwankungen atmosphärischer Parameter. Zusätzlich detektierte vulkanisch beeinflusste Niederschlagshorizonte dienen als Kalibrierung bei der Abzählung saisonaler Zyklen. Für den Zeitraum von 1801 bis 1990 wird die Datierungsgenauigkeit auf 2 Jahre geschätzt [Oerter u.a., 2000; Graf u.a., 2002]. Oerter u.a. [2000] leiten aus einer zeitlichen Tiefpassfilterung und räumlichen Mittelung eines Teils der Daten Aussagen zu regionalen langzeitigen OMB-Variationen in den letzten 200 Jahren ab: Demnach hat die OMB im 19. Jahrhundert im Mittel abgenommen und im 20. Jahrhundert zugenommen.

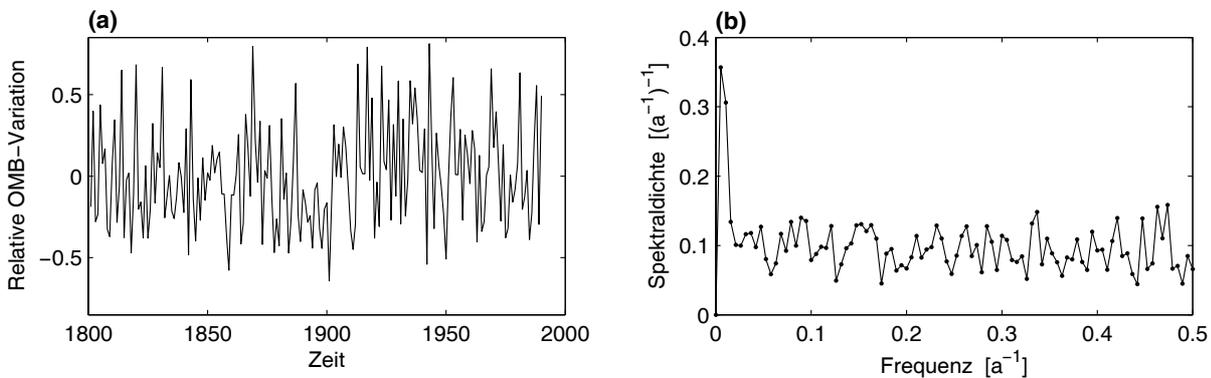


Abbildung A.5: Zeitliches Verhalten der relativen OMB-Fluktuationen aus Firnkernen. (a) Beispielzeitreihe (Firnkerndaten DML20C98_08) (b) Empirische Spektraldichte, geschätzt aus den 12 Zeitreihen, die 190 Jahre umfassen.

Tabelle A.1: Analysierte OMB-Zeitreihen aus Firnkernen.

Firnkern	PANGAEA ¹ Dataset ID	Ellips. Länge [Grad]	Ellips. Breite [Grad]	Verwendeter Zeitraum [AD]	Mittel- wert \bar{B} [kg m ⁻²]	Standard- abw. σ_B [kg m ⁻²]	Relative Standard- abw. σ_b	Bemer- kung
DML03C98_09	64154	1.9608	-74.4992	1801-1990	87.3	28.4	32%	
DML05C98_07	64155	0.0362	-74.9970	1801-1990	64.5	18.5	29%	
DML05C98_32	104881	0.0070	-75.0023	1801-1990	63.5	22.4	35%	d
DML07C98_31	264593	-3.4303	-75.5815	1801-1990	59.4	17.7	30%	d
DML12C98_17	64156	-6.4983	-75.0007	1801-1990	62.5	19.9	32%	
DML13C98_16	64157	-4.4963	-75.0000	1801-1990	47.1	16.8	36%	
DML14C98_15	64158	-1.4945	-74.9492	1801-1954	53.2	20.5	39%	a
DML15C98_14	64159	2.5010	-75.0837	1801-1990	63.8	21.2	33%	
DML16C98_13	64160	5.0033	-75.1673	1801-1916	48.4	18.1	37%	b
DML17C98_33	64401	6.4985	-75.1670	1801-1990	46.3	11.4	25%	d
DML18C98_04	64161	-6.0000	-75.2503	1801-1990	50.0	15.8	32%	
DML19C98_05	64162	-0.9950	-75.1673	1801-1990	47.9	15.0	32%	
DML20C98_08	64163	0.9998	-74.7507	1801-1990	57.6	21.9	32%	
DML21C98_10	64164	4.0017	-74.6672	1801-1990	85.7	28.7	33%	
DML22C98_11	64165	6.5000	-75.0840	1801-1916	57.2	16.2	28%	b
DML23C98_12	64166	6.5017	-75.2508	—				c

1) *Publishing Network for Geoscientific and Environmental Data*

a) Zeitraum nach 1954 ausgeschlossen wegen interpolierter Daten

b) Zeitraum nach 1916 ausgeschlossen wegen interpolierter Daten

c) Datensatz ausgeschlossen wegen interpolierter Daten

d) Teil eines Eiskerndatensatzes mit ursprünglich mehr als 900 Jahren Länge

Abbildung A.5 illustriert das Zeitverhalten der OMB-Reihen. Die geschätzte Spektraldichte deutet auf ein einheitliches Energieniveau in allen auflösbaren Frequenzen hin, mit Ausnahme der niedrigsten Frequenzen von ein und zwei Perioden in 190 Jahren, die eine dreimal höhere Spektraldichte zeigen.

Zwischen Zeitreihen relativer OMB-Fluktuationen von jeweils zwei Firnkernen wurden die Kovarianzen berechnet. Aus den Kovarianzen aller Kernpaare mit Abstand $0 \text{ km} < d \leq 200 \text{ km}$ (78 Paare) bzw. $200 \text{ km} < d \leq 400 \text{ km}$ (27 Paare) wurden Mittelwerte und deren Fehler-Standardabweichungen berechnet, wobei nach der Anzahl der gemeinsamen Jahre des jeweiligen Zeitreihenpaars gewichtet wurde. Tabelle A.2 (erste Datenspalte) zeigt die Ergebnisse. Die mittlere Varianz der Zeitreihen relativer Fluktuationen beträgt $0.103 = (32\%)^2$. Die erhaltene mittlere Kovarianz von Firnkernpaaren im Abstandsbereich bis 200 km beträgt dagegen nur $33 \cdot 10^{-4} = (5.8\%)^2$. Dieser relativ niedrige Schätzwert stimmt mit einem entsprechenden Ergebnis von Graf u.a. [2002] überein (vgl. auch Abbildung A.1). Bei der Interpretation des Ergebnisses ist jedoch die Wirkung von Datierungsfehlern in den Zeitreihen zu beachten. Durch diese Fehler erfasst die Schätzung nicht die gesamte Kovarianz des tatsächlichen geophysikalischen Fluktuationssignals.

Zur Illustration des Problems betrachte man das theoretische Beispiel zweier identischer harmonischer Funktionen mit einer Periode von 4 Jahren. Die Kovarianz zwischen beiden Zeitreihen ist dann gleich ihrer Varianz. Erfolgt die Beobachtung jedoch mit einem relativen Datie-

Tabelle A.2: Empirische Varianzen der Firnkern-Zeitreihen relativer OMB-Fluktuationen und Kovarianzen zwischen Paaren von Zeitreihen. Die erste Datenspalte zeigt die Ergebnisse für die Gesamtsignale, die weiteren vier Spalten für die Teilsignale der Frequenzbänder 1 bis 4.

	Gesamt	Band 1	Band 2	Band 3	Band 4
Varianz [10^{-4}]	1032 ± 57	70 ± 11	151 ± 16	236 ± 11	575 ± 41
Kovarianz [10^{-4}]					
für Abstand $0 \text{ km} < d \leq 200 \text{ km}$	33 ± 10	16 ± 3	7 ± 3	7 ± 4	-1 ± 7
$200 \text{ km} < d \leq 400 \text{ km}$	3 ± 18	18 ± 8	-7 ± 9	-2 ± 8	-8 ± 12

rungsfehler von 1 Jahr, so ist die beobachtete Kovarianz Null, und ein relativer Datierungsfehler von 2 Jahren bewirkt eine negative beobachtete Kovarianz. Diese Überlegung lässt sich auf gemeinsame Signalanteile beliebiger Frequenz und auf beliebige Datierungsfehler übertragen. Abbildung A.6a zeigt die Dämpfungsfaktoren zwischen beobachteter und tatsächlicher Kovarianz abhängig von Frequenz und Datierungsfehler.

Praktisch variieren die Datierungsfehler von Zeitreihe zu Zeitreihe sowie zwischen verschiedenen Abschnitten einer Zeitreihe. Unter Annahme einer gewissen Wahrscheinlichkeitsverteilung der relativen Datierungsfehler lassen sich nun (durch entsprechend gewichtete Mittelung der Kurven aus Abbildung A.6a) mittlere Dämpfungsfaktoren zwischen beobachteten und tatsächlichen Kovarianzen bestimmen. Solche mittleren Dämpfungsfaktoren werden in Abbildung A.6b gezeigt. Die dabei angenommenen drei verschiedenen Wahrscheinlichkeitsverteilungen der relativen Datierungsfehler wurden (über die Betrachtung kombinierter Ereignisse) aus drei Verteilungsmodellen der Datierungsfehler individueller Kerne berechnet, die in Tabelle A.3 angegeben sind. Modell 2 folgt der Angabe von Graf u.a. [2002], dass die Genauigkeit etwa 2% des zeitlichen Abstandes zur nächstliegenden vulkanischen Marke (1809, 1815 oder 1883) beträgt. Es wird vereinfacht ein 200-Jahres-Intervall von 1801 bis 2000 mit vulkanischen Marken in den Jahren 1800 und 1900 angenommen. Für die Jahre 1801 bis 1950, die dann jeweils weniger als 50 Jahre Abstand zu einer vulkanischen Marke haben, wird eine Gleichverteilung zwischen den Werten $-1, 0$ und 1 angenommen, für die Jahre 1951 bis 2000 eine Gleichverteilung zwischen den Werten $-2, -1, 0, 1$ und 2 . Dieses Modell wird als realistisch eingestuft. Modell 1 wird dagegen als optimistisches und Modell 3 als pessimistisches Modell willkürlich festgelegt. (Die Beschränkung auf ganzzahlige Datierungsfehler bedeutet hierbei eine modellhafte Vereinfachung des tatsächlichen Problems, einer Firnkerntiefe einen Akkumulationszeitpunkt zuzuordnen.)

In Abbildung A.6b sind vier Frequenzbänder markiert, die von den Datierungsfehlern unterschiedlich betroffen sind: In Band 1, das die beiden niederen Frequenzen $1/(190 \text{ a})$ und $2/(190 \text{ a})$ umfasst, wird die Kovarianz kaum gedämpft. In Band 2 beträgt der Dämpfungsfaktor nach Modell 1, 2 und 3 im Mittel $0.93, 0.90$ bzw. 0.82 und in Band 3 im Mittel $0.59, 0.44$ bzw. 0.19 . Im

Tabelle A.3: Drei Modelle der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Datierungsfehler in den Firnkerndaten.

Datierungsfehler [Jahre]	-2	-1	0	1	2
Wahrscheinlichkeit nach Modell 1	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{12}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{20}$
Wahrscheinlichkeit nach Modell 2	$\frac{1}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{1}{20}$
Wahrscheinlichkeit nach Modell 3	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{5}$

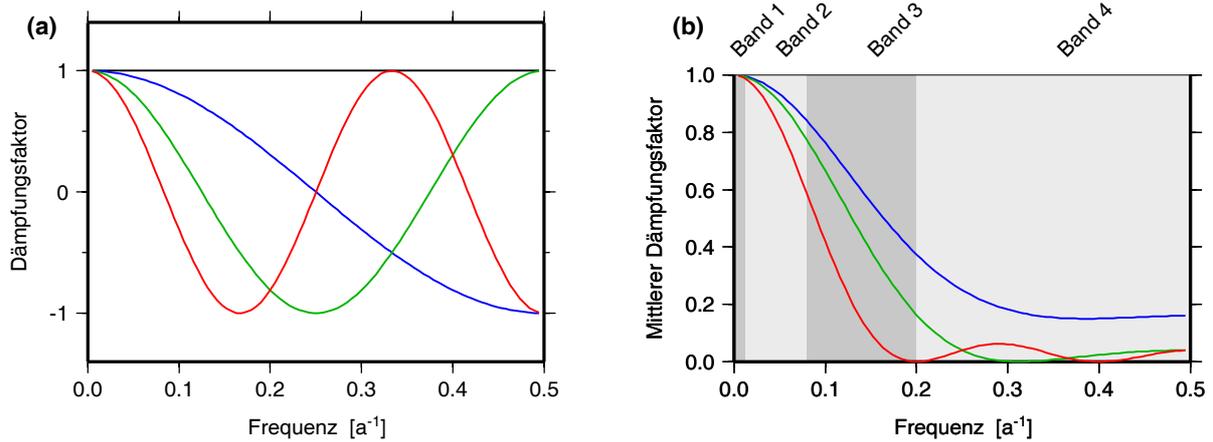


Abbildung A.6: Einfluss von Datierungsfehlern auf die beobachtete Kovarianz zweier Zeitreihen mit gemeinsamem Signal. (a) Dämpfungsfaktor zwischen beobachteter und tatsächlicher Kovarianz für ein gemeinsames harmonisches Signal, abhängig von dessen Frequenz, für relative Datierungsfehler von 0 a, 1 a, 2 a bzw. 3 a (schwarz, blau, grün bzw. rot). (b) Frequenzabhängiger mittlerer Dämpfungsfaktor bei den Modellen 1, 2 und 3 der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Datierungsfehler (blau, grün und rot). Vier Frequenzbänder Band 1 bis Band 4 sind markiert.

Band 4 löschen die Beobachtungsfehler die Kovarianz weitgehend aus. Zerlegt man die OMB-Zeitreihen in ihre Teilsignale der Bänder 1 bis 4 und berechnet für jedes Teilsignal getrennt die räumliche Kovarianz, so erhält man die in Tabelle A.2 angegebenen Ergebnisse. Im Abstandsbebereich bis 200 km werden in den niederen Frequenzbändern 1, 2 und 3 räumlich kovariante Signale detektiert, nicht aber im hochfrequenten Band 4, wie aufgrund der erwarteten Dämpfung auch nicht zu erwarten ist.

Aus der beobachteten Kovarianz eines Teilsignals und einem angenommenen mittleren Dämpfungsfaktor lässt sich seine tatsächliche Kovarianz schätzen. Es wird nun die zusätzliche Annahme getroffen, dass sich das räumlich korrelierte tatsächliche Signal aus zwei Komponenten zusammensetzt: zum Einen aus zeitlich (d.h. von Jahr zu Jahr) unkorreliertem Rauschen (d.h. mit konstanter Spektraldichte über alle vier Bänder) und zum Anderen aus einem zusätzlichen Signal im Band 1 (vgl. das in Abbildung A.5b gezeigte Spektralverhalten). Unter dieser Annahme lässt sich aus den Kovarianzen von Band 2 und 3 auch die Kovarianz des zeitlich unkorrelierten Rauschens über alle vier Bänder berechnen. Tabelle A.4 zeigt die Ergebnisse für den Abstandsbebereich $0 \text{ km} < d \leq 200 \text{ km}$, der hier mit Abstand 100 km identifiziert wird. Die Schätzungen aus Band 2 sind robust gegenüber Änderungen der angenommenen Wahrscheinlichkeitsverteilung und zeigen zudem eine relativ gute formale Genauigkeit. Um eine größere Bandbreite von Signalanteilen einzubeziehen, soll jedoch auch die Information aus Band 3 berücksichtigt wer-

Tabelle A.4: Schätzungen der räumlichen Kovarianz $C_b(100 \text{ km})$ des in den Zeitreihen enthaltenen zeitlich unkorrelierten Rauschens aus den beobachteten Kovarianzen der Teilsignale der Frequenzbändern 2 und 3 mit den Wahrscheinlichkeitsmodellen 1, 2 und 3 der Datierungsfehler.

	aus Band 2	aus Band 3
mit Modell 1	$(51 \pm 23) \times 10^{-4}$	$(51 \pm 30) \times 10^{-4}$
mit Modell 2	$(53 \pm 23) \times 10^{-4}$	$(69 \pm 41) \times 10^{-4}$
mit Modell 3	$(59 \pm 26) \times 10^{-4}$	$(162 \pm 95) \times 10^{-4}$

den. Die Kovarianz des zeitlich unkorrelierten Rauschens wird daher durch den Mittelwert der Schätzungen aus Band 2 und 3 mit dem „realistischen“ Wahrscheinlichkeitsmodell 2 geschätzt: $C_b(100 \text{ km}) = 61 \cdot 10^{-4}$. Nimmt man als grobe Genauigkeitsangabe die Vereinigung der Ein-Sigma-Intervalle aller Schätzungen mit Ausnahme der Schätzung für Band 3 mit dem „pessimistischen“ Modell 3, so ergibt sich das Intervall $[28 \cdot 10^{-4}, 110 \cdot 10^{-4}]$. Die geschätzte Kovarianz des zusätzlichen Signals in Band 1 ergibt sich zu $(15 \pm 3) \cdot 10^{-4}$. Die geschätzte Gesamtkovarianz ergibt sich als Summe zu $76 \cdot 10^{-4}$, die Kombination der Ein-Sigma-Intervalle ergibt das Intervall $[40 \cdot 10^{-4}, 128 \cdot 10^{-4}]$.

Zusammenfassend lässt sich also sagen: Relative OMB-Fluktuationen an Punkten mit Abstand um 100 km ($0 \text{ km} < d \leq 200 \text{ km}$) haben ein gemeinsames Signal mit einer geschätzten Standardabweichung von $\sqrt{76 \cdot 10^{-4}} = 8.7\%$ (Ein-Sigma-Intervall [6.3%, 11.3%]). Im Abstandsbereich $200 \text{ km} < d \leq 400 \text{ km}$ lassen sich wegen der insgesamt höheren relativen Fehler nur wenig verlässliche Aussagen treffen. Das niederfrequente Teilsignal im Band 1 zeigt jedoch auch in diesem Abstandsbereich eine deutlich positive Kovarianz.

A.3 Entwurf eines stochastischen Modells

Ein mathematisches Modell der räumlichen Autokovarianz relativer OMB-Fluktuationen wird hier mit Hilfe eines homogen-isotropen Prozesses (definiert auf der Kugel) eingeführt, der auf Antarktika eingeschränkt wird. Die Wahl dieses Modells erfolgte durch eine (nicht formalisierte) Anpassung an die hier vorgestellten Beobachtungsdaten sowie an die aus Wingham u.a. [1998] ableitbare Autokovarianzfunktion der Oberflächenhöhenänderungen aus Radaraltimetrie. Das Modell wird in Abbildung 2.5 illustriert und ist auch in den Abbildungen A.1 und A.4 eingetragen.

Die Autokovarianzfunktion wird durch das *Reciprocal-distance*-Modell [Meier und Keller, 1990] mit Abklingparameter 0.99 modelliert. Die punktweise Standardabweichung wird auf 0.19 festgelegt. Das heißt, dass die Standardabweichung jährlicher lokaler Fluktuationen 19% der mittleren jährlichen OMB beträgt. Das Modell enthält damit nicht das in lokalen Beobachtungen zu verzeichnende „lokale Rauschen“ (siehe Abschnitt A.1 und Abbildung A.4), sondern nur die räumlich korrelierten Variationen, die für großräumige Massenbilanzbetrachtungen relevant sind.

A.4 Diskussion

Die analysierten lokalen OMB-Daten in Dronning-Maud-Land und das aus der Analyse abgeleitete stochastische Modell zeigen in der räumlichen Skale von 100 km eine Variabilität der jährlichen OMB um 10% der mittleren jährlichen OMB. Die analysierten Datensätze lassen keine Aussagen über die Kovarianz der Fluktuationen über größere Entfernungen zu. Die in Abbildung A.1 gegebene Zusammenschau von Ergebnissen anderer Autoren lässt jedoch vermuten, dass zeitliche Fluktuationen der OMB auch noch in der räumlichen Skale von 1000 km auftreten. Auch das hier erstellte stochastische Modell enthält noch Signalanteile in dieser Skale.

Die vorgefundenen räumlich korrelierten Fluktuationen sind zum größeren Teil zeitlich (d.h. von Jahr zu Jahr) unkorreliert. Langzeitige (d.h. zeitlich korrelierte) Fluktuationen im Inlandeis (mit Wellenlänge 95 Jahre und größer) zeigen eine relative Standardabweichung von etwa 4%.

Die Analysen benutzen Annahmen, die unsicher sind oder jedenfalls nur näherungsweise

gelten. Dies betrifft bereits die Modellierung relativer OMB-Fluktuationen als homogenen und isotropen stochastischen Prozess. Bei der Analyse der Firnkerndaten sind weiter die Annahmen kritisch, die bei der Berücksichtigung von Datierungsfehlern getroffen werden, d.h. die Annahmen an die Wahrscheinlichkeitsverteilung dieser Fehler und an die spektrale Zusammensetzung des tatsächlichen (nicht durch Datierungsfehler verfälschten) räumlich kovarianten Signals.

Die hier vorgestellten Untersuchungen sind ein Beispiel für die Möglichkeiten und auch die Probleme der Analyse lokaler OMB-Beobachtungen im Hinblick auf das stochastische Verhalten von OMB-Fluktuationen. Eine Ausweitung einer solchen Analyse auf alle für Antarktika verfügbaren Daten ließe wichtige Kenntniszuwächse erwarten. Ein solches Projekt könnte als Pendant der Kompilierungen von OMB-Beobachtungen im Hinblick auf die zeitlich mittlere OMB [Vaughan u.a., 1999; Giovinetto und Zwally, 2000] angesehen werden, die wesentliche Referenzdatensätze für eine Vielzahl von Untersuchungen liefern.

Eine atmosphärische Modellierungsstudie von Van Lipzig u.a. [2002] ergab in der hier betrachteten Region des Dronning-Maud-Lands jährliche relative OMB-Fluktuationen um 20%. Wenn man diese Variabilität der räumlichen Skale von 55 km zuordnet, da Van Lipzig u.a. [2002] ein 55-km-Gitter verwenden, erscheint die modellierte Variabilität größer als die hier aus lokalen Daten erhaltene. Für den Gesamtkontinent (aufliegendes Eis) erhalten Van Lipzig u.a. [2002] eine relative Standardabweichung von 6% bis 7%. Mit dem hier erstellten stochastischen Modell ergibt sich aus 20 pseudozufälligen Realisierungen ein Wert von 3.8%. Angesichts der Einschränkungen, die in beiden Ansätzen liegen, insbesondere im beschränkten Datensatz der hier durchgeführten Analyse, können die bestehenden Unterschiede kaum überraschen. Genauere vergleichende Analysen könnten – ähnlich wie im Fall der zeitlich mittleren OMB [Van de Berg u.a., 2006] – auch hier Aufschlüsse zur Weiterentwicklung beider Ansätze liefern.