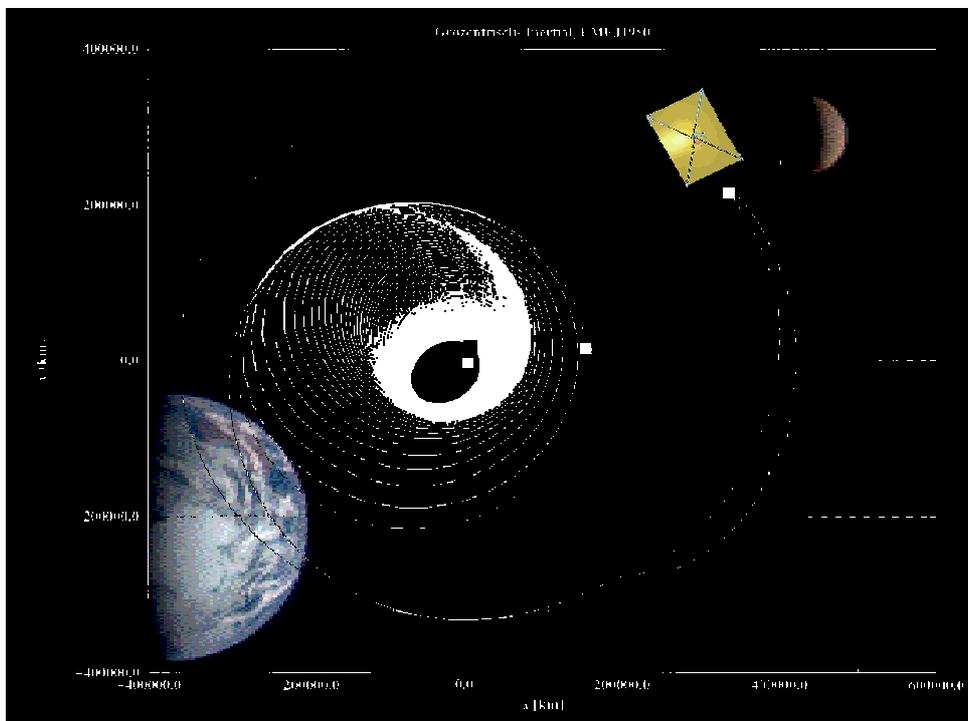


**Extremale Steuerstrategien  
für Sonnensegler  
am Beispiel von Bahntransferproblemen  
zum Erdmond**



**Gajus Pagel**

Berlin 2002



**Extremale Steuerstrategien  
für Sonnensegler  
am Beispiel von Bahntransferproblemen  
zum Erdmond**

vorgelegt von  
Dipl.-Ing. Gajus Pagel  
aus Berlin

Von der Fakultät V  
- Verkehrs- und Maschinensysteme -  
der Technischen Universität Berlin  
zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor der Ingenieurwissenschaften  
- Dr.-Ing. -  
genehmigte Dissertation

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. H. Linde  
Gutachter: Prof. em. Dr.-Ing. R. Priebes  
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. U. Renner

Tag der wissenschaftlichen Aussprache: 17. Mai 2002

Berlin 2002  
D83



## Vorwort und Danksagung

Diese Forschungsarbeit ist das Produkt meiner langjährigen Arbeit in dem Gebiet der Raumflugmechanik. Das Interesse an der Raumflugmechanik wurde 1991 während der gleichnamigen Lehrveranstaltung am Fachgebiet Ortung und Navigation an der TU Berlin geweckt. Ein Praktikum und eine Diplomarbeit beim Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt in Köln (1993-94) vertieften meine Kenntnisse über die Modellierung, der Simulation und Optimierung von Aufstiegsbahnen und brachten mich zum ersten Mal in Verbindung mit bahnmechanischen Problemen von Sonnenseglern. Nach meinem Studium arbeitete ich als Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet für Ortung und Navigation an der TU Berlin (1995) und führte die Übungen zur Lehrveranstaltung Raumflugmechanik durch. Während eines internationalen Raumfahrtstudiums (1995-96), welches mir durch die Deutsche Raumfahrtagentur DARA und die Europäische Raumfahrtagentur ESA gesponsert wurde, hatte ich Gelegenheit meine Abschlußarbeit am *Jet Propulsion Laboratory* der Amerikanischen Raumfahrtbehörde NASA in Pasadena durchzuführen. Im Rahmen einer Machbarkeitsstudie für die *Pluto Express* Mission simulierte und optimierte ich Bahnen zum Planeten Pluto. Als Doktorand beim DLR in Berlin-Adlershof (1996-99) erarbeitete ich in dem Sonnensegelprojekt *ODISSEE* die Grundlagen für meine Doktorarbeit. Nebenbei analysierte ich Raumflugbahnen für die Projekte *Mars 96*, *Mars Express* und *SMART-1*. Als Wissenschaftlicher Mitarbeiter mit Lehraufgaben am Fachgebiet Raumfahrzeugtechnik der TU-Berlin (seit 1999) faßte ich meine Erkenntnisse und Erfahrungen hinsichtlich des Bahnentwurfs für Sonnensegler in dieser Forschungsarbeit zusammen.

Jedoch wäre diese Forschungsarbeit ohne entsprechende konstruktive Beiträge und Diskussionen mehrerer Personen nicht möglich gewesen:

Herrn Prof. Dr-Ing. R. Priebis danke ich für die, in seiner Lehrveranstaltung Raumflugmechanik vermittelten, fachlichen Grundlagen und die Übernahme dieser Forschungsarbeit als erster Gutachter.

Herrn Prof. Dr-Ing. U. Renner danke ich für die Betreuung dieser Forschungsarbeit in Funktion als zweiter Gutachter.

Herrn Prof. Dr-Ing. H. Linde danke ich für die Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses.

Ferner danke ich meinen ehemaligen Arbeitskollegen beim Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt, die mich wesentlich bei dieser Arbeit begleitet haben und zu meinem Wissen über Sonnensegler beitrugen. Herrn Dr-Ing. Manfred Leipold, der Begründer der Deutschen Sonnenseglerinitiative, verdanke ich unermessliche fachliche Anregungen und Diskussionen.

Herrn Dipl.-Phys. Detlef de Niem danke ich für die programmtechnische Unterstützung und für viele intensive Diskussionen über die verschiedensten Methoden, Raumflugbahnen zu optimieren.

Ein Dankeschön sende ich Frau Büttner und Frau Halacz von der TU Berlin für die graphische und textliche Bearbeitung dieser Forschungsarbeit.

Meiner Familie und meinen Eltern danke ich für die jahrelange Unterstützung, Motivation und Geduld. Für das Gelingen dieser Arbeit seid Ihr von unschätzbaren Wert gewesen.

*Stichwörter: Sonnensegel, Bahnsimulation und -optimierung, Steuerstrategien, Niedrigschubbahntwurf, „Weak stability boundary“ Übergangsbahn*

## **Extremale Steuerstrategien für Sonnensegler am Beispiel von Bahntransferproblemen zum Erdmond**

### **Übersicht**

Diese Forschungsarbeit beschreibt die Möglichkeiten, extremale Steuerstrategien zur Simulation und Optimierung von Sonnensegelbahnen einzusetzen. Die entwickelten Steuerstrategien werden hinsichtlich eines geozentrischen Missionsszenarios, einem Bahntransfer aus dem GTO zum Mond, analysiert. Dabei werden lokalextremale und zeitoptimale Lösungsansätze verfolgt und erfolgreich zur Lösung des Randwertproblems kombiniert. Während die zeitoptimalen Steuerstrategien mit Hilfe des Pontryaginschen Maximumprinzips und der Mittelwertmethode numerisch bestimmt werden, basieren die in dieser Forschungsarbeit entwickelten lokalextrimalen Steuerstrategien auf Funktionalen, die gezielt bestimmte Bahnelemente oder Kombinationen verschiedener Bahnelemente extremal anpassen. Die erzielten Ergebnisse belegen den Erfolg der Ansätze. Unter anderem wird erstmals die bahnmechanische Möglichkeit vorgestellt, das Bahntransferproblem zum Mond mit einem Sonnensegler mit Hilfe eines gravitativen Einfangs durch den Mond („Weak stability boundary“ Transfer) zu unterstützen.

*Keywords: Solar sail, trajectory simulation and optimization, steering strategies, low thrust trajectory design, weak stability boundary transfer orbit*

## **Extremal Steering Strategies for Solar Sails applied on Orbit Transfer Problems to the Earth-Moon**

### **Abstract**

This research paper summarizes possibilities of applying extremal steering strategies to simulation and optimization of solar sail trajectories. The steering strategies developed are analyzed with regard to a geocentric mission scenario considering orbit transfer problems from GTO to the Moon via a weak stability boundary (WSB) transfer. Within this context local state extremizing and time optimizing solution methods have been looked at and have been combined successfully in order to solve five state boundary value problems. Local state extremizing steering strategies are based on functions, which extremize and adjust certain state parameters or their combinations, i. e. to extremize the rate of change of the relative orbit momentum vector. They are applied to adjust the initial GTO to trajectory conditions which can be used effectively by the time optimizing solution procedure as input. The time optimizing steering strategies are found numerically using the maximum principle of Pontryagin and averaging techniques and solve the solar sail transfer problem for geocentric WSB conditions. Geocentric WSB conditions are derived by direct numerical backward integration of the equations of motion starting from a quasi-stable lunar polar orbit (LPO). The quasi-stable LPO parameters are approximated using the Tisserand parameter. The received results verify the success of the methods applied. For the first time an orbit mechanical possibility is presented to support a solar sail mission to the Moon via a WSB transfer trajectory.



# INHALTSVERZEICHNIS

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| <b>1</b> | <b>EINLEITUNG .....</b>   | <b>1</b>   |
| 1.1      | <i>Literaturstand .....</i>   | 3          |
| 1.2      | <i>Zielsetzung .....</i>  | 6          |
| 1.3      | <i>Vorgehensweise.....</i>  | 8          |
| <b>2</b> | <b>SONNENSEGELN .....</b>   | <b>11</b>  |
| 2.1      | <i>Prinzip und physikalische Grundlagen .....</i>                                     | 15         |
| 2.2      | <i>Charakteristische Parameter eines Sonnenseglers .....</i>                          | 24         |
| 2.3      | <i>Sonnensegelkonzepte und –aufbau .....</i>  | 28         |
| 2.4      | <i>Potentielle Missionen.....</i>   | 34         |
| <b>3</b> | <b>BAHDYNAMISCHE MODELLIERUNG.....</b>  | <b>39</b>  |
| 3.1      | <i>Das Informationssystem PDS/NAIF der amerikanischen Raumfahrtbehörde NASA.....</i>  | 39         |
| 3.2      | <i>Koordinatensysteme.....</i>  | 40         |
| 3.3      | <i>Bewegungsgleichungen.....</i>  | 43         |
| 3.4      | <i>Umwelteinflüsse im Weltraum.....</i>   | 45         |
| <b>4</b> | <b>MISSIONSSZENARIO .....</b>   | <b>53</b>  |
| 4.1      | <i>Anfangsbedingungen.....</i>  | 56         |
| 4.2      | <i>Randbedingungen .....</i>  | 64         |
| <b>5</b> | <b>STEUERSTRATEGIEN.....</b>  | <b>81</b>  |
| 5.1      | <i>Allgemeine Formulierung des zeitoptimalen Steuerproblems für Sonnensegler.....</i> | 81         |
| 5.2      | <i>Lokalextremale Steuerstrategien.....</i>   | 91         |
| 5.3      | <i>Zeitoptimale Steuerung mit Hilfe der Mittelwertmethode.....</i>                    | 102        |
| <b>6</b> | <b>ERGEBNISSE UND ANALYSE .....</b>   | <b>107</b> |
| 6.1      | <i>Bahnsimulation und Analyse der lokalextremalen Steuerstrategien.....</i>           | 107        |
| 6.2      | <i>Anwendung und Analyse des zeitoptimalen Steuerproblems .....</i>                   | 129        |
| 6.3      | <i>Eine beispielhafte Sonnensegelmission zum Mond via WSB-Transfer.....</i>           | 140        |
| 6.4      | <i>Bewertung und Einordnung der Ergebnisse .....</i>                                  | 143        |
| <b>7</b> | <b>ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK .....</b>   | <b>145</b> |
| 7.1      | <i>Ergebnisse.....</i>  | 146        |
| 7.2      | <i>Ausblick.....</i>  | 147        |

## Inhaltsverzeichnis

---

|                            |     |
|----------------------------|-----|
| LITERATURVERZEICHNIS ..... | 149 |
| ABBILDUNGSVERZEICHNIS..... | 157 |
| TABELLENVERZEICHNIS.....   | 159 |
| NOMENKLATUR .....          | 161 |
| ANHANG .....               | 167 |
| LEBENS LAUF .....          | 169 |

# 1 EINLEITUNG

Die erfolgreiche Durchführung jeglicher Raumfahrtmission hängt wesentlich von der Leistungsfähigkeit und der Zuverlässigkeit des benutzten Antriebssystems ab. Ob es sich um das Antriebssystem eines Trägersystems oder eines bereits im Weltraum abgesetzten Raumfahrtsystems handelt - entscheidend ist, daß der für die Raumfahrtmission notwendige Antriebsbedarf durch das Antriebsvermögen der Transportsysteme abgedeckt wird. Eine Bedingung, die die herkömmlichen chemischen Antriebssysteme durch die Planung von umfangreicheren und anspruchsvolleren Raumfahrtmissionen, dazu zählen zum Beispiel alle interplanetaren Missionen zu den äußeren Planeten, an die Grenze ihrer Leistungsfähigkeit führt. Neben bahnmechanischen Maßnahmen, die den Antriebsbedarf senken, wie zum Beispiel die Ausnutzung der Gravitation bei planetaren Vorbeiflügen (Beispielmission: *Cassini* [1]), des atmosphärischen Widerstandes (Beispielmission: *Mars Global Surveyor* [2]) oder von Drei- beziehungsweise Vierkörpereinflüssen (Beispielmission: „Weak stability boundary transfer“ der japanischen Raumsonde *Hiten* [3]), werden in Zukunft verstärkt alternative Antriebskonzepte untersucht [4] und ihre Anwendung getestet. Eine dieser alternativen Antriebskonzepte ist das Sonnensegel<sup>1</sup>, welches bereits in den zwanziger Jahren durch die russischen Raumfahrtpioniere Konstantin Ziolkowski (1921) [5] und Frederik Zander (1924) [6] und durch den deutschen Raumfahrtingenieur Hermann Oberth (1923) [7] unabhängig voneinander beschrieben wurde, aber bis zum heutigen Zeitpunkt noch nicht im Weltraum zum Transport von Nutzlasten von einer Bahn in die andere eingesetzt wurde.

Das Sonnensegel ist ein solares Raumfahrtantriebssystem. Es setzt die zur Beschleunigung des Raumfahrtsystems im Weltall nötige Antriebsenergie ausschließlich durch den Strahlungsdruck der Sonne um. Die Zufuhr der Antriebsenergie erfolgt kontinuierlich aus einer externen unerschöpflichen Quelle. Ein Raumfahrtsystem, ausgerüstet mit einem Sonnensegel, besitzt daher gegenüber herkömmlich angetriebenen Raumfahrtsystemen den Vorteil, zeitlich unbegrenzt auf Antriebsenergie zurückgreifen zu können und gänzlich auf den sonst mitzuführenden Treibstoff zu verzichten. Die eingesparte Treibstoffmasse führt direkt zu geringeren Startmassen des Raumfahrtsystems und damit zur Möglichkeit, ein kostengünstiges Trägersystem für den Start zu nutzen. Diese Vorteile eröffnen für das Sonnensegel ein umfangreiches Einsatzpotential, das neben der hauptsächlichen Anwendung zum Bahntransfer, auch vielfältige Möglichkeiten im Bereich der Bahn- und Lageregelung von geostationären Satelliten bietet.

---

<sup>1</sup> Raumfahrtsysteme, die ein Sonnensegel als Antriebssystem benutzen, werden salopp „Sonnensegler“ (engl.: Solar Sails) genannt. Diese Bezeichnung wird in Analogie zu dem terrestrischen Segeln gezogen, da Sonnensegler ähnlich wie Segelboote flächenmäßig große, segelartige Strukturen nutzen, um von einem Punkt im Weltraum zu einem anderen zu „kreuzen“.

Der Einsatz eines Sonnensegels für den Transfer einer Nutzlast von einer Bahn in die andere könnte hochenergetische Raumfahrtmissionen zur Erforschung unseres Sonnensystems ermöglichen, die mit den zur Zeit eingesetzten chemischen Antriebssystemen nicht durchzuführen wären. Zu diesen Missionen zählen zum Beispiel Flüge zu dem Planeten Merkur [8] und zu den Kleinkörpern (Kometen und Asteroiden) unseres Sonnensystems [9] und Flüge, die aus der Ekliptikebene in polare Sonnenbahnen [10] führen.

Die Bahn- und Lageregelung mit Hilfe eines Sonnensegels kann vielfältige Aufgaben übernehmen, unter anderem um Bahnregelungsmanöver zu unterstützen, um ein Raumfahrtssystem für wissenschaftliche Beobachtungen auszurichten oder gegen störende äußere Momente zu stabilisieren. Die letztgenannte Aufgabe wurde bei den interplanetaren Raumsonden *Mariner 4* [11] und *Mariner 9* [12] erstmals erfolgreich angewendet und hat heute bei geostationären Satelliten praktische Anwendung gefunden. Diverse Veröffentlichungen haben ausführlich über diese Anwendung berichtet [13]-[15]. Hierbei werden einerseits die Solarpaneele, andererseits kleine Hilfssegel relativ zur Sonne ausgerichtet, um das solare Störmoment zu kompensieren, wodurch Treibstoff eingespart und die Lebensdauer des geostationären Satelliten erhöht werden kann. Im Rahmen dieser Forschungsarbeit wird aber ausschließlich die Anwendung des Sonnensegels zum Bahntransfer behandelt.

Den genannten Vorteilen des Sonnensegels stehen aber auch Nachteile gegenüber. Der solare Strahlungsdruck beträgt in Erdnähe ungefähr  $9,126 \cdot 10^{-6} \text{ N/m}^2$ , wenn eine perfekte Reflexion der solaren Photonen und eine flächennormale Reflexionsrichtung angenommen wird. Um einen angemessenen großen Schub zu erzeugen, sind deshalb flächenmäßig große Segel notwendig. Die Sonnensegelantriebssysteme der ersten Generation werden mit heutiger Technologie maximale Beschleunigungen zwischen  $0,2 \text{ mm/s}^2$  und  $1 \text{ mm/s}^2$  aufbringen können. Damit fallen die Sonnensegler wie die elektrischen Antriebssysteme in die Kategorie der Niedrigrschubantriebssysteme. Der Schub eines Sonnenseglers liegt im Mittel um ein bis zwei Größenordnungen niedriger als bei elektrischen Antriebssystemen, da Betrag und Richtung des solaren Schubvektors neben der Größe auch von der Lage der Segelfläche relativ zur Sonneneinstrahlrichtung abhängen. Einen weiteren Leistungsnachteil erhält das Sonnensegel durch die eingeschränkte Möglichkeit, den Schubvektor nur von der Sonne weg auszurichten. So führt je nach Mission und Anwendung der niedrige Schub und die eingeschränkte Schubvektorausrichtung zu sehr langen Flugzeiten, zu vielen Umläufen um den betrachteten Zentralkörper und daher zu einer anspruchsvollen und dynamischen Schubvektorsteuerung.

Die Entwicklung und Analyse von Strategien zur Schubvektorsteuerung eines Sonnenseglers, um einen gezielten Bahntransfer von einem Punkt A zu einem Punkt B im Weltraum durchzuführen, ist Hauptbestandteil der vorliegenden Forschungsarbeit.

### 1.1 Literaturstand

Die Suche nach Strategien zur Schubvektorsteuerung eines Sonnenseglers führt in das Gebiet der extremalen und optimalen Steuertheorie. Je nach Zielsetzung einer Mission werden unter Beachtung von Neben- und Randbedingungen diejenigen Strategien zur Schubvektorsteuerung gesucht, die die Zielsetzung, zum Beispiel einen Flug zum Mond in kürzester Zeit, am besten umsetzen. Mathematisch gesprochen wird also ein Steuervektor gesucht, der eine Zielfunktion maximiert oder minimiert. Nimmt diese Zielfunktion durch diesen Steuervektor ein globales Minimum oder Maximum an, so ist dieser Steuervektor optimal. Die Suche nach einer optimalen Steuerlösung bei Sonnenseglern ist aufgrund der Unabhängigkeit vom mitzuführenden Treibstoff die Suche nach der zeitoptimalen Steuerlösung. Für die Lösung dieses Problems stehen verschiedene numerische Verfahren zur Verfügung, die grundsätzlich in direkte und indirekte Lösungsmethoden eingeteilt werden. Dient die Zielfunktion nur zur Lösung einer gewöhnlichen Extremalaufgabe, zum Beispiel zur Maximierung oder Minimierung eines bestimmten Bahnparameters zu einem bestimmten Zeitpunkt und Ort der Flugbahn, so wird der zugehörige Steuervektor lokalextrimal genannt. Dieses Problem wird mit Hilfe der Variationsrechnung gelöst.

In der Literatur, die sich mit der Suche nach Strategien zur Schubvektorsteuerung eines Sonnenseglers auseinandersetzt, werden beide Ansätze gleichermaßen behandelt. Die lokalextrimalen Steuerstrategien werden häufig für die Simulation von planetaren Flucht- oder Transferbahnen, die optimalen Steuermethoden werden hauptsächlich für den interplanetaren Bahntransfer und für Rendezvousaufgaben eingesetzt. Die Gründe für diese Trennung liegen in der einfachen Herleitung, Programmierung und Simulationsanwendung von lokalextrimalen Steuerstrategien bei Niedrigschubproblemen, bei denen die Änderung der Bahnelemente pro Umlauf verschwindend klein ist und bei denen dadurch die Anzahl der planetaren Bahnumläufe sehr groß wird. Die numerischen Lösungsverfahren zur Suche der optimalen Steuerlösung bei diesen planetaren Problemen erfordern je nach Verfahren einen hohen mathematischen Aufwand, gut abgeschätzte Anfangs- oder Steuerbedingungen und umfangreiche Rechenkapazitäten.

Garwin [16] war der erste Autor, der analytische Untersuchungen zum planetaren und interplanetaren zweidimensionalen Bahntransfer eines Sonnenseglers durchführte. Er zeigte, daß bei einem Bahntransfer zwischen zwei Kreisbahnen im heliozentrischen Raum mit einem konstanten Segelanstellwinkel von  $\pm 35,26^\circ$  zur Sonne die Sonnensegelbahn eine Spirale ist, deren Tangenten durch einen vom Ursprung ausgehenden Strahl jeweils unter dem gleichen Winkel geschnitten werden. Tsu [17] bestätigte diese Feststellung und wies allgemein nach, daß bei konstantem Segelanstellwinkel der Sonnensegler im zweidimensionalen heliozentrischen Raum auf logarithmischen Spiralbahnen fliegt, weil der solare Strahlungsdruck ebenso wie die gravitative Beschleunigung der Sonne invers proportional

zum Quadrat der Entfernung von der Sonne ist. Bei seinen Herleitungen vernachlässigte er aber die radiale Beschleunigung in den Bewegungsdifferentialgleichungen. London [18] bewies, daß diese Vernachlässigung nicht notwendig ist und leitete die exakten logarithmischen Spirallösungen für die konstanten Segelanstellwinkel her. Tsu und London haben in ihrem analytischen Ansatz zur Suche von zeitoptimalen Sonnensegelbahnen, die Frage nach der Lösung des Randwertproblems nicht betrachtet. Um diese Frage zu beantworten, wendeten Zhukov und Lebedev [19] das Pontryaginsche Maximumprinzip zur Bestimmung von zeitoptimalen Flugbahnen zwischen der Erde und dem Mars erfolgreich an. Cunningham [20] folgte ihrem Beispiel, benutzte aber das direkte Gradientenverfahren zur Lösung des zeitoptimalen Randwertproblems. Jedoch vereinfachten Zhukov, Lebedev und Cunningham die Lösung des zeitoptimalen Randwertproblems, indem sie nur Transferbahnen zwischen Kreisbahnen in der Ebene betrachteten. Erst Sauer [21] optimierte dreidimensionale interplanetare Sonnensegelbahnen. In Anlehnung an Zhukov und Lebedev benutzte er das Pontryaginsche Maximumprinzip, um die Optimalitätsbedingungen aufzustellen und erweiterte seine Modellierung für inklinierte und elliptische Start- und Zielbahnen. Mit seiner Modellierung analysierte er Rendezvousmissionen zu den Planeten Merkur, Venus und Mars. Zusätzlich untersuchte Sauer die Möglichkeit, eine Asteroidenmission mit einem Sonnensegel durchzuführen, wobei nach dem Rendezvous mit dem Asteroiden das Sonnensegel zum Rückflug genutzt wird.

Sands [22] war der erste Autor, der eine zweidimensionale planetare Fluchtbahn für Sonnensegler numerisch untersuchte. Dabei betrachtete er ein Segel, daß auf beiden Seiten zur Reflexion genutzt wird und mit halber planetarer Umlaufzeit um seine eigene zur Bahnebene vertikal stehenden Körperachse rotiert. Fimple [23] untersuchte ebenfalls planetare Fluchtbahnen für Sonnensegler, führte aber diese Analyse zum ersten Mal für den dreidimensionalen Raum durch. Als Steuerstrategie für das Sonnensegel wählte er die Maximierung der solaren Schubkomponente in Richtung des Geschwindigkeitsvektors. Dieser Ansatz ist gleichbedeutend mit der Maximierung der Bahnenergie. Die Lösung des zeitoptimalen planetaren Fluchtproblems für Sonnensegler wurde erstmals von Sackett und Edelbaum [24] durch Anwendung des Pontryaginschen Maximumprinzips und Mittelung der Hamiltonfunktion während eines planetaren Umlaufs erlangt. Die Mittelung der Hamiltonfunktion während eines planetaren Umlaufs nutzt die Annahme, daß bei planetaren Niedrigschubproblemen die lokalen Änderungen der Bahnelemente vernachlässigbar klein sind und erst durch Mittelung über einen Umlauf maßgeblich die Bahn verändern. Dadurch erlaubt die Mittelwertmethode eine einfache und schnelle Behandlung von optimalen Niedrigschubproblemen. Besonders bei der Untersuchung von massen- und zeitoptimalen Bahntransferproblemen für elektrische Antriebssysteme [25]-[28] fand die Mittelwertmethode erfolgreich Anwendung. Im Rahmen dieser Forschungsarbeit wird die Mittelwertmethode nach dem Ansatz von Jehn und Cano [27] zur Analyse von zeitoptimalen Bahntransferproblemen für Sonnensegler angesetzt.

Oft wurde auch die lokalextremale mit der optimalen Steuerlösung kombiniert. Fekete et al. [29] simulierten und optimierten Sonnensegelbahnen für einen Flug aus einer niedrigen Erdbahn bis zum Rendezvous mit dem Mond. Dafür wurden die lokalextrimalen Steuerstrategien eingesetzt, um die Bahnenergie zu erhöhen und die Bahnneigung des Sonnensegels relativ zur Mondbahn zu minimieren. Die Endergebnisse dieser Simulation wurden als Anfangswerte für die Suche nach zeitoptimalen Rendezvousbahnen mit dem Mond genutzt. Vereinfachend wurde dabei von einem planaren Bahntransfer über maximal zwei Bahnumläufe ausgegangen. Zur Lösung dieses Problems wurde das Pontryaginsche Maximumprinzip angewendet. Hur [30] wählte einen ähnlichen Ansatz für die Untersuchung von zeitoptimalen Sonnensegelbahnen für einen Flug aus einer Erdbahn bis zum Lagrange-Punkt  $L_2$  zwischen Erde und Sonne. Für den Flug des Sonnenseglers im Schwerfeld der Erde maximierte sie die Änderung der Bahnenergie bis die Fluchtgeschwindigkeit erreicht wurde. Der anschließende interplanetare Bahntransfer wurde mit Hilfe des Pontryaginschen Maximumprinzips und numerisch mittels der Mehrzielmethode gelöst. Zur Lösung von zeitoptimalen interplanetaren Bahntransferproblemen bei Sonnenseglern benutzte Leipold [32] ein direkt arbeitendes Parameteroptimierungsverfahren, das von lokalextrimalen Steuerlösungen zur Simulation einer Anfangsbahn ausgeht. Mit Hilfe der sequentiellen, quadratischen Programmierung wird die Anfangsbahn iterativ verbessert, bis die Zielfunktion und die Randbedingungen erfüllt sind. Die dabei implementierten lokalextrimalen Steuerstrategien wurden vom Autor [33] und von Sachs [34] hergeleitet und dienen der Extremalisierung der Änderung einzelner Bahnelemente, wie zum Beispiel der großen Halbachse, der Bahnneigung oder der Exzentrizität.

Zusammenfassend ist festzuhalten, daß die in der Literatur vorgestellten Methoden zur Suche nach einer zeitoptimalen Schubvektorsteuerung für Sonnensegler nur durch den "Optimierungsspezialisten" in zeitintensiver Hand- als auch numerischer Rechenarbeit dem Problem angepasst und angewendet werden können. Die gewonnenen bahndynamischen Erkenntnisse und Ergebnisse beschränkten sich auf Optimierungsprobleme, bei denen relativ hohe maximale Beschleunigungen eingesetzt und wenige planetare oder heliozentrische Bahnumläufe betrachtet wurden. Vereinfachend wurde auf die Einbindung von gravitativen Drittkörperstörungen verzichtet. Eine globale in sich geschlossene zeitoptimale Lösung eines kombinierten Bahntransfer- oder Rendezvousproblems wurde bis heute nicht präsentiert.

Die lokalextrimalen Steuerstrategien wurden anfänglich eingesetzt, um die bahnmechanische Missionsanalyse überhaupt durchführen zu können und nachhaltig Rückschlüsse auf die zeitoptimale Steuerstrategie zuzulassen. Mit Einsatz geeigneter Rechnerkapazitäten bei der Suche nach zeitoptimalen Steuerlösungen dienten die lokalextrimalen Steuerstrategien hauptsächlich der sinnvollen Ergänzung der zeitoptimalen Steuerlösungen. Eine gezielte zusammenfassende Untersuchung und Weiterentwicklung von lokalextrimalen

Steuerstrategien, angewendet auf einen Sonnensegler, ist in der Literatur nicht zu finden. Die Herleitung und Analyse von lokalextrimalen Steuerstrategien erfolgte mit Hilfe der Variationsgleichungen von Lagrange, die die zeitliche Änderung der klassischen Bahnelemente unter Einfluß von Störbeschleunigungen beschreiben [35], [36]. In seinem Buch über Sonnensegeln beschreibt McInnes [37] ausführlich diesen Ansatz, ohne jedoch das wirkliche Potential dieser Steuerstrategien aufzuzeigen und den Ansatz sinnvoll zu erweitern. Die vorliegende Forschungsarbeit stößt in diese Lücke.

### 1.2 Zielsetzung

Diese Forschungsarbeit untersucht Möglichkeiten, bahnmechanische Missionsanalysen in der Konzeptphase einer Raumfahrtmission mit einem Sonnensegler durch die Entwicklung und Analyse von extremalen Steuerstrategien zu vereinfachen und zu unterstützen.

Die Umsetzung dieses primären Zieles erfolgt durch

- die Formulierung eines allgemeinen Steuergesetzes,
- die Entwicklung von lokalextrimalen Steuerstrategien,
- die Suche nach zeitoptimalen Steuerstrategien für ausgewählte Teilstücke des Bahntransfers,
- die Analyse und den Vergleich der wesentlichen Merkmale der entwickelten Steuerstrategien und
- die Anwendung der entwickelten Steuerstrategien anhand einer gewählten Mission.

Als sekundäre Ziele dieser Forschungsarbeit gelten

- die Softwareentwicklung zur Simulation und Optimierung von Sonnenseglerbahnen,
- das Aufzeigen des Potentials, das dieses Antriebssystem bietet und
- die Förderung der technischen Umsetzung eines innovativen neuartigen Antriebssystems.

Die Grundlage für die Formulierung eines allgemeinen Steuergesetzes für den Sonnensegler bildet das Pontryaginsche Maximumprinzip [38]. Durch Ableiten der im Rahmen des Maximumprinzips definierten Hamiltonfunktion nach den gesuchten Steuerparametern wird eine extremale Steuerung bestimmt. Es kann gezeigt werden, daß diese extremale Steuerung für einen Sonnensegler eine Funktion darstellt, bestehend aus einem Vektor, der die Richtung zur Sonne bestimmt, und dem adjungierten Vektor. Diese beiden Vektoren spannen eine Ebene im dreidimensionalen Raum auf, in der der extremale Schubvektor liegen muß, um das Maximumprinzip zu erfüllen. Ist der adjungierte Vektor bestimmt oder vorgegeben, sind die zeitoptimalen Steuerparameter leicht zu berechnen. Die zeitoptimale Steuerfunktion wird in die Hamiltonfunktion eingesetzt und diese nach den definierten Steuerparametern

extremalisiert. Es ergeben sich zwei Funktionen, wobei die Projektion des Schubvektors in Richtung des adjungierten Vektors nach der jeweiligen Funktion maximiert oder minimiert wird. Bahnmechanisch betrachtet, führt diese Herleitung entweder zu einer aus- oder einwärts gerichteten Sonnensegelbahn. Wird der adjungierte Vektor nun durch einfache auf der Variationsrechnung basierenden Steueranforderungen ersetzt, können diverse Steuerstrategien formuliert werden, die einzeln, durch Differenzierung oder durch geeignete Kombinationen, die eine oder andere Randbedingung der Mission erfüllen. Dieser vektorbasierte Ansatz bietet gegenüber der Herleitung von Steuerstrategien durch die Variationsgleichungen von Lagrange den Vorteil, durch eine Vektorgleichung gezielt mehrere Bahnelemente gleichzeitig anzupassen, ohne eine komplizierte Kombination der betraglichen Änderung mehrerer Bahnelemente durchzuführen. Als weiterer Vorteil des vektorbasierten Ansatzes hat sich die einfache programmtechnische Umsetzung erwiesen.

Die in dieser Forschungsarbeit entwickelten und untersuchten Steuerstrategien extremalisieren

- die zeitliche Änderung der Bahnenergie,
- die zeitliche Änderung des Jakobi-Integrals
- die zeitliche Änderung des Bahnmomentenvektors,
- die zeitliche Änderung des relativen Bahnmomentenvektors,
- die zeitliche Änderung des Laplace-Vektors,
- die zeitliche Änderung des relativen Laplace-Vektors,
- die zeitliche Änderung des Peri- bzw. Apovektors,
- die zeitliche Änderung des relativen Peri- bzw. -Apovektors,
- die Kombination der oben genannten Steueranforderungen mit Einführung und Variation von Gewichtungsfaktoren.

In einem weiteren Schritt werden zeitoptimale Steuerstrategien für Sonnensegler mit Hilfe des Pontryaginschen Maximumprinzips, der Mittelwert- und Einzelmethode nach dem Ansatz von Jehn und Cano [27] bestimmt. Nach Maximierung und numerischer Differentiation der Hamiltonfunktion zur Lösung der rechten Seiten der Bewegungsdifferentialgleichungen werden diese Lösungen durch eine Gauss-Legendre Quadratur mit 24 Stützstellen über einen Bahnlauf gemittelt. Das Randwertproblem wird danach durch Einzelintegration der gemittelten rechten Seiten des Differentialgleichungssystems und einem Newtonverfahren iterativ gelöst. Dieser Ansatz wird auf ausgewählten Teilstücken der Sonnensegelbahn, wie zum Beispiel zur Lösung eines Bahntransferproblems mit dem Mond, angewendet. Weiterhin dienen die Ergebnisse dem Vergleich mit den Ergebnissen der entwickelten lokalextrimalen Steuerstrategien.

Die Analyse und der Vergleich der entwickelten Steuerstrategien folgen der mathematischen Formulierung. Hierbei wird untersucht, ob die entwickelten Steuerstrategien die generellen

Steueranforderungen erfüllen und wie die Leistungsmerkmale mit Hinblick auf Steuerwinkelentwicklung und Änderung der Bahnelemente über einen typischen Bahnverlauf aussehen. Zusätzlich werden die gemeinsamen und unterschiedlichen Leistungsmerkmale der Steuerstrategien herausgestellt. Im Vordergrund steht die Validierung und Verifizierung der entwickelten Steuerstrategien.

Die entwickelten Steuerstrategien und die gewonnenen Erkenntnisse werden anhand einer ausgewählten Mission auf ihre Leistungsfähigkeit überprüft. Die in dieser Arbeit gewählte Mission basiert auf dem Missionsvorschlag *ODISSEE* („Orbital Demonstration of an Innovative Solar Sail driven Expandable structure Experiment“) des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt (DLR) und des amerikanischen Raumfahrtzentrums NASA/JPL [99]. Bei diesem Vorschlag handelt es sich um eine Technologiemission für einen Sonnensegler, die alle wesentlichen Funktionen, wie Entfaltung der Struktur und des Segels, Lageregelung durch den Sonnendruck, Bahnmanöverrealisierung und Navigation, demonstrieren soll. Den Höhepunkt dieser Mission bildet ein Rendezvous des Sonnenseglers mit dem Mond.

### **1.3 Vorgehensweise**

Die Einleitung hat einen Gesamtüberblick über die Thematik und Problematik gegeben und begründet die Durchführung dieser Forschungsarbeit. Das 2. Kapitel beschreibt die physikalischen Grundlagen des Sonnenseglers, die technologischen Parameter und den aktuellen Wissens- und Anwendungsstand über diese Antriebstechnologie.

Im 3. Kapitel werden die bahndynamischen Modelle und die angewendeten Zeit- und Koordinatensysteme beschrieben, die Bewegungsdifferentialgleichungen aufgestellt und mögliche Umwelteinflüsse, wie zum Beispiel gravitative Einflüsse durch Sonne und Mond betrachtet.

Das Missionsszenario wird im 4. Kapitel beschrieben. Durch das gewählte Szenario, einen Sonnensegler im Jahre 2001 aus einem geostationären Transferorbit (GTO) zum Mond fliegen zu lassen, werden geeignete Anfangs- als auch Randbedingungen abgeleitet. Die Anfangsbedingungen, insbesondere die Startdaten, werden in Abhängigkeit der geometrischen Anordnung zwischen der Bahnebene des Mondes und der des Sonnenseglers bestimmt. Die Randbedingungen werden in Abhängigkeit der wissenschaftlichen Zielsetzung der Mission und der entwickelten Steuerstrategien ausgewählt. Dabei werden speziell zur Lösung des Rendezvousproblems mit dem Mond einige Randbedingungen durch Rückwärtsintegration der Bewegungsdifferentialgleichungen aus der lunaren Zielbahn ermittelt.

Die entwickelten Steuerstrategien bilden den geistigen Kern dieser Forschungsarbeit und werden im 5. Kapitel hergeleitet und ausführlicher erörtert. Dabei wird zwischen

lokalextremalen und zeitoptimalen Steuerstrategien unterschieden. Die lokalextremalen Steuerstrategien bilden den Schwerpunkt der Betrachtung. Die allgemeinen mathematischen Grundlagen zur Anwendung der entwickelten Steuerstrategien werden basierend auf dem Pontryaginschen Maximumprinzip hergeleitet. Daneben wird eine vereinfachende Methode des Maximumprinzips vorgestellt, bei der die Hamiltonfunktion über einen Bahnlauf gemittelt wird und dadurch das Steuerprofil für zeitoptimale Sonnensegelbahnen in einem eingeschränkten Rahmen bestimmt werden kann.

Die Ergebnisdarstellung und -interpretation erfolgt im 6. Kapitel. Es werden die wichtigsten Charakteristika der fortschrittlichsten Steuerstrategien und die Ergebnisse der Bahnsimulationen vorgestellt. Durch die Analyse und den Vergleich der Steuerstrategien miteinander werden Rückschlüsse auf die Lösung des Rendezvousproblems mit dem Mond gezogen. Durch Verbindung der Lösungen der lokalextremalen mit den zeitoptimalen Steuerstrategien wird eine geschlossene Darstellung der Sonnensegelbahn vom GTO bis in eine stabile Mondbahn möglich. Gleichzeitig faßt dieses Kapitel die Ergebnisse für die bahnmechanische Missionsanalyse zusammen.

Im 7. Kapitel werden die wesentlichen Schlußfolgerungen der Entwicklung, Analyse und Anwendung der Steuerstrategien herausgestellt. Ferner werden die Vorzüge der angewendeten Methode zur bahnmechanischen Missionsanalyse beschrieben und Ideen für weitere Forschungstätigkeiten auf dem Gebiet der extremalen und optimalen Steuertheorie zur Nutzung bei bahnmechanischen Missionsanalysen für Sonnensegler vorgeschlagen.



## 2 SONNENSEGELN

Erst mit Beginn der aktiven Raumfahrt, also mehr als dreißig Jahre nach den Vorschlägen der Raumfahrtpioniere K. Ziolkowski (1857-1935), F. Zander (1887-1933) und H. Oberth (1894-1989) im Weltraum den Sonnendruck für die Fortbewegung eines Raumfahrzeuges auszunutzen, wurde festgestellt, daß der Einfluß des Sonnendruckes die Bewegung von künstlichen Himmelskörpern merklich verändert. Die Beobachtungen der Satellitenbahnen von *Vanguard 1* [39] und *Echo 1* [40] führten zu ersten umfangreichen mathematischen Modellierungen und Untersuchungen des Sonnendruckes [41]-[49]. Die gewonnenen Erkenntnisse motivierten in den späten fünfziger und sechziger Jahren zahlreiche Autoren fundamentale Ideen, die technische Anforderungen und die Vorteile von Sonnenseglern gegenüber anderen Raumfahrtantriebssystemen in diversen Veröffentlichungen [16]-[23] vorzustellen.

In der Mitte der siebziger Jahre erhielt die Idee des Sonnensegels technologischen Entwicklungsauftrieb durch ein mögliches Potential, eine Mission zu dem Kometen Halley zu ermöglichen. Die amerikanische Weltraumbehörde NASA leitete im November 1976 ein Sonnensegeltechnologieprogramm zur detaillierten Untersuchung dieser Missionsmöglichkeit ein. Umfangreiche Veröffentlichungen [50]-[59] sowie die Bücher von Louis Friedman [60] und Jerome Wright [61] beschreiben ausführlich die Ergebnisse dieser Studie.

Das acht Monate dauernde Entwicklungsprogramm brachte zwei Sonnensegelentwürfe hervor: ein quadratisches (*Clipper*) und ein spinstabilisiertes windmühlenartiges (*Heliogyro*) Segel (siehe Abb. 2-1). Das quadratische Segel sollte eine Seitenlänge von 800 m haben und durch bewegliche Zusatzsegel an den Mastspitzen in drei Achsen stabilisiert werden. Jedoch die aufwendige und komplexe Struktur- und Segelentfaltung führte zu einem zweiten Entwurf – dem spinstabilisierten *Heliogyro*-Konzept. Das *Heliogyro*-Konzept wurde bereits am Ende der sechziger Jahre von Richard MacNeal [50] entworfen und nutzte zwölf 7,5 km lange und 8 m breite Segelflächen. Durch Zentrifugalkräfte sollten die Segelflächen entrollt und dynamisch stabil gehalten werden. Im Vergleich zum quadratischen Segel sollte dadurch die Handhabung, Lagerung und Entfaltung des Segels erheblich vereinfacht werden. Der praktische Beweis blieb aus, denn in einem Technologievergleich [54] mit einem solarelektrischen Raumfahrtantriebssystem im September 1977 unterlag die Sonnensegeltechnologie wegen nicht kalkulierbarer Technologierisiken. Einige Zeit später führten Kostengründe grundsätzlich zur Streichung einer amerikanischen Halley Mission.

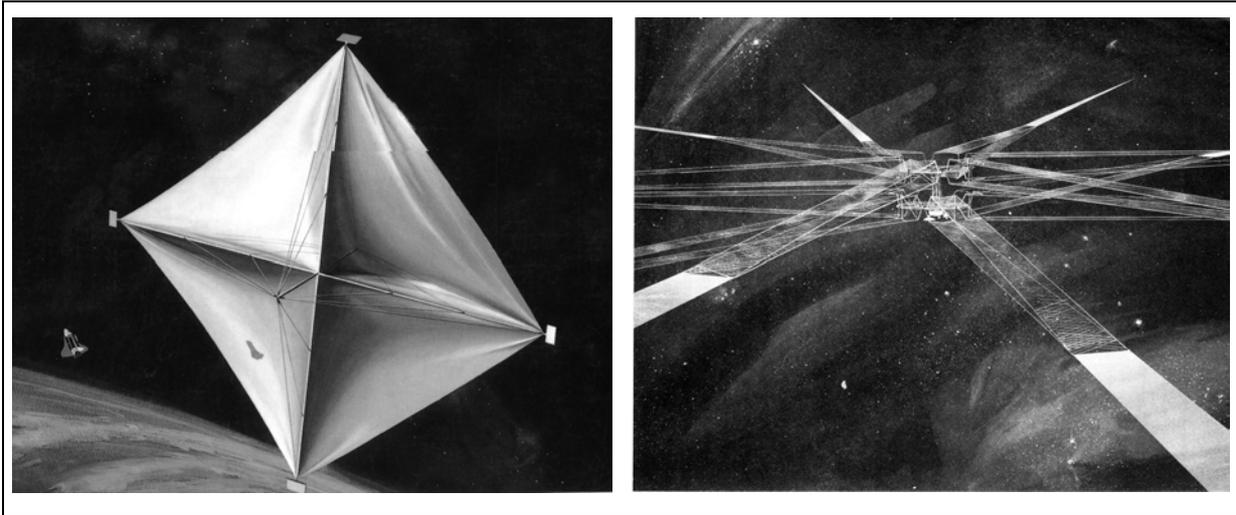


Abb. 2-1: Sonnensegelentwürfe (links: *Clipper*, rechts: *Heliogyro*) für die Mission zum Kometen Halley (NASA/JPL)

Obwohl von der NASA alle weiteren Entwicklungsarbeiten auf dem Gebiet des Sonnensegels mittelfristig eingestellt wurden, führten die Ergebnisse des Sonnensegeltechnologieprogramms der NASA zu einem weltweiten Interesse, die Entwicklung dieser Antriebstechnologie zu fördern und praktisch umzusetzen. In den folgenden Jahren wurden daraufhin mehrere privatfinanzierte Vereinigungen gegründet:

- 1979 „World Space Foundation“ (WSF), U.S.A.
- 1981 „Union pour la Promotion de la Propulsion Photonique“ (U3P), Frankreich
- 1985 „Solar Sail Union of Japan“ (SSUJ), Japan
- 1989 „Comission Vela Solar“ (CVS), Spanien
- 1990 „Space Regatta Consortium“ (SRC), Rußland

Die französische Sonnensegelvereinigung U3P schlug vor, mit einem Sonnensegel einen Wettflug bis zum Mond durchzuführen. Dieser Vorschlag führte in den späten achtziger Jahren zu dem sogenannten „Christopher Columbus 500 Space Sail Cup“ Wettbewerb, der zu Ehren der Entdeckung Amerikas durch Christopher Kolumbus vor 500 Jahren einen Wettflug mit Sonnenseglern am Mond vorbei bis zum Mars vorsah. Drei Sonnensegler sollten im Jahre 1992 mit einer Ariane 4 in eine geostationäre Transferbahn gestartet werden und von dort ihren Wettflug beginnen. Die für den Bau der Sonnensegler verantwortlichen Vereinigungen waren die WSF, die U3P/CVS und die SSUJ. Auch diese Initiativen kamen aus finanziellen Gründen nicht über konzeptionelle Entwürfe und Labormodelle hinaus [62]-[69].

Einzig die zur Wettbewerbsteilnahme gegründete Sonnensegelvereinigung SRC führte erstmals ein erfolgreiches Segelexperiment (*Znarya*) im Weltraum durch [70]. Im Februar 1993 wurde von einem russischen *Progress* Versorgungsfahrzeug eine 20 m durchmessende

Segelfolie durch Zentrifugalkräfte entfaltet. Die dynamische Stabilität der Segelfolie wurde nachgewiesen und das primäre Ziel, die Nachtseite der Erde auszuleuchten, wurde erreicht. Für die Zukunft sind weitere Experimente dieser Art geplant, wobei im Februar 1999 ein zweites Experiment mit einer 25 m durchmessenden Segelfolie fehlschlug.

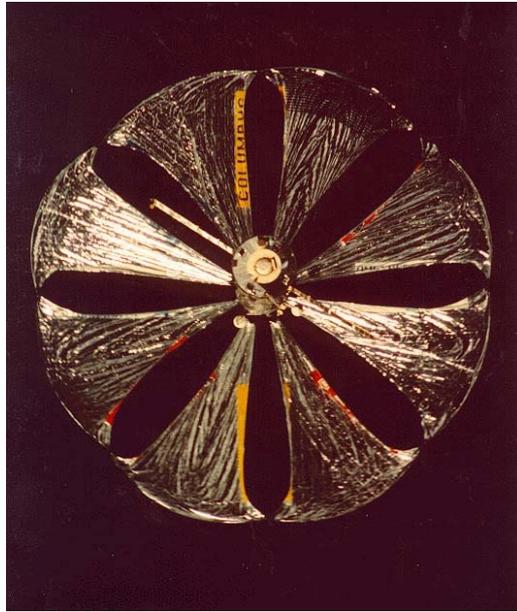


Abb. 2-2: Das Experiment *Znamya* im Februar 1993 (SRC Energia)

Trotz Scheiterns verfehlte der Sonnensegelwettbewerb seine Werbewirkung für zukünftige Ideen, Anwendungen und Initiativen nicht. Seit den frühen neunziger Jahren steigen die Veröffentlichungen über Sonnensegler und deren Anwendung sowohl in Fach- als auch Tageszeitschriften. Zu den wissenschaftlichen Vertretern, die beständig publizieren, gehören die Amerikaner Robert Forward [71]-[77] und Gregory Matloff [78]-[86], der Schotte Colin McInnes [87]-[93] und der Deutsche Manfred Leipold [94]-[104].

Robert Forward schlägt ein Sonnensegel vor, um die Gravitation der Erde zu kompensieren. Anstatt die Zentrifugalkraft durch die Bahnbewegung eines Körpers um die Erde zur Kompensation der Gravitation aufzubauen, könnte direkt der Sonnendruck genutzt werden. Ein Körper im Weltraum würde dadurch seine inertielle Position nicht verändern. Eine mögliche Anwendung könnten Telekommunikationsdienstleistungen für Länder in hohen nördlichen und südlichen Breitengraden sein. Gregory Matloff schlägt das Sonnensegeln für extrasolare Missionen bis zu Entfernungen von 550 AE und für die Suche nach extraterrestrischen Intelligenzen vor. Colin McInnes hat das bis jetzt aktuellste und umfassendste Buch [37] über Sonnensegeln geschrieben. Die Prinzipien, die Technologien, die generellen Entwürfe, die Anwendungen und die Dynamik über das Sonnensegeln werden ausführlich zusammengefasst.

Basierend auf vielversprechenden Systemstudien durch das Deutsche Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) in Kooperation mit NASA/JPL [99] und durch die Europäische Weltraumbehörde (ESA) [106]-[108], wurde seit Mitte des Jahres 1998 ein gemeinsames DLR/ESA Sonnensegelprogramm zur Entwicklung der nötigen Technologien durchgeführt. Im Rahmen dieses Programmes wurde ein 400 m<sup>2</sup> großes Sonnensegelmodell entwickelt, gebaut und unter Gravitationskompensation die Segelentfaltung am Boden getestet (siehe Abb. 2-3). Es wurde gezeigt, daß entfaltbare ultraleichte Strukturen und ultradünne Segelfolien produziert, gehandhabt, verarbeitet und zu komplexen Strukturen integriert werden können. Der Bodentest bestätigte die Funktionalität des Entfaltungskonzeptes und der Lagerungs- und Entfaltungsmechanismen. Das Entfaltungskonzept basiert auf dem Vorschlag *ODISSEE* des DLR [99]. Zur Zeit wird über einen Funktionalitätstest des Segels im Weltraum verhandelt [109]. Eine modifizierte russische SS-18 Militärrakete könnte eine kostengünstige Alternative bieten, das Sonnensegel in den Weltraum zu transportieren.

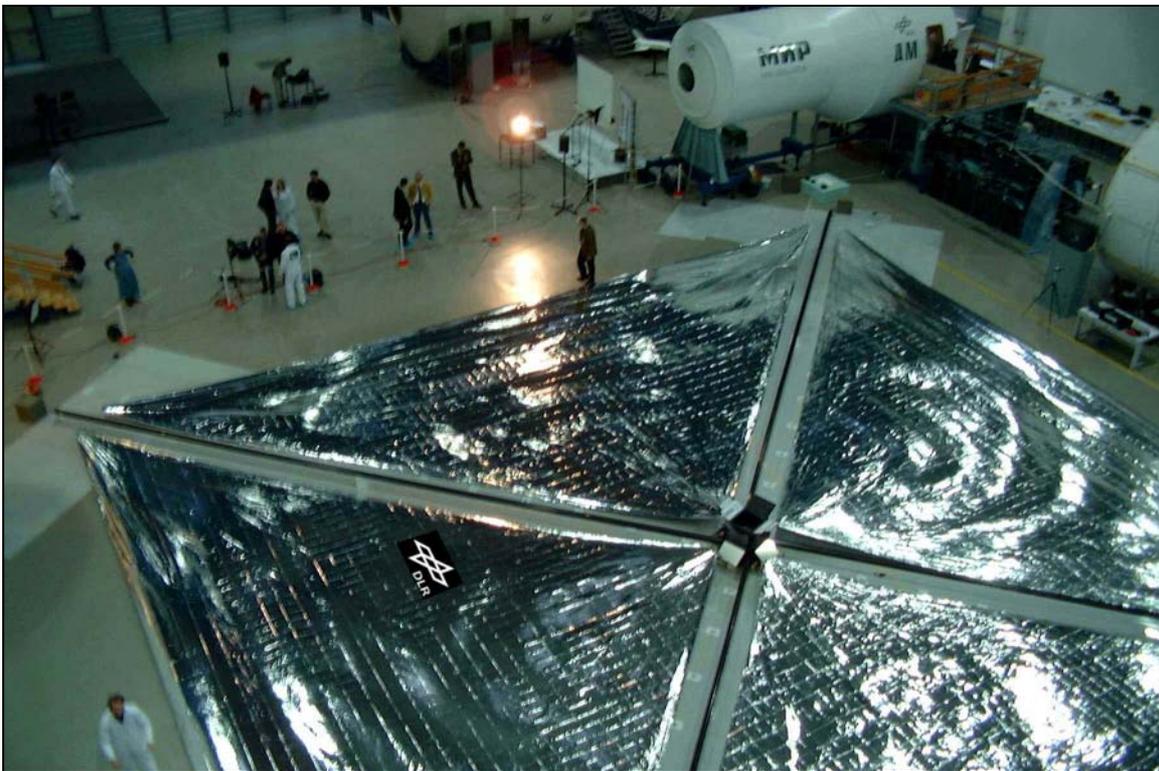


Abb. 2-3: Entfaltetes Sonnensegel [DLR]

Das zur Zeit aktuellste Sonnensegel Projekt ist das *Cosmos I* Projekt der amerikanischen Planetaren Gesellschaft. Der Start des 40 kg schweren Sonnensegels ist mit einer russischen U-Boot Rakete vom Typ *Volna* im Frühjahr 2002 geplant. Nach dem Aussetzen des Sonnensegelfahrzeuges werden acht dreieckförmige Segel durch aufblasbare Masten entfaltet. Insgesamt werden 900 m<sup>2</sup> Segelfläche aufgespannt, die es ermöglichen sollen, aus einer kreisförmigen 850 km Bahn die Bahnenergie zu erhöhen. Es ist das erste privat finanzierte

Sonnensegelprojekt der Welt! Detaillierte Informationen sind auf der Internetseite der Planetaren Gesellschaft [110] zu finden.

## 2.1 Prinzip und physikalische Grundlagen

Die in der Sonne durch Kernfusion erzeugte Energie wird überwiegend in Form von elektromagnetischer Strahlung freigesetzt. Treffen diese elektromagnetischen Wellen, die Strahlungsquanten bzw. Photonen, auf ein Hindernis, so üben sie auf dieses Hindernis einen Druck aus, den sogenannten Strahlungsdruck. Der Strahlungsdruck entsteht an einer Oberfläche durch die mit der Reflexion verknüpften Impulsänderung der Photonen. Raumfahrzeuge, die mit großen extrem dünnen Reflektoren ausgerüstet sind, können von dieser Tatsache direkten Gebrauch machen und den Strahlungsdruck der Sonne zum Antrieb nutzen. Obwohl die bei diesem Antriebskonzept erreichbaren Schubkräfte sehr gering sind, kann durch kontinuierliche Einwirkung die Bahnenergie des Raumfahrzeuges erhöht oder vermindert werden. Die dazu notwendigen Segelstellungen sind schematisch in Abb. 2-4 dargestellt.

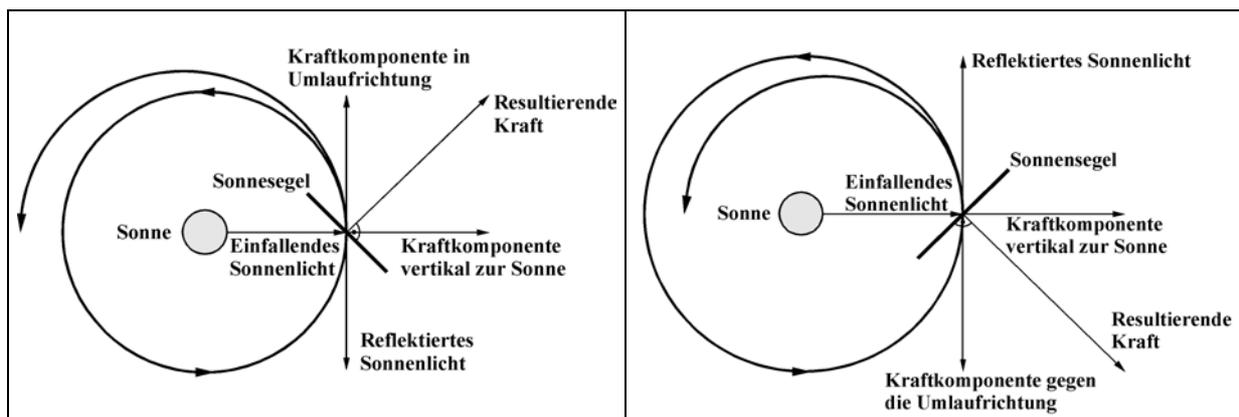


Abb. 2-4: Prinzip der Bahnenergieerhöhung und -erniedrigung

### 2.1.1 Solarer Strahlungsdruck

Nach der Relativitätstheorie von Albert Einstein besteht zwischen der Energie  $E$  und der Masse  $m$  eines Teilchens die Beziehung

$$\text{Gl. 2-1} \quad E = m \cdot c^2,$$

wobei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit darstellt. Die in dieser Gleichung zum Ausdruck kommende Äquivalenz von Energie und Masse wird auch vom Welle-Teilchen-Dualismus beschrieben, wobei ein elektromagnetisches Wellenfeld Teilcheneigenschaften in Form der Lichtquanten

bekommt. Aufgrund seines Teilchencharakters läßt sich also jedem Photon eine Masse  $m$  zuordnen. Weiterhin gilt, daß die Energie eines Photons proportional zu seiner Frequenz  $f$  ist:

$$\text{Gl. 2-2} \quad E = h \cdot f .$$

Die Proportionalitätskonstante  $h$  ist das nach dem Physiker Max Planck benannte Plancksche Wirkungsquantum. Aus der Gl. 2-1 und der Gl. 2-2 folgt direkt der Impuls eines Photons zu

$$\text{Gl. 2-3} \quad I = \frac{E}{c} = \frac{h \cdot f}{c} .$$

Mit Hilfe des Photonenimpulses  $I$  kann der Strahlungsdruck  $p$  des Lichtes einfach berechnet werden, indem die Änderung des Impulses pro Quadratmeter Fläche eines Photonenstromes mit der Teilchendichte  $n \cdot c$  [ $\text{m}^{-3} \cdot \text{s}^{-1}$ ] und des betrachteten Frequenzbandes  $f$  gebildet wird

$$\text{Gl. 2-4} \quad p = n \cdot c \cdot \frac{h \cdot f}{c} .$$

Jedoch ist  $n \cdot h \cdot f$  die räumliche Energiedichte [ $\text{J}/\text{m}^3$ ] des Photonenstromes für das betrachtete Frequenzband. Von Interesse ist aber die Energiedichte des Spektrums der solaren Strahlungsleistung. Diese wird durch Integration über allen Frequenzbändern des Spektrums bestimmt. Der Strahlungsdruck der Sonne nimmt für eine vollständig absorbierende Fläche und einen flächennormalen Strahlungseinfall die Form an

$$\text{Gl. 2-5} \quad p_s = \frac{S}{c} ,$$

wobei  $S$  die solare Bestrahlungsstärke [ $\text{W}/\text{m}^2$ ] ist. Die mittlere solare Bestrahlungsstärke in einer Entfernung von einer Astronomischen Einheit, also in Erdnähe, beträgt  $S_0 = 1368 \text{ W}/\text{m}^2$  [32]. Wird dieser Wert in die Gl. 2-5 eingesetzt, berechnet sich ein maximaler Strahlungsdruck von  $4,563 \cdot 10^{-6} \text{ N}/\text{m}^2$  in Erdnähe. Der Strahlungsdruck auf eine vollständig reflektierende Fläche ist zweimal so hoch

$$\text{Gl. 2-6} \quad p_s = 2 \cdot \frac{S_0}{c} = 9,126 \cdot 10^{-6} \text{ N}/\text{m}^2 .$$

Zum Vergleich der Größenordnungen ist in der Tab. 2-1 der solare Strahlungsdruck bei der Erde jeweils zu dem solaren Strahlungsdruck bei anderen Planeten ins Verhältnis gesetzt. Die Berechnung der jeweiligen Bestrahlungsstärke erfolgte mit Hilfe des quadratischen Abstandsgesetzes

Gl. 2-7 
$$S = S_0 \cdot \left( \frac{R_0}{R} \right)^2,$$

wobei R der Abstand von der Sonne und  $R_0 = 1$  AE sind. Besonders interessant für Sonnensegelmissionen ist es, den höheren Strahlungsdruck und somit das höhere Beschleunigungsvermögen in Sonnennähe auszunutzen. Unter anderem könnten Missionen zu den äußeren Planeten durch eine Beschleunigungsphase in Sonnennähe eingeleitet werden.

| Planet  | Entfernung [AE] | $p_s$ [N/m <sup>2</sup> ] | Verhältnis zur Erde |
|---------|-----------------|---------------------------|---------------------|
| Merkur  | 0,387           | $6,093 \cdot 10^{-5}$     | 6,677               |
| Venus   | 0,723           | $1,746 \cdot 10^{-5}$     | 1,913               |
| Erde    | 1,000           | $9,126 \cdot 10^{-6}$     | 1                   |
| Mars    | 1,524           | $3,933 \cdot 10^{-6}$     | ~ 1/2,3             |
| Jupiter | 5,203           | $3,614 \cdot 10^{-7}$     | ~ 1/27              |
| Saturn  | 9,539           | $1,003 \cdot 10^{-7}$     | ~ 1/91              |
| Uranus  | 19,182          | $2,482 \cdot 10^{-8}$     | ~ 1/368             |
| Neptun  | 30,058          | $1,013 \cdot 10^{-8}$     | ~ 1/903             |
| Pluto   | 39,439          | $5,868 \cdot 10^{-9}$     | ~ 1/1555            |

Tab. 2-1: Strahlungsdruck der Sonne bei den Planeten

### 2.1.2 Kräfte auf ein ideales Sonnensegel

In diesem Abschnitt wird in bezug auf die in der Literatur üblichen vereinfachenden Annahmen die resultierende Kraft auf ein „ideales“ Sonnensegel berechnet. Die Annahmen sind

1. Das Sonnensegel sei ein idealer, verlustfreier Reflektor mit einem Reflektionskoeffizienten  $\rho = 1$ . Es findet keine Absorption, Transmission und diffuse Reflexion statt. Dieser „Spiegel“ reflektiert die auftreffende Sonnenstrahlung im gesamten Wellenlängenbereich.
2. Das Sonnensegel ist im Bereich der genutzten Segelfläche als vollkommen eben anzusehen.

Die resultierende Kraft auf ein Sonnensegel wird aus einer vektoriellen Betrachtung der gesamten Impulsänderung, durch Vergleich des Impulses der Photonen vor und nach der Reflexion hergeleitet.

Das Sonnensegel mit der Segelfläche  $A$  ist um den Anstellwinkel  $\theta$  gegenüber der einfallenden Sonnenstrahlung geneigt (siehe Abb. 2-5). Die Segelfläche  $A$  reduziert sich dadurch auf die effektive Segelfläche

Gl. 2-8 
$$A_{\text{eff}} = A \cdot \sin \theta .$$

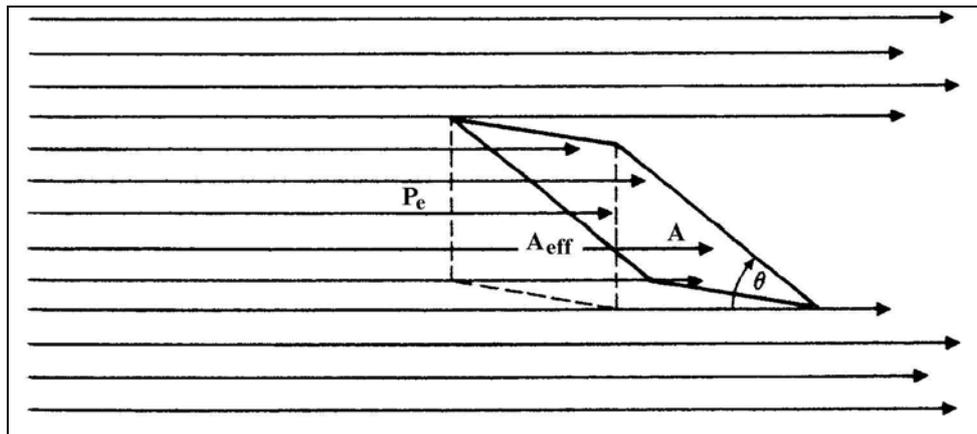


Abb. 2-5: Gesamte und effektive Segelfläche [75]

Für den hier beschriebenen Fall eines idealen Sonnensegels trifft die gesamte einfallende Strahlung auf das Segel und erzeugt durch die dabei auftretende Impulsübertragung eine Kraft  $F_e$  auf das Segel. Diese Kraft ist ausgehend von Gl. 2-5

Gl. 2-9 
$$F_e = \frac{S \cdot A_{\text{eff}}}{c}$$

und wirkt in Richtung der einfallenden Strahlung.

Unter den genannten Voraussetzungen folgt unmittelbar, daß die einfallende Strahlung zu 100 % reflektiert wird. Bei diesem Reflexionsvorgang wird eine weitere Kraft  $F_r$  erzeugt, die vom gleichen Betrag ist wie die Kraft  $F_e$ . Sie wirkt jedoch entgegen der Richtung der reflektierten Strahlung, wie in der Abb. 2-6 zu erkennen ist.

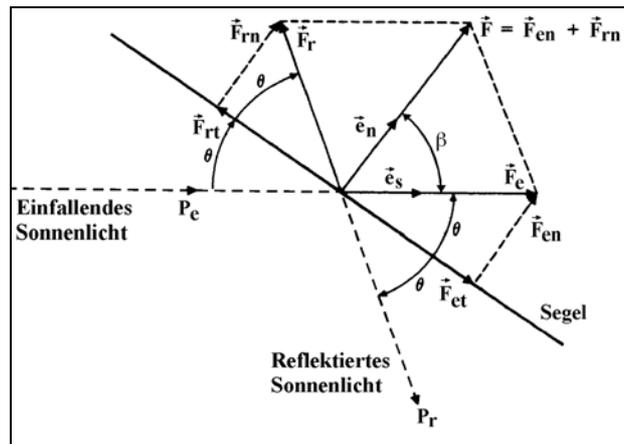


Abb. 2-6: Kräfte und Winkel am idealen Sonnensegel [75]

Die Gesamtkraft auf das Segel ergibt sich aus der vektoriellen Addition dieser beiden Kräfte

$$\text{Gl. 2-10} \quad \vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_r$$

und die Zerlegung der beiden Kräfte in tangentiale und normale Komponenten führt auf die Ausdrücke

$$F_{et} = F_e \cdot \cos \theta, \quad F_{rt} = -F_r \cdot \cos \theta$$

$$F_{en} = F_e \cdot \sin \theta, \quad F_{rn} = F_r \cdot \sin \theta.$$

Die Kraftkomponenten in tangentialer Richtung heben sich gegenseitig auf, so daß die Gesamtkraft aus der Addition der Kraftkomponenten normal zur Segeloberfläche zu

$$\text{Gl. 2-11} \quad \vec{F} = (F_{en} + F_{rn}) \cdot \vec{e}_n = (F_e + F_r) \cdot \sin \theta \cdot \vec{e}_n$$

hergeleitet wird. Mit  $F_e = F_r$  und unter Berücksichtigung der Gl. 2-7, Gl. 2-8 und Gl. 2-9 folgt

$$\text{Gl. 2-12} \quad \vec{F} = 2 \cdot \frac{S_0 \cdot A}{c} \cdot \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 \cdot \sin^2 \theta \cdot \vec{e}_n.$$

Wird nun ein Sonneneinfallswinkel  $\beta$  als der Winkel zwischen der einfallenden Strahlung  $\vec{e}_s$  und der Segelnormalen  $\vec{e}_n$  definiert, so ist aus Abb. 2-6 zu ersehen, daß zwischen  $\beta$  und dem Anstellwinkel  $\theta$  folgender Zusammenhang besteht

$$\text{Gl. 2-13} \quad \theta = 90^\circ - \beta.$$

Demnach ist der aus dem Strahlungsdruck der Sonne resultierende Kraftvektor auf ein ideales ebenes Segel der Fläche  $A$

$$\text{Gl. 2-14} \quad \vec{F} = 2 \cdot \frac{S_0 \cdot A}{c} \cdot \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 \cos^2 \beta \cdot \vec{e}_n.$$

Die resultierende Kraft auf ein Sonnensegel ist proportional zum Energiefluß  $S_0$  der auftreffenden Strahlung oder umgekehrt proportional zum Quadrat der Entfernung  $R$  von der Sonne. Sie ist außerdem proportional zum Quadrat des Kosinus des Winkels zwischen der Segelnormalen und der Richtung der einfallenden Strahlung.

### 2.1.3 Kräfte auf ein reales Sonnensegel

Im Gegensatz zum idealen, verlustfreien Sonnensegel sind bei einem realen Sonnensegel, im Englischen auch „Grey solar sails“ genannt [74], eine Vielzahl von weiteren Einflüssen zu berücksichtigen.

Die einfallende Strahlung wird keineswegs zu 100% reflektiert, sondern vielmehr zu bestimmten Teilen vom Segelmaterial durchgelassen, absorbiert und reflektiert. Die Größe dieser Anteile hängt vom Transmissions-  $\tau$ , Absorptions-  $\alpha$  und vom Reflexionskoeffizienten  $\rho$  ab. Aus der Energieerhaltung folgt die Summe dieser drei optischen Koeffizienten zu

$$\text{Gl. 2-15} \quad \tau + \alpha + \rho = 1.$$

Der transmittierende Anteil der einfallenden Strahlung passiert das Segel, ohne eine resultierende Kraft auf das Segel auszuüben. Die Photonen können dabei entweder durch konstruktiv bedingte Aussparungen, makroskopische Löcher im Segel oder teilweise transparente Teile des Segels hindurchtreten.

Die vom Segel absorbierte Sonnenstrahlung bewirkt eine Erwärmung des Segels auf eine bestimmte Temperatur  $T$ . Das Segel strahlt die aufgenommene Wärme im infraroten Spektralbereich ab, wobei der Betrag der abgestrahlten Leistung vom thermischen Emissionskoeffizienten  $\varepsilon$  der Materialoberfläche abhängt. Die Wärmeabstrahlung erfolgt von beiden Seiten des Segels.

Die Strahlungsanteile aus der Wärmestrahlung der Segelvorder-  $P_{ev}$  und -rückseite  $P_{er}$  sind gegeben durch

Gl. 2-16

$$\begin{aligned} P_{ev} &= \varepsilon_v \cdot A \cdot \sigma \cdot T^4 \\ P_{er} &= \varepsilon_r \cdot A \cdot \sigma \cdot T^4 \end{aligned}$$

wobei  $\sigma$  die Stefan-Boltzmann Konstante ist und  $\varepsilon_v$  und  $\varepsilon_r$  die Emissionskoeffizienten jeweils für Segelvorder- und –rückseite darstellen.

Das Reflexionsverhalten des Sonnensegels umfaßt neben der eingangs schon erwähnten spiegelnden Reflexion, die Rückreflexion und die diffuse Reflexion. Bei der Rückreflexion werden die Photonen in Richtung der einfallenden Strahlung reflektiert. Die resultierende Kraft ist stets entgegengesetzt zur Sonne gerichtet. Bei der diffusen Reflexion erfolgt die Reflexion nach dem „Lambertschen“ Kosinus-Gesetz. Die Kraft, die aus dieser Reflexionsart folgt, steht immer senkrecht zur Segelrückseite.

Um den Einfluß der einzelnen Strahlungsverluste in einer einfachen Modellierung zu erfassen, wird die Segeleffizienz  $\eta$  eingeführt. Diese umfaßt neben den Strahlungsverlusten durch Reflexion und Absorption auch die Verluste, die durch makroskopische mechanische Segelveränderungen (Risse und Falten im Segelmaterial) eintreten können. Für die resultierende Kraft zum Sonnensegeln kann geschrieben werden

Gl. 2-17

$$\vec{F} = 2 \cdot \eta \cdot \frac{S_0 \cdot A}{c} \cdot \left( \frac{R_0}{R} \right)^2 \cos^2 \beta \cdot \vec{e}_n$$

Empirische Werte für die Segeleffizienz liegen zwischen 85% bis 95% [61].

#### 2.1.4 Weitere Strahlungseinflüsse

Im folgenden werden kurz weitere Strahlungseinflüsse beschrieben, die das Sonnensegeln nachhaltig belasten könnten. Dazu gehören das Erdalbedo, der Sonnenwind und der Poynting-Robertson-Effekt.

##### **Erdalbedo-Strahlung**

Der von der Erde reflektierte Anteil der Sonnenstrahlung wird als Erdalbedo bezeichnet. In der Astronomie ist die Albedo ein Maß für das Rückstrahlvermögen von diffus reflektierenden Oberflächen. Im Falle der Erdalbedo erfolgt die Reflexion der einfallenden Sonnenstrahlung an der Erdoberfläche, der Atmosphäre und an den Wolken. Der Reflexionsgrad der Erde hängt außerdem von den folgenden Gegebenheiten ab: Längen- und Breitengrad, Tageszeit, Jahreszeit und Wolkenformation.

Um zu einer realistischen Einschätzung des Erdalbedo-Einflusses auf einen Sonnensegler in Erdnähe zu gelangen, darf die tatsächliche Ausdehnung der Erde nicht vernachlässigt werden. Ein physikalisches Modell, das diese Überlegungen berücksichtigt und als Ergebnis den Strahlungsdruck auf ein ebenes, ideal reflektierendes Sonnensegel in einer Entfernung R vom Zentrum der Strahlungsquelle liefert, wird durch

$$\text{Gl. 2-18} \quad p_{s\oplus} = \frac{4\pi}{3 \cdot c} \cdot E_0 \cdot \left[ 1 - \left[ 1 - \left( \frac{r_k}{R} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \right]$$

definiert [88].  $E_0$  ist der Energiefluß, der von einem scheibenförmigen Körper mit Radius  $r_k$  isotrop abgestrahlt wird.

Für den hier beschriebenen Fall stellt  $r_k$  den Erdradius dar und  $E_0$  ist die mit der Größe des Erdalbedokoeffizienten  $\rho_{\oplus} \approx 0,35$  multiplizierte Solarkonstante

$$\text{Gl. 2-19} \quad E_0 = \rho_{\oplus} \cdot S_0 = 0,35 \cdot 1368 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 478,8 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} .$$

In der folgenden Tabelle ist für einige ausgewählte Entfernungen von der Erdoberfläche der Strahlungsdruck durch das Erdalbedo mit Gl. 2-18 berechnet worden.

| Bahnhöhe h [km] | $p_{s\oplus}$ [N/m <sup>2</sup> ] | $p_{s\oplus}/p_{s\oplus,0}$ [-] | $p_{s\oplus}/p_s$ [-] |
|-----------------|-----------------------------------|---------------------------------|-----------------------|
| 1000            | $5,836 \cdot 10^{-6}$             | 0,873                           | 0,640                 |
| 5000            | $2,888 \cdot 10^{-6}$             | 0,432                           | 0,316                 |
| 10000           | $1,457 \cdot 10^{-6}$             | 0,218                           | 0,160                 |
| 36000           | $0,227 \cdot 10^{-6}$             | 0,034                           | 0,025                 |

Tab. 2-2: Strahlungsdruck durch Erdalbedo

Die Konstante  $p_{s\oplus,0}$  bezieht sich auf den Erdalbedo-Strahlungsdruck auf der Erdoberfläche und  $p_s$  ist der Strahlungsdruck der Sonne, der direkt auf das Segel einwirkt. Beachtlich ist, daß in einer Höhe von 1000 km der Strahlungsdruck durch das Erdalbedo 2/3 des Strahlungsdruckes der Sonne ausmacht. Jedoch wird im Rahmen dieser Forschungsarbeit der Einfluß des Erdalbedo auf das Sonnensegeln in dieser Höhe nicht weiter betrachtet.

## Sonnenwind

Die Sonne sendet neben der elektromagnetischen Strahlung auch einen kontinuierlichen Strom elektrisch geladener Teilchen aus. Dieser Strom wird Sonnenwind oder die solare Plasmastrahlung genannt. Er besteht überwiegend aus Elektronen und Protonen, die mit Geschwindigkeiten von 500 bis 2000 km/s von der Sonne abströmen. Darüber hinaus enthält der Sonnenwind noch geringe Mengen von Heliumkernen ( $\alpha$ -Teilchen).

Im Abstand der Erde von der Sonne hat der Sonnenwind eine Dichte von 3-10 Ionen/cm<sup>3</sup>. Das entspricht einem Ionenfluß von etwa  $2 \cdot 10^{12}$  Ionen/(cm<sup>2</sup>·s). Treffen diese Teilchen auf einen Körper, so wird infolge der Impulsübertragung auf diesen Körper ein Druck ausgeübt. Für eine überschlagsmäßige Bestimmung dieses Druckes wird angenommen, daß der Ionenfluß je zur Hälfte aus Protonen und Elektronen besteht und der Einfluß der Elektronen im Vergleich zur Ruhemasse der Protonen ( $m_p/m_e = 1836,153$  [134]) vernachlässigbar ist. Somit ergibt der Druck des Sonnenwindes  $p_{sw}$  in Erdentfernung von der Sonne ungefähr

$$\text{Gl. 2-20} \quad p_{sw} \approx 2 \cdot 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10^{12} \frac{\text{Ionen}}{\text{m}^2 \text{s}} = 3 \cdot 10^{-9} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

Verglichen mit dem Strahlungsdruck der Sonne in dieser Entfernung ist er um den Faktor  $10^{-3}$  bis  $10^{-4}$  geringer. Deshalb wird im Rahmen dieser Forschungsarbeit der Sonnenwind als Antriebsquelle eines Sonnenseglers vernachlässigt. Jedoch ist bei der Entwicklung eines Segels und der Wahl des Segelmaterials der Sonnenwind zu beachten, da die auftreffenden Teilchen eine Erosion der reflektierenden Oberfläche bewirken und zu einer Abnahme des Reflexionsvermögen führen. Ferner wird das Sonnensegel durch den Sonnenwind elektrostatisch aufgeladen.

## Poynting-Robertson-Effekt

Der Effekt wurde 1903 von J. H. Poynting (1852-1914) erstmalig beschrieben und 1937 von H. P. Robertson (1903-1961) exakt nachgewiesen [135].

Der Strahlungsdruck der Sonne hat neben seiner Verwendung als Antrieb von Sonnenseglern auch eine Auswirkung auf Körper im Sonnensystem, die dieser beschleunigenden Wirkung entgegengesetzt ist. Denn Teilchen, Satelliten und Planeten werden bei ihrer Bewegung um die Sonne unter dem Einfluß der Sonnenstrahlung abgebremst. Diese Geschwindigkeitsverminderung wird durch den sogenannten Poynting-Robertson-Effekt beschrieben.

Der Poynting-Robertson-Effekt beruht auf der Aberration. Beobachter, die sich um die Sonne bewegen, sehen aufgrund ihrer Bahngeschwindigkeit die Sonnenstrahlung unter einer

geringen Abweichung von der Normalen. Daraus ergibt sich eine Komponente der Sonnenstrahlung, die entgegen der Bewegungsrichtung des Teilchens wirkt und daher eine verzögernde Wirkung auf das Teilchen hat. Diese Winkelabweichung beträgt für einen auf der Erde stehenden Beobachter jährlich ungefähr 20,5 Bogensekunden.

Die Annäherung an die Sonne erfolgt um so schneller, je kleiner das Teilchen ist. Allerdings werden Teilchen mit Werten für das Produkt aus Dichte  $\rho$  und Radius  $r$ , die kleiner als ein kritischer Wert von  $5,7 \cdot 10^{-5} \text{ g/cm}^2$  [135] sind, durch den Strahlungsdruck von der Sonne fort beschleunigt. Bei diesen Teilchen überwiegt der Strahlungsdruck die Gravitation.

Da der Strahlungsdruck der Sonne ohnehin schon äußerst klein ist, werden größere Körper wie Satelliten und Planeten durch diesen Effekt nicht beeinflusst. Deshalb wird in dieser Forschungsarbeit der Poynting-Robertson-Effekt in der Modellierung des Strahlungsdruckes der Sonne nicht berücksichtigt.

## 2.2 Charakteristische Parameter eines Sonnenseglers

In der Literatur werden im wesentlichen drei Parameter als Grundlage zur Auslegung, Bewertung und zum Vergleich von Sonnenseglern verwendet: die Massenbelegung, die charakteristische Beschleunigung und der Beschleunigungsfaktor. Darüber hinaus hat der Autor [33] einen missionsabhängigen Parameter eingeführt, der es erlaubt, die Antriebseffizienz zwischen Sonnenseglern mit unterschiedlichen Missionen und Steuerstrategien zu vergleichen.

### 2.2.1 Massenbelegung

Die Massenbelegung (engl. „sail loading“) ist definiert als der Quotient aus der Gesamtmasse des Sonnenseglers  $m_{SC}$  und der Segelfläche  $A$ . Dieser Wert wird üblicherweise in Gramm pro Quadratmetern angegeben und durch den griechischen Buchstaben  $\sigma$  dargestellt:

$$\text{Gl. 2-21} \quad \sigma_{SC} = \frac{m_{SC}}{A} .$$

In der Gesamtmasse des Sonnenseglers sind die Nutzlastmasse  $m_N$ , die Segelmasse  $m_{\text{Segel}}$ , die Masse der Segelversteifungsstruktur  $m_S$  und die Masse des Satellitenbusses  $m_B$  enthalten:

$$\text{Gl. 2-22} \quad m_{SC} = m_N + m_{\text{Segel}} + m_S + m_B .$$

Wird die Segelfläche nur auf die antriebsspezifischen Massen bezogen, wie zum Beispiel auf die Segel- und Versteifungsstrukturmasse, kann die antriebsspezifische Massenbelegung definiert werden

Gl. 2-23 
$$\sigma_{\text{Segel}} = \frac{m_{\text{Segel}} + m_s}{A} .$$

Die antriebsspezifische Massenbelegung spiegelt den Grad der Technologieentwicklung wider, der notwendig ist, um speziell das Antriebssystem des Sonnensegels für ein bestimmtes Beschleunigungsvermögen auszulegen.

### 2.2.2 Charakteristische Beschleunigung

Die charakteristische Beschleunigung  $a_c$  definiert das Beschleunigungsvermögen eines Sonnensegels und bestimmt durch ihre Höhe wesentlich die Flugzeit einer Mission. Sie beschreibt die maximal mögliche Beschleunigung, die ein Sonnensegler durch den Sonnendruck in Erdnähe, also in einer mittleren Entfernung von der Sonne von einer Astronomischen Einheit (1 AE) erfährt, wenn die Segelfläche senkrecht zur Sonneneinstrahlung ausgerichtet ist. Dieses läßt sich mathematisch ausdrücken als der zweifache Quotient aus dem Sonnendruck  $p_s$  und der Massenbelegung des Sonnensegels  $\sigma_{sc}$

Gl. 2-24 
$$a_c = 2 \cdot \frac{p_s}{\sigma_{sc}} .$$

Unter Berücksichtigung der Segeleffizienz  $\eta$  wird die Gleichung erweitert zu

Gl. 2-25 
$$a_c = 2 \cdot \eta \cdot \frac{p_s}{\sigma_{sc}} .$$

Die Einheit der charakteristischen Beschleunigung wird aufgrund des geringen Beschleunigungsvermögens von Sonnenseglern in Millimeter pro Quadratsekunde angegeben. Die in der Literatur veröffentlichten charakteristischen Beschleunigungen variieren zwischen  $10^{-3} \text{ mm/s}^2$  für Technologiedemonstrationsmissionen [107] und einigen  $\text{mm/s}^2$  für fortschrittliche interplanetare Missionen [61].

Sowohl die Massenbelegung als auch die charakteristische Beschleunigung eignen sich in der Vorentwurfsphase eines Sonnensegels für erste Abschätzungen der Massen und geometrischen Größen des Gesamtsystems. Diese Abschätzungen helfen, mögliche Trägersysteme für die gegebene Mission zum frühestmöglichen Entwurfszeitpunkt zu identifizieren. In Abb. 2-7 ist die Gesamtmasse eines quadratischen Sonnensegels über dem

Beschleunigungsvermögen und in Abhängigkeit der Seitenlänge des Segels dargestellt. Bei gleichbleibender Segelgröße sinkt die Gesamtmasse mit höherem Beschleunigungsvermögen; bleibt das Beschleunigungsvermögen konstant, steigt die Gesamtmasse des Seglers mit der Segelgröße. Je nach Missionsziel gilt es, die Gesamtmasse hinsichtlich eines maximal möglichen Beschleunigungsvermögens, einer maximal möglichen Nutzlast und einer möglichst geringen Startmasse zu optimieren.

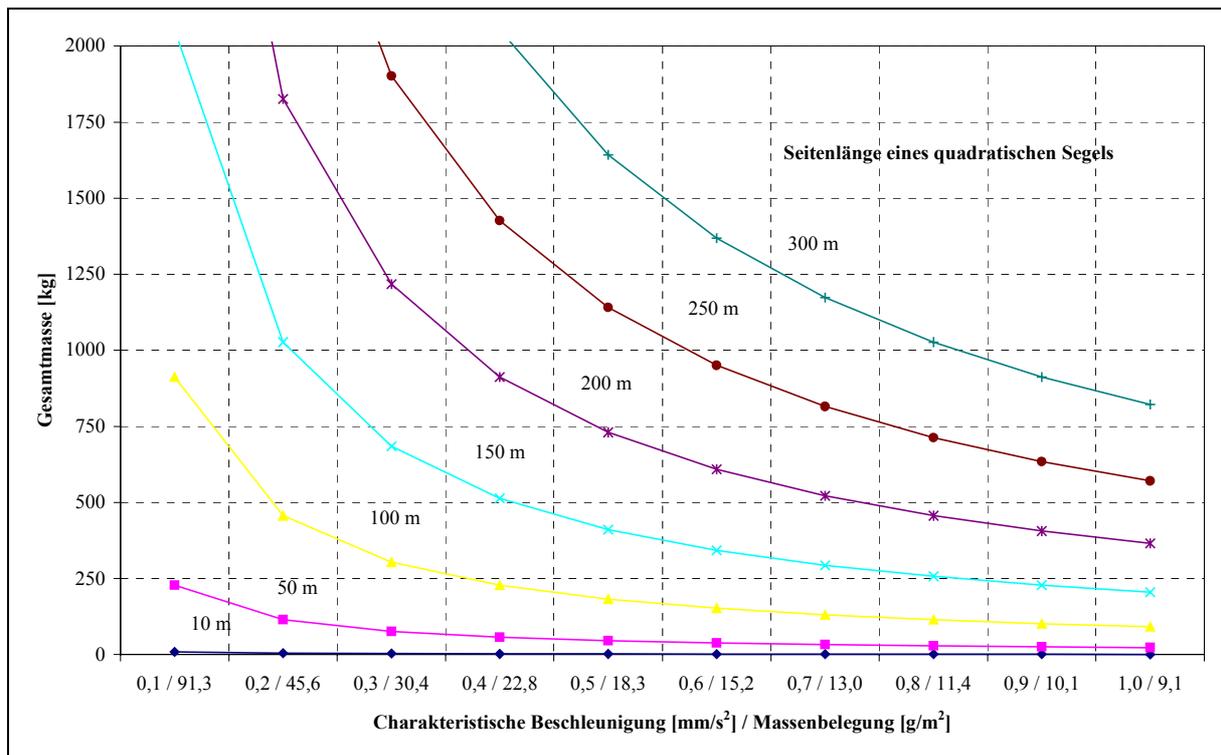


Abb. 2-7: Massen- und Größenabschätzung für ein quadratisches Sonnensegel

### 2.2.3 Solarer Beschleunigungsfaktor

Wird die charakteristische Beschleunigung ins Verhältnis mit der Gravitationsbeschleunigung der Sonne in Erdnähe gesetzt, erhält man den sogenannten solaren Beschleunigungsfaktor  $\lambda$ , in der englischen Sprache auch "lightness number" genannt:

Gl. 2-26 
$$\lambda = \frac{a_c}{5,93\text{mm/s}^2}.$$

Es ist ein dimensionsloser Parameter. Sonnensegler, die einen solaren Beschleunigungsfaktor von 1 aufweisen, können die Gravitation der Sonne ausschließlich durch den Strahlungsdruck aufheben. Die raumflugmechanischen Gesetze Keplers verlieren ihre Gültigkeit und ein derartiger Sonnensegler könnte seine Position relativ zur Sonne unverändert lassen. Er

„schwebt“ förmlich an Ort und Stelle [73]. Die erforderliche Massenbelegung für einen Sonnensegler mit dieser Leistungsfähigkeit kann durch

$$\text{Gl. 2-27} \quad \sigma_{\text{SC}} = 2 \cdot \eta \cdot \frac{P_{\text{Sun}}}{5,93 \text{mm/s}^2}$$

berechnet werden. Die Ergebnisse sind in der Tab. 2-3 dargestellt.

|               | $\sigma_{\text{SC}} [\text{g/m}^2]$ | $A/m_{\text{SC}} [\text{m}^2/\text{kg}]$ |
|---------------|-------------------------------------|--|
| $\eta = 1$    | 1,55                                | 645                                      |
| $\eta = 0,85$ | 1,32                                | 760                                      |

Tab. 2-3: Massenbelegung für den Fall  $\lambda = 1$

Ein Vergleich dieser Ergebnisse mit der Massenbelegung  $\sigma = 9,94 \text{ g/m}^2$  von einer handelsüblichen, aus Kapton hergestellten Segelfolie (Materialdicke  $\sim 7 \mu\text{m}$ ) zeigt, wie weit die technologische Machbarkeit derartiger Sonnensegler von der Wirklichkeit entfernt ist.

#### 2.2.4 Antriebsgütegrad

Der Antriebsgütegrad eines Sonnenseglers  $\eta_s$  beschreibt in Prozent, wieviel des zur Verfügung stehenden Antriebsvermögens in effektive Antriebsenergie während einer Mission umgesetzt wurde. Wie bereits beschrieben, variiert die Beschleunigung je nach Segelstellung zur Sonne und gewählter Flugbahn mit einer quadratischen Kosinusfunktion. Die effektive Beschleunigung ist daher oft kleiner als das Beschleunigungsvermögen des Sonnenseglers, ausgedrückt in der charakteristischen Beschleunigung. Um nun festzustellen, wie effektiv das Beschleunigungsvermögen während einer Mission genutzt wurde, wird das Verhältnis der während einer Mission aufgetragenen mittleren Beschleunigung  $\bar{a}$  und der charakteristischen Beschleunigung gebildet

$$\text{Gl. 2-28} \quad \eta_s = \frac{\bar{a}}{a_c}$$

Die mittlere Beschleunigung wird gebildet aus dem durch die numerische Integration der augenblicklichen Beschleunigung berechneten Antriebsbedarf  $\Delta v$  und der Flugzeit  $t_E$

$$\text{Gl. 2-29} \quad \bar{a} = \frac{\Delta v}{t_E}$$

In seiner Diplomarbeit hat der Autor [33] festgestellt, daß der Antriebsgütegrad von Sonnenseglern in geozentrischen, zur Ekliptikebene hochinklinierten Bahnebenen höher ist als in niedriginklinierten Bahnebenen. Ein Hauptgrund ist die über die Missionsdauer geringere Anzahl an Schattendurchgängen des Sonnenseglers bei der Erde. Das Sonnensegel kann den Sonnendruck für längere Zeit aktiv umsetzen. Typische Werte des Antriebsgütegrades für geozentrische Bahnen liegen durchschnittlich bei 55 %, unabhängig von Steuerstrategie und gewählter Bahnebene.

### **2.3 Sonnensegelkonzepte und –aufbau**

Dieser Abschnitt beschreibt einige grundlegende Charakteristika von Sonnenseglern in bezug auf Entwurfskonzepte und Aufbau. Ein besonderes Augenmerk fällt hierbei auf die erforderlichen Technologien und Materialien, die eine geringe Massenbelegung und Packungsdichte gewährleisten. Dazu zählen unter anderem entfaltbare Strukturen und Entfaltungsmechanismen in Leichtbauweise und haardünne extrem widerstandsfähige Segelfolien. Einhergehend mit der Entwicklung dieser Technologien folgen Aspekte, wie

- die Segelfaltung und -lagerung auf engstem Raum mit geringer Faltenanzahl, um Strahlungsverluste durch ungerichtete Reflexion des Segels zu reduzieren und hohe Wärmekonzentrationen zu vermeiden,
- die Herstellung der Segelfolie und deren Verarbeitung (Klebe- und Nahttechniken) zu großen Flächen,
- die Umweltverträglichkeit aller Strukturen und Materialien im Weltraum (Vakuum-, Strahlung- und Temperaturbeständigkeit) und
- die Dynamik in Bahn und Lage einer hochflexiblen großflächigen Struktur.

#### **2.3.1 Konzepte**

Grundsätzlich können die in der umfangreichen Literatur über das Sonnensegeln vorgeschlagenen Entwurfskonzepte hinsichtlich der Lageregelung und der Entfaltungsmethode in zwei Gruppen unterteilt werden:

1. Starre Sonnensegler und
2. Rotierende Sonnensegler.

Die starren Sonnensegler verfügen über eine 3-Achsen Stabilisierung und haben Versteifungsstrukturen, wie zum Beispiel Masten, die vom Zentrum des Segels ausgehen und das Segel aufspannen. Die rotierenden Sonnensegler sind spinstabilisiert. Die Entfaltung des Segels wird bei den rotierenden Sonnenseglern unter Ausnutzung der Fliehkraft durchgeführt.

Der überwiegende Anteil der in der Literatur diskutierten Entwurfskonzepte zählt zu der Gruppe der starren Sonnensegler, wobei innerhalb dieser Gruppe eine Tendenz zu Sonnenseglern mit quadratischem Segel festzustellen ist.

Der quadratische Sonnensegler wird in der Regel aus vier dreieckigen Einzelsegeln aufgebaut, die an vier diagonal angeordneten Versteifungsmasten befestigt sind. Die Verwendung von kleineren Einzelsegeln hat den Vorteil, daß die Segelwölbung ein geringeres Ausmaß annimmt als bei einem einzigen Segel. Die Lageregelung kann konventionell durch Reaktionsräder und Lageregelungstriebwerke durchgeführt werden. Jedoch können die dreieckigen Einzelsegel auch unabhängig steuerbar mit jeweils zwei Versteifungsmasten am Zentralkörper aufgehängt werden, wodurch eine Lageregelung mit Hilfe des Sonnendrucks um alle drei Achsen möglich wäre und auf leistungsmindernde Massen durch das konventionelle Lageregelungssystem verzichtet werden könnte.

Andere mögliche Entwurfskonzepte für Sonnensegler mit den unterschiedlichsten geometrischen Segelkonfigurationen sind ferner die rotorblatt- und kreisförmigen Sonnensegelkonfigurationen. Beispiel für diese Typen sind ebenfalls in der Abb. 2-1 und der Abb. 2-2 dargestellt.

Die konstruktiven Merkmale des rotorblattförmigen Sonnenseglers sind lange schmale Rotorblätter, die sich um eine zentrale Achse drehen. Die Gesamtfläche der Rotorblätter bildet das Sonnensegel. Die aus der Rotation entstehenden Zentrifugalkräfte entfalten die Rotorblätter und geben diesen während des Fluges die nötige Formsteifigkeit. Jedes Rotorblatt kann unabhängig von dem anderen zur Lageregelung mit Hilfe des Sonnendrucks genutzt werden. Eine Lageregelung um alle drei Achsen des Sonnenseglers wird somit möglich.

Die kreisförmigen Sonnensegel können ähnlich wie die quadratischen Sonnensegel aus einem Segel oder aus mehreren Sonnenpaneelen aufgebaut werden. Wird ein einziges Segel eingesetzt, das durch eine Versteifungsstruktur am äußeren Rand des Segels aufgespannt wird, wird vom Torus-Sonnensegler gesprochen. Wird das Segel aus einzelnen Segelpaneelen zusammengesetzt, die nach außen hin breiter und durch die aus der Rotation des Sonnenseglers resultierende Fliehkraft entfaltet werden, so wird vom Disk-Segler gesprochen.

### **2.3.2 Versteifungs- und Entfaltungsstrukturen**

Unter den Entfaltungsstrukturen eines Sonnenseglers werden alle Elemente und Mechanismen verstanden, die eingesetzt werden, das Segel zu entfalten, ohne Faltenbildung zu verspannen und die nötige Steifigkeit und Elastizität während des Betriebes aufrechtzuerhalten. Die Sonnensegelstrukturen können unterteilt werden in aufblasbare und mechanische Strukturen.

### **Aufblasbare Strukturen**

Der Einsatz aufblasbarer Strukturen für Satelliten ist nicht neu. Schon in den 60er Jahren wurde diese Technologie von der NASA bei den Ballon-Satelliten *Echo 1* und *Echo 2*, *Pageos*, sowie *Explorer 4* und *Explorer 19* verwendet [105]. Bei den Satelliten *Explorer 4* und *Explorer 19* wurde darüber hinaus das Aushärten der Strukturen im Weltraum getestet.

In den letzten Jahren wurde die Technologie aufblasbarer und im Weltraum aushärtender Strukturen (ISRS – „Inflatable Space-Rigidized Structures“) intensiv von der Schweizer Firma Contraves untersucht. Basierend auf mehreren Studien lassen sich einige allgemeine Aussagen über aufblasbare Versteifungsstrukturen treffen.

Die aufblasbaren und im Weltraum aushärtenden Strukturen werden vor dem Start nach einem konkreten Schema gefaltet und in einen schützenden Container verpackt. Dieser Container soll einerseits dafür sorgen, daß die in ihm befindlichen Strukturen während des Aufstiegs nicht zu großen Wärmeschwankungen ausgesetzt sind. Andererseits soll durch den Container verhindert werden, daß sich die Versteifungsstrukturen im Weltraum vor dem festgelegten Zeitpunkt unkontrolliert entfalten, denn ein gewisser Anteil an Restgasen innerhalb der Struktur, der zu einer unerwünschten selbständigen Entfaltung führen könnte, läßt sich nicht vermeiden. Um diesen Restgasanteil zu minimieren, sollte die Struktur vor dem Falten und Verpacken evakuiert werden. Gleichermäßen sollten die Container über Lüftungsschlitze verfügen, damit die Luft im Container während des Transports ins Weltall entweichen kann.

Zu Beginn des Entfaltungsprozesses wird die Struktur von dem sie umgebenden Container gelöst, woraufhin sie sich infolge der gespeicherten Energie (elastische Energie beim Falten und Überdruck durch die Restgase) weitgehend selbständig entfaltet.

Ein aktives System zur Druckbeaufschlagung ist aber dennoch erforderlich, um die unvermeidlichen Druckverluste nach der Entfaltung auszugleichen. Die Struktur wird dadurch stabilisiert und behält ihre geforderte Form bei, bis die anschließende Aushärtung vollzogen ist.

Weiterhin muß sichergestellt sein, daß die Geschwindigkeit, mit der die Entfaltung der Struktur erfolgt, nicht zu groß ist, damit die Materialbelastung (Zugbelastung) der Struktur die zulässigen Werte nicht überschreitet. Da dies insbesondere bei den großen Abmessungen der Versteifungsstrukturen für Sonnensegler zu beachten ist, ist diesem Aspekt eine große Bedeutung beizumessen.

Für die Druckbeaufschlagung der entfalteten Struktur wird üblicherweise gasförmiger Stickstoff verwendet, der bei nicht unterteilten Strukturen an einer zentralen Stelle über einen Druckregler und über ein Ventil in die Struktur eingeleitet werden kann.

Nachdem die Struktur infolge der Druckbeaufschlagung die gewünschte Form angenommen hat, erfolgt die chemische Aushärtung. Zu diesem Zweck wird der Sonnensegler zur Sonne hin ausgerichtet, wodurch eine gleichmäßige Erwärmung der Struktur erreicht werden soll. Die Härtung des Kunstharzes des vorwiegend aus kohlenstoffaserverstärktem Kunststoff (CFK) bestehenden Wandmaterials der Struktur kann durch einen chemischen Katalysator, UV-Strahlung oder Temperaturerhöhung eingeleitet werden.

Durch das Härten werden die mechanischen Eigenschaften (Festigkeit, Steifigkeit, Härte) der Struktur erhöht, so daß die Versteifungsstruktur auch ohne eine Druckbeaufschlagung über eine ausreichende Stabilität verfügt, um das Sonnensegel aufspannen zu können. Außerdem wird es dadurch überflüssig, Druckverluste infolge von Meteoriteneinschlägen ausgleichen zu müssen.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Technologie aufblasbarer und im Weltraum verfestigter Strukturen in den letzten Jahren mehrfach erfolgreich unter Laborbedingungen und beispielhaft im Mai 1996 von der NASA im Weltraum während eines Shuttlefluges getestet wurde.

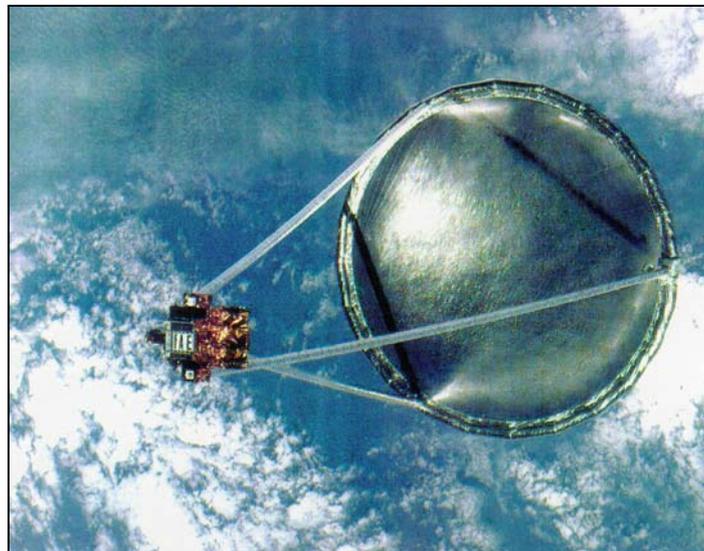


Abb. 2-8: Aufblasbares Antennenexperiment (IAE) [NASA]

## Mechanische Strukturen

Der Vorteil der mechanischen Versteifungsstrukturen gegenüber den aufblasbaren Strukturen liegt darin, daß auf eine bekannte und schon oft im Weltraum erfolgreich angewandte Technologie zurückgegriffen werden kann. Allerdings beschränkten sich diese Anwendungen auf Mastlängen von einigen Metern. Bei Sonnenseglern müssen erheblich längere Masten eingesetzt und die extremen Entwurfsanforderungen an Masse, Volumen und Funktionalität eingehalten werden.

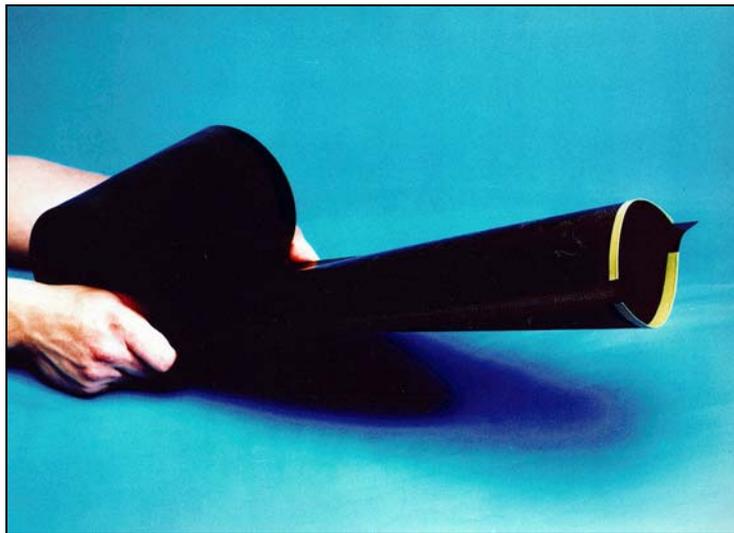


Abb. 2-9: Beispiel eines mechanischen Versteifungselementes [DLR]

Ein Beispiel eines mechanischen Versteifungselementes ist in Abb. 2-9 zu sehen. Es ist ein Modell eines aus kohlenstoffaserverstärkten Kunststoffen (CFRP) gefertigten Mastes, der beim Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt in Braunschweig entwickelt wurde. Das Prinzip, entfaltbare Strukturen aus kohlenstoffaserverstärkten Kunststoffen herzustellen, wurde bereits in den siebziger Jahren von der Firma LOCKHEED für entfaltbare Satellitenantennen angewendet. Der Vorteil gegenüber metallisch gefertigten Strukturen ist bei gleichbleibenden Leistungsparametern, wie zum Beispiel der Biegesteifigkeit oder der Thermostabilität, der geringe Gewichtsaufwand.

Die vom DLR in Braunschweig entwickelte Struktur besteht aus zwei miteinander an den Rändern verklebten CFRP Schalen, die zusammengepreßt und aufgerollt werden können. Durch einen geeigneten Entrollmechanismus kann die Struktur entfaltet werden. Dabei nimmt sie ihre ursprüngliche Form samt Funktionalität wieder an; denn die geforderte Biegesteifigkeit wird durch die entsprechende Querschnittsfläche, die Thermostabilität und durch die orthotropischen Eigenschaften des Materials erreicht.

### 2.3.3 Segelmaterialien

Üblicherweise besteht ein Sonnensegel aus einer Trägerfolie, die auf beiden Seiten mit einer metallischen Oberfläche versehen ist. Die Trägerfolie liefert die erforderliche mechanische Festigkeit, damit das Segel den Belastungen beim Verstauen, bei der Segelentfaltung und bei Manövern während des Fluges standhalten kann. Die der Sonne zugewandte Seite des Sonnensegels ist meistens mit einer Aluminiumschicht überzogen, die wiederum gegen Oxidationsprozesse geschützt werden sollte.

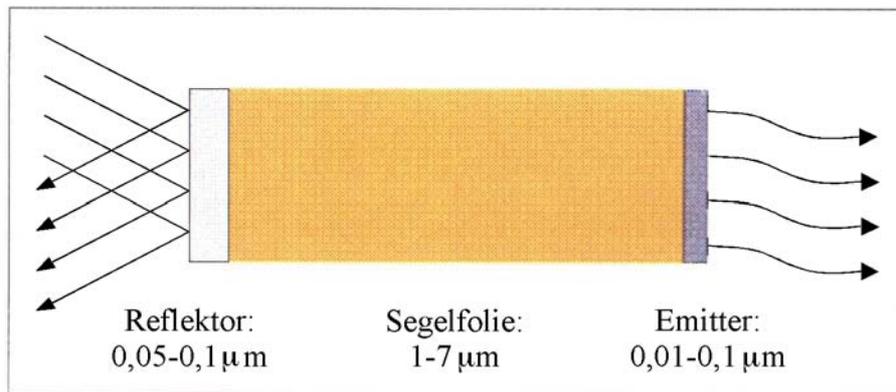


Abb. 2-10: Typischer Querschnitt eines Sonnensegels [61]

Die Kriterien für die Auswahl passender Segelmaterialien berücksichtigen die verfügbare Foliendicke, die Dichte des Materials, die Temperaturbeständigkeit, die mechanische Festigkeit, die Materialkosten und die Weltraumbeständigkeit. Zur Weltraumbeständigkeit zählt in erster Linie die Resistenz des Segelmaterials gegen UV-Strahlung, die das aus Kunststoff bestehende Trägermaterial verspröden läßt. Ferner muß die Herstellung und Verarbeitung eines Sonnensegels in den für die jeweilige Mission typischen großen Abmessungen sichergestellt sein. Dieses erfordert, einzelne Segelbahnen in ausreichender Länge produzieren und anschließend miteinander verbinden zu können.

Bei den in der Literatur vorgeschlagenen Sonnensegelmissionen werden für das Sonnensegel ausschließlich die Materialien MYLAR und KAPTON verwendet.

Die Polyesterfolie MYLAR wurde 1952 von der Firma DUPONT entwickelt. Sie kann metallisiert und beschichtet werden. Mit einem Kleber läßt sich MYLAR mit praktisch jedem Material verbinden. MYLAR wird in verschiedenen Dicken und Breiten gefertigt und auf Rollen geliefert. Die erhältlichen Foliendicken liegen zwischen 1,2 µm und 23 µm.

Die Polyimid KAPTON wurde ebenfalls ab 1959 von DUPONT entwickelt. Es ist eine hochfeste, zähe, transparente, gelbliche Folie mit ausgezeichneten physikalischen, chemischen

und elektrischen Eigenschaften innerhalb eines sehr breiten Temperaturbereichs (von  $-269^{\circ}\text{C}$  bis  $400^{\circ}\text{C}$ ). Weiterhin ist KAPTON sehr strahlungsbeständig und bei tiefen Temperaturen mechanisch fest.

Zur Reflexion der eintreffenden Sonnenstrahlung wird auf den Trägerfilm eine hochreflektierende Oberflächenschicht aufgedampft. Als Material ist Aluminium sehr geeignet. Denn Aluminium besitzt neben Silber und Gold das beste auf das gesamte solare Spektrum bezogene Reflexionsvermögen. Der Reflexionsgrad von Aluminium beträgt 0,88 bis 0,90.

Die Rückseite des Sonnensegels wird ebenfalls mit einer dünnen metallischen Oberfläche beschichtet. Dies geschieht aus zwei Gründen. Erstens führt die Verwendung einer emittierenden Oberflächenschicht auf der Segelrückseite zu einer besseren Kontrolle des Wärmehaushalts des Sonnensegels. Zweitens können elektrostatische Aufladungen durch geladene Teilchen (zum Beispiel durch den Sonnenwind) durch die elektrische Leitfähigkeit der gesamten Fläche des Sonnensegels vermieden werden. Als Materialien für die Rückseite kommen unter anderem Chrom, Zinn und Indium-Zinn-Oxid in die Wahl. Der Emissionsgrad dieser Materialien liegt im Bereich 0,63 bis 0,73.

## 2.4 Potentielle Missionen

Dieser Abschnitt beschreibt potentielle Missionen, die durch Sonnensegler nicht nur durchgeführt, sondern erst ermöglicht werden können. Darunter fallen zuallererst heliozentrische Missionen, die so viel Antriebsbedarf benötigen, daß der Einsatz von konventionellen Antriebstechnologien nicht in Frage kommt. Typische Hochenergiemissionen, die in der Raumfahrtgemeinde ein großes wissenschaftliches Interesse fänden, sind zum Beispiel Missionen zum inneren Planeten Merkur, zum äußeren Planeten Pluto und polare Sonnenmissionen. Ferner wird darüber nachgedacht, ein Sonnensegel zur Durchführung einer interstellaren Mission einzusetzen.

### 2.4.1 Mission zum Merkur – *Mercury Orbiter Mission*

Merkur, der innerste Planet unseres Sonnensystems, wurde 1974 durch den Vorbeiflug der amerikanischen Raumsonde *Mariner 10* zum erstenmal besucht. Er ist der zweitkleinste Planet unseres Sonnensystems und ähnelt von der Oberflächenbeschaffenheit dem Erdmond. Durch seine Lage im tiefsten Tal der solaren Gravitation wird sehr viel Antriebsenergie benötigt, um von der Erde in eine Bahn um Merkur einzuschwenken. Direkte Missionen zum Merkur sind mit den heutigen chemischen Antriebstechnologien nicht möglich. Erst die Verwendung von zusätzlichen Gravitationsmanövern bei der Venus und am Merkur selbst, könnten Bahnen um Merkur ermöglichen. Jedoch werden diese zusätzlichen Vorbeiflugmanöver mit einer längeren Missionszeit und eingeschränktem Startfenster bezahlt.

Sonnensegel würden direkte Bahnen zum Merkur unabhängig vom Startfenster und Einschwenkmanöver in eine Merkur Umlaufbahn ermöglichen. In Abb. 2-11 wird eine typische Übergangsbahn von der Erde zum Merkur mit Hilfe eines Sonnensegels gezeigt [32]. Ausgehend von einer hyperbolischen Überschußgeschwindigkeit von null m/s ( $C_3 = 0 \text{ km}^2/\text{s}^2$ ) und einer charakteristischen Beschleunigung von  $0,25 \text{ mm/s}^2$ , benötigt der Sonnensegler 3,5 Jahre Flugzeit.

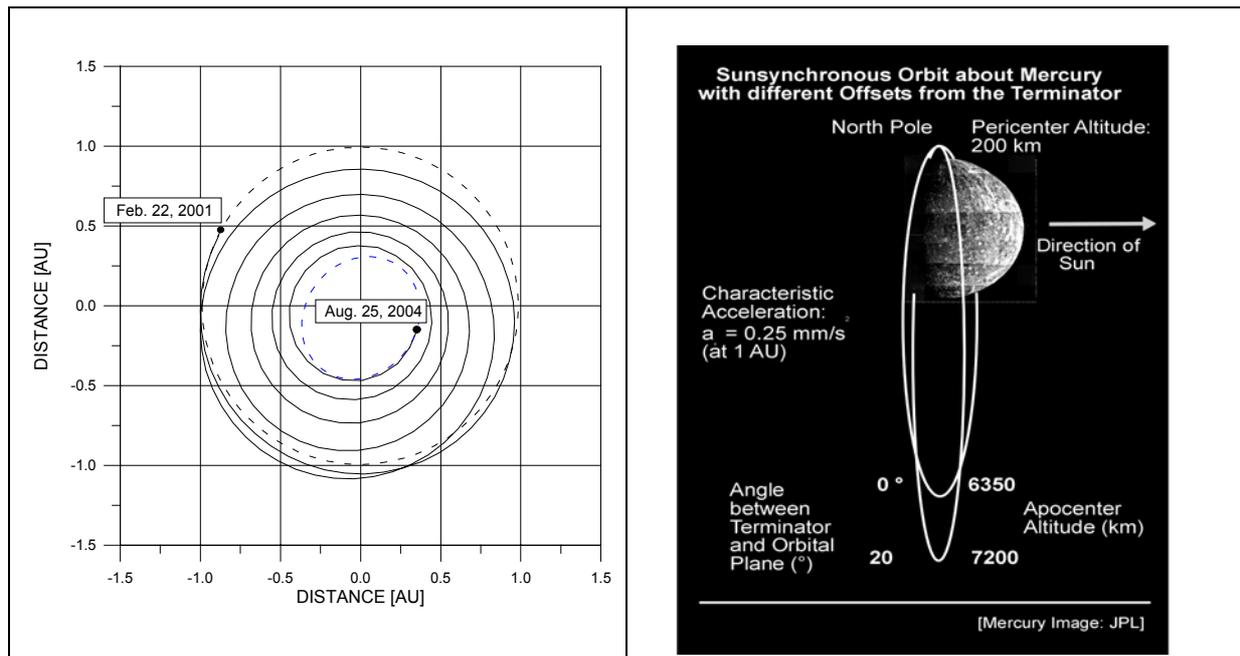


Abb. 2-11: Interplanetare Bahn von der Erde zum Merkur ( $C_3 = 0$ ) und sonnensynchrone Merkur-Umlaufbahn [32]

Neben dem Einsatz als Transfertriebssystem können Sonnensegler auch zur Bahnregelung eingesetzt werden. Leipold [32] untersuchte die raumflugmechanischen Verhältnisse, die notwendig sind, um durch Sonnensegler sonnensynchrone Merkurumlaufbahnen zu ermöglichen. Seine Ergebnisse sind in Abb. 2-11 dargestellt. Der Vorteil dieser Bahnen liegt in den konstanten thermalen und solaren Bedingungen, die die Beobachtung der Merkur Oberfläche begünstigen und die Auslegung von Subsystemen der Raumsonde erleichtern würden.

## 2.4.2 Mission zur Erkundung der Sonne

Die Sonne rückt immer mehr in den Mittelpunkt des wissenschaftlichen Interesses, da sie maßgeblich das Klima, die Umwelt und das Leben auf der Erde beeinflusst. Gezielte weltraumgestützte Beobachtungen der Sonne helfen das Wissen über die Interaktion zwischen Sonne und Erde zu vertiefen. In Zukunft sollen diese Beobachtungen auch aus nächster Nähe zur Sonne und außerhalb der Ekliptikebene durchgeführt werden, um die dreidimensionale

strukturelle und dynamische Strahlungstätigkeit der Sonne zu erfassen. Hierzu müssen Raumsonden in sonnenpolare Umlaufbahnen gesendet werden.

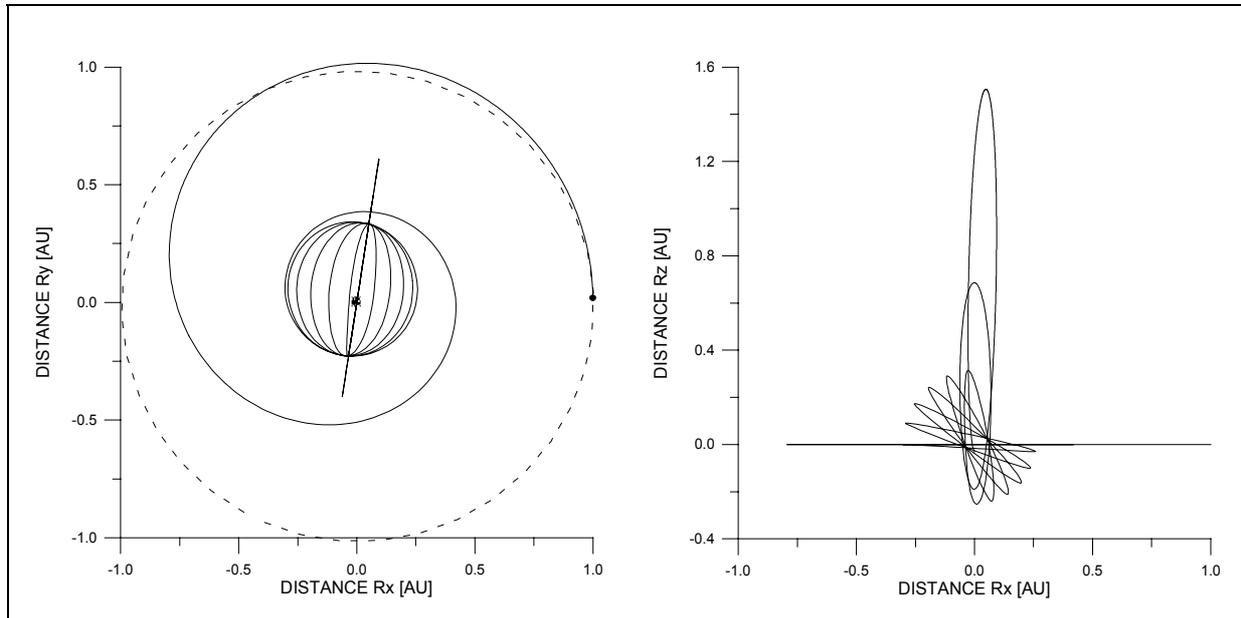


Abb. 2-12: Polare Sonnenbahn [100]

Das klassische Bahnszenario für das Erreichen einer sonnenpolaren Umlaufbahn würde mit einem gravitativen Manöver am Jupiter eingeleitet und durch ein impulsives Manöver zum Einschwenken um die Sonne abgeschlossen werden. Jedoch sind auch diesem Bahnszenario durch die konventionellen Antriebssysteme energetische Grenzen gesetzt.

Eine mit einem Sonnensegel angetriebene Raumsonde würde ein anderes Flugprofil aufweisen. Der Sonnensegler würde direkt zur Sonne spirallieren, die Bahnneigung relativ zur Ekliptik um  $90^\circ$  verändern und in einem weiteren Schritt die Entfernung der Sonne den Missionsanforderungen anpassen. Dieses Flugprofil ist für einen Sonnensegler mit einer charakteristischen Beschleunigung von  $1 \text{ mm/s}^2$  in Abb. 2-12 dargestellt. Es wurde von Leipold [100] erarbeitet. In der 1. Missionsphase wird die große Halbachse auf 0,3 AE gesenkt. Dann wird die Bahn innerhalb von 5 Umläufen ohne weitere Energieänderung auf  $90^\circ$  geneigt und die weitere Annäherung an die Sonne um 0,2 AE durch Erhöhung der Exzentrizität eingeleitet.

### 2.4.3 Mission zum Pluto

Pluto ist der einzige Planet, der bis zu diesem Zeitpunkt von keiner terrestrischen Raumsonde besucht wurde. Es liegen einzig optische Beobachtungen durch terrestrische Teleskope und durch das weltraumgestützte Teleskop Hubble vor. Es wird angenommen, daß Pluto und sein Mond Charon einer Gruppe primitiver kometenartiger Kleinkörper zugeordnet werden

können, die durch ihre exponierte Lage am Rand des Sonnensystems wenig Konsistenzänderung durch Sonneneinwirkung erfahren. Deshalb könnten Beobachtungen aus nächster Nähe wichtige Rückschlüsse auf den Ursprung von Kometen und unseres Sonnensystems geben.

Der Vorteil, mit einem Sonnensegel zum Planeten Pluto zu fliegen, liegt in der flexiblen Startfensterplanung und der geringeren Flugzeit. Das Antriebsvermögen konventioneller chemischer Antriebssysteme läßt einen direkten Flug zum Pluto nicht zu. Zeitaufwendige energiegewinnende planetare Vorbeiflüge sind notwendig, schränken jedoch eine freie Startfensterwahl ein. In Abb. 2-13 wird eine Sonnensegelbahn [100] zum Pluto gezeigt, die durch zwei Vorbeiflüge an der Sonne eingeleitet wird. Die charakteristische Beschleunigung liegt bei  $0,7 \text{ mm/s}^2$ . Die Flugzeit ist auf 10,45 Jahre abgeschätzt und liegt damit unter den 12 Jahren Flugzeit, die zur Zeit für eine konventionelle Pluto Mission mit mehreren planetaren Vorbeiflügen angesetzt wird.

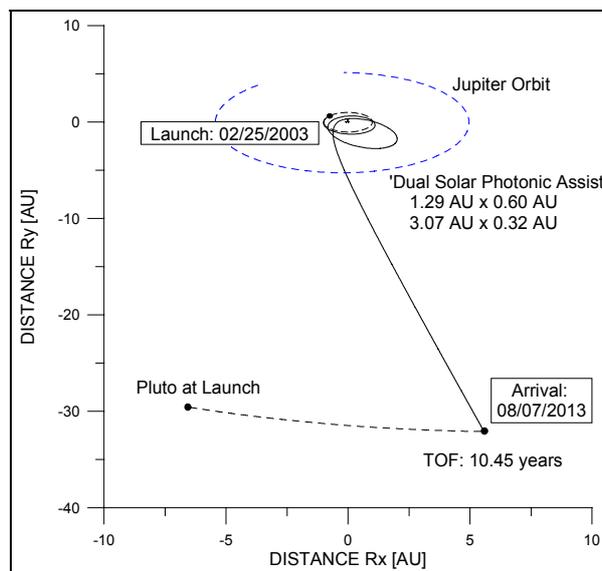


Abb. 2-13: Transferbahn zum Pluto [100]

#### 2.4.4 Interstellare Mission – *Interstellar Probe*

Das interstellare Medium und seine Interaktion mit unserem Sonnensystem sind bis heute unbekannt und unerforscht. Diese Lücke soll nach Plänen der amerikanischen Raumfahrtbehörde NASA durch eine interstellare Raumsonde geschlossen werden.

Die von der NASA vorgeschlagene Mission sieht vor, eine Raumsonde ab 2008 innerhalb von 15 Jahren an einen Standort 200 AE von der Sonne entfernt zu senden (siehe Abb. 2-14). Als Antrieb ist ein Sonnensegel zwischen 600 m bis 1000 m Durchmesser vorgesehen. Es wird eine Massenbelegung zwischen  $1 \text{ g/m}^2$  und  $4 \text{ g/m}^2$  angenommen. Die Raumsonde wird direkt



### **3 BAHNDYNAMISCHE MODELLIERUNG**

Dieses Kapitel beschreibt die bahndynamische Modellierung, die die Basis für die erfolgreiche Simulation und Optimierung von Sonnensegelbahnen stellt. Die Umsetzung der Modellierung erfolgt mit einem Simulationsprogramm für Sonnensegelbahnen SPORT („Simulation Program for ORbital Trajectories“). Dieses benutzt ein dreidimensionales Bewegungsmodell, welches den Sonnensegler als Punktmasse erfasst. Die Lage des Sonnenseglers um seine drei Körperachsen ist damit nicht zeitlich auflösbar; durch die Steuerung verursachte Drehungen sind als unverzüglich einstellbar anzusehen.

Der Kern dieses Programms wurde bereits im Rahmen der Diplomarbeit des Autors [33] beim Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) in der Programmiersprache FORTRAN entwickelt und konnte in zahlreichen bahndynamischen Studien validiert und erfolgreich eingesetzt werden. Zur Durchführung dieser Forschungsarbeit wurde es dem Standard des Datensystems PDS/NAIF („Planetary Data System/ Navigation and Ancillary Information Facility“) der amerikanischen Raumfahrtbehörde NASA [112] angepasst und hinsichtlich der zu analysierenden Steuerstrategien sinnvoll erweitert.

Zur Beschreibung der räumlichen Flugbahn sowie der am Sonnensegel angreifenden Kräfte werden verschiedene Bezugssysteme und Bewegungsgleichungen verwendet, die in den nachfolgenden Abschnitten kurz vorgestellt werden.

#### **3.1 Das Informationssystem PDS/NAIF der amerikanischen Raumfahrtbehörde NASA**

Das PDS/NAIF Datensystem entwirft, implementiert und betreibt das Informationssystem SPICE („S-Spacecraft, P-Planet, I-Instrument, C-Clock, E-Events“), welches Daten für Raumfahrzeuge, die Ephemeriden und physikalische Daten vieler Körper (Planeten, Satelliten, Asteroiden, Kometen), wissenschaftliche Instrumente und Missionsereignisse standardisiert und für die Missionsanalyse und –planung zur Verfügung stellt. Gleichzeitig wird ein umfangreiches Programmpaket zur Verarbeitung der SPICE-Daten bereitgestellt. Dieses Programmpaket basiert auf ANSI FORTRAN 77 und beinhaltet Module für generelle mathematische Prozeduren, für Koordinatentransformationen und zum Beispiel für Bahnintegrationen.

Der Vorteil der Nutzung des Informationssystems SPICE liegt in der einheitlichen Datenbank und –basis, dem bewährten Programmpaket und der weltweiten Nutzung des Systems in der relevanten Wissenschaftsgemeinde. Projektdaten sind durch das einheitliche Format nachvollziehbar und leicht innerhalb der Wissenschaftsgemeinde auszutauschen.

### 3.2 Koordinatensysteme

Zur Beschreibung der räumlichen Flugbahn des Sonnenseglers sowie der am Sonnensegel angreifenden Kräfte werden verschiedene Bezugssysteme benutzt, von denen die wichtigsten in diesem Abschnitt vorgestellt werden. Dazu zählen

- das äquatoriale geozentrische Inertialsystem
- alternative Bahnebenensysteme und
- ein sonnenbezogenes Koordinatensystem.

Auf die vielfältigen Transformationen zwischen den unterschiedlichen Systemen wird im einzelnen nicht eingegangen und auf die vorhandene Literatur verwiesen [35].

#### 3.2.1 Äquatoriales geozentrisches Inertialsystem

Der bahndynamische Zustand des Sonnenseglers wird in einem äquatorialen geozentrischen Inertialsystem durch Integration der kartesischen Bewegungsgleichungen berechnet. Dieses Inertialsystem hat seinen Ursprung im Erdmittelpunkt und die z-Achse  $\vec{e}_{zQ}$  ist identisch mit der Rotationsachse der Erde. Die x-Achse  $\vec{e}_{xQ}$  liegt in der Äquatorebene und weist zum Frühlingspunkt, dem Schnittpunkt des aufsteigenden Äquators mit der Ekliptik. Das rechtsdrehende System wird durch die in der Äquatorebene liegende y-Achse  $\vec{e}_{yQ}$  vervollständigt.

Die zeitliche Anbindung des Systems erfolgt durch die Orientierung der x-Achse zum mittleren Frühlingspunkt vom 1. Januar 1950 um Mittag „Greenwicher“ Zeit (J1950). Es kann aber nach Belieben innerhalb des Simulationsprogrammes SPORT jede Ein- oder Ausgabe auf die Epoche J2000 eingestellt werden.

Grundsätzlich sind alle dargestellten Vektoren auf das Inertialsystem bezogen; falls nicht anders beschrieben.

#### 3.2.2 Bahnebenensysteme

Für die Entwicklung der lokalextrimalen Steuerstrategien ist es oft anschaulicher die Komponenten des Schubvektors in Koordinaten des Bahnebenensystems darzustellen. Der Ursprung des Bahnebenensystems ist im Erdmittelpunkt. Die x-Achse  $\vec{e}_{xR}$  dieses Systems liegt in Richtung des Radiusvektors. Die Referenzebene ist die Bahnebene, deren Normale  $\vec{e}_{zR}$  durch das Kreuzprodukt aus Radius- und Geschwindigkeitsvektor gebildet wird. Ergänzt wird das rechtsdrehende System durch die in der Bahnebene liegende, in Drehrichtung

ausgerichtete y-Achse  $\vec{e}_{yR}$ . Zusammenfassend liefert dieses System radiale, transversale und normale Komponenten des Schubvektors.

Von Interesse ist auch die Darstellung des Schubvektors relativ zum Geschwindigkeitsvektor, also in tangentialer Richtung. Die x-Achse  $\vec{e}_{xV}$  wird dann durch die Richtung des Geschwindigkeitsvektors definiert. Die Referenzebene ist wiederum die Bahnebene, jedoch wird das Rechtssystem durch das Kreuzprodukt aus der Bahnnormalenrichtung und dem Geschwindigkeitsvektor  $\vec{e}_{xV}$  ergänzt.

Zwei weitere alternative Bahnenensysteme, die in der Modellierung angewendet werden, sind das Keplersche und das äquinoktiale System. Beide haben denselben Ursprung im Erdmittelpunkt als auch dieselben Referenzebenen. Sie unterscheiden sich durch ihre jeweilige Referenzrichtung  $\vec{e}_x$ . Die x-Achse  $\vec{e}_{xP}$  des Keplerschen Systems zeigt in Richtung des Perizentrums der Bahn, die x-Achse  $\vec{e}_{xEN}$  des äquinoktialen Systems wird an dem Knotenlinienvektor  $\vec{e}_\Omega$  des aufsteigenden Knotens orientiert, indem dieser in der Bahnebene mit der negativen Länge des aufsteigenden Knotens  $\Omega$  gedreht wird.

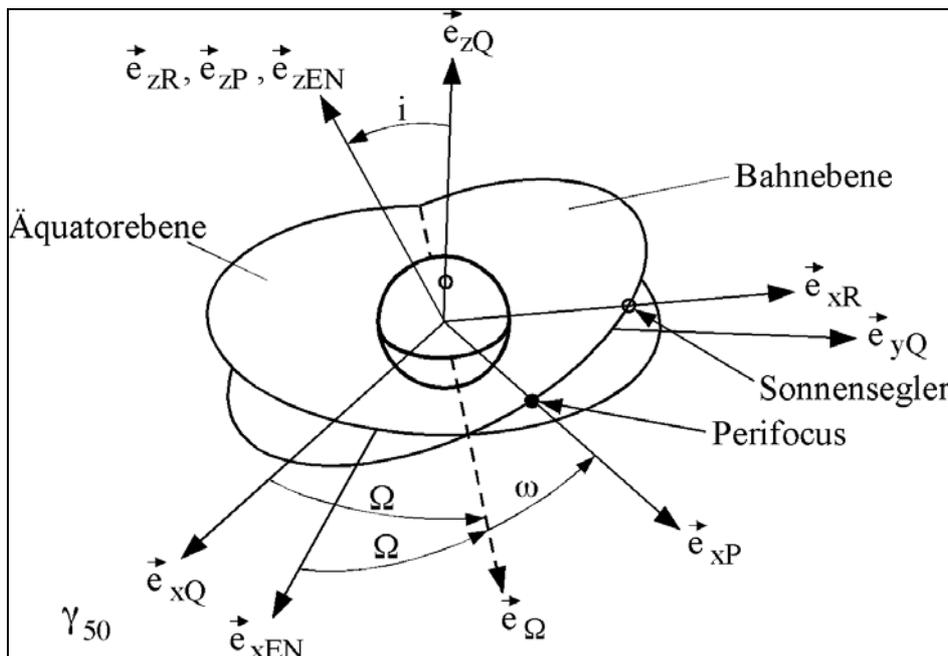


Abb. 3-1: Bahnenensysteme

Im Zusammenhang mit dem äquinoktialen System sind die äquinoktialen Elemente zu nennen, deren zugehörige Bewegungsdifferentialgleichungen für Kreisbahnen und Bahnneigungen von  $0^\circ$  und  $180^\circ$  nicht singular sind. Dieser Vorteil gegenüber den Bewegungsdifferentialgleichungen mit Hilfe der klassischen Keplerelemente prädestiniert sie

für den Einsatz bei der Suche nach zeitoptimalen Steuerstrategien. Die sechs äquinoktialen Elemente werden in folgender Weise definiert [113]:

$$\begin{aligned}
 a &= a \\
 e_x &= e \cdot \cos(\omega + \Omega) \\
 e_y &= e \cdot \sin(\omega + \Omega) \\
 \text{Gl. 3-1} \quad n_x &= \tan\left(\frac{i}{2}\right) \cdot \cos \Omega \cdot \\
 n_y &= \tan\left(\frac{i}{2}\right) \cdot \sin \Omega \\
 L &= \upsilon + \omega + \Omega
 \end{aligned}$$

Wie in Abb. 3-1 zu erkennen, sind  $e_x$  und  $e_y$  die Komponenten des, auf jeweils die x- und y-Achse des äquinoktialen Systems projizierten Laplace-Vektors  $\vec{e}$  der Bahn. Die Elemente  $n_x$  und  $n_y$  werden gebildet, indem der Knotenlinienvektor  $\vec{e}_\Omega$  des aufsteigenden Knotens ebenfalls jeweils auf die x- und y-Achse des äquinoktialen Systems projiziert werden. Das Element L wird die „wahre Länge“ der Bahn genannt und wird durch die Summe der wahren Anomalie, der Länge des aufsteigenden Knotens und des Perizentrums gebildet.

### 3.2.3 Sonnenbezogenes Koordinatensystem

Das sonnenbezogene Koordinatensystem beschreibt die Lage des Schubvektors relativ zur Sonne. Der Ursprung liegt im Massenmittelpunkt des Sonnenseglers. Die z-Achse wird durch die Sonneneinfallrichtung  $\vec{e}_s$  gegeben. Auf diese wird der im Kapitel 2.1.2 definierte Sonneneinfallswinkel  $\beta$  bezogen. Die x-Achse  $\vec{e}_{xs}$  wird durch das Kreuzprodukt aus der Richtung zum Himmelsnordpol  $\vec{e}_{zQ}$  und der Sonneneinfallrichtung gebildet. Die y-Achse  $\vec{e}_{ys}$  ergänzt das Rechtssystem und spannt mit der x-Achse  $\vec{e}_{xs}$  eine Ebene auf, die senkrecht zur Sonneneinfallrichtung steht. In dieser Ebene bestimmt der Schubvektorwinkel  $\alpha$  die Drehung des Schubvektors um die z-Achse  $\vec{e}_s$ . Die Abb. 3-2 veranschaulicht das sonnenbezogene Koordinatensystem.

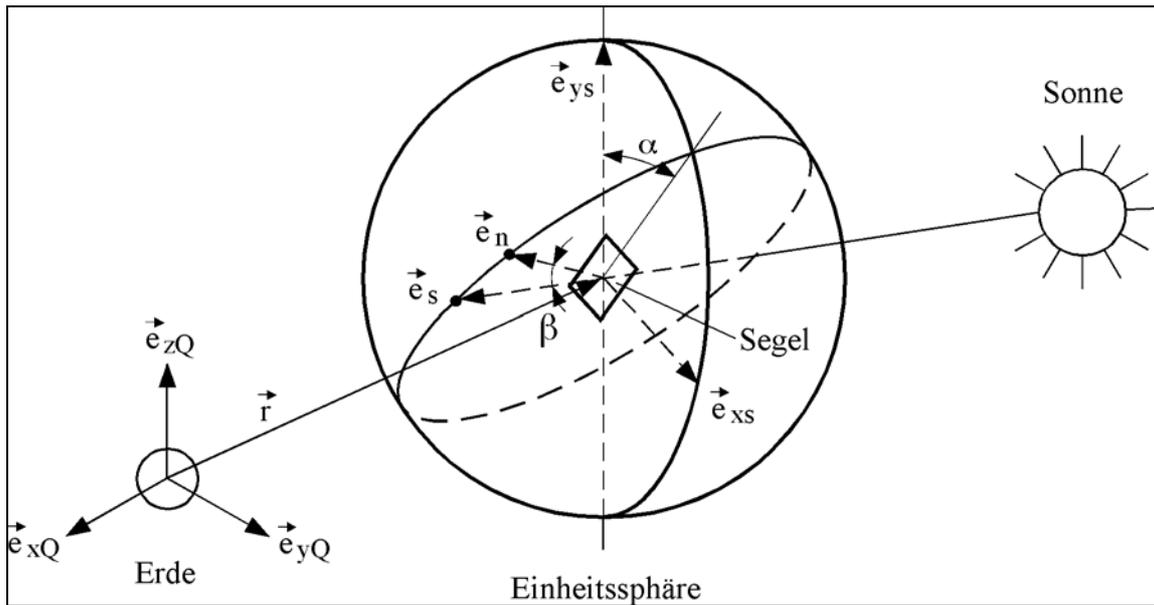


Abb. 3-2: Sonnenbezogenes Koordinatensystem

Die Richtung des Schubvektors im sonnenbezogenen Koordinatensystem wird durch den Segelnormalenvektor in der sphärischen Darstellung

$$\text{Gl. 3-2} \quad \vec{e}_n = \begin{pmatrix} \sin \beta \cdot \sin \alpha \\ \sin \beta \cdot \cos \alpha \\ \cos \beta \end{pmatrix}$$

definiert. Der Sonneneinfallswinkel  $\beta$  ist im Bereich zwischen  $0^\circ$  und  $90^\circ$  gültig, wodurch der Segelnormalenvektor immer von der Sonne weg gerichtet ist. Der Schubvektorwinkel  $\alpha$  überstreicht einen Bereich zwischen  $0^\circ$  und  $360^\circ$ .

Im Laufe dieser Forschungsarbeit werden der Segelnormalenvektor als Steuervektor  $\vec{u}$ , der Sonneneinfallswinkel  $\beta$  und der Schubvektorwinkel  $\alpha$  auch als Steuerwinkel bezeichnet.

### 3.3 Bewegungsgleichungen

Die Bewegungsgleichungen definieren den bahndynamischen Zustand des Sonnenseglers. Dieser wird durch die Zeit, durch die Position und die Geschwindigkeit ausgedrückt. Insgesamt sind 7 Größen zur Beschreibung dieser Bewegung nötig. Je nach Problemstellung werden diese Größen so gewählt, daß eine mathematische Behandlung ermöglicht und/oder vereinfacht wird und daß die gewonnenen Bahndaten anschaulich interpretiert werden können. In der vorliegenden Arbeit wird zur Beschreibung des bahndynamischen Zustands des Sonnenseglers auf kartesische Koordinaten (Simulation) und äquinoktiale Elemente (Optimierung) zurückgegriffen.

### 3.3.1 Methode nach Cowell

Die einfachste Methode den bahndynamischen Zustand des Sonnenseglers, ausgedrückt in Position und Geschwindigkeit, zu bestimmen, ist die numerische Integration der Bewegungsdifferentialgleichungen

$$\text{Gl. 3-3} \quad \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \nabla U + \vec{a}$$

in kartesischen Koordinaten. Der Positionsvektor des Sonnenseglers ist  $\vec{r}$ , die Gravitationsbeschleunigung der Erde ist  $\nabla U$  und die zusätzlich auftretenden Beschleunigungen werden durch  $\vec{a}$  gekennzeichnet. Eine genauere Beschreibung der Beschleunigungen  $\vec{a}$  erfolgt im Abschnitt 3.4.

Die numerische Integration erfolgt durch ein Runge-Kutta Verfahren 4./5. Ordnung mit Schrittweitenkontrolle. Benutzerdefinierte Funktionen erlauben während der Integration, bestimmte Ereignisse, wie zum Beispiel Schatten- oder Perizentrumsdurchgängen, zu manipulieren. Ferner werden die Bewegungsgleichungen durch passende Referenzgrößen dimensionslos gestaltet und in einen Wertebereich gleicher Größenordnung gebracht.

### 3.3.2 Äquinoktiale Bewegungsgleichungen

Die für die Bestimmung zeitoptimaler Steuerstrategien verwendeten äquinoktialen Bewegungsgleichungen sind der Arbeit von Geffroy [26] entnommen und lauten

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= 2 \cdot \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} \cdot \frac{B}{A} \cdot a_{xv} \\ \frac{de_x}{dt} &= \sqrt{\frac{a}{\mu}} \cdot \frac{A}{C} \cdot \left[ \frac{2 \cdot (e_x + \cos L) \cdot C}{B} \cdot a_{xv} - e_x \cdot (n_x \cdot \sin L - n_y \cdot \cos L) \cdot a_{zv} - \right. \\ &\quad \left. \frac{2 \cdot e_x \cdot e_y \cdot \cos L - \sin L \cdot (e_x^2 - e_y^2) + 2 \cdot e_y + \sin L}{B} \cdot a_{yv} \right] \\ \frac{de_y}{dt} &= \sqrt{\frac{a}{\mu}} \cdot \frac{A}{C} \cdot \left[ \frac{2 \cdot (e_x + \sin L) \cdot C}{B} \cdot a_{xv} - e_x \cdot (n_x \cdot \sin L - n_y \cdot \cos L) \cdot a_{zv} - \right. \\ &\quad \left. \frac{2 \cdot e_x \cdot e_y \cdot \sin L - \cos L \cdot (e_x^2 - e_y^2) + 2 \cdot e_x + \cos L}{B} \cdot a_{yv} \right] \end{aligned}$$

Gl. 3-4

$$\frac{dn_x}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{a}{\mu}} \cdot \frac{A}{C} \cdot (1 + n_x^2 + n_y^2) \cdot \cos L \cdot a_{zV}$$

$$\frac{dn_y}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{a}{\mu}} \cdot \frac{A}{C} \cdot (1 + n_x^2 + n_y^2) \cdot \sin L \cdot a_{zV}$$

$$\frac{dL}{dt} = D + \sqrt{\frac{a}{\mu}} \cdot \frac{A}{C} \cdot (n_x \cdot \sin L - n_y \cdot \cos L) \cdot a_{zV}$$

mit

$$A = \sqrt{1 - e_x^2 - e_y^2}$$

$$B = \sqrt{1 + 2 \cdot e_x \cdot \cos L + 2 \cdot e_y \cdot \sin L + e_x^2 + e_y^2}$$

Gl. 3-5

$$C = 1 + e_x \cdot \cos L + e_y \cdot \sin L$$

$$D = \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} \cdot \frac{C^2}{A^3}$$

Die Beschleunigung  $\bar{a}_v$  wird in einem lokalen geschwindigkeitsbezogenen Koordinatensystem ausgedrückt.

Auch dieses Differentialgleichungssystem wird durch eine geeignete Skalierung von den Dimensionen befreit und in einen Wertebereich gleicher Größenordnung gebracht. Zur Lösung des zeitoptimalen Randwertproblems wird auf die numerische FORTRAN Bibliothek NAG [114] zurückgegriffen. Dabei kommen für die Integration ein Runge-Kutta-Merson Verfahren und zur Anpassung der Randbedingung ein verallgemeinertes Newton Verfahren zur Anwendung.

### 3.4 Umwelteinflüsse im Weltraum

Im Rahmen dieser Forschungsarbeit zählen zu den Umwelteinflüssen im Weltraum alle den bahndynamischen Zustand des Sonnenseglers direkt verändernde Größen. Dazu gehören die gravitative Beschleunigung durch ein asymmetrisches Gravitationspotential der Erde, die gravitativen Störungen durch dritte Körper, die Beschleunigung durch den Sonnendruck, die Beschleunigung durch den Widerstand der Erdatmosphäre und die Abschattung des Sonnenseglers durch die Erde.

### 3.4.1 Gravitation der Erde

Die Gravitationsbeschleunigung wird durch den Term  $\nabla U$  ausgedrückt, wobei vereinfachend das Gravitationspotential  $U$  für eine axialsymmetrische Erde dargestellt wird durch

$$\text{Gl. 3-6} \quad U(r, \delta) = \frac{\mu_E}{r} \cdot \left[ 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{r_E}{r} \right)^n \cdot J_n \cdot P_n(\sin \delta) \right]$$

mit der Gravitationskonstante  $\mu_E$ , dem Abstand des Sonnenseglers von der Erde  $r$ , dem Äquatorialradius  $r_E$ , den zonalen harmonischen Koeffizienten  $J_n$ , dem zugeordneten Legendre Polynom erster Art  $P_n$  und der geozentrischen Breite  $\delta$ .

Der Gradient des Potentials nach kartesischen Koordinaten

$$\text{Gl. 3-7} \quad \nabla U = \begin{pmatrix} \partial U / \partial x \\ \partial U / \partial y \\ \partial U / \partial z \end{pmatrix}$$

ergibt den Beschleunigungsvektor, der in vielen Veröffentlichungen ([33] oder [115]) ausführlich behandelt und zu Bahnrechnungen angewendet wird.

Ein Vergleich der zonalen Beschleunigungsterme untereinander ( $\delta = 0^\circ$ ) zeigt den zu vernachlässigenden Einfluß von  $a_{J3}$  und  $a_{J4}$ . Der zonale Koeffizient  $J_2$ , der die Abplattung der Erde und deren Einfluß auf die mittlere Bewegung  $M$ , die Länge des aufsteigenden Knotens  $\Omega$  und des Perizentrums  $\omega$  berücksichtigt, hat im Vergleich zu einem Sonnensegler mit einer charakteristischen Beschleunigung von  $a_c = 0,18 \text{ mm/s}^2$  einen 44mal größeren Einfluß in 1000 km Bahnhöhe. Erst ab 20000 km Bahnhöhe ist dieser Einfluß zu vernachlässigen.

| Bahnhöhe<br>[km] | $a_{\text{Erde}}$<br>[m/s <sup>2</sup> ] | $a_{J2}$<br>[m/s <sup>2</sup> ] | $a_{J3}$<br>[m/s <sup>2</sup> ] | $a_{J4}$<br>[m/s <sup>2</sup> ] | $a_{J2}/a_c$ |
|------------------|--|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|--------------|
| 1000             | 7,32                                     | $8,89 \cdot 10^{-3}$            | $1,80 \cdot 10^{-5}$            | $1,24 \cdot 10^{-5}$            | 44,4         |
| 10000            | 1,48                                     | $3,66 \cdot 10^{-4}$            | $3,34 \cdot 10^{-7}$            | $1,04 \cdot 10^{-7}$            | 1,83         |
| 20000            | 0,57                                     | $5,44 \cdot 10^{-5}$            | $3,08 \cdot 10^{-8}$            | $5,96 \cdot 10^{-9}$            | 0,27         |
| 30000            | 0,3                                      | $1,50 \cdot 10^{-5}$            | $6,18 \cdot 10^{-9}$            | $8,67 \cdot 10^{-10}$           | 0,07         |
| 36000            | 0,22                                     | $8,16 \cdot 10^{-6}$            | $2,87 \cdot 10^{-9}$            | $3,46 \cdot 10^{-10}$           | 0,04         |
| 50000            | 0,125                                    | $2,61 \cdot 10^{-6}$            | $6,91 \cdot 10^{-10}$           | $6,15 \cdot 10^{-11}$           | 0,01         |

Tab. 3-1: Beschleunigung durch das asphärische Gravitationspotential der Erde

### 3.4.2 Gravitation durch dritte Körper

Die Gravitation durch dritte Körper bezieht sich auf die Körper im Sonnensystem, die zusätzlich zur Erde auf den Sonnensegler gravitativ wirken. Diese zusätzlichen Beschleunigungsanteile werden durch

$$\text{Gl. 3-8} \quad \vec{a}_j = \mu_j \cdot \left( \frac{\vec{r}_{\text{SC-j}}}{r_{\text{SC-j}}^3} - \frac{\vec{r}_{\text{E-j}}}{r_{\text{E-j}}^3} \right)$$

berechnet. Die Gravitationskonstante des Störkörpers  $j$  ist  $\mu_j$ , der Vektor vom Sonnensegler zum Störkörper ist  $\vec{r}_{\text{SC-j}}$  und der Vektor von der Erde zum Störkörper ist  $\vec{r}_{\text{E-j}}$ .

Vereinfachend wurden die gravitativen Beschleunigungsanteile durch die Beziehung

$$\text{Gl. 3-9} \quad |\vec{a}_j| = \mu_j \cdot \left| \left( \frac{\vec{r}_{\text{SC-j}}}{r_{\text{SC-j}}^3} - \frac{\vec{r}_{\text{E-j}}}{r_{\text{E-j}}^3} \right) \right| = \mu_j \cdot \left( \frac{1}{r_{\text{SC-j}}^2} - \frac{1}{r_{\text{E-j}}^2} \right)$$

abgeschätzt. Dabei wurde angenommen, daß sich die Störkörper auf Kreisbahnen bewegen und die größte Anziehungskraft besteht, wenn der Sonnensegler zwischen der Erde und dem Störkörper auf einer Linie steht. Ergebnisse dieser Abschätzung sind in der Tab. 3-2 zu sehen. Der gravitative Einfluß durch Sonne und Mond auf den Sonnensegler ist im Schnitt um 5-6 Größenordnungen höher als der gravitative Einfluß der anderen Körper im cislunaren Raum. Daher wird der gravitative Einfluß dieser Körper in den Bahnberechnungen vernachlässigt.

| Bahnhöhe<br>[km] | $a_{\text{Erde}}$<br>[m/s <sup>2</sup> ] | $a_{\text{Mond}}$<br>[m/s <sup>2</sup> ] | $a_{\text{Sonne}}$<br>[m/s <sup>2</sup> ] | $a_{\text{Merkur}}$<br>[m/s <sup>2</sup> ] | $a_{\text{Venus}}$<br>[m/s <sup>2</sup> ] | $a_{\text{Mars}}$<br>[m/s <sup>2</sup> ] | $a_{\text{Jupiter}}$<br>[m/s <sup>2</sup> ] |
|------------------|--|--|---|--|---|--|---|
| 1000             | 7,3222                                   | 1,30·10 <sup>-6</sup>                    | 5,85·10 <sup>-7</sup>                     | 1,63·10 <sup>-12</sup>                     | 3,83·10 <sup>-12</sup>                    | 5,37·10 <sup>-14</sup>                   | 3,97·10 <sup>-12</sup>                      |
| 10000            | 1,4860                                   | 3,00·10 <sup>-6</sup>                    | 1,29·10 <sup>-6</sup>                     | 3,63·10 <sup>-12</sup>                     | 8,51·10 <sup>-12</sup>                    | 1,19·10 <sup>-13</sup>                   | 8,81·10 <sup>-12</sup>                      |
| 20000            | 0,5729                                   | 5,05·10 <sup>-6</sup>                    | 2,09·10 <sup>-6</sup>                     | 5,85·10 <sup>-12</sup>                     | 1,37·10 <sup>-11</sup>                    | 1,92·10 <sup>-13</sup>                   | 1,42·10 <sup>-11</sup>                      |
| 30000            | 0,3012                                   | 7,27·10 <sup>-6</sup>                    | 2,88·10 <sup>-6</sup>                     | 8,07·10 <sup>-12</sup>                     | 1,89·10 <sup>-11</sup>                    | 2,65·10 <sup>-13</sup>                   | 1,95·10 <sup>-11</sup>                      |
| 36000            | 0,2219                                   | 8,69·10 <sup>-6</sup>                    | 3,36·10 <sup>-6</sup>                     | 9,41·10 <sup>-12</sup>                     | 2,20·10 <sup>-11</sup>                    | 3,08·10 <sup>-13</sup>                   | 2,28·10 <sup>-11</sup>                      |
| 50000            | 0,1254                                   | 1,23·10 <sup>-5</sup>                    | 4,47·10 <sup>-6</sup>                     | 1,25·10 <sup>-11</sup>                     | 2,93·10 <sup>-11</sup>                    | 4,10·10 <sup>-13</sup>                   | 3,03·10 <sup>-11</sup>                      |
| 350000           | 0,0031                                   | 6,07·10 <sup>-3</sup>                    | 2,83·10 <sup>-5</sup>                     | 7,98·10 <sup>-11</sup>                     | 1,86·10 <sup>-10</sup>                    | 2,60·10 <sup>-12</sup>                   | 1,92·10 <sup>-10</sup>                      |

Tab. 3-2: Gravitative Beschleunigung durch dritte Körper

### 3.4.3 Beschleunigung durch den Sonnendruck

Nach den Herleitungen in Kapitel 2 und der Darstellung des Segelnormalenvektors durch Gl. 3-2 kann für die Beschleunigung durch den Sonnendruck geschrieben werden

$$\text{Gl. 3-10} \quad \vec{a}_s = a_c \cdot \cos^2 \beta \cdot \begin{pmatrix} \sin \beta \cdot \sin \alpha \\ \sin \beta \cdot \cos \alpha \\ \cos \beta \end{pmatrix}.$$

Dieser Vektor ist jedoch im S-System dargestellt. Für eine weitere Behandlung in den Bewegungsdifferentialgleichungen ist deshalb eine Transformation in das Inertialsystem nötig. Eine andere Möglichkeit, die Beschleunigung durch den Sonnendruck ohne zusätzliche Transformation im Inertialsystem auszudrücken, wird im Kapitel 5 durch die Gl. 5-28 beschrieben.

### 3.4.4 Beschleunigung durch den Widerstand der Erdatmosphäre

Die Beschleunigung durch den atmosphärischen Widerstand hängt vom ballistischen Koeffizienten  $C_D$ , der Geschwindigkeit über Grund  $v_g$  und der atmosphärischen Dichte  $\rho$  ab

$$\text{Gl. 3-11} \quad \vec{a}_D = \frac{\vec{F}_D}{m} = -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_D \cdot \frac{A_{\text{eff}}}{m} \cdot v_g^2 \cdot \vec{e}_{v_g}.$$

Im Vergleich zu herkömmlichen Satelliten hat ein Sonnensegler aufgrund seiner Leichtbauweise und der großen Segelfläche einen geringeren ballistischen Koeffizienten. Die Lebensdauer in niedrigen Flugbahnen, ausgedrückt durch die Verweilzeit des Satelliten im Weltraum, wird dadurch wesentlich mehr eingeschränkt und die Kompensation des atmosphärischen Widerstands durch den Sonnendruck drastisch reduziert. Ein Vergleich der Beschleunigungen durch den atmosphärischen Widerstand und durch den Sonnendruck (Abb. 3-3) zeigt, daß der atmosphärische Widerstand unterhalb einer Flughöhe von 750 km dominiert.

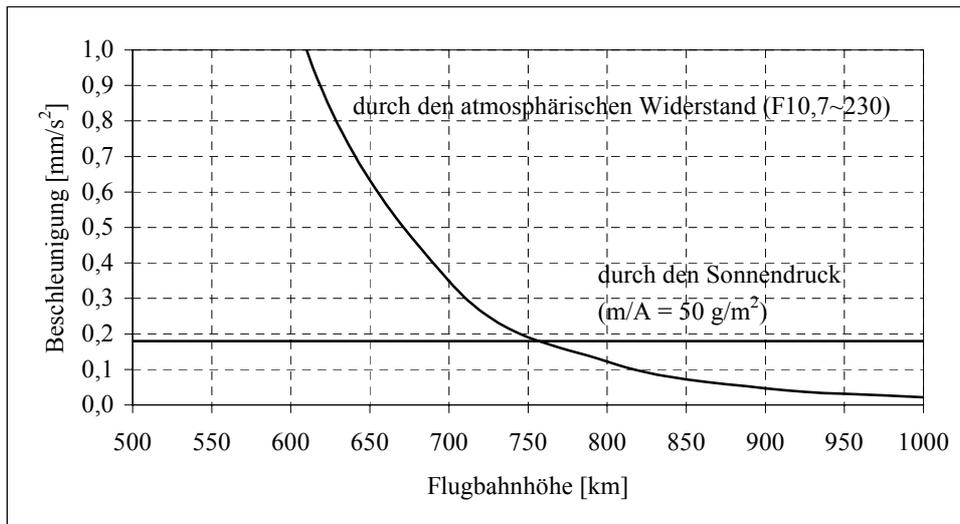


Abb. 3-3: Vergleich der Beschleunigungen

Die Voraussetzung für diese Abschätzung ist das von Hedin [116] entwickelte atmosphärische Modell MSIS („Mass Spectrometer Incoherent Scatter“). In dieses Modell gehen die Sonnenaktivität durch den F10,7-Index, die geomagnetische Aktivität durch den  $A_p$  Index und die tageszeitlichen Schwankungen der atmosphärischen Dichte ein. Einige Werte für die atmosphärische Dichte sind in der folgenden Tabelle gegeben, wobei zwischen Tag und Nacht unterschieden und eine hohe Sonnenaktivität ( $F10,7 \approx 230$ ) angenommen wird.

| Höhe [km] | Atmosphärische Dichte [ $\text{kg/m}^3$ ] F10,7 $\approx$ 230 |                      |
|-----------|---|----------------------|
|           | Tag   | Nacht                |
| 500       | $3,1 \cdot 10^{-12}$  | $8,5 \cdot 10^{-13}$ |
| 600       | $1,0 \cdot 10^{-12}$  | $2,0 \cdot 10^{-13}$ |
| 700       | $3,1 \cdot 10^{-13}$  | $4,8 \cdot 10^{-14}$ |
| 800       | $1,1 \cdot 10^{-13}$  | $1,7 \cdot 10^{-14}$ |
| 900       | $4,3 \cdot 10^{-14}$  | $7,3 \cdot 10^{-15}$ |
| 1000      | $2,0 \cdot 10^{-14}$  | $4,2 \cdot 10^{-15}$ |

Tab. 3-3: Atmosphärische Dichte nach dem MSIS-Modell 1986 von Hedin [116]

Der atmosphärische Widerstandsbeiwert eines Sonnenseglers in einer molekularen Überschallströmung kann durch

Gl. 3-12 
$$C_D = 2 \cdot \sin^3 \vartheta .$$

abgeschätzt werden [32], wobei  $\vartheta$  der Anströmwinkel ist und für das Sonnensegel die Annahme getroffen wird, eine ebene starre Platte zu sein. Für den Vergleich der Beschleunigungen wird das Sonnensegel senkrecht angeströmt, so daß  $C_D = 2$  gilt.

Zur Berechnung der Grundgeschwindigkeit wurde vereinfacht die Kreisbahngeschwindigkeit in der jeweiligen Flughöhe zugrunde gelegt. Ferner wurde von einer Massenbelegung von  $50 \text{ g/m}^2$  ausgegangen.

Wie im Missionsszenario detailliert beschrieben, wird als Ausgangsbahn für die Sonnensegelmission eine geostationäre Übergangsbahn gewählt. Diese hat ein Perizentrum von 620 km Höhe, in der laut Abschätzung der atmosphärische Widerstand den Sonnendruck dominiert. Je nach Lage des Sonnensegels relativ zur Anströmrichtung kann es dadurch zu erheblichen Bahnenergieverlusten kommen, die in jede Bahnberechnung eingehen müssen.

### 3.4.5 Modellierung der Schatteneffekte durch die Erde

Wenn ein Sonnensegler in den Erdschatten eintritt, kann er die Energie des Sonnendrucks zur Beschleunigung nicht mehr nutzen. Bei Flugbahnen mit niedriger Anfangshöhe und Bahnneigung sind die mit hoher Anzahl auftretenden Schattendurchgänge nicht zu vernachlässigen.

Ein zylinderförmiges Schattenmodell, wie in Abb. 3-4 dargestellt, wird angewendet. Auf Korrekturen durch die Abplattung der Erde und durch Halb- und Kernschatteneffekte (Penumbra/Umbra) wird verzichtet.

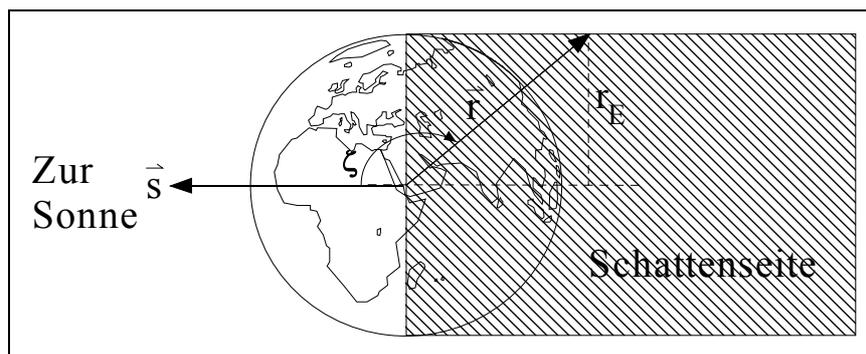


Abb. 3-4: Modellierung der Schatteneffekte durch die Erde

Dadurch ergeben sich einfache geometrische Bedingungen für den Schattenein- und -austritt. Der Winkel  $\zeta$  zwischen der Richtung zur Sonne  $\vec{s}$  und dem Positionsvektor des Sonnenseglers  $\vec{r}$

Gl. 3-13 
$$\cos \zeta = \frac{-\sqrt{r^2 - r_E^2}}{r}$$

definiert in dem Bereich  $\pi/2 \leq \zeta \leq 3\pi/2$  einen Schattendurchgang. Der Radius der Erde ist  $r_E$ .

Für die mathematische Behandlung wird die Gl. 3-13 zu der Funktion

Gl. 3-14 
$$F = r_E^2 + r^2 \cdot (\cos^2 \zeta - 1)$$

umgeformt. Ein Schattenein- oder -austritt findet statt, wenn die Gl. 3-14 gleich null wird und das Vorzeichen wechselt. Wechselt das Vorzeichen von negativ zu positiv (positiv zu negativ) tritt der Sonnensegler in den Schatten ein (aus).



## 4 MISSIONSSZENARIO

In Anlehnung an die Machbarkeitsstudie ([99], [103]) über die Sonnensegelmission *ODISSEE*, die gemeinsam vom Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) und dem amerikanischen Raumfahrtzentrum NASA/JPL durchgeführt wurde, werden in dieser Forschungsarbeit die steuertechnischen Möglichkeiten untersucht, einen Sonnensegler aus einer geostationären Transferbahn (Geostationary Transfer Orbit - GTO) bis in eine Mond-Umlaufbahn zu manövrieren.

Die DLR-NASA/JPL Studie definierte und untersuchte, mit welchen Randbedingungen, Missionselementen und Technologien, das Prinzip des Sonnensegels als primäres Antriebs- und gleichzeitig als Lageregelungssystem eines Raumfahrzeuges in einfacher und kostengünstiger Weise demonstriert werden könnte. Gleichzeitig wurden die Vorteile des Sonnensegelantriebssystems für zukünftige NASA und DLR Raumfahrtmissionen herausgestellt und ein Projektplan für die Entwicklung der nötigen Technologien für die Realisierung eines Sonnenseglers aufgestellt. Der *ODISSEE*-Sonnensegler ist in der Abb. 4-1 gezeigt.

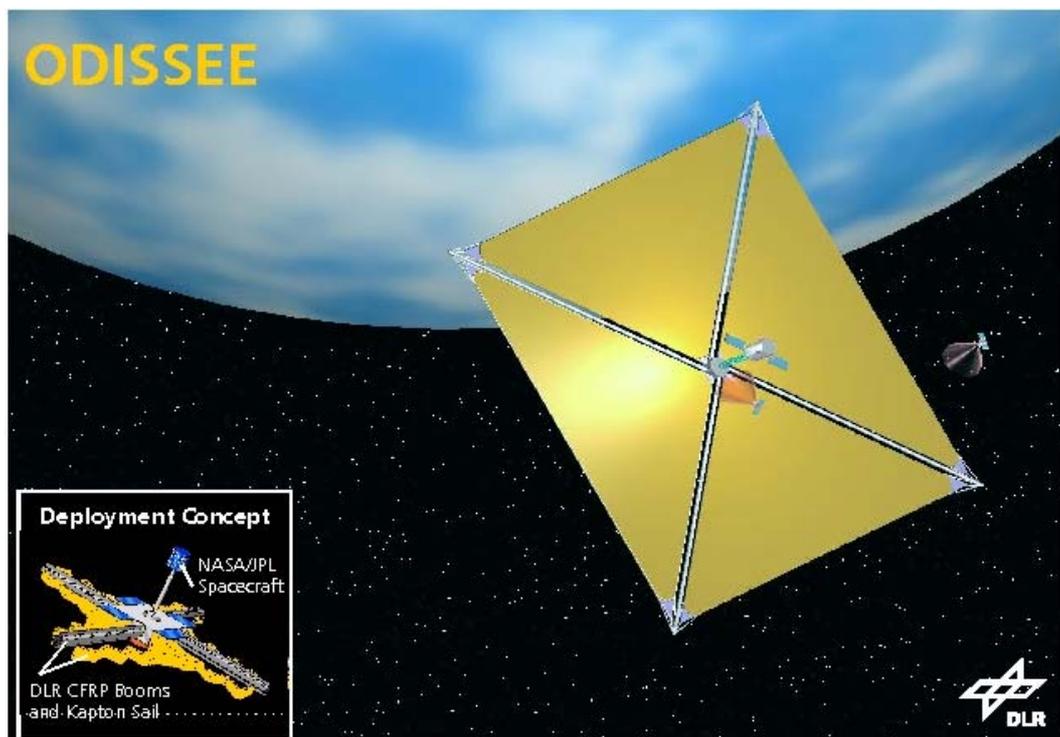


Abb. 4-1: *ODISSEE*-Sonnensegler (DLR)

Für die Sonnensegelmission *ODISSEE* wurden die Ziele gesetzt, ein Segel zu fertigen, zu verpacken, zu montieren, zu integrieren, zu lagern und dieses unter Weltraumbedingungen zu

entfalten und die Lage des Segels relativ zur Sonne durch Verschiebung des Sonnendruck-Angriffpunktes relativ zum Massenpunkt des Seglers zu kontrollieren.

Das Missionskonzept sieht einen Start mit dem europäischen Trägersystem *Ariane 5* in Form einer Sekundärnutzlast in die geostationäre Transferbahn im Jahre 2001 vor. Diese kostengünstige Startmöglichkeit für Mikrosatelliten wird durch die Firma ARIANESPACE angeboten und durch die für diese Startmöglichkeit entwickelte ASAP Ringstruktur („ARIANE Structure for Auxiliary Payload“) ermöglicht. Die ASAP Ringstruktur kann bis zu acht Mikrosatelliten aufnehmen, die jeweils maximal 100 kg wiegen und nicht mehr als  $0.6 \text{ m} \times 0.6 \text{ m} \times 0.8 \text{ m}$  Volumen einnehmen dürfen [26]. Die Abb. 4-2 zeigt eine konzeptionelle CAD Zeichnung des auf der ASAP Ringstruktur der *Ariane 5* integrierten Sonnenseglers.

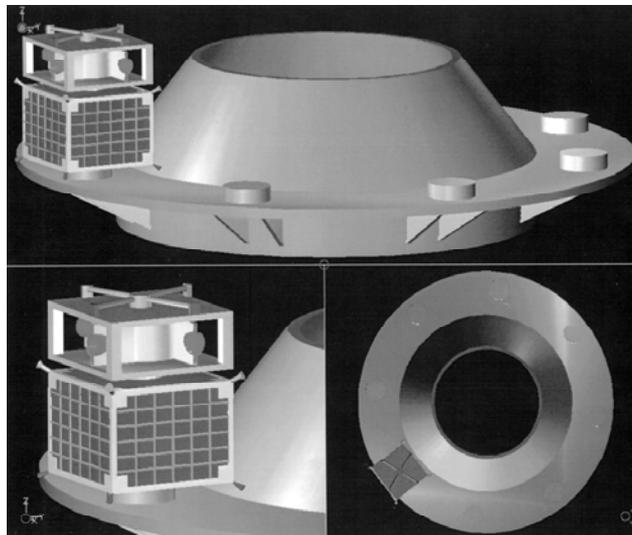


Abb. 4-2: *Ariane 5* ASAP integrierter *ODISSEE*-Sonnensegler (DLR)

Der *ODISSEE*-Sonnensegler setzt sich, wie in Abb. 4-1 zu sehen ist, aus zwei Modulen zusammen: dem Satellitenbus und dem Segelmodul. Der Satellitenbus beherbergt die Subsysteme für die Elektronik, die Kommunikation, die Energieversorgung und -speicherung und die aktive Lageregelung mit Hilfe von Kaltgas. Das auf Stickstoff basierende Kaltgaslageregelungssystem ist für einen Betrieb von sechs Monaten ausgelegt und dient zur Unterstützung des passiv mit Hilfe des Sonnendrucks arbeitenden Lageregelungssystems. Das passive Lageregelungssystem funktioniert durch die Verschiebung des Sonnendruck-Angriffpunktes relativ zum Massenzentrum des Sonnenseglers. Technisch realisiert wird diese Verschiebung durch einen 10 m langen ausfahrbaren Mast, der das Segelmodul und den Satellitenbus mit einem in zwei Bewegungsrichtungen elektrisch zu betreibenden Kardangelenk verbindet.

Das Segelmodul beherbergt die für ein  $40 \text{ m} \times 40 \text{ m}$  großes quadratisches Segel nötigen Segelteile, vier Segelmasten und den Entfaltungsmechanismus. Vier dreieckförmige

Segelelemente bilden die Basis für das quadratische Gesamtsegel. Diese werden aus einer 7,6 µm dicken Kapton Kunststoffolie gefertigt, die auf der reflektierenden Seite mit einer Schicht von 0,1 µm Aluminium, auf der gegenüberliegenden Seite aus Thermalgründen mit einer Schicht von 0,015 µm Chrom überzogen wird. Die einzelnen Segelelemente werden separat in der sogenannten "frog-leg"-Technik gefaltet und in Segelcontainern auf dem Segelmodul untergebracht.

Die Segelmasten haben die Hauptaufgabe, die Segelteile aufzuspannen und während des Betriebes die nötige Segelspannung aufrechtzuerhalten. Sie sind diagonal angeordnet und werden aus zwei laminierten Lagen kohlenstoffaserverstärkten Kunststoffen (CFRP – „Carbon Fiber Reinforced Plastic“) hergestellt, die an den Rändern zusammengeklebt werden. Dadurch entsteht eine leichte (100 g Masse pro 1 m Länge) röhrenförmige Struktur mit elliptischem Querschnitt, die die geforderte Biegesteifigkeit und Thermostabilität gewährleistet. Gleichzeitig kann diese Struktur zusammengedrückt und eingerollt verpackt werden, so daß die geforderten Randbedingungen für das Startvolumen eingehalten werden.

Der Entfaltungsmechanismus übernimmt vielfältige funktionelle Aufgaben, unter anderem

- die Aufnahme aller relevanten Lasten und Momente während des Bodenbetriebs, des Starts als auch während des Fluges,
- die Lagerung und Führung der auf einer zentriert befestigten Trommel aufgerollten Segelmasten,
- die Lagerung und Führung der in vier Segelcontainern untergebrachten Segelteile,
- das Abrollen der Segelmasten durch einen elektrischen Motor,
- das Öffnen der Segelcontainer und Entfaltung der Segelteile mit Hilfe von Seilzügen,
- die Lagerung der gesamten Segelstruktur unter Weltraumbedingungen.

Die Gesamtmasse des Sonnenseglers liegt bei 77,5 kg, wobei davon 36 kg auf das Segelmodul entfallen. Mit einer Segelfläche von 1600 m<sup>2</sup> berechnet sich die flächenspezifische Segelmasse zu 48,4 g/m<sup>2</sup>. Die charakteristische Beschleunigung berechnet sich unter Berücksichtigung eines Segelgütegrades von 0,9, der die optischen und geometrischen Reflexionsverluste des Segels berücksichtigt, zu 0,17 mm/s<sup>2</sup>. Im Rahmen dieser Forschungsarbeit wird für alle Berechnungen von einer Gesamtmasse von 80 kg und einem idealen Reflexionsvermögen von 1,0 ausgegangen. Die flächenspezifische Segelmasse nimmt dann den runden Wert 50,0 g/m<sup>2</sup> an, und die charakteristische Beschleunigung verbessert sich auf 0,18 mm/s<sup>2</sup>. Ein terrestrisches bodengebundenes Fahrzeug (z. B. ein PKW), welches mit diesem Wert von 0 km/h auf 100 km/h konstant beschleunigen würde, bräuchte ungefähr 1 Tag und 18 Stunden.

Nachdem der Sonnensegler erfolgreich in den GTO eingeschossen, entfaltet und auf fehlerfreien Systembetrieb überprüft wurde, beginnt die Bahnmanöverphase - der Flug des Sonnenseglers in Richtung Mond. Dabei wird als erstes das Perizentrum des GTOs innerhalb von 110 Tagen von 620 km auf 1400 km erhöht, um den Einfluß der Erdatmosphäre auf die Sonnensegelbahn zu minimieren. Als zweite Steuerstrategie wird die Änderung der Bahnenergie maximiert, welches gleichbedeutend mit der Änderung der großen Halbachse ist. Dieses führt zu einem Erreichen der Mondumlaufbahn von durchschnittlich 384400 km nach ungefähr 1,5 Jahren oder einer Fluchtbahn nach ungefähr 1,75 Jahren.

Basierend auf dem beschriebenen Missionsszenario werden in den folgenden Abschnitten die Anfangs- und Randbedingungen definiert. Die Anfangsbedingungen ergeben sich durch die Vorgabe des *Ariane 5* Trägersystems in einen GTO zu fliegen. Die Randbedingungen ergeben sich aus der Forderung von der Erde zum Mond zu segeln und dort in eine polare Umlaufbahn einzuschwenken. Hierzu müssen geeignete erd- als auch mondbezogene Bahnparameter ermittelt werden.

#### 4.1 Anfangsbedingungen

Wie bereits beschrieben, wurde ein Start des *ODISSEE*-Sonnenseglers als Sekundärnutzlast auf einer *Ariane 5* in einen GTO im Jahre 2001 vorgesehen. Aus dieser Vorgabe leiten sich Anfangsbedingungen ab, bezüglich der GTO-Parameter, der geometrischen Anordnung zwischen der Bahnebene des Mondes und der des Sonnenseglers und bezüglich des Beschleunigungspotentials des Sonnenseglers, das sowohl von der jahreszeitlichen Stellung der Sonne relativ zur Bahnebene des Sonnenseglers als auch von der angewendeten Steuerstrategie abhängig ist.

Die Standardbahnparameter [117] für den *Ariane 5* GTO sind in der folgenden Tab. 4-1 gegeben. Sie beziehen sich auf das in Kapitel 3 bereits beschriebene Referenzsystem J1950.

Zur vollständigen Beschreibung der Bahnparameter fehlen noch die Angaben über das Startdatum und die -zeit und der daraus resultierende aufsteigende Knoten  $\Omega$  des GTOs. Das Startdatum ist frei wählbar, die Startzeit für den *Ariane 5* GTO liegt gewöhnlich in einem Zeitraum um Mitternacht. Dieses sogenannte Mitternachtsstartfenster der *Ariane 5* ist in Abb. 4-3 dargestellt. Im Zusammenhang mit der festgesetzten Länge des aufsteigenden Knotens relativ zum Kourou Meridian (Startort)  $\Omega_K$  zum Startzeitpunkt von  $224,2^\circ$ , ist dadurch das Apozentrum des GTOs zur Sonne ausgerichtet. Für die Hauptnutzlast der *Ariane 5*, die gewöhnlich ein typischer geostationärer Kommunikationssatellit ist, bietet diese Ausrichtung des Apozentrums einige Vorteile:

- Für mehrere Stunden werden eine stabile Energieversorgung, konstante thermische Verhältnisse und eine stabile Lage für den Kommunikationssatelliten gewährleistet.
- Es bestehen ausreichend lange und gute Sichtbarkeitsbedingungen für den Kommunikationssatelliten sowohl für die Bodenstationen in Kourou als auch in Europa.

| Bahnparameter  | Wert         |
|--|--------------|
| Große Halbachse a  | 24661,144 km |
| Bahnneigung i  | 7°           |
| Exzentrizität e  | 0,71623      |
| Länge des Perizentrums $\omega$  | 178°         |
| Wahre Anomalie $\nu$   | 0°           |
| Länge des aufsteigenden Knotens relativ zum Kourou Meridian (Startort) $\Omega_K$ zum Startzeitpunkt | 224,2°       |
| Bahnhöhe im Perizentrum $h_p$  | 620 km       |
| Bahnhöhe im Apozentrum $h_a$   | 35883 km     |

Tab. 4-1: Standardbahnparameter des *Ariane 5* GTOs

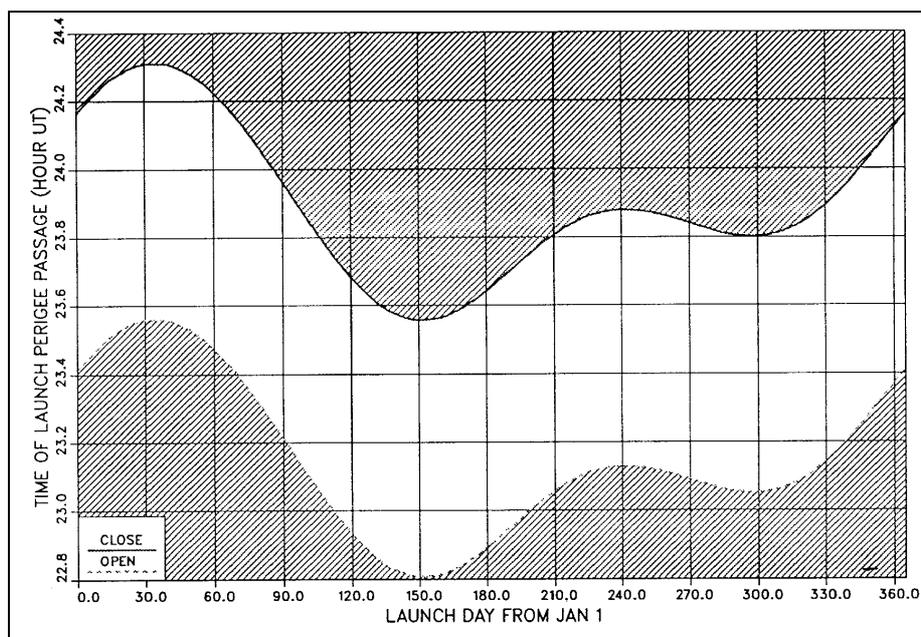


Abb. 4-3: *Ariane 5* Mitternachtsstartfenster [117]

Die Berechnung der fehlenden Startzeit und der Länge des aufsteigenden Knotens in Abhängigkeit des Startdatums wird mit Hilfe eines Programmes durchgeführt, das von dem Europäischen Raumfahrtbetriebszentrum ESOC der Europäischen Weltraumbehörde ESA zur Verfügung gestellt wurde. Das Programm ist in der Programmiersprache FORTRAN geschrieben und wird im Kommandozeilenmodus betrieben. Das typische Ausgabeformat des Programms ist in der folgenden Tabelle dargestellt. Als Startdatum wurde als Beispiel der Frühlingspunkt 2001 gewählt. Alle Ausgabedaten beziehen sich auf das inertielle äquatoriale geozentrische Koordinatensystem, bei dem die x-Achse zum mittleren Frühlingspunkt vom 1. Januar 1950 um Mittag "Greenwicher" Zeit gerichtet ist (J1950).

|                                  |                |                  |
|----------------------------------|----------------|------------------|
| DATE:                            | 2001 3 21      |                  |
| NODE REL KOUROU at lift-off      |                | 224,2000°        |
| NODE REL GREENWICH at lift-off   |                | 171,4314°        |
| NODE REL GREENWICH at perigee    |                | 167,3819°        |
| NODE INERTIAL E-E-E              |                | 336,7185°        |
| Time launch to injection (s)     |                | 1634,7           |
| Time perigee to injection (s)    |                | 665,5            |
| OPENING OF MIDNIGHT WINDOW (UT): |                |                  |
| MJD1950 of perigee passage:      |                | 18707,9717 days  |
| Hour of perigee passage:         |                | 23,319891 hours  |
| Hour of lift-off:                |                | 23,0506603 hours |
| Hour of burnout:                 |                | 23,5047436 hours |
| Osculating elements (perigee):   |                |                  |
| a                                | 24661,14404 km |                  |
| e                                | 0,71623        |                  |
| i                                | 7,00000°       |                  |
| bom                              | 336,71851°     |                  |
| som                              | 178,00000°     |                  |
| f                                | 0,00000°       |                  |

Tab. 4-2: Ausgabeformat des ESOC/ESA Programms zur Berechnung der *Ariane 5* GTO-Daten

Wie bereits beschrieben wurde, ist das Startdatum frei wählbar. Jedoch sollen im Rahmen dieser Forschungsarbeit einige charakteristische Startdaten gewählt werden, die den Einfluß der geometrischen Anordnung zwischen der Ausgangs- und Zielbahnebene (GTO- und Mondbahnebene) als auch der Jahreszeiten auf die Steuer- und Antriebsleistung des Sonnenseglers zum Ausdruck bringen.

Die Betrachtung der geometrischen Anordnung zwischen der GTO- und Mondbahnebene ist wichtig für Steuerstrategien, die zu einer Drehung der GTO-Bahnebene in die Mondbahnebene führen mit dem Zweck, den Abstand und die Geschwindigkeit des Sonnenseglers relativ zum Mond zu minimieren und dadurch günstige Bedingungen für ein Einschwenken in eine stabile Mondbahn vorzubereiten. Die geometrische Anordnung zwischen der GTO- und Mondbahnebene wird am besten durch den Winkel zwischen der GTO- und der Mondbahnebene, der sogenannten relativen Bahnneigung  $i'$ , und dem Winkel zwischen der Apsidenlinie des GTOs und der Schnittlinie, die durch den Schnitt der GTO- und der Mondbahnebene definiert ist, genannt die relative Lage der Apsidenlinie  $\omega'$ , beschrieben. Die Abb. 4-4 stellt diese Definitionen klar und läßt die mathematische Formulierung für die relative Bahnneigung

$$i' = \arccos[\cos(\Omega_{\text{GTO}} - \Omega_{\text{Mond}}) \cdot \sin(i_{\text{GTO}}) \cdot \sin(i_{\text{Mond}}) + \cos(i_{\text{GTO}}) \cdot \cos(i_{\text{Mond}})] \quad \text{Gl. 4-1}$$

nachvollziehen.

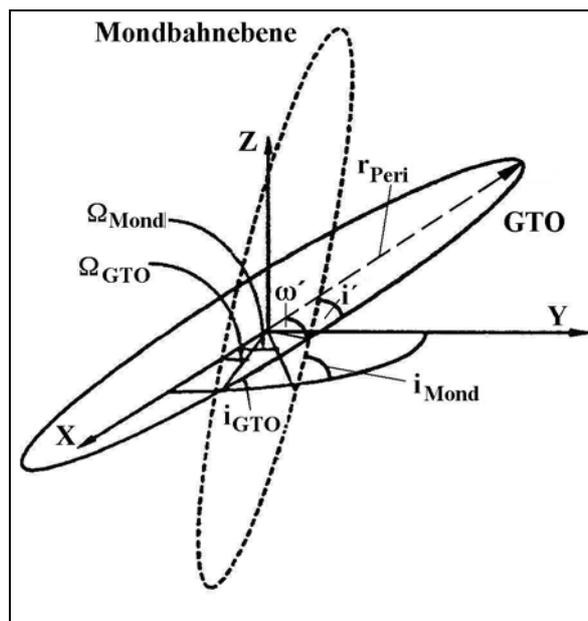


Abb. 4-4: Relative Bahnneigung  $i'$  und relative Lage der Apsidenlinie  $\omega'$

Die Werte für die relative Bahnneigung beschreiben, um wieviel Grad die GTO-Bahnebene minimal oder maximal gedreht werden muß, um der Mondbahnebene angeglichen zu werden. Wie der Gl. 4-1 zu entnehmen ist, ist die Größe der relativen Bahnneigung einem Kosinusverlauf unterworfen. Da die Länge des aufsteigenden Knotens des GTOs  $\Omega_{\text{GTO}}$  während eines Startjahres zwischen  $0^\circ$  und  $360^\circ$  schwankt, wird die relative Bahnneigung Minimal- und Maximalwerte im Verlaufe des Startjahres annehmen. In Abb. 4-5 ist zu sehen,

daß die relative Bahnneigung im Verlaufe des Startjahres 2001 zwischen  $17^\circ$  im Monat Mai und  $32^\circ$  im Monat November schwankt.

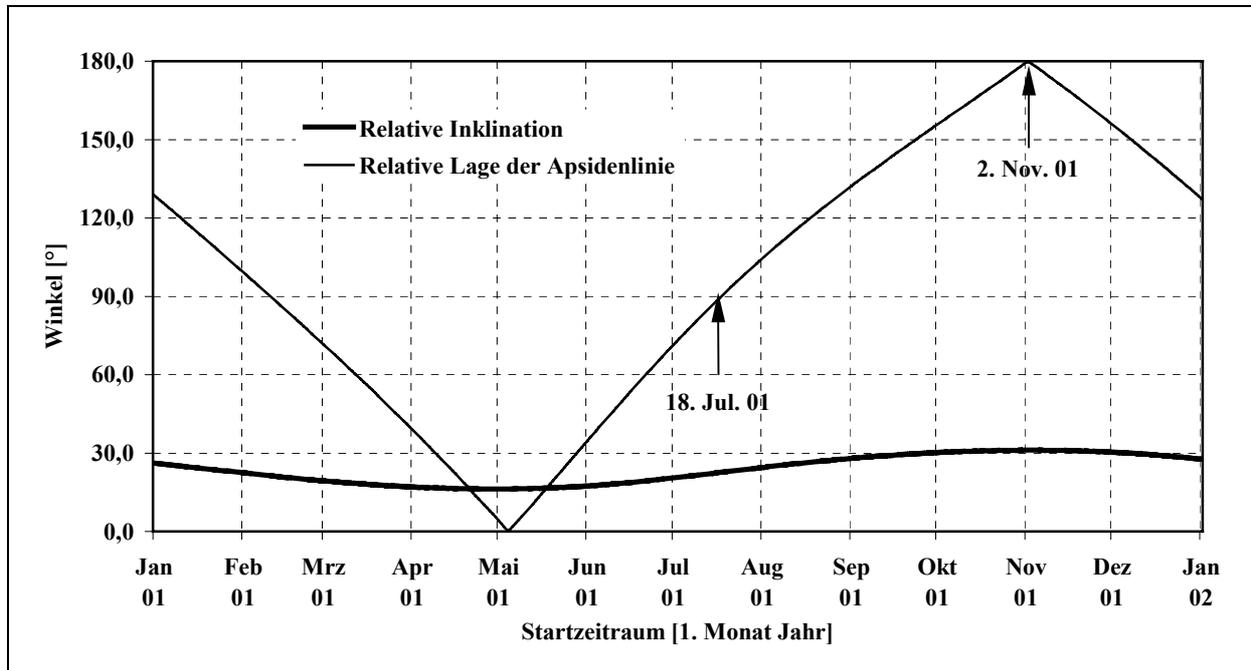


Abb. 4-5: Verlauf der relativen Bahnneigung  $i'$  und der relativen Lage der Apsidenlinie  $\omega'$  für das vorgesehene Startjahr 2001

Die relative Lage der Apsidenlinie ist ebenfalls durch die Abhängigkeit zur Länge des aufsteigenden Knotens des GTOs  $\Omega_{GTO}$  minimalen und maximalen Schwankungen im Bereich  $0^\circ$  bis  $180^\circ$  unterworfen. Wie der Abb. 4-5 zu entnehmen ist, wird das Minimum im Mai, das Maximum im November erreicht.

Nimmt die relative Lage der Apsidenlinie einen Winkel von  $0^\circ$  oder  $180^\circ$  ein, so sind die Schnittlinie der GTO- und der Mondbahnebene und die Apsidenlinie kollinear. Dieses ist für die Änderung der relativen Bahnneigung eine sehr günstige Anordnung. Zum einen kann bekanntlich die Änderung der Bahnneigung in der Schnittlinie zweier Ebenen mit extremerer Änderungsrate durchgeführt werden, zum anderen bietet das GTO-Apozentrum extremale Zeitverhältnisse für Steuermanöver zur Änderung der relativen Bahnneigung. Nimmt dagegen die relative Lage der Apsidenlinie einen Winkel von  $90^\circ$  ein, so stehen die Schnittlinie der GTO- und der Mondbahnebene und die Apsidenlinie senkrecht zueinander. In diesem Fall sind die Zeitverhältnisse für Steuermanöver zur Änderung der Bahnneigung weitaus ungünstiger.

Ausgehend von der vorhergehenden Betrachtung der geometrischen Anordnung zwischen der GTO- und Mondbahnebene werden als charakteristische Startdaten der 18. Juli und der 2. November 2001 für eine nähere Untersuchung geeigneter Steuerstrategien speziell zur

Drehung der Bahnebene gewählt. Die Bahndaten für diese Fälle sind in der folgenden Tabelle zusammengefaßt.

| Referenzsystem   | J1950          |                  |
|--|----------------|------------------|
| Startdaten   | 18. Juli 2001  | 2. November 2001 |
| Relative Bahnneigung $i'$                                | 22,687°        | 31,133°          |
| Relative Lage der Apsidenlinie $\omega'$                 | ~ 90.0°        | ~ 180°           |
| Große Halbachse $a$                                      | 24661,14404 km |                  |
| Exzentrizität $e$  | 0,71623        |                  |
| Bahnneigung $i$  | 7,0°           |                  |
| Länge des Perizentrums $\omega$                          | 178°           |                  |
| Länge des aufsteigenden Knotens $\Omega$                 | 89,1179°       | 195,5262°        |
| Wahre Anomalie $v$                                       | 0°             |                  |
| Perizentrumsdurchgang bezogen auf den Greenwich Meridian | 22,9946 Uhr    | 23,0574 Uhr      |

Tab. 4-3: GTO-Daten zur Untersuchung von Steuerstrategien, die speziell für die Drehung von Bahnebenen geeignet sind

Wie bereits vom Autor [33] beschrieben, wird die Effizienz einer gewählten Steuerstrategie maßgeblich durch die von der Jahreszeit abhängigen Deklination  $\delta'$  der Sonne relativ zur Startbahnebene (GTO) des Sonnenseglers beeinflusst. Soll das Antriebspotential des Sonnenseglers effektiv genutzt werden, um zum Beispiel die Änderung der Bahnenergie zu extremalisieren, so ist es notwendig, einen möglichst hohen Anteil der Beschleunigung auf den Geschwindigkeitsvektor zu projizieren. Dafür ist es günstig, wenn die Sonne in der Bahnebene steht, also eine Deklination von 0° einnimmt. Jedoch kann das Antriebspotential eines Sonnenseglers bei der Extremalisierung der Änderung der Bahnneigung effektiver genutzt werden, wenn die Sonne eine hohe Deklination zur Bahnebene hat. In diesem Fall ist es möglich, einen höheren Anteil der Beschleunigung senkrecht zur Bahnebene zu erreichen. Im folgenden werden die extremalen Deklinationen der Sonne relativ zur Startbahnebene (GTO) des Sonnenseglers für das gewählte Startjahr 2001 bestimmt, um einige charakteristische Startdaten für die weitere Analyse der Steuer- und Antriebsleistung des Sonnenseglers vorzugeben.

Die Deklination der Sonne relativ zur Startbahnebene (GTO) des Sonnenseglers wird durch den Arkuskosinus aus dem Skalarprodukt der Einheitsvektoren des geozentrischen Positionsvektors der Sonne und des Bahnnormalenvektors des GTOs berechnet

$$\text{Gl. 4-2} \quad \delta' = \frac{\pi}{2} - \arccos[\vec{e}_s \cdot \vec{e}_{\perp\text{GTO}}].$$

Der Verlauf der Deklination der Sonne relativ zur Startbahnebene (GTO) des Sonnenseglers ist in Abb. 4-6 dargestellt. Zum Vergleich ist ebenfalls die Deklination der Sonne relativ zur Äquatorebene der Erde eingezeichnet.

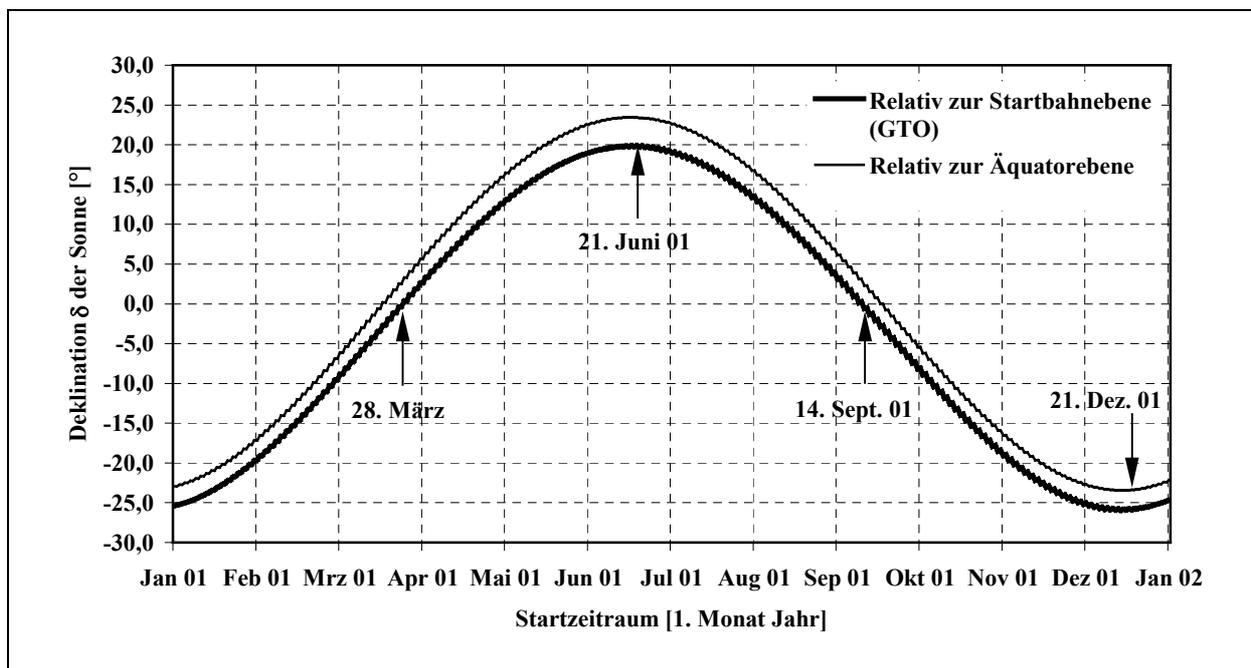


Abb. 4-6: Verlauf der Deklination der Sonne relativ zur Startbahnebene (GTO) des Sonnenseglers für das vorgesehene Startjahr 2001

Der Abb. 4-6 ist zu entnehmen, daß die Deklination der Sonne relativ zur Startbahnebene (GTO) Extremwerte zur Sommer- und Winterwende der Sonne annimmt. Eine Woche nach dem Durchgang der Sonne beim Frühlingspunkt und eine Woche vor dem Durchgang der Sonne beim Herbstpunkt, steht die Sonne in der Startbahnebene (GTO). Wie bereits beschrieben, werden diese Startdaten für eine nähere Untersuchung geeigneter Steuerstrategien gewählt. Die Bahndaten für diese Fälle sind in den folgenden Tabellen zusammengefaßt.

| Referenzsystem   | J1950          |                    |
|--|----------------|--------------------|
| Startdatum   | 28. März 2001  | 14. September 2001 |
| Große Halbachse a  | 24661,14404 km |                    |
| Exzentrizität e  | 0,71623        |                    |
| Bahnneigung i  | 7,0°           |                    |
| Länge des Perizentrums $\omega$                                | 178°           |                    |
| Länge des aufsteigenden Knotens $\Omega$                       | 342,5937°      | 148,1261°          |
| Wahre Anomalie v   | 0°             |                    |
| Perizentrumsdurchgang bezogen auf den Greenwich Meridian (UTC) | 23,2518 Uhr    | 23,1170 Uhr        |

Tab. 4-4: GTO-Daten zur Untersuchung des jahreszeitlichen Einflusses auf Steuerstrategien - "Äquinoktien"

| Referenzsystem   | J1950          |                   |
|--|----------------|-------------------|
| Startdatum   | 21. Juni 2001  | 21. Dezember 2001 |
| Große Halbachse a  | 24661,14404 km |                   |
| Exzentrizität e  | 0,71623        |                   |
| Bahnneigung i  | 7,0°           |                   |
| Länge des Perizentrums $\omega$                                | 178°           |                   |
| Länge des aufsteigenden Knotens $\Omega$                       | 60,3106°       | 247,8002°         |
| Wahre Anomalie v   | 0°             |                   |
| Perizentrumsdurchgang bezogen auf den Greenwich Meridian (UTC) | 22,8487 Uhr    | 23,3218 Uhr       |

Tab. 4-5: GTO-Daten zur Untersuchung des jahreszeitlichen Einflusses auf Steuerstrategien - "Solstitien"

Insgesamt werden sechs charakteristische Startdaten definiert, die zur Analyse und zum Vergleich von extremalen Steuerstrategien für Sonnensegler herangezogen werden. Wichtig zu vermerken ist, daß diese Startdaten je nach entwickelter Steuerstrategie eingesetzt werden und nicht bindend als Randbedingung im Falle einer Analyse der Flugbahn und der Steuerstrategien durch Rückwärtsintegration der Bewegungsdifferentialgleichungen gelten. Die definierten Startdaten werden ausschließlich für eine Analyse der Flugbahn und der

Steuerstrategien durch Vorwärtsintegration der Bewegungsdifferentialgleichungen eingesetzt, wobei je nach Wahl der Steuerstrategie einige Randbedingungen gezielt erfüllt werden. Diese Randbedingungen werden nun ausführlich im folgenden Abschnitt definiert.

## 4.2 Randbedingungen

Die Randbedingungen werden durch das Missionsszenario und dessen wissenschaftliche Zielsetzung definiert. Insbesondere gibt das Missionsszenario allgemeine mondspezifische Randbedingungen für die Untersuchung der lokalextrimalen Steuerstrategien vor. Die wissenschaftliche Zielsetzung führt in Verbindung mit der gewählten Rendezvousmethode zu speziellen seleno- und geozentrischen Randbedingungen, die ein Rendezvous mit dem Mond wesentlich vereinfachen.

Ein Rendezvous mit dem Mond bedeutet, neben den Positions- und den Geschwindigkeitskoordinaten auch die Positionszeit des Mondes zu erfüllen. Diese Anforderung global – Lösung des Randwertproblems - als auch lokal zu befriedigen, ist mathematisch schwierig umzusetzen. Deshalb werden im Rahmen dieser Arbeit zuallererst Möglichkeiten untersucht, die Positions- und Geschwindigkeitskoordinaten oder einzelne Bahnparameter der Mondumlaufbahn unabhängig von der zeitlichen Positionsanbindung des Mondes mit einer bestimmten Genauigkeit zu erfüllen. Für diese Untersuchungen werden die entwickelten lokalextrimalen Steuerstrategien durch Vorwärtsintegration der Bewegungsdifferentialgleichungen angewendet, bis die vorgegebenen Randbedingungen erreicht werden. Die anfallenden Endergebnisse, wie zum Beispiel Flugzeiten oder die Entwicklung der Bahnelemente, dienen der Missionsanalyse.

In einem nächsten Schritt werden die Möglichkeiten eines Rendezvous mit dem Mond untersucht. Dazu wird speziell auf die Theorie und Anwendung von „Weak Stability Boundary“ Bahnübergängen (WSB) zurückgegriffen. Die WSB-Methode wurde am Ende der achtziger Jahre von dem Raumflugmechaniker Belbruno erarbeitet und seitdem erst in wenigen Veröffentlichungen behandelt [118]-[125]. Sie erlaubt, ballistische Übergangsbahnen von der Erde zum Mond zu konstruieren, die ohne weitere Manöver in eine Bahn um den Mond führen. Ein Sonnensegler, der auf dieser Übergangsbahn fliegen würde, würde also regelrecht vom Mond eingefangen werden. Die erreichte Bahn um den Mond ist gewöhnlich nur wenige Umläufe stabil. Ein geringer Antriebsbedarf ist aber zur Stabilisierung der Umlaufbahn ausreichend. Ein Niedrigschubantriebssystem wie das Sonnensegel könnte ein ausreichendes Antriebsvermögen haben, um diesen Antriebsbedarf zu decken.

Eine für einen Sonnensegler typische Flugbahn mit Hilfe eines WSB-Überganges ist in Abb. 4-7 gezeigt. Die Flugbahn beginnt mit einer geozentrischen Spiralphase bis zum Beginn der ballistischen Übergangsbahn im Punkt A. Von dort fliegt der Sonnensegler antriebslos in eine

quasistabile Mondumlaufbahn im Punkt B, die einigen Randbedingungen, zum Beispiel einer polaren Ausrichtung, genügen kann. Anschließend könnte eine lunare Spiralphase in eine stabile und in die gewünschte Mondumlaufbahn erfolgen.

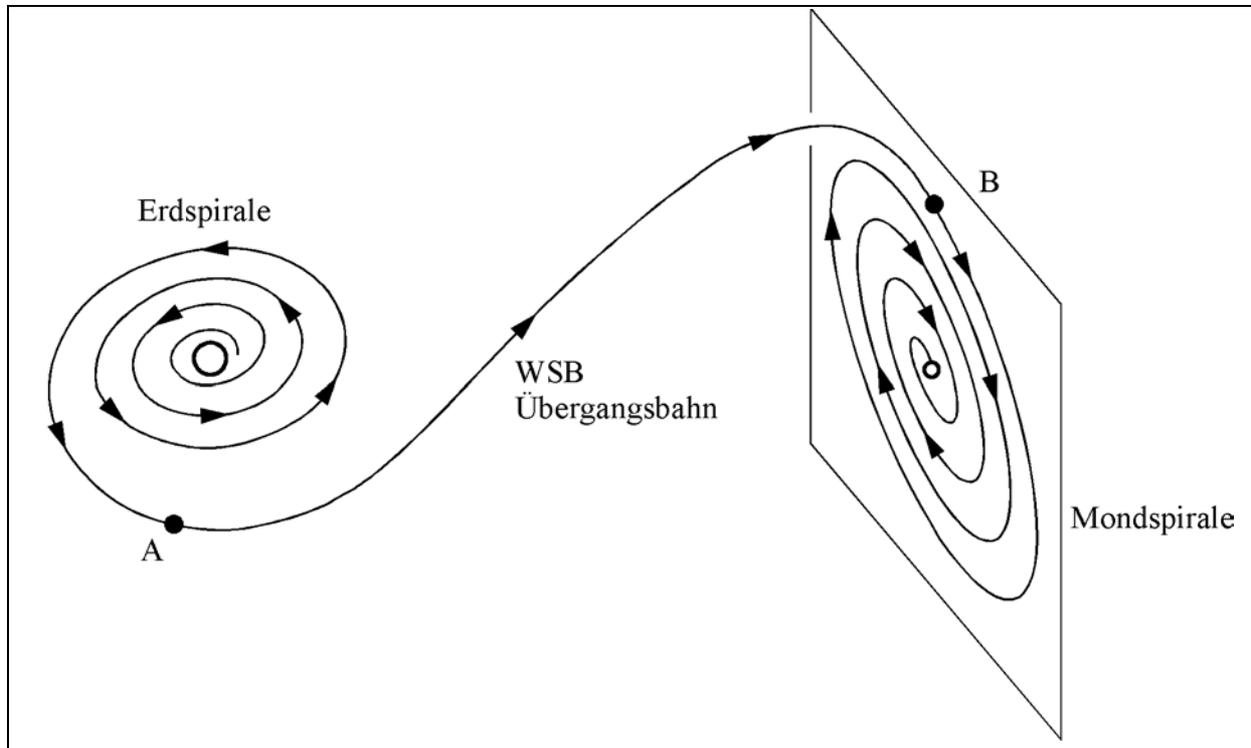


Abb. 4-7: Typische Flugbahn eines Sonnenseglers mit Hilfe eines WSB-Überganges

Ein Problem der WSB-Bahnübergänge ist die Bestimmung der vollständigen Randbedingungen im Punkt A. Analytische Methoden zur Lösung dieses Problems sind bis heute nicht bekannt; vereinfachende Annahmen führen aber zu ersten Abschätzungen der großen Halbachsen und der Exzentrizitäten der geozentrischen Übergangsbahn als auch der quasistabilen selenozentrischen Umlaufbahn am Punkt B. Diese werden genutzt, um durch Rückwärtsintegration der Bewegungsdifferentialgleichungen aus der quasistabilen selenozentrischen Umlaufbahn in den geozentrischen Raum geeignete und vollständige Randbedingungen zu finden. Die detaillierte Vorgehensweise zu diesem Ansatz ist in den Abschnitten 4.2.2 und 4.2.3 zu finden.

#### 4.2.1 Mondspezifische Bahndaten

Das Missionsszenario sieht einen Flug zum Mond vor, wobei in Abhängigkeit der angewendeten Steuerstrategien einzelne oder mehrere mondspezifische Randbedingungen durch einfache Vorwärtsintegration der Bewegungsdifferentialgleichungen erfüllt werden sollen. Diese mondspezifischen Randbedingungen werden durch die Mondephemeriden gestellt oder aus diesen unter anderem die klassischen Bahnelemente oder der Bahnmomentenvektor des Mondes ermittelt. Die Mondephemeriden werden durch das

SPICE-Informationssystem (siehe Abschnitt 3.1) bereitgestellt. Für die gewählten vier Anfangsbedingungen der Äquinoktien und der Solstitien sind die Mondephemeriden in der Tab. 4-6 und in der Tab. 4-7 angegeben.

| Referenzsystem                           | J1950          |                |
|--|----------------|----------------|
|  | Startdatum     | 28. März 2001  |
| Startzeit (UTC)                          | 23,2517833 Uhr | 23,1049576 Uhr |
| Große Halbachse a                        | 387456,29 km   | 390315,17 km   |
| Exzentrizität e                          | 0,04           | 0,08           |
| Bahnneigung i                            | 23,06°         | 23,75°         |
| Länge des Perizentrums $\omega$          | 122,33°        | 149,82°        |
| Länge des aufsteigenden Knotens $\Omega$ | 12,71°         | 12,54°         |
| Wahre Anomalie $\nu$                     | 285,68°        | 341,87°        |

Tab. 4-6: Mondephemeriden für Startdaten während der Äquinoktien

| Referenzsystem                           | J1950          |                |
|--|----------------|----------------|
|  | Startdatum     | 21. Juni 2001  |
| Startzeit (UTC)                          | 22,8486862 Uhr | 23,3217964 Uhr |
| Große Halbachse a                        | 391400,82 km   | 383739,23 km   |
| Exzentrizität e                          | 0,07           | 0,05           |
| Bahnneigung i                            | 23,48°         | 24,32°         |
| Länge des Perizentrums $\omega$          | 108,15°        | 149,42°        |
| Länge des aufsteigenden Knotens $\Omega$ | 13,30°         | 12,90°         |
| Wahre Anomalie $\nu$                     | 342,21°        | 193,73°        |

Tab. 4-7: Mondephemeriden für Startdaten während der Solstitien

Die Leistungsfähigkeit der Steuerstrategien wird hinsichtlich konstanter und oszillierender Randbedingungen untersucht. Die konstanten Randbedingungen werden durch die Mondephemeriden zum Startzeitpunkt definiert und während der Bahnsimulation konstant gehalten, die oszillierenden Randbedingungen sind die augenblicklichen Mondephemeriden. Weitere mondspezifische Randbedingungen, die als Abbruchkriterium für die numerische Simulation der Sonnensegelbahnen dienen, sind die mittlere Mondentfernung zur Erde von

$d_{E/M} = 384400$  km [130] und das mittlere Bahnmoment des Mondes bezogen auf die Erde, welches durch

$$\text{Gl. 4-3} \quad h_M = \sqrt{d_{E/M} \cdot \mu_E}$$

zu  $391436 \text{ km}^2/\text{s}$  ermittelt wird.

#### 4.2.2 Analytische Abschätzung der geo- und selenozentrischen Bahndaten für WSB-Bahnübergänge

In diesem Abschnitt werden die geo- und selenozentrischen Bahndaten analytisch abgeschätzt, die einen WSB-Bahnübergang erlauben. Hierzu ist es notwendig, die wissenschaftliche Zielsetzung einer zukünftigen Mondmission und das eingeschränkte Dreikörperproblem zwischen der Erde, dem Mond und dem Sonnensegler zu betrachten. Das Jakobi-Integral und der Tisserand Parameter spielen hierbei eine bedeutende Rolle.

##### Das Jakobi-Integral

Das Jakobi-Integral des eingeschränkten Dreikörperproblems [36] läßt generelle Aussagen über Bewegungs- oder Rendezvousmöglichkeiten eines Drittkörpers innerhalb eines Zweikörpersystems zu, indem es die geometrischen und mathematischen Voraussetzungen definiert. Die Energieform des Jakobi-Integrals wird aus der Summe der potentiellen und kinetischen Energie gebildet durch

$$\text{Gl. 4-4} \quad -\frac{C_J}{2} = -\frac{\mu_E}{d_E} - \frac{\mu_M}{d_M} + \frac{\vec{r} \cdot \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})}{2} + \frac{\vec{v}^2}{2},$$

wobei alle Vektoren auf ein mitrotierendes Koordinatensystem bezogen sind (siehe Abb. 4-8). Die augenblickliche Entfernung des Sonnenseglers von der Erde ist durch  $d_E$  und von dem Mond durch  $d_M$  gekennzeichnet. Der Positionsvektor des Sonnenseglers relativ zum Baryzentrum ist  $\vec{r}$  und der Geschwindigkeitsvektor im mitrotierenden Koordinatensystem ist  $\vec{v}$ . Das mit dem Mond rotierende baryzentrische Koordinatensystem hat die konstante Winkelgeschwindigkeit

$$\text{Gl. 4-5} \quad \omega^2 = \frac{\mu_E + \mu_M}{d_{E/M}^3}.$$

Für Werte der Jakobi-Konstante  $C_J$ , die unterhalb der zum Lagrange-Punkt  $L_1$  korrespondierenden Werte für eine relative Geschwindigkeit mit dem Wert Null liegen, öffnen sich bekanntlich [124]-[127] die um den Lagrange-Punkt  $L_1$  liegenden Energieniveauflächen

(Hillregionen) in Richtung der Erde (siehe Abb. 4-8). Geeignete Rendezvouxmöglichkeiten zwischen Erde und Mond werden dadurch zugelassen.

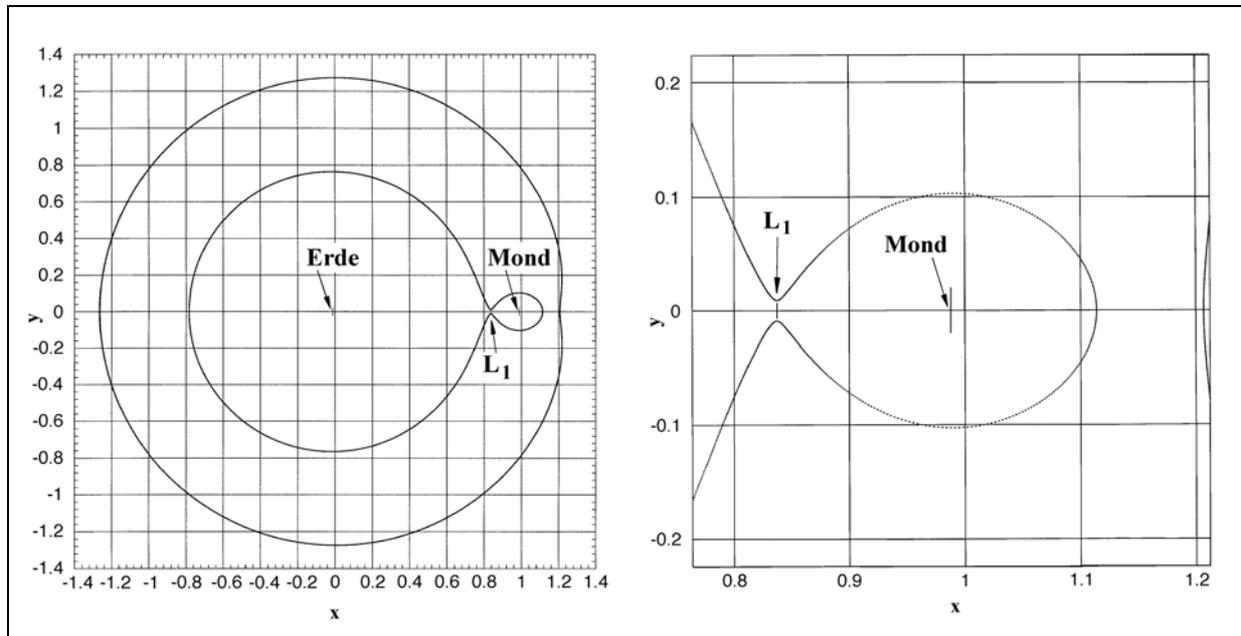


Abb. 4-8: Relative Nullgeschwindigkeitskurven für das eingeschränkte Dreikörperproblem (Erde-Mond-Sonnensegler) für Werte der Jakobi-Konstanten bezogen auf den Lagrange-Punkt  $L_1$  ( $C_J(L_1) < 3,34679 \text{ km}^2/\text{s}^2$ )

Der zum  $L_1$  korrespondierende Wert der Jakobi-Konstante von  $3,34679 \text{ km}^2/\text{s}^2$  wurde unter den üblichen Annahmen des eingeschränkten Dreikörperproblems durch die Gleichung

$$\text{Gl. 4-6} \quad C_J(L_1) = \frac{2 \cdot \mu_E}{d_E} + \frac{2 \cdot \mu_M}{d_M} + \omega^2 \cdot d_{L_1}^2$$

berechnet, wobei  $d_{L_1}$  der Abstand des Lagrange-Punktes  $L_1$  vom Baryzentrum ist und mit Hilfe der Herleitungen aus Battin [36] zu  $d_{L_1} = 0,8369 \cdot d_{E/M} = 321710,18 \text{ km}$  bestimmt wurde. Relativ zum Mond ist der Abstand des Lagrange-Punktes  $L_1$   $58019,14 \text{ km}$  ( $= 0,1509 \cdot d_{E/M}$ ).

Die Analyse spezieller Bahnen in dem mitrotierenden Koordinatensystem und deren Bahnparameter wird einfacher, wenn das Jakobi-Integral in Abhängigkeit der Entfernungen der Körper untereinander dargestellt wird:

$$\text{Gl. 4-7} \quad -C_J - K_J = \vec{v}^2 - \left[ \mu_E \cdot \left( \frac{2}{d_E} + \frac{d_E^2}{d_{E/M}^3} \right) + \mu_M \cdot \left( \frac{2}{d_M} + \frac{d_M^2}{d_{E/M}^3} \right) - \frac{(\mu_E + \mu_M) \cdot z^2}{d_{E/M}^3} \right].$$

Durch den Ausdruck

$$\text{Gl. 4-8} \quad C_J^* = (-C_J - K_J) \cdot \frac{d_{E/M}}{(\mu_E + \mu_M)}$$

wird die Gl. 4-7 dimensionslos. Die auf der linken Seite der Gleichung auftretende Konstante

$$\text{Gl. 4-9} \quad K_J = \frac{\mu_E \cdot \mu_M}{\mu_E + \mu_M} \cdot \frac{1}{d_{E/M}} = 0,0126 \frac{\text{km}^2}{\text{s}^2}$$

wird mit der dimensionsbehafteten Jakobi-Konstanten  $C_J$  zusammengefaßt. Die dimensionslose Jakobi-Konstante  $C_J^*$  für den Lagrange-Punkt  $L_1$  ergibt durch diese Veränderungen

$$\text{Gl. 4-10} \quad C_J^*(L_1) = 3,200344 .$$

Die in dieser Forschungsarbeit betrachteten Bahnen werden durch die wissenschaftliche Zielsetzung der Mondmission vorgegeben, die in der Fernerkundung und der hochauflösenden Kartographierung der Mondoberfläche liegt. Speziell wünschen die Mondwissenschaftler, die Existenz von Wassereis an dem südlichen Mondpol nachzuweisen. Daher sind polare Bahnen um den Mond mit Überflughöhen unter 1000 km an den Mondpolen eine Mindestanforderung für eine wissenschaftliche Erkundung [126]. Diese Mindestanforderung wird in einer elliptischen polaren Mondbahn mit einem Perizentrumsradius über dem südlichen Pol von  $r_p = 2737,40$  km (Perizentrumshöhe  $h_p = 1000$  km) umgesetzt. Der polare Charakter der Mondbahn wird dahingehend relativiert, daß er nicht auf die Mondäquatorebene bezogen wird, sondern auf die Mondbahnebene! Mit diesen Vorgaben können die Entfernungen des Sonnenseglers zur Erde  $d_E$  und zum Mond  $d_M$ , die Koordinate  $z$  und die Geschwindigkeit  $v$  ausgedrückt werden durch

$$\text{Gl. 4-11} \quad d_E = \sqrt{r_p^2 + d_{E/M}^2} ,$$

$$\text{Gl. 4-12} \quad d_M = r_p = z$$

und

$$\text{Gl. 4-13} \quad v^2 = \mu_M \cdot \left( \frac{2}{r_p} - \frac{1}{a} \right) .$$

Die Gl. 4-7 kann nun speziell für polare Mondumlaufbahnen vereinfacht dargestellt

$$\text{Gl. 4-14} \quad C_J^* = \frac{\mu_M}{\mu_M + \mu_E} \cdot \frac{d_{E/M}}{a} + \frac{\mu_E}{\mu_M + \mu_E} \cdot \left( \frac{2 \cdot d_{E/M}}{\sqrt{d_{E/M}^2 + r_P^2}} + 1 \right)$$

und bei Vorgabe der Jakobi-Konstante und der Perizentrumshöhe zur Berechnung der großen Halbachse  $a$  der Umlaufbahn herangezogen werden. Die Exzentrizität  $e$  wird durch die bekannte Beziehung

$$\text{Gl. 4-15} \quad e = 1 - \frac{r_P}{a}$$

berechnet.

Die Orientierung der Mondumlaufbahn, ausgedrückt durch die Bahnneigung, die Länge des aufsteigenden Knotens und des Perizentrums, wird auf das mitrotierende Koordinatensystem bezogen. Die Mondbahnebene ist hierbei die Bezugsebene. Aus den wissenschaftlichen Missionsvorgaben geht durch die gewünschte polare Bahn eine Bahnneigung von  $90^\circ$  hervor, und durch den gewünschten Überflug in niedriger Höhe am südlichen Pol wird die Länge des Perizentrums auf  $270^\circ$  festgesetzt. Die Länge des aufsteigenden Knotens ist nicht ad hoc festsetzbar. Sie ist für die Rückwärtsintegration so zu wählen, daß ein ballistischer Einfang am Mond über den Lagrange-Punkt  $L_1$  des Erde-Mond Systems möglich wird. In Abb. 4-9 ist diese Anflugsgeometrie schematisch dargestellt, wobei die eingefangene Bahn um den Mond in der X-Z Ebene der Mondbahn liegt, also eine Länge des aufsteigenden Knotens von  $180^\circ$  hat. Gleichzeitig sollte durch die Wahl der Länge des aufsteigenden Knotens eine möglichst günstige Orientierung der WSB-Übergangsbahn relativ zur Abflugbahn (GTO) ermittelt werden. DeNiem [125] zeigte, daß die Bahnneigung der geozentrischen WSB-Übergangsbahn in Abhängigkeit zum GTO minimiert werden kann.

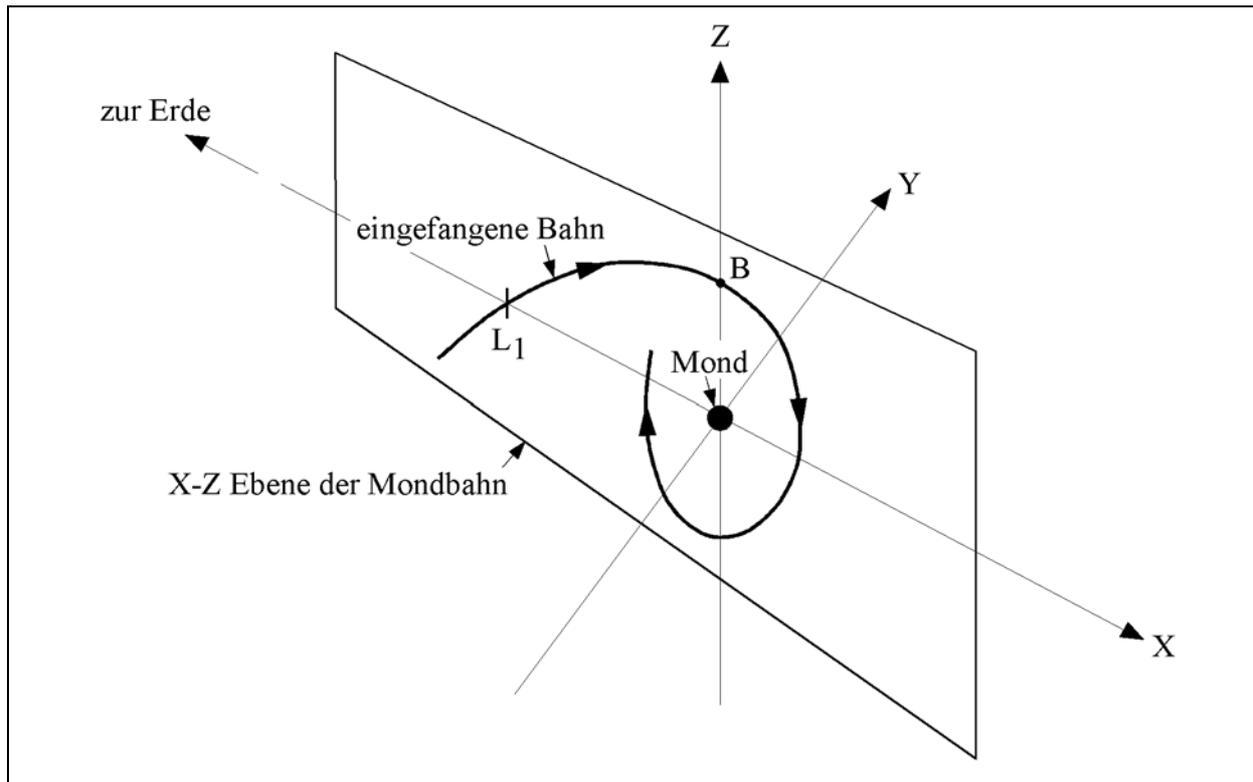


Abb. 4-9: Beispielfahrbahn-Geometrie

### Das Tisserand Kriterium

Das Tisserand Kriterium [36] dient zur Abschätzung geeigneter spezifischer Energiewerte für die Jakobi-Konstanten  $C_J$ , die zur Bestimmung der selenozentrischen Bahnparameter in die Gl. 4-14 eingesetzt werden. Generell definiert es kinematische Randbedingungen für die geozentrische WSB-Übergangsbahn. Das Tisserand Kriterium ist eine spezielle Interpretation des Jakobi-Integrals, wenn der gravitative Einfluß des Zweitkörpers vernachlässigt wird. Die große Halbachse  $a$ , die Exzentrizität  $e$  und die Bahnneigung  $i$  relativ zur Mondbahnebene des geozentrischen WSB-Bahnüberganges können durch die Beziehung

$$\text{Gl. 4-16} \quad T = \frac{\mu_E}{a} + 2 \cdot \cos i \cdot \sqrt{\frac{\mu_E^2 \cdot a \cdot (1 - e^2)}{d_{E/M}^3}} = 2 \cdot (E + \omega \cdot h \cdot \cos i) = \text{konst.}$$

und einigen geometrischen Überlegungen abgeschätzt werden.

Wie Gl. 4-16 aussagt, wird der Tisserand Parameter  $T$  durch einen Vorbeiflug am Zweitkörper (dem Mond) nicht verändert. Eine Veränderung der inertialen Bahnenergie  $E$  wird durch eine Veränderung des senkrecht auf der Bezugsebene stehenden Bahnmomentenvektors  $h \cdot \cos i$  kompensiert. Bei Vorgabe der Bahnneigung und der Exzentrizität stehen drei

Lösungen für die große Halbachse  $a$  zur Auswahl. Von Interesse sind die Lösungen, die den Sonnensegler auf einer ballistischen Übergangsbahn bis in den Einflußbereich des Mondes, vereinfacht definiert durch die Entfernung des Lagrange-Punktes  $L_1$  vom Mond ( $= 0,1509 \cdot d_{E/M}$ ), bringen. Das ist der Fall, wenn das Apozentrum der geozentrischen WSB-Übergangsbahn mindestens in einer Entfernung  $d_{E/M} \cdot (1 - \delta)$  liegt, wobei  $\delta = 0,1509$  die auf  $d_{E/M}$  bezogene dimensionslose Entfernung des Lagrange-Punktes  $L_1$  ist. Diese Überlegungen führen zu den folgenden Gleichungen für die große Halbachse

$$\text{Gl. 4-17} \quad a = \frac{d_{E/M} \cdot (1 - \delta)}{(1 + e)}$$

und die Exzentrizität der geozentrischen WSB-Übergangsbahn

$$\text{Gl. 4-18} \quad e = T' \cdot (1 - \delta) - 1 - 2 \cdot V + 2 \cdot |\cos i| \cdot (1 - \delta)^{\frac{3}{2}} \cdot [2 - T' \cdot (1 - \delta) + V]^{\frac{1}{2}}$$

mit der Variablen

$$\text{Gl. 4-19} \quad V = \cos^2 i \cdot (1 - \delta)^3$$

und mit dem dimensionslosen Tisserand Parameter

$$\text{Gl. 4-20} \quad T' = T \cdot \frac{d_{E/M}}{\mu_E}$$

Eine Lösung für Gl. 4-18 existiert nur, wenn der Radikand im letzten Summand größer gleich Null ist, der dimensionslose Tisserand Parameter also die Gleichung

$$\text{Gl. 4-21} \quad T' \leq \frac{2}{(1 - \delta)} + \cos^2 i \cdot (1 - \delta)^2$$

erfüllt. Dadurch können obere und untere Grenzwerte für den Tisserand Parameter in Abhängigkeit der geozentrischen Bahnneigung und des Einflußbereiches des Mondes definiert werden. Fliegt der Sonnensegler den Mond in der Mondbahnebene an, also mit einer Bahnneigung von  $0^\circ$ , ergeben sich Werte für  $T' \leq 3,0764$ . Wird die WSB-Übergangsbahn geneigt, so daß die Entfernung des Apozentrums von der Mondbahnebene dem Radius des Einflußbereiches des Mondes entspricht, werden Werte für  $T' \leq 3,0604$  berechnet. Die zugehörige Bahnneigung beträgt  $8,5829^\circ$ . Die folgende Tabelle zeigt die geozentrischen WSB-Bahnparameter für die kritischen Werte des Tisserand Parameters.

|   | Fall A         | Fall B         |
|---|----------------|----------------|
| Tisserand Parameter $T'$ bei $\delta = 0,1509$    | 3,0604         | 3,0764         |
| Bahnneigung $i$                                   | 8,5829°        | 0°             |
| Exzentrizität $e$                                 | 0,4016         | 0,3879         |
| Große Halbachse $a$                               | 232867,9377 km | 235157,7639 km |
| Verhältnis der Umlaufzeiten von Mond zur WSB-Bahn | 2,1:1          | 2,0:1          |

Tab. 4-8: Geozentrische WSB-Bahnparameter bezogen auf die Mondbahnebene

Gleichzeitig dienen die Ergebnisse in Tab. 4-8 als Anhaltswerte für die Simulation der Sonnensegelbahnen. Sie können sowohl bei der Vorwärts- als auch bei der Rückwärtsintegration als Abbruchkriterium fungieren.

Werden nun die ermittelten Werte für die Tisserand Parameter in Gl. 4-14 für die Jakobi-Konstante  $C_J$  eingesetzt, können die selenozentrischen Bahnparameter für eine eingefangene quasistabile Umlaufbahn ermittelt werden. Die folgende Tabelle faßt die Ergebnisse zusammen.

|  | Fall A           | Fall B      |
|--|------------------|-------------|
| Jakobi-Konstante $C_J^*$                 | 3,0604           | 3,0764      |
| Große Halbachse $a$                      | 48209,3785 km    | 41355,41 km |
| Exzentrizität $e$                        | 0,9432           | 0,9338      |
| Bahnneigung $i$                          | 90°              |             |
| Länge des aufsteigenden Knotens $\Omega$ | Freier Parameter |             |
| Länge des Perizentrums $\omega$          | 270°             |             |

Tab. 4-9: Selenozentrische Bahnparameter für quasistabile Umlaufbahnen bezogen auf die Mondbahnebene

Die Überlegungen und die Ergebnisse dieses Abschnitts geben einen guten Überblick hinsichtlich der Größenordnung der Bahnparameter der WSB-Übergangsbahn. Ferner liefern sie Randbedingungen, die im nächsten Abschnitt für die numerische Betrachtung geozentrischer WSB-Übergangsbahnen herangezogen werden.

### 4.2.3 Numerische Betrachtung der geozentrischen WSB-Übergangsbahnen

Dieser Abschnitt beschreibt die Vorgehensweise, geeignete Randbedingungen zur Durchführung von WSB-Übergängen zum Mond zu bestimmen. Eine systematische Untersuchung von WSB-Bahnübergängen ist im Rahmen dieser Forschungsarbeit nicht vorgesehen. Die erarbeiteten Ergebnisse dienen der Orientierung und regen zukünftige Arbeiten auf diesem Gebiet an.

Ausgehend von einer quasistabilen selenozentrischen Umlaufbahn (siehe in Tab. 4-9 Fall A) werden die Bewegungsdifferentialgleichungen unter dem Einfluß der Erde und des Mondes rückwärts integriert. Das geozentrische Perizentrum der WSB-Übergangsbahn setzt die Randbedingungen für einen WSB-Bahnübergang fest und dient daher als Abbruchkriterium der Integration (Punkt A in Abb. 4-7). Das Sonnensegelantriebssystem ist nicht aktiviert, die Flugbahn wird ballistisch durchflogen! Der komplette Bahntransfer mit Hilfe eines Sonnenseglers zum Mond und Untersuchungen, bei denen WSB-Übergänge mit Hilfe des Sonnenseglers aktiv durchgeführt werden, werden im Ergebnisteil dieser Forschungsarbeit ausführlicher behandelt.

Die Simulationen werden auf den 1. Tag eines Monats im Jahr 2003 bezogen. Das Jahr 2003 gilt als Ankunftszeitraum für den Flug des Sonnenseglers aus dem GTO im gewählten Startjahr 2001. Die Länge des aufsteigenden Knotens der eingefangenen selenozentrischen Bahn um den Mond wird entsprechend der Forderung, WSB-Übergangsbahnen am  $L_1$  entlang zu ermöglichen, angepasst. Dabei stellt sich heraus, daß der aufsteigende Knoten nur in einem eingeschränkten Bereich zwischen  $150^\circ$  und  $280^\circ$  diese Forderung erfüllt. Wie aus den selenozentrischen, mit dem Mond rotierenden xy-Koordinaten der Abb. 4-11 zu erkennen ist, liegen die Hauptanflugrichtungen für den geforderten WSB-Übergang am  $L_1$  im III. Quadranten. Außerhalb dieses Bereichs führen die Simulationen zu translunaren Umlaufbahnen oder in einigen Fällen zu Kollisionsbahnen mit der Mondoberfläche.

In den folgenden Abbildungen sind einige Ergebnisse der numerischen Simulation von WSB-Übergangsbahnen zusammengefaßt. Die Abb. 4-10 zeigt die Verläufe der geozentrischen WSB-Bahnparameter in Abhängigkeit des Ankunftsdatums und der selenozentrischen Länge des aufsteigenden Knotens der eingefangenen Umlaufbahn. Die numerischen Ergebnisse für die großen Halbachsen, die Exzentrizitäten und die Bahnneigungen der WSB-Übergangsbahn zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Werten der analytischen Abschätzung der WSB-Bahnparameter in Tab. 4-8, wenn von den jahreszeitlichen Mittelwerten ausgegangen wird ( $a_{\text{WSB}} \sim 235000$  km;  $e_{\text{WSB}} \sim 0,3$ ;  $i_{\text{WSB}} \sim 27^\circ$ ). Die großen Halbachsen für WSB-Bahnübergänge verlaufen in dem zulässigen Knotenbereich von oben streng konvex mit Minima und Maxima abhängig vom Ankunftsdatum. Die Streuung der Minima an den Rändern des zulässigen Knotenbereichs ist größer als die der Maxima. Das Zusammenspiel der gravitativen Einflüsse

von Erde und Mond mit der Geometrie und der Orientierung der selenozentrischen quasistabilen Umlaufbahn führen hier zu chaotischen Prozessen, die erst nach mehreren selenozentrischen Zwischenbahnen den gewünschten Einfang zulassen. Der Verlauf der Exzentrizitäten passt sich dem Verlauf der großen Halbachsen an, bei niedrigen großen Halbachsen sind die Exzentrizitäten höher als bei höheren großen Halbachsen. Das Apozentrum der WSB-Bahn muß die Mondbahn tangieren! Der Verlauf der Bahnneigungen für den zulässigen Bereich zeigt starke jahreszeitliche Schwankungen zwischen  $7,5^\circ$  und  $46^\circ$ . Je nach Ankunftsdatum ist es also möglich, eine WSB-Übergangsbahn zu bestimmen, die nahe an der Bahnneigung des GTOs liegt. Flugzeit- und treibstoffaufwendige Bahnneigungsänderungen könnten eingespart werden. Jedoch sind diese Fälle für den betrachteten Ankunftszeitraum in ihrer Machbarkeit gesondert zu untersuchen.

In der Abb. 4-11 ist beispielhaft ein WSB-Bahnübergang am  $L_1$  für das Ankunftsdatum 1. Mai 2003 dargestellt. Die Zielbahn ist eine quasistabile Umlaufbahn mit einer Perizentrumshöhe am Südpol von 1000 km und einer Neigung von  $90^\circ$  relativ zur Mondbahnebene. Die geozentrische WSB-Übergangsbahn führt mit einer Bahnneigung von  $7,9^\circ$  und einem Apozentrum von 287767,23 km (!) innerhalb von 21,4 Tagen Flugzeit in die gewünschte Zielbahn. Die Anflugrichtung in der Mondbahnebene und die Bewegung aus dieser Ebene heraus sind in der selenozentrischen xz-Ebene zu betrachten. Bezogen auf die Mondbahnebene bewegt sich der Sonnensegler in Richtung des Mondzentrums, schwenkt aber nicht direkt in die gewünschte Mondbahn ein, sondern fliegt am  $L_1$  aus der Mondbahnebene in Richtung der positiven z-Achse vorbei. Jedoch bei einer Entfernung von 60000 km von der Mondbahnebene erfolgt ein Richtungswechsel, der die Flugbahn des Sonnenseglers am südlichen Mondpol vorbeiführt und eine weitere Schwingung Süd-Nord-Süd mit kleinerer z-Amplitude vor dem erwünschten Einfang am Südpol des Mondes einleitet. Es entsteht der Eindruck, als ob der Sonnensegler in den gravitativen Wall des Mondes einschwingt.

Die Entwicklung der Bahnparameter und der Jakobi-Konstante sind in der Abb. 4-12 dargestellt. Die Bahnparameter sind aus dem selenozentrischen mit dem Mond rotierendem Koordinatensystem extrahiert. Die Entwicklung der Bahnparameter ist der Rückwärtsintegration rechnertragend und daher dem Anflug entsprechend von rechts nach links zu verfolgen. Die Ausgabe über der Zeit erfolgt in zwei Grad Schritten der wahren Anomalie.

Der Verlauf der großen Halbachse und der Exzentrizität sind im Vergleich zu den gängigen impulsiv durchgeführten planetaren Rendezvousmissionen untypisch. Bei planetaren Rendezvousmissionen wird die Anflughyperbel durch den Betrag und die Richtung der hyperbolischen Überschußgeschwindigkeit eindeutig definiert, die Bahnparameter werden innerhalb notwendiger Toleranzen annähernd konstant gehalten. Die große Halbachse und die

Exzentrizität der WSB-Übergangsbahn durchlaufen, bedingt durch die dynamische gravitative Wirkung von Erde und Mond, im ersten Drittel der Anflugphase hohe zeitliche Gradienten. Nach Einfang in die Umlaufbahn schwingen beide Parameter mit geringer Amplitude um ihren jeweiligen Zielwert, bis alle vorgegebenen Randbedingungen gleichzeitig erreicht sind.

Der Verlauf der Bahnneigung relativ zur Mondbahnebene zeigt eine Schwingung mit wechselnder Amplitude bis in die gewünschte Bahnneigung von  $90^\circ$ . Innerhalb von 21,4 Tagen Flugzeit wird dabei der Bahnmomentenvektor der WSB-Übergangsbahn um einen Winkel von  $73^\circ$  verändert.

Die anfängliche WSB-Bahnenergie, die dimensionslos durch die Jakobi-Konstante ausgedrückt wird, liegt bereits im Anflug unter dem in Gl. 4-10 definierten Wert der charakteristischen Jakobi-Konstanten für den Lagrange-Punkt  $L_1$ . Wie in der Abb. 4-8 ausgeführt wurde, ist somit die um den Lagrange-Punkt  $L_1$  liegende Hillregion in Richtung der Erde geöffnet, und die Voraussetzung für ein Erde-Mond Rendezvous ist gegeben. Im Verlauf des ersten nahen Vorbeifluges scheint die Hillregion sich weiter zu öffnen, da der Wert der Jakobi-Konstanten auf ein Minimum von 2,6 sinkt. Die Voraussetzungen für einen ballistischen Einfang sind nun am günstigsten und führen in die gewünschte Umlaufbahn, deren Jakobi-Energie bei einem Wert von 3,0 immer noch unter dem stabilisierenden charakteristischen Wert für den Lagrange-Punkt  $L_1$  liegt. Daher ist nach Erreichen der gewünschten quasistabilen Umlaufbahn ein Bahnmanöver nötig, welches die Umlaufbahn stabilisiert. Der durchschnittliche Wert für den Antriebsbedarf dieser Bahnmanöver wird mit 35 m/s in der Literatur [118]-[125] angegeben und spiegelt den Vorteil einer WSB-Übergangsbahn wider, mit geringem Energieaufwand ein Mondrendezvous durchzuführen und neben impulsiven auch kontinuierlich arbeitende Antriebssysteme wie ein Sonnensegel einzusetzen.

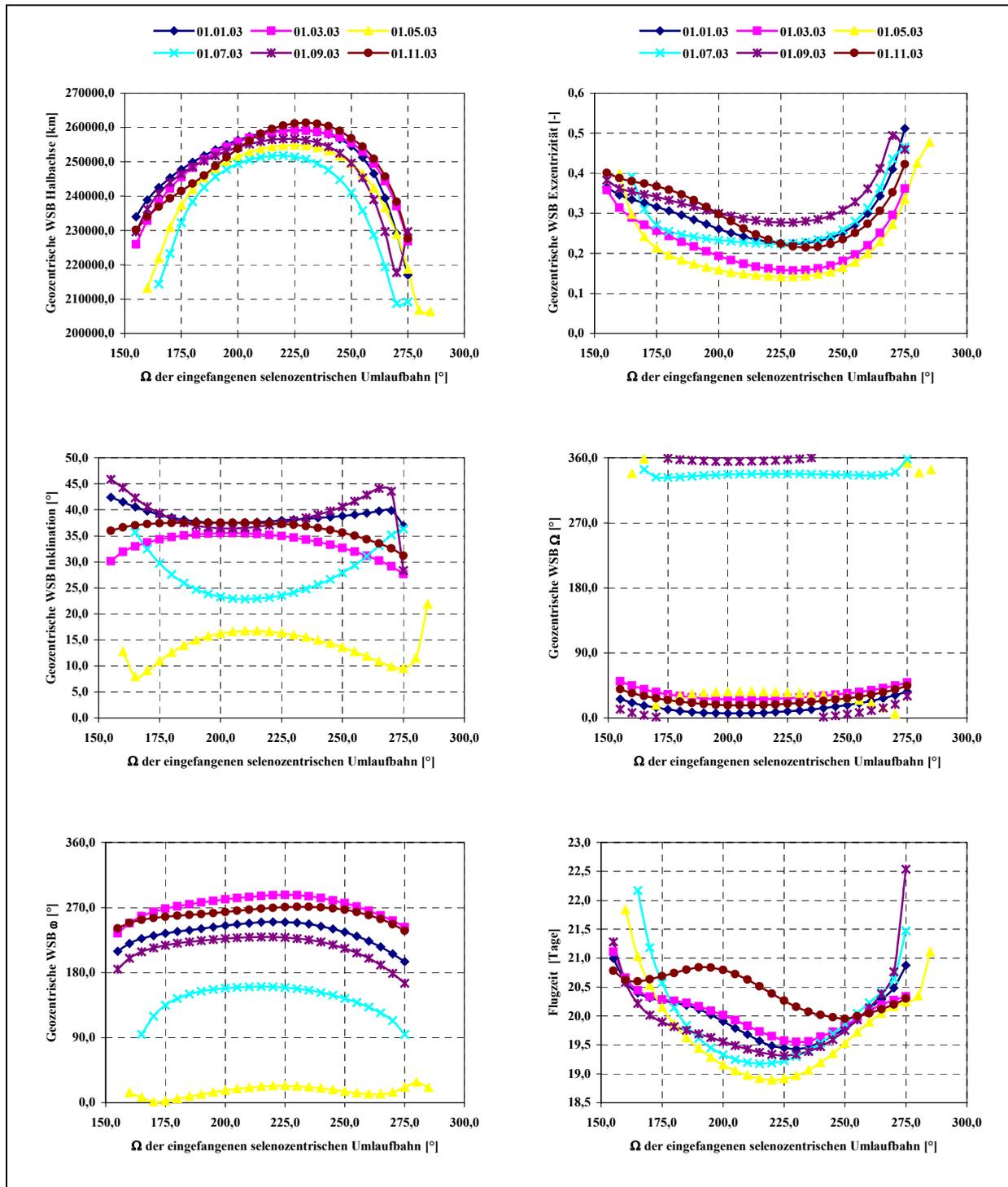


Abb. 4-10: Die geozentrischen WSB-Bahnparameter in Abhängigkeit des Ankunftsdatums und der selenozentrischen Länge des aufsteigenden Knotens der eingefangenen Umlaufbahn (für Fall A in Tab. 4-9)

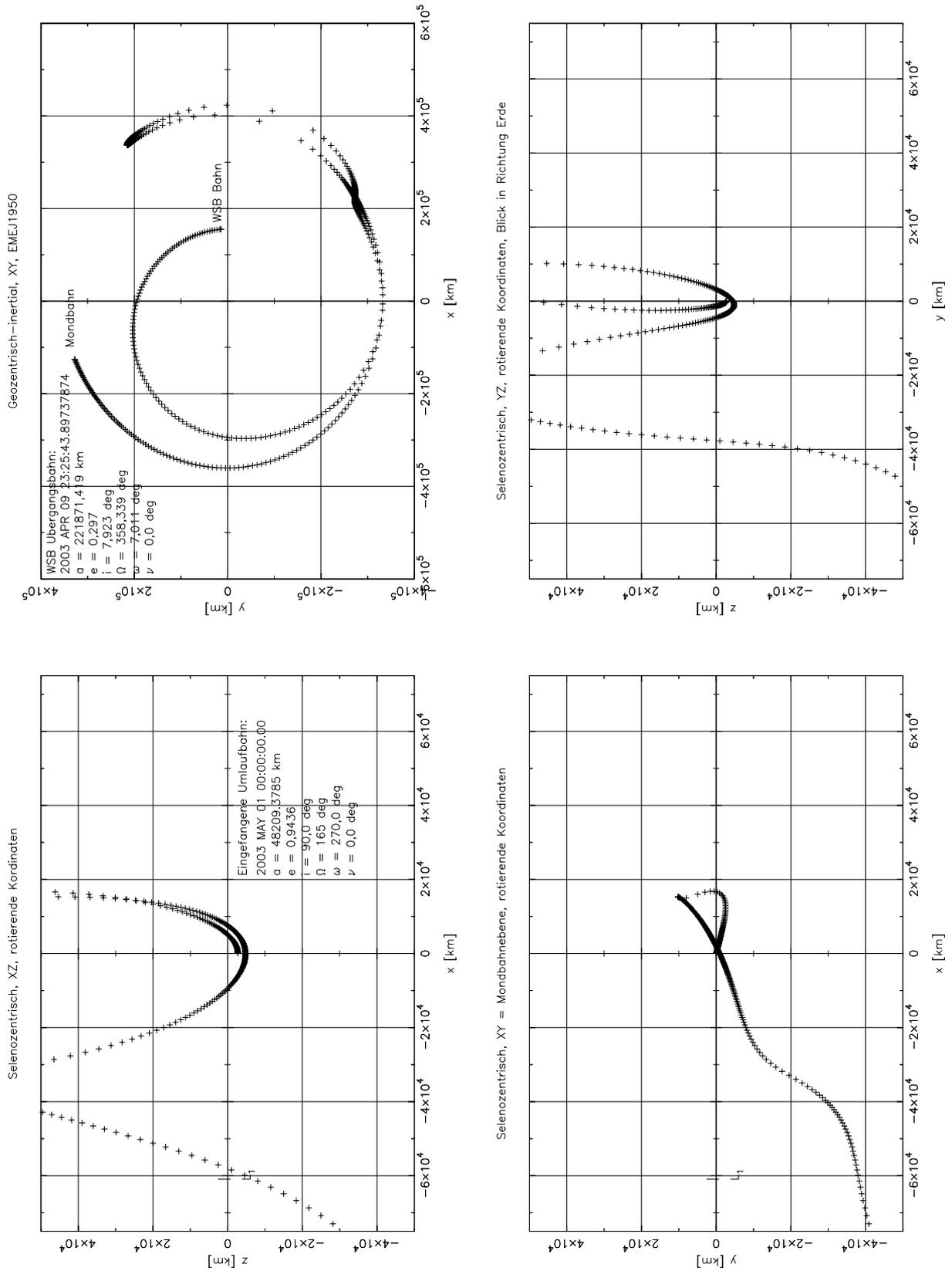


Abb. 4-11: Beispielbahn eines WSB-Bahnüberganges

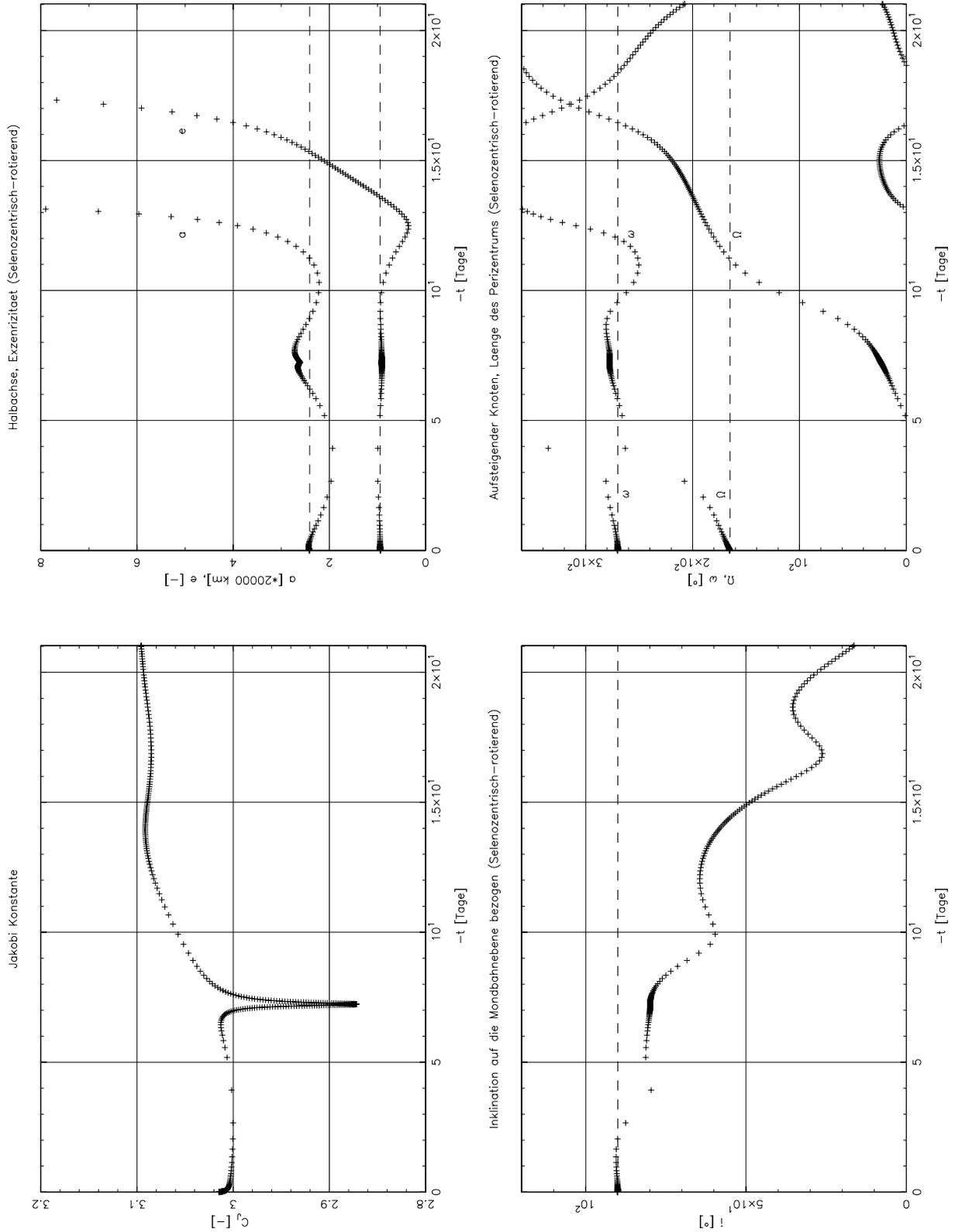


Abb. 4-12: Entwicklung der Bahnparameter eines WSB-Bahnüberganges



## 5     **STEUERSTRATEGIEN**

In diesem Kapitel werden die allgemeinen mathematischen Grundlagen beschrieben, die sowohl zur Entwicklung und Definition von lokalextrimalen als auch von zeitoptimalen Steuerstrategien für Sonnensegler führen.

Während die zeitoptimalen Steuerstrategien mit Hilfe der gängigen, optimalen Prozeßtheorie numerisch bestimmt werden, basieren die in dieser Forschungsarbeit entwickelten lokalextrimalen Steuerstrategien auf Funktionalen, die gezielt bestimmte Bahnelemente oder Kombinationen verschiedener Bahnelemente extremal verändern. In Verbindung mit den allgemeinen Herleitungen für die zeitoptimalen Steuerbedingungen für Sonnensegler, lassen diese Funktionalen a priori Steuerschätzungen für Sonnensegler zu. Dadurch können Sonnensegelbahnen einfach und ohne großen numerischen Rechenaufwand simuliert und die Leistungsmerkmale einer Sonnensegelmission bestimmt werden.

### **5.1 Allgemeine Formulierung des zeitoptimalen Steuerproblems für Sonnensegler**

In diesem Abschnitt werden die Voraussetzungen für eine grundlegende Steuerstrategie für Sonnensegler mit Hilfe der optimalen Prozeßtheorie formuliert.

Ausgehend von dem Zustandssystem bzw. von den Bewegungsdifferentialgleichungen des Sonnenseglers

$$\text{Gl. 5-1} \quad \dot{\vec{x}} = \vec{f}(\vec{x}(t), \vec{u}(t), t)$$

mit dem n-dimensionalen Zustandsvektor

$$\text{Gl. 5-2} \quad \vec{x}(t) = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T,$$

mit der n-dimensionalen Vektorfunktion

$$\text{Gl. 5-3} \quad \vec{f} = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T$$

und dem m-dimensionalen Steuervektor

$$\text{Gl. 5-4} \quad \vec{u}(t) = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T,$$

wird durch die Bestimmung der zulässigen Steuervektoren das Optimierungsproblem beschrieben, so daß der Zustandsvektor aus der Anfangsbedingung

Gl. 5-5  $\vec{x}(t_A) = \vec{x}_A$

in die Endbedingung

Gl. 5-6  $\vec{x}(t_E) = \vec{x}_E$

in minimaler Zeit

Gl. 5-7  $J = \int_{t_A}^{t_E} dt = \min$

überführt wird.

Durch Einführen einer zusätzlichen Koordinate  $x_{n+1}$  über die Differentialgleichung

Gl. 5-8  $\dot{x}_{n+1} = f_{n+1} = 1$

mit

Gl. 5-9  $x_{n+1}(t_A) = t_A$  und  $x_{n+1}(t_E) = t_E$  bzw.  $x_{n+1}(t) = t$

wird die explizite Zeitabhängigkeit des Optimierungsproblems formal ausgeschaltet.

Ferner wird durch die neue Koordinate

Gl. 5-10  $\dot{x}_0 = f_0 = 1$

mit

Gl. 5-11  $x_0(t_A) = 0$

die Gl. 5-7 ebenfalls ausgeschaltet.

Zusammengefaßt kann für das Zustandssystem geschrieben werden

Gl. 5-12  $\dot{\vec{x}} = \vec{f}(\vec{x}(t), \vec{u}(t))$

mit dem Zustandsvektor  $\vec{x}(t) = [x_0, \dots, x_{n+1}]^T$  und mit der Vektorfunktion  $\vec{f} = [f_0, \dots, f_{n+1}]^T$ .

Nach dem Pontryaginschen Maximumsprinzip ist für optimales Verhalten der Steuerung  $\vec{u}(t)$  und des Zustandsvektors  $\vec{x}(t)$  die Existenz einer nicht nullidentischen, stetigen Vektorfunktion  $\vec{\lambda}(t) = [\lambda_0, \dots, \lambda_{n+1}]^T$  (Vektor der adjungierten Variablen) als Lösung der Gleichungen

$$\text{Gl. 5-13} \quad \dot{\vec{\lambda}}(t) = - \left[ \frac{\partial \vec{f}(\vec{x}(t), \vec{u}(t))}{\partial \vec{x}(t)} \right]^T \cdot \vec{\lambda}$$

derart notwendig, daß für alle  $t \in [t_A, t_E]$  die Hamiltonfunktion  $H$  bezüglich des optimalen Steuervektors  $\vec{u}^*(t)$  ihren größten Wert annimmt

$$\text{Gl. 5-14} \quad H^*(\vec{x}(t), \vec{\lambda}(t), \vec{u}^*(t)) = \max_{\vec{u} \in U} H(\vec{x}(t), \vec{\lambda}(t), \vec{u}(t)),$$

und die Beziehung

$$\text{Gl. 5-15} \quad \max_{\vec{u} \in U} H(\vec{x}(t), \vec{\lambda}(t), \vec{u}(t)) \geq \int_{t_E}^t \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f_i(\vec{x}(t), \vec{u}(t))}{\partial t} \cdot \lambda_i(t) \right)$$

erfüllt wird. Ferner sind die Transversalitätsbedingungen durch feste Vorgaben des Start- und Endzustandsvektors trivial befriedigt.

Das Zustandssystem und das adjungierte System werden in der Hamiltonfunktion  $H$  durch das Skalarprodukt des adjungierten Vektors  $\vec{\lambda}(t)$  mit der Vektorfunktion  $\vec{f}$  zusammengefaßt

$$\text{Gl. 5-16} \quad H = \vec{\lambda}(t) \cdot \vec{f}(\vec{x}(t), \vec{u}(t)) = \lambda_0 \cdot f_0 + \dots + \lambda_{n+1} \cdot f_{n+1}.$$

Aus dieser können das Zustandssystem und das adjungierte System durch die beiden Vektordifferentialgleichungen

$$\text{Gl. 5-17} \quad \dot{\vec{x}}(t) = \frac{\partial H}{\partial \vec{\lambda}(t)} \quad \text{und} \quad \dot{\vec{\lambda}}(t) = - \frac{\partial H}{\partial \vec{x}(t)}$$

wieder herausgelöst werden.

Zur Lösung des betrachteten Optimierungsproblems wird nach Aufstellen der Hamiltonfunktion  $H$  über die Bedingung

$$\text{Gl. 5-18} \quad H_u = \frac{\partial H(\bar{x}(t), \bar{\lambda}(t), \bar{u}(t))}{\partial \bar{u}(t)} = 0$$

der optimale Steuervektor  $\bar{u}^*(t)$  und durch die notwendige Optimalitätsbedingung von Legendre

$$\text{Gl. 5-19} \quad H_{uu} = \frac{\partial^2 H(\bar{x}(t), \bar{\lambda}(t), \bar{u}(t))}{\partial \bar{u}(t)^2},$$

ein relatives Maximum (Minimum) der Hamiltonfunktion durch

$$H_{uu} \leq 0 \quad (H_{uu} \geq 0)$$

bestimmt.

Der optimale Steuervektor  $\bar{u}^*(t)$  wird, vergleichbar zu Sauer [21], Sackett und Edelbaum [8] oder auch Hur [30], aus dem Term der Hamiltonfunktion bestimmt, der den Steuervektor beinhaltet

$$\text{Gl. 5-20} \quad H = a_c \cdot \cos^2 \beta \cdot \bar{\lambda}(t) \cdot \bar{u}(t),$$

wobei  $a_c$  die charakteristische Beschleunigung bezogen auf die Entfernung zwischen der Erde und der Sonne von 1 AE,  $\bar{\lambda}(t)$  der adjungierte Vektor und  $\beta$  der Sonneneinfallswinkel sind. Wie bereits in Kapitel 2 beschrieben, wird der Kosinus des Sonneneinfallswinkels durch das skalare Produkt aus dem normalisierten Richtungsvektor Sonne-Sonnensegler  $\bar{e}_s$  und dem Segelnormalenvektor  $\bar{e}_n$ , der ab jetzt durch den Steuervektor  $\bar{u}(t)$  ersetzt wird, gebildet

$$\text{Gl. 5-21} \quad \cos \beta = \bar{e}_s \cdot \bar{u}.$$

Um nun die Hamiltonfunktion zu maximieren, müssen die Winkel zwischen dem Richtungsvektor Sonne-Sonnensegler und dem Steuervektor als auch dem adjungierten Vektor und dem Steuervektor minimiert werden. Geometrisch gesehen, ist diese Minimierung nur möglich, wenn der Steuervektor in der Ebene liegt, die durch den Richtungsvektor Sonne-Sonnensegler und dem adjungierten Vektor aufgespannt wird. Diese Geometrie ist in Abb. 5-1 dargestellt.

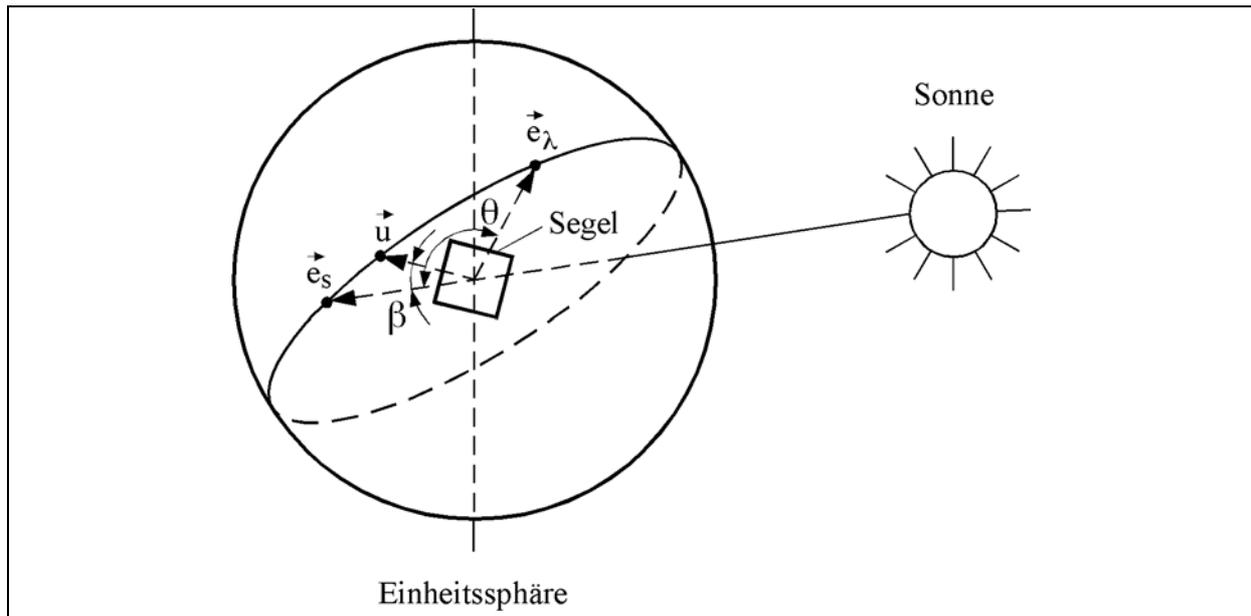


Abb. 5-1: Geometrische Darstellung des Steuerproblems

Ausgehend von dieser geometrischen Forderung kann der Steuervektor durch eine lineare Kombination des normalisierten Richtungsvektors Sonne-Sonnensegler und des normalisierten adjungierten Vektors  $\vec{e}_\lambda$  ausgedrückt werden

$$\text{Gl. 5-22} \quad \vec{u} = A \cdot \vec{e}_s + B \cdot \vec{e}_\lambda.$$

Die linearen Faktoren A und B werden durch die Multiplikation von Gleichung Gl. 5-22 mit jeweils dem normalisierten Richtungsvektor Sonne-Sonnensegler und dem normalisierten adjungierten Vektor bestimmt. Es ergeben sich zwei Gleichungen mit den jeweils zwei Unbekannten A und B

$$\text{Gl. 5-23} \quad \vec{u} \cdot \vec{e}_s = A + B \cdot \vec{e}_\lambda \cdot \vec{e}_s = \cos \beta$$

und

$$\text{Gl. 5-24} \quad \vec{u} \cdot \vec{e}_\lambda = A \cdot \vec{e}_s \cdot \vec{e}_\lambda + B = \cos(\theta - \beta).$$

Der Kosinus des Winkels  $\theta$  wird durch das skalare Produkt aus dem normalisierten Richtungsvektor Sonne-Sonnensegler und dem normalisierten adjungierten Vektor definiert:

$$\text{Gl. 5-25} \quad \cos \theta = \vec{e}_s \cdot \vec{e}_\lambda.$$

Als Ergebnis der Umformung der Gleichungen nach A und B wird

$$\text{Gl. 5-26} \quad A = \frac{\sin \beta}{\sin \theta}$$

und

$$\text{Gl. 5-27} \quad B = \frac{\sin(\beta - \theta)}{\sin \theta}.$$

Der Steuervektor kann auch geschrieben werden als

$$\text{Gl. 5-28} \quad \bar{u} = \frac{\sin \beta}{\sin \theta} \cdot \bar{e}_s + \frac{\sin(\beta - \theta)}{\sin \theta} \cdot \bar{e}_\lambda.$$

Diese Gleichung ist aber nur gültig, wenn der Winkel  $\theta$  im Bereich  $0^\circ < \theta < 180^\circ$  liegt. Für die Sonderfälle  $\theta = 0^\circ$  und  $\theta = 180^\circ$  wird der Steuervektor aus den folgenden Überlegungen zur Maximierung der Hamiltonfunktion definiert. Im Sonderfall  $\theta = 0^\circ$  sind der normalisierte Richtungsvektor Sonne-Sonnensegler und der normalisierte adjungierte Vektor gleichgerichtet, im Sonderfall  $\theta = 180^\circ$  entgegengesetzt kollinear.

Die Hamiltonfunktion (Gl. 5-20) kann unter Vernachlässigung der betraglichen Größen und unter Beachtung der entwickelten Linearkombination für den Steuerwinkel auf

$$\text{Gl. 5-29} \quad H = \cos^2 \beta \cdot \bar{e}_\lambda \cdot \bar{u} = \cos^2 \beta \cdot \cos(\theta - \beta)$$

reduziert werden.

Für den Sonderfall  $\theta = 0^\circ$  wird die Hamiltonfunktion maximal ( $H = 1$ ), wenn der Sonneneinfallswinkel  $\beta = 0^\circ$  gesetzt wird. Die Sonnensegelfläche ist komplett zur Sonne ausgerichtet, der Sonnensegler beschleunigt mit der maximal möglichen Beschleunigung. Für den Sonderfall  $\theta = 180^\circ$  wird die Hamiltonfunktion bei  $H = 0$  maximal, wenn der Sonneneinfallswinkel  $\beta = 90^\circ$  gesetzt wird. Die Sonnensegelfläche wird aus der Sonne herausgedreht, so daß der Sonnensegler keiner Beschleunigung, sondern nur der planetaren Gravitation unterworfen ist.

Liegt der Winkel  $\theta$  im Bereich  $0^\circ < \theta < 180^\circ$  müssen die erste und zweite partielle Ableitung der Hamiltonfunktion bestimmt werden, um Aussagen über die Extremwerte von  $H$  und damit über die Größe des Sonneneinfallswinkels  $\beta$ , der im Bereich  $0 \leq \beta \leq 90^\circ$  definiert ist, zu treffen.

Um die extremalen Sonneneinfalls- bzw. Steuerwinkel  $\beta$  zu bestimmen, wird die erste Ableitung der Hamiltonfunktion nach dem Steuerwinkel  $\beta$

$$\text{Gl. 5-30} \quad H_{\beta} = -3 \cdot \cos \theta \cdot \cos^2 \beta \cdot \sin \beta - \sin \theta \cdot (\cos^3 \beta - 2 \cdot \cos \beta \cdot \sin^2 \beta)$$

gebildet, gleich Null gesetzt, durch  $\cos^3 \beta$  geteilt und umgeformt zu

$$\text{Gl. 5-31} \quad H_{\beta} = -2 \cdot \sin \theta \cdot \tan^2 \beta + 3 \cdot \cos \theta \cdot \tan \beta - \sin \theta = 0.$$

Zwei Lösungen sind zu erkennen

$$\text{Gl. 5-32} \quad \tan \beta_{1/2} = \frac{-3 \cdot \cos \theta \pm \sqrt{9 \cdot \cos^2 \theta + 8 \cdot \sin^2 \theta}}{4 \cdot \sin \theta}.$$

Die maximalen und minimalen Lösungen werden unter Beachtung der Optimalitätsbedingung von Legendre bestimmt. Dazu wird Gl. 5-30 zum zweiten Mal nach dem Steuerwinkel  $\beta$  abgeleitet

$$\text{Gl. 5-33} \quad H_{\beta\beta} = -\frac{1}{\cos^2 \beta} \cdot (3 \cdot \cos \theta + 4 \cdot \tan \beta \cdot \sin \theta)$$

und die Lösungen für den Steuerwinkel aus der Gl. 5-32 eingesetzt. Es zeigt sich, daß Gl. 5-33 für den positiven Wurzelanteil negativ und für den negativen Wurzelanteil positiv wird. Somit wird die Hamiltonfunktion durch

$$\text{Gl. 5-34} \quad \tan \beta_1 = \frac{-3 \cdot \cos \theta + \sqrt{9 \cdot \cos^2 \theta + 8 \cdot \sin^2 \theta}}{4 \cdot \sin \theta}$$

maximal, durch

$$\text{Gl. 5-35} \quad \tan \beta_2 = \frac{-3 \cdot \cos \theta - \sqrt{9 \cdot \cos^2 \theta + 8 \cdot \sin^2 \theta}}{4 \cdot \sin \theta}$$

minimal.

In Abb. 5-2 ist der Verlauf des Steuerwinkels  $\beta$  in Abhängigkeit vom Winkel  $\theta$  für die maximalen und minimalen Steuerlösungen aufgetragen. Die für die Ränder des

Definitionsbereichs des Winkels  $\theta$  definierten Sonderfälle für die maximalen Lösungen, werden durch den inversen Tangens der Gl. 5-32 ebenso wie die Sonderfälle für die minimalen Lösungen bestimmt. Die Hamiltonfunktion wird für den Sonderfall  $\theta = 0^\circ$  minimal ( $H = 0$ ), wenn der Steuerwinkel  $\beta = 90^\circ$  gesetzt wird. Die Sonnensegelfläche wird aus der Sonne herausgedreht, so daß der Sonnensegler keiner Beschleunigung, sondern nur der planetaren Gravitation unterworfen ist. Ferner wird die Hamiltonfunktion für den Sonderfall  $\theta = 180^\circ$  minimal ( $H = -1$ ), wenn der Steuerwinkel  $\beta = 0^\circ$  gesetzt wird. In diesem Sonderfall ist die Sonnensegelfläche komplett zur Sonne ausgerichtet, der Sonnensegler beschleunigt mit der maximal möglichen Beschleunigung.

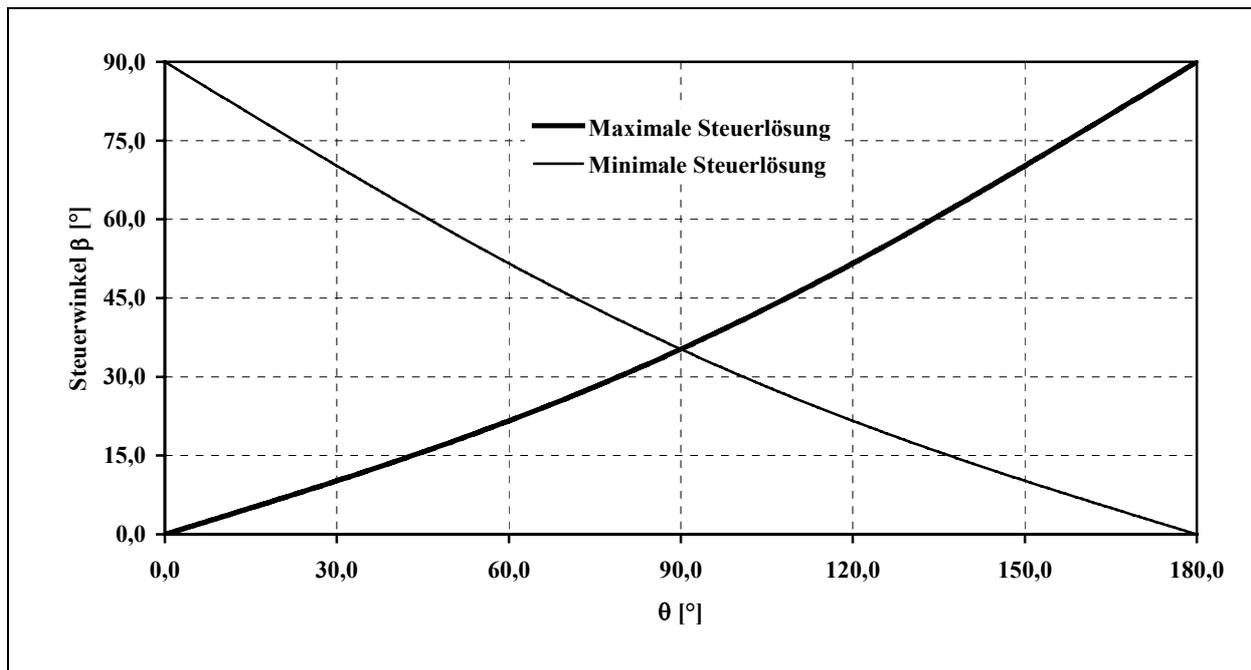


Abb. 5-2: Verlauf des Steuerwinkels  $\beta$  in Abhängigkeit vom Winkel  $\theta$

Die geometrische Interpretation der minimalen und maximalen Steuerlösungen ist in Abb. 5-3 zu sehen. Die durch den normalisierten Richtungsvektor Sonne-Sonnensegler und dem normalisierten adjungierten Vektor aufgespannte Ebene ist zur Veranschaulichung im mathematischen Sinne in vier Quadranten aufgeteilt. Je nach Lage des adjungierten Vektors, ob im oberen oder unteren Bereich vom Richtungsvektor Sonne-Sonnensegler  $\vec{e}_s$  aus betrachtet, ergibt sich die maximale Steuerlösung, wenn der Steuervektor in demselben Bereich wie der Richtungsvektor Sonne-Sonnensegler  $\vec{e}_s$  und der adjungierten Vektor  $\vec{e}_\lambda$  und zwischen den beiden genannten Vektoren liegt. Die minimale Steuerlösung ergibt sich, wenn der Steuervektor in dem gegenüberliegenden Bereich der die Ebene aufspannenden Vektoren liegt. Für den zeitoptimalen Flug im planetaren beziehungsweise interplanetaren Raum bewirken die maximalen oder minimalen Steuerlösungen eine Flugbewegung auf spiralähnlichen Bahnen entweder zum gravitativen Zentrum oder vom diesem weg. Diverse

Beispiele für diese Flugbewegungen werden in den nachfolgenden Kapiteln vielfältig vorgestellt.

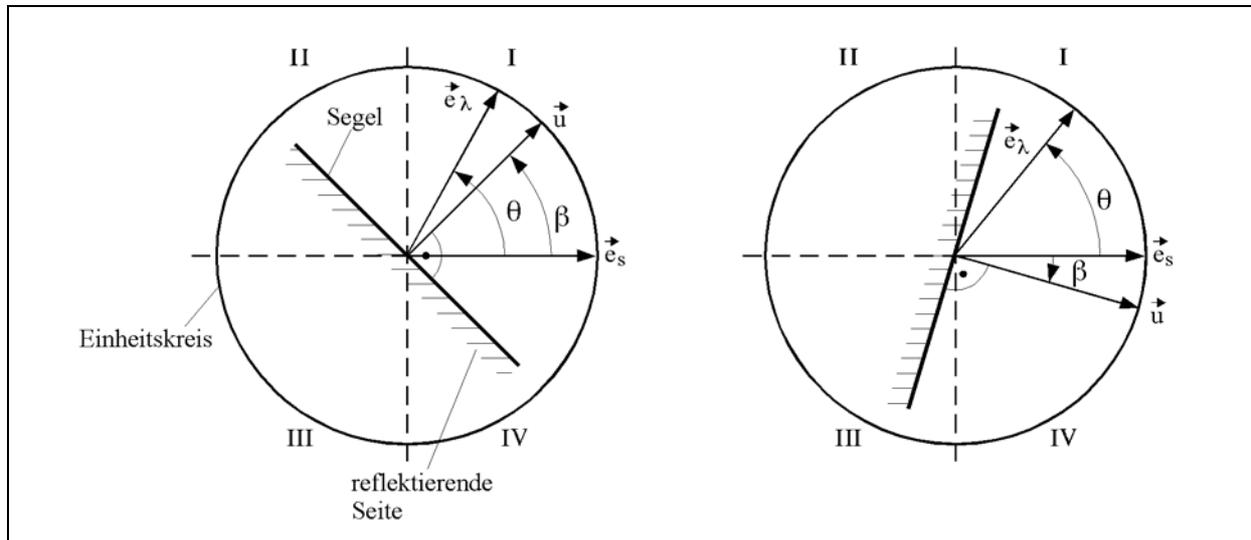


Abb. 5-3: Geometrische Darstellung der maximalen (links) und minimalen (rechts) Steuerlösungen

Typische Segelorientierungen für die maximale Lösung über einen vollen Umlauf ( $360^\circ$ ) des adjungierten Vektors sind in Abb. 5-4 zu sehen. Hierbei können zwei Extremfälle unterschieden werden:

- a) der Bahnmomentenvektor steht senkrecht zur Sonnenrichtung
- oder
- b) der Bahnmomentenvektor ist kollinear zur Sonnenrichtung.

Im ersten Fall gibt es zwei für Sonnensegler charakteristische Flugphasen, die Flugrichtungen zur Sonne und von der Sonne weg, die je nach Missionsanforderung zur Energieerhöhung oder –Erniedrigung der Bahn genutzt werden können. Dieser Fall ist allgemeingültig in Abb. 5-4 dargestellt. Die Bewegung des adjungierten Vektors verläuft im mathematisch positiven Sinn durch den 1. und 2. Quadranten. Der Steuervektor folgt und nähert sich einem Steuerwinkel von annähernd  $90^\circ$ . Beim Übergang des adjungierten Vektors ( $\theta = 180^\circ$ ) vom 2. in den 3. Quadranten, erfolgt, bedingt durch die Annahme des einseitigen Segelns und durch die Richtung des Photonenimpulses, ein  $180^\circ$ -Sprung des Steuerwinkels in den 4. Quadranten. Nur durch diesen Sprung, der in der Realität ein aufwendiges kontinuierliches Manöver aus der Bahnebene heraus um eine der Hauptsegelachsen bedeutet, ist ein weiteres maximales Steuern möglich. Würde das Antriebssystem für zweiseitiges Sonnensegeln ausgelegt sein, könnte dieses umfangreiche Manöver entfallen. Zwar erfolgt mathematisch gesehen wiederum

ein  $180^\circ$  Sprung des Steuerwinkels aufgrund der physikalischen Gesetzmäßigkeiten des Photonenstromes, aber ein Manöver aus der Bahnebene heraus kann durch ein kontinuierliches Weiterdrehen des Segels in der Bahnebene ersetzt werden. Der Steueraufwand in Form von Treibstoff wird herabgesetzt, die technische Machbarkeit und Sicherheit werden erhöht. Es ist aber zu erwähnen, daß diese Vorteile des zweiseitigen Segelns durch den Nachteil einer leistungsmindernden Massenerhöhung des Gesamtsystems einhergehen.

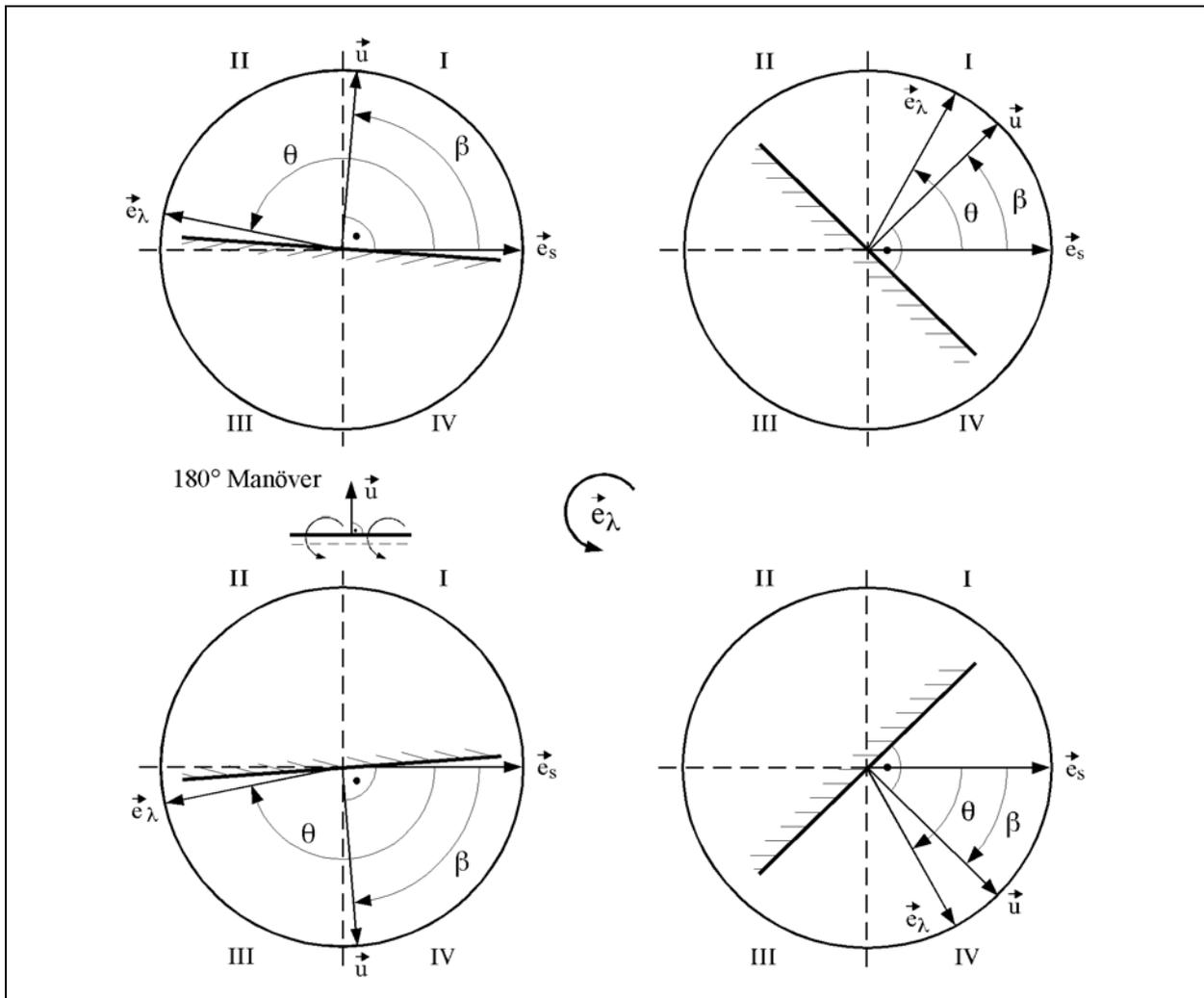


Abb. 5-4: Typische Segelorientierung bei  $360^\circ$  Drehung des adjungierten Vektors  $\vec{e}_\lambda$  für die maximale Steuerlösung

Bezogen auf die Abb. 5-4 würde im zweiten Fall der Sonnenvektor  $\vec{e}_s$  senkrecht zur Abbildungsebene stehen. Führt nun der adjungierte Vektor senkrecht zum Sonnenvektor eine volle Drehung um  $360^\circ$  aus, so erfolgt dies unter konstantem Winkel  $\theta$  von  $90^\circ$ . Je nach Missionsanforderung, ob nun zum Beispiel die Bahnenergie erhöht oder erniedrigt werden soll, ergeben die Gl. 5-34 und Gl. 5-35 für den maximalen und minimalen Steuerwinkel  $\beta$

Gl. 5-36 
$$\tan \beta_{\frac{1}{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Die extremale Steuerlösung ist für einen vollen Umlauf konstant bei einem Winkel  $\beta$  von  $35,26^\circ$  (absolut). Flugbahnen dieser Art haben den Vorteil, auf aufwendige Manöver zur Ausrichtung des Segels relativ zur Sonne verzichten zu können. Ferner vermeiden sie durch ihre geometrische Anordnung zur Sonne jegliche planetare Schattendurchgänge, wodurch über einen Bahnlauf das Sonnensegel kontinuierlich beschleunigt werden kann.

Mit Hinblick auf die Programmierung ergibt sich folgender Algorithmus zur Bestimmung des zeitoptimalen oder extremalen Steuervektors. Als erstes wird der adjungierte Vektor bestimmt oder vorgegeben und aus dem Skalarprodukt mit dem Richtungsvektor Sonne-Sonnensegler der Winkel  $\theta$  aus Gl. 5-25 ermittelt. Daraufhin werden die minimalen oder maximalen Lösungen des Steuerwinkels  $\beta$  durch die Gl. 5-34 und die Gl. 5-35 bestimmt. Als letzter Schritt wird der Steuervektor durch Gl. 5-28 definiert.

## 5.2 Lokalextremale Steuerstrategien

Die allgemeine Formulierung des optimalen Steuerproblems für Sonnensegler stellt die Basis für das weitere Vorgehen in der Entwicklung und Analyse von extremalen Steuerstrategien für Sonnensegler dar. Einerseits bietet diese Formulierung die Möglichkeit, eine zeitoptimale Steuerung zur Lösung des Randwertproblems durch Integration des Zustandssystems und des adjungierten Gleichungssystems (Gl. 5-17) zu bestimmen, andererseits können durch diese Formulierung Steuerstrategien entwickelt werden, wobei der adjungierte Vektor aufgrund einer lokalextremalen Zielsetzung, z. B. die Extremalisierung der zeitlichen Änderung der Bahnenergie im augenblicklichen Zeitpunkt der Flugbewegung, ersetzt wird. Es wird also auf die meist sehr schwierige Bestimmung des adjungierten Vektors verzichtet. Dadurch können Raumflugbahnen von Sonnenseglern sehr viel einfacher simuliert und überschlägige Leistungsabschätzungen in der Vorentwurfsphase einer Mission realisiert werden. In den nachfolgenden Abschnitten werden diverse lokalextremale Steuerstrategien erarbeitet.

Bei der Definition der lokalextremalen Steuerstrategien wird unterschieden zwischen Steuerstrategien, die die Entwicklung einzelner oder mehrerer Bahnelemente unabhängig vom Endwert des Bahnelements beeinflussen, und den Steuerstrategien, die die Bahnelemente gezielt auf die gewünschten Randwerte einstellen. Die Randwerte gehen in die Definition der Steuerstrategien ein.

### 5.2.1 Extremalisierung der zeitlichen Änderung der Bahnenergie

Diese Steuerstrategie wurde bereits in mehreren Veröffentlichungen [30]-[34] analysiert. Im Rahmen dieser Forschungsarbeit hilft sie die Überlegung zu veranschaulichen, den adjungierten Vektor durch eine lokalextremale Zielsetzung in Form eines Vektors zu ersetzen. Ferner dient sie zur Beschreibung der grundsätzlichen Charakteristika des Sonnenseglens und zur Verifizierung der programmtechnischen Umsetzung. Unter anderem können der jahreszeitliche Einfluß auf die Steuerstrategien, Effekte durch den Erdschatten und durch Sonnen- und Mondgravitation auf den Bahnverlauf des Sonnenseglers einfach erfaßt werden. Von besonderem Interesse ist der Einfluß der Restatmosphäre im in 620 km Höhe gelegenen Perizentrum des *Ariane 5* GTOs.

Die zeitliche Änderung der Bahnenergie  $E$  ist definiert durch

$$\text{Gl. 5-37} \quad \frac{dE}{dt} = \frac{\mu}{2a^2} \cdot \frac{da}{dt}$$

Wird die zeitliche Änderung der großen Halbachse  $a$  durch die zugehörige Lagrange-Variationsgleichung

$$\text{Gl. 5-38} \quad \frac{da}{dt} = \frac{2a^2}{\mu} \cdot \vec{v} \cdot \vec{a}_s$$

ersetzt [36] und der Beschleunigungsvektor  $\vec{a}_s$  dem Sonnensegelproblem durch

$$\vec{a}_s = a_c \cdot \cos^2 \beta \cdot \vec{u}$$

angepasst, ergibt sich für die Gl. 5-38

$$\text{Gl. 5-39} \quad \frac{dE}{dt} = a_c \cdot \cos^2 \beta \cdot \vec{v} \cdot \vec{u}$$

Um die zeitliche Änderung der Bahnenergie zu extremalisieren, ist es notwendig, einen möglichst hohen Anteil des Beschleunigungsvektors auf den Bahngeschwindigkeitsvektor des Seglers zu projizieren. Dabei ist zu unterscheiden, in welche Richtung des Bahngeschwindigkeitsvektors die Projektion zeigt. Zeigt die Projektion in negative Richtung, so ist die zeitliche Änderung der Bahnenergie negativ und die Bahnenergie wird erniedrigt, zeigt sie in positive Richtung, so wird die Bahnenergie erhöht. Diese Unterscheidung wird durch die Definitionen der Gl. 5-34 und der Gl. 5-35 programmtechnisch umgesetzt.

Wird Gl. 5-39 auf den allgemeinen Lösungsansatz des Steuerproblems bezogen und speziell mit der Definition der Hamiltonfunktion in Gl. 5-20 verglichen, so unterscheiden sich die Gleichungen nur durch den Bahngeschwindigkeitsvektor  $\vec{v}$  und durch den adjungierten Vektor  $\vec{\lambda}$ . Durch Gleichsetzen des adjungierten Vektors mit dem Bahngeschwindigkeitsvektor

$$\text{Gl. 5-40} \quad \vec{\lambda} = \vec{v}$$

werden sowohl die zeitliche Änderung der Bahnenergie als auch die Hamiltonfunktion extremalisiert. Somit ist dieser Ansatz zulässiger Bestandteil für ein optimales Verhalten der Steuerung  $\vec{u}$  nach Gl. 5-13 mit der lokalextrimalen Zielsetzung, die zeitliche Änderung der Bahnenergie zu extremalisieren. Für die programmtechnische Umsetzung wird

$$\text{Gl. 5-41} \quad \vec{e}_\lambda = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}.$$

Zur Untersuchung dieser Steuerstrategie werden die in Kapitel 4.1 definierten Startdaten für die vier Fälle der Äquinoktien und der Solstitien herangezogen. Mit diesen Eingabedaten wird die Sonnensegelbahn durch numerische Vorwärtsintegration bestimmt. Das Abbruchkriterium für die numerische Vorwärtsintegration ist eine mittlere Mondentfernung zur Erde von 384400 km [130].

## 5.2.2 Extremalisierung der zeitlichen Änderung des Jakobi-Integrals

Eine Steuervorgabe für die Einleitung eines Rendezvous mit dem Mond, könnte die Reduzierung der relativen Geschwindigkeit zwischen dem Sonnensegler und dem Mond vorsehen. Wie bereits in Abschnitt 4.2.2 ausgeführt, läßt das Jakobi-Integral für das eingeschränkte Dreikörperproblem Aussagen über solche Bewegungs- oder Rendezvousmöglichkeiten zu, indem es die geometrischen und mathematischen Voraussetzungen definiert.

Wie aus der Gl. 4-4 zu erkennen ist, bildet die Summe aus potentieller und kinetischer Energie im rotierenden Koordinatensystem die Energieform des Jakobi-Integrals. Im Unterschied zur Energiebeschreibung im klassischen Sinn ist Gl. 4-4 durch einen rotatorischen Energieanteil erweitert, jedoch bleibt die qualitative Entwicklung der Extremalisierung der zeitlichen Veränderung des Jakobi-Integrals erhalten. Die Überlegungen aus Abschnitt 5.2.1 lassen daher den Schluß zu, eine Extremalisierung durchzuführen, wenn ein möglichst hoher Anteil des Beschleunigungsvektors  $\vec{a}_s$  in Richtung des baryzentrischen Geschwindigkeitsvektors im rotierenden Koordinatensystem projiziert wird. Der adjungierte Vektor wird daher zu

Gl. 5-42 
$$\vec{e}_\lambda = \frac{\vec{v} - \vec{\omega} \times \vec{r}}{|\vec{v} - \vec{\omega} \times \vec{r}|}.$$

Die Untersuchung dieser Steuerstrategie konzentriert sich auf den Übergang des Sonnenseglers in eine stabile Mondbahn am Lagrange-Punkt  $L_1$ . Dazu ist es notwendig, daß die relative Geschwindigkeit zwischen Sonnensegler und Mond am  $L_1$  gegen Null geführt wird und die Jakobi-Konstante einen Wert kleiner als 3,20034 annimmt.

### 5.2.3 Extremalisierung der zeitlichen Änderung des Bahnmomentenvektors

Ausgehend von der Definition des Bahnmomentenvektors

Gl. 5-43 
$$\vec{h} = \vec{r} \times \vec{v}$$

und der zeitlichen Änderung des Bahnmomentenvektors

Gl. 5-44 
$$\frac{d\vec{h}}{dt} = \vec{r} \times \vec{a}_s$$

kann ein Funktional geschrieben werden

Gl. 5-45 
$$\frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt}(\vec{h}^2) = \vec{h} \cdot \dot{\vec{h}} = \vec{a}_s \cdot (\vec{h} \times \vec{r}),$$

welches die zeitliche Änderung des Bahnmomentenvektors in dem Augenblick extremalisiert, wenn ein möglichst hoher Anteil des Beschleunigungsvektors  $\vec{a}_s$  auf den Zirkularvektor des Seglers

Gl. 5-46 
$$\vec{e}_z = \frac{\vec{h} \times \vec{r}}{|\vec{h} \times \vec{r}|}$$

projiziert wird. Wiederum wird der adjungierte Vektor durch Gl. 5-46 ersetzt

Gl. 5-47 
$$\vec{e}_\lambda = \frac{\vec{h} \times \vec{r}}{|\vec{h} \times \vec{r}|}.$$

Wie im vorherigen Abschnitt werden zur Untersuchung dieser Steuerstrategie die in Kapitel 4.1 definierten Startdaten für die vier Fälle der Äquinoktien und der Solstitien herangezogen.

#### 5.2.4 Extremalisierung der zeitlichen Änderung des relativen Bahnmomentenvektors

Diese Steuerstrategie geht auf eine Studie [131] zurück, in der optimale Steuerstrategien für elektrische Antriebssysteme zur Lösung von interplanetaren Rendezvousproblemen untersucht wurden. Sie ergibt sich durch eine Erweiterung des Funktionals aus der Gl. 5-45, indem der gewünschte Endzustand in die Definition eingeht. Dadurch ist es möglich, den anfänglichen Bahnmomentenvektor gezielt dem gewünschten Endzustand anzupassen. Der Vorteil dieser Steuerstrategie liegt in der gleichzeitigen Anpassung des Betrages des Bahnmomentenvektors und der Bahnebene der Sonnensegelbahn. Konkret werden drei Bahnelemente, wie das Bahnmoment, die Bahnneigung und die Länge des aufsteigenden Knotens der Bahn angepasst.

Es wird für die Gl. 5-45

$$\text{Gl. 5-48} \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} \left( (\vec{h} - \vec{h}_E)^2 \right) = (\vec{h} - \vec{h}_E) \cdot (\vec{r} \times \vec{a}_s)$$

neu angesetzt, wobei  $\vec{h} - \vec{h}_E$  die momentane Differenz  $\Delta\vec{h}$  zwischen den Bahnmomentenvektoren der Sonnensegelbahn  $\vec{h}$  und des Endzustands  $\vec{h}_E$  ist. Umgeformt wird die Gl. 5-48 zu

$$\text{Gl. 5-49} \quad (\vec{h} - \vec{h}_E) \cdot (\vec{r} \times \vec{a}_s) = ((\vec{h} - \vec{h}_E) \times \vec{r}) \cdot \vec{a}_s = (\Delta\vec{h} \times \vec{r}) \cdot \vec{a}_s$$

und zeigt, daß die zeitliche Änderung des relativen Bahnmomentenvektors  $\Delta\vec{h}$  durch die Vorgabe

$$\text{Gl. 5-50} \quad \vec{e}_\lambda = \frac{\Delta\vec{h} \times \vec{r}}{|\Delta\vec{h} \times \vec{r}|}$$

extremalisiert wird.

Bei dieser Steuerstrategie steht speziell die Drehung der GTO-Bahnebene in die Mondbahnebene im Vordergrund, mit dem Hintergedanken, ein Rendezvousmanöver mit möglichst geringer Geschwindigkeit relativ zum Mond durchzuführen. Deshalb werden die in Kapitel 4.1 eigens für diese Steuerstrategie definierten Anfangsbedingungen (siehe Tab. 4-3) für eine nähere Untersuchung herangezogen. Als Randbedingung wird der Bahnmomentenvektor des Mondes in die Steuerstrategie eingesetzt. Hierbei ist die

Leistungsfähigkeit der Steuerstrategie hinsichtlich einer konstanten Randbedingung zu untersuchen. Die konstante Randbedingung wird durch den Bahnmomentenvektor des Mondes zum Startzeitpunkt definiert.

In ersten Voruntersuchungen der Steuerstrategie wurde festgestellt, daß numerische Instabilitäten auftreten, wenn der relative Bahnmomentenvektor in die Nähe des Nullvektors gelangt. Dieser Zustand ist gleichzusetzen mit einer relativen Bahnneigung zwischen den Bahnebenen von 1° bis 5°. Der relative Bahnmomentenvektor wird aus dem augenblicklichen Bahnzustand berechnet, der wiederum durch Integration mit variabler Schrittweite bestimmt wird. Befindet sich der Nullvektor zwischen zwei Integrationsschritten, so ändert der relative Bahnmomentenvektor je nach Integrationsschritt seine Richtung. Er beginnt um den Nullvektor zu oszillieren.

### Komponentendarstellung der Steuerstrategie

Eine Verbesserung des numerischen Endverhaltens der Steuerstrategie wird erreicht durch eine Komponentenzerlegung des vorgegebenen adjungierten Vektors in radialer  $\vec{e}_R$ , zirkularer  $\vec{e}_Z$  und normaler  $\vec{e}_N$  Richtung

$$\text{Gl. 5-51} \quad \vec{e}_\lambda = \frac{\Delta \vec{h} \times \vec{r}}{|\Delta \vec{h} \times \vec{r}|} = K_R \cdot \vec{e}_R + K_Z \cdot \vec{e}_Z + K_N \cdot \vec{e}_N.$$

Die einzelnen Komponenten K des vorgegebenen adjungierten Vektors werden durch skalare Multiplikation der Gl. 5-51 mit den jeweiligen Richtungsvektoren bestimmt und erlauben durch ihre Definition explizite Aussagen über ihre lokalen extremalen Eigenschaften.

Wie zu erkennen ist, wird die radiale Komponente

$$\text{Gl. 5-52} \quad K_R = \frac{\Delta \vec{h} \times \vec{r}}{|\Delta \vec{h} \times \vec{r}|} \cdot \vec{e}_R = 0,$$

wodurch der vorgegebene adjungierte Vektor in der Ebene liegt, die durch den zirkularen und normalen Richtungsvektor aufgespannt wird. Ferner ist die zirkulare Komponente

$$\text{Gl. 5-53} \quad K_Z = \frac{\Delta \vec{h} \times \vec{r}}{|\Delta \vec{h} \times \vec{r}|} \cdot \vec{e}_Z = \frac{\Delta \vec{h} \times \vec{r}}{|\Delta \vec{h} \times \vec{r}|} \cdot \frac{\vec{h} \times \vec{r}}{|\vec{h} \times \vec{r}|}.$$

Diese Komponente wird extremalisiert, wenn der Radiusvektor der Sonnensegelbahn in der Ebene liegt, die durch die beiden Bahnmomentenvektoren aufgespannt wird. Dadurch wird nach Abschnitt 5.2.3 zu diesen Zeitpunkten die zeitliche Änderung des Bahnmomentenvektors extremalisiert. Die normale Komponente wird bestimmt zu

$$\text{Gl. 5-54} \quad K_N = \frac{\Delta \vec{h} \times \vec{r}}{|\Delta \vec{h} \times \vec{r}|} \cdot \vec{e}_N = \frac{(\vec{h}_E \times \vec{h}) \cdot \vec{r}}{|\Delta \vec{h} \times \vec{r}| \cdot |\vec{h}|}$$

und wird extremalisiert, wenn der Radiusvektor der Sonnensegelbahn in der Schnittlinie liegt, die durch den Schnitt der Bahnebenen entsteht. Wie bereits in Kapitel 4.1 ausgeführt, kann die zeitliche Änderung der relativen Bahnneigung in der Schnittlinie zweier Ebenen extremal durchgeführt werden.

Mit Einführung der Gewichtungsfaktoren kann für den adjungierten Vektor

$$\text{Gl. 5-55} \quad \vec{e}_\lambda = \frac{GF_Z \cdot K_Z \cdot \vec{e}_Z + GF_N \cdot K_N \cdot \vec{e}_N}{|GF_Z \cdot K_Z \cdot \vec{e}_Z + GF_N \cdot K_N \cdot \vec{e}_N|}$$

vorgegeben werden. Durch die Gewichtungsfaktoren GF können die einzelnen Komponenten gezielt beeinflusst werden, bevor der relative Bahnmomentenvektor in die Nähe des Nullvektors kommt. So kann zum Beispiel in ausgewählten Teilabschnitten der Sonnensegelbahn mehr Gewicht auf die Extremalisierung der zeitlichen Änderung der relativen Bahnneigung gelegt werden, indem die normale Komponente höher gewichtet wird als die zirkulare Komponente. Die relative Bahnneigung zwischen den Bahnebenen konvergiert dadurch sehr viel besser gegen Null. Durch Wegfall einer Komponente ist es sogar möglich, singuläre Steuermaßnahmen einzuleiten, wie zum Beispiel die Extremalisierung der zeitlichen Änderung der relativen Bahnneigung durch Nullsetzen des zirkularen Gewichtungsfaktor  $GF_Z$ . In diesem Fall werden die Bahnebenen angeglichen ohne das Bahnmoment zu verändern.

Eine andere Möglichkeit, die in diesem Abschnitt entwickelte Steuerstrategie zu variieren, nutzt den Ansatz aus dem Abschnitt 5.2.1. Das durch die Komponentenschreibweise ausgedrückte Steuerprofil zur Extremalisierung des relativen Bahnmomentenvektors wird beibehalten, jedoch die Richtung der zirkularen Komponente durch die tangentielle Richtung ersetzt. Es wird also für den adjungierten Vektor die Vorgabe getroffen

$$\text{Gl. 5-56} \quad \vec{e}_\lambda = \frac{GF_T \cdot K_Z \cdot \vec{e}_T + GF_N \cdot K_N \cdot \vec{e}_N}{|GF_T \cdot K_Z \cdot \vec{e}_T + GF_N \cdot K_N \cdot \vec{e}_N|}$$

Dadurch wird die zeitliche Änderung der Energie als auch der relativen Bahnneigung - je nach Gewichtung der Komponenten - extremalisiert. Es wird vermutet, zeitschnellere Bahnübergänge durchführen zu können.

### 5.2.5 Extremalisierung der zeitlichen Änderung des relativen Laplace-Vektors

Diese Steuerstrategie hat das Ziel, die Laplace-Vektoren zweier Bahnen mit extremerer Änderungsrate anzugleichen.

Der Laplace-Vektor wird definiert durch

$$\text{Gl. 5-57} \quad \vec{\varepsilon} = \frac{\vec{v} \times \vec{h}}{\mu} - \frac{\vec{r}}{r}$$

Er ist ein Vektor, der vom Fokus der Bahn in Richtung des Perizentrums zeigt. Die Länge des Laplace-Vektors ist gleich der Exzentrizität der Bahn. Die zeitliche Änderung des Laplace-Vektors ist

$$\text{Gl. 5-58} \quad \frac{d\vec{\varepsilon}}{dt} = \frac{\vec{a}_s \times \vec{h} + \vec{v} \times (\vec{r} \times \vec{a}_s)}{\mu}$$

Für die zeitliche Änderung des relativen Laplace-Vektors wird

$$\text{Gl. 5-59} \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} ((\vec{\varepsilon} - \vec{\varepsilon}_E)^2) = \frac{1}{\mu} \cdot \vec{a}_s \cdot (\vec{h} \times \Delta\vec{\varepsilon} + \vec{r} \times (\vec{v} \times \Delta\vec{\varepsilon}))$$

geschrieben, wobei  $\vec{\varepsilon} - \vec{\varepsilon}_E$  die momentane Differenz  $\Delta\vec{\varepsilon}$  zwischen den Laplace-Vektoren der Sonnensegelbahn  $\vec{\varepsilon}$  und des gewünschten Endzustands  $\vec{\varepsilon}_E$  ist. Die Gl. 5-59 zeigt, daß die zeitliche Änderung des relativen Laplace-Vektors  $\Delta\vec{\varepsilon}$  durch die Vorgabe

$$\text{Gl. 5-60} \quad \vec{\varepsilon}_\lambda = \frac{(\vec{h} \times \Delta\vec{\varepsilon} + \vec{r} \times (\vec{v} \times \Delta\vec{\varepsilon}))}{|\vec{h} \times \Delta\vec{\varepsilon} + \vec{r} \times (\vec{v} \times \Delta\vec{\varepsilon})|}$$

extremalisiert wird.

Zur Untersuchung dieser Steuerstrategie werden zwei Ansätze verfolgt. Der erste Ansatz minimiert die Exzentrizität der hochexzentrischen Ausgangsbahn (GTO) bis der Laplace-Vektor der Mondbahn erreicht wird. Der zweite Ansatz maximiert die Exzentrizität der Ausgangsbahn bis der Apozentrumsradius einer mittleren Mondentfernung von 384400 km

entspricht. Das besondere Interesse, den zweiten Ansatz zu verfolgen, liegt in der Verringerung der relativen Geschwindigkeit zwischen dem Mond und dem Sonnensegler im Apozentrum. Rendezvousmanöver können dadurch einfacher durchgeführt werden.

### 5.2.6 Extremalisierung der zeitlichen Änderung des Peri- oder Apovektors

Durch den Laplace-Vektor ist es auch möglich, einen Peri- oder Apovektor einer elliptischen Bahn zu formulieren und die gleichen Überlegungen wie in den Abschnitten zuvor zu treffen. Der Perivektor wird durch die Richtung des Laplace-Vektors und durch den Periradius  $r_p$  definiert

$$\text{Gl. 5-61} \quad \vec{r}_p = r_p \cdot \frac{\vec{\epsilon}}{e}.$$

Der Apovektor wird durch die entgegengesetzte Richtung des Laplace-Vektors und durch den Aporadius  $r_a$  definiert

$$\text{Gl. 5-62} \quad \vec{r}_A = -r_A \cdot \frac{\vec{\epsilon}}{e}.$$

Es wird für die zeitliche Änderung des Perivektors das folgende Funktional angesetzt

$$\text{Gl. 5-63} \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} (\vec{r}_p^2) = \vec{r}_p \cdot \dot{\vec{r}}_p = r_p \cdot \vec{a}_s \cdot \left( \vec{y} + \frac{1}{\mu} \cdot (\vec{h} \times \vec{r}_p + \vec{r} \times (\vec{v} \times \vec{r}_p)) \right),$$

wobei der Hilfsvektor  $\vec{y}$  mit Hilfe der Lagrange-Variationsgleichungen bestimmt wird zu

$$\text{Gl. 5-64} \quad \vec{y} = \left( \frac{2 \cdot a^2}{\mu} \cdot (1 - \epsilon) - \frac{2 \cdot a}{v^2} \cdot (\epsilon + \cos v) \right) \cdot \vec{v} + \frac{r \cdot \sin v}{a \cdot h} \cdot \vec{h}.$$

Analog gilt für die zeitliche Änderung des Apovektors das Funktional

$$\text{Gl. 5-65} \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} (\vec{r}_A^2) = \vec{r}_A \cdot \dot{\vec{r}}_A = r_A \cdot \vec{a}_s \cdot \left( \vec{y} + \frac{1}{\mu} \cdot (\vec{h} \times \vec{r}_A + \vec{r} \times (\vec{v} \times \vec{r}_A)) \right),$$

wobei der Hilfsvektor  $\vec{y}$  leicht verändert geschrieben wird als

$$\text{Gl. 5-66} \quad \vec{y} = \left( \frac{2 \cdot a^2}{\mu} \cdot (1 + e) + \frac{2 \cdot a}{v^2} \cdot (e + \cos v) \right) \cdot \vec{v} - \frac{r \cdot \sin v}{a \cdot h} \cdot \vec{h}.$$

Es ist zu erkennen, daß die zeitliche Änderung des Peri- oder Apovektors durch die Vorgabe

$$\text{Gl. 5-67} \quad \bar{e}_\lambda = \frac{\left( \bar{y} + \frac{1}{\mu} \cdot \left( \bar{h} \times \bar{r}_{p/A} + \bar{r} \times (\bar{v} \times \bar{r}_{p/A}) \right) \right)}{\left| \bar{y} + \frac{1}{\mu} \cdot \left( \bar{h} \times \bar{r}_{p/A} + \bar{r} \times (\bar{v} \times \bar{r}_{p/A}) \right) \right|}$$

extremalisiert wird.

Die Untersuchung dieser Steuerstrategie beschränkt sich auf die zeitliche Änderung und Entwicklung des Peri- und Apozentrumsradius über einen Umlauf und über den gesteckten Missionsrahmen, der für diese Steuerstrategie an eine mittlere Mondentfernung von 384400 km grenzt. Wie in Abschnitt 5.2.5 werden die in Kapitel 4.1 definierten Startdaten für die vier Fälle der Äquinoktien und der Solstitien zur Untersuchung herangezogen.

### 5.2.7 Extremalisierung der zeitlichen Änderung des relativen Peri- und Apovektors

Wie in einigen vorherigen Herleitungen praktiziert, kann auch die im letzten Abschnitt hergeleitete Steuerstrategie durch eine vektorielle Randbedingung erweitert werden. Der gewünschte vektorielle Endzustand des Peri- oder Apozentrums wird in das Funktional

$$\text{Gl. 5-68} \quad \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} \left( (\bar{r}_{p/A} - \bar{r}_{p/A_E})^2 \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} \left( (\Delta \bar{r}_{p/A})^2 \right) = \Delta \bar{r}_{p/A} \cdot \Delta \dot{\bar{r}}_{p/A}$$

integriert, wobei  $\bar{r}_{p/A} - \bar{r}_{p/A_E}$  die momentane Differenz  $\Delta \bar{r}_{p/A}$  zwischen den Peri- oder Apozentrumsvektoren der Sonnensegelbahn  $\bar{r}_{p/A}$  und des gewünschten Endzustands  $\bar{r}_{p/A_E}$  ist. Die Herleitungen aus Abschnitt 5.2.6 werden impliziert und führen zu der Vorgabe für den adjungierten Vektor

$$\text{Gl. 5-69} \quad \bar{e}_\lambda = \frac{\left( \bar{y} + \frac{1}{\mu} \cdot \left( \bar{h} \times \Delta \bar{r}_{p/A} + \bar{r} \times (\bar{v} \times \Delta \bar{r}_{p/A}) \right) \right)}{\left| \bar{y} + \frac{1}{\mu} \cdot \left( \bar{h} \times \Delta \bar{r}_{p/A} + \bar{r} \times (\bar{v} \times \Delta \bar{r}_{p/A}) \right) \right|}.$$

Die Anwendung dieser Steuerstrategie führt zu einer Anpassung der Apsidenlinien zwischen der Sonnensegelbahn und der Mondbahn bei gleichzeitiger Angleichung der Peri- oder Apozentrumsradien. Die Apsidenlinie des Mondes wird dann gleichzeitig die Schnittlinie der Bahnebenen des Sonnenseglers und des Mondes. Dabei müssen die Bahnebenen nicht

unbedingt koplanar liegen. Entscheidend für diese Steuerstrategie ist die Möglichkeit, über einen der Apsidenpunkte ein Rendezvous zwischen dem Sonnensegler und dem Mond einzuleiten. Wie in den Abschnitten vorher werden die in Kapitel 4.1 definierten Startdaten für die vier Fälle der Äquinoktien und der Solstitien zur Untersuchung herangezogen.

### 5.2.8 Kombination: Extremalisierung der zeitlichen Änderung des relativen Bahnmomentenvektors und des relativen Laplace-Vektors

Diese Steuerstrategie kombiniert die Ansätze aus den Abschnitten 5.2.4 und 5.2.5. Die Bahnebene und die Apsidenlinie der Sonnenseglerbahn werden in Abhängigkeit der Randbedingungen dem gewünschten geometrischen Endzustand angepasst. Insgesamt werden fünf von sechs Bahnelementen gezielt verändert: das Bahnmoment, die Exzentrizität, die Bahnneigung, die Länge des aufsteigenden Knotens und die Länge des Perizentrums. Dadurch ist diese Steuerstrategie geeignet, koplanare Bahnübergänge zum Mond einzuleiten, so daß günstige Rendezvouxmöglichkeiten des Sonnenseglers mit dem Mond durch eine möglichst geringe Geschwindigkeit des Sonnenseglers relativ zum Mond entstehen.

Es wird ein Funktional geschrieben, welches die beiden Steuerstrategien durch die Gewichtungsfaktoren  $\sin \gamma$  und  $\cos \gamma$  kombiniert

$$\text{Gl. 5-70} \quad F = \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{dt} \left( \mu \cdot (\Delta \vec{\epsilon})^2 \cdot \sin \gamma + (\Delta \vec{h})^2 \cdot \cos \gamma \right).$$

Unter Beachtung der Herleitungen in den Abschnitten 5.2.4 und 5.2.5 folgt die Extremalisierung der zeitlichen Änderung der kombinierten Steuerstrategie durch

$$\text{Gl. 5-71} \quad \vec{e}_\lambda = \frac{(\vec{h} \times \Delta \vec{\epsilon} + \vec{r} \times (\vec{v} \times \Delta \vec{\epsilon})) \cdot \sin \gamma + (\Delta \vec{h} \times \vec{r}) \cdot \cos \gamma}{\left| (\vec{h} \times \Delta \vec{\epsilon} + \vec{r} \times (\vec{v} \times \Delta \vec{\epsilon})) \cdot \sin \gamma + (\Delta \vec{h} \times \vec{r}) \cdot \cos \gamma \right|}.$$

Durch entsprechende Wahl des Gewichtungswinkels  $\gamma$  und der vektoriellen Randbedingungen kann dieser Vektor auf einzelne Steuerstrategien, wie sie in den vorhergehenden Abschnitten hergeleitet wurden, reduziert werden. Wird der Gewichtungswinkel auf  $0^\circ$  oder  $90^\circ$  gesetzt, wird bei erstgenannter Einstellung die zeitliche Änderung des Bahnmomenten- und bei zweitgenannter Einstellung die des Laplace-Vektors extremalisiert. Weiterhin kann Einfluß auf die Qualität der Steuerstrategie durch die Komponentendarstellung der Bahnmomentenstrategie genommen werden.

Für diese kombinierte Steuerstrategie ist festzustellen, mit welcher Genauigkeit und Stabilität die gewünschten Endbedingungen erreicht werden können. Die Abhängigkeit der Leistungsfähigkeit der Steuerstrategie von dem Gewichtungswinkel  $\gamma$  ist zu überprüfen und

Rückschlüsse auf Rendezvousmöglichkeiten des Sonnenseglers mit dem Mond sind zu ziehen. Für die Anfangs- und Randbedingungen gelten die in dem Abschnitt 5.2.4 aufgestellten Untersuchungsrichtlinien.

### **5.3 Zeitoptimale Steuerung mit Hilfe der Mittelwertmethode**

Die zeitoptimale Steuerung wird durch das in diesem Kapitel beschriebenen Pontryaginschen Maximumprinzip bestimmt. Jedoch führt dieses Verfahren zu einem Randwertproblem, welches für Antriebssysteme mit niedrigem Schub schwierig zu lösen ist. Die niedrigen Schübe, die ein Sonnensegelantriebssystem produziert und der dynamische und oszillierende Charakter des Steuervektors relativ zur Sonne, führen zu sehr hohen Flugzeiten und vielen planetaren Umläufen. Die mathematische Modellierung und Lösung dieses Randwertproblems sind mit einem hohen analytischen und numerischen Aufwand verbunden: die Rechenzeit ist hoch und numerische Instabilitäten treten auf. Dieser Aufwand wird reduziert, in dem die Mittelwertmethode eingeführt wird. Durch die Mittelwertmethode wird die rechte Seite des Differentialgleichungssystems über einen orbitalen Umlauf gemittelt, und die dynamische Entwicklung der Zustandsvariablen und der adjungierten Variablen werden geglättet. Die numerischen Instabilitäten des Randwertproblems werden abgebaut, jedoch das oszillierende Verhalten des Steuervektors über einen Bahnlauf bleibt erhalten.

Die Mittelwertmethode wurde bereits erfolgreich von Sackett, Edelbaum, Kechichian, Geffroy, Jehn und Cano ([24]-[27]) zur Lösung von optimalen Steuerproblemen bei Niedrigschubmissionen angewendet.

Die französische Mathematikerin S. Geffroy setzt in ihrer Forschungsarbeit das Pontryaginsche Maximumprinzip gemeinsam mit der Mittelwertmethode zur Behandlung von optimalen Niedrigschubproblemen erfolgreich um. Sie vereinfacht die analytische und numerische Behandlung des Maximumprinzips, in dem sie die Hamiltonfunktion minimiert und die kanonischen Zustandsgleichungen invertiert. Dadurch werden die Anzahl der nötigen Herleitungen und Rechenoperationen reduziert. Ferner schlägt sie vor, die Ergebnisse, die durch die Mittelwertmethode erzielt werden, für die Lösung des realen Steuerproblems zu nutzen. So sollten unter anderem die Anfangswerte für die adjungierten Variablen, die durch die Mittelwertmethode bestimmt wurden, zur Initialisierung des realen Randwertproblems eingesetzt werden.

Jehn und Cano haben diese Vorschläge in ihrer Arbeit zur Lösung von Niedrigschubproblemen aufgegriffen und angewendet. Nach der Minimierung und numerischen Differentiation der Hamiltonfunktion zur Lösung der rechten Seiten der Bewegungsdifferentialgleichungen werden diese Lösungen durch eine Gauss-Legendre Quadratur mit 24 Stützstellen über einen Bahnlauf gemittelt. Das Randwertproblem wird

danach durch Einzelintegration der gemittelten rechten Seiten des Differentialgleichungssystems und einem Newtonverfahren iterativ gelöst. Die Ergebnisse ihrer Arbeit haben die Zuverlässigkeit ihres Ansatzes demonstriert. Gleichzeitig konnte durch diesen Ansatz die benötigte Rechenzeit zur Lösung des Problems um ein vielfaches reduziert werden.

Im Rahmen dieser Forschungsarbeit wird auf die programmtechnischen Arbeiten auf diesem Gebiet von Jehn und Cano [27] und DeNiem [31] zurückgegriffen. Während Jehn und Cano das Niedrigschubproblem für ein elektrisches Antriebssystem lösen, werden in dieser Forschungsarbeit ihre Ansätze genutzt, das Niedrigschubproblem zur Behandlung von Sonnenseglern zu erweitern. Der wesentliche Unterschied der betrachteten Probleme liegt in der expliziten Zeitabhängigkeit der Hamiltonfunktion, wenn das Sonnensegelantriebssystem behandelt wird. Die Richtung und der Betrag des Schubvektors sind abhängig von der Position und Lage des Sonnenseglers relativ zur Sonne.

Die Mittelwertmethode, wie hier vorgestellt, kann nicht angewendet werden, wenn das Randwertproblem Bahnübergänge zu einer Fluchtbahn vorsieht. Die Mittelung der Hamiltonfunktion ist nur über einen geschlossenen Umlauf möglich.

Für eine numerische Behandlung des zeitoptimalen Randwertproblems mit Hilfe der Mittelwertmethode werden analog zu den Gl. 5-17

$$\text{Gl. 5-72} \quad \dot{\vec{x}} = -\frac{\partial \bar{H}}{\partial \vec{\lambda}} = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial H(L, \vec{x}, \vec{\lambda})}{\partial \vec{\lambda}} dL$$

und

$$\text{Gl. 5-73} \quad \dot{\vec{\lambda}} = \frac{\partial \bar{H}}{\partial \vec{x}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\partial H(L, \vec{x}, \vec{\lambda})}{\partial \vec{x}} dL$$

angesetzt, wobei der Zustandsvektor und der adjungierte Vektor auf das äquinoktiale System bezogen werden und die Zeit  $t$  als Integrationsvariable durch die wahre Länge  $L$  ersetzt wird. Aufgrund der Minimierung der Hamiltonfunktion werden die kanonischen Zustandsgleichungen invertiert.

Nach der Gl. 5-16 und den Gl. 3-4 nimmt die Hamiltonfunktion für die zeitoptimale Steuerung eines Sonnenseglers die Form

$$\text{Gl. 5-74} \quad H = \frac{1}{D} \cdot (\vec{\lambda} \cdot \underline{M}(\vec{x}, L) \cdot \vec{a}_{s/v} + \lambda_t)$$

an. Dabei ist der Bewegungszustand des Sonnenseglers nach der Gl. 3-4 durch

$$\text{Gl. 5-75} \quad \frac{d\vec{x}}{dL} = \underline{M}(\vec{x}, L) \cdot \vec{a}_{s/v}$$

mit dem Zustandsvektor  $\vec{x} = (a, e_x, e_y, n_x, n_y)$  und der Matrix  $\underline{M}(\vec{x}, L)$  gegeben.  $\lambda_t$  ist die adjungierte Koordinate für die Zeit, die ein freier Parameter ist und somit durch die Gleichungen

$$\text{Gl. 5-76} \quad \frac{dt}{dL} = \frac{\sqrt{a^3} \cdot A^3}{D^2}$$

$$\frac{d\lambda_t}{dL} = \frac{\partial H}{\partial t}$$

behandelt wird.

Ein Vergleich der Gl. 5-74 mit der Gl. 5-29 hilft, die Hamiltonfunktion auf die bekannte Form

$$\text{Gl. 5-77} \quad H = \frac{1}{D} \cdot (a_c \cdot |\vec{\lambda}^T \cdot \underline{M}(\vec{x}, L)| \cdot \cos^2 \beta \cdot \vec{e}_\lambda \cdot \vec{u} + \lambda_t).$$

zu reduzieren. Der adjungierte Einheitsvektor wird in diesem Fall durch

$$\text{Gl. 5-78} \quad \vec{e}_\lambda = \frac{\vec{\lambda}^T \cdot \underline{M}(\vec{x}, L)}{|\vec{\lambda}^T \cdot \underline{M}(\vec{x}, L)|}$$

gebildet. Die Maximierung der Hamiltonfunktion erfolgt analog zu den Ausarbeitungen in Kapitel 5.1 und führt zu denselben Ergebnissen.

Die Lösung des Randwertproblems mit Hilfe der Mittelwertmethode, wie hier beschrieben, führt zu zeitoptimalen Bahnübergängen mit Hilfe des Sonnendrucks. Die Geometrie und die Lage der Bahn werden in kürzester Zeit angepasst. Die zeitliche Bindung an ein bestimmtes Ereignis, zum Beispiel an ein Rendezvous mit dem Mond, wird jedoch vorerst vernachlässigt. Die wahre Länge ist daher ebenfalls ein freier Parameter und muß als eigenständige Koordinate in die Modellierung eingehen. Die folgende Transformation

Gl. 5-79

$$L = L_1 \cdot s$$

führt die neue Integrationsvariable  $s$  und den Skalierungsfaktor  $L_1$  ein, der dem Endargument der wahren Länge entspricht und manuell angepasst wird. Es entstehen zwei zusätzliche Differentialgleichungen

Gl. 5-80

$$\frac{dL_1}{ds} = 0$$

$$\frac{d\lambda_{L_1}}{ds} = \bar{H}.$$

Insgesamt ergeben sich nun für das gemittelte zeitoptimale Randwertproblem 14 Differentialgleichungen. Die Initialisierung des Systems erfolgt für die Zustandsvariablen durch die Elemente der Ausgangsbahn und für die zugehörigen adjungierten Koordinaten durch die Differenzen aus Ausgangs- und Zielbahn der äquinoktialen Elemente. Die anfängliche adjungierte Koordinate für die Zeit  $\lambda_t$  und der Skalierungsfaktor  $L_1$  müssen dem Problem manuell angepasst werden. Besonders durch die Anpassung des Skalierungsfaktors wird sichergestellt, daß die gewünschte große Halbachse erreicht wird.

Zur Lösung des zeitoptimalen Randwertproblems wird auf die numerische FORTRAN Bibliothek NAG [114] zurückgegriffen. Dabei kommen für die Integration ein Runge-Kutta-Merson Verfahren und zur Anpassung der Randbedingung ein verallgemeinertes Newton Verfahren zur Anwendung.



## **6 ERGEBNISSE UND ANALYSE**

In diesem Kapitel werden die wesentlichen Ergebnisse der Bahnsimulation und Analyse der lokalextrimalen Steuerstrategien zusammengefaßt. Dabei wird auf die in Kapitel 4 hergeleiteten Anfangs- und Randbedingungen zurückgegriffen. Die Ergebnisse dienen als Eingabe zur Untersuchung des zeitoptimalen Steuerproblems mit Hilfe der Mittelwertmethode. Im letzten Abschnitt werden die Ergebnisse zum Bahntransferproblem mit dem Mond präsentiert, die auf der Analyse der lokalextrimalen und zeitoptimalen Steuerstrategien aufbauen.

### **6.1 Bahnsimulation und Analyse der lokalextrimalen Steuerstrategien**

Die lokalextrimalen Steuerstrategien werden hinsichtlich der Möglichkeit, einzelne oder mehrere Bahnparameter gezielt anzupassen, analysiert. Das Missionsszenario definiert den Rahmen der Analyse. Neben der globalen Begutachtung der Steuerstrategien werden die zeitlichen Änderungen von Bahnparametern über einzelne Bahnumläufe untersucht. Von Interesse ist die Frage, inwieweit die geostationäre Transferbahn für das Sonnensegeln und dessen Manöver geeignet ist. Die Steuerwinkel  $\alpha$  und  $\beta$  werden dargestellt und deren Verläufe verglichen und interpretiert.

Die Abb. 6-1 veranschaulicht schematisch den Flug und die Lage eines Sonnenseglers in der geostationären Transferbahn für die gegebenen Anfangsbedingungen und die behandelte Steuerstrategie. Sie dient allgemein dem Leser, eine räumliche Vorstellung für die Lage und die Manöver des Sonnenseglers über einen Bahnumlauf zu entwickeln. Als Beispiel ist die Maximierung der zeitlichen Änderung der Bahnenergie gewählt. Die Interpretation speziell dieser Steuerstrategie erfolgt im kommenden Abschnitt.

Wie der Abbildung zu entnehmen ist, ist die initiale Lage und Orientierung der geostationären Transferbahn günstig für das Sonnensegeln, weil die Transferbahn in der Hauptimpulsebene des Sonnendrucks liegt. Durch das definierte sonnenbezogene Koordinatensystem ist der Sonneneinfallswinkel  $\beta$  in der Transferbahnebene abzulesen, der zweite Steuerwinkel  $\alpha$  ist in der senkrecht zur Transferbahnebene stehenden Ebene definiert.

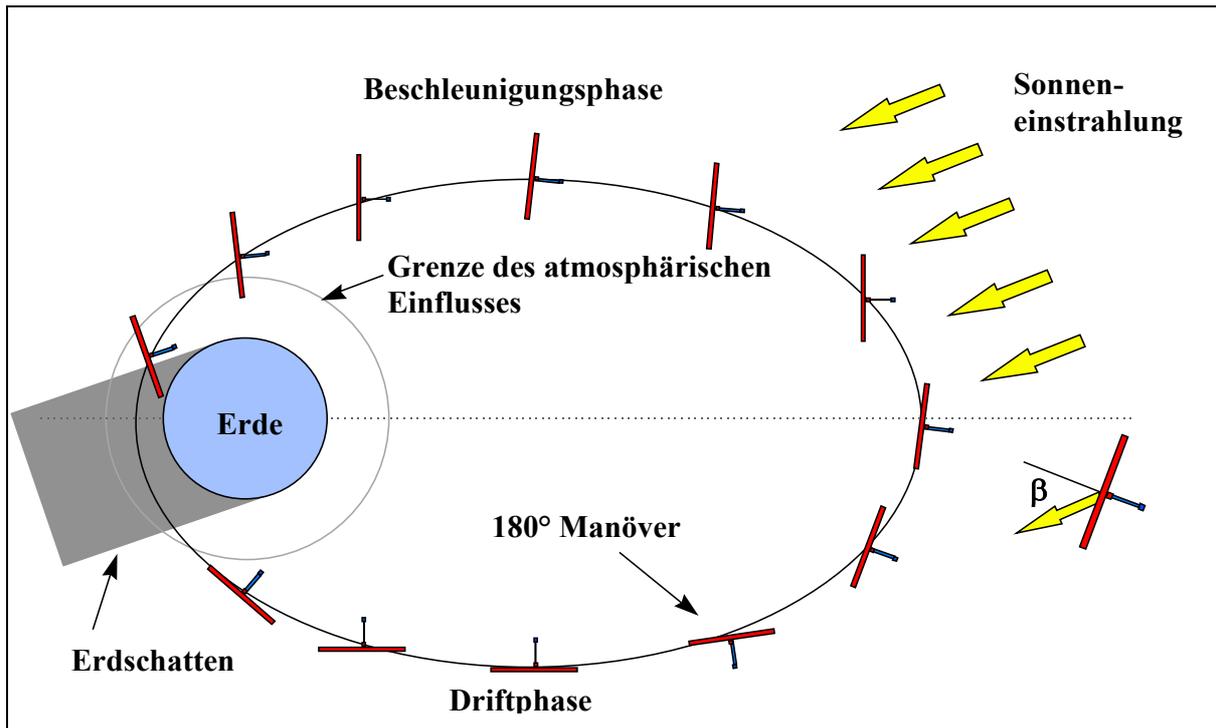


Abb. 6-1: Schematische Darstellung der Lage des Sonnenseglers während eines Umlaufs

### 6.1.1 Ergebnisse zur Extremalisierung der zeitlichen Änderung der Bahnenergie

Ausführliche Ergebnisse zu dieser Steuerstrategie wurden vielfach unter Mitwirkung des Autors veröffentlicht ([30]-[34], [101], [103], [104]). Die Einflüsse durch den Erdschatten, durch die Erdabplattung ( $J_2$ ), durch Sonnen- und Mondgravitation und durch die Restatmosphäre im 620 km Höhe gelegenen Perizentrum der geostationären Transferbahn gehen in die Ergebnisse mit ein.

Die Ergebnisse für diese Steuerstrategie zeigen die typischen Charakteristika einer Sonnensegelbahn, bestehend aus einer Antriebs- und einer Driftphase. Während der Antriebsphase wird das Sonnensegel so zur Sonne ausgerichtet, daß entweder die zeitliche Änderung der Bahnenergie maximiert oder minimiert wird. Während der Driftphase wird die Sonnensegelkante annähernd zur Sonne ausgerichtet, so daß kein Schub durch den Sonnendruck entsteht. Die Bahnenergie bleibt unverändert. Die Abb. 6-2 zeigt diesen typischen Sachverhalt für einen Umlauf, für die Maximierung der zeitlichen Änderung der Bahnenergie und für das Startdatum am 28. März 2001. Beim Flug zur Sonne steigt der Steuerwinkel gegen  $90^\circ$  und die zeitliche Änderung der großen Halbachse bewegt sich um 0 m/s. Nach Durchfliegen des Apozentrums bewegt sich der Sonnensegler von der Sonne weg. Die zeitliche Änderung der großen Halbachse steigt bis auf maximal 4,5 m/s, wobei die Segelfläche senkrecht zur Sonnenrichtung steht, der Steuerwinkel  $0^\circ$  einnimmt. Der durchschnittliche Wert der Änderung liegt bei 0,71 m/s pro Umlauf, womit eine Erhöhung der

großen Halbachse von 27,37 km pro Umlauf erreicht werden könnte. Wie die Abb. 6-2 zeigt, spielen dabei die Schattenphase und der atmosphärische Durchgang in einer minimalen Höhe von 620 km Perizentrum keine Rolle. Durch den Atmosphärendurchgang sinkt die zeitliche Änderung der großen Halbachse in kürzester Zeit bis auf minimal -3 m/s. Weitere Ergebnisse bezogen auf den ersten GTO-Umlauf für die definierten Startdaten sind in der Tab. 6-1 gezeigt.

| Startdatum                | 28. März 2001 | 21. Juni 2001 | 14. Sept. 2001 | 21. Dez. 2001 |
|---------------------------|---------------|---------------|----------------|---------------|
| Mittelwert $da/dt$        | 0,71 m/s      | 0,60 m/s      | 0,72 m/s       | 0,53 m/s      |
| Max. Änderung             | 4,5 m/s       | 4,5 m/s       | 4,3 m/s        | 3,9 m/s       |
| Min. Änderung             | -3,0 m/s      | -13,0 m/s     | -4,2 m/s       | -14,3 m/s     |
| Antriebsbedarf $\Delta v$ | 3,32 m/s      | 3,45 m/s      | 3,48 m/s       | 3,51 m/s      |
| Antriebsgütegrad $\eta_s$ | 45,9 %        | 47,7 %        | 48,1 %         | 48,6 %        |

Tab. 6-1: Ergebnisse der Bahnsimulationen über jeweils einen Umlauf

Ein weiteres wichtiges Ergebnis der Simulation spiegelt der Steuerwinkel  $\alpha$  wider, der ebenfalls in der Abb. 6-2 dargestellt wird. Während des Fluges zur Sonne bei einem Sonneneinfallswinkel von  $\beta = 90^\circ$  springt der Steuerwinkel  $\alpha$  um  $180^\circ$ . Dies entspricht einem  $180^\circ$  Manöver des Sonnensegels um eine seiner Längsachsen. Dieses Manöver ist bei Sonnenseglern mit einer reflektierenden Seite notwendig, um die gewünschte Extremalisierung und die Reflexion des Sonnenlichtes auf einer Antriebsseite zu gewährleisten. Dieser Sachverhalt wurde bereits in Kapitel 5.1 allgemein abgeleitet und in Abb. 5-4 dargestellt. Für ein Sonnensegel, das durch Reflexion des Sonnenlichtes auf beiden Seiten des Segels angetrieben wird, ist dieses komplizierte risikoreiche Manöver nicht nötig. Der Steuerwinkel  $\alpha$  würde für die gegebene Umlaufbahn konstant bleiben.

Wie bereits beim Autor [33] beschrieben, ist der Antriebsgütegrad und die Anwendbarkeit einer lokalextrimalen Steuerstrategie abhängig von der jahreszeitlichen Position der Sonne relativ zur Bahnebene des Sonnenseglers und zur Orientierung der Bahnebene im geozentrischen Raum. Die behandelte Steuerstrategie bewirkt bei den gegebenen Anfangsbedingungen nach einigen Umläufen ein Absenken des Perizentrums unter die anfängliche Höhe von 620 km. Die Folge ist ein steigender atmosphärischer Einfluß, der den Bahnenergiegewinn durch die lokalextrimale Steuerstrategie vernichtet und den Absturz des Sonnenseglers einleiten kann. Dieser Nachteil wird durch Vorschalten einer lokalextrimalen Steuerstrategie umgangen, die speziell das Perizentrum der geostationären Transferbahn

anhebt. Die mathematische Voraussetzung für diese Steuerstrategie wurde bereits im Kapitel 5.2.6 beschrieben.

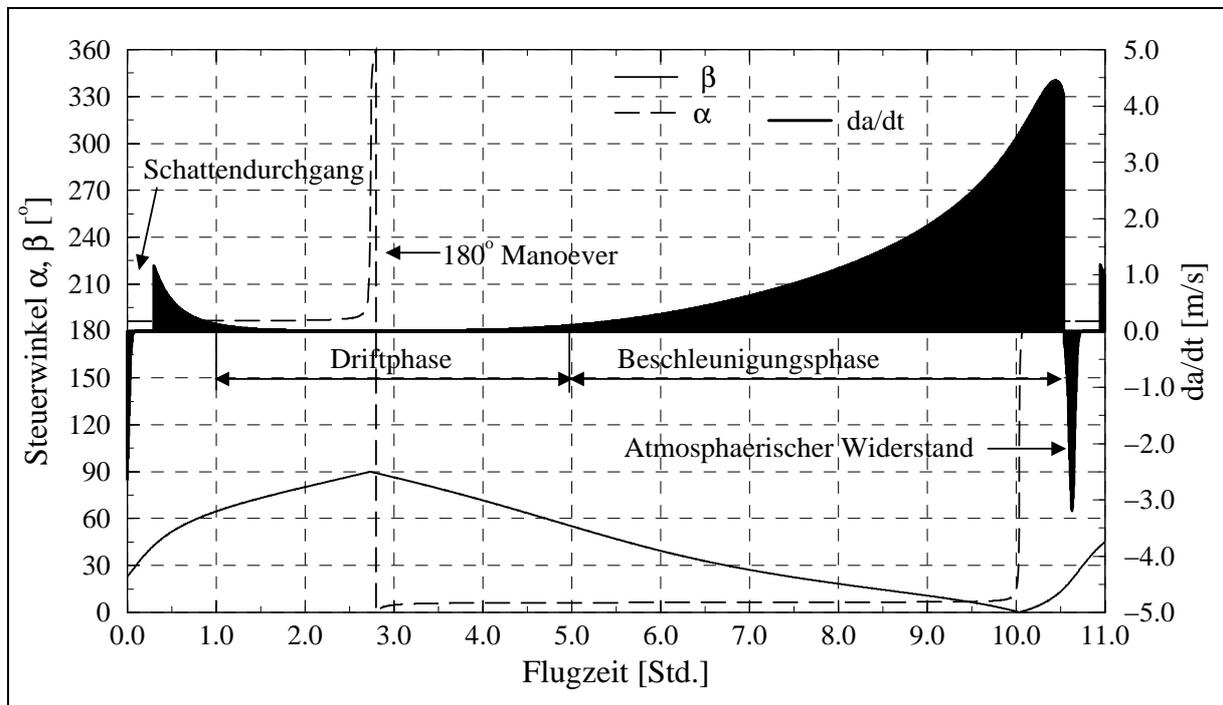


Abb. 6-2: Verlauf der Steuerwinkel und der maximal zeitlichen Veränderung der großen Halbachse über einen Umlauf für das Startdatum 28. März 2001

Nach diesen Überlegungen wurden Bahnübergänge aus der geostationären Übergangsbahn bis zu einer mittleren Mondentfernung von 384400 km simuliert. Es wurden zwei lokalextremale Steuerstrategien kombiniert: zuerst wurde das Perizentrum der Bahn auf eine Höhe von 1500 km erhöht, worauf zweitens die zeitliche Änderung der Bahnenergie maximiert wurde. Die Abbruchgenauigkeit der Bahnintegration lag bei  $10^{-11}$ . Einige charakteristische Daten sind in der Tab. 6-2 dargestellt.

Die in der Tab. 6-2 dargestellten Ergebnisse zeigen deutlich, wie die Leistungsfähigkeit eines Sonnensegels durch die jahreszeitliche Position der Sonne relativ zur Bahnebene beeinflusst wird. Liegt der Missionsbeginn in der Nähe der Äquinoktien, so treten im Vergleich zu den Solstitien weniger Schattenphasen auf und das Sonnensegel kann mehr Beschleunigungspotential umsetzen. Die Flugzeit zu einer mittleren Mondentfernung von 384400 km wird verkürzt. Der wichtigste Grund liegt hierbei in dem Zusammenspiel der Entwicklung der Bahnneigung und der Entwicklung der Länge des aufsteigenden Knotens; die Bahnneigung wird erhöht und die Bahnebenennormale wird zur Sonne ausgerichtet. Die Folge sind geringere Schattenphasen und kürzere Schattendurchgangszeiten.

| Startdatum                               | 28. März 2001 | 21. Juni 2001 | 14. Sept. 2001 | 21. Dez. 2001 |
|--|---------------|---------------|----------------|---------------|
| Flugzeit [Tage]                          | 483,87        | 495,90        | 471,19         | 484,67        |
| Bahnenergie [ $\text{km}^2/\text{s}^2$ ] | -0,739        | -0,817        | -0,788         | -0,826        |
| Jakobi-Wert [-]                          | 2,63          | 2,60          | 2,53           | 2,65          |
| Bahnneigung relativ zur<br>Mondbahnebene | 26,00°        | 16,17°        | 36,05°         | 21,48°        |
| Schattenphasen [-]                       | 242           | 274           | 171            | 276           |
| Umläufe [-]                              | 461           | 484           | 431            | 474           |
| Antriebsbedarf $\Delta v$ [km/s]         | 3,821         | 3,862         | 4,045          | 3,877         |
| Antriebsgütegrad $\eta_s$ [%]            | 50,0          | 49,4          | 54,4           | 50,7          |

Tab. 6-2: Ergebnisse der Bahnsimulationen mit Abbruch der Integration bei einer mittleren Mondentfernung von 384400 km

### 6.1.2 Ergebnisse zur Extremalisierung der zeitlichen Änderung des relativen Bahnmomentenvektors

In einem ersten Schritt wurde das numerische Endverhalten der Steuerstrategie hinsichtlich der Abweichungen von den gewünschten Zielbahnparametern untersucht. Dabei konnten durch die Komponentendarstellung der Steuerstrategie und durch die Einführung von Gewichtungsfaktoren das Konvergenzverhalten der Steuerstrategie verbessert werden. Ferner erlaubt die Komponentendarstellung, lokalextremale Eigenschaften so zu kombinieren, daß vorteilhaftere Missionseigenschaften, wie zum Beispiel geringere Flugzeiten, entstehen. Durch die Ausrichtung der zirkularen Komponente in die tangentielle Richtung wurde dies bewiesen. In den Abb. 6-3 und Abb. 6-4 und der Tab. 6-3 sind diese Erkenntnisse zusammengestellt.

In der Abb. 6-3 ist die Entwicklung der Bahnneigung relativ zur Mondbahnebene über der Flugzeit dargestellt. Für die Simulation wurden alle nachhaltigen Umwelteinflüsse, wie zum Beispiel der gravitative Einfluß des Mondes oder der atmosphärische Widerstand, ausgeschaltet. Als Abbruchkriterium der Bahnintegration wurde der Integrationsritt gewählt, bei dem der Integrator mehr als 3000 Berechnungsschritte benötigt, ohne die relative Integrationsgenauigkeit zu verbessern. Ein integratorinternes Signal führt den Abbruch durch und gibt den letzten erfolgreich berechneten Integrationspunkt aus. Für eine Gewichtung der

einzelnen Komponenten im Verhältnis 1:1 wurden durchschnittliche Abweichungen der relativen Bahnneigung von 1° bis 5° festgestellt. Durch eine fünffache Gewichtung der normalen Komponente kann die durchschnittliche Abweichung unter 0,05° gesenkt werden. Jedoch sind dabei die längeren Flugzeiten (die längeren möglichen Integrationszeiten) zu beachten. Weitere Details sind der Tab. 6-3 zu entnehmen.

|                                 | $GF_Z : GF_N = 1 : 1$ | $GF_Z : GF_N = 1 : 5$ | $GF_T : GF_N = 1 : 5$ |
|---------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Flugzeit T [Tage]               | 573,02                | 615,14                | 592,01                |
| $\Delta a$ [km]                 | 156441,78             | 88392,74              | 108548,38             |
| $\Delta i$ [°]                  | -1,100                | -0,036                | -0,014                |
| $\Delta \Omega$ [°]             | 0,349                 | -0,151                | 0,001                 |
| $i_{rel}$ [°]                   | 1,109                 | 0,070                 | 0,014                 |
| $\Delta h$ [km <sup>2</sup> /s] | -73,625               | -0,281                | 0,000                 |

Tab. 6-3: Abweichungen der Bahnparameter für den Flug am 18. Juli 2001

Durch die Komponentendarstellung wird die Steuerstrategie, beziehungsweise der normierte Schubvektor, jeweils in einen zirkularen und einen normalen Anteil zerlegt. Der zirkulare Anteil ist ausschlaggebend für die Anpassung des Bahnmomentes, der normale Anteil bewirkt die Anpassung der relativen Bahnneigung, wobei die Bahnneigung als auch die Länge des aufsteigenden Knotens, an die Zielbahnparameter angepasst werden. Bei einer Gewichtung der Komponenten im Verhältnis von  $GF_Z:GF_N = 1:1$  nähern sich die Komponenten zu gleichen Teilen dem Nullvektor. Eine kleine Veränderung in einer der Komponenten kann daher zu einer starken Richtungsvariation des Schubvektors führen. Da die Komponenten durch den relativen Bahnmomentenvektor bestimmt werden, der aus dem augenblicklichen Bahnzustand berechnet wird, unterliegen sie seiner Dynamik. Nähert sich der relative Bahnmomentenvektor dem Nullvektor, so kann sich je nach Integrationsschritt seine Richtung ändern. Er beginnt um den Nullvektor zu oszillieren, wobei mit kleiner werdender endlicher Schrittweite die Anzahl der Berechnungsschritte und damit die Berechnungszeit erheblich ansteigt.

Eine Verbesserung der Genauigkeit wird durch eine höhere Gewichtung der normalen Komponente eingeleitet. Die relative Bahnneigung wird im Verhältnis zum Bahnmoment schneller angepasst. In Abb. 6-4 ist zu erkennen, wie die relative Bahnneigung bei einem Gewichtungsverhältnis von  $GF_Z:GF_N = 1:5$  angepasst wird, ohne maßgeblich die Bahnenergie zu verändern. Sie wird innerhalb von 250 Tagen von 31° bis auf 5° gesenkt und die große Halbachse der Sonnensegelbahn bleibt fast unverändert bei 24661 km. Der relative Bahnmomentenvektor ist somit annähernd kollinear zum Bahnmomentenvektor der Zielbahn, jedoch ist der Betrag endlich hoch von Null verschieden. Kleine Veränderungen in einer der

Komponenten fallen daher hinsichtlich Richtungsoszillationen um den Nullvektor weniger ins Gewicht. Die Bahnintegration kann mit einer höheren Genauigkeit durchgeführt werden.

In dem zweiten Schritt der Untersuchung stand die Missionsanalyse im Mittelpunkt. Die in Kapitel 4 speziell für diese Steuerstrategie definierten Startdaten wurden zur Simulation herangezogen. Je nach Missionsanforderung kann die zeitliche Anpassung der Bahnebene durch das gewählte Startdatum und damit der festgesetzten Bahnneigung relativ zur Mondbahnebene vorteilhaft beeinflusst werden. Wie bereits im 4. Kapitel beschrieben, kann die Leistungsfähigkeit der untersuchten Steuerstrategie durch die startzeitabhängige geometrische Ausrichtung der Ausgangs- zur Zielbahn verbessert werden. In der Abb. 6-3 ist für das Startdatum 2. November 2001 und für beide Gewichtungsfälle ein anfänglich höheres Gefälle in der Entwicklung der relativen Bahnneigung zu erkennen als für das Startdatum 18. Juli 2001. Der höhere Bahnneigungswinkel am 2. November 2001 wirkt auf die Flugzeiten nicht nachteilig. Jedoch auf die Gesamtmission bezogen spielt das Startdatum keine Rolle. Die Flugzeit beträgt in beiden Fällen um die 560 Tage, und die Abweichungen liegen in derselben Größenordnung. Ein Blick auf das Steuerprofil der untersuchten Steuerstrategie hilft dem besseren Verständnis dieses Sachverhalts.

Ein typisches Steuerprofil für die anfängliche Anpassung der relativen Bahnneigung ist in der Abb. 6-5 gegeben. Neben den Steuerwinkeln sind einige charakteristische Entwicklungen der zeitlichen Veränderung der Bahnelemente über den ersten Umlauf der Mission mit Startdatum 2. November 2001 dargestellt. Wie erwartet für dieses Startdatum, ist die Veränderungsrate der Bahnneigung im Apozentrum extremal. Durch die gegebene orbitale Geometrie (die Schnittlinie der GTO- und der Mondbahnebene und die GTO-Apsidenlinie sind kollinear) wird die energetisch günstige Anpassung der relativen Bahnneigung im Apozentrum ermöglicht. Die normale Schubkomponente des Sonnenseglers bewirkt unter Ausnutzung eines maximalen Hebelarms ein Moment, das den Bahnmomentenvektor mit extremalen Veränderungsrate um die Apsidenlinie präzessionen läßt. Die Position des Sonnenseglers im Apozentrum der Bahn wirkt sich auf die Manöverdauer ebenfalls positiv aus. An den Bahnpositionen mit einer wahren Anomalie von  $90^\circ$  und  $270^\circ$  ist die Veränderungsrate der Bahnneigung gleich  $0 \text{ }^\circ/\text{s}$ . Eine Anpassung der relativen Bahnneigung ist an diesen Punkten nicht effektiv. Eher wird durch eine entsprechende Ausrichtung des Schubvektors in die Bahnebene die Bahnmomentenrate extremalisiert, wobei auch hier die jahreszeitliche Position der Sonne relativ zur Bahn und zur Flugrichtung des Sonnenseglers das augenblickliche Beschleunigungsvermögen bestimmt.

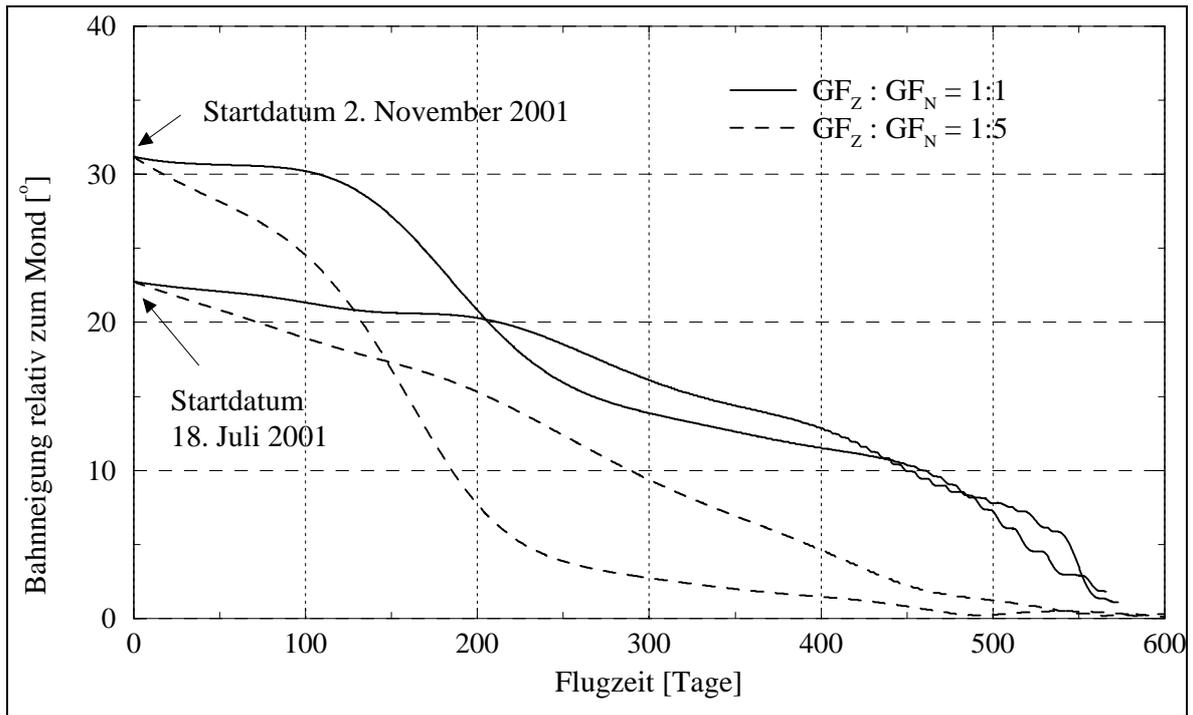


Abb. 6-3: Entwicklung der Bahnneigung relativ zum Mond und der Flugzeit in Abhängigkeit der Startdaten und der Gewichtungsfaktoren

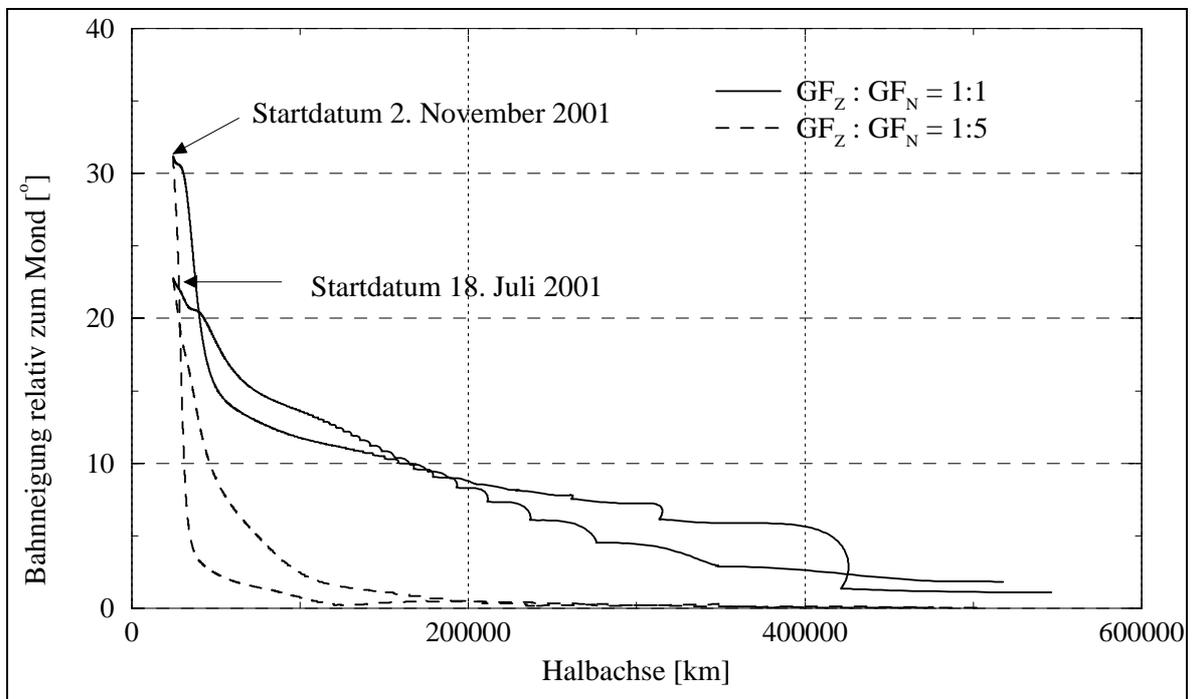


Abb. 6-4: Entwicklung der Bahnneigung relativ zum Mond und der großen Halbachse in Abhängigkeit der Startdaten und der Gewichtungsfaktoren

Ferner wurden für die vier weiteren, in Kapitel 4 ermittelten Startdaten, einige charakteristische Missionsdaten für einen Flug bis zu einer mittleren Mondentfernung von 384400 km ermittelt. Dabei kamen die methodischen Verbesserungen der Steuerstrategie, die Einführung der tangentialen Komponente und die Gewichtung der Komponenten im Verhältnis von  $GF_T:GF_N = 1:5$  zum Einsatz. Alle gravitativen und physikalischen Umwelteinflüsse wurden berücksichtigt. Auch für diese Steuerstrategie bewirkt die Abhängigkeit von der jahreszeitlichen Position der Sonne relativ zur Bahn ein Absenken des Perizentrums unter die anfängliche Höhe von 620 km und somit einen steigenden atmosphärischen Widerstand, der zum Absturz des Sonnenseglers führt. Deshalb wurde bei diesen Simulationen ebenfalls als erstes das Perizentrum auf eine Höhe von 2000 km erhöht, bevor die zeitliche Änderung des relativen Bahnmomentenvektors eingeschaltet wurde. Die Ergebnisse sind in der Tab. 6-4 zusammengefaßt.

| Startdatum                                   | 28. März 2001 | 21. Juni 2001 | 14. Sept. 2001 | 21. Dez. 2001 |
|--|---------------|---------------|----------------|---------------|
| Flugzeit [Tage]                              | 543,62        | 566,14        | 557,09         | 645,30        |
| Bahnenergie [ $\text{km}^2/\text{s}^2$ ]     | -0,715        | -0,834        | -0,829         | -0,624        |
| Jakobi-Wert [-]                              | 2,82          | 2,69          | 2,80           | 2,92          |
| Bahnneigung relativ zur<br>Mondbahnebene [°] | 3,56          | 0,52          | 0,78           | 0,49          |
| Schattenphasen [-]                           | 391           | 395           | 311            | 334           |
| Umläufe [-]                                  | 554           | 559           | 563            | 628           |
| Antriebsbedarf $\Delta v$ [km/s]             | 4,223         | 4,358         | 4,631          | 5,301         |
| Antriebsgütegrad $\eta_s$ [%]                | 50,0          | 49,5          | 53,5           | 52,8          |

Tab. 6-4: Ergebnisse der Bahnsimulationen mit Abbruch der Integration bei einer mittleren Mondentfernung von 384400 km

Im Vergleich zu den Ergebnissen zur Extremalisierung der zeitlichen Änderung der Bahnenergie in der Tab. 6-2 fallen die höheren Flugzeiten auf. Wie bereits angesprochen, wird ein beträchtlicher Anteil der Flugzeit zur Anpassung der relativen Bahnneigung benutzt ohne wesentlich die Bahnenergie zu ändern. Der Antriebsgütegrad bewegt sich in der gleichen Größenordnung von ungefähr 50%.

Ein weiterer wichtiger Punkt in der Missionsanalyse ist das Bahntransferproblem mit dem Mond. Durch die umfangreichen Simulationen mit der entwickelten Steuerstrategie konnten

erste Hinweise über die Schwierigkeit, sich dem Mond zu nähern, erarbeitet werden. Unter anderem führen Vorbeiflüge mit einer Entfernung zum Mond unter 100000 km zu unkontrollierbaren Bahnabweichungen, die durch die angewendete Steuerstrategie und das geringe Beschleunigungsvermögen des Sonnenseglers nicht rechtzeitig kompensiert werden können. Für eine kontrollierte Annäherung ist daher eine frühzeitige Änderung der Steuerstrategie einzuleiten, so daß der gravitative Einfluß des Mondes berücksichtigt wird.

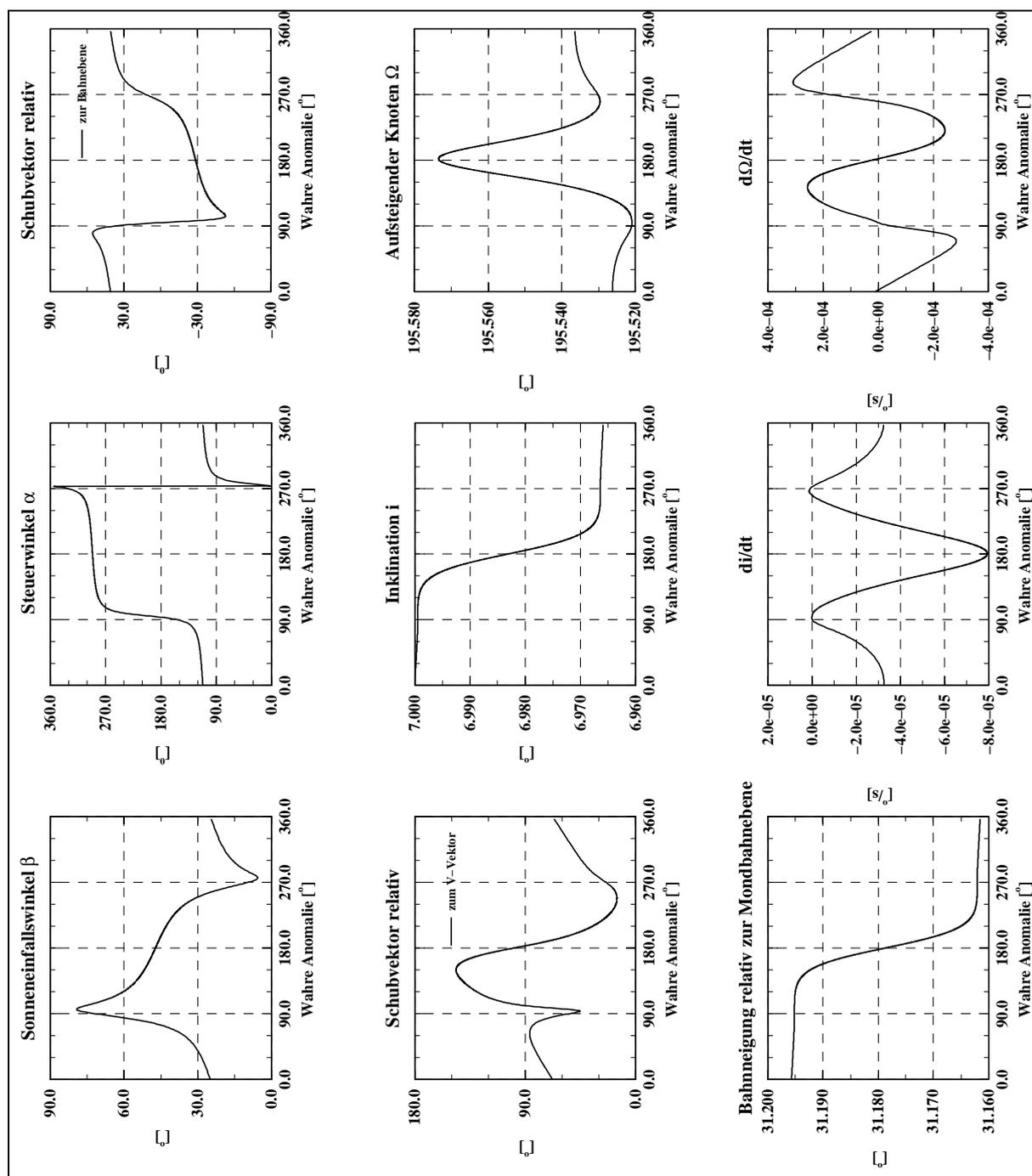


Abb. 6-5: Verlauf der Steuerwinkel und Entwicklung der zeitlichen Veränderung der Bahnelemente über einen Umlauf für das Startdatum 2. November 2001

In der Abb. 6-7 wird eine Beispielflughbahn eines Sonnenseglers mit nahem Vorbeiflug am Mond gezeigt. Das Startdatum ist zufällig der 28. März 2001. Der minimale Vorbeiflug des Sonnenseglers liegt unter 40000 km. Deutlich ist der gravitative Einfluß des Mondes in dem Bahnverlauf als auch in der Entwicklung der relativen Bahnneigung zu erkennen. Die relative Bahnneigung verzeichnet einen Sprung um  $4^\circ$  und weist auf die Schwierigkeit hin, ein Rendezvous des Sonnenseglers mit dem Mond einzuleiten.

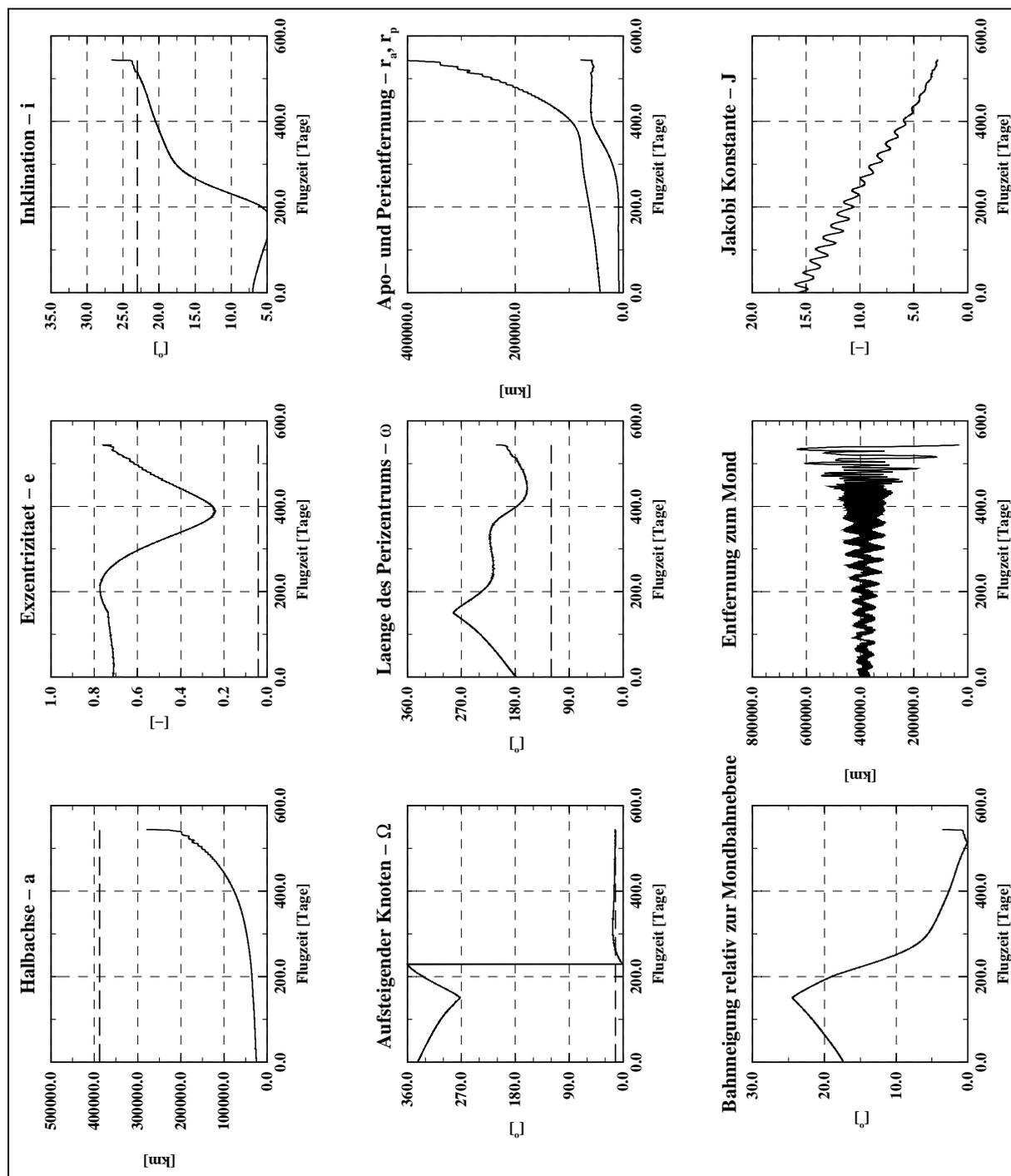


Abb. 6-6: Entwicklung der Bahnelemente für das Startdatum 28. März 2001

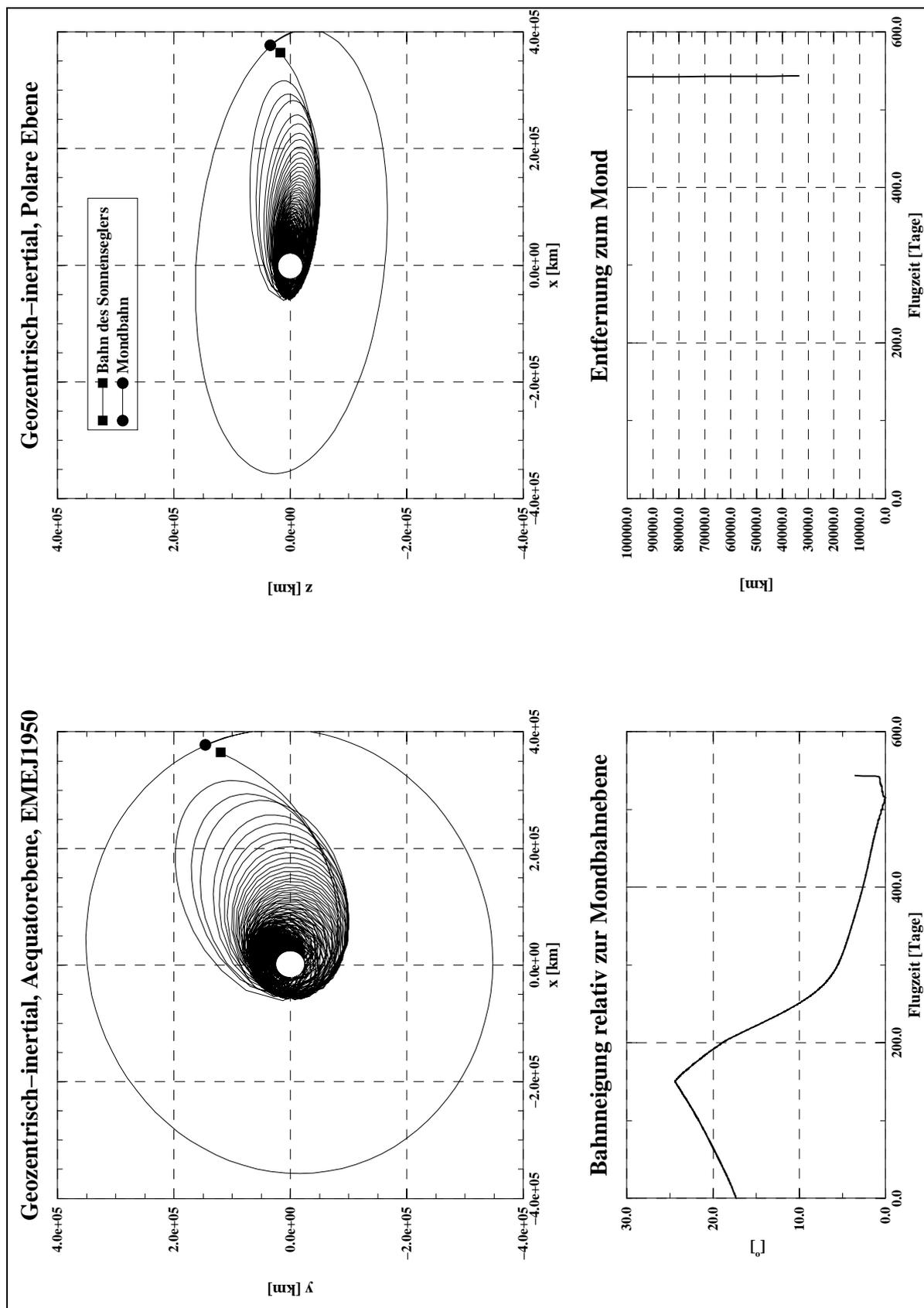


Abb. 6-7: Beispielflughbahn eines Sonnenseglers für das Startdatum 28. März 2001

### 6.1.3 Ergebnisse zur Extremalisierung der zeitlichen Änderung des relativen Laplace-Vektors

Die Leistungsfähigkeit der Steuerstrategie wird hinsichtlich eines konstanten Laplace-Vektors untersucht. Der konstante Laplace-Vektor wird durch den Laplace-Vektor des Mondes zum Startzeitpunkt festgelegt. Die Einflüsse durch den Erdschatten, durch die Erdabplattung ( $J_2$ ), durch Sonnen- und Mondgravitation und durch die Restatmosphäre in 620 km Höhe der geostationären Transferbahn gehen nicht in die Simulation ein.

Der erste verfolgte Ansatz, die Änderungsrate der Exzentrizität zu minimieren, führt teilweise zu den erwarteten Ergebnissen. Wie der Abb. 6-9 zu entnehmen ist, sinkt die Exzentrizität innerhalb von 300 Tagen fast auf den Exzentrizitätswert des Mondes von 0,04. Das Apo- und das Perizentrum der Sonnensegelbahn gleichen sich bis auf 2500 km an. Diese Veränderungen verlaufen bei unveränderter Bahnenergie! Die Anpassung der Länge des Perizentrums erweist sich als sehr langwierig. Nach 986 Tagen (!) ist die absolute Abweichung auf drei Stellen genau abgebaut. Jedoch hat eine längere Simulation gezeigt, daß eine gezielte bleibende Anpassung nur möglich ist, wenn weniger Gewichtung auf eine Anpassung der Exzentrizität gelegt wird. Sowohl die Exzentrizität als auch die Länge des Perizentrums werden nach den Lagrange-Gleichungen [36] durch Beschleunigungskomponenten in radialer und transversaler Richtung beeinflusst. Je nach Bahnkonstellation kann die Anpassung des einen Bahnparameters durch die Anpassung des anderen Bahnparameters behindert werden. Hinzu kommt, daß die Länge des Perizentrums noch durch eine Beschleunigungskomponente normal zur Bahnebene abhängt und daher auf Beschleunigungskomponenten in radialer und transversaler Richtung sehr viel unempfindlicher reagiert.

In der Abb. 6-8 ist der Verlauf der Steuerwinkel und die Entwicklung der Exzentrizität und der Länge des Perizentrums über den ersten Bahnlauf zu sehen. Im Vergleich zu den bereits untersuchten Steuerstrategien verlaufen der Sonneneinfallswinkel  $\beta$ , der Steuerwinkel  $\alpha$  und die Abweichung des Schubvektors relativ zur Bahnebene mit einer geringeren Schwankungsbreite. Die Normalkomponente des Schubvektors schwankt während des 11-stündigen Bahnlaufs mit einer Amplitude von  $1^\circ$  um den Nullpunkt und spiegelt die im vorhergehenden Absatz geäußerten Erkenntnisse bezüglich der radialen und transversalen Beschleunigungskomponenten wider. Die Exzentrizität und die Länge des Perizentrums werden durch die Steuerstrategie beim Flug zur Sonne gesenkt, wobei das Apozentrum der Bahn kontinuierlich abgesenkt wird. Beim Flug von der Sonne weg wird das Perizentrum erhöht, jedoch mit einer geringen Änderungsrate. Die Exzentrizität und die Länge des Perizentrums werden in dieser Flugphase mit geringem Gradienten angepasst. Wie an der zeitlichen Entwicklung des Apo- und Perizentrums zu erkennen ist, erfolgt aber eine Anpassung beider Parameter mit gleicher Gewichtung.

Der zweite verfolgte Ansatz, die Änderungsrate der Exzentrizität zu maximieren, ist für die hochexzentrische geostationäre Transferbahn unpraktisch. Wie erwartet, erhöht diese Steuerstrategie das Apozentrum, gleichzeitig erniedrigt sie das Perizentrum. Nach wenigen Umläufen wird daher das Perizentrum der Bahn in Bahnregionen mit immer höherem atmosphärischen Widerstand abgesenkt. Das Sonnensegel würde zerstört werden.

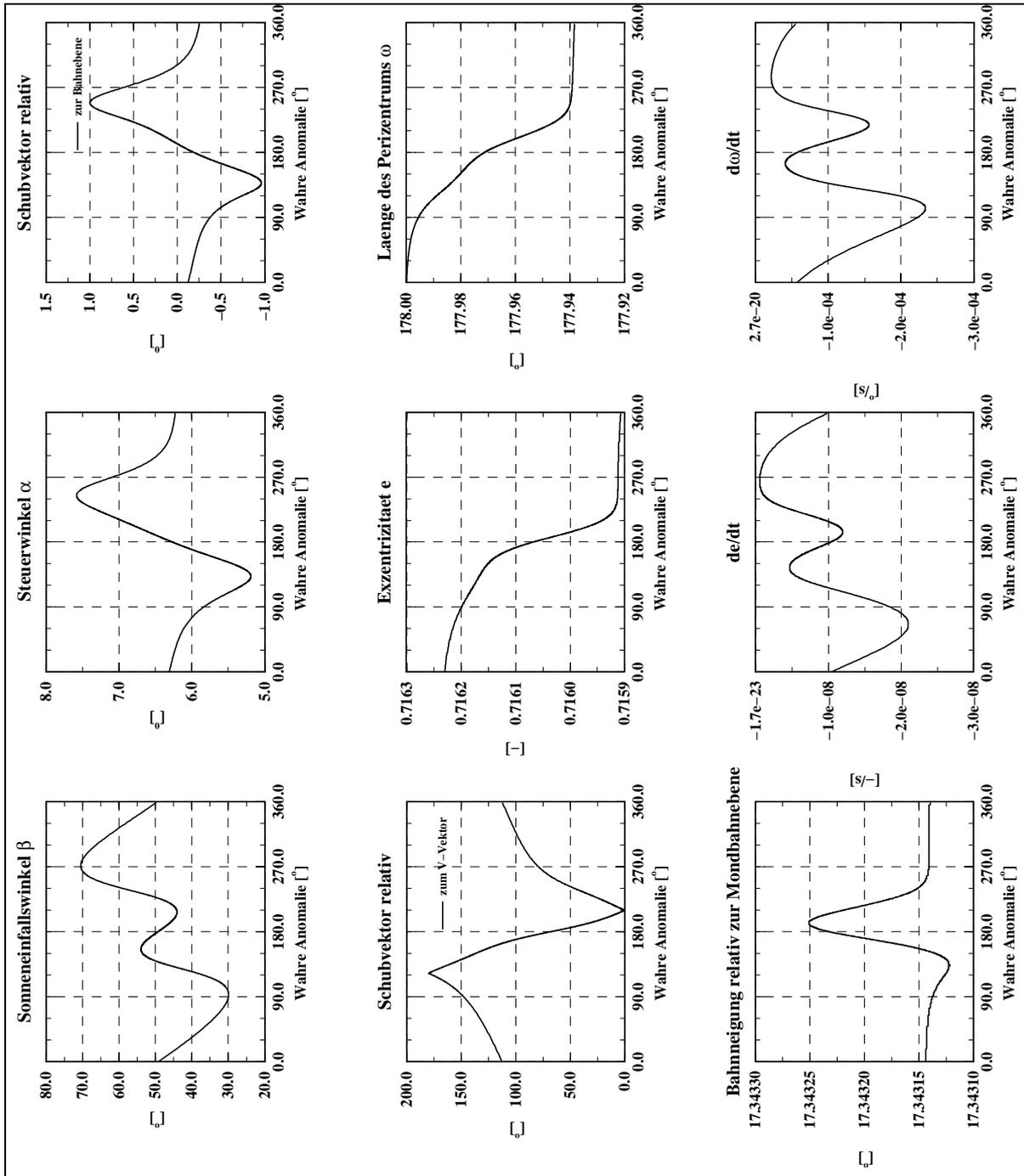


Abb. 6-8: Verlauf der Steuerwinkel und Entwicklung der zeitlichen Veränderung der Bahnelemente über einen Umlauf für das Startdatum 28. März 2001

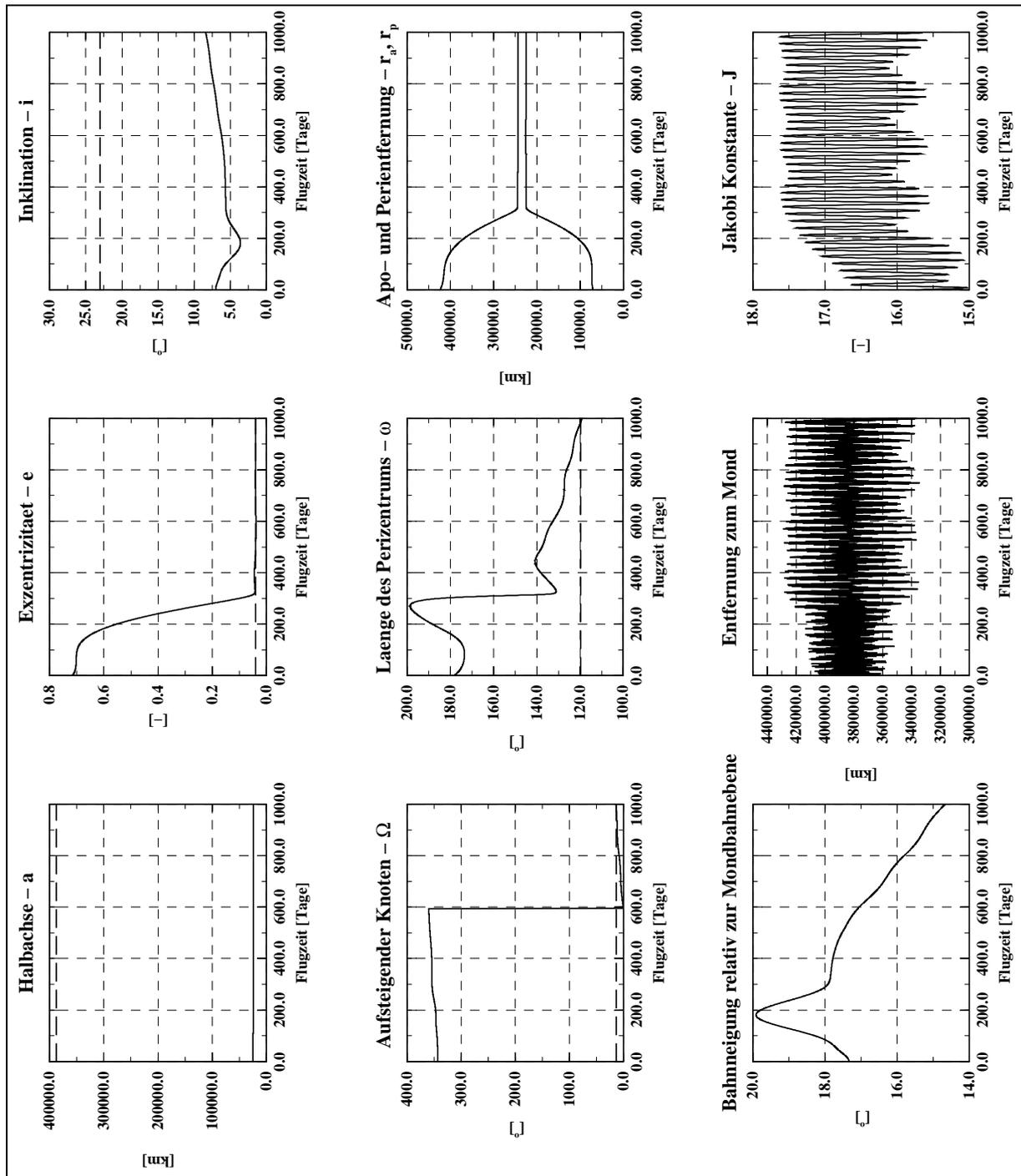


Abb. 6-9: Entwicklung der Bahnelemente für das Startdatum 28. März 2001

### 6.1.4 Ergebnisse zur Kombination der Extremalisierung der zeitlichen Änderung des relativen Bahnmomentenvektors und des relativen Laplace-Vektors

Das Ziel dieser Kombination der Steuerstrategien ist die gleichzeitige Anpassung von fünf Bahnelementen: der großen Halbachse, der Exzentrizität, der Inklination, der Länge des aufsteigenden Knotens und der Perizentrumslänge. Dabei ist zu beachten, daß die zeitliche

Änderung des relativen Bahnmomentenvektors maximiert, die zeitliche Änderung des relativen Laplace-Vektors minimiert werden muß. Nach dem gegebenen Missionsszenario soll die Exzentrizität der geosynchronen Übergangsbahn abgebaut werden. Wie in dem Abschnitt 6.1.3 beschrieben, erfolgt die Senkung der Exzentrizität durch eine Minimierung der zeitlichen Änderung.

Der verfolgte Ansatz, durch einen konstanten Gewichtungswinkel  $\gamma \in [0^\circ, 90^\circ]$  die Bahn anzupassen, erweist sich als sehr schwerfällig. Die Steuerung ist gegenüber dem Gewichtungsbereich  $0^\circ < \gamma < 89,99^\circ$  sehr unempfindlich. Die Anpassung des Bahnmomentenvektors dominiert den Steuerungsverlauf und spiegelt die Ergebnisse aus dem Abschnitt 6.1.2 wider. Erst bei Gewichtungswinkeln größer  $89,99^\circ$  ist eine merkliche Anpassung der Exzentrizität zu erkennen. Als charakteristisches Ergebnis sei die Entwicklung der Bahnelemente für eine Simulation mit Startdatum 28. März 2001 in Abb. 6-10 gezeigt.

Den Ergebnissen der Simulation in Abb. 6-10 liegen die folgenden Anfangsbedingungen zugrunde:

- eine Simulationszeit von 3125 Tagen (!)
- die gravitativen und physikalischen Umwelteinflüsse sind ausgeschaltet
- ein Gewichtungswinkel von  $\gamma = 89,9998^\circ$
- ein Gewichtungsverhältnis von  $GF_Z:GF_N = 1:5$ .

Nach dem Ende der Simulationszeit, die für ein Missionsszenario dieser Art natürlich unrealistisch ist, haben die angepassten Bahnelemente folgende absolute Abweichung:

- $\Delta a = -85,141 \text{ km}$
- $\Delta h = -11,000 \text{ km}^2/\text{s}$
- $\Delta e = -0,002$
- $\Delta i = -0,014^\circ$
- $\Delta \Omega = 0,021^\circ$
- $\Delta \omega = 0,203^\circ$
- $i_{\text{rel}} = 0,016^\circ$ .

Deutlich ist die Abnahme der Exzentrizität innerhalb von 300 Tagen auf einen Wert von 0,05 zu erkennen. Jedoch hängt diese Abnahme mit der relativ günstigen jahreszeitlichen Position der Sonne zusammen. Die Bahnneigung relativ zum Mond sinkt in dem gleichen Zeitraum nur um  $2,5^\circ$ . Es wird ein höherer Anteil des Beschleunigungsvermögens des Sonnenseglers in der Bahnebene aufgebracht. In den folgenden 600 Tagen werden die Bahnneigung und die Länge des aufsteigenden Knotens gezielt angepasst. Erst nachdem die Bahnneigung relativ zur

Mondbahnebene unter  $0,05^\circ$  liegt, beginnt gezielt eine Anpassung der Exzentrizität, die in Abhängigkeit der jahreszeitlichen Sonnenstellung um den Sollwert von  $0,04$  einschwingt. Einen ähnlichen Einschwingvorgang zeigt die Länge des Perizentrums. Werden die Einschwingvorgänge der Exzentrizität und der Länge des Perizentrums auf gemeinsame Sollwertdurchgänge abgestimmt, so wären die Sollwerte bereits nach 2000 Tagen erfüllt.

Eine Verbesserung des zeitlichen Konvergenzverhaltens wird durch eine automatische Gewichtungsanpassung erreicht. Der Gewichtungsfaktor  $\gamma$  wird in diesem Fall aus dem Verhältnis des relativen Fehlers des Laplace-Vektors zu dem relativen Fehler des Bahnmomentenvektors bestimmt

$$\text{Gl. 6-1} \quad \gamma = \text{ATAN} \left( \frac{\frac{|\Delta \vec{\epsilon}|}{|\vec{\epsilon}_{\text{Soll}}|}}{\frac{|\Delta \vec{h}|}{|\vec{h}_{\text{Soll}}|}} \right).$$

Der Vorteil dieser Steuerung liegt in der direkten Abhängigkeit des Gewichtungsfaktors von den Abweichungen zur Sollbahn. Nimmt der relative Fehler des Laplace-Vektors ab, läuft  $\gamma$  gegen Null, nimmt er zu, läuft  $\gamma$  gegen  $90^\circ$ . Die zugehörigen Ergebnisse der Simulation sind in Abb. 6-11 und ein Beispiel für den Verlauf des Gewichtungswinkels bei automatischer Steuerung des Sonnensegels ist in der Abb. 6-12 dargestellt.

Die Simulation der Sonnensegelbahn hat bis auf die Steuerungsmethode die gleichen Anfangsbedingungen wie beim ersten Simulationsfall dieses Abschnitts. Sie wird aufgrund der in Abschnitt 6.1.2 beschriebenen Konvergenzprobleme vorzeitig abgebrochen. Die Ergebnisse zum Abbruchzeitpunkt sind:

- $T = 1502,28$  Tage
- $\Delta a = 1511,27$  km
- $\Delta h = 131,031$  km<sup>2</sup>/s
- $\Delta e = 0,029$
- $\Delta i = 0,007^\circ$
- $\Delta \Omega = 0,000^\circ$
- $\Delta \omega = -13,015^\circ$
- $i_{\text{rel}} = 0,007^\circ$ .

Auch bei dieser Simulation können die Sollwerte für Exzentrizität und Länge des Perizentrums durch den Einschwingvorgang früher erreicht werden. Typisch für die

untersuchte Steuerstrategie ist die Abfolge der Anpassung der Bahnelemente; erst nachdem die Bahnebenen angeglichen wurden, wird die Exzentrizität gezielt angepasst. Ein Blick auf die Lagrange-Gleichungen [36] und die nötigen Beschleunigungskomponenten erklärt diesen Sachverhalt. Der Bahnmomentenvektor wird durch einen steten Wechsel des Sonnensegelschubes in Richtung der transversalen und normalen Bahnrichtung angepasst. Für die Anpassung der Exzentrizität ist aber ebenfalls ein Schubanteil in radialer Richtung mit einer bestimmten Frequenz nötig. Daher wirkt das Steuerprofil der Bahnmomentenanpassung zu dem Steuerprofil der Exzentrizitätenanpassung kontraproduktiv. Sobald die Abweichung der Bahnebenen zueinander klein ist, gewinnt das Steuerprofil der Exzentrizitätenanpassung mehr Gewicht und reagiert auf Schubanteile in normaler Richtung weniger empfindlich.

Diese Aussage wird durch die Entwicklung des Gewichtungswinkels in Abb. 6-12 bestätigt. Nachdem die Bahnneigung relativ zur Mondbahnebene unter  $0,5^\circ$  gesenkt wurde (nach einer Flugzeit von 630 Tagen), nähert sich der Gewichtungswinkel deutlich der  $90^\circ$  Grenze und verbleibt dort für die restliche Simulationszeit.

Weitere Ergebnisse der Bahnsimulationen für die untersuchte Steuerstrategie sind in der Tab. 6-5 dargestellt. Dabei wurden die gravitativen und physikalischen Umweltbedingungen berücksichtigt und die Simulation bei einer mittleren Mondentfernung von 384400 km abgebrochen. Wie bei den Simulationen in den vorherigen Abschnitten muß als erstes das Perizentrum der Sonnensegelbahn auf eine Höhe von 2000 km gebracht werden, bevor die eigentliche Anpassung der Bahn beginnen kann. Die transversale Komponente wurde durch die tangentielle Komponente ausgetauscht und eine Gewichtung von  $GF_T:GF_N = 1:5$  angesetzt.

Innerhalb des betrachteten Simulationszeitraumes überwiegt die Anpassung des Bahnmomentenvektors, die Anpassung des Laplace-Vektors spielt keine Rolle. Die Flugzeiten zum Mond sind daher gut vergleichbar mit den Ergebnissen aus Abschnitt 6.1.2. Auch in diesen Simulationen wird der empfindliche gravitative Einfluß des Mondes bestätigt. Je nach Konstellation des Mondes relativ zum Sonnensegel kann die Sonnensegelbahn nachhaltig beeinflusst werden, wobei die Flugzeit erhöht oder erniedrigt wird.

Als Fazit der betrachteten Methode, lokalextremale Steuerstrategien zur Lösung von Bahntransferproblemen einzusetzen, ist festzuhalten, daß durch eine schrittweise Analyse der einzelnen Steuerstrategien der globale Steuerungsalgorithmus hinsichtlich Konvergenzverhalten und Genauigkeit verbessert werden konnte. Die Anpassung von fünf Bahnelementen ist mit eingeschränkter Genauigkeit mit einer relativen Fehlernorm unter 0,5 % möglich. Diese Aussage hat aber bei Berücksichtigung von gravitativen und physikalischen Umweltbedingungen wenig Bestand, da je nach Umweltbedingung Abweichungen zur Sollbahn durch das geringe Antriebsvermögen des Sonnenseglers schwerfällig kompensiert werden können.

Hinsichtlich der Möglichkeit, den Mond in der Bahnebene anzufliegen, bieten die lokalextrimalen Steuerstrategien eine leicht anzuwendende Methode, die Bahnebenen anzupassen und die Zahl zufälliger naher Vorbeiflüge mit Entfernungen unter 100000 km am Mond zu erhöhen.

Grundsätzlich bieten die lokalextrimalen Steuerstrategien den Vorteil einer schnell durchführbaren Missionsanalyse von Sonnensegelbahnen, ohne einen Optimierungsalgorithmus nachvollziehen zu müssen. Jedoch um die Güte der Ergebnisse besser abschätzen zu können, folgt in dem nächsten Abschnitt ein Vergleich mit der zeitoptimalen Mittelungsmethode.

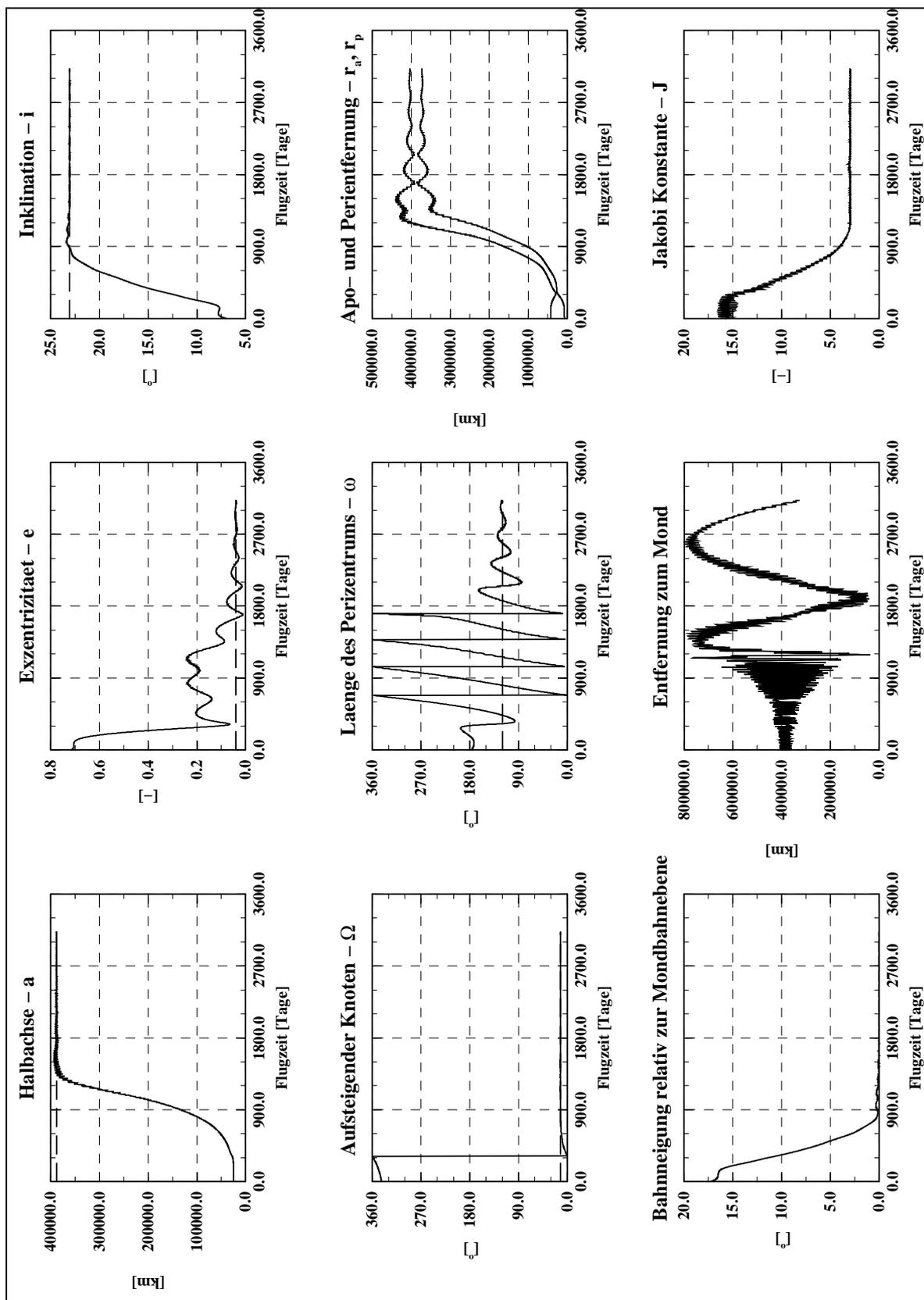


Abb. 6-10: Entwicklung der Bahnelemente für das Startdatum 28. März 2001; manuelle Anpassung ( $\gamma = 89,9998^\circ$ )

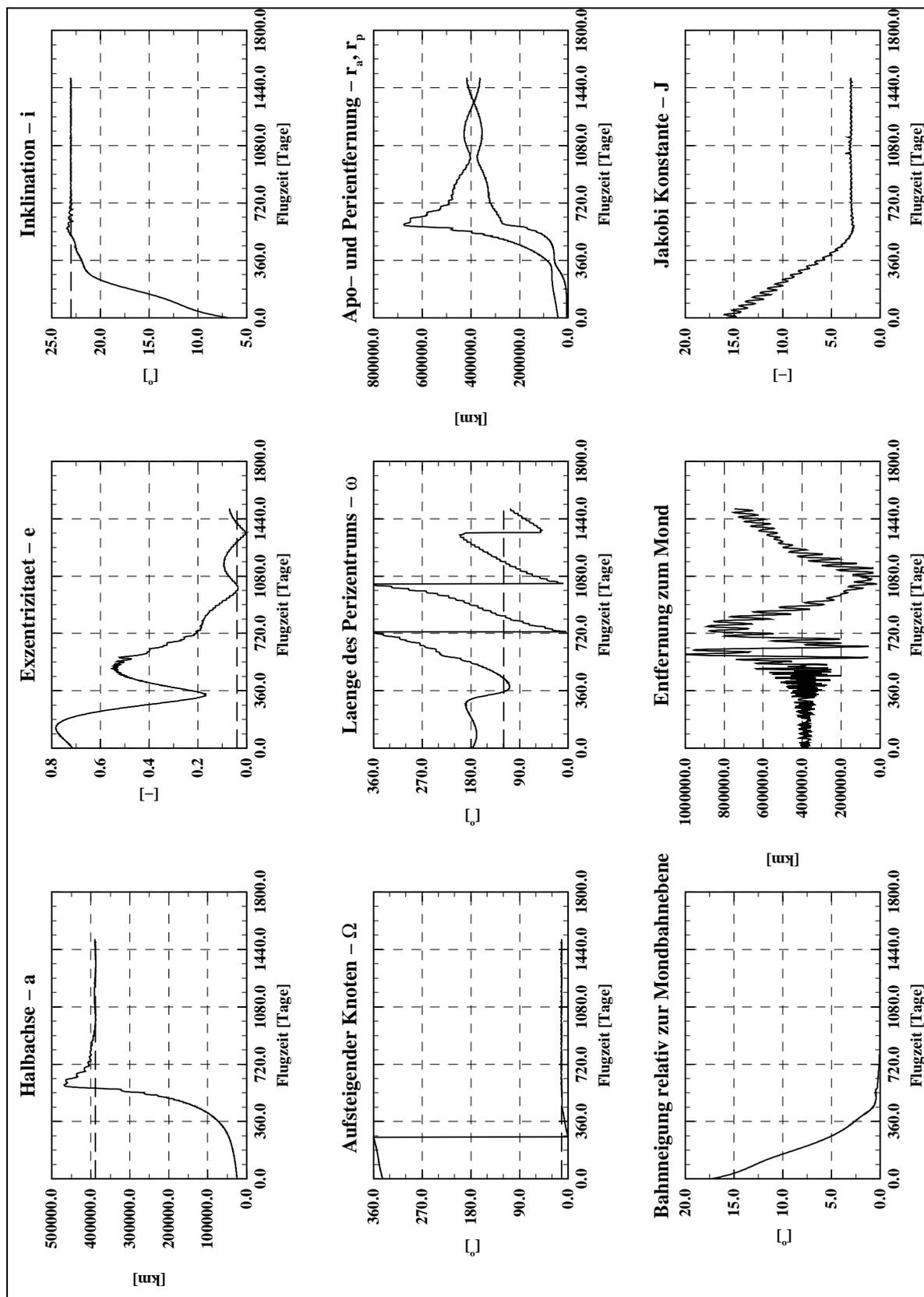


Abb. 6-11: Entwicklung der Bahnelemente für das Startdatum 28. März 2001; automatische Anpassung

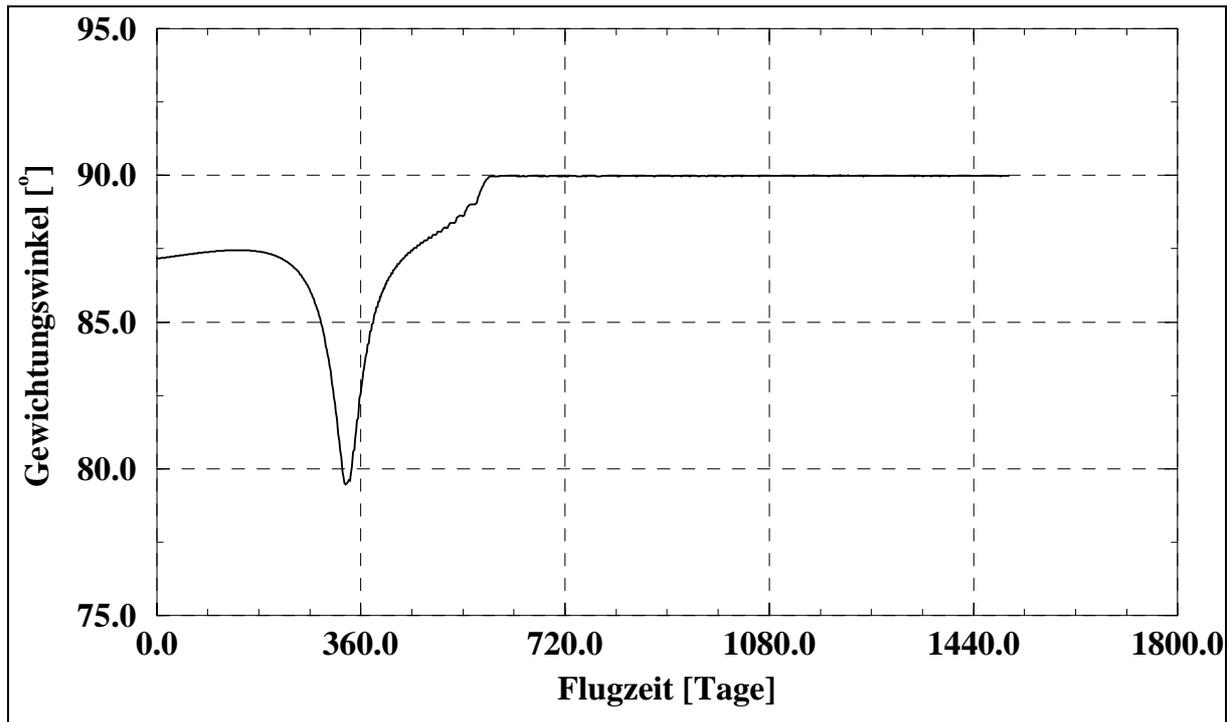


Abb. 6-12: Der Gewichtungswinkel  $\gamma$  bei automatischer Anpassung für das Startdatum 28. März 2001

| Startdatum                                   | 28. März 2001 | 21. Juni 2001 | 14. Sept. 2001 | 21. Dez. 2001 |
|--|---------------|---------------|----------------|---------------|
| Flugzeit [Tage]                              | 535,34        | 565,68        | 608,46         | 645,23        |
| Bahnenergie [ $\text{km}^2/\text{s}^2$ ]     | -0,540        | -0,807        | -0,771         | -0,628        |
| Jakobi-Wert [-]                              | 2,94          | 2,71          | 2,71           | 2,92          |
| Bahnneigung relativ zur<br>Mondbahnebene [°] | 0,29          | 0,41          | 1,11           | 0,51          |
| Schattenphasen [-]                           | 412           | 392           | 286            | 334           |
| Umläufe [-]                                  | 522           | 560           | 576            | 628           |
| Antriebsbedarf $\Delta v$ [km/s]             | 4,274         | 4,352         | 5,147          | 5,300         |
| Antriebsgütegrad $\eta_s$ [%]                | 51,3          | 49,5          | 54,4           | 52,8          |

Tab. 6-5: Ergebnisse der Bahnsimulationen mit Abbruch der Integration bei einer mittleren Mondentfernung von 384400 km; automatische Gewichtung

## 6.2 Anwendung und Analyse des zeitoptimalen Steuerproblems

Das in Kapitel 5.3 vorgestellte Verfahren zur Bestimmung von zeitoptimalen Sonnensegelbahnen wird auf zwei unterschiedliche Flugprofile angewendet. Erstens wird betrachtet, wie der Sonnensegler aus der geostationären Transferbahn direkt in die Mondbahn fliegt, zweitens wie er durch einen WSB-Bahnübergang in eine Mondumlaufbahn einschwenkt. Als Startdaten der Mission werden die für das Missionsszenario definierten Fälle für die Äquinoktien und Solstitien verwendet.

Die lokalextrimalen Steuerstrategien unterstützen und vereinfachen die Anwendung des Optimierungsalgorithmus, in dem sie der Optimierung vorgeschaltet werden, um günstigere Anfangswerte zu bestimmen. Unter anderem werden die Differenzen zwischen den Anfangs- und Randwerten der äquinoktialen Bahnelementen zur Initialisierung des adjungierten Zustandsvektors benötigt. Um so näher die Ausgangsbahn an der Zielbahn liegt, um so schneller konvergiert der Optimierungsalgorithmus gegen die Zielwerte.

Ausgehend von den Missionen, die Jehn und Cano [27] und DeNiem [28] mit der verwendeten Methode erfolgreich untersucht haben, wobei durchschnittlich die Bahnenergie einer Raumsonde durch ein elektrisches Antriebssystem um den Faktor 5,45 erhöht wurde, wird der anzustrebende Randwert, die große Halbachse, für die lokalextrimale Steuerstrategie definiert. Natürlich werden neben der großen Halbachse auch die Bahnneigung relativ zur Zielbahnebene durch die gewählte lokalextrimale Steuerstrategie aus Abschnitt 6.1.4 (mit gewichteter tangentialer Komponente und automatischer Anpassung des Gewichtungswinkels  $\alpha$ ) angepasst. Die Zielbahnebene gestaltet sich je nach dem zu untersuchenden Flugprofil.

Bezogen auf das planare MondszENARIO wird als Zielbahnebene die Mondbahnebene zu dem jeweiligen Startdatum gewählt. Die entsprechenden Randbedingungen sind in der Tab. 4-6 und Tab. 4-7 zusammengefaßt. Als Abbruchkriterium für die Integration mit der lokalextrimalen Steuerstrategie gilt eine große Halbachse von aufgerundet 70500 km. Dieser Wert ergibt sich aus der mittleren Entfernung des Mondes von der Erde von 384400 km geteilt durch den definierten Transferfaktor von 5,45. Die Behandlung vereinfachend, werden die gravitativen und physikalischen Umwelteinflüsse für dieses Szenario nicht berücksichtigt.

Für das WSB-Flugszenario wird die Zielbahnebene in Abhängigkeit des Startdatums, einer geschätzten Flugzeit und der gewünschten möglichen Bahn um den Mond, nach der in Kapitel 4.2.3 beschriebenen Methode, bestimmt. Ausgehend von einer mittleren großen Halbachse für WSB-Bahnen von 255000 km, die auf einen aufsteigenden Knoten der eingefangenen selenozentrischen Umlaufbahn von  $225^\circ$  bezogen wird (siehe Abb. 4-10), wird als Abbruchkriterium für die Integration mit der lokalextrimalen Steuerstrategie eine große Halbachse von aufgerundet 47000 km wiederum unter Berücksichtigung des Transferfaktors

von 5,45 errechnet. Die Flugzeit aus der geostationären Bahn in eine Mondumlaufbahn mit Hilfe der WSB-Methode wird auf 570 Tage geschätzt, wobei davon 550 Tage für das Erreichen einer großen Halbachse von 255000 km und 20 Tage für den eigentlichen WSB-Transfer angesetzt werden.

Zusammenfassend wird folgender methodischer Weg zur Bestimmung von Transferbahnen zu dem Mond mit Hilfe eines Sonnensegels eingeschlagen:

1. Bestimmung der Startwerte
2. Bestimmung der Randbedingungen, also der Zielbahnwerte, gegebenenfalls bei WSB-Übergangsbahnen durch Rückwärtsintegration
3. Vorwärtsintegration mit Einsatz der lokalextrimalen Steuerstrategien, bis günstige Anfangswerte für die zeitoptimale Methode erreicht werden, wobei eine „grobe“ Anpassung der Zielbahnwerte erfolgt
4. Anwendung der zeitoptimalen Methode, um eine genaue Anpassung der Bahnelemente vorzunehmen.

Wie die folgenden Ergebnisse zeigen, führt dieser methodische Weg zu einer erfolgreichen Behandlung des Problems. Fünf Bahnelemente werden hinreichend genau angepasst, so daß das Bahntransferproblem als gelöst angesehen werden kann und die Ergebnisse erste Erkenntnisse über die Mission an sich und über die Möglichkeit, das Rendezvousproblem mit dem Mond zu lösen, aufzeigen. Im dritten Abschnitt dieses Kapitels wird das Rendezvousproblem mit dem Mond, die zeitliche und vektorielle Abstimmung von Position und Geschwindigkeit, vereinfacht mit den entwickelten Hilfsmitteln behandelt.

### **6.2.1 Planares Mondszenario**

Für die erste Phase der Simulation wird die lokalextrimale Steuerstrategie nach Abschnitt 6.1.4 eingesetzt, bis eine große Halbachse von 70500 km erreicht wird. Die Flugzeit variiert in Abhängigkeit von der Startzeit zwischen 322 Tagen mit einem Start der Mission am 28. März 2001 und 366 Tagen mit einem Start der Mission am 21. Dezember 2001. Die Bahnneigung am Ende der Simulation relativ zur Bahnebene des Mondes liegt in allen Fällen bei durchschnittlich  $4^\circ$ . In Anbetracht der neugewonnenen Erkenntnisse im ersten Abschnitt dieses Kapitels ist davon auszugehen, daß dadurch die Komponente des Schubvektors normal zur Bahnebene im weiteren Verlauf der Optimierung weniger schwankt.

Die durch die Simulation erreichten Bahndaten sowie die für die Optimierung nötigen Parameter, sind detailliert im Anhang zusammengefaßt. Nachfolgend wird lediglich die Initialisierung des aufgestellten Gleichungssystems für die Optimierung beschrieben.

Wie bereits im Kapitel 5.3 beschrieben, müssen 14 Differentialgleichungen initialisiert und die Endbedingungen festgelegt werden. Aus den Endbedingungen der Simulation werden die fünf Bewegungsgleichungen in Form der äquinoktialen Elemente initialisiert. Die zugehörigen fünf adjungierten Gleichungen werden durch die Differenzen der End- und Anfangswerte vorbereitet. Da die Zeit eine zu optimierende Variable ist, gilt es auch hier, der Adjungierten der Zeit einen Anfangswert zuzuweisen. Da die Hamiltonfunktion zeitabhängig ist, ist die Adjungierte der Zeit nicht konstant. Jedoch wird über die gemittelte Hamiltonfunktion, die in einem autonomen System gleich Null ist, der Startwert für die Adjungierte der Zeit berechnet. Die Endbedingung der Adjungierten für die Zeit muß wegen des Transversalitätskriteriums für minimale Zeit als Kostenfunktion gleich  $-1$  sein.

Der Skalierungsfaktor  $L_1$ , der die Anzahl der Bahnumläufe wiedergibt, wird manuell an das Problem angepasst. Durch Integration des initialisierten Gleichungssystems wird überprüft, ob die Endbedingung für die große Halbachse annähernd erreicht wird. Gleichzeitig besteht die Möglichkeit, durch eine zusätzliche manuelle Veränderung der Adjungierten zur Halbachse  $\lambda_1$ , die gewünschte große Halbachse anzunähern. Für den Optimierungsprozeß erwiesen sich die Schätzung der Umläufe und der Adjungierten zur Halbachse als entscheidend. Um so näher die Anfangsintegration bzw. die Anfangsschätzung an der gewünschten Lösung liegt, um so schneller und wahrscheinlicher findet der Optimierer eine zeitoptimale Lösung.

Der Optimierungsprozeß wird in zwei Genauigkeitsstufen durchgeführt. Der erste Optimierungsdurchgang sieht vor, daß die gesuchten adjungierten Initialisierungsparameter mit einer Genauigkeit von  $10^{-5}$  bestimmt werden. Bei Konvergenz des Problems wird mit der gefundenen Lösung ein weiterer Durchgang mit jeweils einer Potenz höheren Genauigkeit eingeleitet. Die Genauigkeit der zu erfüllenden Randwerte kann durch dieses iterative Verfahren hinreichend gesteigert werden. Die angegebenen Genauigkeitswerte beziehen sich auf den letzten erfolgreichen Optimierungsdurchgang.

Aufgrund der energetischen Ähnlichkeit der Probleme konnten für alle betrachteten Startdaten in kürzester Zeit Lösungen gefunden werden. Die anfänglichen Schätzungen für die Anzahl der Umläufe lagen im Mittel bei 43 Umläufen. Die optimierten Lösungen liegen im Mittel bei 46 Umläufen. Einige Missionsdaten werden in Tab. 6-5 gezeigt.

Der Tab. 6-5 ist zu entnehmen, daß eine Sonnensegelmission aus dem GTO zum Mond im Durchschnitt 605 Tage dauert. Die Flugzeitschwankungen von  $\pm 15$  Tagen können mit der jahreszeitlichen Stellung der Abflugbahn relativ zur Sonne erklärt werden.

Bei der Unterteilung der Sonnensegelmission in einzelne Flugabschnitte wird ein typisches Flugprofil für diesen Missionstyp beobachtet. Über 50% der Flugzeit werden für den Bahntransfer aus dem GTO zu einer großen Halbachse mit 70500 km mit mehreren 100 Umläufen aufgewendet; das entspricht einem Bahnenergiewechsel mit dem Faktor 2,85. Während der restlichen Flugzeit wird die Bahnenergie mit einem Faktor 5,45 mit durchschnittlich 46 Umläufen erhöht. Im „zweiten“ Flugabschnitt wird das Antriebsvermögen des Sonnenseglers effektiver umgesetzt. Ein Blick auf die Entwicklung der Bahnelemente in der Abb. 6-13 bestätigt diesen für Sonnensegler charakteristischen Sachverhalt.

| Steuerstrategie   | Startdatum      | 28. März<br>2001 | 21. Juni<br>2001 | 14. Sept.<br>2001 | 21. Dez.<br>2001 |
|---|-----------------|------------------|------------------|-------------------|------------------|
| Lokalextremal nach<br>Abschnitt 6.1.4 mit<br>tangentialer<br>Komponente bis a =<br>70500 km | Flugzeit [Tage] | 322,15           | 331,70           | 369,99            | 365,69           |
|   | Umläufe #       | 405              | 421              | 495               | 481              |
| Zeitoptimal bis<br>Randbedingungen<br>erfüllt sind (siehe<br>Tab. 4-6 und Tab.<br>4-7)      | Flugzeit [Tage] | 270,07           | 263,68           | 251,56            | 247,12           |
|   | Umläufe #       | 46,8             | 46,5             | 45,8              | 45,7             |
| Gesamtergebnis  | Flugzeit [Tage] | 592,22           | 595,38           | 621,55            | 612,81           |
|   | Umläufe #       | 451,8            | 467,5            | 540,8             | 526,7            |

Tab. 6-6: Ergebnisse der Simulationen für Startdaten während der Äquinoktien und Solstitien; planarer Mondflug

Die Entwicklung der Bahnelemente für den zeitoptimalen Flugabschnitt spiegeln die Rückschlüsse aus der Analyse der lokalextremalen Steuerstrategien wider. Der Verlauf der großen Halbachse, der Inklination und der Länge des aufsteigenden Knotens sind vergleichbar. Erst wenn die Inklination und die Länge des aufsteigenden Knotens an die Zielwerte angenähert wurden, erfolgt eine Anpassung der Exzentrizität und der Länge des Perizentrums. Jedoch erfolgt diese Anpassung direkt, die Zielwerte werden ohne größeren Einschwingvorgang eindeutig getroffen.

Ein wichtiger Unterschied zwischen der lokalextrimalen und zeitoptimalen Steuerlösung ist bei der Anpassung der Bahnneigung als auch bei der Anpassung der Länge des aufsteigenden Knotens zu erkennen. Wie bereits im Abschnitt 6.1.2 beschrieben, entscheidet die orbitale Ausrichtung zwischen der augenblicklichen Flug- und der Zielbahnebene über die Ausrichtung des Schubvektors normal zur Bahnebene. Wenn die Schnittlinie der GTO- und der Mondbahnebene und die GTO-Apsidenlinie kollinear sind, wird eine energetisch günstige Anpassung der relativen Bahnneigung im Apozentrum ermöglicht. Die zeitoptimale Steuerlösung weist ausnahmslos diese Möglichkeit auf, wie in Abb. 6-14 durch den Verlauf der Normalkomponente des Schubvektors gezeigt wird. Nur während des Apozentrumdurchgangs erfolgt eine Ausrichtung des Segels normal zur Bahnebene, wenn also der Hebelarm zwischen der Erde und dem Sonnensegel am größten ist.

In Abb. 6-14 werden ferner die Entwicklung der adjungierten Komponenten und der Bahnverlauf für die zeitoptimale Lösung dargestellt. Die adjungierten Komponenten verlaufen stetig und relativ schwankungsfrei in der skalierten Bandbreite und bestätigen die Stabilität der gefundenen optimalen Lösung. Die Transversalitätsbedingung für die Adjungierte der Zeit ist mit einem Wert von  $-1$  erfüllt.

Die Projektion der zeitoptimalen Transferbahn in die geozentrische Äquatorebene zeigt einen klassischen Bahnverlauf für ein Antriebssystem vom Typ Sonnensegel. Neben den vielen Umläufen ist deutlich die Aufweitung der Bahn relativ zum Stand der Sonne zu beobachten. Zu Beginn des zeitoptimalen Fluges am 14. Februar 2002 steht die Sonne im II. Quadranten der geozentrischen Äquatorebene und „bewegt sich“ relativ zur Erde gegen den Uhrzeigersinn. Zum Frühlingszeitpunkt kreuzt die Sonne aus dem II. in den III. Quadranten der geozentrischen Äquatorebene. Der Bahnenergiegewinn erfolgt durch den Flug des Sonnenseglers von der Sonne weg.

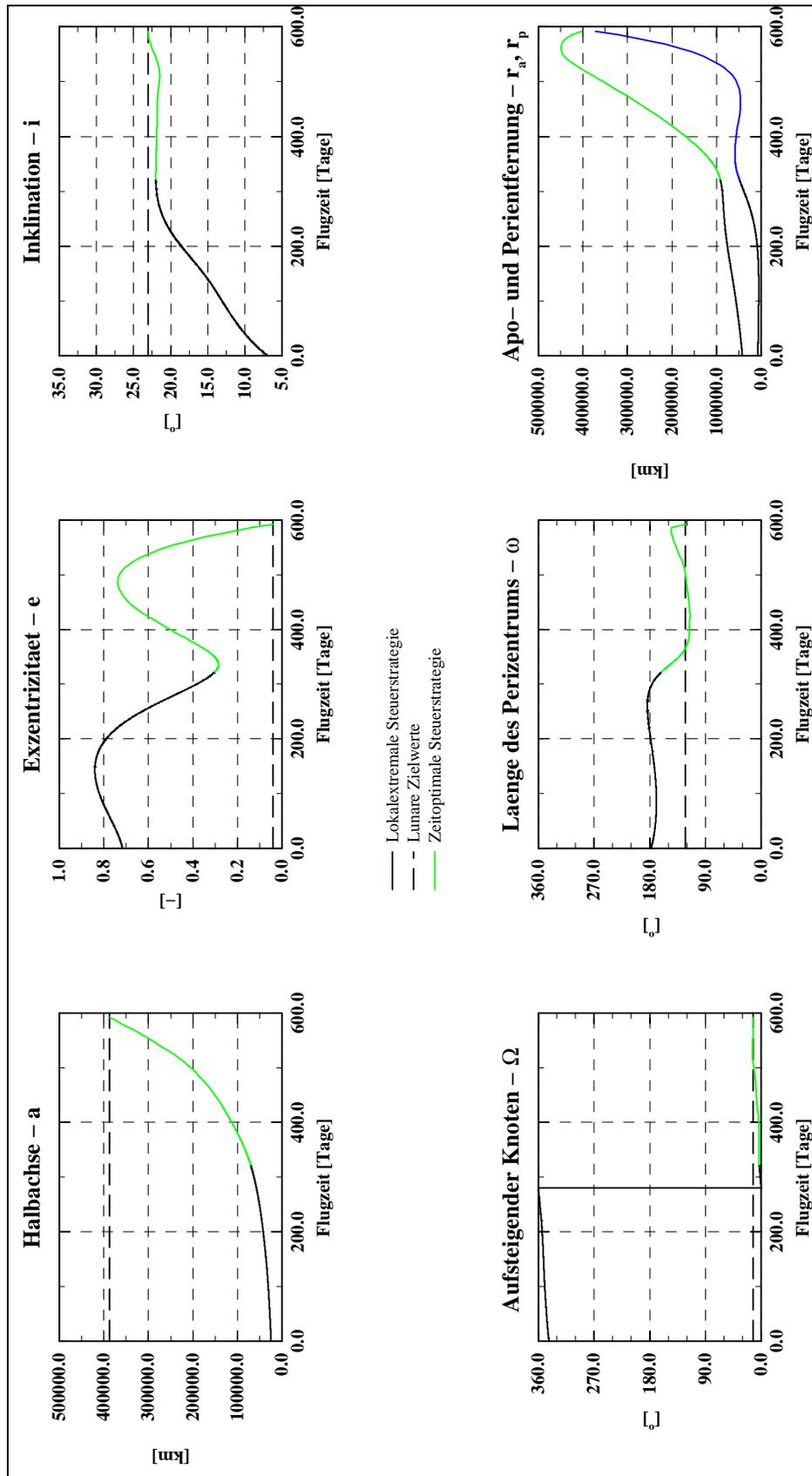


Abb. 6-13: Entwicklung der Bahnelemente für das Startdatum 28. März 2001; lokalextremale und zeitoptimale Steuerstrategie; planarer Mondflug

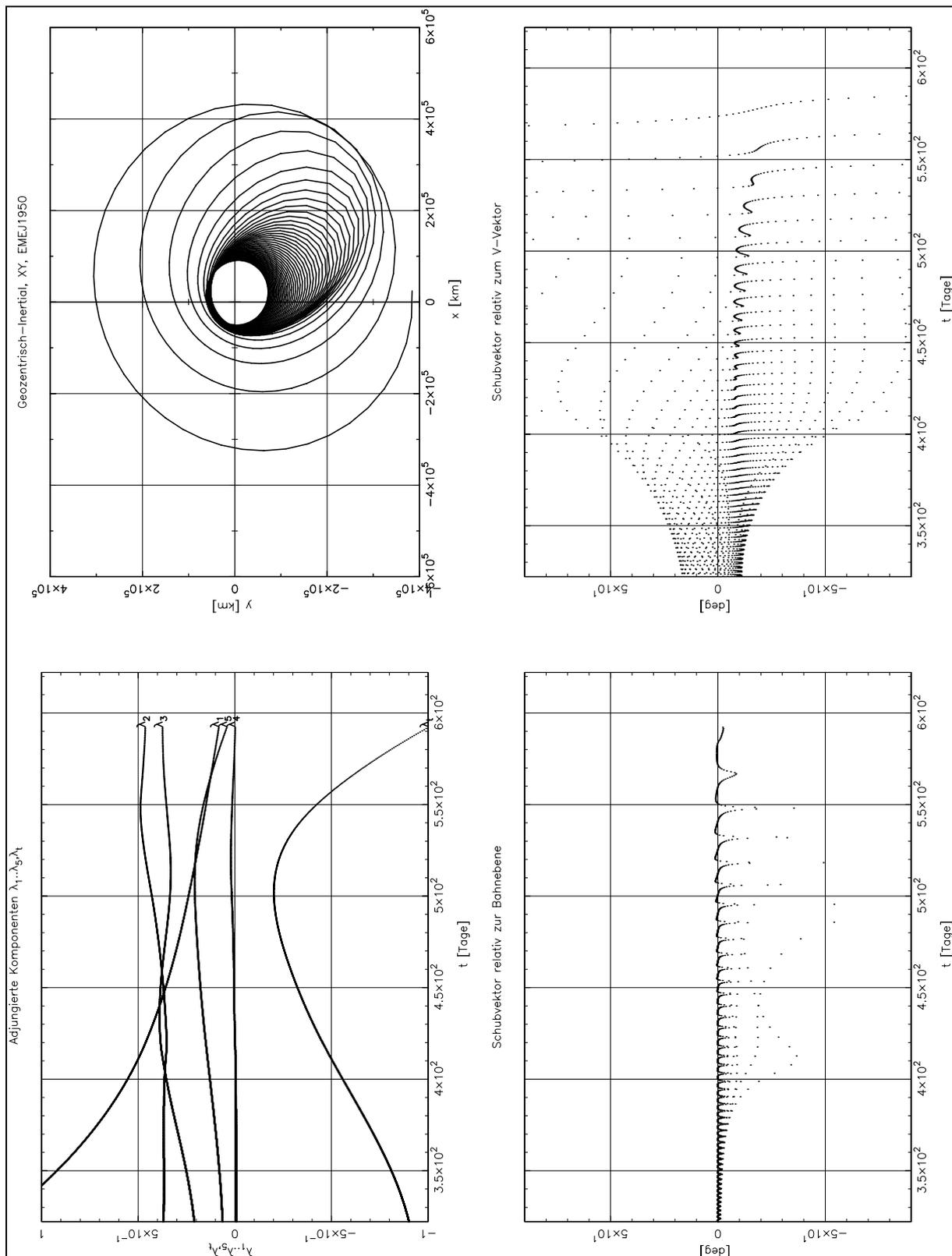


Abb. 6-14: Entwicklung der adjungierten Komponenten und der Steuerwinkel für das Startdatum 28. März 2001; zeitoptimale Steuerstrategie; planarer Mondflug

### 6.2.2 WSB-Mondszenario

Die in Abschnitt 6.2.1 beschriebene Vorgehensweise wird ebenfalls erfolgreich auf das Bahntransferproblem mit WSB-Übergangsbahnen zum Mond angewendet. Nach wenigen Versuchen ist der zeitoptimale Algorithmus für einen Fall initialisiert, so daß Konvergenz der Optimierung eintritt. Aufgrund der Gemeinsamkeit aller Fälle führen ähnliche Initialisierungen schnell zu Lösungen für die anderen zu untersuchenden Startdaten. Einige missionscharakterisierende Ergebnisse sind in der Tab. 6-7 zusammengefaßt. Detaillierte Ergebnisse über die Initialisierungsparameter und über die Bahndaten sind im Anhang zu finden. Typische Verläufe der Bahnparameter und Schubvektorkomponenten sind in der Abb. 6-15 und in der Abb. 6-16 gegeben.

Es ist festzuhalten, daß die gewählten Startdaten für die Untersuchung des planaren Mondszenarios speziell definiert wurden. Die relative Bahnneigung diente als ein Kriterium der Definition. Entsprechend können die Bedingungen für das WSB-Mondszenario abgestimmt werden, so daß eine möglichst geringe relative Bahnneigung anfänglich auftritt. Zum Beispiel könnte dadurch die Flugzeit erheblich verkürzt werden. Das Startdatum 21. Juni 2001 ist ein gutes Beispiel für diesen Effekt.

| Steuerstrategie   | Startdatum                  | 28. März<br>2001 | 21. Juni<br>2001 | 14. Sept.<br>2001 | 21. Dez.<br>2001 |
|---|-----------------------------|------------------|------------------|-------------------|------------------|
| Lokalextrimal nach<br>Abschnitt 6.1.4 mit<br>tangentialer<br>Komponente bis a =<br>47000 km | Flugzeit [Tage]             | 245,52           | 207,88           | 258,37            | 325,94           |
|   | Umläufe #                   | 367              | 307              | 402               | 513              |
|   | Relative<br>Bahnneigung [°] | 9,21             | 4,38             | 1,94              | 13,33            |
| Zeitoptimal bis<br>Randbedingungen<br>für den WSB-Flug<br>erfüllt sind                      | Flugzeit [Tage]             | 343,56           | 356,61           | 328,07            | 310,68           |
|   | Umläufe #                   | 105,8            | 108,5            | 103,3             | 102,8            |
| Gesamtergebnis  | Flugzeit [Tage]             | 589,08           | 564,49           | 586,44            | 636,62           |
|   | Umläufe #                   | 472,8            | 415,5            | 505,3             | 615,8            |

Tab. 6-7: Ergebnisse der Simulationen für Startdaten während der Äquinoktien und Solstitien; WSB-Mondflug

Im Vergleich zu den Ergebnissen des planaren Mondszenarios sind die Anfangsbedingungen für den Optimierungsprozeß für die WSB-Fälle ungünstiger. Aufgrund der geringeren Halbachse liegt die Abflugposition deutlich niedriger, die Abweichungen zu den Zielbahnparametern sind entsprechend höher. Wie in der Tab. 6-7 abzulesen ist, variiert die relative Bahnneigung zwischen  $1,94^\circ$  und  $13,33^\circ$ . Dennoch konvergierte der Optimierungsprozeß für die untersuchten Fälle. Durchschnittlich werden 105 Umläufe bis zum Erreichen der gewünschten WSB-Bahn benötigt. Die Gesamtflugzeit ist im Vergleich zu den Flugzeiten des planaren Mondszenarios kürzer, jedoch ist eine Zeit von 20 Tagen für den ballistischen Flug in die hochexzentrische Mondumlaufbahn zu berücksichtigen.

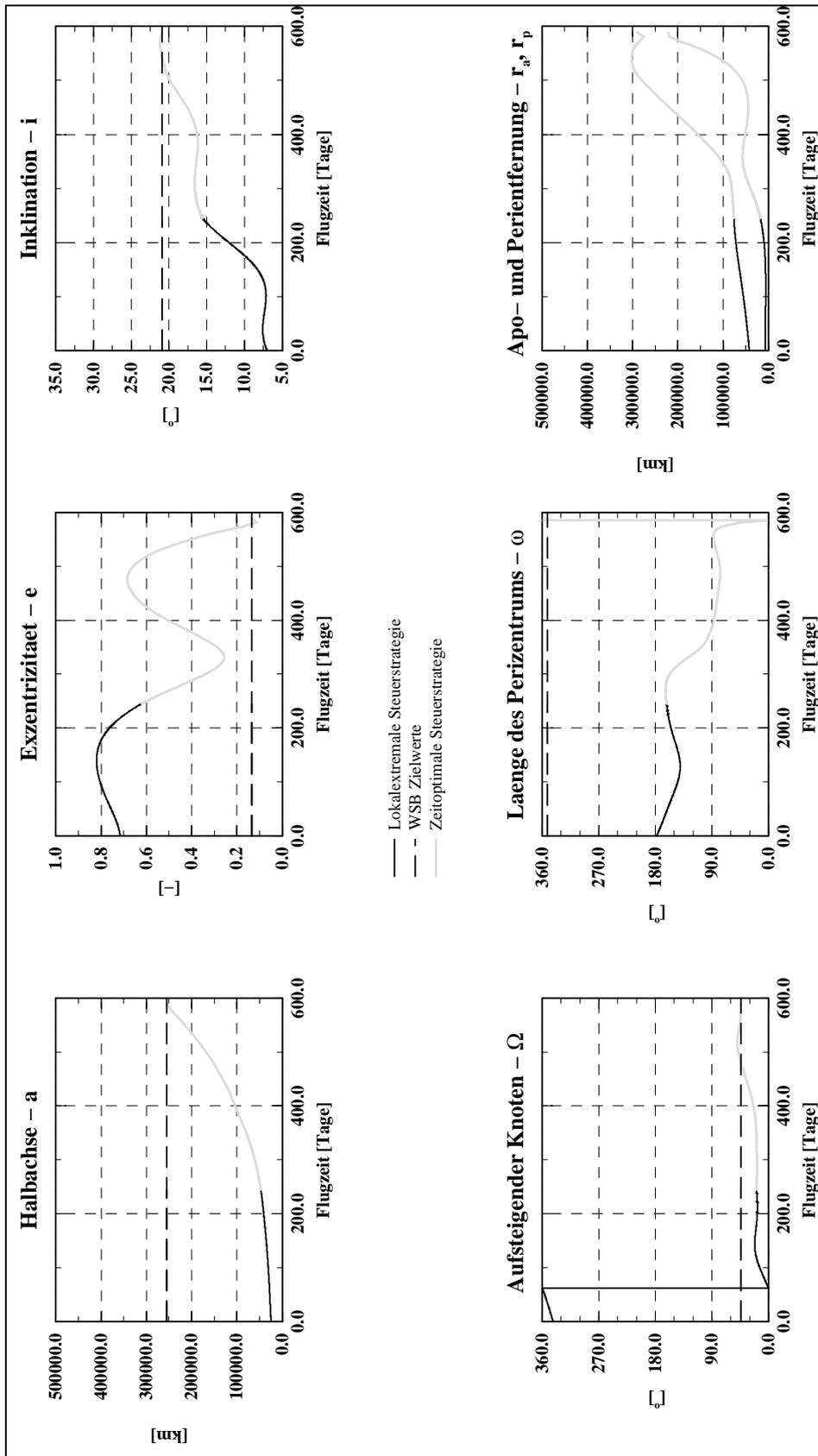


Abb. 6-15: Entwicklung der Bahnelemente für das Startdatum 28. März 2001; lokalextremale und zeitoptimale Steuerstrategie; WSB-Mondflug

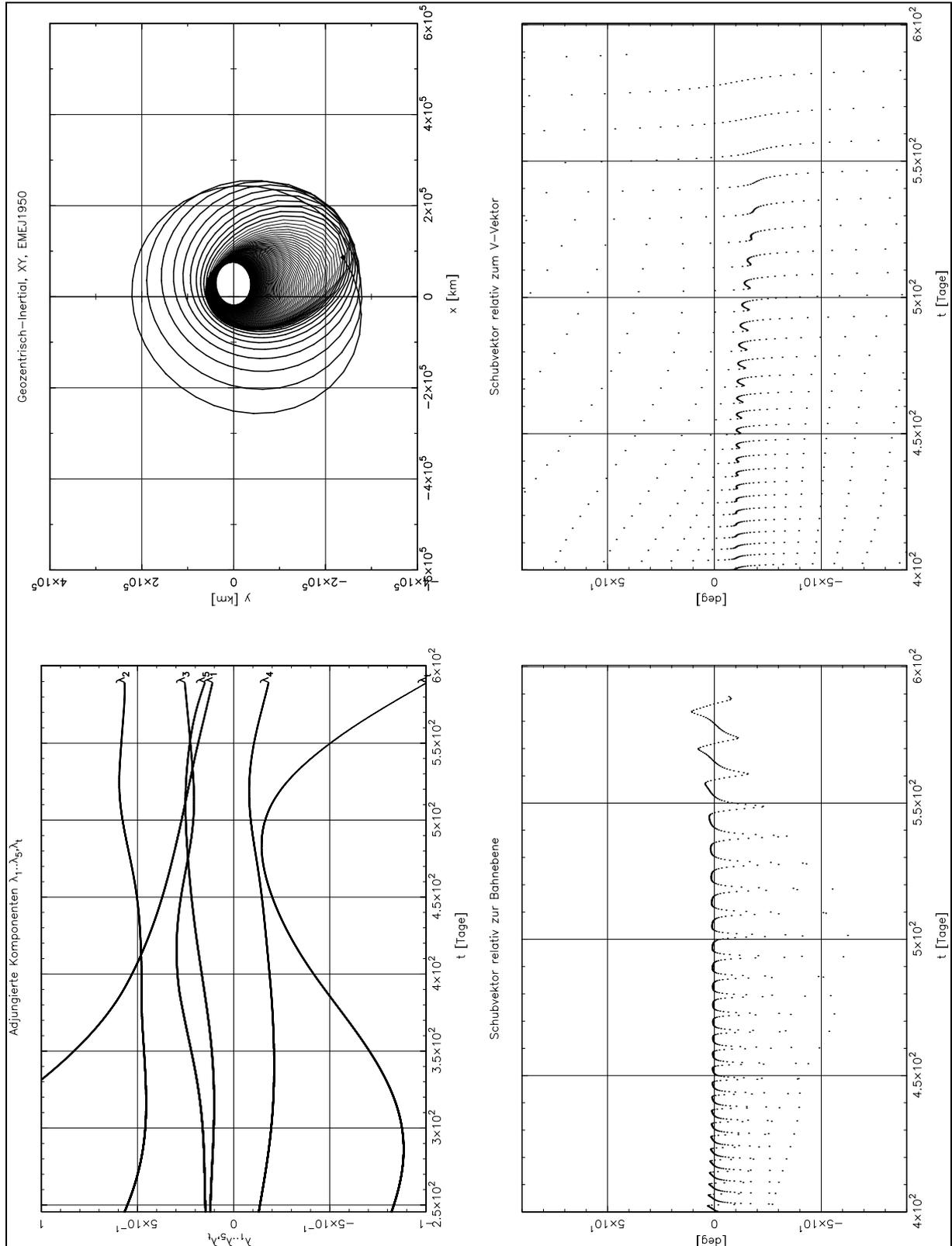


Abb. 6-16: Entwicklung der adjungierten Komponenten und der Steuerwinkel für das Startdatum 28. März 2001; zeitoptimale Steuerstrategie; WSB-Mondflug

### 6.3 Eine beispielhafte Sonnensegelmission zum Mond via WSB-Transfer

Die Bestimmung der WSB-Randbedingungen erfolgte unter der Annahme, daß insgesamt eine Missionsdauer von 570 Tagen angesetzt wurde. Wie jedoch einige Gesamtergebnisse für die Flugzeiten zeigen, resultieren Missionsdauern über diesen Wert hinaus. Die Folge sind zeitlich nicht angepasste WSB-Randbedingungen und somit nicht angeschlossene Flugphasen. Durch eine Neuabschätzung der Missionsdauer und der manuellen Anpassung der zeitoptimalen Abflugbedingungen können diese Unzulänglichkeiten behoben werden.

Als Ankunftsdatum am Mond wird ein WSB-Übergang mit möglichst GTO naher geozentrischer Bahnneigung gewählt. Ein Blick auf die Abb. 4-10 weist den 1. Mai 2003 als Möglichkeit aus. In der Abb. 4-11 werden ausführliche Daten zu diesem Übergang geliefert. Nun gilt es, ein geeignetes Startdatum zu finden, daß es erlaubt, die gewählte WSB-Übergangsbahn zeitlich abgeglichen anzufliegen. Dazu wird die in der Einleitung dieses Kapitels beschriebene Methode iterativ angewendet, wobei diesmal anfänglich von 600 Tagen Flugzeit ausgegangen wird.

In der ersten Phase der Simulation wird hauptsächlich die lokalextremale Steuerstrategie nach Abschnitt 6.1.4 eingesetzt, wobei alle geometrischen und physikalischen Umwelteinflüsse berücksichtigt werden. Jedoch bedingt durch den atmosphärischen Widerstand, wird am Anfang der Simulation das Perizentrum von 620 km auf 2000 km, durch die in Kapitel 5.2.6 beschriebene Steuerstrategie, erhöht. Danach wird die Sonnensegelbahn bis zu einer großen Halbachse von 47000 km simuliert, und die erhaltenen Bahndaten werden für die Optimierung und Lösung des Randwertproblems aufbereitet.

Nun gilt es, in der zweiten Phase neben der Lösung des Randwertproblems eine zeitliche Anbindung zum Anfang des WSB-Bahnüberganges zu finden. Die geometrischen und physikalischen Umwelteinflüsse spielen dabei keine Rolle, da sie nicht in die Optimierungmodellierung einbezogen wurden.

Es werden fünf Bahnelemente angepasst, die Zeit und die wahre Anomalie jedoch korrespondieren nicht mit den jeweiligen Werten, die für den WSB-Bahnübergang notwendig sind. Entweder der Sonnensegler erreicht die WSB-Bahnparameter zu spät oder zu früh. Werden die WSB-Bahnparameter zu spät erreicht, muß das Startdatum solange in Ein-Tagesschritten zurückgesetzt werden, bis der WSB-Übergangspunkt rechtzeitig zu erreichen ist. Werden die WSB-Bahnparameter zu früh erreicht, muß die wahre Anomalie in zeitliche Relation mit der wahren Anomalie der Zielbahn gebracht werden, so daß durch eine Freiflugphase der WSB-Übergangspunkt genau getroffen wird. Diese Anpassung bedarf einer iterativen Anwendung der lokalextrimalen und zeitoptimalen Steuerstrategien bis der WSB-Übergangsbereich hinreichend genau (im Sekundenbereich) angeglichen ist. Durch den

Einbau einer Freiflugphase vor Beginn der zeitoptimalen Steuerstrategie wird dieser Iterationsprozeß erleichtert.

Das Startdatum, das einen rechtzeitigen Bahnübergang für das gewählte WSB-Szenario erlaubt, ist der 14. September 2001. Somit liegt die Gesamtflugzeit der Mission bei 593 Tagen. Die einzelnen Flugphasen sind in folgender Weise gestaltet:

1. Start am 14. September 2001 um 23:07:01 UTC; nach 274,361 Tagen am 16. Juni 2002 um 07:47:23 UTC ist eine große Halbachse von 47000 km erreicht, dabei wurde die Erde 426mal umrundet und 204 Erdschatten durchflogen.
2. Eine Freiflugphase mit einer Dauer von 0,640 Tagen führt zu den Eintrittsbedingungen für die zeitoptimale Steuerstrategie am 16. Juni 2002 um 23:08:41 UTC.
3. Die zeitoptimale Sonnensegelbahn erreicht die WSB-Bahnparameter nach einer Flugzeit von 289,908 Tagen am 2. April 2003 um 20:56:49 UTC; 100 Erdumrundungen sind notwendig.
4. Eine weitere Freiflugphase mit einer Dauer von 7,103 Tagen erreicht den WSB-Übergangsbereich am 9. April 2003 um 23:25:44 UTC.
5. WSB-Transferübergang mit Ankunft am 1. Mai 2003 um 00:00:00 UTC in einer hochelliptischen polaren Mondumlaufbahn mit einer Perizentrumshöhe von 1000 km. Der ballistische Flug dauert 21,024 Tage.

In der Abb. 6-17 sind die einzelnen Flugphasen der Sonnensegelmission in der geozentrischen Äquatorebene dargestellt. Das nächste Missionsereignis wäre die Stabilisierung der Bahn durch ein  $\Delta v$  Manöver am Perizentrum und gegebenenfalls das Absenken der Bahnhöhe. Ein Ereignis, das in dieser Forschungsarbeit keine weitere Beachtung findet, da die Lösung des Bahntransfers zum Mond im Mittelpunkt des Interesses steht.

Die Modellierung dieser Sonnensegelmission steht stellvertretend für eine Vielzahl von Möglichkeiten, den Bahntransfer zum Mond zu lösen. Das planare Mondszenario könnte in ähnlicher Weise behandelt werden. Ferner ist zu überlegen, inwieweit das Sonnensegel durch aktiven Betrieb die WSB-Übergangsbahn stabilisiert und den WSB-Übergangskorridor eventuell erweitert. Es könnte durchaus sein, daß das Sonnensegel, natürlich in Abhängigkeit seines Beschleunigungspotentials, die Möglichkeit bietet, die Anzahl der zu erreichenden selenozentrischen Bahnen zu erhöhen.

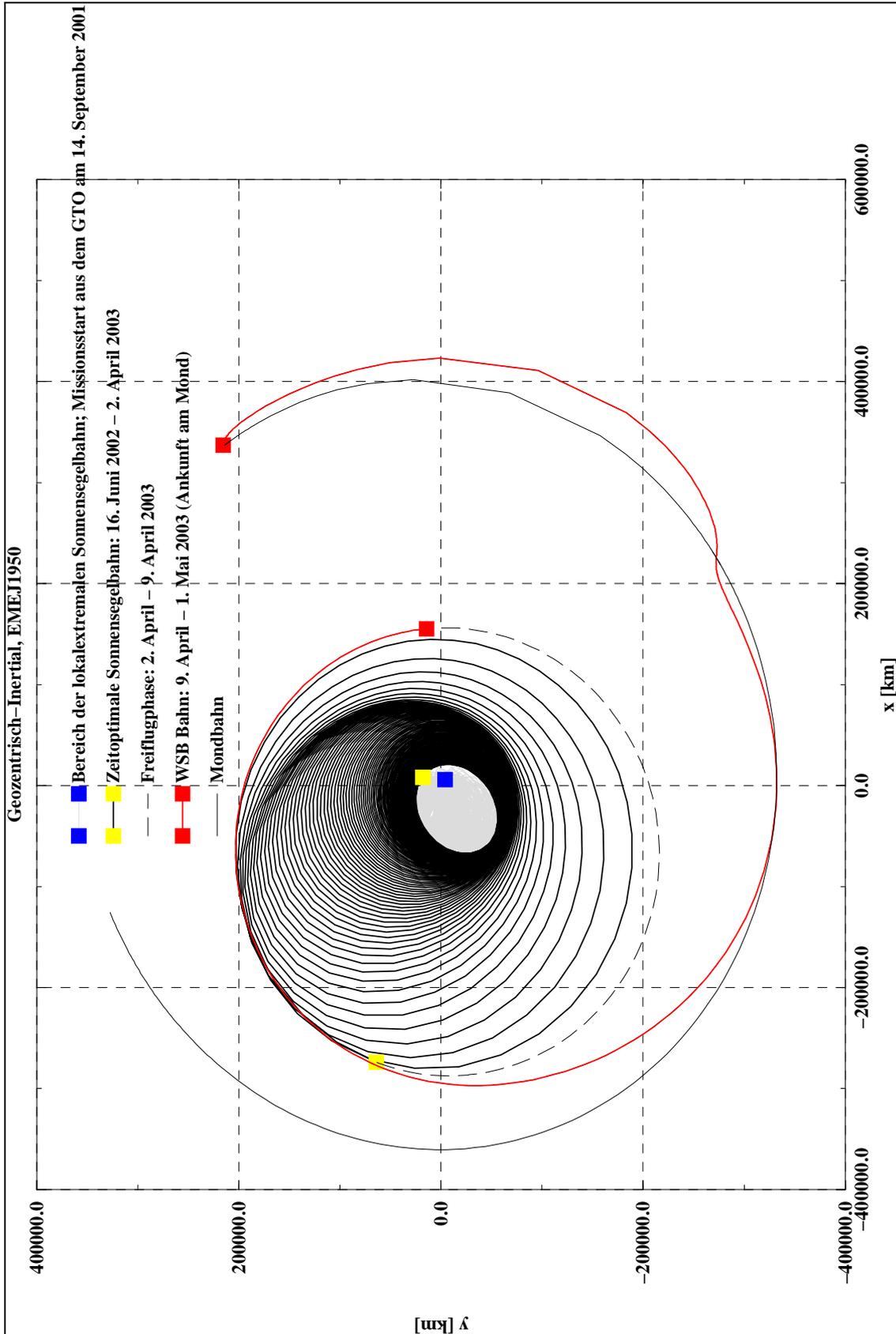


Abb. 6-17: Beispielhafte Sonnensegelmission aus der geostationären Transferbahn in eine polare Mondumlaufbahn via eines WSB-Transfers

#### 6.4 Bewertung und Einordnung der Ergebnisse

Die in diesem Kapitel vorgestellten numerischen Ergebnisse beziehen sich auf ein ausgewähltes Missionsszenario, das eine Sonnensegel Demonstrations- und Technologiemission zum Mond vorsieht. Die Leistungsparameter des Sonnenseglers sind den Anforderungen einer Mission aus der geostationären Transferbahn entsprechend gewählt worden und spiegeln den Stand der heutigen Technologie für dieses Antriebssystem wider. Unter anderem besitzt das im Frühjahr 2002 zu startende Sonnensegel *Cosmos 1* [110] die gleiche charakteristische Beschleunigung.

Den Kern der verwendeten Rechenwerkzeuge bildet das im dritten Kapitel vorgestellte Simulationsprogramm SPORT [33]. SPORT wurde vielfältig weiterentwickelt, umfassend durch analytische Lösungen validiert und in diversen Studien zur Missionsanalyse von Sonnenseglern eingesetzt ([32], [99]). Das Optimierungswerkzeug stammt ursprünglich von der Europäischen Raumfahrtbehörde ESA. Es wurde zur Behandlung von Optimierungsproblemen mit elektrischen Antriebssystemen entwickelt und validiert [27]. Die Erweiterung des Programms zur Behandlung von Optimierungsproblemen mit Sonnenseglern ist die logische Konsequenz. Zusätzlich kamen die international anerkannten und verwendeten Programmbibliotheken SPICELIB [112] und NAGLIB [114] zum Einsatz. Somit gelten die durch die Rechenwerkzeuge erzielten numerischen Lösungen sowohl qualitativ als auch quantitativ als genau und repräsentativ.

Die lokalextrimalen Steuerstrategien bieten eine einfache Möglichkeit, Simulationen von Sonnensegelbahnen unter Berücksichtigung der verschiedensten geometrischen und physikalischen Umweltbedingungen durchzuführen. Durch eine schrittweise Analyse der einzelnen Steuerstrategien konnte der globale Steuerungsalgorithmus (aus Abschnitt 6.1.4) hinsichtlich Konvergenzverhalten und Genauigkeit verbessert werden. Die Anpassung von fünf Bahnelementen ist mit eingeschränkter Genauigkeit, mit einer relativen Fehlernorm unter 0,5 % möglich. Diese Aussage hat aber bei Berücksichtigung von gravitativen und physikalischen Umweltbedingungen wenig Bestand, da je nach Einfluß Abweichungen zur Sollbahn durch das geringe Antriebsvermögen des Sonnenseglers kompensiert werden können.

Die Anpassung der großen Halbachse, der Bahnneigung und der Länge des aufsteigenden Knotens ist unkritisch und erfolgt vor der Anpassung der Exzentrizität und der Länge des Perizentrums. Dieses Ergebnis ist durch die optimale Behandlung des Bahntransferproblems bestätigt worden und bestärkt das Vertrauen in die numerischen Ergebnisse.

Durch Anwendung der lokalextrimalen Steuerstrategien können im Rahmen eines Vorentwurfs erste missionsspezifische Aussagen und Anforderungen erarbeitet werden:

- Unter anderem wurde für das gewählte Missionsszenario festgestellt, daß die Abfluggeometrie relativ zur Sonne einen nachhaltigen Einfluß auf die Flugzeit und auf die Effizienz der lokalextrimalen Steuerstrategie hat. Die Flugzeit in eine mittlere Mondentfernung von 384400 km kann in Abhängigkeit des jahreszeitlichen Startdatums bis zu 100 Tage variieren.
- Hierbei ist der GTO bedingte Atmosphärendurchgang in einer Höhe von 620 km zu beachten. Je nach Steuerstrategie fällt das Perizentrum sogar unter diese Höhe, so daß ein gezieltes Anpassen des Perizentrums durch eine eigenständige Steuerstrategie erforderlich wird. Eine höhere Flugzeit ist die Folge. Ab einer Perizentrumshöhe von 1500 km, in Ausnahmefällen erst ab 2000 km, ist diese Maßnahme nicht mehr notwendig.
- Die durch die lokalextrimalen Steuerstrategien erhaltenen Steuerprofile liefern Erkenntnisse über die notwendigen Segelmanöver und -raten. Unter anderem führt das Sonnensegeln mit einer reflektierenden Seite im GTO zu einem 180° Manöver pro Umlauf um eine seiner Längsachsen.

Die Anwendung des Optimierungsalgorithmus in der vorgestellten Form konnte erfolgreich umgesetzt werden. Trotz der hohen Umlaufanzahl (für die WSB-Fälle  $> 100$ ) und trotz der hohen relativen Bahnneigung einiger Fälle wurden Lösungen gefunden. Die sonst in der Literatur vorgestellten Ergebnisse zum Beispiel von Sackett und Edelbaum [24] benutzen häufig eine höhere charakteristische Beschleunigung und weisen daher eine viel geringere Anzahl an planetaren Umläufen und geringere Flugzeiten auf, wodurch das Optimierungsproblem einfacher zu handhaben ist.

Der Erfolg der vorgestellten Optimierungsmethode ist durch das Voranschalten der entwickelten lokalextrimalen Steuerstrategien zu erklären, die die Anfangsbedingungen den Zielvorgaben entsprechend aufbereiten. Die für die Optimierung integrierte Ausgangsbahn liegt näher an den Zielvorgaben. Die Abweichungen sind somit geringer und die numerische Behandlung des Problems wird erleichtert.

Hinsichtlich der optimierten Steuerlösungen konnten im Vergleich zu den lokalextrimalen Steuerlösungen einige Unterschiede herausgearbeitet werden. So wird zum Beispiel die Anpassung der relativen Bahnneigung optimal im Apozentrum der Flugbahn durchgeführt. Bei der lokalextrimalen Steuerlösung wird die Anpassung der relativen Bahnneigung in Abhängigkeit der Lage der Schnittlinie zwischen der Flug- und Zielbahnebene extremalisiert. Ist die winkelmäßige Abweichung dieser Schnittlinie relativ zur Apsidenlinie groß, entstehen energetisch ungünstigere Möglichkeiten die relative Bahnneigung anzupassen. Die Flugzeit wird dadurch unnötig erhöht.

## **7 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK**

Die Raumfahrt stellt sich am Anfang des 21. Jahrhunderts neuen herausfordernden interplanetaren Missionen, die nur durch neuartige und leistungsfähigere Antriebssysteme durchzuführen sind. Das Sonnensegel ist ein mögliches Antriebssystem, mit dem diese Herausforderung angenommen werden kann. Es nutzt die externe und unerschöpfliche Energie der Sonne, um Schub zu produzieren. Hochenergetische Missionen werden dadurch ermöglicht und könnten Missionen zur Erkundung und Beobachtung von Sternen, Planeten und Kleinkörpern in unserem Universum ergänzen.

Jedoch bis zur vollen Einsatzreife eines Sonnensegels sind diverse technologische Entwicklungsschritte einzuleiten. Die Forderung nach extrem leichten, aber großflächigen Sonnenseglern führt zur Entwicklung und Untersuchung neuer Struktur- und Segelfolientechnologien. Die struktur- und raumflugdynamische Kontrolle des Sonnenseglers bedingt eine anspruchsvolle Sensorik- und Lageregelungstechnologie. Besonders die Ausrichtung des Segels und somit des Schubvektors bedürfen einer eingehenden Untersuchung der Machbarkeit. Die Frage nach der Steuerbarkeit und der anzuwendenden Steuerstrategien, die eine Mission ermöglichen, tritt auf.

Im Rahmen dieser Forschungsarbeit wurden extremale Steuerstrategien für das Sonnensegel entwickelt und untersucht. Als Missionsszenario wurde ein Technologiedemonstrationsflug zum Mond gewählt. Der geozentrische Flug eines Sonnenseglers stellt mit die höchsten Anforderungen an das umzusetzende Beschleunigungspotential als auch an die Ausrichtung des Schubvektors. Das Potential der Anwendung der entwickelten und analysierten Steuerstrategien ist aber auf dieses Missionsszenario nicht beschränkt. Die Möglichkeit, neben dem cislunaren Bahntransferproblem, andere interplanetare Missionsszenarien mit Sonnenseglern zu bearbeiten, läßt das entwickelte Programmwerkzeug unter Einbeziehung der umfangreichen Bibliotheken zu.

Ein persönliches Ziel dieser Arbeit bestand darin, zu zeigen, wie einfach eine „end-to-end“ Bahnsimulation und –optimierung für ein Sonnensegel durchgeführt werden kann, ohne tiefgreifend in mathematische Prozesse einsteigen zu müssen. Dieses Ziel wurde nicht erreicht. Der Entwurf von Raumflugbahnen jeglicher Art ist eine komplexe Angelegenheit, die von Fall zu Fall eine individuelle Betrachtung des Problems erfordert. Es bedarf einiger Erfahrung, die notwendigen Modellierungen und Methoden für die Simulation und Optimierung programmtechnisch und mathematisch umzusetzen. Besonders die entwickelten Programme zu validieren, Ergebnisse einzuordnen und zu interpretieren, sind zeitaufwendige Arbeitsschritte. Jedoch gibt das vorliegende Forschungswerk einen umfangreichen Einblick, in welcher Art und Weise ein Niedrigschubbahnproblem am Beispiel des Sonnensegels bearbeitet werden kann.

## 7.1 Ergebnisse

Die Ergebnisse dieser Forschungsarbeit entfallen auf die Methodik der Ansätze als auch auf die dadurch ermöglichte Analyse des Missionsszenarios.

Bezogen auf die Überlegungen zum WSB-Transfer ist das Tisserand Kriterium ein geeigneter Ansatz, seleno- und geozentrische WSB-Transferparameter analytisch abzuschätzen. Die numerischen Ergebnisse bestätigen die analytischen Abschätzungen für die geozentrischen WSB-Transferparameter. Sie geben das quantitative Mittel der analytischen Abschätzungen wieder ( $a_{\text{WSB}} \sim 235000$  km;  $e_{\text{WSB}} \sim 0,3$ ;  $i_{\text{WSB}} \sim 27^\circ$ ). Dabei wird von einer quasistabilen hochelliptischen polaren Mondumlaufbahn ausgegangen.

Die numerische Analyse der WSB-Bahnen zeigt, daß WSB-Übergangsbahnen entlang des Lagrange-Punktes  $L_1$  in polare Mondumlaufbahnen nur in einem eingeschränkten Bereich der Länge des aufsteigenden Knotens zwischen  $150^\circ$  und  $280^\circ$  möglich sind. Die benötigten geozentrischen Bahnneigungen für WSB-Übergänge variieren in Abhängigkeit des Ankunftsdatums zwischen  $7,5^\circ$  und  $46^\circ$ . Die Flugzeit, die bei Sonnenseglern wesentlich von der zu ändernden Bahnneigung abhängt, kann also durch ein abgestimmtes Abflugs/Ankunftsszenario minimiert werden.

Die lokalextrimalen Steuerstrategien sind in der vorgestellten Weise mathematisch einfach zu handhaben und zu programmieren. Durch Kombination und Automatisierung einzelner Steuerstrategien ist es möglich, die Randbedingungen für fünf Bahnelemente mit eingeschränkter Genauigkeit bzw. einer relativen Fehlernorm unter 0,5 % zu treffen. Jedoch gilt dieses Ergebnis nur für Bahnsimulationen, die ohne Berücksichtigung zusätzlicher physikalischer und geometrischer Umweltbedingungen durchgeführt wurden.

Der Einsatz der lokalextrimalen Steuerstrategien in Verbindung mit dem zeitoptimalen Ansatz nach Pontryagin und der Mittelwertmethode führte ausnahmslos zu erfolgreichen Lösungen der betrachteten Bahntransferprobleme mit einem Sonnensegler. Die entwickelte lokalextrimale Steuerstrategie bereitet die für die Optimierung benötigten Anfangsbedingungen in Abhängigkeit der Zielvorgaben vor. Die Abweichungen zwischen den Anfangs- und Zielvorgaben werden reduziert und zur Initialisierung der Adjungierten des Optimierungsalgorithmus benutzt. Durch Skalierung der Abweichungen können einzelne Bahnparameter für die numerische Behandlung vorteilhaft angepasst werden. Erstmals konnten dadurch Bahntransferprobleme mit einem Sonnensegler steuerungstechnisch optimal gelöst werden, die mehr als hundert Bahnumläufe benötigen.

Hinsichtlich der Missionsergebnisse wird in dieser Forschungsarbeit erstmals die Möglichkeit untersucht, das Bahntransferproblem zum Mond mit Hilfe eines Sonnensegels durch einen

WSB-Transfer zu lösen. Der WSB-Transfer stellt eine elegante Lösung dar, aus dem GTO direkt in eine polare Mondumlaufbahn innerhalb von 600 Tagen zu fliegen. Im Vergleich zum planaren Mondszenario entfällt die gezielte Reduzierung der relativen Geschwindigkeit zwischen dem Sonnensegler und dem Mond und damit die zeitaufwendige und energetisch ungünstige Bahnneigungsänderung in der Mondumlaufbahn.

### 7.2 Ausblick

Diese Forschungsarbeit trägt dazu bei, die Bewertung der Machbarkeit von Sonnensegelmissionen zu erleichtern und zu beschleunigen. Dazu wurde ein Programmwerkzeug entwickelt, das hauptsächlich in den frühen Planungsphasen einer Mission eingesetzt werden kann. Durch die entwickelten extremalen Steuerstrategien und dem dazugehörigen Programmwerkzeug ist es möglich, Sonnensegelmissionen unter gewissen Rahmenbedingungen zu simulieren oder zu optimieren. Je nach Schwierigkeitsgrad und Anforderungen des Problems kann das Programmwerkzeug angepasst werden.

Jedoch muß darauf hingewiesen werden, daß das entwickelte Programmwerkzeug keinen universellen Ansatz zur Lösung von Sonnensegelproblemen bietet. Viel „handwerkliches“ Geschick ist notwendig, um die einzelnen Flugphasen anzupassen. Ferner gibt es einige Vereinfachungen in den Modellierungen, die Fragen aufwerfen und zukünftige Forschungsarbeiten auf diesem Gebiet anregen:

1. Wie würden reale Kräfte am Segel die Ergebnisse beeinflussen? In dieser Arbeit wird von ideal reflektierenden Sonnensegeln ausgegangen, der Schubvektor des Segels hat daher eine eindeutige Ausrichtung.
2. Welchen Einfluß hätte ein endlich großes Sonnensegel auf die Steuerung? Das Sonnensegel ist in dieser Arbeit als eine Punktmasse definiert, besitzt also keine räumliche Ausdehnung. Daher tritt das in Erdnähe störende Gravitationsmoment nicht auf und Drehungen werden unverzüglich, ohne Berücksichtigung der Trägheit des Körpers, eingestellt.
3. Wie verhalten sich die Ergebnisse des zeitoptimalen Ansatzes mit Hilfe der Mittelwertmethode, wenn die gravitativen Einflüsse von Sonne und Mond berücksichtigt werden? Die gravitativen Einflüsse von Sonne und Mond wurden in die Modellierung des zeitoptimalen Problems nicht einbezogen, um den numerischen Aufwand des Problems gering zu halten und möglichen numerischen Instabilitäten vorzubeugen. Zuallererst galt es, den Optimierungsalgorithmus auf den einfachsten Fall erfolgreich anzuwenden.

4. Und zuletzt bleibt immer noch die Frage offen, wie die Ergebnisse mit dem realen Missionsfall zu vergleichen sind? Der reale Missionsfall ist eine „end-to-end“ Bahnoptimierung vom GTO bis in eine Mondumlaufbahn unter Einbeziehung der wichtigsten geometrischen und physikalischen Größen. Aufgrund der Komplexität der Optimierungsaufgabe ist die Lösung dieses Falls zur Zeit nicht möglich. In dieser Forschungsarbeit wurden einige Berechnungsmethoden erarbeitet, die die Betrachtung der Optimierungsaufgabe wesentlich erleichtern und erste Erkenntnisse zulassen. Sie könnten zur Unterstützung von fortgeschritteneren Ansätzen, die der realen Lösung näher kommen, dienen.

## LITERATURVERZEICHNIS

- [1] **Doody, D.; McConnel, S. L.:** *Cassini Spacecraft completes Venus and Earth Swingbys*, Cassini-Huygens Journal, Special Swingby Edition, Internet Journal: <http://www.jpl.nasa.gov/cassini/MoreInfo/newslets/>, Issue 8, December 1999
- [2] **NASA:** *Mars Global Surveyor Project Mission Plan*, Mission Plan Document, Final Version, Rev. B, MGS 542-405, NASA/JPL, Pasadena, U.S.A., November 1996
- [3] **Belbruno, E. A.; Miller J. K.:** *A Ballistic Lunar Capture Trajectory for the Japanese Spacecraft Hiten*, NASA/JPL IOM 312/90.4-1371, Pasadena, U.S.A., June 1990
- [4] **Schleinitz, J. P.:** *Bewertung von Transportsystemen für fortschrittliche Raumflugmissionen*, Deutsche Forschungsanstalt für Luft- und Raumfahrt, Institut für Chemische Antriebe und Verfahrenstechnik, Lampoldshausen, DLR-FB 90-39, 1990
- [5] **Ziolkowski, K.:** *Extension of Man into Outer Space*, 1921
- [6] **Zander, F. A.:** *From a Scientific Heritage*, NASA Technical Translation, NASA TT F-541, Mai 1969
- [7] **Oberth, H.:** *Die Rakete zu den Planetenräumen*, Oldenbourg Verlag, München, 1923
- [8] **Leipold, M. et al.:** *Mercury Orbiter with A Solar Sail Spacecraft*, Acta Astronautica, Vol. 35, Supplement 2, pp. 635-644, 1995
- [9] **McFarland, C. A.; Leipold, M.:** *Mainbelt Asteroid Rendezvous Missions using Solar Electric and Solar Sail*, AAS/AIAA Space flight Mechanics Meeting, AAS 96-167, Austin, Texas, February 1996
- [10] **Neugebauer, M. et al.:** *A Solar Polar Sail Mission: Report of a Study to put Scientific Spacecraft in a Circular Polar Orbit about the Sun*, JPL Document D-15816, NASA/JPL, February 1998
- [11] **Scull, J. R.:** *Mariner IV revisited, or the Tale of the Ancient Mariner*, Proceedings of the 20<sup>th</sup> Congress of the International Astronautical Federation, Argentina, pp. 747-758, 1969
- [12] **Georgevic, R. M.:** *The Solar Radiation Pressure on the Mariner 9 Mars Orbiter*, Acta Astronautica, Vol. 18, pp. 109-115, 1973
- [13] **Renner, U.:** *Attitude Control by Solar Sailing – a promising Experiment with OTS*, ESA Journal, Vol. 3, pp. 35-40, 1979
- [14] **Lievre, J.:** *Solar Sailing Attitude Control of Large Geostationary Satellite*, IFAC Automatic Control in Space, Toulouse, France, pp. 29-33, 1985
- [15] **Kumar, K.:** *A Solar Attitude Controller for Extending Operational Life-Span of Communications Satellites*, Acta Astronautica, Vol. 17, No. 1, pp.61-67, 1988
- [16] **Garwin, R. L.:** *Solar Sailing – A Practical Method of Propulsion Within the Solar System*, Jet Propulsion, Vol. 28, No. 3, pp. 188-190, March 1958
- [17] **Tsu, T. C.:** *Interplanetary Travel by Solar Sail*, ARS Journal, Vol. 29, No. 6, pp. 422-427, June 1959
- [18] **London, H. S.:** *Some Exact Solutions of the Equations of Motion of a Solar Sail with Constant Sail Setting*, ARS Journal, Vol. 30, pp. 198-200, February 1960

- [19] **Zhukov, A. N.; Lebedev, V. N.:** *Variational Problem of Transfer between Heliocentric Circular Orbits by Means of a Solar Sail*, translated from Kosmicheskie Issledovaniya (Cosmic research), Vol. 2, pp. 45-50, Jan.-Feb. 1964
- [20] **Cunningham, J. D.:** *Optimal Control of a Solar Radiation pressure Powered Space Vehicle*, Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, U.S.A., December 1974
- [21] **Sauer C. G.:** *Optimum Solar-Sail Interplanetary Trajectories*, AIAA/AAS Astrodynamics Conference, San Diego, CA, U.S.A., August 18-20, 1976
- [22] **Sands, N.:** *Escape from Planetary Gravitational Fields by Use of Solar Sails*, ARS Journal, pp. 527-531, April 1961
- [23] **Fimple, W. R.:** *Generalized Three-Dimensional Trajectory Analysis of Planetary Escape by Solar Sail*, ARS Journal, pp. 883-887, June 1962
- [24] **Sackett, L. L.; Edelbaum, T. N.:** *Optimal Solar sail Spiral to escape*, AAS/AIAA Astrodynamics Conference, AAS 77-173, Wyoming, U.S.A., September 1977
- [25] **Kechichian, J. A.:** *Optimal Low-Earth-Orbit-Geostationary-Earth-Orbit Intermediate Acceleration Orbit Transfer*, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 20, No. 4, July-August 1997
- [26] **Geffroy, S.:** *Généralisation des Techniques de Moyennation en Contrôle Optimal – Application aux Problèmes de Transfert et Rendez-Vous Orbitaux à Poussée faible*, Doktorarbeit bei dem frz. Raumfahrtzentrum CNES, Toulouse, Oktober 1997
- [27] **Jehn, R.; Cano, J.-L.:** *Optimum Low Thrust Transfer between Two Orbits*, MAS Working Paper No. 414, European Space Operations Centre, European Space Agency (ESA), Darmstadt, Germany, February 1999
- [28] **De Niem, D.:** *Low-Thrust Trajectory Optimization for SMART-1*, Study Report, ESOC Contract No. 13260/98/D/IM, Institute of Space Sensors and Planetary Exploration, German Aerospace Center (DLR), Berlin, Germany, July 1999
- [29] **Fekete, T. A.; Sackett, L. L.; von Flotow, A. H.:** *Trajectory Design for Solar Sailing from Low-Earth Orbit to the Moon*, Advances in the Astronautical Sciences, Vol. 79, Part II, pp. 1083-1094, Proceedings of the AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting, AAS 92-184, Colorado, U.S.A., Feb. 24-26, 1992
- [30] **Hur, S. H.:** *Guidance of a Solar Sail Spacecraft to the Sun-Earth  $L_2$  Point*, Dissertation, Department of Aeronautics and Astronautics, Stanford University, California, U.S.A., June 1994
- [31] **De Niem, D.:** *Optimal Steering laws for Solar Sailing*, Interne Notizen, Institut für Weltraumsensorik und Planetenerkundung, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), Berlin, Deutschland, Juni 1999
- [32] **Leipold, M.:** *Solar Sail Mission Design*, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt e.V., Forschungsbericht 2000-22, März 2000
- [33] **Pagel, G.:** *Assessment of Geocentric Solar Sail Trajectories at High Inclinations*, DLR, Abteilung Systemanalyse Raumfahrt, DLR TB 318-94/06, Oktober 1994
- [34] **Sachs, R.:** *Interplanetare Transferbahnen für Sonnensegler-Missionen*, DLR, Abteilung Systemanalyse Raumfahrt, DLR TB 318-94/05, Oktober 1994

- [35] **Priebs, R.:** *Raumflugmechanik*, Rumpfmanuskript zur integrierten Lehrveranstaltung Raumflugmechanik, Fachgebiet Ortung und Navigation, Institut für Luft- und Raumfahrt, Technische Universität Berlin, Berlin, 1990/91
- [36] **Battin, H. R.:** *An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics*, AIAA Education Series, New York, U.S.A., 1987
- [37] **McInnes, C. R.:** *Solar Sailing – Technology, Dynamics and Mission Applications*, Springer-Praxis Series in Space Science and Technology, Praxis Publishing Ltd., Chichester, UK, 1999
- [38] **Pontryagin, L. S.:** *Mathematische Theorie optimaler Prozesse*, R. Oldenbourg, München, 1964
- [39] **Musen, P.:** *The Influence of the Solar Radiation Pressure on the Motion of an Artificial Satellite*, Journal of Geophysical Research, Vol. 65, No 5, 1960
- [40] **Zadunaisky, P. E.; Shapiro, I. I.; Jones, H. M.:** *Experimental and Theoretical Results on the Orbit of Echo I*, Smithsonian Astrophysical Report, No. 61, 1961
- [41] **Kozai, Y.:** *Effects of Solar-Radiation Pressure on the Motion of an Artificial Satellite*, Smithsonian Astrophysical Observatory Special Report, No. 56, 1961
- [42] **Wyatt, S. P.:** *The Effect of radiation Pressure on the Secular Acceleration of Satellites*, Smithsonian Astrophysical Observatory Special Report, No. 60, 1961
- [43] **Bryant, R.:** *A Comparison of Theory and Observation of the Echo I Satellite*, Journal of Geophysical Research, Volume 66, No. 9, September 1961
- [44] **Polyakhova, Y. N.:** *Solar Radiation Pressure and the Motion of Earth Satellites*, AIAA Journal, Vol. 1, No. 12, December 1963
- [45] **Clancy, T. F.; Mitchell, T. P.:** *Effects of Radiation Forces on the Attitude of an Artificial Earth Satellite*, AIAA Journal, Vol. 2, No. 3, March 1964
- [46] **Levin, E.:** *Solar Radiation Pressure Perturbations of Earth Satellite Orbits*, AIAA Journal, Vol. 6, No. 1, January 1968
- [47] **Georgevic, R. M.:** *The Solar Radiation Pressure Force and Torques Model*, The Journal of the Astronautical Sciences, Vol. XX, No. 5, pp. 257-274, Mar.-Apr. 1973
- [48] **Zee, C.-H.:** *Effect of the Sun, the Moon and Solar Radiation Pressure on a Near-Equatorial Synchronous Satellite*, Acta Astronautica, Vol. 18, pp. 281-287, 1973
- [49] **Aksnes, K.:** *Short-Period and Long-Period Perturbations of a Spherical Satellite due to Direct Solar Radiation*, Celestial Mechanics, Vol. 13, pp. 89-104, 1976
- [50] **MacNeal, R. H.; Hedgepeth, J. M.; Schuerch, H. U.:** *Heliogyro Solar Sailer Summary Report*, NASA-CR-1329, June 1969
- [51] **Wright J.; Warmke, J.:** *Solar Sail Mission Application*, AIAA 76-808, AIAA/AAS Astrodynamics Conf., San Diego, California, U.S.A., August 1976
- [52] **Friedman L.:** *The Halley Rendezvous via Solar Sailing - Mission Description*, Proceedings of the Shuttle-based Cometary Science Workshop, NASA, Marshall Space Flight Center, Huntsville, Alabama, U.S.A., Nov. 1976
- [53] **Douglas, M.; LaQuey, R.; DeForest, S.:** *The Effect of Environmental Plasma Interactions on the Performance of the Solar Sail System*, NASA-CR-135258, July 1977

- [54] **Chase, R. L.:** *Solar Sail – Electric Technology Readiness and Transfer Assessment*, AIAA 78-640, AIAA/DGLR 13<sup>th</sup> International Electric Propulsion Conference, San Diego, California, U.S.A., April 1978
- [55] **Stimpson, L. D.; Greenfield, M. L.; Jaworski, W.; Wolf, F.:** *Thermal Control of solar Sail*, AIAA 78-885, 2<sup>nd</sup> AIAA/ASME Thermophysics and Heat Transfer Conference, Palo Alto, California, U.S.A., May 1978
- [56] **Jacobson, R. A.; Thornton, C. L.:** *Elements of Solar Sail Navigation with Application to a Halley's Comet Rendezvous*, Journal of Guidance and Control, Vol. 1, No. 5, Sept.-Oct. 1978
- [57] **Friedman, L. et al.; MacNeal, R.:** *Solar Sailing – The Concept Made Realistic*. AIAA 78-82, AIAA 16<sup>th</sup> Aerospace Sciences Meeting, Huntsville, Alabama, U.S.A., Jan. 1978
- [58] **MacNeal, R. H.; Hedgepeth, J. M.:** *Helicopters for Interplanetary Space Flight*, Annual National Forum: Proceedings of American Helicopter Society, Paper 78-11, Washington D.C., U.S.A., 1978
- [59] **Wright, J.; Sauer, C.; Yen, C.-W.:** *Excerpts from Solar Sail Concepts and Applications*, NASA, N87-17736
- [60] **Friedman, L.:** *Starsailing – Solar Sails and Interstellar Travel*, J. Wiley and Sons, New York, U.S.A., 1988
- [61] **Wright, J.:** *Space Sailing*, Gordon and Breach Science Publishers, 1992
- [62] **Price, H. W.:** *Solar Sail Engineering Development Mission*, AIAA Student Journal, pp. 14-18, 1981
- [63] **Stern, A.:** *Sailing the Light Fantastic*, Space World, July 1986
- [64] **Angrilli, F.; Bortolami, S.:** *Attitude and Orbital Modelling of Solar-Sail Spacecraft*, ESA Journal, Vol. 14, 1990
- [65] **Prado, J.-Y.; Perret, A.; Ozcariz, I.:** *Solar Sail on the Track*, 41<sup>st</sup> Congress of the International Astronautical Federation, IAF-90-496, Dresden, Germany, October 1990
- [66] **Horvart, I.; Caroll, K. A.; Williams, A.:** *The Canadian Solar Sail Project*, CASI Conference on Astronautics, Ottawa, Canada, November 1990
- [67] **Greenbaum, J. R.:** *Sailing Off the Edge of the Earth..again*, Journal of Circuits and Devices, May 1991
- [68] **Miura, K.; Prado, J.-Y.; Staehle, R. L.:** *Report on SSUJ, U3P, and Foundation Activities for the Earth-Moon Race*, 42<sup>nd</sup> Congress of the International Astronautical Federation, IAF-91-513, Montreal, Canada, October 1991
- [69] **Staehle, R. L.; Graham, J. M.; Champa, J.:** *Solar Sail Expedition to the Moon and Mars*, Spaceflight, Vol. 34, August 1992
- [70] **Syromiatnikov, V. S.:** *Space Regatta - 2000*, Space Regatta Consortium, Internetseite: <http://www.energiatd.com/znamyia.html>, Korolev, Russia, 1998
- [71] **Forward, R. L.:** *Light-levitated Geostationary Cylindrical Orbits*, The Journal of the Astronautical Sciences, Vol. XXIX, No. 1, pp.73-80, March 1981
- [72] **Forward, R. L.:** *Exotic Propulsion in the 21<sup>st</sup> Century*, AAS 86-409, 1986

- [73] **Forward, R. L.:** *The Statite: A Non-Orbiting Spacecraft*, AIAA/ASME/SAE/ASEE 25<sup>th</sup> Joint Propulsion Conference, AIAA-89-2546, Monterey, Ca, U.S.A., July 1989
- [74] **Forward, R. L.:** *Grey Solar Sails*, The Journal of the Astronautical Sciences, Vol. 38, No. 2, pp.161-185, June 1990
- [75] **Forward, R. L.:** *Solar Photon Thrustor*, Journal of Spacecraft, Vol. 27, No. 4, August 1990
- [76] **Forward, R. L.:** *21<sup>st</sup> Century Space Propulsion Study – Final Report*, AD-A229279, October 1990
- [77] **Forward, R. L.:** *21<sup>st</sup> Century Space Propulsion Study Addendum – Final Report*, AD-A238011, January 1991
- [78] **Matloff, G. L.; Mallove, E.:** *Solar Sail Starships: The Clipper Ships of the Galaxy*, Journal of the British Interplanetary Society, Vol. 34, pp. 371-380, 1981
- [79] **Matloff, G. L.; Mallove, E.:** *The Interstellar Solar Sail – Optimization and further Analyses*, Journal of the British Interplanetary Society, Vol. 36, pp. 201-209, 1983
- [80] **Matloff, G. L.:** *The State of the Art Solar Sail and the Interstellar Precursor Mission*, Journal of the British Interplanetary Society, Vol. 37, pp. 491-494, 1984
- [81] **Matloff, G. L.:** *Faster Non-Nuclear World Ships*, Journal of the British Interplanetary Society, Vol. 39, pp. 475-485, 1986
- [82] **Matloff, G. L.; Parks, K.:** *Hyperthin and Perforated Solar Sails in Low Earth Orbit (LEO): A Step to the Moon, Mars, and Beyond*, AIAA-89-2442, 1989
- [83] **Matloff, G. L.:** *Early Interstellar Precursor Solar Sail Probes*, Journal of the British Interplanetary Society, Vol. 44, pp. 367-370, 1991
- [84] **Matloff, G. L.:** *Solar Sailing for SETI and Astrophysics*, Spaceflight, Vol. 34, August 1992
- [85] **Maccone, C.; Matloff, G. L.:** *A Space Mission to 550 AU to Exploit the Gravitational lens of the Sun for SETI and Astrophysics*, Journal of the British Interplanetary Society, Vol. 47, pp. 3-4, 1994
- [86] **Matloff, G. L.:** *Solar Sailing for Radio Astronomy and SETI: An Extrasolar Mission to 550 AU*, Journal of the British Interplanetary Society, Vol. 47, pp. 476-484, 1994
- [87] **McInnes, C. R.:** *Halo Orbits for Solar Sails – Dynamics and Applications*, ESA journal 1989, Vol. 13, 1989
- [88] **McInnes, C. R.; Brown, J. C.:** *The dynamics of Solar Sails with a Non-Point Source of Radiation Pressure*, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, Vol. 49, pp. 249-264, 1990
- [89] **McInnes, C. R.:** *Solar Sailing: A new Tool for Solar System Research*, Vistas in Astronomy, Vol. 34, pp. 369-408, 1991
- [90] **McInnes, C. R.; Simmons, J. F. L.:** *Solar Sail Halo Orbits I: Heliocentric Case*, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 29, No. 4, August 1992
- [91] **McInnes, C. R.; Simmons, J. F. L.:** *Solar Sail Halo Orbits I: Geocentric Case*, Journal of Spacecraft and Rockets, Vol. 29, No. 4, August 1992
- [92] **McInnes, C. R.; McDonald, A. J. C.; Simmons, J. F. L.; MacDonald, E. W.:** *Solar Sail Parking in Restricted Three-Body Systems*, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 17, No. 2, April 1994

- [93] **McInnes, C. R.:** *Mission Applications for High Performance Solar Sails*, 3<sup>rd</sup> IAA International Conference on Low-Cost Planetary Mission, Pasadena, California, U.S.A., May 1998
- [94] **Leipold, M.; Borg, E.; Lingner, S.; Pabsch, A.; Sachs, R.; Seboldt, W.:** *Mercury Orbiter with a Solar Sail Spacecraft*, Acta Astronautica, Vol. 35, Suppl., pp. 635-644, 1995
- [95] **Leipold, M.; Seboldt, W.; Lingner, S.; Borg, E.; Herrmann, A.; Pabsch, A.; Wagner, O.; Brückner, J.:** *Mercury Sun-Synchronous Polar Orbiter with a Solar Sail*, 2<sup>nd</sup> IAA International Conference on Low-Cost Planetary Mission, Laurel, Maryland, U.S.A., April 1996
- [96] **Leipold, M.; Lingner, S.; Borg, E.; Brueckner, J.:** *Mercury Imaging from a Sun-Synchronous Solar Sail Orbiter*, Journal of The British Interplanetary Society, Vol. 49, pp. 105-112, 1996
- [97] **Leipold, M.; Wagner, O.:** *Mercury Sun-Synchronous Polar Orbits using Solar Sail Propulsion*, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 19, No. 6, pp. 1337-1341, December 1996
- [98] **Leipold, M.:** *Solar Sail Mission Applications*, NASA/JPL Workshop on Solar Sail Propulsion, Pasadena, Ca, U.S.A., February 1997
- [99] **Leipold, M.; Garner, C.E.; et al.:** *ODISSEE - Joint DLR/NASA-JPL Solar Sail Concept Feasibility Study*, Final Presentation, DLR Cologne, Germany, July 1997
- [100] **Leipold, M.:** *To the Sun and Pluto with Solar Sails and Micro-Sciencecraft*, 3<sup>rd</sup> IAA International Conference on Low-Cost Planetary Mission, Pasadena, California, U.S.A., May 1998
- [101] **Leipold, M.; Garner, C.E.:** *Solar Sails – Exploiting the Space Resource of Solar Radiation Pressure*, ESA Workshop on Space exploration and Resources Exploitation – ExploSPACE, Cagliari, Sardinia, Italy, October 1998
- [102] **Leipold, M.; Kassing, D.; Eiden, M.; Herbeck, L.:** *Solar Sails for Space Exploration – The Development and Demonstration of Critical Technologies in Partnership*, ESA Bulletin 98, June 1999
- [103] **Leipold, M.; Garner, C.E.; Freeland, R.; Herrmann, A.; Noca, M.; Pagel, G.; Seboldt, W.; Sprague, G.; Unckenbold, W.:** *ODISSEE - A Proposal for Demonstration of a Solar Sail in Earth Orbit*, Acta Astronautica, Vol. 45, Nos. 4-9, pp. 557-566, 1999
- [104] **Leipold, M.; Eiden, M.; Garner, C. E.; Herbeck, L.; Kassing, D.; Niederstadt, T.; Krüger, T.; Pagel, G.; Rezazad, M.; Rozemeijer, H.; Seboldt, W.; Schöppinger, C.; Sickinger, C.; Unckenbold, W.:** *Solar Sail Technology Development and Demonstration*, 4<sup>th</sup> IAA International Conference on Low-Cost Planetary Mission, Laurel, Maryland, U.S.A., May 2000
- [105] **Thomas, M; Friese G. J.:** *Pressurized Antennas for Space Radars*, AIAA-Paper 80-1928-CP, 1980
- [106] **Vulpetti, G.:** *Preliminary Mission Analysis of the Solar-Sailing and Star-of-Tolerance Combined Mission*, Advanced Space Mission Studies, Nuova Telespazio SpA, Rome, Italy, June 1997
- [107] **N. N.:** *Third Millenium Celebration, Option 2: Vigiwind/Star of Tolerance*, ESA Feasibility Assessment, Solar Sail Meeting, ESA-ESTEC, Netherlands, June 1997
- [108] **N. N.:** *Solar Sail in Space, For the New Millenium Celebrations in 2000*, Feasibility Assessment Report, ESA-ESTEC, Netherlands, August 1997

- [109] N. N.: *Ein Traum wird wahr*, RP-Online Wissenschaft, Internetadresse: <http://www.rp-online.de>, Mai 2000
- [110] N. N.: *The Planetary Society*, Internetadresse: <http://www.planetary.org/solarsail>, August 2001
- [111] N. N.: *Interstellar Probe*, Jet Propulsion Laboratory, Internetadresse: <http://interstellar.jpl.nasa.gov>, März 2001
- [112] N. N.: *Welcome to the PDS*, NASA Office of Space Science, Internetadresse: <http://www.jpl.pds.nasa.gov>, März 2001
- [113] **Broucke, R. A.; Cefola, P. J.:** *On The Equinoctial Orbit Elements*, Celestial Mechanics 5, pp. 303-310, 1972
- [114] N. N.: *Numerical Algorithms Group (NAG)*, Internetseite: <http://www.nag.co.uk>, April 2001
- [115] **Escobal, P. R.:** *Methods of Orbit Determination*, John Wiley & Sons, New York, 1965
- [116] **Hedin, A. E.:** *MSIS Model 1986*, Internetseite: <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/space/model/atmos/msis.html>, 2002
- [117] **Hechler, M.:** *Mars Express Mission Analysis: MAS Working Paper No. 398*, ESOC, ESA, Darmstadt, Germany, September 1997
- [118] **Belbruno, E. A.:** *Lunar Capture Orbits, A Method of Constructing Earth-Moon Trajectories and the Lunar GAS Mission*, 19<sup>th</sup> AIAA/DGLR/JSASS International Electrical Propulsion Conference, AIAA-87-1054, May 1987
- [119] **Belbruno, E. A.:** *Example of the Nonlinear Dynamics of Ballistic Capture and Escape in the Earth-Moon System*, AIAA Astrodynamics Conference, AIAA-90-2896, August 1990
- [120] **Belbruno, E. A.:** *Trough the fuzzy boundary: A new route to the Moon*, The Planetary Report 7, No.3, 1992
- [121] **Belbruno, E. A.:** *Sun-Perturbed Earth-to-Moon Transfers with Ballistic Capture*, Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 16, No. 4, July-August 1993
- [122] **Belbruno, E. A.:** *Ballistic Lunar Capture Transfers using The Fuzzy Boundary and Solar Perturbations: a Survey*, Journal of The British Interplanetary Society, Vol. 47, 1994
- [123] **N. N.; Belbruno, E. A.:** *Low Energy Transfer to Mars and the Moon using Fuzzy Boundary Theory*, Technical Report, Alenia Spazio S.p.A., 1996
- [124] **Marchal, C.:** *The Three-Body Problem*, Studies in Astronautics 4, Elsevier, 1990
- [125] N. N.: *Study on Software Tool for Construction of Weak Boundary Transfers*, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), DLR Berlin-Adlershof, 1998
- [126] **Leipold, M.; Pagel, G.; DeNiem, D.:** *Electric Propulsion Transfer to the Moon for SMART-1*, Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR), DLR Berlin-Adlershof, TB 426-98/01, 1998
- [127] **Ong, K. K.:** *Doppel-Swing-by am Mond zur Steigerung der Exzeßgeschwindigkeit*, Dissertation, Technische Universität Berlin, 1992
- [128] **Bronstein; Semendjajew:** *Taschenbuch der Mathematik*, 22. Auflage, Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt/Main, 1985
- [129] **Leitmann, G.:** *Einführung in die Theorie zeitoptimaler Steuerung und der Differentialspiele*, R. Oldenbourg, Verlag München Wien, 1974

- [130] **Wertz, J. R.:** *Spacecraft Attitude Determination and Control*, Kluwer Academic Publishers, 1995
- [131] **Bartholomew, M. C.; Dixon, L. C. W.; Hersom, S. E.:** *Preliminary Study of the use of LaPlace and Momentum Vectors in the Determination of Interplanetary Low Thrust Trajectories*, Final Report of ESA Study Contract 6134/84/D/JS(SC), Hatfield, July 1985
- [132] **Standish, E. M.; Newhall, X. X.; Williams, J. G.; Folkner, W. F.:** *JPL Planetary and Lunar Ephemerides*, DE-403 JPL Ephemeris Data, Planetary Data System, JPL IOM 314.10-127, NASA, U.S.A., 1995
- [133] **N. N.:** *The Astronomical Almanac for the year 2001*, Stationery Office, London, U. K., 2000
- [134] **N. N.:** *Hütte: die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften*, 29. Auflage, Springer Verlag, 1989
- [135] **Robertson, H. P.; Noonan, T. W.:** *Relativity and Cosmolgy*, Saunders Company, Philadelphia, London, Toronto, pp. 114-124, 1969

## ABBILDUNGSVERZEICHNIS

|            |  |    |
|------------|--|----|
| Abb. 2-1:  | Sonnensegelentwürfe (links: <i>Clipper</i> , rechts: <i>Heliogyro</i> ) für die Mission zum Kometen Halley (NASA/JPL).....   | 12 |
| Abb. 2-2:  | Das Experiment <i>Znamya</i> im Februar 1993 (SRC Energia).....  | 13 |
| Abb. 2-3:  | Entfaltetes Sonnensegel [DLR].....   | 14 |
| Abb. 2-4:  | Prinzip der Bahnenergieerhöhung und -erniedrigung .....  | 15 |
| Abb. 2-5:  | Gesamte und effektive Segelfläche [75] .....   | 18 |
| Abb. 2-6:  | Kräfte und Winkel am idealen Sonnensegel [75].....   | 19 |
| Abb. 2-7:  | Massen- und Größenabschätzung für ein quadratisches Sonnensegel.....   | 26 |
| Abb. 2-8:  | Aufblasbares Antennenexperiment (IAE) [NASA].....  | 31 |
| Abb. 2-9:  | Beispiel eines mechanischen Versteifungselementes [DLR] .....  | 32 |
| Abb. 2-10: | Typischer Querschnitt eines Sonnensegels [61].....   | 33 |
| Abb. 2-11: | Interplanetare Bahn von der Erde zum Merkur ( $C_3 = 0$ ) und sonnensynchrone Merkur-Umlaufbahn [32] .....   | 35 |
| Abb. 2-12: | Polare Sonnenbahn [100].....   | 36 |
| Abb. 2-13: | Transferbahn zum Pluto [100] .....   | 37 |
| Abb. 2-14: | Interstellare Sonnensegelmission [111] .....   | 38 |
| Abb. 3-1:  | Bahnebenensysteme .....  | 41 |
| Abb. 3-2:  | Sonnenbezogenes Koordinatensystem .....  | 43 |
| Abb. 3-3:  | Vergleich der Beschleunigungen .....   | 49 |
| Abb. 3-4:  | Modellierung der Schatteneffekte durch die Erde.....   | 50 |
| Abb. 4-1:  | <i>ODISSEE</i> -Sonnensegler (DLR).....  | 53 |
| Abb. 4-2:  | <i>Ariane 5</i> ASAP integrierter <i>ODISSEE</i> -Sonnensegler (DLR).....  | 54 |
| Abb. 4-3:  | <i>Ariane 5</i> Mitternachtsstartfenster [117] .....   | 57 |
| Abb. 4-4:  | Relative Bahnneigung $i'$ und relative Lage der Apsidenlinie $\omega'$ .....   | 59 |
| Abb. 4-5:  | Verlauf der relativen Bahnneigung $i'$ und der relativen Lage der Apsidenlinie $\omega'$ für das vorgesehene Startjahr 2001 .....  | 60 |
| Abb. 4-6:  | Verlauf der Deklination der Sonne relativ zur Startbahnebene (GTO) des Sonnenseglers für das vorgesehene Startjahr 2001 .....  | 62 |
| Abb. 4-7:  | Typische Flugbahn eines Sonnenseglers mit Hilfe eines WSB-Überganges.....  | 65 |
| Abb. 4-8:  | Relative Nullgeschwindigkeitskurven für das eingeschränkte Dreikörperproblem (Erde-Mond-Sonnensegler) für Werte der Jakobi-Konstanten bezogen auf den Lagrange-Punkt $L_1$ ( $C_J(L_1) < 3,34679 \text{ km}^2/\text{s}^2$ )..... | 68 |
| Abb. 4-9:  | Beispielhafte WSB-Anfluggeometrie.....   | 71 |

## Abbildungsverzeichnis

---

|            |   |     |
|------------|---|-----|
| Abb. 4-10: | Die geozentrischen WSB-Bahnparameter in Abhängigkeit des Ankunftsdatums und der selenozentrischen Länge des aufsteigenden Knotens der eingefangenen Umlaufbahn (für Fall A in Tab. 4-9) ..... | 77  |
| Abb. 4-11: | Beispielbahn eines WSB-Bahnüberganges .....   | 78  |
| Abb. 4-12: | Entwicklung der Bahnparameter eines WSB-Bahnüberganges.....   | 79  |
| Abb. 5-1:  | Geometrische Darstellung des Steuerproblems.....  | 85  |
| Abb. 5-2:  | Verlauf des Steuerwinkels $\beta$ in Abhängigkeit vom Winkel $\theta$ .....   | 88  |
| Abb. 5-3:  | Geometrische Darstellung der maximalen (links) und minimalen (rechts) Steuerlösungen .....  | 89  |
| Abb. 5-4:  | Typische Segelorientierung bei $360^\circ$ Drehung des adjungierten Vektors $\vec{e}_\lambda$ für die maximale Steuerlösung.....  | 90  |
| Abb. 6-1:  | Schematische Darstellung der Lage des Sonnenseglers während eines Umlaufs .....   | 108 |
| Abb. 6-2:  | Verlauf der Steuerwinkel und der maximal zeitlichen Veränderung der großen Halbachse über einen Umlauf für das Startdatum 28. März 2001 .....   | 110 |
| Abb. 6-3:  | Entwicklung der Bahnneigung relativ zum Mond und der Flugzeit in Abhängigkeit der Startdaten und der Gewichtungsfaktoren .....  | 114 |
| Abb. 6-4:  | Entwicklung der Bahnneigung relativ zum Mond und der großen Halbachse in Abhängigkeit der Startdaten und der Gewichtungsfaktoren .....  | 114 |
| Abb. 6-5:  | Verlauf der Steuerwinkel und Entwicklung der zeitlichen Veränderung der Bahnelemente über einen Umlauf für das Startdatum 2. November 2001 .....  | 116 |
| Abb. 6-6:  | Entwicklung der Bahnelemente für das Startdatum 28. März 2001 .....   | 117 |
| Abb. 6-7:  | Beispielflugbahn eines Sonnenseglers für das Startdatum 28. März 2001 .....   | 118 |
| Abb. 6-8:  | Verlauf der Steuerwinkel und Entwicklung der zeitlichen Veränderung der Bahnelemente über einen Umlauf für das Startdatum 28. März 2001 .....   | 120 |
| Abb. 6-9:  | Entwicklung der Bahnelemente für das Startdatum 28. März 2001 .....   | 121 |
| Abb. 6-10: | Entwicklung der Bahnelemente für das Startdatum 28. März 2001; manuelle Anpassung ( $\gamma = 89,9998^\circ$ ) .....  | 126 |
| Abb. 6-11: | Entwicklung der Bahnelemente für das Startdatum 28. März 2001; automatische Anpassung.....  | 127 |
| Abb. 6-12: | Der Gewichtungswinkel $\gamma$ bei automatischer Anpassung für das Startdatum 28. März 2001 .....   | 128 |
| Abb. 6-13: | Entwicklung der Bahnelemente für das Startdatum 28. März 2001; lokalextremale und zeitoptimale Steuerstrategie; planarer Mondflug.....  | 134 |
| Abb. 6-14: | Entwicklung der adjungierten Komponenten und der Steuerwinkel für das Startdatum 28. März 2001; zeitoptimale Steuerstrategie; planarer Mondflug .....   | 135 |
| Abb. 6-15: | Entwicklung der Bahnelemente für das Startdatum 28. März 2001; lokalextremale und zeitoptimale Steuerstrategie; WSB-Mondflug.....   | 138 |
| Abb. 6-16: | Entwicklung der adjungierten Komponenten und der Steuerwinkel für das Startdatum 28. März 2001; zeitoptimale Steuerstrategie; WSB-Mondflug .....  | 139 |
| Abb. 6-17: | Beispielhafte Sonnensegelmission aus der geostationären Transferbahn in eine polare Mondumlaufbahn via eines WSB-Transfers .....  | 142 |

## TABELLENVERZEICHNIS

|           |   |     |
|-----------|---|-----|
| Tab. 2-1: | Strahlungsdruck der Sonne bei den Planeten .....  | 17  |
| Tab. 2-2: | Strahlungsdruck durch Erdalbedo .....   | 22  |
| Tab. 2-3: | Massenbelegung für den Fall $\lambda = 1$ .....   | 27  |
| Tab. 3-1: | Beschleunigung durch das sphärische Gravitationspotential der Erde .....  | 46  |
| Tab. 3-2: | Gravitative Beschleunigung durch dritte Körper .....  | 47  |
| Tab. 3-3: | Atmosphärische Dichte nach dem MSIS-Modell 1986 von Hedin [116].....  | 49  |
| Tab. 4-1: | Standardbahnparameter des <i>Ariane 5</i> GTOs.....   | 57  |
| Tab. 4-2: | Ausgabeformat des ESOC/ESA Programms zur Berechnung der <i>Ariane 5</i> GTO-Daten.....  | 58  |
| Tab. 4-3: | GTO-Daten zur Untersuchung von Steuerstrategien, die speziell für die Drehung von Bahnebenen geeignet sind .....                            | 61  |
| Tab. 4-4: | GTO-Daten zur Untersuchung des jahreszeitlichen Einflusses auf Steuerstrategien - "Äquinoktien".....  | 63  |
| Tab. 4-5: | GTO-Daten zur Untersuchung des jahreszeitlichen Einflusses auf Steuerstrategien - "Solstitien" ...  | 63  |
| Tab. 4-6: | Mondephemeriden für Startdaten während der Äquinoktien .....  | 66  |
| Tab. 4-7: | Mondephemeriden für Startdaten während der Solstitien .....   | 66  |
| Tab. 4-8: | Geozentrische WSB-Bahnparameter bezogen auf die Mondbahnebene .....   | 73  |
| Tab. 4-9: | Selenozentrische Bahnparameter für quasistabile Umlaufbahnen bezogen auf die Mondbahnebene  | 73  |
| Tab. 6-1: | Ergebnisse der Bahnsimulationen über jeweils einen Umlauf .....   | 109 |
| Tab. 6-2: | Ergebnisse der Bahnsimulationen mit Abbruch der Integration bei einer mittleren Mondentfernung von 384400 km .....                          | 111 |
| Tab. 6-3: | Abweichungen der Bahnparameter für den Flug am 18. Juli 2001 .....  | 112 |
| Tab. 6-4: | Ergebnisse der Bahnsimulationen mit Abbruch der Integration bei einer mittleren Mondentfernung von 384400 km .....                          | 115 |
| Tab. 6-5: | Ergebnisse der Bahnsimulationen mit Abbruch der Integration bei einer mittleren Mondentfernung von 384400 km; automatische Gewichtung ..... | 128 |
| Tab. 6-6: | Ergebnisse der Simulationen für Startdaten während der Äquinoktien und Solstitien; planarer Mondflug .....                                  | 132 |
| Tab. 6-7: | Ergebnisse der Simulationen für Startdaten während der Äquinoktien und Solstitien; WSB-Mondflug .....                                       | 136 |



## NOMENKLATUR

| Abkürzungen | Beschreibung  |
|-------------|---|
| AE          | Astronomische Einheit   |
| ASAP        | ARIANE Structure for Auxiliary Payload  |
| bom         | big omega - $\Omega$  |
| CAD         | Computer Aided Design   |
| CFK         | Carbon Fiber Komposite  |
| CFRP        | Carbon Fiber Reinforced Plastics  |
| DLR         | Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt   |
| EMEJ1950    | Earth Mean Equator der Epoche 1. Januar 1950  |
| ESA         | European Space Agency   |
| ESOC        | European Space Operation Center   |
| GEO         | Geostationärer Orbit  |
| GTO         | Geo Transfer Orbit  |
| IAE         | Inflatable Antenna Experiment   |
| ISRS        | Inflatable Space-Rigidized Structure  |
| JPL         | Jet Propulsion Laboratory   |
| MJD         | Mean Julian Date  |
| MSIS        | Mass Spectrometer Incoherent Scatter  |
| NAIF        | Navigation and Ancillary Information Facility   |
| NAG         | Numerical Algorithms Group  |
| NASA        | National Air and Space Administration   |
| ODISSEE     | Orbital Demonstration of an Innovative, Solar Sail driven Expandable Structure Experiment |
| PDS         | Planetary Data System   |
| som         | small omega - $\omega$  |
| SPICE       | Spacecraft, Planet, Instrument, Clock, Events   |
| SPORT       | Simulation Program for Orbital Trajectories   |
| ToF         | Time of Flight  |
| UT          | Universal Time  |
| UTC         | Universal Time Coordinates  |
| UV          | Ultra Violett   |
| WSB         | Weak Stability Boundary   |

## Nomenklatur

| Konstanten           | Beschreibung  | Wert   |
|----------------------|---|--|
| c                    | Lichtgeschwindigkeit [133]                                  | 299792,458 km/s  |
| g                    | Erdbeschleunigung [132]                                     | 9,80665 m/s <sup>2</sup>                                 |
| d <sub>E/M</sub>     | Mittlerer geozentrischer Mondabstand [130]                  | 384400 km  |
| h                    | Plancksche Wirkungsquantum [133]                            | 6,626176·10 <sup>-34</sup> Js                            |
| m <sub>E</sub>       | Masse der Erde [132]  | 5,9742·10 <sup>24</sup> kg                               |
| m <sub>M</sub>       | Masse des Mondes [132]                                      | 0,07348·10 <sup>24</sup> kg                              |
| m <sub>S</sub>       | Masse der Sonne [132]                                       | 1,9891·10 <sup>30</sup> kg                               |
| r <sub>A</sub>       | Radius der Erde am Äquator [132]                            | 6378,140 km  |
| r <sub>M</sub>       | Mondradius am Pol [132]                                     | 1737,4 km  |
| μ <sub>E</sub>       | Gravitationskonstante der Erde [132]                        | 398600,436 km <sup>3</sup> /s <sup>2</sup>               |
| μ <sub>M</sub>       | Gravitationskonstante des Mondes [132]                      | 4902,799 km <sup>3</sup> /s <sup>2</sup>                 |
| μ <sub>S</sub>       | Gravitationskonstante der Sonne [132]                       | 1,32712·10 <sup>17</sup> km <sup>3</sup> /s <sup>2</sup> |
| R <sub>0</sub>       | Mittlere Entfernung der Erde von der Sonne                  | 1,4959787·10 <sup>9</sup> km (= 1 AE)                    |
| S <sub>0</sub>       | Mittlere solare Bestrahlungstärke in Erdnähe [32]           | 1368 W/m <sup>2</sup>                                    |
| σ (im Kapitel 2.1.3) | 5,67051·10 <sup>-8</sup> W/(m <sup>2</sup> K <sup>4</sup> ) | Stefan-Boltzmann Konstante                               |

## Nomenklatur

| Symbole (lateinisch)                          | Beschreibung  | Einheit                           |
|---|---|-----------------------------------|
| a   | Große Halbachse   | [m]                               |
| a <sub>e</sub>                                | Characteristische Beschleunigung  | [m/s <sup>2</sup> ]               |
| a <sub>J</sub>                                | Zonaler Beschleunigungsterm   | [m/s <sup>2</sup> ]               |
| $\bar{a}$                                     | Mittlere Beschleunigung   | [m/s <sup>2</sup> ]               |
| A   | Segelfläche   | [m <sup>2</sup> ]                 |
| A (Kapitel 3.3.2)                             | Hilfsvariable   | [-]                               |
| A <sub>eff</sub>                              | Effektive Segelfläche   | [m <sup>2</sup> ]                 |
| $\bar{a}$                                     | Beschleunigungsvektor   | [m/s <sup>2</sup> ]               |
| $\bar{a}_J$                                   | Beschleunigungsvektor durch Störkörper  | [m/s <sup>2</sup> ]               |
| $\bar{a}_D$                                   | Beschleunigungsvektor durch den atmosphärischen Widerstand                      | [m/s <sup>2</sup> ]               |
| $\bar{a}_S$                                   | Beschleunigungsvektor durch den Sonnendruck                                     | [m/s <sup>2</sup> ]               |
| $\bar{a}_{S/V}$                               | Beschleunigungsvektor durch den Sonnendruck im geschwindigkeitsbezogenen System | [m/s <sup>2</sup> ]               |
| B (Kapitel 3.3.2)                             | Hilfsvariable   | [-]                               |
| C <sub>D</sub>                                | Widerstandsbeiwert  | [-]                               |
| C <sub>J</sub>                                | Jakobi-Konstante  | [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ] |
| C <sub>J</sub> *                              | Dimensionslose Jakobi-Konstante   | [-]                               |
| C <sub>3</sub>                                | Hyperbolische Überschubenergie zum Startzeitpunkt                               | [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ] |
| d <sub>E</sub>                                | Entfernung des Sonnenseglers von der Erde                                       | [m]                               |
| d <sub>M</sub>                                | Entfernung des Sonnenseglers vom Mond   | [m]                               |
| D (Kapitel 3.3.2)                             | Hilfsvariable   | [-]                               |
| e   | Exzentrizität   | [-]                               |
| e <sub>x</sub>                                | x-Komponente des Laplace-Vektors  | [-]                               |
| e <sub>y</sub>                                | y-Komponente des Laplace-Vektors  | [-]                               |
| E   | Energie   | [J]                               |
| E <sub>0</sub>                                | Energiefluß   | [W/m <sup>2</sup> ]               |
| $\bar{e}$                                     | Einheitsvektor  | [-]                               |
| $\bar{e}_n$                                   | Segelnormalenvektor   | [-]                               |
| $\bar{e}_S$                                   | Sonneneinfallrichtung   | [-]                               |
| $\bar{e}_x, \bar{e}_y, \bar{e}_z$             | Einheitsvektoren für ein kartesisches Koordinatensystem                         | [-]                               |
| $\bar{e}_{xEN}, \bar{e}_{yEN}, \bar{e}_{zEN}$ | Einheitsvektoren für das äquinoktiale Koordinatensystem                         | [-]                               |
| $\bar{e}_{xP}, \bar{e}_{yP}, \bar{e}_{zP}$    | Einheitsvektoren für ein perizentrumbezogenes Bahnebenensystem                  | [-]                               |
| $\bar{e}_{xQ}, \bar{e}_{yQ}, \bar{e}_{zQ}$    | Einheitsvektoren für das inertielle äquatoriale Koordinatensystem               | [-]                               |
| $\bar{e}_{xR}, \bar{e}_{yR}, \bar{e}_{zR}$    | Einheitsvektoren für ein auf den standortbezogenes Bahnebenensystem             | [-]                               |

## Nomenklatur

| Symbole (lateinisch)                       | Beschreibung                                    | Einheit                           |
|--|---|-----------------------------------|
| $\vec{e}_{xS}, \vec{e}_{yS}, \vec{e}_{zS}$ | Lokales sonnenbezogenes Koordinatensystem       | [-]                               |
| $\vec{e}_\lambda$                          | Normalisierter Adjungiertenvektor               | [-]                               |
| $\vec{e}_\Omega$                           | Knotenlinienvektor                              | [-]                               |
| f  | Frequenz  | [1/s]                             |
| F  | Kraft   | [N]                               |
| $F_e$                                      | Kraft durch einfallende Strahlung               | [N]                               |
| $F_{en}$                                   | Normale Komponente von $F_e$                    | [N]                               |
| $F_{et}$                                   | Tangentiale Komponente von $F_e$                | [N]                               |
| $F_r$                                      | Kraft durch reflektierende Strahlung            | [N]                               |
| $F_{rn}$                                   | Normale Komponente von $F_r$                    | [N]                               |
| $F_{rt}$                                   | Tangentiale Komponente von $F_r$                | [N]                               |
| $\vec{f}$                                  | Vektorfunktion                                  | [-]                               |
| $\vec{F}$                                  | Kraftvektor                                     | [N]                               |
| $\vec{F}_D$                                | Kraftvektor des atmosphärischen Widerstands     | [N]                               |
| GF   | Gewichtungsfaktoren                             | [-]                               |
| h  | Bahnhöhe oder Bahnmoment                        | [m] oder [m <sup>2</sup> /s]      |
| $h_M$                                      | Mittlere Bahnmoment des Mondes                  | [m <sup>2</sup> /s]               |
| $h_p$                                      | Perizentrumshöhe                                | [m]                               |
| H  | Hamiltonfunktion                                | [-]                               |
| $\bar{H}$                                  | Gemittelte Hamiltonfunktion                     | [-]                               |
| $\vec{h}$                                  | Bahnmomentenvektor                              | [m <sup>2</sup> /s]               |
| $\dot{\vec{h}}$                            | Ableitung des Bahnmomentenvektors nach der Zeit | [m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ] |
| $\vec{h}_E$                                | Bahnmomentenvektor des Endzustandes             | [m <sup>2</sup> /s]               |
| i  | Bahnneigung                                     | [°]                               |
| $\dot{i}$                                  | Relative Bahnneigung                            | [°]                               |
| I  | Impuls  | [N/s]                             |
| J  | Kostenfunktion                                  | [-]                               |
| $J_n$                                      | Zonale harmonische Koeffizienten                | [-]                               |
| K  | Komponenten                                     | [-]                               |
| L  | Wahre Länge                                     | [°] oder [rad]                    |
| m  | Masse   | [kg]                              |
| $m_B$                                      | Masse des Satellitenbuses                       | [kg]                              |
| $m_N$                                      | Nutzlastmasse                                   | [kg]                              |
| $m_S$                                      | Masse der Segelversteifungsstruktur             | [kg]                              |
| $m_{\text{Segel}}$                         | Segelmasse                                      | [kg]                              |
| $m_{SC}$                                   | Masse des Raumfahrzeugs                         | [kg]                              |
| $\underline{M}(\vec{x}, L)$                | Zustandsmatrix                                  | [-]                               |
| n  | Teilchendichte (Gl. 2-4)                        | [1/m <sup>3</sup> ]               |
| $n_x$                                      | Äquinoktiale Element                            | [-]                               |
| $n_y$                                      | Äquinoktiale Element                            | [-]                               |

## Nomenklatur

| Symbole (lateinisch) | Beschreibung                           | Einheit                    |
|----------------------|--|----------------------------|
| $p_s$                | Strahlungsdruck der Sonne              | $[\text{N}/\text{m}^2]$    |
| $p_{sw}$             | Strahlungsdruck durch den Sonnenwind   | $[\text{N}/\text{m}^2]$    |
| $p_{s\oplus}$        | Strahlungsdruck durch Erdalbedo        | $[\text{N}/\text{m}^2]$    |
| $P_{er}$             | Wärmestrahlung der Segelrückseite      | $[\text{W}]$               |
| $P_{ev}$             | Wärmestrahlung der Segelvorderseite    | $[\text{W}]$               |
| $P_n$                | Legendre Polynom 1. Art                | $[-]$                      |
| $r_k$                | Körperradius                           | $[\text{m}]$               |
| $R$                  | Entfernung von der Sonne               | $[\text{m}]$               |
| $r$                  | Betrag des Positionsvektors            | $[\text{m}]$               |
| $r_A$                | Apozentrumradius                       | $[\text{m}]$               |
| $r_E$                | Radius der Erde                        | $[\text{m}]$               |
| $r_P$                | Perizentrumradius                      | $[\text{m}]$               |
| $\vec{r}$            | Positionsvektor                        | $[\text{m}]$               |
| $\vec{r}_A$          | Apozentrumvektor                       | $[\text{m}]$               |
| $\vec{r}_{E-j}$      | Vektor von der Erde zum Störkörper     | $[\text{m}]$               |
| $\vec{r}_P$          | Perizentrumvektor                      | $[\text{m}]$               |
| $\vec{r}_{SC-j}$     | Positionsvektor relativ zum Störkörper | $[\text{m}]$               |
| $s$                  | Integrationsvariable                   | $[-]$                      |
| $S$                  | Bestrahlungsstärke                     | $[\text{W}/\text{m}^2]$    |
| $\vec{s}$            | Sonnenvektor                           | $[\text{m}]$               |
| $t$                  | Zeit                                   | $[\text{s}]$               |
| $t_A$                | Anfangszeitpunkt                       | $[\text{s}]$               |
| $t_E$                | Endzeitpunkt                           | $[\text{s}]$               |
| $T$                  | Temperatur                             | $[\text{K}]$               |
| $T$ (Kapitel 4.2.2)  | Tisserand Parameter                    | $[\text{km}^2/\text{s}^2]$ |
| $T$                  | Dimensionsloser Tisserand Parameter    | $[-]$                      |
| $U$                  | Potential der Erde                     | $[\text{m}^2/\text{s}^2]$  |
| $\vec{u}$            | Steuervektor                           | $[-]$                      |
| $\vec{v}$            | Geschwindigkeitsvektor                 | $[\text{m}/\text{s}]$      |
| $\vec{v}_g$          | Grundgeschwindigkeitvektor             | $[\text{m}/\text{s}]$      |
| $x_n$                | Zustandskoordinate                     | $[-]$                      |
| $\vec{x}$            | Zustandsvektor                         | $[-]$                      |
| $\dot{\vec{x}}$      | Zustandssystem                         | $[-]$                      |

## Nomenklatur

| Symbole (griechisch)         | Beschreibung  | Einheit              |
|------------------------------|---|----------------------|
| $\alpha$ (Kapitel 2.1.3)     | Absorptionskoeffizient                                    |                      |
| $\alpha$                     | Steuerwinkel  | [°]                  |
| $\beta$                      | Sonneneinfallswinkel                                      | [°]                  |
| $\delta$                     | Geozentrische Breite                                      | [°]                  |
| $\Delta v$                   | Antriebsbedarf  | [m/s]                |
| $\Delta \vec{\epsilon}$      | Differenz zweier Laplace-Vektoren                         | [-]                  |
| $\Delta \vec{h}$             | Differenz von Bahnmomentenvektoren                        | [m <sup>2</sup> /s]  |
| $\gamma$                     | Gewichtungswinkel   | [°]                  |
| $\epsilon_r$ (Kapitel 2.1.3) | Emissionskoeffizient der Segelrückseite                   | [-]                  |
| $\epsilon_v$ (Kapitel 2.1.3) | Emissionskoeffizient der Segelvorderseite                 | [-]                  |
| $\vec{\epsilon}$             | Laplace-Vektor  | [-]                  |
| $\vec{\epsilon}_E$           | Endzustand des Laplace-Vektors                            | [-]                  |
| $\vartheta$                  | Anströmwinkel   | [°]                  |
| $\lambda$                    | Solarer Beschleunigungsfaktor                             | [-]                  |
| $\lambda_t$                  | Adjungierte Koordinate zur Zeit                           | [-]                  |
| $\vec{\lambda}$              | Adjungiertenvektor  | [-]                  |
| $\dot{\vec{\lambda}}$        | Adjungiertensystem  | [-]                  |
| $\eta$                       | Segeleffizienz  | [-]                  |
| $\eta_s$                     | Antriebsgütegrad  | [%]                  |
| $\theta$ (Kapitel 2.1.2)     | Anstellwinkel des Segels relativ zur Sonne                | [°]                  |
| $\theta$                     | Winkel dem Segelnormalenvektor und dem Adjungiertenvektor | [°]                  |
| $\rho$ (Kapitel 2.1.3)       | Reflexionskoeffizient                                     | [-]                  |
| $\rho$                       | Atmosphärische Dichte                                     | [kg/m <sup>3</sup> ] |
| $\rho_{\oplus}$              | Erdalbedokoeffizient                                      | [-]                  |
| $\sigma_{SC}$                | Massenbelegung des Raumfahrzeugs                          | [g/m <sup>2</sup> ]  |
| $\sigma_{Segel}$             | Antriebsspezifische Massenbelegung                        | [g/m <sup>2</sup> ]  |
| $\tau$                       | Transmissionskoeffizient                                  | [-]                  |
| $\upsilon$                   | Wahre Anomalie  | [°]                  |
| $\zeta$                      | Schattendurchgangswinkel                                  | [°]                  |
| $\omega$                     | Länge des Perizentrums                                    | [°]                  |
| $\omega'$                    | Relative Länge des Perizentrums                           | [°]                  |
| $\Omega$                     | Länge des aufsteigenden Knotens                           | [°]                  |
| $\vec{\omega}$               | Drehgeschwindigkeitsvektor                                | [°/s]                |

## ANHANG

### Ergebnisse zur zeitoptimalen Behandlung des planaren Mondszenarios

| Steuerstrategie  | Startdatum     | 28. März 2001 | 21. Juni 2001 | 14. Sept. 2001 | 21. Dez. 2001 |
|--|----------------|---------------|---------------|----------------|---------------|
| Lokalextremal nach Abschnitt 6.1.4 mit tangentialer Komponente bis $a = 70500$ km        | Ankunftsdatum  | 14. Feb 2002  | 19. Mai 2002  | 19. Sept. 2002 | 22. Dez. 2002 |
|  | $a$ [km]       | 70500,00      | 70500,00      | 70500,00       | 70500,00      |
|  | $e$ [-]        | 0,30          | 0,30          | 0,36           | 0,36          |
|  | $i$ [°]        | 22,01         | 19,51         | 21,19          | 18,87         |
|  | $\Omega$ [°]   | 3,34          | 21,10         | 2,10           | 20,37         |
|  | $\omega$ [°]   | 161,37        | 192,78        | 301,23         | 10,78         |
|  | $\upsilon$ [°] | 183,90        | 312,14        | 265,15         | 6,27          |
| Zeitoptimal bis Randbedingungen erfüllt sind (siehe Tab. 4-6 und Tab. 4-7 zum Vergleich) | Ankunftsdatum  | 11. Nov. 2002 | 7. Feb. 2003  | 29. Mai 2003   | 26. Aug. 2003 |
|  | $a$ [km]       | 387456,61     | 391400,74     | 390315,17      | 383742,00     |
|  | $e$ [-]        | 0,04          | 0,07          | 0,08           | 0,05          |
|  | $i$ [°]        | 23,06         | 23,48         | 23,75          | 24,32         |
|  | $\Omega$ [°]   | 12,71         | 13,30         | 12,54          | 12,90         |
|  | $\omega$ [°]   | 122,33        | 108,15        | 149,82         | 149,44        |
|  | $\upsilon$ [°] | 302,05        | 315,20        | 273,20         | 272,93        |
| Initialisierungsbedingungen  | $\lambda_1$    | 1,218648      | 1,133561      | 1,144997       | 1,26826       |
|  | $\lambda_2$    | 0,370928      | -0,142616     | -0,236512      | 0,27268       |
|  | $\lambda_3$    | 0,211378      | 0,303608      | -0,230315      | -0,22782      |
|  | $\lambda_4$    | -6,817559E-03 | 4,021488E-02  | 8,536859E-02   | 0,11153       |
|  | $\lambda_5$    | 6,534845E-02  | -8,165787E-02 | 0,139120       | -0,11066      |
|  | $\lambda_t$    | -0,899320     | -0,751270     | -0,712267      | -0,77859      |
|  | $L_1$          | 1,345397      | 1,337858      | 1,318816       | 1,31378       |
|  | $\lambda_{L1}$ | 1,0           | 1,0           | 1,0            | 1,0           |
|  | Genauigkeit    | $10^{-7}$     | $10^{-7}$     | $10^{-7}$      | $10^{-6}$     |

**Ergebnisse zur zeitoptimalen Behandlung des WSB-Mondszenarios**

| Steuerstrategie   | Startdatum     | 28. März 2001 | 21. Juni 2001  | 14. Sept. 2001 | 21. Dez. 2001  |
|---|----------------|---------------|----------------|----------------|----------------|
| Lokalextremal nach Abschnitt 6.1.4 mit tangentialer Komponente bis a = 47000 km | Ankunftsdatum  | 29. Nov. 2001 | 15. Jan. 2002  | 31. Mai 2002   | 12. Nov. 2002  |
|   | a [km]         | 47000,00      | 47000,00       | 47000,00       | 47000,00       |
|   | e [-]          | 0,62          | 0,73           | 0,62           | 0,40           |
|   | i [°]          | 15,60         | 13,92          | 15,37          | 25,48          |
|   | $\Omega$ [°]   | 19,05         | 43,37          | 337,08         | 38,24          |
|   | $\omega$ [°]   | 161,64        | 207,54         | 10,33          | 18,78          |
|   | $\nu$ [°]      | 166,619       | 136,22         | 182,60         | 209,25         |
| Zeitoptimal bis Randbedingungen erfüllt sind                                    | Ankunftsdatum  | 8. Nov. 2002  | 7. Jan. 2003   | 24. April 2003 | 19. Sept. 2003 |
|   | a [km]         | 255240,21     | 255639,17      | 251330,13      | 257740,87      |
|   | e [-]          | 0,14          | 0,17           | 0,23           | 0,22           |
|   | i [°]          | 20,96         | 13,08          | 16,92          | 36,38          |
|   | $\Omega$ [°]   | 43,37         | 24,89          | 341,31         | 23,09          |
|   | $\omega$ [°]   | 351,53        | 40,56          | 123,94         | 283,36         |
|   | $\nu$ [°]      | 139,53        | 113,37         | 65,09          | 222,98         |
| Initialisierungsbedingungen   | $\lambda_1$    | 2,1376627     | 2,0916166      | 1,5504520      | 1,8756174      |
|   | $\lambda_2$    | 0,5694708     | 0,1584863      | -0,4860000     | 0,2079311      |
|   | $\lambda_3$    | 0,1482245     | 0,6788916      | 7,3835815E-02  | -0,2374121     |
|   | $\lambda_4$    | -0,1285262    | -1,0897370E-02 | 0,1105207      | 0,1749065      |
|   | $\lambda_5$    | 0,1238713     | -0,1967125     | -2,3139317E-2  | -7,1708649W-02 |
|   | $\lambda_t$    | -0,8187900    | -0,7711528     | -0,6785125     | -0,6704881     |
|   | $L_1$          | 3,0442872     | 3,1209671      | 2,9729202      | 2,9569211      |
|   | $\lambda_{L1}$ | 1,0           | 1,0            | 1,0            | 1,0            |
|   | Genauigkeit    | $10^{-8}$     | $10^{-8}$      | $10^{-8}$      | $10^{-7}$      |

## LEBENS LAUF

### Persönliche Daten

Name: Gajus Pagel  
Geburtsdatum und–ort: 21. September 1966 in Berlin  
Nationalität: Deutsch  
Familienstand: Familie mit Dr. med. Bettina Schein, drei Töchter  
Konfession: Evangelisch  
Eltern: Detlef Pagel, Steuerberater  
Monika Pagel, geb. Tafel, Bauzeichnerin  
Geschwister: Ulrike Pagel, Bauzeichnerin

### Ausbildung

1972-1978 Besuch der Eosander-Grundschule in Berlin-Charlottenburg  
1983-1984 Besuch der *Petaluma High School* in Petaluma, Kalifornien, U.S.A.  
Abschluß: *High School Diploma*  
1978-1985 Besuch der Schiller-Oberschule in Berlin-Charlottenburg  
Abschluß: Abitur  
1986-1994 Studium der Luft- und Raumfahrttechnik an der Technischen Universität Berlin  
(TU Berlin)  
Abschluß: Diplom-Ingenieur der Luft- und Raumfahrttechnik  
1995-1996 ESA/DARA Stipendiat für das *Master of Space Studies* – Programm der  
Internationalen Raumfahrtuniversität (ISU) in Straßburg, Frankreich  
Abschluß: *Master of Space Studies*

### Berufserfahrung

04/90-07/90 Praktikant bei der Siemens AG, Berlin  
06/93-09/93 Praktikant bei der Dr.-Ing. Willing Licht&Technik GmbH, Schesslitz  
10/93-09/94 Praktikant und Diplomand bei dem Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt  
(DLR) in Köln  
04/95-08/95 Teilzeitbeschäftigter wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachgebiet Ortung und  
Navigation am Institut für Luft- und Raumfahrt (ILR) der TU Berlin  
02/96-04/96 Forschungsaufenthalt am *Jet Propulsion Laboratory* der NASA, Kalifornien,  
U.S.A.  
09/96-05/99 Doktorand am Institut für Planetenerkundung des DLR in Berlin-Adlershof  
seit 06/99 Wissenschaftlicher Mitarbeiter mit Lehrauftrag im Fachgebiet  
Raumfahrzeugtechnik am ILR der TU Berlin